

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO PARANÁ - PUCPR
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS APLICADAS - CCSA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ADMINISTRAÇÃO – PPAD
MESTRADO EM ADMINISTRAÇÃO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**MODELO PARA SELEÇÃO DE AÇÕES E OTIMIZAÇÃO DE CARTEIRAS DE
INVESTIMENTOS NO MERCADO DE AÇÕES BRASILEIRO**

SANDRO MARQUES

CURITIBA
ABRIL 2006

SANDRO MARQUES

**MODELO PARA SELEÇÃO DE AÇÕES E OTIMIZAÇÃO DE CARTEIRAS DE
INVESTIMENTOS NO MERCADO DE AÇÕES BRASILEIRO**

**Trabalho apresentado à Banca Examinadora,
como requisito parcial para obtenção do Título
de Mestre em Administração Estratégica pela
Pontifícia Universidade Católica do Paraná, sob
a orientação do Prof. Dr. Wesley Vieira da Silva
e co-orientação do Prof. Dr. Alceu Souza.**

**CURITIBA
ABRIL 2006**

Dedicatória

AGRADECIMENTOS

Primeiramente gostaria de agradecer a Deus a oportunidade de ter saúde e condições de cursar e concluir este curso de mestrado.

Aos meus pais (Lindolfo e Izailda) e irmãos (Rosana, Sérgio e Sidnei) pela estrutura familiar criada, que me permitiu tê-los como grandes exemplos e incentivadores na busca pelo conhecimento.

Ao Professor Wesley que além de ser um orientador exemplar e dedicado, foi também um grande revisor, amigo, incentivador, guia e exemplo durante todo o curso de mestrado.

Aos Professores Alceu Souza e Eduardo Damião pelos conselhos, apoio e direcionamentos durante o curso.

Aos integrantes da banca de avaliação, Professores Alceu Souza e Robert Wayne Samohyl, pela dedicação na leitura detalhada do trabalho e pelas contribuições e sugestões de melhoria para a versão final do trabalho.

Às secretárias do curso de mestrado, Eri, Patrícia e principalmente Luciana, pelo apoio durante todo o curso.

Ao grande amigo Riccardo Lanzuolo pelos direcionamentos, dicas e trocas de idéia que foram muito importantes para o alinhamento e elaboração do trabalho.

E o maior agradecimento vai à Kelly que me apoiou, incentivou, acalmou e motivou; deu-me carinho e amor acima de tudo durante todo o curso de mestrado e, após dar luz ao Eduardo na metade do curso, maior presente da minha vida até hoje, cumpriu papel de mãe e de pai em muitos momentos de minha ausência.

A todos o meu muito obrigado e reconhecimento pela contribuição na realização deste trabalho que foi um grande desafio e um marco muito importante na minha vida.

Sandro Marques

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	VI
LISTA DE TABELAS	VII
LISTA DE QUADROS	VIII
RESUMO	IX
ABSTRACT	X
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 PROBLEMA DE PESQUISA.....	5
1.2 OBJETIVO GERAL.....	6
1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	7
1.4 JUSTIFICATIVA TEÓRICA E PRÁTICA.....	7
1.5 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO.....	11
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	14
2.1 A TAXA DE RETORNO DE UM INVESTIMENTO.....	15
2.2 RISCO DE INVESTIMENTO FINANCEIRO.....	18
2.3 A TEORIA MODERNA DE <i>PORTFOLIOS</i>	22
2.3.1 Taxa de retorno e risco e de uma carteira.....	24
2.3.2 Fronteira Eficiente.....	29
2.4 O MODELO CAPM (<i>CAPITAL ASSET PRICING MODEL</i>).....	36
2.4.1 Risco Diversificável, Específico ou Não Sistemático.....	39
2.4.2 Risco Sistemático ou de Mercado.....	43
2.4.3 O coeficiente Beta para estimativa do retorno no modelo CAPM.....	47
2.5 COMPORTAMENTO DO INVESTIDOR EM RELAÇÃO AO RISCO.....	51
2.5.1 Aversão ao Risco.....	51
2.5.2 Indiferença ao Risco.....	52
2.5.3 Propensão ao Risco.....	52
2.5.4 Curvas de indiferença de investidores.....	52
2.6 AVALIAÇÃO DE <i>PERFORMANCE</i> DE CARTEIRAS DE INVESTIMENTOS.....	57
2.6.1 Índice de Performance de Treynor.....	58
2.6.2 Índice de Performance de Sharpe.....	61
2.7 ANÁLISE POR INDICADORES TÉCNICOS.....	63

