



PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO PARANÁ

VALDICI BERNARDES

**DESENVOLVIMENTO DE UM MODELO MASSA-MOLA-
AMORTECEDOR MÓVEL ACOPLADO A VIGA RETA PARA
ANÁLISE DINÂMICA**

CURITIBA

2006

VALDICI BERNARDES

**DESENVOLVIMENTO DE UM MODELO MASSA-MOLA-
AMORTECEDOR MÓVEL ACOPLADO A VIGA RETA PARA ANÁLISE
DINÂMICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica – PPGEM, do Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia, da Pontifícia Universidade Católica do Paraná como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ciências.

**Orientador: Prof. Roberto Dalledone Machado,
D.Eng.**

CURITIBA

2006

TERMO DE APROVAÇÃO

VALDICI BERNARDES

DESENVOLVIMENTO DE UM MODELO MASSA-MOLA- AMORTECEDOR MÓVEL ACOPLADO A VIGA RETA PARA ANÁLISE DINÂMICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica – PPGEM, do Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia, da Pontifícia Universidade Católica do Paraná como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ciências.

COMISSÃO EXAMINADORA

**Prof. Roberto Dalledone Machado, D.Eng.
Pontifícia Universidade Católica do Paraná**

**Prof. Renato Barbieri, D.Eng.
Pontifícia Universidade Católica do Paraná**

**Prof. Nilson Barbieri, D.Eng.
Pontifícia Universidade Católica do Paraná**

**Prof. Adriano Scremin, DSc.
Universidade Federal do Paraná**

Curitiba, _____ de _____ de 2006.

Resumo

Objetivo principal deste trabalho foi o desenvolvimento de um modelo matemático obtido por elementos finitos que represente a interação veículo - ponte (VBI) em análises dinâmicas de pontes que suportam cargas veiculares móveis com velocidades quaisquer. O modelo desenvolvido foi baseado no proposto por Yang & Yau (1997) e leva em consideração as características inerciais, de amortecimento e de rigidez tanto do veículo quanto da estrutura sobre a qual ele transita. A resposta dinâmica é determinada de modo acoplado, sendo as vibrações da ponte transmitidas ao veículo e vice-versa. Devido ao acoplamento, a análise é iterativa. Utiliza-se o Método de Newton Raphson para a solução do sistema de equações. A análise dinâmica é do tipo transiente e, para tanto, emprega-se o Método de Newmark.

O modelo desenvolvido considera também a irregularidade do piso e o efeito da rigidez do estrado sobre o qual o veículo desliza. A estrutura da ponte é discretizada por elementos finitos lineares de viga bidimensionais, com dois graus de liberdade por nó. O veículo é suposto como um sistema massa - mola - amortecedor, com dois graus de liberdade por nó. O acoplamento se dá entre o sistema do veículo e o elemento da ponte sobre o qual o veículo se encontra. Desse modo, o sistema final é construído de forma tradicional, modificando-se as matrizes do sistema somente nos graus de liberdade em que acontece o acoplamento.

Um programa computacional foi desenvolvido com o uso do aplicativo MATLAB. Os resultados obtidos são comparados com os encontrados na literatura. Diversas simulações são apresentadas para ilustrar a influência dos parâmetros envolvidos.

Palavras Chave: Análise Dinâmica; Interação veículo ponte (VBI); Modelo massa mola amortecedor; Análise Não Linear.

Abstract

The main objective of this work is the development of a finite element for modeling the vehicle-bridge interaction (VBI) in dynamic bridge analysis subjected to moving loads with any speed. The developed model, as proposed by Yang & Yau (1997), considers the inertial, damping and stiffness characteristics of both, the vehicle and the structure. The dynamic response is coupled; the beam vibrations are transmitted to the vehicle and vice-versa. Due the coupling, the analysis is interactive. To solve the equation system, one is applied the Newton-Raphson Method. The transient dynamic analysis is solved by the Newmark Method.

The developed model considers track irregularity of the pavement and the ballast stiffness is also included. The bridge structure is modeled by 2D linear finite elements, with two DOF by node. The coupling between the vehicle and the bridge occurs in the element which the vehicle loads. The final system is built in traditional way, changing the matrices just only in the degrees of freedom which are coupling.

A computational code was developed by MATLAB software. The results are compared to those found in papers and journals. Some simulations are presented to show the influence of the dynamic variables.

Key words: Dynamic Analysis; Vehicle bridge interaction (VBI); Sprung mass model; Non-linear Analysis.

Lista de Figuras

Capítulo 1

- 1.1 – Mapas ferroviários das regiões brasileiras
- 1.2 – Trens de alta velocidade
- 1.3 – Passagem de uma composição sobre viaduto

Capítulo 2

- 2.1 – Sistema massa mola com um grau de liberdade
- 2.3 – sistema com dois graus de liberdade
- 2.4 – Sistema contínuo com infinitos graus de liberdade
- 2.5 – Sistema de um grau de liberdade para simulação de vibração em base de máquina
- 2.6 – Sistema de um grau de liberdade para simulação de vibração harmônica de máquinas
- 2.7 – Sistema de um grau de liberdade para simulação de um veículo em movimento
- 2.8 – Sistema móvel com dois graus de liberdade
- 2.9 – Sistema dinâmico correspondente ao conjunto chassis, eixo e passageiros para um veículo de passeio

Capítulo 3

- 3.1 – Viga com três modos de vibração livre
- 3.2 – Modelo carga pontual harmônica
- 3.3 – Modelo carga pontual móvel
- 3.4 – Modelo massa-móvel
- 3.5 – Esquema de suspensão de um modelo quarto de carro atravessando uma ponte
- 3.6 – Sistema de suspensão de 6 DOF de um modelo meio carro movendo sobre uma ponte

Capítulo 4

4.1 – Sistema veículo-ponte: (a) modelo geral; (b) modelo massa mola

4.2 – Elemento de interação veículo ponte

Capítulo 5

5.1 – Modelo Presente versus modelo de Yang e Yau para a viga

5.2 – Modelo Presente versus modelo de Yang e Yau para o veículo

5.3 – Modelo massa móvel versus modelo carga-móvel

5.4 – Modelo Presente para aceleração da viga

5.5 – Modelos de Yang e Yau e analítico para aceleração da viga

5.6 – Deflexão no meio da viga; efeito da rigidez do estrado

5.7 – Deflexão do veículo; efeito da rigidez do estrado

5.8 – Deflexão no meio da viga; efeito da rigidez do veículo

5.9 – Deflexão do veículo; efeito da rigidez do veículo

5.10 – Deflexão no meio da viga; efeito do amortecimento do veículo

5.11 – Deflexão do veículo; efeito do amortecimento do veículo

5.12 – Deflexão da viga para duas velocidades

5.13 – Deflexão do veículo para duas velocidades

LISTA DE TABELAS

- 1 -- Propriedades da viga
- 2 – Propriedades dinâmicas do veículo

SUMÁRIO

Capítulo 1 - Introdução

1.1.	Contextualização e Motivação	14
1.2.	Breve Revisão Bibliográfica	19
1.3.	Objetivos	21

Capítulo 2 - Vibrações Mecânicas

2.2.	Caracterização	24
2.3.	Amortecimento	25
2.4.	Graus de Liberdade	26

Capítulo 3 - Modelos Teóricos para Vigas

3.1.	Vibração Livre	32
3.2.	Carga Distribuída Variável no Tempo	35
3.3.	Carga Pontual Harmônica	36
3.4.	Carga Pontual Móvel	38
3.5.	Modelo Massa – Móvel	40
3.6.	Modelo Massa - Mola - Amortecedor	42
3.6.1	Aspectos Gerais	42
3.6.2.	Sistemas de Formulações e Hipóteses	44
3.6.3.	Estabelecendo as Equações de Movimento	47

Capítulo 4 - Elemento de Interação Veiculo

Ponte para Análise Dinâmica

4.1.	Equações Dinâmicas para o Sistema Acoplado	54
4.2.	Procedimento de Análise Interativa	68

4.3. Influencia da Irregularidade na Trajetória e Rigidez de Estrado	69
--	----

Capítulo 5 - Exemplos de Aplicação

5.1. Dados para os Exemplos Analisados	71
5.2. Modelos para Validação	73
5.2.1. Sistema Massa – Mola Móvel	73
5.3. Modelo Massa Móvel Versus Carga - Móvel	75
5.4 Modelos para Estudo de Aceleração	76
5.5. Efeito de Rigidez do Estrado	78
5.6. Efeito de Rigidez do Veiculo	79
5.7. Efeito do Amortecimento	81
5.8. Efeito da Velocidade do Veiculo no Aspecto Geral	82

Capítulo 6 - Conclusões e Sugestões

6.1. Considerações Finais	85
6.2. Observações a Respeito do Modelo Implementado	87
6.3. Critério Geral	88
6.4. Sugestões para Trabalhos Futuros.	88

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	89
-----------------------------------	-----------

SIMBOLOGIA

a_0 a_7 - coeficientes para o método de Newmark

C , L -comprimento da viga

c.g.- centro de gravidade

c , c_2 , c_v – amortecimento do veículo

c_f - encosto do veículo

c_s - amortecimento de assento do veículo

$[c_b]$ - matriz de amortecimento local para viga

$[C_b]$ - matriz de amortecimento de massa global para viga

DOF - graus de liberdade de sistema

d_1, d_2, b_1, b_2 -raios de giro

E - módulo de Young ou de Elasticidade

f_c - força de contacto

f_i - frequência

g - aceleração gravitacional

$H(x)$ – função de degrau

I - momento de inércia

i - n^o de meias – ondas

j - momento de inércia angular

k - rigidez de mola

k_B – rigidez do estrado

k_s - rigidez de assento do veículo

k_t – rigidez dos pneus

k_v – rigidez do veículo

$[k_b]$ -matriz de rigidez local para viga

$[K_b]$ - matriz de rigidez global para viga

M - massa de corpo

M_s - massa rígida
 M_v - massa do veículo
 m_w - massa da roda
 $[m_b]$ - matriz de massa local para viga
 $[M_b]$ - matriz de massa global para a viga
 N_c - polinômio de Hermite
 P, p - força externa ou peso próprio do veículo
 q - carga uniformemente distribuída
 Q_i - força generalizada
 q_s - forças resistentes integradas da suspensão do veículo
 R - estrada para veículos
 r_c - rugosidade
 r_0 - amplitude de irregularidade
 $r_{(x)}$ - coordenada da função de irregularidade
 T - energia cinética do sistema do conjunto veículo – ponte
 t - variável de tempo
 U - energia cinética do sistema do conjunto veículo – ponte
 U_b - deslocamento vertical da viga para o elemento global
 \dot{U}_b - velocidade vertical da viga para o elemento global
 \ddot{U}_b - aceleração vertical da viga para o elemento global
 u_b - deslocamento vertical da viga para o elemento finito local
 \dot{u}_b - velocidade vertical da viga para o elemento finito local
 \ddot{u}_b - aceleração vertical da viga para o elemento finito
 v - velocidade horizontal do veículo
VBI - interação veículo – ponte
 w - peso por unidade de comprimento da viga
 z_1, z_2 - deslocamento vertical do veículo
 \dot{z}_1, \dot{z}_2 - velocidade vertical do veículo

\ddot{z}_1, \ddot{z}_2 - aceleração vertical do veículo

β e γ - valores do método de Newmark

γ_0 - comprimento da onda de irregularidade

ϕ - função de tempo

θ - deslocamento angular

$\dot{\theta}$ - velocidade angular

$\ddot{\theta}$ - aceleração angular

ξ_1, ξ_2 - coordenadas de ponto de contacto das rodas do veículo

p_1 - período de vibrações fundamental da viga

ω - frequência de excitação externa

Δt - incremento de tempo

Δu_b - deslocamento incremental da viga para o elemento finito local

ΔU_b - deslocamento incremental da viga para o elemento

Δz - deslocamento incremental do veículo

Capítulo 1

Introdução

1.1. Contextualização e Motivação

Num período de cerca de trinta anos, a população brasileira mais do que dobrou o número de habitantes, passando de 90 milhões na década de 70 para próximo de 200 milhões de pessoas atualmente, segundo dados do IBGE. Nos dias de hoje cerca de 80% da população vive em regiões metropolitanas após o Brasil ter passado por um acelerado processo de urbanização nos últimos anos.

O sistema de transporte urbano exerce um papel fundamental no desenvolvimento das cidades, conduzindo cargas e pessoas de suas origens a seus destinos no menor tempo possível e com as condições necessárias de segurança e conforto. Dentre os diversos tipos de transporte terrestre, o que se desenvolve sobre trilhos é o que apresenta características importantes para melhorar a eficiência do sistema. Dentre elas, pode-se mencionar a utilização de vias exclusivas que evitam a perda de tempo com engarrafamentos; um sistema de monitoramento que permite otimizar o uso dessas vias; um baixo nível de poluição ambiental e uma grande capacidade de transporte de usuários por unidade, quando comparado com o modal rodoviário [Valadares (2002)].

Para o uso do modal ferroviário faz-se necessário a construção de pontes e elevados, desviando-se de obstáculos e evitando-se cruzamentos em nível, muito comuns principalmente nos aglomerados urbanos.

Em todo o mundo, o sistema ferroviário tem uma importância significativa sobre os outros sistemas de transporte. Os trens e as linhas férreas são projetados para grandes velocidades das composições. O número de vagões por composição também vem aumentando, de modo a se transportar o maior volume de cargas e passageiros por viagem. Infelizmente, o sistema ferroviário brasileiro se encontra em

posição muito atrasada comparado ao de outros países, e nossas malhas ferroviárias são obsoletas e o sistema como um todo ineficiente. Essa situação tende a se alterar por conta de investimentos governamentais que tem sido feitos nos últimos anos, e pela própria potencialidade da alternativa ferroviária que pode atrair muitos investidores privados.

Segundo a Revista Ferroviária [http://www.cbtf.org.br/_info/info_00.htm, acesso em 20/06/2006], nos últimos dez anos a frota de vagões foi aumentada em cerca de 35 mil unidades, sendo 18.486 novos vagões fabricados no Brasil, 1300 importados e algo em torno de 15 mil da frota arrendada, que foram recuperados e retornaram ao tráfego. A frota de locomotivas também cresceu não só em unidades como em potência. Excetuando-se as ferrovias da Vale (Vitória a Minas e Carajás) e MRS, as demais, que formam grandes malhas, não têm investido na infra-estrutura como deveriam. Nos últimos dez anos apenas pouco mais de 500 quilômetros de linhas novas entraram em tráfego. Em compensação ninguém sabe informar ao certo quantos quilômetros de linhas férreas foram desativados. Fala-se em cinco mil quilômetros, enfim cada um tem seu próprio número. Há necessidade de se redesenhar o mapa atual das ferrovias brasileiras, efetivamente em operação, e as linhas que foram desativadas. Seria interessante comparar, a malha atual com as que existiam em 1995 e 1958, quando o Brasil contava, respectivamente, 30 mil e com cerca de 38 mil quilômetros de ferrovias ativas. A figura 1.1 mostra as principais ferrovias da malha ferroviária brasileira.

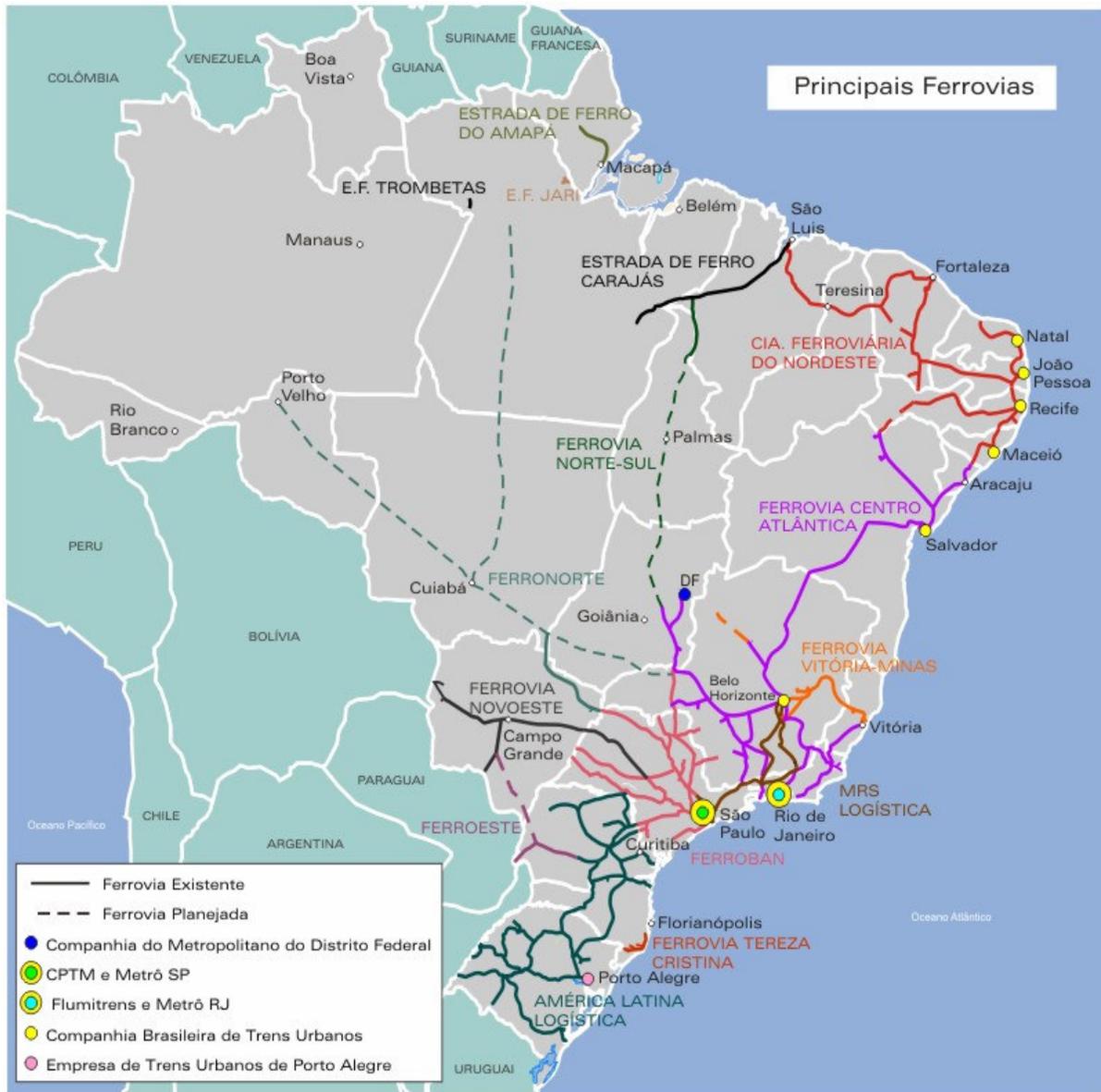


Figura 1.1 – Mapa ferroviário das principais ferrovias brasileiras [www.transportes.gov.br – 20/07/2006]

Diante da expectativa de modernização do sistema ferroviário brasileiro, dois fatores inevitavelmente deverão ser reconsiderados: os projetos das novas locomotivas e trens de alta velocidade (TGV – *train à grande vitesse* ou os popularmente conhecidos trens bala (tal como ilustra figura 1.2), e a remodelação e modernização da malha ferroviária. Para se avaliar melhor o impacto dessas novas perspectivas sobre o sistema ferroviário, deve-se ter em mente que, em países com

sistemas mais desenvolvidos como o Japão, os Estados Unidos ou alguns países da Europa, os trens bala já atingem marcas impressionantes de 410 Km/h. Para atender a exigências tão rigorosas, os projetos de novas pontes ou viadutos deverão ser elaborados de modo a apresentarem comportamento adequado à passagem dinâmica dos trens, sem sofrerem deformações ou vibrações excessivas. Ao mesmo tempo, o sistema de suspensão dos novos trens deverá ser adequado para garantir a estabilidade do veículo e o conforto dos passageiros. Essa combinação de fatores levará também à necessidade de se examinar o efeito combinado e acoplado do sistema de suspensão do trem passando dinamicamente sobre a ponte. A passagem do veículo sobre a estrutura promoverá deformações sobre a mesma, que variarão com a posição da seção transversal e com o tempo. Além disso, as deformações da ponte excitarão dinamicamente a suspensão do veículo que, por sua vez, reagirá de forma diferente daquela em que não houvesse deformações em sua base.