3	TRABALHOS TEÓRICOS E INVESTIGAÇÕES RELACIONADAS AO TEMA DA PESQUISA.....	75
4	METODOLOGIA.....	80
4.1	PERGUNTAS DE PESQUISA	82
4.2	DELINEAMENTO DA PESQUISA	82
4.3	POPULAÇÃO E AMOSTRA.....	84
4.4	DADOS: TIPOS, COLETA E TRATAMENTO	85
5	APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS	88
5.1	FORMAÇÃO DE CARTEIRA HIPOTÉTICA.....	88
5.2	FRONTEIRA EFICIENTE.....	94
5.3	MODELO PROPOSTO	98
5.3.1	Descrição dos Critérios de Otimização	100
5.3.2	<i>Back Testing</i>	103
5.4	OTIMIZAÇÕES REALIZADAS	108
5.4.1	Otimização simples.....	108
5.4.2	Otimização com seleção prévia dos ativos	108
5.4.3	Otimização dos ativos em alta no período	111
5.5	RESULTADOS OBTIDOS.....	112
5.6	RESPOSTAS ÀS PERGUNTAS DE PESQUISA.....	119
6	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....	123
6.1	CONCLUSÕES.....	123
6.1.1	Alternativas de otimização de carteiras.....	124
6.1.2	Modelo para previsão do comportamento futuro dos valores das ações ..	124
6.1.3	Validação do modelo proposto.....	128
6.1.4	Uso do indicador técnico MACD para previsão de tendência	128
6.2	LIMITAÇÕES DO TRABALHO.....	128
6.3	RECOMENDAÇÕES.....	129
	REFERÊNCIAS.....	131
	ANEXO I – COMPOSIÇÃO DO IBOVESPA PARA O PERÍODO MAI-AGO/05.....	134

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Participações dos investidores individuais na BOVESPA	10
Figura 2 - Comparação entre retornos de dois investimentos	19
Figura 3 - Princípios de dominância entre ativos.....	23
Figura 4 - O coeficiente de correlação e a redução de risco	27
Figura 5 - Gráfico de risco x retorno de ativos e das carteiras possíveis	30
Figura 6 - Reta resultante da combinação de um ativo livre de risco e um ativo “i” ..	34
Figura 7 - Linha de mercado de capitais (CML)	35
Figura 8 - Risco sistemático e não sistemático	41
Figura 9 - Beta de dois ativos financeiros	44
Figura 10 - Reta SML - <i>Security Market Line</i>	49
Figura 11 - Curvas de indiferença de um investidor	53
Figura 12 - Curvas de indiferença de um investidor avesso ao risco	54
Figura 13 - Curvas de indiferença de um investidor conservador	54
Figura 14 - Curvas de indiferença de um investidor arrojado	55
Figura 15 - Curva de indiferença de um investidor indiferente ao risco.....	55
Figura 16 - Curvas de indiferença de um investidor propenso ao risco.....	56
Figura 17 - Representação gráfica do índice de performance de Treynor	60
Figura 18- Representação gráfica do índice de performance de Sharpe	62
Figura 19 - Comparação do IBOVESPA com suas médias móveis	65
Figura 20 - Indicadores de compra e venda de ativo usando médias móveis	67
Figura 21 - Exemplo de análise do MACD	72
Figura 22 - Fronteira eficiente dos ativos da amostra selecionada	96
Figura 23 - Modelo proposto para seleção de ações e criação de carteiras	98
Figura 24 - Exemplo de análise do MACD do ativo TNLP4.....	110
Figura 25 - Modelo final proposto para seleção de carteiras de investimentos.....	126