Figura 1.2 – Trens de alta velocidade



Figura 1.3 – Passagem de uma composição sobre viaduto

Sendo assim, o entendimento do comportamento dessas estruturas sob ação de cargas móveis é de grande valia para se obter o máximo desempenho e durabilidade das mesmas. Dessa forma, é possível avaliar qual a velocidade adequada que não excite dinamicamente a estrutura da ponte, evitando-se a possibilidade de colapso por ressonância da estruturas.

O estudo do comportamento dinâmico em estruturas (como por exemplo ilustrado na figura 1.3) submetidas a carregamentos móveis, vem sendo investigado desde a construção das primeiras pontes para estradas de ferro, no começo do século XIX. O interesse por essa classe de problemas surgiu quando se observou que em uma determinada estrutura, o deslocamento dinâmico produzido por um carregamento móvel era maior do que o deslocamento estático máximo.

Em geral, nos projetos convencionais de pontes, as cargas atuantes são decorrentes de veículos tipo definidos por normas específicas. O carregamento atuante, muitas vezes conhecido por “trem-tipo”, varia conforme a categoria da ponte, mas, para um mesmo projeto, as cargas correspondentes são fixadas em um certo valor. A análise, em geral, é estática e linear, sendo que possíveis efeitos dinâmicos são considerados apenas através de coeficientes de majoração de carregamento ou por meio de coeficientes de impacto. Para estruturas de maiores vãos ou mais esbeltas, a análise estática não é suficiente, sendo necessário também levar em consideração o comportamento dinâmico da mesma diante da passagem do veículo-padrão. Fatores como a rigidez da ponte, sua massa, condições de vinculação, materiais empregados, carregamento atuante, etc., afetam a resposta

dinâmica da mesma. Porém, para os objetivos do presente trabalho, é importante considerar também o comportamento dinâmico do sistema de suspensão do veículo e a velocidade de passagem sobre a ponte. [Frýba (1996), Timoshenko et al (1974)].

Deve-se salientar que o problema de interação carga móvel versus estrutura não se restringe ao caso de pontes rodoviárias e, especialmente, as ferroviárias. Muitos equipamentos industriais, tais como máquinas de corte ou de solda, ou ainda muitas impressoras e plotters, apresentam dispositivos mecânicos nos quais um cabeçote desliza sobre uma haste para realizar um percurso previamente programado. Como são equipamentos de grande precisão e baixo peso, a movimentação do cabeçote não pode ser afetada pela vibração da haste e vice-versa. Desse modo, uma análise como a que se propõe neste trabalho também seria adequada no projeto de tais dispositivos.

Muitos estudos vêm se realizando recentemente com o intuito de melhor entendimento da interação ponte-veículo. Alguns desses modelos podem ser encontrados na literatura, tal como descrito a seguir.

1.2. Breve Revisão Bibliográfica

Muitos pesquisadores têm procurado entender com mais detalhes o comportamento dinâmico de estruturas submetidas a cargas móveis. Frýba, (1972), por exemplo, apresentou a solução analítica para problemas de vibração de vigas devido à passagem de diversos modelos representando os veículos.

Nos últimos dez anos, cresceu o interesse pelo estudo do efeito acoplado entre a ponte e o veículo que sobre ela transita, levando-se em consideração as propriedades dinâmicas tanto da estrutura quanto do sistema de suspensão do próprio veículo. Nesse sentido, Cheng et al (2001) estudaram as vibrações em pontes ferroviárias submetidas a veículos em movimento empregando elemento veículo - ponte que consiste num veículo modelado com sistema massa - mola-amortecedor sobre trilho modelado que é considerado como elemento de viga e

abaixo do qual encontra-se a viga da ponte. Os dois elementos são interconectados por uma série de molas e amortecedores.

Em trabalhos recentes, Bessa (2000) trata do mesmo assunto usando técnicas dos “grafos” para a modelagem da interação entre veículo e uma ponte no desenvolvimento de um modelo tridimensional.

E. Esmazadah e N. Jalili. (2003) apresentam os modelos computacionais que simulam veículos simplificado e que correspondem a um quarto - de- veículo (1) e metade - de- veículo (2), sendo que:

(1) Considera apenas uma roda

(2) Considera duas rodas (dianteira e traseira)

Alguns modelos analíticos são resolvidos por equações de estado usando código computacional Matlab. Esses resultados são importantes para comparação dos modelos numéricos. Objetiva-se assim, o estudo do aspecto do conforto do veículo, dos ocupantes.

Wu (2005) analisou e pesquisou a análise dinâmica de uma viga inclinada submetida a cargas móveis. Para este fim, as matrizes dos elementos de massa – móvel são derivadas tomando-se em conta os efeitos de força inercial, força de coriolis e força centrífuga induzida pelo movimento de massa – móvel.

Correa (2003) desenvolveu dissertação de mestrado sobre vibrações em pontes ferroviárias e mostrou a importância do estudo para o projeto da estrutura e também para a estabilidade das composições.

Yang et al (1995) apresentam expressões que fornecem fatores de impacto dinâmico de veículos movendo-se sobre vigas simples ou contínuas.

Yang & Yau (1997) propuseram um elemento finito simples, de dois graus de liberdade por nó, para levar em consideração a análise dinâmica e o acoplamento entre a estrutura e o veículo. O acoplamento resulta numa análise não linear para cada posição ocupada pela carga. Os efeitos da irregularidade da superfície e da rigidez do estrado são também considerados. Esse trabalho inspirou uma série de outras pesquisas, graças à eficiência do modelo proposto.

Yang et al (1999) desenvolveram um modelo de elementos finitos para análise da interação veículo ponte (VBI). Nesse estudo, os autores desconsideraram os efeitos de descolamento do veículo sobre a ponte.

De modo análogo, Cheng et al (2001) estudaram as vibrações em pontes rodoviárias produzidas pelo movimento de cargas móveis e levando-se em consideração a interação veículo ponte.

A preocupação com a estabilidade do veículo e o conforto dos passageiros é a razão do estudo de Yau et al (1999), que consideram também os efeitos acoplados entre a estrutura e o veículo.

Em boa parte dos trabalhos encontrados na literatura, os pesquisadores utilizam modelos bidimensionais, pois necessitam de um número menor de variáveis, comparados aos tridimensionais.

O modelo adotado no presente trabalho está baseado no proposto por Yang & Yau (1997) e visa desenvolver um primeiro e simplificado modelo que leve em consideração o acoplamento ponte-veículo. Espera-se que o modelo desenvolvido possa ser utilizado futuramente em modelos mais complexos, que considerem a atuação de diversas cargas correspondentes àquelas que são transmitidas pelas suspensões de composições ferroviárias ou eixos de veículos rodoviários.

1.3. Objetivos

Este trabalho procura contribuir para o estudo do comportamento dinâmico e acoplado de um sistema ponte-veículo. Assim, apresenta-se o desenvolvimento de um elemento finito preciso e eficiente para modelar a interação dinâmica da ponte com o veículo levando-se em consideração o efeito da velocidade de passagem do veículo sobre a estrutura. O modelo desenvolvido está baseado no trabalho de Yang & Yau (1997) no qual a carga móvel é modelada por meio de um sistema massa – mola - amortecedor, e o acoplamento são feito na montagem das matrizes de rigidez e de massa, antes da solução da equação dinâmica. A estrutura é modelada por meio de elementos lineares de viga de Euler-Bernoulli, com dois graus de liberdade por nó. O veículo-modelo é constituído de dois graus de liberdade, associados aos

movimentos da massa do veículo e da massa de sua roda em contato com o estrado. Por possuir o mesmo número de graus de liberdade que o elemento de viga, o acoplamento se faz de maneira direta e, dessa forma, a construção das matrizes de rigidez, de massa e de amortecimento se faz de modo habitual. O acoplamento acontece no elemento de viga sobre o qual se encontra o veículo, sendo que os demais são tratados como elementos convencionais. Neste modelo é também incorporado o efeito do estrado, que é a camada que interliga a estrutura e a roda do veículo. O estrado procura simular, por exemplo, o efeito dos dormentes numa ferrovia e é tratado de uma forma similar ao de uma fundação sobre base elástica.

Para solucionar o problema dinâmico do acoplamento ponte-veículo, é empregado “o método das diferenças finitas de Newmark” que permite que o sistema de equações seja tratado de forma discreta e incremental.

Por esta razão, procedimentos de soluções convencionais podem ser empregados facilitando a implementação do método. Assim, pretende-se demonstrar a aplicabilidade do VBI (interação veículo - ponte) produzindo um elemento adequado e eficiente para análise dinâmica.

Para cumprir com os objetivos propostos, foi implementado o modelo VBI em um programa computacional desenvolvido em linguagem MATLAB, versão 5.3, baseado no Método dos Elementos Finitos.

O presente trabalho está dividido em cinco capítulos, incluindo o presente. No segundo capítulo é apresentada uma breve descrição das vibrações mecânicas para servir de fundamento teórico da pesquisa.

No terceiro capítulo são descritos os modelos teóricos para pontes (vigas) submetidas a cargas móveis, sendo divididos em:

- Modelo 1 - Sistema Carga Móvel
- Modelo 2 - Sistema Massa Móvel
- Modelo 3 - Sistema Massa - Mola – Amortecedor

Nesse mesmo capítulo são discutidas outras formulações encontradas na literatura para a implementação do VBI.

No quarto capítulo é apresentado de forma mais detalhada o modelo matemático usado neste trabalho e as equações de movimento são construídas a

partir das considerações dinâmicas da interação ponte-veículo, conduzindo assim à implementação do método adotado.

O quinto capítulo é destinado às aplicações numéricas para comprovação dos conhecimentos desenvolvidos na presente dissertação. Nele são feitas análises das respostas dinâmicas de uma ponte (viga) sob ação de cargas simuladas pelo modelo matemático apresentado no capítulo anterior.

Por fim, no sexto e último capítulo, são apresentadas as conclusões sobre o presente trabalho e sugestões para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Vibrações Mecânicas

2.1. Caracterização

Como o estudo desenvolvido neste trabalho refere-se ao comportamento dinâmico de um sistema ponte-veículo, a resposta de interesse é a relacionada às vibrações induzidas e acopladas entre os componentes desse sistema (veículo sobre a ponte e vice-versa). Sendo assim, uma breve revisão dos conceitos de vibrações será apresentada neste capítulo.

Uma vibração mecânica é um movimento de uma partícula ou um sólido que oscila em torno de uma posição de equilíbrio. A maior parte das vibrações nas máquinas e estruturas embora inevitável, é indesejável, devido ao aumento de tensões e perdas de energia que elas produzem, e ainda, como no caso dos veículos produzem queda de desempenho e desconforto para seus ocupantes. Elas devem ser reduzidas tanto quanto possível, através de projetos adequados. Nos últimos anos a análise de vibrações tornou-se cada vez mais importante, em razão dos grandes aumentos de velocidade nas máquinas e dos grandes vãos usados na construção de estruturas, diminuindo dessa forma a sua rigidez e potencializando os efeitos dinâmicos sobre elas. É de se esperar que esta tendência continue e que no futuro se desenvolva uma necessidade ainda maior da análise de vibrações.

Uma vibração mecânica geralmente é produzida quando um sistema é afastado de sua posição de equilíbrio estável. O sistema tende a voltar a esta posição sob a ação de forças de restauração. As forças restauradoras podem ser elásticas, como no caso da massa presa em uma mola, ou de campo, como no caso de um pêndulo sob a ação do campo gravitacional. O sistema chega à posição de equilíbrio com certa velocidade, o que o leva a continuar o movimento para o outro

lado. Como o processo se repete indefinidamente, tem início a um movimento oscilatório ao redor da posição de equilíbrio. O tempo empregado em uma oscilação completa chama-se período da vibração e o número de oscilações na unidade de tempo é denominado de freqüência. O deslocamento máximo do sistema em torno da posição de equilíbrio chama-se amplitude da vibração.

2.2. Amortecimento

Quando o movimento é mantido unicamente pelas forças restauradoras a vibração é chamada vibração livre. Quando uma força periódica é aplicada ao sistema, o movimento resultante é conhecido como vibração forçada. Quando o efeito do atrito pode ser desprezado, a vibração é dita não amortecida. Todavia, todas as vibrações são realmente amortecidas em maior ou menor grau. Se uma vibração livre é levemente amortecida, sua amplitude decresce lentamente até que, após certo tempo, cessa todo o movimento.

Há situações em que o amortecimento é tão grande que evita toda a vibração. O sistema então, lentamente, volta à sua posição inicial de equilíbrio (é o caso de sistemas superamortecidos). Uma vibração forçada é aquela que ocorre quando é mantida força de excitação durante algum tempo. A amplitude da vibração, entretanto, será afetada pelo módulo da força de amortecimento.

Nas máquinas e nas estruturas, as peças são flexíveis elasticamente, umas mais do que as outras. As peças que possuem flexibilidade elástica relativamente alta podem ser comparadas às molas. Investigando os movimentos de vibração dos sistemas elásticos é importante saber que o número de parâmetros independentes determina a posição do sistema em cada instante de tempo. Esses parâmetros são conhecidos por graus de liberdade.

2.3. Graus de Liberdade

Nos casos mais simples, a posição do sistema pode ser determinada por somente um grau de liberdade. É o caso do sistema que consta da massa m suspensa por uma mola, tal como ilustrado na Figura 2.1, sendo construído de tal maneira que são possíveis somente deslocamentos verticais. Assim, o único deslocamento possível caracteriza o sistema como de um grau de liberdade. Sua posição em qualquer instante pode ser determinada mediante um parâmetro, ou seja, o deslocamento vertical.

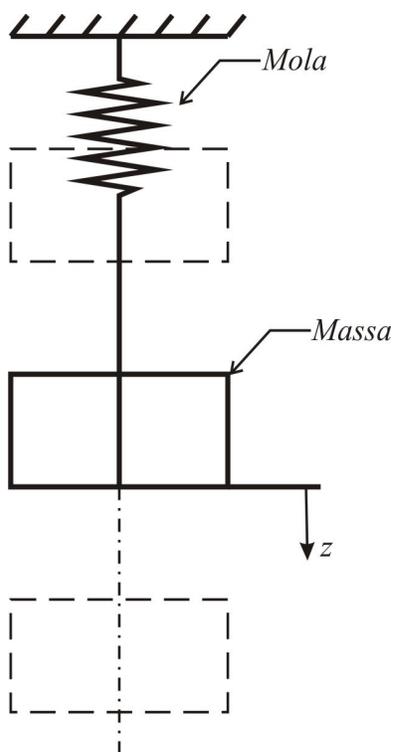


Figura 2.1 – Sistema massa mola com um grau de liberdade

Para o caso do movimento vertical da massa m , Figura 2.2, considerando como desprezível a massa da viga horizontal, poderá este sistema ser tratado também e aproximadamente como um único grau de liberdade, isto é, o deslocamento vertical. O comportamento elástico da haste horizontal de massa desprezível permite tratar o modelo como SDOF (“Single Degree of Freedom”).

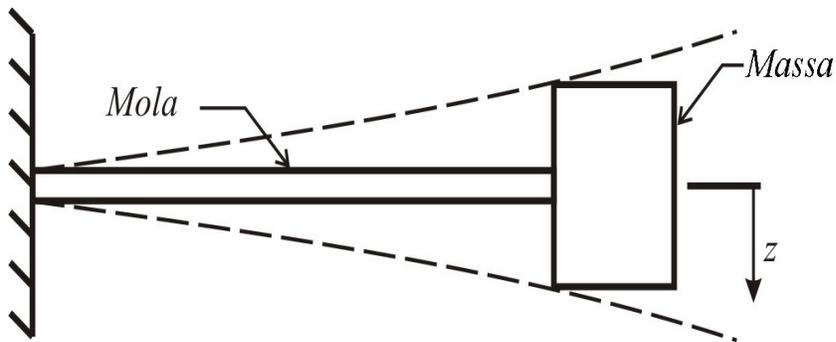


Figura 2.2 - Sistema massa - mola com um grau de liberdade.

Uma viga bi apoiada que suporta duas massas, Figura 2.3, pode servir de exemplo para o caso de um sistema com dois graus de liberdade. Nesta situação, os deslocamentos das massas m_1 e m_2 com relação à posição de equilíbrio podem ser os parâmetros independentes que determinam a posição do sistema em qualquer instante. Aumentando-se o número de massas concentradas da viga com massas distribuídas ao longo do seu comprimento, chega-se, ao limite, num sistema vibratório (Figura 3.4) com um número infinito de graus de liberdade, denominado sistema contínuo.

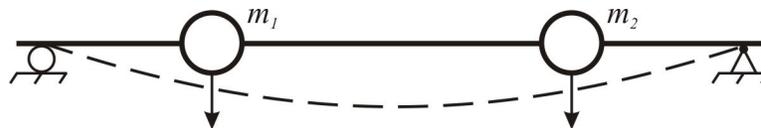


Figura 2.3 – Sistema com dois graus de liberdade.



Figura 2.4 – Sistema contínuo com infinitos graus de liberdade.

No caso de máquinas ou de seus elementos estruturais são também elaborados modelos matemáticos para estudos das vibrações. As figuras 2.5 e 2.6 ilustram modelos de máquinas com um grau de liberdade, apropriados para estudos de excitação da base de fundação ou do isolamento de vibrações indesejáveis.

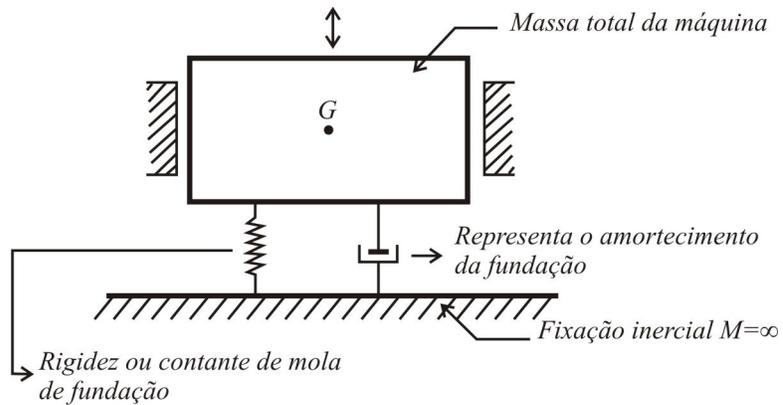


Figura 2.5 – Sistema de um grau de liberdade para simulação de vibração em base de máquinas.

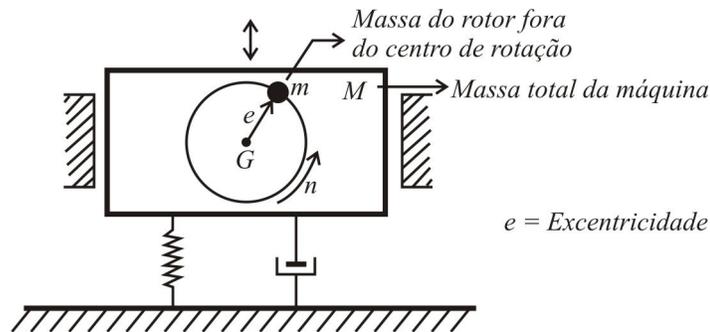
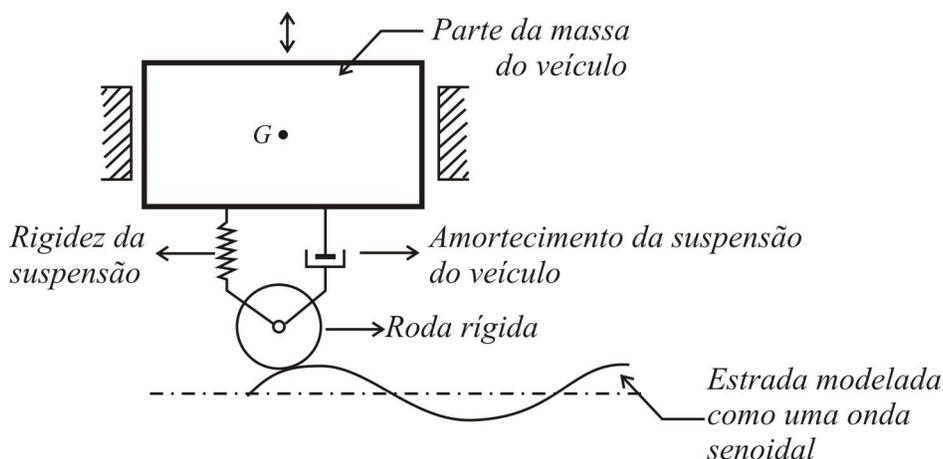


Figura 2.6 - Sistema de um grau de liberdade para simulação de vibração harmônica de máquinas.



Figuras 2.7 – Sistema de um grau de liberdade para simulação de um veículo em movimento.

A Figura 2.7 ilustra o modelo de um veículo simplificado, que tem um sistema de suspensão formado apenas por uma mola e um amortecedor em cada roda, caracterizados respectivamente por k e c . A excitação dinâmica no caso dessa figura ocorre por conta da irregularidade do pavimento, o que pode ser considerado como uma função trigonométrica simplificada.

Já a Figura 2.8 refere-se ao caso de uma motocicleta, representada por um sistema móvel com dois graus de liberdade, quais sejam, deslocamento vertical do centro da massa do veículo e rotação em torno de um eixo perpendicular ao plano de movimento. A rigidez aos outros deslocamentos e rotações (fora do plano do desenho) é supostamente muito grande. Nesse modelo supõe-se ainda que a rigidez dos pneus seja suficientemente grande comparada com a rigidez da mola da suspensão, o que permite desprezar a deformação do pneu e considerar a roda um corpo rígido. É interessante observar que o pavimento sobre o qual desliza o veículo pode ter ondulações suaves, descritas por meio de funções trigonométricas clássicas, ou irregularidades de caráter aleatório, o que repercutirá de modo diferenciado no comportamento dinâmico de veículo.

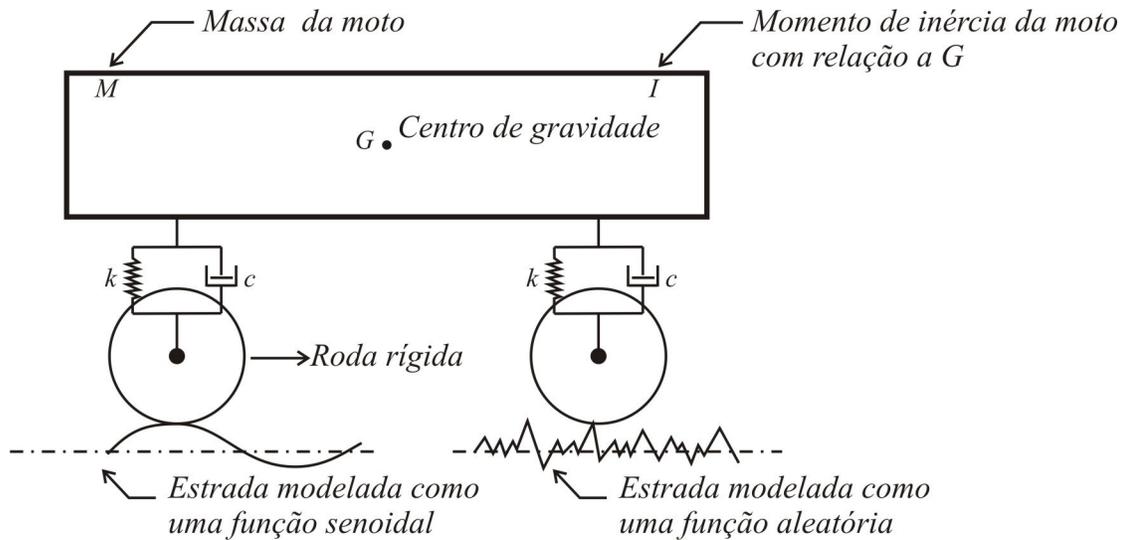


Figura 2.8 – Sistema móvel com dois graus de liberdade.

A Figura 2.9 mostra um modelo mais complexo que procura simular um automóvel. Nesse modelo estão incluídos três elementos de massas distintos: (1) o chassi; (2) as rodas, eixos, etc. (3) a combinação assento – passageiro. O passageiro pode ser representado pela massa rígida m_p e o assento, pela massa rígida m_s . A rigidez e o amortecimento do assento são representados por k_s e c_s , respectivamente; o atrito entre passageiro e o encosto do assento é representado por c_f . O chassi do automóvel é suportado pelo conjunto de rodas, freios, eixos, etc. Finalmente a mola representativa da elasticidade dos pneus, k_t está interposta entre o veículo e a estrada R . O modelo matemático da fig. 2.9 reúne, certamente, um mínimo de complexidade para avaliação dos principais elementos que contribuem ao conforto dos passageiros em viagem. Aplicando-se vários movimentos em R , pode-se calcular o efeito da rigidez dos pneus sobre o passageiro, sobre o amortecimento da suspensão principal e sobre o assento.

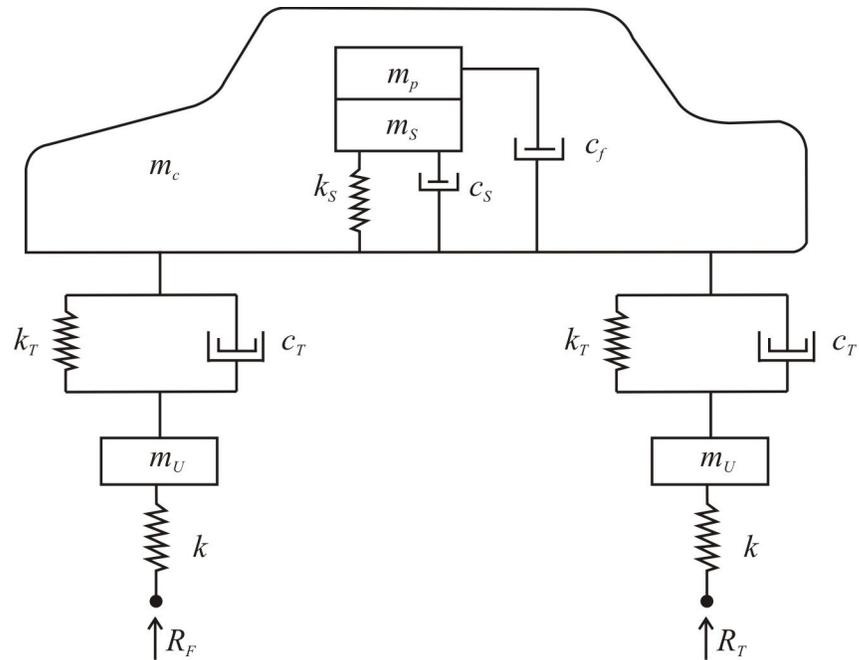


Figura 2.9.-Sistema dinâmico correspondente ao conjunto chassis, eixos e passageiros para um veículo de passeio.

Como se percebe dos modelos apresentados anteriormente, a combinação de um ou mais elementos de massa, mola e amortecedor pode ser suficiente e adequado para representar casos práticos simples ou complexos, de máquinas, estruturas ou veículos, cujos comportamentos dinâmicos se esteja procurando compreender.

Capítulo 3

Modelos Teóricos para Vigas Submetidas a Cargas Móveis.

O presente capítulo procura apresentar os principais modelos que descrevem e representam veículos em movimento sobre uma viga reta. Os modelos vão desde os mais simples, que não levam em consideração os efeitos inerciais do conjunto, até os mais complexos, que tratam do problema dinâmico de modo acoplado. Para maior aprofundamento sobre o tema podem ser consultados os livros tais como:

TIMOSHENKO, S., Young, D. H., WEAVER JR, W., *Vibration Problems in Engineering*. 2 ed. New York. John Wiley & Sons, 1974.

ESMAILZADEH, E., JALILI, N., Vehicle – passenger – structure interaction of uniform bridges traversed by moving vehicles. *Journal of Sound and vibration* 260 (2003) 611-635. Science Direct.

3.1.Vibração Livre

Considere-se equação diferencial da linha elástica de uma barra prismática (viga) obtida da Resistência dos Materiais [Timoshenko (1940)] como sendo:

$$EI \frac{\partial^4 z}{\partial x^4} = q \quad (3.1)$$

onde q indica a intensidade da carga distribuída e EI é rigidez flexural da viga. Adaptando-se esta equação para o caso de vibração livre lateral de uma viga, a partir do princípio de D'Alembert e substituído-se a intensidade q da carga lateral pela força de inércia por unidade de comprimento da viga, tem-se a equação na forma.

$$EI \frac{\partial^4 z}{\partial x^4} = -\frac{w}{g} \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} \quad (3.2)$$

onde w/g é a massa por unidade de comprimento da viga. A solução da equação (3.2) é especialmente simples no caso de uma viga simplesmente apoiada nas extremidades como mostrado na figura 3.1. Em tal caso, a viga vibrante tem a forma senoidal e pode satisfazer as condições de contorno A e B das extremidades tomando a solução na forma:

$$z = \phi_i \text{sen} \frac{i\pi x}{l} \quad (3.3)$$

onde i denota o número de meias ondas em que a viga vibrante é subdividida e ϕ_i é uma função do tempo. Substituindo-se a expressão (3.3) dentro da equação (3.2), obtém-se a equação:

$$\ddot{\phi}_i + \omega_i^2 \phi_i = 0 \quad (3.4)$$

na qual se usa a notação

$$\omega_i^2 = \frac{i^4}{l^4} \pi^4 \frac{EIg}{w} \quad (3.5)$$

A equação diferencial (3.4) representa um simples movimento harmônico como mostrado por Timoshenko et al (1974) em que a frequência é dada por:

$$f_i = \frac{\omega n_i}{2\pi} = \frac{\pi i^2}{2l^2} \sqrt{\frac{EIg}{w}} \quad (3.6)$$

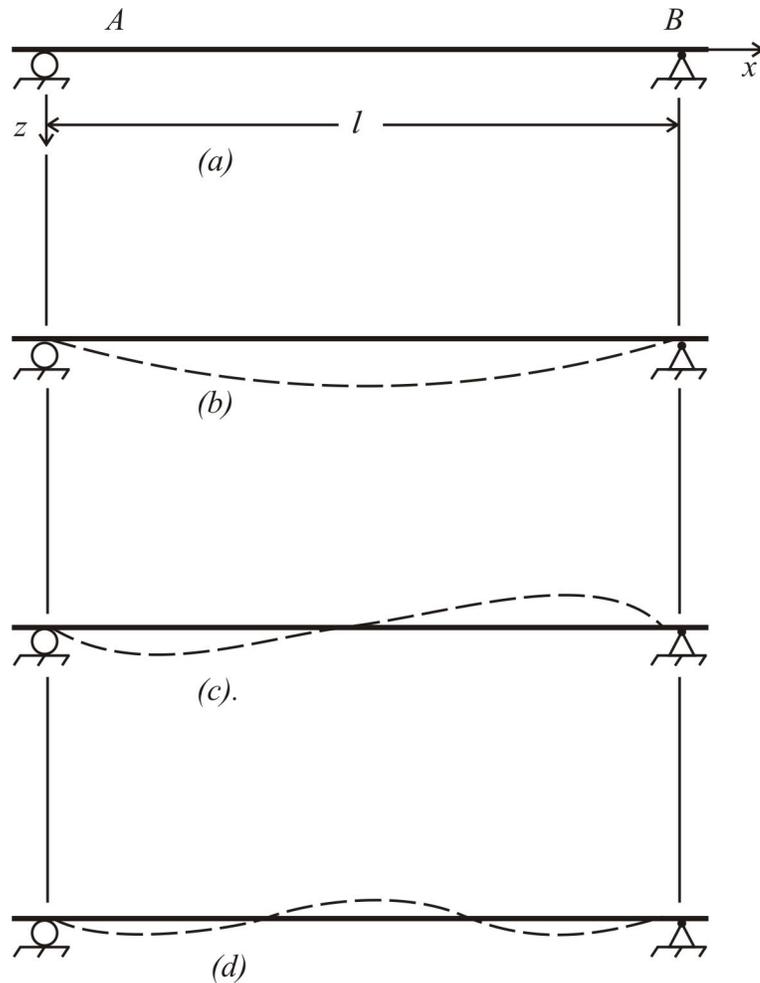


Figura 3.1 – Viga bi apoiada com três modos de vibração livre

Tomando-se $i = 1,2,3,\dots$, determinam-se os vários modos de vibração como os mostrados na Figura 3.1 b,c,d... Deve-se observar que a frequência de vibração dos diversos modos é proporcional ao quadrado do numero de i de meia onda e inversamente proporcional ao comprimento l da viga. Para uma viga

geometricamente similar, a freqüência de vibração decresce em proporção direta ao aumento das dimensões lineares.

3.2. Carga Distribuída Variável no Tempo

Para discutir vibração forçada de vigas, usando $q(x,t)$ para designar a intensidade de alguma força distribuída e em adição às forças de inércia no lado direito da Equação 3.2, tem-se que

$$EI \frac{\partial^4 z}{\partial x^4} = -\frac{w}{g} \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} + q(x,t) \quad (3.7)$$

Tomando-se a solução desta equação novamente na forma de (3.3) e substituindo-se na expressão (3.7) e desenvolvendo, tem-se :

$$\ddot{\phi}_i \text{sen} \frac{i\pi x}{l} + \omega_i^2 \phi_i \text{sen} \frac{i\pi x}{l} = \frac{g}{w} q(x,t) \quad (3.8)$$

Multiplicando-se ambos os lados da equação anterior por $\text{sen}(i\pi x)dx$ e integrando-se sobre o comprimento l da viga tem-se:

$$\ddot{\phi}_i + \omega_i^2 \phi_i = \frac{2g}{wl} \int_0^l q(x,t) \text{sen} \frac{i\pi x}{l} dx \quad (3.9)$$

Para uma dada força distribuída $q(x,t)$, a integral do lado direito da Equação (3.9) pode ser desenvolvida explicitamente, tal como indicado por Timoshenko et al (1974).

3.3. Carga Pontual Harmônica

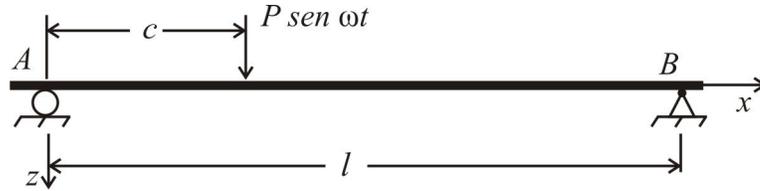


Figura 3.2 – Modelo carga pontual harmônica

Em certas circunstâncias, o carregamento pode se manifestar de uma forma pulsante harmônica. Como um exemplo, considere-se o caso de uma viga que suporta uma força estacionaria do tipo $P \text{ sen } \omega t$ tal como ilustrado na Figura. 3.2. Neste caso a função $q(x,t)$ desaparece para todos os valores de x exceto no ponto $x=c$. Desse modo, o lado direito da equação (3.9) pode ser substituído por:

$$\int_0^l q(x,t) \text{sen} \frac{i\pi x}{l} dx = P \text{ sen } \omega t \text{sen} \frac{i\pi c}{l} \quad (3.10)$$

A expressão anterior é substituída na equação (3.9), que se torna:

$$\ddot{\phi}_i + \omega n_i^2 \phi_i = \frac{2gP}{wl} \text{sen } \omega t \text{sen} \frac{i\pi c}{l} \quad (3.11)$$

Cuja solução geral para um intervalo de tempo de 0 até t_1 , corresponde a:

$$\phi_i = \frac{2gP}{\omega n_i w l} \text{sen} \frac{i\pi c}{l} \int_0^{t_1} \text{sen } \omega t \text{sen}(\omega n_i t_1 - \omega n_i t) dt \quad (3.12)$$

Integrando-se a equação (3.12) obtém-se:

$$\phi_i = \frac{2gP}{wl} \text{sen} \frac{i\pi c}{l} \left(\frac{\text{sen } \omega t}{\omega n_i^2 - \omega^2} - \frac{\omega}{\omega n_i} \frac{\text{sen } \omega n_i t}{\omega n_i^2 - \omega^2} \right) \quad (3.13)$$

Substituindo essa expressão para ϕ dentro da Equação (3.12), tomando-se o i -ésimo modo de vibração da viga e realizando o somatório, a solução completa para a viga submetida a $P \text{sen } \omega t$ torna-se:

$$z = \frac{2gP}{wl} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\text{sen}(i\pi c/l) \text{sen}(i\pi x/l)}{\omega n_i^2 - \omega^2} \text{sen } \omega t - \frac{2gP}{wl} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\omega}{\omega n_i} \frac{\text{sen}(i\pi c/l) \text{sen}(i\pi x/l)}{\omega n_i^2 - \omega^2} \text{sen } \omega n_i t \quad (3.14)$$

As primeiras séries, proporcionais ao $\text{sen } \omega t$, representam vibrações forçadas, tendo a mesma freqüência $\omega/2\pi$ da força de perturbação. As outras séries, proporcionais ao $\text{sen } \omega n_i t$, representam vibrações livres tendo as freqüências dadas pela equação (3.6). Deve-se salientar que na dedução apresentada não se considerou o efeito do amortecimento, o que faria com que a resposta transiente sofresse uma gradual redução ao longo do tempo.

Percebe-se que a parcela $\text{sen } \omega t$ pode ser muito próxima de qualquer uma das freqüências naturais ωn_i . Pode acontecer então que aquele termo na série irá se tornar muito amplo caracterizando assim uma condição de ressonância.

Para evitar a possibilidade de ressonância, é necessário que a freqüência do modo mais baixo de vibração ($i = 1$) seja muitas vezes maior que a freqüência da excitação. No caso em que a força de perturbação incide no meio da viga ($c = l/2$) e usando a relação de freqüência $\alpha = \omega/\omega_n$, o primeiro termo na equação (3.14) resulta:

$$z = \frac{2Pl^3}{\pi^4 El} \left[\frac{\text{sen}(\pi x/l)}{1 - \alpha^2} - \frac{\text{sen}(3\pi x/l)}{3^4 - \alpha^2} + \frac{\text{sen}(5\pi x/l)}{5^4 - \alpha^2} - \dots \right] \text{sen } \omega t \quad (3.15)$$

Para valores menores de α^2 , isto é, quando $\omega \ll \omega_n$, o primeiro termo isolado desta série representa a resposta do estado estacionário com ótima precisão. Conclui-se que a relação entre a deflexão estática e a dinâmica é da ordem $1/(1-\alpha^2)$. Se, por exemplo, $\omega = \omega_n/4$, a deflexão dinâmica ficará perto de 6% maior do que a deflexão estática.

3.4 Carga Pontual Móvel

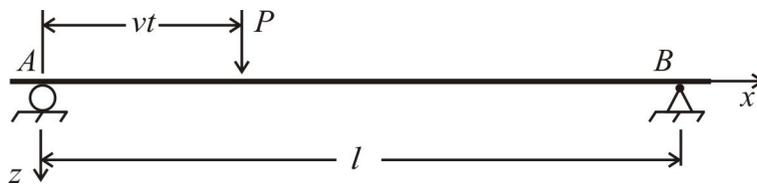


Figura 3.3 – Modelo carga pontual móvel

Seja agora o caso de uma carga móvel conforme mostrado na Figura 3.3 onde, a força de magnitude constante $P = P(x(t))$ move-se sobre a viga com a velocidade constante.