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Exemplo de diferentes carteiras de investimento.....	30
Tabela 2 - Amostra sistemática de ativos selecionados do IBOVESPA.....	86
Tabela 4 - Comparação dos resultados entre os algoritmos de otimização.....	93
Tabela 5 - Carteiras teóricas formadas pelos ativos da amostra.....	94
Tabela 6 - Carteiras otimizadas para o mês de janeiro de 2004.....	104
Tabela 7 - <i>Back Testing</i> das carteiras otimizadas de janeiro 2004.....	106
Tabela 8 - Taxas de rendimento das carteiras otimizadas de jan/2004 a jun/2005.	107
Tabela 9 - Desvio padrão (risco) das carteiras otimizadas de jan/2004 a jun/2005	107
Tabela 10 - Análise da tendência do ativo no mês – Alta, Baixa ou Neutra.....	109
Tabela 11 - Indicação de alta, baixa ou neutra dos valores dos ativos.....	112
Tabela 12 - Desvio padrão das carteiras otimizadas com histórico de um mês.....	114
Tabela 13 - Desvio padrão das carteiras otimizadas com histórico de dois meses.	115
Tabela 14- Comparação dos valores das carteiras otimizadas pelo menor risco....	117
Tabela 15 - Comparação dos valores das carteiras otimizadas pelo maior Sharpe	119

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Interpretação dos valores do coeficiente Beta	46
Quadro 2 - Número de dias analisados para projeções usando médias móveis.....	70
Quadro 3 - Planilha para simplificação do algoritmo de otimização de carteiras.....	92

RESUMO

O mercado de ações é reconhecido como sendo uma alternativa de alto risco para investimentos, principalmente para aqueles investidores que não possuem informações ou ferramentas que auxiliem na seleção das empresas em que se deve investir. Alguns investidores fazem seus investimentos baseado em análises das condições financeiras, econômicas, políticas ou do mercado, por meio da análise fundamentalista. Por outro lado, a escola técnica se baseia em informações estatísticas para tentar estabelecer a tendência de valor das ações para permitir maiores ganhos, assim como para a criação de carteiras de investimentos que permitam a redução do risco através da diversificação. Usando somente a base da escola técnica, este trabalho fez a proposição e validou um modelo para seleção das ações que devem participar de carteiras de investimentos, unindo métricas da análise técnica que objetivam os maiores ganhos, com algoritmos que buscam a redução de risco através da diversificação. Este modelo foi validado por meio de técnicas de *back testing*, que consistem no teste do modelo para verificar se os seus resultados estão de acordo com o que acontece na realidade, usando como base os dados históricos dos ativos da amostra selecionada. Os resultados obtidos permitem concluir que o modelo atingiu os objetivos propostos de redução de risco das carteiras ao mesmo tempo em que possibilitou rendimentos maiores que as carteiras criadas sem a seleção prévia dos ativos que compõem as carteiras.

ABSTRACT

The stock market is known as a high risk alternative for investments, mainly for those investors who do not have any information or tools for helping them to choose companies whose assets should be bought. Some investors make their investment decisions based upon financial, economic, political or market conditions, using fundamentalist analysis. On the other hand, the technical school uses statistical information as a tool for foreseeing stock value tendencies. The main objective here, is to try to obtain net return from stock value changes, buying when its trend is upside or selling when its trend is downside. Other use of statistics analysis is for a creation of investment portfolios focusing on lower investment risks through diversification. Using only the technical school base, the intention of this research is to propose and validate a model for stock selection and portfolio creation, joining technical analysis metrics that aim to obtain greater gains with optimization algorithms based on risk reduction. This model was validated throughout back testing technique: evaluating and comparing production results with real values, using historic stock data values. The obtained results show that the proposed model reached its objectives in terms of diminishing risk and, at the same time, made it possible to obtain greater gains than other portfolios created without previous stock selection using technical analysis.

1 INTRODUÇÃO

Um investimento pode ser caracterizado como um compromisso de dinheiro do qual se espera que gere mais dinheiro e, por requerer um determinado sacrifício no presente para um benefício incerto no futuro, ele possui um certo grau de risco (FRANCIS e ARCHER, 1991). Para uma empresa, fazer um investimento consiste no comprometimento de capital em um momento, de diversas formas, apostando que este investimento possa manter ou melhorar sua situação econômica no futuro (GALESNE *et al.*, 1999).

Um investidor pode ser caracterizado como um indivíduo que está disposto a abrir mão do consumo hoje para poder obter um nível maior de consumo no futuro. Esta diferença entre o que este indivíduo poderia consumir (que é igual a sua riqueza) e o que ele efetivamente consome hoje pode ser considerada uma economia. Esta economia pode ser aplicada em alternativas de risco, emprestada ou mantida em poder deste indivíduo em moeda corrente (SHARPE, 1970). Todas estas alternativas são consideradas investimentos e podem ser combinadas por meio de diferentes estratégias.