Considerando o instante inicial quando a força P está em A , a posição num instante qualquer será definida pela distância vt com exibido na Figura 3.3. Então, em tais casos a integral no lado direito da equação (3.9) é dado por:

$$\int_0^l q(x,t) \operatorname{sen} \frac{i\pi x}{l} dx = P \operatorname{sen} \frac{i\pi vt}{l} \quad (3.16)$$

Substituindo-se essa expressão naquela para a determinação do modo de vibrar ϕ (Equação (3.9)) resulta em:

$$\ddot{\phi} + \omega_i^2 \phi = \frac{2gP}{wl} \text{sen} \frac{i\pi vt}{l} \quad (3.17)$$

Inserindo estas mudanças na solução geral, obtém-se a seguinte solução para este caso de uma força constante P transitando a uma velocidade constante v sobre uma viga :

$$z = \frac{2gP}{wl} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\text{sen}(i\pi x/l) \text{sen}(i\pi vt/l)}{\omega_i^2 - i^2 \pi^2 v^2 / l^2} - \frac{2gP}{wl} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{i\pi v}{\omega_i l} \frac{\text{sen}(i\pi x/l) \text{sen} \omega_i t}{\omega_i^2 - i^2 \pi^2 v^2 / l^2} \quad (3.18)$$

Como, anteriormente, os primeiros termos da série de soluções representam as vibrações forçadas induzidas na viga, ao passo que os termos seguintes representam vibrações livres. Num caso particular, considera-se que o tempo estimado para a força P cruzar a extensão seja de apenas meio período τ do primeiro modo de vibração livre, que corresponde a $2l/v = \tau = 2\pi/\omega_1$. Neste caso, o primeiro termo da série será infinito $\omega_i^2 = \pi^2 v^2 / l^2$, mas a diferença é finita e pode ser expressa na forma:

$$Z \approx -\frac{Pgt}{w\pi v} \cos \frac{\pi vt}{l} \text{sen} \frac{\pi x}{l} \quad (3.19)$$

Esta expressão tem seu valor máximo quando $vt=l$, o qual é, apenas o movimento da força P chegando na extremidade da viga, quando se tem o valor:

$$z_{\max} = \frac{Pgl}{w\pi v^2} \text{sen} \frac{\pi x}{l} \quad (3.20)$$

Observando que

$$\omega_n^2 = \frac{\pi^4 EIg}{wl^4} = \frac{\pi^2 v^2}{l^2} \quad (3.21)$$

obtém-se

$$z_{\max} = \frac{Pl^3}{\pi^3 EI} \operatorname{sen} \frac{\pi x}{l} \quad (3.22)$$

A deflexão dinâmica máxima da viga sob a ação de uma carga móvel é cerca de 50% maior do que a deflexão estática produzida pela mesma força aplicada no meio da viga. No caso de pontes, o tempo estimado para uma carga em movimento para atravessar a extensão da viga é usualmente grande em comparação com o período do mais baixo modo de vibração.

3.5. Modelo Massa - Móvel

No estudo do efeito dinâmico de uma massa móvel sobre uma viga (Figura 3.4), dois casos extremos podem ser considerados: (1) a massa da carga móvel é pequena em comparação com a massa da viga ou estrutura; (2) a massa da carga móvel é muito grande em comparação com a massa da ponte considerada e, neste caso, os efeitos inerciais não podem ser desprezados. Assim, o primeiro caso assemelha-se ao de uma carga móvel atuante sobre a viga, que apresentará deflexão proporcional à pressão R da massa sobre a estrutura, isto é,

$$z = \frac{Rx^2(l-x)^2}{3EI} \quad (3.23)$$

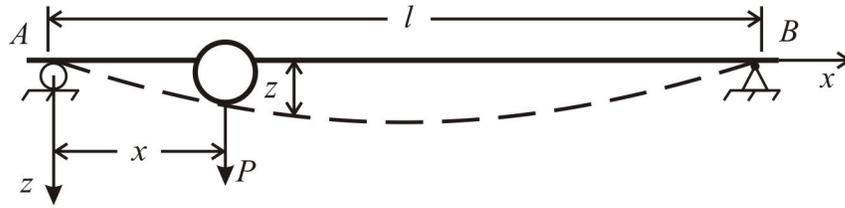


Figura 3.4 – Modelo massa-móvel

Admitindo que a carga P se move ao longo da viga com velocidade constante obtém-se:

$$\frac{dz}{dt} = v \frac{dz}{dx} \qquad \frac{d^2z}{dt^2} = v^2 \frac{d^2z}{dx^2} \qquad (3.24)$$

e a pressão R na viga será

$$R = P \left(1 - \frac{v^2}{g} \frac{d^2z}{dx^2} \right) \qquad (3.25)$$

Substituindo esta equação em (3.23), obtém-se:

$$z = P \left(1 - \frac{v^2}{g} \frac{d^2z}{dx^2} \right) x^2 \frac{(l-x)^2}{3EI} \qquad (3.26)$$

Esta última equação determina a trajetória dos pontos de contato da carga rodante em relação a viga. Uma solução aproximada da equação (3.26) pode ser conseguida pela admissão de que a trajetória dos pontos de contato seja a mesma que existiria no caso da velocidade ser zero, isto é, carga estática, e substituída na expressão (3.26), resultando:

$$z = \frac{Px^2(l-x)^2}{3EI} \qquad (3.27)$$

Neste caso, a pressão máxima corresponde a:

$$R_{\max} = P \left(1 + \frac{v^2}{g} \frac{Pl}{3EI} \right) \quad (3.28)$$

3.6. Modelos Massa - Mola - Amortecedor

3.6.1. Aspectos Gerais

Os modelos descritos anteriormente não atendem às complexidades do atual desenvolvimento do sistema de transporte (carros rápidos, ônibus modernos, trens em alta velocidade, *trucks* com múltiplos contêineres, etc).

Portanto, é essencial um estudo do comportamento das pontes sob cargas dinâmicas em movimento para diferentes velocidades. Serão apresentados a seguir alguns modelos encontrados na literatura que simulam um veículo em movimento em grau maior ou menor de sofisticação.

Sabe-se que, devido ao emprego de materiais de alta resistência, as estruturas das pontes têm se tornado muito leves e flexíveis, com grandes vãos, em comparação com os projetos mais antigos. Por esse motivo, requerem um cuidado maior no estudo das vibrações e recomendam uma análise de interação ponte-veículo.

Um desses modelos é o indicado na Figura 3.5, composto por duas massas M_1 e M_2 , e que correspondem às massas da suspensão e do veículo (incluindo os passageiros) respectivamente. Associadas a essas massas consideram-se também os correspondentes amortecimentos e rigidezes (c_1, k_1) e (c_2, k_2) . Um sistema como este será detalhadamente descrito no Capítulo 4.

Outro modelo é tal como o indicado na Figura 3.6, que considera vários graus de liberdade e incorpora as massas do motorista, passageiro e do próprio carro, além das massas das suspensões dianteira e traseira. As rigidezes e os amortecimentos das suspensões são também levados em consideração, além da rigidez e amortecimento dos assentos dos usuários do veículo e das rodas em contato com o piso.

Com modelos desse tipo, pretende-se encontrar com maior precisão resultados como a velocidade crítica com a qual se observa a deflexão transversal dinâmica máxima da ponte e os momentos ocasionados por conta dessa deformação.

A análise dinâmica deste problema é consideravelmente mais complexa do que o modelo força concentrada de magnitude constante por envolverem o acoplamento do movimento do veículo com o movimento da própria ponte. O movimento do modelo é considerado como um sistema dinâmico com vários graus de liberdade.

Em relação a figura 3.5 admite-se que os pneus estejam em contato direto com o pavimento, não havendo possibilidade de descolamentos. Os graus de liberdade do veículo são $z_1(t)$ e $z_2(t)$, tanto para as rodas quanto para os passageiros. Acompanha-se a movimentação do centro de massa do veículo.

A força de interação vertical $F(t)$ atuando no veículo em movimento pode ser escrita a partir do diagrama de corpo livre do movimento do veículo como

$$\begin{aligned}
 F(t) &= C_1[\dot{z} - \dot{z}_1] + k_1[z - z_1] \\
 F(t) &= M_1g + M_1\ddot{z}_1 + C_2[\dot{z}_1 + \dot{z}_2] + k_2[z_1 - z_2]
 \end{aligned}
 \tag{3.30}$$

em que g é a aceleração devido à gravidade. Nota-se que a primeira expressão na Equação (3.30) é obtida usando balanço de força no ponto de contato do pneu com a estrada, enquanto a segunda expressão é definida utilizando força de balanço em M_1 .

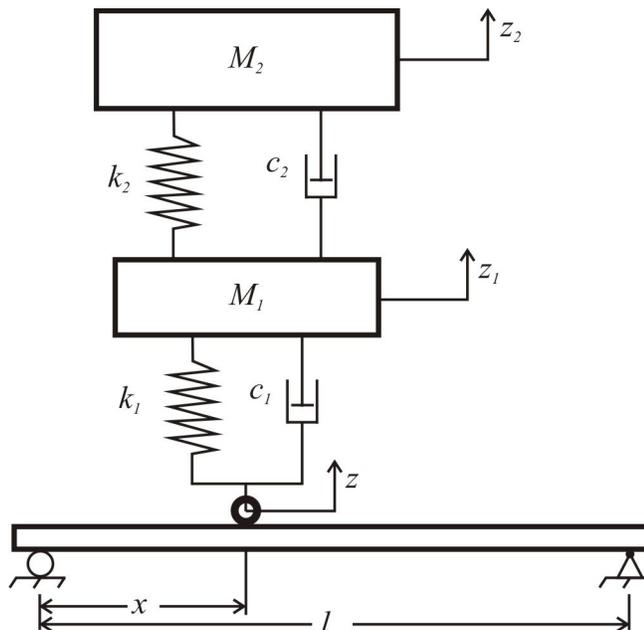


Figura 3.5 – Esquema de suspensão de um modelo quarto de carro atravessando uma ponte

3.6.2. Hipóteses e Formulação

Modelos que levam em conta a interação ponte-veículo podem ser desenvolvidos a partir dos modelos de vigas de Euler- Bernoulli e, se os efeitos transversais forem importantes, pode-se adotar a teoria das vigas de Timoshenko.

Supondo que o veículo avança pela ponte com velocidade $v(t)$, onde $u(t)$ é a posição do centro de gravidade (c.g.) do corpo do veículo medido da extrema esquerda do ponto de apoio da ponte como mostra a figura 3.6.

Considera-se o veículo tendo uma componente vertical de balanço e movimento angular em arco, com todos os eixos tendo seu próprio balanço.

O motorista e o passageiro são forçados a terem somente oscilações verticais.

A comodidade do sistema de suspensão, os rodados e os assentos dos passageiros são assistidos por um arranjo físico modelado pela combinação de molas lineares helicoidais e amortecedores acoplados em disposição paralela.

A ponte é modelada como uma viga suposta simplesmente apoiada e inicialmente considerada livre de qualquer carga ou deflexão e ,lógico, e a posição de equilíbrio sob seu próprio peso e o eixo horizontal.

Os deslocamentos estabelecidos das diversas posições do veículo são também medidos a partir de suas posições de equilíbrio estático calculadas apenas depois do veículo ingressar na ponte. Por isso, o efeito gravitacional do peso próprio do veículo constitui um aditivo da carga móvel variável atuando sobre a ponte considerada.

3.6.3. Estabelecendo as Equações de Movimento

Com o objetivo de gerar as equações que estabelecem o movimento do trinômio passageiro – veículo – ponte do modelo de interação, um método da energia é aplicado para o modelo da figura 3.6 em que os termos são designados por:

Para viga:

l = comprimento;

E = módulo de elasticidade;

ρ = massa por unidade de comprimento;

c = coeficiente de amortecimento.

Para o veículo:

j = inércia do corpo;

m_s = massa do corpo;

m_{t1} = massa do eixo dianteiro;

m_{t2} = massa do eixo traseiro;

m_{p1} = massa do motorista;

m_{p2} = massa do passageiro;

c_1 = amortecimento do eixo dianteiro;

c_2 = amortecimento do eixo traseiro;

c_{t1} = amortecimento da roda dianteira;

c_{t2} = amortecimento da roda traseira;

c_{p1} = amortecimento do assento dianteiro;

c_{p2} = amortecimento do assento traseiro;

k_1 = rigidez do eixo dianteiro;

k_2 = rigidez do eixo traseiro;

k_{t1} = rigidez da roda dianteira;

k_{t2} = rigidez da roda traseira;

k_{p1} = rigidez do assento dianteiro;

k_{p2} = rigidez do assento traseiro;

d_1 = distância do eixo de simetria vertical do carro até o assento dianteiro;

d_2 = distância do eixo de simetria vertical do carro até o assento traseiro;

b_1 = distância do eixo de simetria vertical do carro até a roda dianteira;

b_2 = distância do eixo de simetria vertical do carro até a roda traseira.

Para caracterizar a deformação elástica vertical da ponte, pode-se associar o deslocamento pela ordenada $z(x,t)$ para cada ponto no eixo neutro indeformado da ponte, sendo que a abscissa x é a variável de referência na linha de extensão da viga principal medida a partir da extremidade esquerda do apoio da viga e t o tempo decorrido.

Na derivação que se segue, as notações entre aspas “.” e os símbolos “ ‘ ” são associados à derivada parcial das variáveis que dizem respeito ao tempo e a posição da abscissa x , respectivamente .

A energia cinética do sistema pode ser agora expressa como

$$T = \frac{1}{2} \left\{ \int_0^l \rho [\dot{z}^2 |_{x,t}] dx + m_s \dot{z}_s^2 + j \dot{\theta}^2 + m_{p1} \dot{z}_{p1}^2 + m_{p2} \dot{z}_{p2}^2 + m_{r1} \dot{z}_{r2}^2 + m_{r2} \dot{z}_{r2}^2 \right\} \quad (3.31)$$

onde ρ é a massa por unidade de comprimento da viga uniforme e os outros parâmetros envolvidos estão definidos na figura 3.6.

A energia potencial do sistema, considerando hipóteses de tensões lineares, podem ser expressas como:

$$\begin{aligned}
U = \frac{1}{2} \left\{ \int_0^l EI [y''(x,t)]^2 dx + k_{p1} [y_s + d_1 \theta - y_{p1}]^2 \right. \\
+ k_{p2} [y_s - d_2 \theta - y_{p2}]^2 + k_1 [y_s + b_1 \theta - y_{t1}]^2 \\
+ k_2 [y_s - b_2 \theta - y_{t2}]^2 + k_{t1} [y_{t1} - y(\xi_1, t)]^2 H(x - \xi_1(t)) \\
\left. + k_{t2} [y_{t2} - y(\xi_2, t)]^2 H(x - \xi_2(t)) \right\} \quad (3.32)
\end{aligned}$$

onde EI é a rigidez flexural da viga e $H(x)$ é a função degrau.

A localização dos pontos de contato do rodado dianteiro e traseiro com a superfície da ponte são dadas pelas expressões:

$$\xi_1(t) = u(t) + b_1, \quad \xi_2(t) = u(t) - b_2 \quad (3.33)$$

Nota-se que a energia de deformação axial, não é incluída na energia potencial (3.32) para consistência da formulação. O estabelecimento da equação de movimento pode agora ser derivada pela aplicação do "Princípio de Hamilton".

Especificamente, a variável elástica z pode ser expressa como a soma finita da aproximação de Galerkin.

$$z(x, t) = \sum_{i=1}^n \phi_i(x) q_i(t) \quad (3.34)$$

onde $q(i)$ são as coordenadas generalizadas para a deflexão elástica do elemento de viga e $\phi_i(x)$ são os modos de vibrar de uma viga que necessariamente satisfazem as condições de contorno do tipo Dirichlet do problema.

As condições de ortogonalidade dentre estas formas também podem derivadas como:

$$\int_0^l \rho \phi_i(x) \phi_j(x) dx = N_i \delta_{ij} \quad \int_0^l EI \phi_i''(x) \phi_j''(x) dx = S_i \delta_{ij} \quad (3.35)$$

onde δ_{ij} , é o delta de Kronecker para $i, j = 1, 2, \dots, n$, e s_i , são definidos pelo sistema $i=j$ na equação (3.35) e N_i e S_i são definidos pela equação (3.35) quando $i=j$.

O efeito gravitacional do peso próprio do veículo age sobre a ponte e as forças de amortecimento são dissipadas em ambos, isto é, na suspensão do veículo e na estrutura.

Da ponte são consideradas como forças não conservativas na formulação de Lagrange. A força gravitacional, em termos da função degrau, é expressa como:

$$\begin{aligned}
 f_g(x, t) &= - \left(m_{t1} + m_s \frac{b}{b_1 + b_2} + m_{p1} \frac{b_2 + d_1}{b_1 + b_2} + m_{p2} \frac{b_2 - d_2}{b_1 + b_2} \right) g H(x - \xi_1(t)) \\
 &\quad - \left(m_{t2} + m_s \frac{b_1}{b_1 + b_2} + m_{p1} \frac{b_1 - d_1}{b_1 + b_2} + m_{p2} \frac{b_1 + d_2}{b_1 + b_2} \right) g H(x - \xi_2(t)) \\
 &= - (f_{g1} H(x - \xi_1(t)) + f_{g2} H(x - \xi_2(t)))
 \end{aligned} \tag{3.36}$$

A função dissipação de Rayleigh pode ser escrita como:

$$\begin{aligned}
 R &= \frac{1}{2} \{ c \dot{z}^2(x, t) + c_{p1} [\dot{z}_s + d_1 \dot{\theta} - \dot{z}_{p1}]^2 \\
 &\quad + c_{p2} [\dot{z}_s - d_2 \dot{\theta} - \dot{z}_{p2}]^2 + c_1 [\dot{z}_s + b_1 \dot{\theta} - \dot{z}_{t1}]^2 \\
 &\quad + c_2 [\dot{z}_s - b_2 \dot{\theta} - \dot{z}_{t2}]^2 + c_{t1} [\dot{z}_{t1}(t) - \dot{z}(\xi_1(t), t)]^2 H(x - \xi_1(t)) \\
 &\quad + c_{t2} [\dot{z}_{t2} - \dot{z}(\xi_2(t), t)]^2 H(x - \xi_2(t))
 \end{aligned} \tag{3.37}$$

onde c é o coeficiente linear equivalente do amortecimento da ponte.

As equações de Euler - Lagrange para seis variáveis envolvidas podem ser expressas como:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{p}_k(t)} \right) - \frac{\partial T}{\partial p_k(t)} + \frac{\partial U}{\partial p_i(t)} + \frac{\partial R}{\partial \dot{p}_k(t)} = 0 \quad k = 1, 2, \dots, 6 \quad (3.38)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i(t)} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i(t)} + \frac{\partial U}{\partial q_i(t)} + \frac{\partial R}{\partial \dot{q}_i(t)} = Q_i \quad i = 1, 2, \dots, n$$

onde os vetores das variáveis de estados para o binômio passageiro – veículo são dados por:

$$p(t) = \{z_s \quad \theta \quad z_{p1} \quad z_{p2} \quad z_{t1} \quad z_{t2}\}^T \quad (3.39)$$

Além disso, a expressão para a força Q_i generalizada pode ser dada como:

$$Q_i = \int_0^l \phi_i(x) f_g(x, t) dx, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (3.40)$$

Levando em conta as condições de ortogonalidade e a aproximação de Galerkin, pode-se derivar as equações de movimento do sistema. O modelo passageiro – veículo é estabelecido por equações diferenciais de segunda ordem do movimento, que podem ser derivadas da forma geral.

A equação do movimento vertical para a massa amortecida é:

$$\begin{aligned} & m_s \ddot{z}_s + c_1 [\dot{z}_s + b_1 \dot{\theta} - \dot{z}_{t1}] + c_{p1} [\dot{z}_s + d_1 \dot{\theta} - \dot{z}_{p1}] \\ & + c_2 [\dot{z}_s - b_2 \dot{\theta} - \dot{z}_{t2}] + c_{p2} [\dot{z}_s - d_2 \dot{\theta} - \dot{z}_{p2}] \\ & + k_1 [z_s - b_1 \theta - z_{t1}] + k_{p1} [z_s - d_1 \theta - z_{p1}] \\ & + k_2 [z_s - b_2 \theta - z_{t2}] + k_{p2} [z_s - d_2 \theta - z_{p2}] = 0 \end{aligned} \quad (3.41)$$

A equação do movimento angular da massa amortecida tem a forma de,

$$\begin{aligned}
& J\ddot{\theta} + c_1 b_1 [\dot{z}_s + b_1 \dot{\theta} - \dot{z}_{t1}] + c_{p1} d_1 [\dot{z}_s + d_1 \dot{\theta} - \dot{z}_{p1}] \\
& - c_2 b_2 [\dot{z}_s - b_2 \dot{\theta} - \dot{z}_{t2}] - c_{p2} [\dot{z}_s - d_2 \dot{\theta} - \dot{z}_{p2}] \\
& + k_1 b_1 [z_s + b_1 \theta - z_{t1}] + k_{p1} [z_s - d_1 \theta - z_{p1}] \\
& - k_2 b_2 [z_s - b_2 \theta - z_{t2}] + k_{p2} d_2 [z_s - d_2 \theta - z_{p2}] = 0
\end{aligned} \tag{3.42}$$

A equação do movimento vertical do motorista é dada por:

$$\begin{aligned}
& m_{p1} \ddot{z}_{p1} + c_{c1} [\dot{z}_{p1} - \dot{z}_s - d_1 \dot{\theta}] \\
& + k_{p1} [z_{p1} - z_s - d_1 \theta] = 0
\end{aligned} \tag{3.43}$$

enquanto que a equação do movimento vertical do passageiro é expressada por:

$$\begin{aligned}
& m_{p2} \ddot{z}_{p2} + c_{p2} [\dot{z}_{p2} - \dot{z}_s - d_2 \dot{\theta}] \\
& + k_{p2} [z_{p2} - z_s - d_2 \theta] = 0
\end{aligned} \tag{3.44}$$

A equação do movimento vertical para o eixo é dada como:

$$\begin{aligned}
& m_{t1} \ddot{z}_{t1} + c_1 [\dot{z}_{t1} - \dot{z}_s - b_1 \dot{\theta}] + c_{t1} [\dot{z}_{t1} - \dot{z}(\xi_1(t), t) D_1] \\
& + k_1 [z_{t1} - z_s - b_1 \theta] + k_{t1} [z_{t2} - z(\xi_2(t), t) D_1] = 0
\end{aligned} \tag{3.45}$$

A equação do movimento vertical para o eixo traseiro, é expressa por:

$$\begin{aligned}
& m_{t2} \ddot{z}_{t2} + c_2 [\dot{z}_{t2} - \dot{z}_s - b_2 \dot{\theta}] + c_{t2} [\dot{z}_{t2} - \dot{z}(\xi_2(t), t) D_2] \\
& + k_2 [z_{t2} - z_s - b_2 \theta] + k_{t2} [z_{t2} - z(\xi_2(t), t) D_2] = 0
\end{aligned} \tag{3.46}$$

Assim, o comportamento dinâmico da ponte é descrito por n equações diferenciais de segunda ordem dadas por:

$$\begin{aligned}
& N_i \ddot{q}_i(t) + S_i q_i(t) + D_i \phi(\xi_1(t)) \{ f_{g1} + [c_{t1}] \dot{z}(\xi_1(t), t) D_1 - \dot{z}_{t1} \} + k_{t1} [z(\xi_1(t), t) D_1 - z_{t1}] \} \\
& + D_2 \phi_i(\xi_2(t)) \{ f_{g2} + c_{t2} [\dot{z}(\xi_2(t), t) D_2 - \dot{z}_{t2}] + k_{t2} [z(\xi_2(t), t) D_2 - z_{t2}] \} = 0
\end{aligned} \tag{3.47}$$

onde os coeficientes D_1 e D_2 dependem do intervalo do movimento definido pelos quatros estágios seguintes :

$$\begin{aligned}0 \leq t < t_1, \quad D_1 = 1, D_2 = 0 \\t_1 \leq t < t_2, \quad D_1 = 1, D_2 = 1 \\t_2 \leq t < t_3, \quad D_1 = 0, \quad D_2 = 1 \\t_3 \leq t, \quad D_1 = 0, D_2 = 0\end{aligned}\tag{3.48}$$

Onde os parâmetros t_1, t_2, t_3 são os tempos respectivos quando o segundo rodado ingressa na ponte, o primeiro rodado deixa a ponte e o segundo rodado deixa a ponte.

As equações (3.41) a (3.48) constituem um sistema de $(n+6)$ equações diferenciais de segunda ordem casadas com os coeficientes variáveis de tempo .

Certamente, os dois coeficientes D_1 e D_2 e as funções $\phi_i(\xi_1(t))$ e $\phi_i(\xi_2(t))$ representam estes coeficientes do enunciado das equações de movimento.

Capítulo 4

ELEMENTO DE INTERAÇÃO VEÍCULO-PONTE PARA ANÁLISE DINÂMICA

4.1. Equações Dinâmicas para o Sistema Acoplado

O uso de métodos analíticos convencionais, com soluções fechadas para resolver problemas de análises dinâmicas em sistemas de estruturas de comportamento elástico e linear é viável, mas aplicável somente para situações relativamente muito simples de velocidade constante do veículo, etc.

As soluções analíticas convencionais são muito trabalhosas ou mesmo impossíveis em termos práticos, e requerem uma formulação matemática muito apurada, inviabilizando por vezes as análises.

Por outro lado, há pesquisadores que demonstram interesse crescente por estudos e desenvolvimentos mais precisos, não só do ponto de vista de sistemas de estruturas com dinâmica simples, mas também sobre aqueles de comportamento complexo. A forma mais eficiente que tem se mostrado é a modelagem computacional e, dentre as diversas alternativas, o Método dos Elementos Finitos é o que tem maior abrangência.

Neste trabalho de determinação da resposta dinâmica do sistema veículo – ponte, dois sistemas de equações de movimento podem ser apresentados, um para o veículo e outro para a ponte, respectivamente. A existência de forças de interação entre os pontos de contacto dos dois subsistemas faz com que as equações governantes se tornem acopladas. Os pontos de contacto são ao mesmo tempo dependentes, e, por isso, os sistemas de matrizes tornam-se também dependentes. Para resolver estes dois sistemas de equações, procede-se de uma maneira

interativa adotada por diversos trabalhos (por exemplo, Hwang e Nowak 1991; Green e Cebon 1994; Yang e Fonder 1996). Nesta prática, primeiro se admitem os deslocamentos dos pontos de contacto, sendo estes a primeira expressão para solucionar as equações que determinarão as forças de interação e então determinar a solução das equações da ponte por valores otimizados dos deslocamentos dos pontos de contacto. A vantagem de tais aproximações é que a reação de veículos e pontes em qualquer grau de atuação é passível de avaliação.

Outras aproximações para solucionar os problemas de VBI (vehicle bridge interaction) incluem as mesmas baseadas no método de condensação. Garg e Dukkipati (1984) utilizaram a redução esquemática de Guyan para condensar os graus de liberdade do veículo em relação ao da ponte. Recentemente, Yang et al (1995) usaram o método de condensação dinâmica para eliminar todos os graus de liberdade dos veículos ao nível dos elementos.

Para resolver a dependência do sistema de matrizes nas posições das rodas como cargas pontuais, a técnica de condensação elimina os graus de liberdade de vibração veicular no nível do elemento e, por isso será adotado neste trabalho.

Primeiramente, dois sistemas de equações de movimento são apresentados, um deles para a ponte e o outro para cada uma das massas assistidas por amortecimento que compõe o veículo. A equação do movimento dinâmico é de modo discreto, empregando-se o Método dos Elementos Finitos para representar o domínio e as condições de contorno, e o de Newmark para solucionar o problema transiente. O resultado é a implementação de um modelo no qual todos os elementos detém o mesmo número de graus de liberdade como se fossem elementos semelhantes. A aplicabilidade do atual elemento da VBI está ilustrada adiante em estudos numéricos.

Como está exibido na Figura 4.1, a ponte é tratada como uma viga reta – sobre a qual está viajando um veículo com velocidade constante v idealizada, podendo ser representado por uma série de massas molas amortecidas, as quais por sua vez estão atuando sobre a ponte. Neste estudo, o elemento de interação é definido como uma viga associada a massas e componentes da suspensão do veículo atuando diretamente na ponte, como se pode ver na Figura 4.2. Nessa figura,

percebe-se que a irregularidade da linha férrea $r(x)$ e seu lastro com rigidez K_B são também levados em conta. Para as partes da ponte que não estão diretamente sobre a ação dos veículos, elas são modeladas por elementos convencionais lineares de vigas. Ainda que, para a maioria das partes componentes que estejam em contato direto com os veículos, os elementos de interação consideram os efeitos colaterais das unidades de suspensão como indispensáveis à compressão do conjunto mecânico como todo.

Neste trabalho a notação $[]$ é adotada para a matriz quadrada, $\{ \}$ para um vetor coluna e $()$ para um vetor transposto. O modelo explicitado na figura 4.2 será tomado como base para desenvolvimento e implementação computacional do VBI. O sub-índice “b” será empregado para referenciar variáveis ou propriedades associadas à viga da ponte. Analogamente, os sub-índices “B”, “w” e “v” serão empregados, respectivamente, para o estrado, para a roda e para o veículo. Note ainda que o veículo possui dois graus de liberdade, z_1 e z_2 , enquanto que a viga possui também dois graus de liberdade por nó.

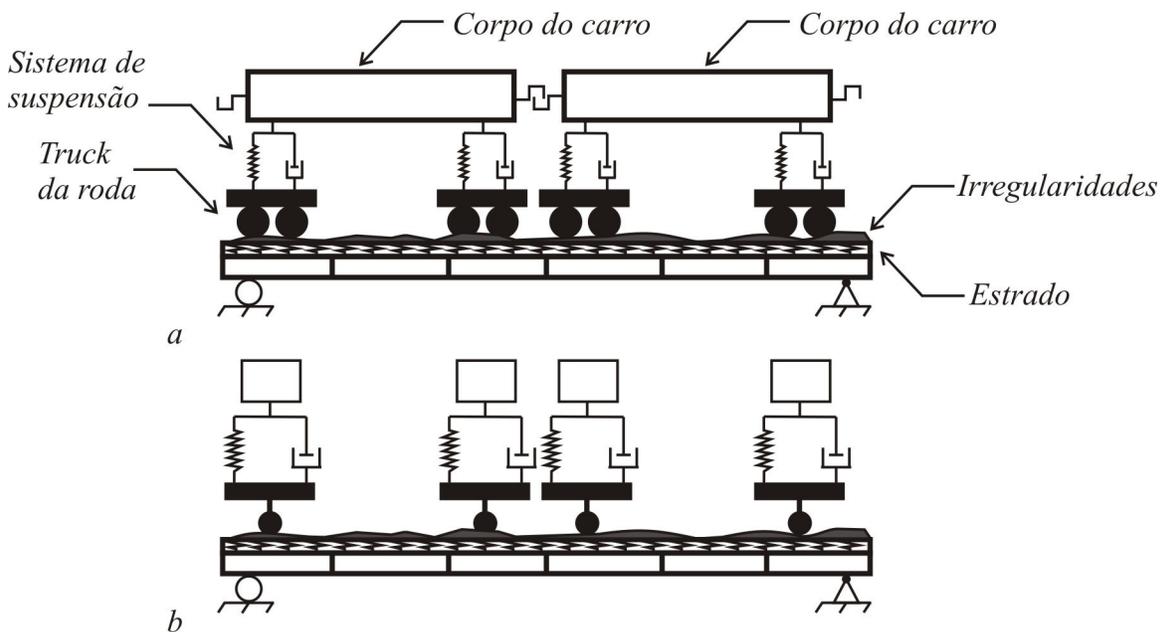


Fig. 4.1. Sistema Veículo – Ponte : (a) Modelo Geral ; (b) Modelo Massa – Mola - Amortecedor

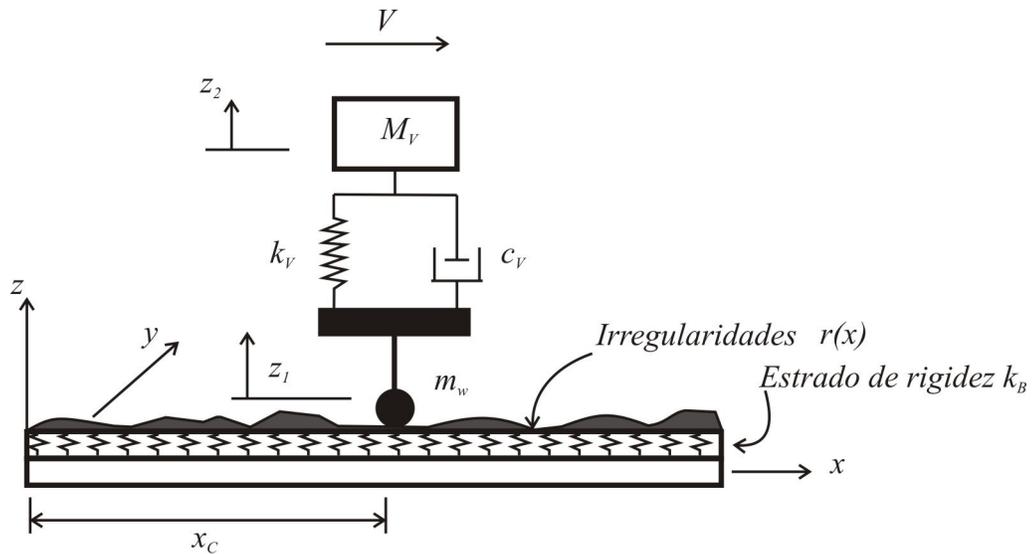


Fig. 4.2. Elemento de interação Veículo – Ponte

Para o desenvolvimento das equações, considera-se que as forças externas atuando sobre a ponte sejam expressas por meio de um vetor, cujo número de posições é igual ao número de graus de liberdade da ponte. Assim, o vetor de forças externas é dado por $\{p_v(t)\} = (p, 0)$, onde $p = - (M_v + m_w)g$ e g = aceleração da gravidade. As equações de movimento para o sistema de massa com amortecedor na Figura 4.2 escrita na forma geral tem -se:

$$f_I + f_D + f_S = f$$

Onde f_I = força de inércia, f_D = força de amortecimento, f_S = força elástica
 f = forças externas.

Que podem ser expressa por (Frýba 1972):

$$\begin{bmatrix} m_w & 0 \\ 0 & M_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{z}_1 \\ \ddot{z}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_v & -c_v \\ -c_v & c_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_v & -k_v \\ -k_v & k_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p + f_c \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.1)$$

onde f_c é igual à força de interação presente entre a roda suposta maciça e o elemento da ponte.

Seja x_c a posição de atuação do sistema massa mola amortecida (conforme Figura 4.2) e $\{N_c\}$ um vetor que contém as funções de interpolação cúbicas Hermitianas dos esforços verticais na viga, isto é, $N_c = \{N_i(x_c)\}$. A força de interação pode ser expressa como:

$$f_c = k_B (\langle N_c \rangle \{u_b\} + r_c - z_1) \geq 0 \quad (4.2)$$

onde a condição de $f_c \geq 0$ é necessária para impedir a separação do veículo em relação à ponte e k_B é igual à rigidez do estrado. O vetor $\{u_b\}$ é igual aos deslocamentos nos nós da viga, e r_c é a irregularidade do pavimento no ponto de contato x_c , cujo valor varia a qualquer momento.

As equações de movimento dinâmico para a ponte podem ser expressas como:

$$[m_b] \{\ddot{u}_b\} + [c_b] \{\dot{u}_b\} + [k_b] \{u_b\} = \{p_b\} - \{N\} f_c \quad (4.3)$$

onde $[m_b]$, $[c_b]$ e $[k_b]$ correspondem às matrizes de massa, amortecimento e de rigidez, respectivamente, de um elemento da ponte; e $\{p_b\}$ é o vetor de forças externas.

O elemento da ponte pode ser tratado em problemas 3D como sendo um poliedro tridimensional do elemento da viga, com exatas três translações e outras três rotações. Para modelos 2D, como o desenvolvido no presente trabalho, existem dois graus de liberdade por nó, sendo um de translação e outro de rotação.

Como se pode deduzir de (4.1) e (4.3) o veículo e a ponte interagem entre si por meio da força de contato f_c , as quais variam como uma função do tempo e da posição.

Para assegurar que o veículo esteja sempre em contato com a ponte, a força de reação exercida pela ponte no sistema massa - mola - amortecimento deve obedecer a condição de $f_c \geq 0$ imposta para impedir a separação do veículo da ponte.

Da primeira linha de (4.1), seguindo com a segunda linha a força de contato f_c , também pode ser expressa como:

$$f_c = -p + m_w \ddot{z}_1 + M_v \ddot{z}_2 \quad (4.4)$$

De (4.3) e (4.4), é óbvio que a resposta dinâmica da viga é afetada não somente pelo movimento de cargas, mas também pelo sistema de suspensão do veículo.

Os sistemas de equações fornecidos em (4.1)-(4.3) são não – lineares por natureza, e somente podem ser resolvidos por métodos incrementais que procuram a configuração de equilíbrio pela remoção das forças desbalanceadas .

Considere-se um grau incremental típico do tempo t para Δt . Para este fim, o sistema de equações em (4.1)-(4.3) deve ser aplicado para estabelecer as deformações no tempo $t + \Delta t$. Adotando-se como aproximação $\{Z\}_{t+\Delta t} = \{Z\}_t + \{\Delta Z\}$, têm-se os incrementos dos deslocamentos dos graus de liberdade do veículo.

Pelo emprego da expressão (4.2), a equação da massa amortecida em (4.1) pode ser expressa de forma incremental pelo uso de uma estratégia sugerida por Yang et al (1990) como se apresenta a seguir:

$$\begin{bmatrix} m_w & 0 \\ 0 & M_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{z}_1 \\ \ddot{z}_2 \end{Bmatrix}_{t+\Delta t} + \begin{bmatrix} c_v & -c_v \\ -c_v & c_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{Bmatrix}_{t+\Delta t} + \begin{bmatrix} k_v + k_B & -k_v \\ -k_v & k_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta z_1 \\ \Delta z_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p + k_B \langle \langle N_c \rangle \rangle \{u_b\} + r_c \\ 0 \end{Bmatrix}_{t+\Delta t} - \begin{Bmatrix} q_{s1} \\ q_{s1} \end{Bmatrix}_t \quad (4.5)$$

onde $\{q_s\}_t$ é o vetor de forças resistentes internas da suspensão do veículo no tempo t , isto é,

$$\begin{Bmatrix} q_{s1} \\ q_{s2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_v + k_B & -k_v \\ -k_v & k_v \end{bmatrix} = \begin{Bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{Bmatrix} \quad (4.6)$$

De modo similar, pelo emprego da expressão (4.2) e observando que $\{u_b\}_{t+\Delta t} = \{u_b\}_t + \Delta u_b$, a equação da ponte em (4.3) pode ser re-escrita na forma incremental como:

$$\begin{aligned} & [m_b] \{\ddot{u}_b\}_{t+\Delta t} + [c_b] \{\dot{u}_b\}_{t+\Delta t} + \{[k_b] + k_B \{N_c\} \{N_c\}^T\} \{\Delta u_b\} \\ & = \{p_b\}_{t+\Delta t} - \{N_c\} k_B (r_c - z_1)_{t+\Delta t} - \{[k_b] + k_B \{N_c\} \{N_c\}^T\} \{u_b\}_t \end{aligned} \quad (4.7)$$

Como já se discutiu anteriormente, os dois sistemas de equações dinâmicas apresentados em (4.5) e (4.7) para o veículo e para a ponte, respectivamente, estão acoplados. Na seqüência, a equação dinâmica do veículo em (4.5) será primeiramente reduzida para uma equação de rigidez equivalente empregando-se o Método dos Elementos Finitos em conjunto com o método de Newmark para um simples grau de liberdade.

A equação do veículo pode, dessa forma, ser então eliminada e condensada, sendo o seu efeito transmitido para os elementos da ponte através da condição de contato.