Qualquer decisão de investimento sempre vai envolver, além dos valores a serem investidos, os prazos de investimento, os diferentes níveis de retorno que o investidor está disposto a obter, os níveis de risco que ele está disposto a correr com os valores investidos e as diferentes combinações de risco e retorno que as alternativas disponíveis de investimento oferecem.

Para Costa e Assunção (2005) estas alternativas podem ser compostas por ativos individuais ou por um conjunto de ativos, que formam uma carteira de

investimentos. Um ativo é algo que tem valor e que pode no futuro gerar algum ganho para o seu investidor, podendo ser físico, como casas, terrenos, carros e eletrodomésticos, ou financeiro, como moedas estrangeiras, ações, títulos públicos e derivativos, entre outros. O termo *portfolio* de investimentos também pode ser usado visando indicar uma carteira de investimentos.

O tipo de investimento foco deste trabalho é aquele fruto de títulos de empresas que compõe o mercado aberto de ações. No Brasil estes títulos são negociados na Bolsa de Valores de São Paulo (BOVESPA), que pode ser caracterizada como um ambiente de criação de valor, cujo objetivo é:

Promover o encontro entre empresas que necessitam de recursos financeiros e investidores dispostos a provê-los. Nesse ambiente, a empresa se fortalece e, em contrapartida, devolve o investimento aos investidores com lucros e dividendos. (LOWENTHAL, 2005, p. 229)

Estes títulos emitidos pelas empresas e negociados nas Bolsas de Valores são as ações, que podem ser definidas como títulos de renda variável que representam a menor fração do capital de uma empresa constituída na forma de sociedade anônima.

O investidor em ações é um co-proprietário da sociedade anônima da qual é acionista, participando dos seus resultados. As ações são conversíveis em dinheiro, a qualquer tempo, pela negociação em Bolsas de Valores ou no mercado de balcão. (BOVESPA, 2005)

Até o meio da década de 90, o acesso ao investimento em ações na BOVESPA era mais restrito para os investidores individuais¹, que tinham acesso ao mercado de ações principalmente por meio de fundos ou grupos de investimentos administrados pelos bancos e corretoras de investimento. Notadamente nos últimos sete anos, a BOVESPA tem feito um grande esforço de divulgação e investimentos

¹ Investidores individuais são as pessoas físicas ou jurídicas que investem no mercado de ações administrando seus próprios recursos.

em infra-estrutura tecnológica para ampliar sua base de investidores individuais, oferecendo material para auto-estudo, informações técnicas, treinamentos, *workshops* e disponibilizando ferramentas para investimento pela Internet, permitindo uma ampliação significativa no número de investidores individuais no mercado de ações brasileiro. Apesar deste grande aumento na quantidade de investidores individuais, ainda são poucas as ferramentas oferecidas pelas corretoras e bancos a estes investidores que tenham como objetivo auxiliar na seleção de títulos para a montagem de carteiras de ações eficientes em um mercado de renda variável.

As ações são títulos de renda variável pois o retorno do investimento depende dos resultados obtidos pela empresa ou instituição emissora do título, que podem ser distribuídos aos acionistas na forma de dividendos, e da diferença dos valores de mercado da ação no momento da compra e no momento da venda, sendo influenciados pela condição do mercado em termos de oferta e demanda pelo título, resultantes da condição estrutural e comportamental da economia do Brasil, da empresa emissora do título e do seu setor (FORTUNA, 2002).

Apesar do mercado de ações ser de renda variável, pesquisadores, analistas de mercado e investidores buscam formas de prever as oscilações dos preços das ações na tentativa de se estabelecer a tendência do título em termos de rendimento, ou seja, se há uma tendência de alta, de baixa ou de estabilidade no valor da ação.

Neste sentido, há duas escolas que usam informações e considerações diferentes para fazer essas projeções: uma é a escola fundamentalista, que se baseia em informações financeiras das empresas como o balanço patrimonial e demonstrações de resultado do exercício (DRE), além de fatores políticos e

desempenho do mercado e da economia como um todo; a outra é a escola técnica (ou gráfica), que estuda o desempenho dos preços de uma ação ao longo do tempo e, por meio de métodos matemáticos e estatísticos tenta projetar as movimentações futuras dos preços do título.