Levando-se em conta o Método $-\beta$ de Newmark com aceleração média constante, isto é, com $\beta = 0.25$ e $\gamma = 0.5$ [Clough e Penzien (1993)], tem-se:

$$\{\dot{z}\}_{t+\Delta t} = \{\dot{z}\}_t + [(1-\gamma)\{\dot{z}\}_t + \gamma\{\ddot{z}\}_{t+\Delta t}] \Delta t \quad (4.8a)$$

$$\{z\}_{t+\Delta t} = \{z\}_t + \{\dot{z}\}_t \Delta t + [(0.5 - \beta)\{\ddot{z}\}_{t+\Delta t}] \Delta t^2 \quad (4.8b)$$

$$\{Z\}_{t+\Delta t} = \{Z\}_t + \{\Delta Z\} \quad (4.9a)$$

$$\{\ddot{Z}\}_{t+\Delta t} = a_0 \{\Delta Z\} - a_2 \{\dot{Z}\}_t + a_3 \{\ddot{Z}\}_t \quad (4.9b)$$

$$\{\dot{Z}\}_{t+\Delta t} = \{\dot{Z}\}_t + a_6 \{\ddot{Z}\}_t + a_7 \{\ddot{Z}\}_{t+\Delta t} \quad (4.9c)$$

onde os coeficientes a_0, a_1, \dots são definidos como

$$a_0 = \frac{1}{\beta \Delta t^2}; a_1 = \frac{\gamma}{\beta \Delta t}; a_2 = \frac{1}{\beta \Delta t}; a_3 = \frac{1}{2\beta} - 1; a_4 = \frac{\gamma}{\beta} - 1;$$

$$a_5 = \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{\gamma}{\beta} - 2 \right); a_6 = \Delta t(1 - \gamma); a_7 = \gamma \Delta t \quad (4.10)$$

Com as relações dadas em (4.9), as equações dinâmicas do veículo em (4.5) podem ser manipuladas de tal modo que:

$$\begin{bmatrix} k_v + k_B + a_0 m_\omega + a_1 c_v & -k_v - a_1 c_v \\ -k_v - a_1 c_v & k_v + a_0 M_v + a_1 c_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta z_1 \\ \Delta z_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p + k_B r_c + k_B \langle N_c \rangle \{u_b\} \\ 0 \end{Bmatrix}_{t+\Delta t} - \left(\begin{Bmatrix} q_{s1} \\ q_{s2} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} q_{e1} \\ q_{e2} \end{Bmatrix} \right) \quad (4.11)$$

onde

$$q_{e1,t} = -m_\omega (a_2 \dot{z}_1 + a_3 \ddot{z}_1) - c_v [a_4 (\dot{z}_1 - \dot{z}_2) + a_5 (\ddot{z}_1 - \ddot{z}_2)] \quad (4.12a)$$

$$q_{e2,t} = -M_v (a_2 \dot{z}_2 + a_3 \ddot{z}_2) - c_v [a_4 (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) + a_5 (\ddot{z}_2 - \ddot{z}_1)] \quad (4.12b)$$

A equação (4.11) permite a determinação dos incrementos ΔZ dos graus de liberdade do veículo. Tais incrementos podem ser relacionados aos deslocamentos verticais da ponte $\{u\}_{t+\Delta t}$ como:

$$\begin{Bmatrix} \Delta z_1 \\ \Delta z_2 \end{Bmatrix} = -\frac{1}{D} \begin{Bmatrix} k_v + a_0 M_v + a_1 c_v \\ k_v + a_1 c_v \end{Bmatrix} \left(p + K_B r_{c,t+\Delta t} + k_B \langle N_c \rangle \{u_b\}_{t+\Delta t} \right) - \frac{1}{D} \begin{Bmatrix} (q_{s1,t} + q_{e1,t}) a_0 M_v + (\hat{q}_{s,t} + \hat{q}_{e,t}) (k_v + a_1 v_v) \\ (q_{s1,t} + q_{e1,t}) (a_0 m_w k_B) + (\hat{q}_{s,t} + \hat{q}_{e,t}) (k_v + a_1 c_v) \end{Bmatrix} \quad (4.13)$$

onde

$$\hat{q}_{e,t} = (q_{e1} + q_{e2})_t, \hat{q}_{s,t} = (q_{s1} + q_{s2}) = k_B z_{1,t} \quad (4.14a)$$

e

$$D = \begin{vmatrix} k_v + k_B + a_0 m_\omega + a_1 c_v & -k_v - a_1 c_v \\ -k_v - a_1 c_v & k_v + a_0 M_v + a_1 c_v \end{vmatrix} \quad (4.14b)$$

O sistema de equações em (4.13) pode ser condensado para explicitar o incremento Δz_2 em função Δz_1 , que pode ser associada aos graus de liberdade da ponte através da condição imposta pelo contato. Tratamento semelhante a este foi apresentado por Yong e Lin (1995), mas a presente solução tem a vantagem de ser simples, precisa e confiável. Por causa disso, o elemento finito a ser derivado neste trabalho pode ser adotado efetivamente na determinação de ambas as respostas do veículo e da ponte.

Usando a primeira linha de (4.13) para $\Delta z_{1,t}$ pode-se derivar da expressão (4.7) as equações condensadas da viga no tempo $t + \Delta t$ com o efeito da interação do veículo sobre a ponte, o que resulta em

$$[m_b] \{\ddot{u}_b\}_{t+\Delta t} + [c_b] \{\dot{u}_b\}_{t+\Delta t} + [\hat{k}_b] \{\Delta u_b\} = (\{p_{t+\Delta t}\} + \{p_s\}_{t+\Delta t}) - (\{f_s\}_t + [\hat{k}_b] \{u_b\}_t) \quad (4.15)$$

onde $[k_b]$ é a matriz de rigidez para o sistema condensado; $\{p_s\}_{t+\Delta t}$ o vetor de cargas externas provocadas pelo veículo; $\{f_s\}_t$ o vetor de forças resistentes associadas ao veículo; $[k_b]\{u_b\}_t$ corresponde às forças resistentes exercidas pelo elemento da ponte no tempo t . Assim, tem-se:

$$[\hat{k}_b] = [k_b] + k_B \frac{a_0}{D} [(M_v + m_\omega) + (k_v + a_1 c_v) + a_0 M_v m_\omega] \{N_c\} \{N_c\} \quad (4.16a)$$

$$\{p_s\}_{t+\Delta t} = -k_B \left[r_{c,t+\Delta t} - (p + k_B r_{c,t+\Delta t}) \frac{1}{D} (k_v + a_0 M_v + a_1 c_v) \right] \{N_c\} \quad (4.16b)$$

$$\{f_s\}_t = k_b \left[\frac{1}{D} \{ (q_{s1,t} + q_{e1,t}) a_0 M_v + (\hat{q}_{s,t} + \hat{q}_{e,t}) (k_v + a_1 c_v) \} - z_{1,t} \right] \{N_c\} \quad (4.16c)$$

Fica claro que a matriz de rigidez $[k_b]$ é dependente da posição em que se encontra o veículo. Por causa disso, ela é função da coordenada x_c . A influência do veículo sobre a matriz $[k_b]$ ocorre apenas sobre os graus de liberdade do elemento em que atua o sistema móvel e seus efeitos podem ser determinados através das funções de interpolação N_c . As equações fornecidas em (4.15) representam exatamente as equações de movimento do elemento do VBI. No caso de se adotar um modelo de múltiplos eixos, o presente procedimento também continuaria sendo válido, desde que o tamanho dos elementos fosse tal que cada eixo correspondesse a uma carga por elemento.

Esta sistemática pode também ser particularizada para o caso de cargas em movimento. Neste caso, tomando-se $k_v = 0$, $m_w = 0$ e $c_v = 0$, pode-se obter de (4.14) a matriz $D = a_0 M_v k_B$; da expressão (6), as forças resistentes, $q_{s1,t} = k_b Z_1$; e de (4.12a), as forças das massas com amortecimento, $q_{e1,t} = 0$. Além disso, de (4.16a) – (4.16c), chega-se à equação da viga condensada simplificando a expressão (15) que se reduz a:

$$[m_b] \{\ddot{u}_b\}_{t+\Delta t} + [c_b] \{\dot{u}_b\}_{t+\Delta t} + [k_b] \{\Delta u_b\} = \{p_b\}_{t+\Delta t} + p \{N_c\} - [k_b] \{u_b\}_t \quad (4.17)$$

Na expressão (4.17), o termo $p\{N_c\}$ é a ação da carga móvel como comentado no Capítulo 3, ainda incluindo o coeficiente de amortecimento c_v e a massa da roda m_w . Tais valores se considerados iguais a zero tornarão a análise equivalente a de uma carga móvel sobre a viga.

Dado que o elemento VBI tem exatamente os mesmos números de graus de liberdade que os elementos convencionais de viga, então as matrizes dos elementos podem ser construídas de modo habitual e as propriedades de simetria e banda das matrizes ficam preservadas. O acoplamento veículo-viga ocorre somente sobre o elemento em que se encontra o veículo. Porém, a cada mudança de posição do veículo, as matrizes precisam ser refeitas e atualizadas, resultando em:

$$[M_b]\{\ddot{U}_b\}_{t+\Delta t} + [C]\{\dot{U}_b\}_{t+\Delta t} + [K_b]\{\Delta U_b\} = \{P_b\}_{t+\Delta t} - \{F_b\}_t \quad (4.18)$$

Onde $[M_b]$, $[C_b]$, $[K_b]$ - são as matrizes globais de massa, amortecimento e rigidez da ponte.

onde

$$\{U_b\}_{t+\Delta t} = \{U_b\}_t + \{\Delta U_b\} \quad (4.19)$$

Cada um dos termos é determinado pelo agrupamento de todos os elementos da vigas, ou seja,

$$\{P_b\}_{t+\Delta t} = \sum_{eim=1}^n [\{p_b\}_{t+\Delta t} + \{p_s\}_{t+\Delta t}] \quad (4.20a)$$

$$\{F_b\}_t = \sum_{eim=1}^n [\{f_s\}_t + [\hat{k}_b]\{u_b\}_t] \quad (4.20b)$$

As aproximações dos deslocamentos Δu_b , no tempo $t + \Delta t$ podem ser solucionadas através do sistema de equações em (4.18).

Uma vez determinados os incrementos de deslocamentos Δu_b , os valores correspondentes das acelerações e da velocidade da viga serão determinados, respectivamente, por:

$$\{\ddot{U}_b\}_{t+\Delta t} = a_0 \{\Delta U_b\} - a_2 \{\dot{U}_b\}_t - a_3 \{\ddot{U}\}_t \quad (4.21a)$$

$$\{\dot{U}_b\}_{t+\Delta t} = \{\dot{U}_b\}_t + a_6 \{\ddot{U}_b\}_t + a_7 \{\ddot{U}\}_{t+\Delta t} \quad (4.21b)$$

Também serão determinados os incrementos de deslocamento do veículo $\{\Delta Z\}$ que podem ser estimados pela Equação (4.13) e as respostas totais são determinadas por (4.9). Desse modo, determina-se a aceleração do veículo \ddot{z} que pode ser considerada como uma medida de conforto dos passageiros.

Deve se observar que o elemento VBI derivado agora é aplicável não somente para modelagem de carros ferroviários em intervalos regulares e tamanhos constantes, mas também para veículos que constituem uma gama de tráfego para diversos tipos de estrutura.

Durante a passagem dos veículos sobre a ponte, pode-se dizer que os veículos excitam a estrutura e, por outro lado, que a ponte afeta o comportamento dos veículos em seu movimento. Este fenômeno é típico de um problema acoplado o qual só pode ser resolvido de forma incremental. Para o tal objetivo, considere-se o sistema de equações em (4.18). Empregando-se equações incrementais dos elementos em (4.19) e (4.21), as equações de movimento em (4.18) resultam em:

$$[\bar{K}_b]_{t+\Delta t} \{\Delta U_b\} = \{P_b\}_{t+\Delta t} - \{\bar{F}_b\}_t \quad (4.22)$$

onde a matriz de rigidez equivalente é determinada por:

$$[\bar{K}_b]_{t+\Delta t} = a_0 [M_b] + a_1 [C_b] + [K_b] \quad (4.23)$$

O vetor das forças resistentes efetivos $\{\bar{F}_b\}_t$ é dado por:

$$\{F_b\}_t = \{F_b\}_t - [M_b](a_2\{\dot{U}_b\}_t + a_3\{\ddot{U}_b\}_t) - [C_b](a_4\{\dot{U}_b\}_t + a_5\{\ddot{U}_b\}_t) \quad (4.24)$$

Agora pode-se observar que a matriz de rigidez efetiva $\{K_b\}_{t+\Delta t}$ e o vetor de cargas $\{P_b\}_{t+\Delta t}$ se mantêm constante em cada uma dos passos considerados.

O sistema agora pode ser colocado na forma incremental, o que resulta em:

$$[K]_{t+\Delta t} \{\Delta U_b\}^i = \{P_b\}_{t+\Delta t} - \{\bar{F}_b\}_{t+\Delta t}^{i-1} \quad (4.25)$$

O índice i na expressão (4.25) refere-se ao número da iteração. A expressão do lado direito do sinal de igualdade em (4.25) pode ser interpretada como o incremento de carga externa e refere-se a um sistema de forças desequilibradas que atingirá o equilíbrio quando o processo iterativo convergir a um limite pré-estabelecido [Yang Kuo et al (1994)]. Para cada iteração, o vetor de forças pode ser determinado por:

$$\{F_b\}_{t+\Delta t}^i = \{F_b\}_{t+\Delta t}^{i-1} - [M_b](a_2\{\dot{U}_b\}_{t+\Delta t}^{i-1} + a_3\{\ddot{U}_b\}_{t+\Delta t}^{i-1}) - [C_b](a_4\{\dot{U}_b\}_{t+\Delta t}^{i-1} + a_5\{\ddot{U}_b\}_{t+\Delta t}^{i-1}) \quad (4.26)$$

A equação. (4.25) e decorrente de um problema acoplado e pode ser resolvida de modo análogo a problemas não lineares encontrados na Física e na Engenharia. Para resolver problemas desta natureza, emprega-se o Método de Newton-Raphson modificado tomando-se, como ponto de partida,

$$\{F_b\}_{t+\Delta t}^0 = \{F_b\}_t \quad \{U_b\}_{t+\Delta t}^0 = \{U_b\}_t \quad (4.27)$$

Uma vez determinado o vetor de forças para a i-ésima iteração, $\{\bar{F}_b\}_t^i$, o sistema de equações resulta em:

$$[K]_{t+\Delta t} \{\Delta U_b\}^i = \{P_b\}_{t+\Delta t} - \{\bar{F}_b\}_t^i \quad (4.28)$$

Observa-se que a matriz de rigidez efetiva $[K]_{t+\Delta t}$ mantém-se constante em cada incremento e não necessita ser atualizada em cada iteração. Ao final de cada iteração, os valores de deslocamentos são atualizados por meio de:

$$\{U_b\}_{t+\Delta t}^i = \{U_b\}_{t+\Delta t}^{i-1} + \{\Delta U_b\}^i \quad (4.29)$$

Com os incrementos dos deslocamentos, as acelerações e as velocidades podem ser determinadas a partir de (4.21) resultando:

$$\{\ddot{U}_b\}_{t+\Delta t}^i = a_0 \{\Delta U_b\}^i - a_2 \{\dot{U}_b\}_{t+\Delta t}^{i-1} - a_3 \{\ddot{U}_b\}_{t+\Delta t}^{i-1} \quad (4.30a)$$

$$\{\dot{U}_b\}_{t+\Delta t}^i = \{\dot{U}_b\}_{t+\Delta t}^{i-1} - a_6 \{\ddot{U}_b\}_{t+\Delta t}^{i-1} - a_7 \{\dot{U}_b\}_{t+\Delta t}^i \quad (4.30b)$$

Procedimento análogo permite a determinação dos deslocamentos incrementais do veículo que podem ser computados a partir da Equação (4.13), tomando-se:

$$\{z\}_{t+\Delta t}^i = \{z\}_{t+\Delta t}^{i-1} + \{\Delta z\} \quad (4.31a)$$

$$\ddot{z}_{t+\Delta t}^i = a_0 \{\Delta z\}^i - a_2 \{\dot{z}\}_{t+\Delta t}^{i-1} - a_3 \{\ddot{z}\}_{t+\Delta t}^{i-1} \quad (4.31b)$$

$$\dot{z}_{t+\Delta t}^i = \{\dot{z}\}_{t+\Delta t}^{i-1} - a_6 \{\ddot{z}\}_{t+\Delta t}^{i-1} - a_7 \{\dot{z}\}_{t+\Delta t}^i \quad (4.31c)$$

4.2.Procedimento de Análise Interativa

Apresenta-se a seguir um roteiro para implementação do Método Modificado de Newton-Rophson aplicado ao problema de interação ponte-veículo:

1. Introduzir todos os dados da estrutura e do veículo, isto é, propriedades geométricas, inerciais e cinemáticas;

2. Iniciar com o tempo ($t = 0$) e os todos seguintes estabelecidos inicialmente. Calcular as matrizes de massa $[m_b]$ de todos os elementos e montar a matriz global da estrutura $[M_b]$. Selecionar um incremento próprio de tempo para o esquema de integração Newmark.

3. Para a definição de incremento, estabelecer $t = t + \Delta t$ e $i = 1$. Se t é maior do que o valor especificado interrompe-se o processo determinando-se a posição que o veículo se encontra, isto é, a coordenada x_c de cada carga, a irregularidade da linha férrea r_c e o vetor de forma para elementos com cargas moveis atuando neles.

4. Para os elementos de viga que não estão suportando o veículo, calcula-se a matriz dos elementos $[k_b]$ empregando (4.16a).

5. É feita a montagem da matriz global da ponte $[K_b]$ e do vetor de cargas externas $\{P_b\}_{t+\Delta t}$ usando a expressão (4.20a). A matriz de amortecimento $[C_b]$ pode ser do tipo Rayleigh. Em seguida, deve-se computar a matriz de rigidez equivalente usando (4.23). Para o presente problema, as matrizes $[K]_{t+\Delta t}$ e $\{P_b\}_{t+\Delta t}$ são constantes para cada incremento de tempo.

6. Determina-se o vetor de forças resistentes empregando-se a expressão (4.26). A partir daí inicia-se o processo iterativo. Assim, para $i \geq 1$, deve - se verificar as forças de equilíbrio. Se forem menores do que uma certa tolerância admitida e

se a condição de contato $f_c \geq 0$, conforme estabelecida em (4.2), for satisfeita, então deve-se seguir para o passo (3) para o incremento seguinte.

7. Solucionam-se os incrementos dos deslocamentos $\{\Delta U_b\}^i$ do sistema de equações em (4.25). Determinam-se os incrementos dos deslocamentos dos veículos $\{\Delta Z\}^i$ a partir de (4.13);

8. Encontram-se os deslocamentos totais $\{U_b\}_{t+\Delta t}^i$ para a ponte a partir de (4.29) e os deslocamentos do veículo $\{Z\}_{t+\Delta t}^i$ a partir de (4.31a). Em seguida, são computadas as velocidades e as acelerações $\{\dot{U}_b\}_{t+\Delta t}^i$ e $\{\ddot{U}_b\}_{t+\Delta t}^i$ para a ponte conforme (4.30) e $\{\dot{Z}\}_{t+\Delta t}^i$ e $\{\ddot{Z}\}_{t+\Delta t}^i$ para o veículo conforme (4.31b) e (4.31c).

9. Define-se $i=i+1$ e segue para o passo (6) para uma nova iteração.

4.3. Influência da Irregularidade na Trajetória e Rigidez de Estrado

A irregularidade do pavimento pode ser causada por vários fatores tais como as imperfeições dos materiais, imperfeições na fabricação de trilhos ou juntas de trilhos, irregularidades do terreno, erros na superfície de rolamento e erros de pesquisas na realização de projetos e construção. A irregularidade do rodado é, essencialmente, uma característica aleatória. Modelos simplificados podem ser adotados, levando-se em consideração ondulações do tipo trigonométrico. Uma das propostas encontradas na literatura é a sugerida por Nielsen e Abrahamsson (1992), para o perfil vertical da trajetória, que é dado por:

$$r(x) = -r_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{x}{x_0}\right)^3 \right] \text{sen} \frac{2\pi x}{\gamma_0} \quad (4.32)$$

onde x é a distância ao longo da imperfeição (em m), $x_0 = 1.0$ m, $r_0 = 0.5$ mm é a amplitude de irregularidade, $\gamma_0 = 1.0$ m o comprimento de onda da irregularidade. No artigo citado [Nielsen e Abrahamsson (1992)], considera-se a rigidez do estrado kB com o valor de 20 MN/m.

Capítulo 5

Exemplos de Aplicação

Neste capítulo serão apresentados diversos exemplos para validar o modelo implementado. Situações de carga – móvel, massa – mola móvel, para uma viga bi – apoiada e o próprio VBI são considerados. Os resultados são comparados com os desenvolvidos por Yang & Yau (1997) para verificação da precisão do método.

Além dos detalhes técnicos acima mencionados são tratados para o sistema V.B.I. os seguintes itens:

- Efeito da rigidez do estrado;
- Efeito da rigidez do veículo;
- Efeito do amortecimento do veículo
- Efeito da velocidade do veículo

5.1.Dados para os Exemplos Analisados

Embora o programa desenvolvido admita diferentes condições de contorno (vigas retas mono engastadas, engastadas e apoiadas, vigas contínuas, etc.) para o presente estudo será considerado apenas o caso de viga simples bi-apoiada cujas propriedades são apresentadas na tabela 1. Os valores indicados correspondem a: E - constante elástica do material; A - área da secção transversal; I - o momento de inércia, m é a massa por unidade de comprimento e l o comprimento do vão da viga.

Tabela 1 - Propriedades da viga

$l [m]$	$I [m^4]$	$m [kg / m]$	$E [GPa]$
25	2.90	2.303	2.87

A velocidade de 27.8 m/s será usada para validação do modelo proposto no presente trabalho, pois foi o mesmo valor adotado por Yang e Yau (1997).

Tabela 2 Propriedades dinâmicas do veículo

$M_v [kg]$	$m_w [kg]$	$k_v [kN / m]$	$c_v [kNs / m]$
5750	$0.1 * M_v$	1595	$0.06 * k_v$

Neste estudo, o veículo é tratado de forma simplificada, tal como mostrado na Figura (4.1b), e as propriedades são dadas na Tabela 2 . Com referencia à Figura 4.2 , será considerada a seguinte simbologia: M_v para denotar a massa agrupada do corpo do carro; m_w a massa da roda; k_v e c_v respectivamente , a rigidez e o amortecimento do sistema de suspensão. Assim, o modelo massa-mola pode ser facilmente reduzido para o caso especial de carga móvel pela montagem do sistema de amortecimento c_v , rigidez da suspensão k_v e massa da roda m_w , todos iguais a zero.

5.2. Modelo Para Validação

O tópico adiante apresenta diversos estudos a respeito do comportamento dos modelos numéricos necessários para o projeto e sua comparação para efeito de suficiente validação e comprovação dentro de certos limites, analisados no presente trabalho.

5.2.1. Sistema Massa-Mola Móvel

A primeira aplicação consiste na passagem do veículo massa-mola sobre a ponte com velocidade de 27.8 m/s. As características da massa e da rigidez da suspensão estão na Tabela 2. A Figura 5.1 ilustra a deflexão no ponto central da viga, indicando em linha cheia as respostas obtidas pelo presente trabalho e em linha pontilhada os indicados por Yang e Yau (1999).

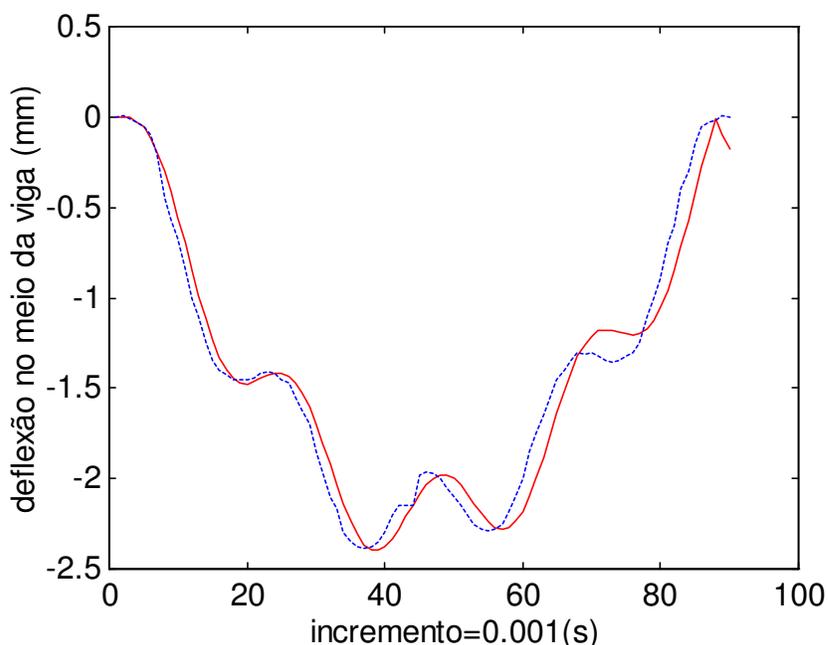


Figura 5.1 - Modelo Presente (-) versus Modelo de Yang e Yau (- -) para viga

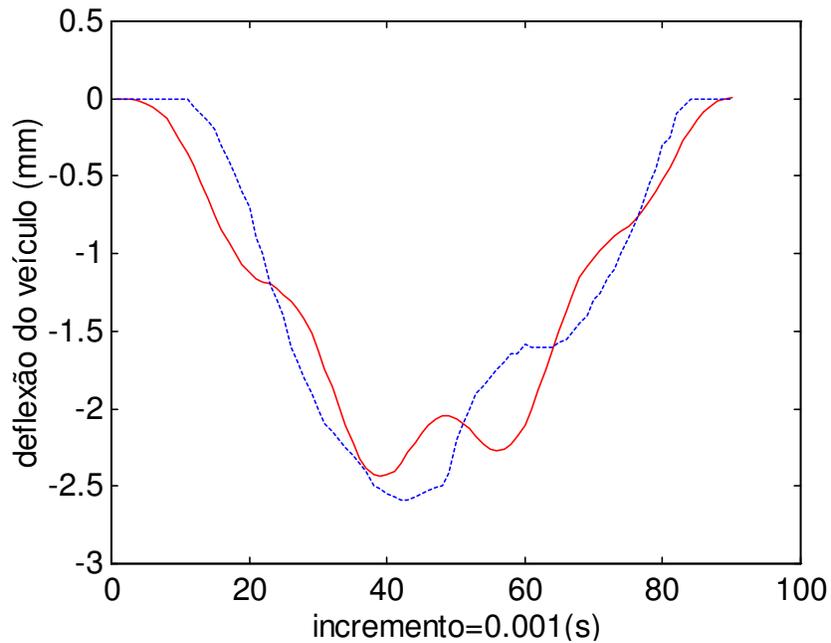


Figura 5.2 - Modelo Presente (-) Versus Modelo de Yang Yau (- -) para o veículo

A Figura 5.2 mostra os deslocamentos apresentados pelo veículo determinados pelo presente trabalho (linha cheia) e pelo artigo de referência (linha pontilhada).

As duas figuras mostram equivalência qualitativa entre os dois trabalhos e com valores máximos de deslocamento semelhantes. A implementação efetuada no presente trabalho está compatível com os resultados esperados. Observa-se que a defasagem existente está relacionada com o processo de integração no tempo.

5.3. Modelo Massa – Móvel Versus Carga - Móvel

Nos exemplos que se seguem, serão comparadas as influências de diversos parâmetros bem como o comportamento entre modelos diferentes de veículos. Inicialmente, será feita uma comparação entre as respostas dinâmicas de uma massa mola e de uma carga móvel, procurando-se, deste modo, mostrar os resultados de cada alternativa.

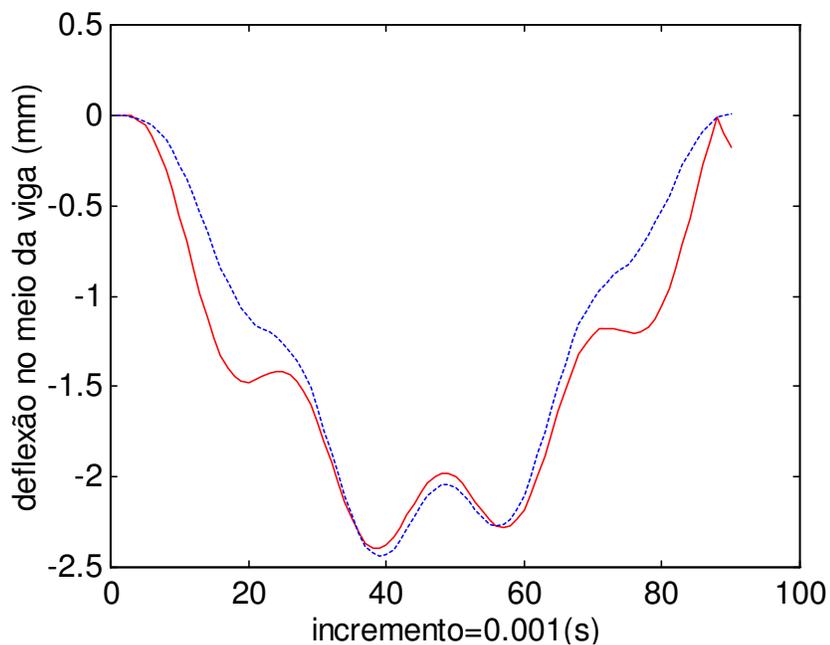


Figura 5.3 - Modelo massa – móvel (-) versus modelo carga – móvel (- -)

A Figura 5.3 ilustra as deflexões no meio da viga para os casos de massa móvel e de carga móvel. Em nenhum dos dois casos levou-se em consideração as características de rigidez do estrado ou de amortecimento do veículo. Assim, o que se percebe é uma equivalência entre os dois modelos principalmente para valores de máximo, embora não aconteça em todos os intervalos de tempo.

As diferenças observadas mostram os comportamentos distintos inerentes a cada um dos modelos, isto é, massa móvel e carga móvel.

5.4. Modelos Para Estudo de Aceleração

Em seguida, será considerado o efeito da passagem do veículo sobre a ponte no que diz respeito à aceleração da mesma para obtenção de comparação com os resultados obtidos por Yang e Yau e analítico usados pelos mesmos autores. As respostas estão apresentadas nas Figuras 5.4 e 5.5, para o meio da viga com incremento de tempo igual a 0.001 segundos.

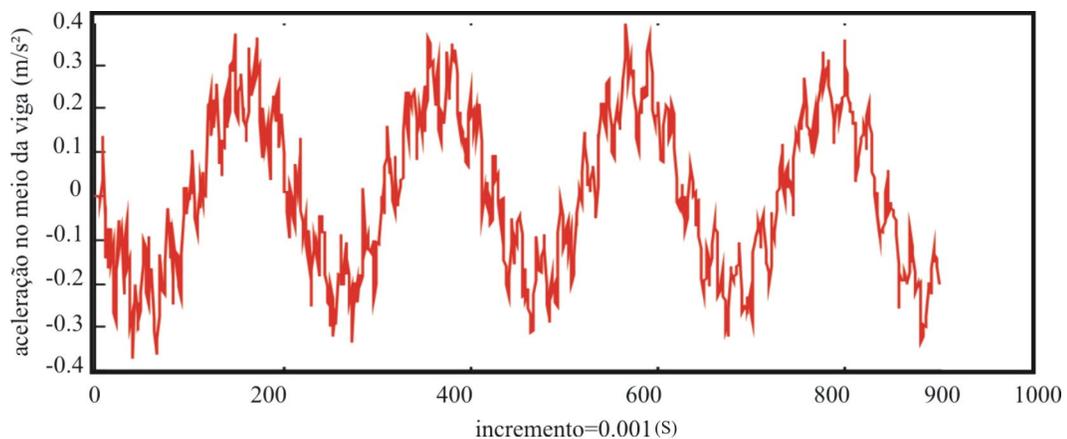


Figura 5.4 – Modelo Presente no sistema massa – mola para aceleração da ponte

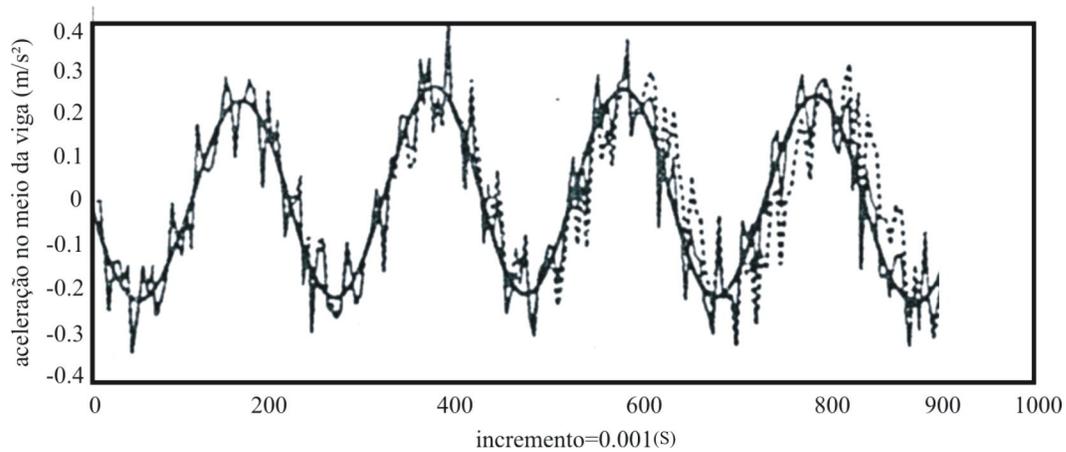


Figura 5.5 – Modelos de Yang e Yau, massa – mola (-) e carga – móvel (- -), analítico (· ·) para aceleração da ponte

Observando as Figuras 5.4 e 5.5 para a aceleração da viga fica demonstrado dentro dos valores estudados no presente trabalho que os valores são muito semelhantes aos obtidos por Yang e Yau e analítico, o que reforça a validação do presente estudo.

As próximas aplicações refere-se ao estudo da influência da rigidez do estrado, rigidez do veículo, amortecimento do veículo e da velocidade do veículo, na resposta dinâmica do sistema. Para tanto serão usados os dados das tabelas 1 e 2 e também rigidez do estrado k_B igual a 16MN/m.

5.5. Efeito da Rigidez do Estrado

Para investigar a influência da rigidez do estrado na resposta de ponte, dois diferentes valores da rigidez do estrado, $k_{B1} = 0.5 * k_B$ e $k_{B2} = 1.5 * k_B$, são usados. O correspondente valor de deslocamento dinâmico para viga simples são indicados na Figura 5.6.

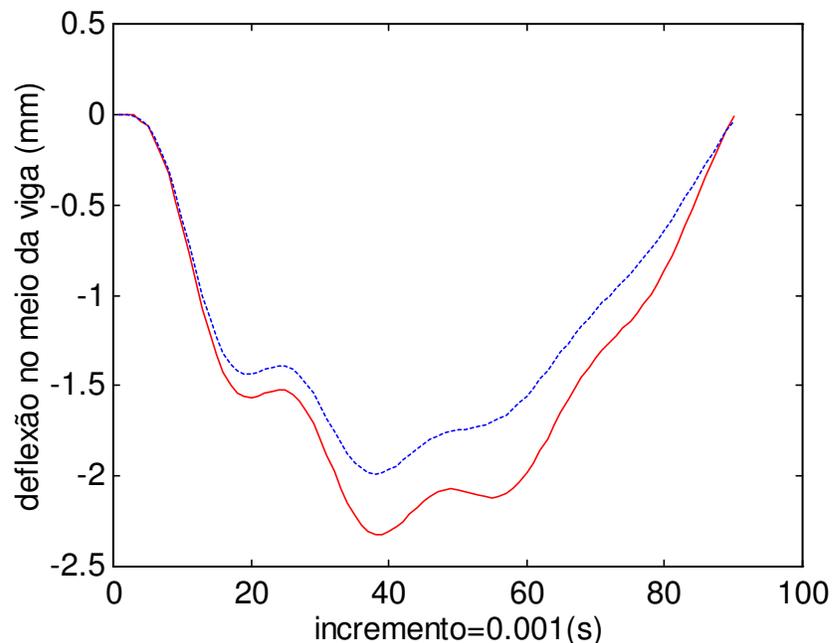


Figura 5.6 - Deflexão no meio da viga para k_{B1} (-) e k_{B2} (- -)

Como pode ser visto, o estrado menos rígido tende a aumentar a resposta de deslocamento dinâmico de ponte.

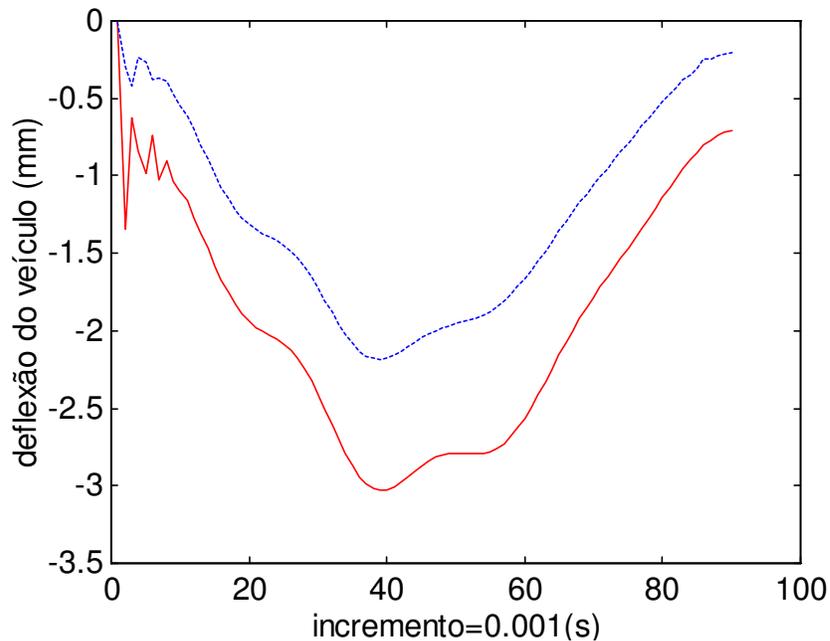


Figura 5.7 - Deflexão do veículo para k_{B1} (-) e k_{B2} (- -)

Já na Figura 5.7, são apresentadas as deflexões do veículo conforme os valores de rigidez do estrado. Para veículo em movimento sobre viga simples com pista lisa pode-se observar que a amplitude do deslocamento dinâmico vertical para estrado menos rígido é maior do que comparado com o estrado mais rígido.

5.6. Efeito da Rigidez do Veículo

Dois valores para a rigidez de suspensão $k_{v1} = 0.5 * k_v$ e $k_{v2} = 1.5 * k_v$ são admitidos. Como pode ser observado na figura 5.8, a influência de rigidez da suspensão na resposta da ponte é de tal maneira que a rigidez maior produz um deslocamento dinâmico menor.

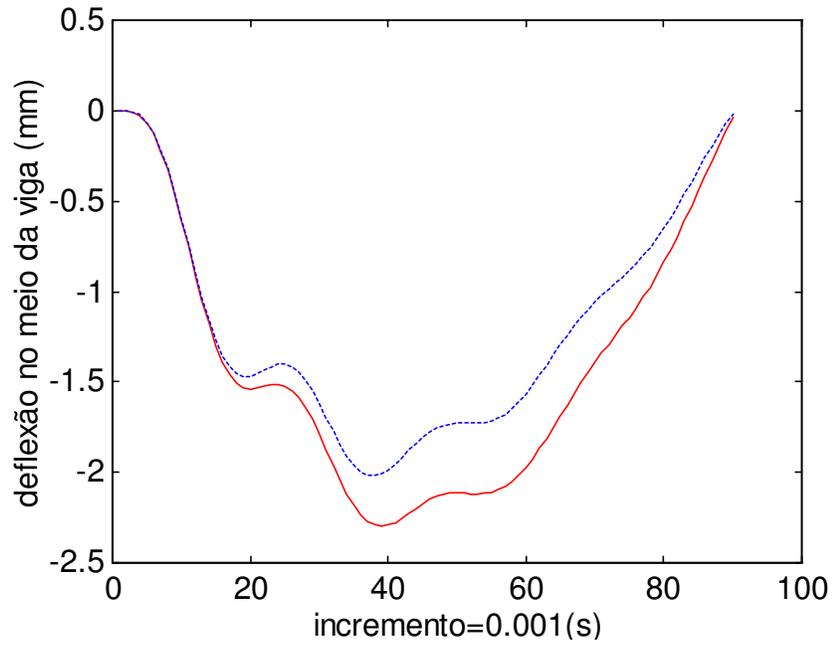


Figura 5.8 - Deflexão no meio da viga para k_{v1} (-) e k_{v2} (- -)

A recíproca é semelhante para a resposta do veículo sobre a ponte. Como pode ser visto na Figura 5.9 para o caso da viga-simples em adição ao deslocamento dinâmico.

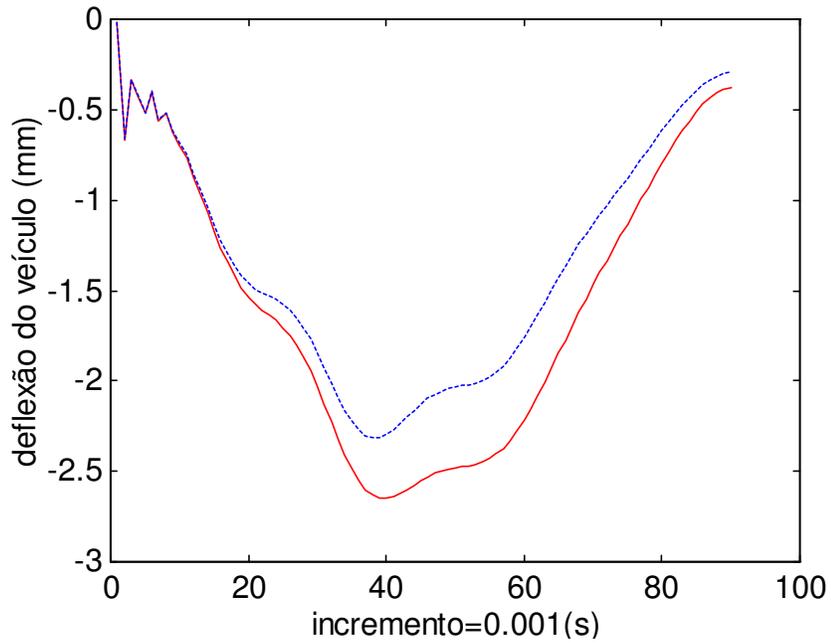


Figura 5.9 - Deflexão do veículo para k_{v1} (-) e k_{v2} (- -)

O uso de sistema de suspensão mais rígido influi no deslocamento dinâmico do veículo em movimento. Isto certamente afeta no conforto da viagem dos veículos, e deve ser levado em consideração nos projetos veiculares.

O estudo acima, do presente item foi feito considerando a superfície da ponte como lisa.

5.7.Efeito do Amortecimento do Veiculo

Dois valores de amortecimento da suspensão são considerados, que são, $c_{v1} = 0.5 * c_v$ e $c_{v2} = 1.5 * c_v$. Como pode ser visto na Figura 5.10. pelo acréscimo de amortecimento no sistema de suspensão a resposta da ponte diminui para o final do trajeto. .

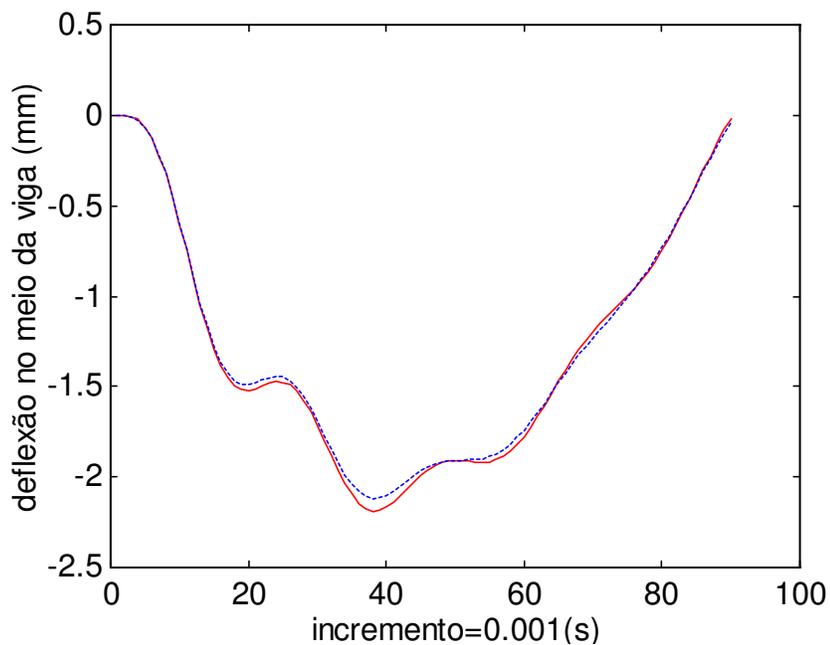


Figura - 5.10. Deflexão no meio da viga para c_{v1} (-) e c_{v2} (- -)

Pode ser visto na Figura 5.11 que para valores maiores de amortecimento de suspensão implica em diminuir a amplitude do deslocamento dinâmico vertical trafegando sobre a viga simples, para um campo de velocidades que é de seu

interesse. Este é um fato que deve ser cuidadosamente tomado em conta na pratica do projeto.

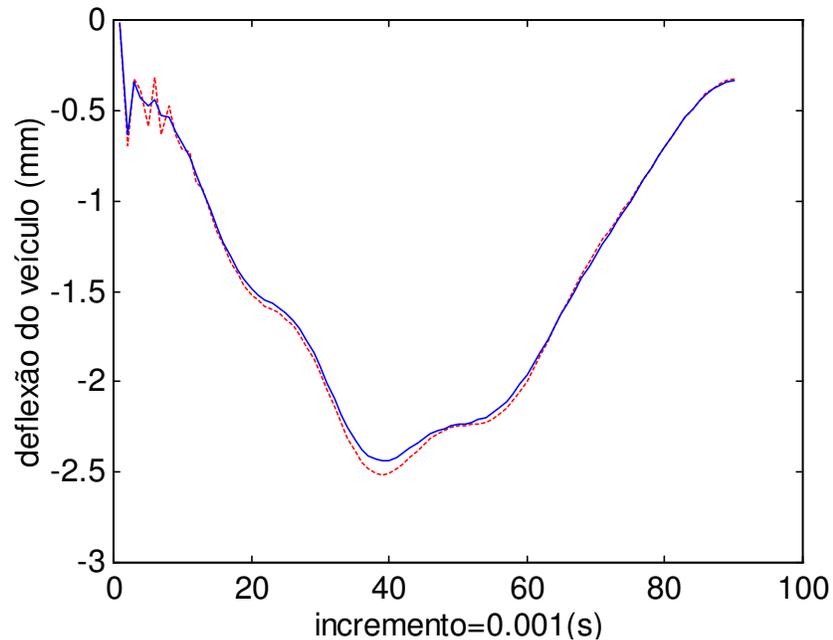


Figura 5.11 - Deflexão no veículo para c_{v1} (- -) e c_{v2} (-)

5.8.Efeito da Velocidade do Veículo no Aspecto Geral

Para analisar o comportamento das curvas de deflexão da ponte e do veículo no seu aspecto geral, quanto a velocidade de deslocamento horizontal do veículo são consideradas duas outras velocidades:

- 20 m/s
- 40 m/s

As curvas de comportamento são apresentadas na Figura 5.12 para a ponte e Figura 5.13 para o veículo.

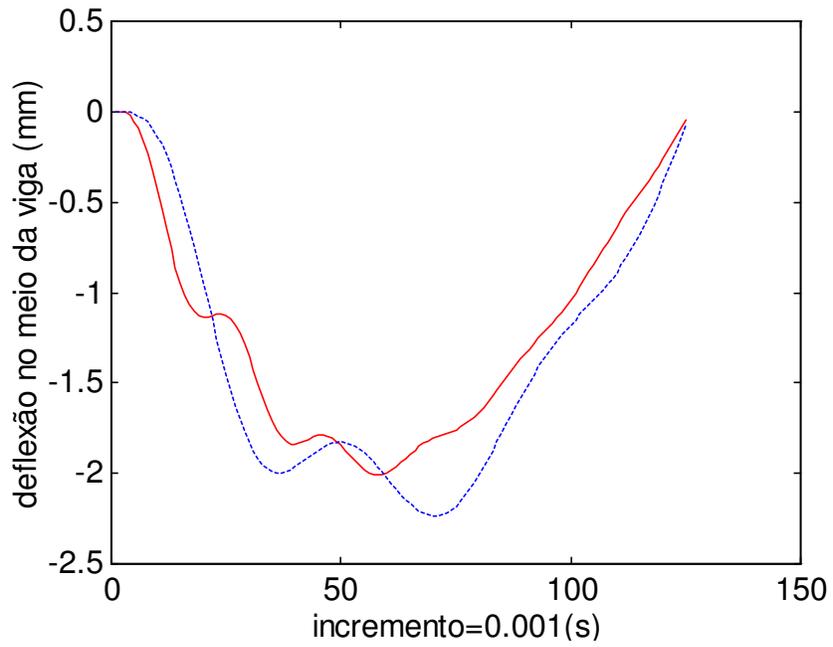


Figura- 5.12 - Deflexão da viga para duas velocidades 40 m/s (- -) e 20 m/s (-)

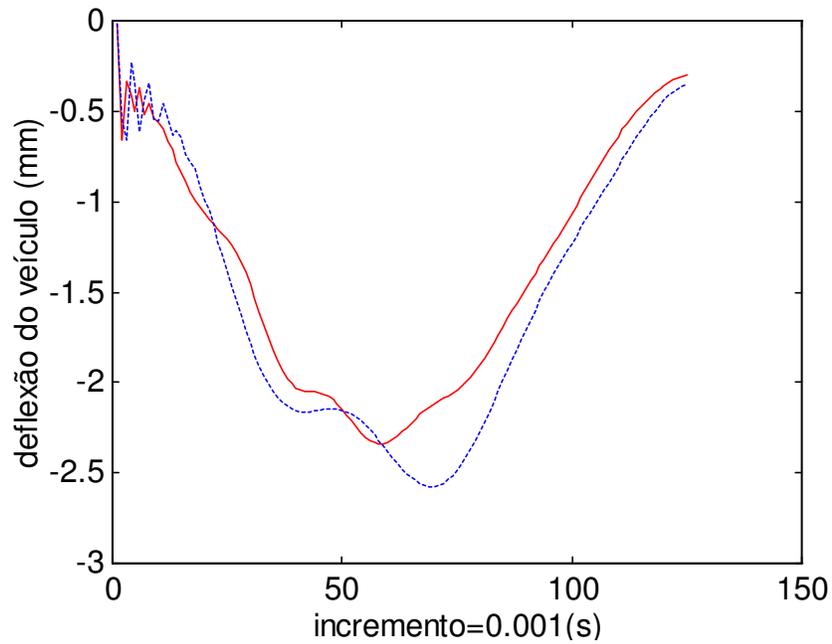


Fig.5.13 - Deflexão do veículo para duas velocidades 40 m/s (- -) e 20 m/s (-)

As curvas Figuras 5.12 e 5.13 apresentam as deflexões da ponte e do veículo e mostram semelhança na suas oscilações dentro do período considerado. No entanto percebe-se que a curva de deflexões do veículo é defasada em relação à da ponte.

Quando se muda a velocidade a situação dos gráficos mostra que o deslocamento dinâmico é maior com o aumento da velocidade, tanto para ponte como para o veículo.

Capítulo 6

CONCLUSÕES E SUGESTÕES

6.1. Considerações Finais

O assunto tratado no presente trabalho teve como motivação a perspectiva de modernização e ampliação do sistema ferroviário e rodoviário no país, com conseqüente aumento das construções de pontes e viadutos. Os projetos modernos conduzem a estruturas mais esbeltas e com maiores vãos, portanto, mais susceptíveis a ações de natureza dinâmica. Por outro lado, o aumento da velocidade das composições e dos veículos tende a potencializar os efeitos dinâmicos sobre as estruturas. Além disso, é de interesse também examinar a estabilidade dos veículos e o conforto experimentado pelos seus passageiros.

Nesse sentido, esta dissertação, após uma revisão dos conceitos de vibrações, apresentou certas alternativas de projeto que procuram simular veículos em movimento sobre vigas. Foram apresentados desde modelos simples, como cargas concentradas móveis, até os mais complexos, como aqueles que procuram simular veículos e composições, considerando a inércia, a rigidez e o amortecimento de seus componentes, incluindo a suspensão.

Alguns dos modelos apresentados são adequados para a análise da estabilidade e do conforto dos veículos. Outros se mostram apropriados para o projeto das estruturas de sustentação. Mas o modelo que foi desenvolvido neste estudo leva em consideração simultaneamente a interação entre os dois sistemas, isto é, entre a ponte e o veículo. O modelo adotado está baseado no trabalho de Yang e Yau (1997) e o resultado é um modelo simplificado que leva em consideração a interação ponte-veículo (VBI – vehicle bridge interaction).

O modelo desenvolvido neste trabalho é constituído do veículo propriamente dito, acoplado à estrutura da ponte. O veículo é simplificado e constituído de dois

graus de liberdade, duas massas (a da roda e a da suspensão), de uma rigidez e de um amortecimento. Trata-se, portanto, de uma idealização ou de um modelo simplificado. Modelos mais sofisticados poderão ser desenvolvidos a partir do presente trabalho.

A estrutura foi também tratada de forma simplificada. Admitiu-se apenas o caso de vigas retas, discretizadas por elementos finitos lineares de dois nós e dois graus de liberdade por nó. Modelos mais sofisticados de estruturas poderão, no futuro, ser tratados de modo semelhante.

O modelo VBI desenvolvido considera a influência do estrado sobre a ponte e em cima do qual o veículo trafega. Esse estrado permite simular, por exemplo, as condições da base de uma ferrovia ou mesmo a hipótese de apoio elástico. A condição indispensável do modelo baseia-se na hipótese de que não existe descolamento da roda do veículo em contato com o piso.

Desse modo, o modelo implementado pode ser introduzido num programa convencional de elementos finitos. O acoplamento veículo-ponte ocorre através dos graus de liberdade do elemento sobre o qual se encontra o veículo num certo instante de tempo. Por um processo de condensação matricial, os deslocamentos associados aos graus de liberdade do veículo são incorporados no sistema dinâmico da estrutura. Tudo se passa então em resolver um sistema de equações dinâmico da estrutura de forma incremental e iterativa. O processo é não linear e, por isso, empregou-se o Método de Newton Raphson Modificado.

A implementação foi feita através de um código computacional escrito em ambiente do aplicativo Matlab. Várias aplicações foram realizadas para validar o procedimento. Dos resultados obtidos, foi possível extrair as conclusões abaixo listadas.

6.2. Observações a Respeito do Modelo Implementado

Dentro dos valores (parâmetros) estudados há coerências com os resultados propostos e não generalizados.

(1) O modelo carga em movimento pode ser realmente usado para prever a resposta dinâmica de uma ponte. Contudo o uso do modelo massa-mola apresenta características mais realistas e deve ser usado preferencialmente em comparação ao primeiro.

(2) A resposta dinâmica induzida na ponte pelo veículo dentro de uma faixa de velocidades de operação e resolvida pelo presente método de Elementos finitos coincide muito bem com que se previu em outras soluções;

(3) O estrado mais rígido tende a primeira vista reduzir a amplitude de resposta dinâmica da ponte. Para uma viga simples, o uso de estrado rígido ou macio influencia no movimento dos veículos e no seu ao conforto.

(4) A influência da rigidez de suspensão na resposta da ponte e do veículo deve ser observada a principio. O uso de suspensão mais rígida afeta amplitude do deslocamento vertical do veiculo e da ponte.

(5) O aumento do amortecimento da suspensão do veículo pode tão somente resultar em redução marginal da resposta da ponte, mas implica, todavia em diminuição da amplitude de deslocamento dinâmico vertical do veículo e deve ser analisado com cuidado nos projetos

6.3. Critério Geral

A velocidade do veículo é um fator que influencia bastante na resposta da ponte. Projetos novos devem ter bem definidos os limites de velocidade prevista pelos veículos que tráfegarão sobre as estruturas.

Outro aspecto diz respeito à resposta do veículo. Projetos mecânicos que visem o aperfeiçoamento da estabilidade e do conforto dos novos veículos devem ser elaborados levando-se em consideração o efeito acoplado entre o veículo e a ponte, bem como deve-se considerar a influência dos diversos tipos de pavimento sobre a resposta do sistema VBI.

6.4. Sugestões para trabalhos futuros.

Para a continuidade do presente estudo deve ser considerada a possibilidade de:

- Desenvolver modelos tridimensionais que permitam uma semelhança maior com situações práticas, bem como tomar em consideração as irregularidade geométricas tridimensionais em toda pista e em várias rodas, usando vários eixos, diversos modelos de pontes e estrados.
- Empregar modelos de veículos mais complexos e realistas;
- Examinar o perfil de diferentes superfícies de rodagem;
- Estudar outros modelos estruturais;
- Propagação de onda.

Para o desenvolvimento de qualquer conhecimento é preciso ter o máximo de visões discordantes, com o máximo de opiniões heterodoxas – e uma vez estabelecida os cenários, as premissas básicas /as hipóteses.Tudo isso deve ser pesado, testado e quantificado com a ajuda e o socorro dos mais diversas modelos de simulação para restringir a atenção aos que são prováveis ,consistentes e lógicos matematicamente [Geus, (2000)].

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BEER, Ferdinand P., e, JOHNSTON, Russel, Jr., Mecânica Vetorial para Engenheiros: DINÂMICA, vol. II. Mc Graw Hill do Brasil. 1979.
- BIGGS, J. M., *Introduction to Structural Dynamics*. New York. Mc Graw – Hill, 1964.
- Bessa, W. M., 2000, “Abordagem do Problema de Cargas Móveis Através de uma Técnica Multidisciplinar de modelagem”, Tese de Mestrado, Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, R.J., Brasil.
- CHENG, Y., S., AU, F.T.K., and CHEUNG, Y., K., Vibration of railway bridges under a moving train by using bridge – track - vehicle element. *Engineering structures* 23 (2001) 1597 – 1606.
- Clough, R. W., and Penzien, J. (1993). *Dynamics of structures*. 2nd Ed., McGraw-Hill, Inc., New York, N. Y.
- CORREA, Walber da Luz. *Vibrações em Pontes Ferroviárias*. Dissertação de Mestrado. UFRJ. Rio de Janeiro, março de 2003.
- ESMAILZADEH, Ebrahim. JALILI, Nader. Author’s reply. *Journal of Sound and Vibration* 271 (2004) 1099 -1112. Science Direct.
- ESMAILZADEH, E., JALILI, N., Vehicle – passenger – structure interaction of uniform bridges traversed by moving vehicles. *Journal of Sound and vibration* 260 (2003) 611-635. Science Direct.
- FRÝBA, L., *Dynamics of Railway Bridge*. London. Thomas Telford, 1996.
- FRÝBA, L., *Vibration of Solids and Structures under moving loads*. Groningen. Noordhoff International Publishing. 1972.
- Garg, V. K., and Dukkipati, R. V. (1984). *Dynamic of railway vehicle systems*. Academic Press, Inc., Canada.
- Green. M. F., and Cebon, D. (1994). Dynamic response of highway bridges to heavy vehicle loads: theory and experimental validation. *J. Sound Vib.*, 170(1), 51-78.
- Hwang, E. S., and Nowak, A. S. (1991). “ Simulation of dynamic load for bridges.”” *J. Struct. Engrg.*, ASCE, 117(5), 1413-1434.

Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística – IBGE, disponível em

<http://www.ibge.gov.br>, capitulado em 24 de janeiro de 2003.

KWON, Young W., e, BANG, Hyochoong. *The finite element method*. CRC Press London. 1997.

Mapas Ferroviários das Regiões Brasileiras [www.transportes.gov.br – 20/07/2006.

Matlab/Simulink, Version 5.3, Release R11, The MathWorks Inc., Natick, MA, 1999.

Ontario highway bridge design code. Downsview (Ontario, Canada): Ministry of transportation and Communication, 1983.

Paz, M. (1986). *Microcomputer – aided engineering: structural dynamics*. Van Nostrand Reinhold, New York, N. Y.

Revista Ferroviária [http://www.cbtf.org.br/info/info_00.htm ,acesso em 20/06/2006].

Standard specifications for highway bridges, 14th ed. Washington: American Association of State Highway and Transportation Officials (AASHTO). 1989.

TIMOSHENKO, S. P.: *Strength of Materials*. Part I, II., 2nd ed., D. Van Nostrand Co., New York 1940,1941.

TIMOSHENKO, S., Young, D. H., WEAVER JR, W., *Vibration Problems in Engineering*. 2 ed. New York. John Wiley & Sons, 1974.

VALADARES, L., “ A visão sustentável do transporte urbano”, *Jornal do Brasil, JB Ecológico*. Rio de Janeiro, Brasil, 23 de novembro de 2002.

WU, Jia – Jang. Dynamic analysis of an inclined beam due to moving loads. *Journal of Sound and Vibrations* 288 (2005) 107 -131.

WU, Yean - Seng. YANG, Yeong – Bing. Steady – state response and riding comfort of trains moving over a series of simply supported bridges. *Engineering Structures* 25 (2003) 251 – 265.

Yang, F., and Fonder, G. A. (1996). “ An iterative solution method for dynamic response of bridge- vehicles systems. “ *Earthquake Engrg. And Struct. Dynamic*, 25, 195-215.

YANG, Y., B., e, YAU, J., D., *Vehicle-bridge interaction element for dynamic analysis. J. Struct. Engrg. ASCE, (1997); 123 (11) : 1512 – 8.*

- YANG, Y., B., LIAO, S., S., e, LIN, B., H.: Impact formulas for vehicles moving over simple and continuous beams. J. Struct. Engng., ASCE – 1995; 121(11:1644 - 50).
- YANG, Yeong-Bin. CHANG, Chia-Hung, and YAU, Yong-Dar. An elemente for analyzing vehicle- bridge systems considering vehicle's pitching effect. Int. J. Numer. Meth. Engng. 46, 1031 – 1047 (1999).
- YAU, Jon – Dar, YANG, Yeong – Bin, and KUO, Shyh – Rong. Impact response of high speed rail bridges and riding comfort of rail cars. Engineering Etructures 21 (1999) 836 – 844.