A análise técnica se preocupa como os preços se movimentam e não porque eles se movimentam, ou seja, estuda-se a dinâmica do mercado por meio de sinais que o próprio mercado emite com o objetivo de se prever informações futuras em função do comportamento passado. Esta previsão, por meio da aplicação de algum método e da consideração de certas hipóteses, é um processo que auxilia na tomada de decisão de investimentos (SECURATO, 1996).

Esta possibilidade de previsão do valor de uma ação, ou de um conjunto delas, por meio de análises estatísticas e matemáticas será o foco deste trabalho, não sendo considerada qualquer informação relativa ao desempenho da empresa, setor, política, economia ou mercado, ou seja, não será considerada qualquer análise fundamentalista.

Este trabalho tem a intenção de propor e validar um modelo para seleção das ações que participarão do *portfolio* de investimentos para os investidores individuais. Neste modelo serão consideradas as informações históricas das taxas de retorno de ações de empresas e, por meio de análises estatísticas sobre estas taxas, serão fornecidas informações que permitam ao investidor definir estratégias de investimento em função do seu grau de aceitação de risco (se é propenso, avesso ou indiferente) e de suas previsões de tendências do comportamento futuro das taxas de rendimento das ações. Este modelo será validado por meio de técnicas de *back testing*, que consiste no teste do modelo para verificar se os seus resultados

estão de acordo com o que acontece na realidade, usando como base os dados históricos.

Desta forma, o modelo proposto e validado poderá servir como base para a construção de ferramentas computacionais para auxiliar para os investidores individuais na criação de *portfolios* de investimentos em ações com o objetivo de redução do risco para um determinado nível de retorno.

1.1 PROBLEMA DE PESQUISA

Costa e Assunção (2005) afirmam que há um conceito empiricamente aceito de que a diversificação de ativos diminui o risco de um investimento. Este conceito vem comprovar o ditado popular: “*não se deve colocar todos os ovos em uma cesta única*”. As carteiras (ou *portfolios*) de investimentos são construídas exatamente com esta função de redução de riscos pela diversificação. Segundo Elton *et al.* (2004, p. 19), “*a composição da carteira pode resultar de uma série de decisões aleatórias e independentes, ou pode ser o produto de planejamento deliberado*”.

O processo de otimização por algoritmos como o proposto por Markowitz (1952) considera questões como a relação entre os históricos de rendimentos das ações para determinar a participação de cada título na carteira, determinando o retorno esperado e o risco desta.

Considerando que o planejamento da carteira inclua a escolha das ações que participarão do processo de otimização da carteira desejada pelo investidor em função de índices de análise técnica e do próprio perfil do investidor (mais arrojado ou mais conservador), deseja-se verificar se esta seleção prévia dos títulos produz resultados melhores do que a aplicação direta de um algoritmo de otimização, e se é

possível criar um modelo a ser aplicado no processo de montagem de carteiras de investimentos no mercado de ações.

Trabalhos acadêmicos que descrevem resultados da aplicação de algoritmos de otimização de carteiras de investimentos existem em grande número. Apesar disto, durante a pesquisa bibliográfica realizada previamente a esta dissertação, nenhum trabalho consultado comentou qualquer uso de indicadores técnicos para a previsão de tendência de alta ou de baixa nos valores de ativos, permitindo a seleção dos ativos a serem comprados ou vendidos ou mesmo para participarem como candidatos na criação de carteiras de investimentos.

Portanto, a pergunta de pesquisa deste trabalho pode ser descrita da seguinte forma:

É possível obter melhores resultados através de rendimentos maiores e da redução de risco diversificável de investimentos no mercado de ações brasileiro, valendo-se da aplicação de um modelo para seleção de títulos por indicadores técnicos e de um modelo de otimização de *portfolios*?

1.2 OBJETIVO GERAL

Propor e validar um modelo para seleção de títulos de empresas no mercado de ações brasileiro, baseado no histórico das taxas de rendimento e em decisões do investidor em relação à previsão de desempenho futuro destes títulos e do seu perfil em relação ao risco.

1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Analisar diferentes alternativas de otimização de carteiras, considerando algoritmos de otimização, período de análise de dados históricos e indicadores técnicos para seleção de ações;
- Desenvolver um modelo que forneça informações ao investidor sobre o comportamento passado das taxas de rendimento das ações de forma a permitir previsões do comportamento futuro.
- Validar o modelo proposto a partir de sua aplicação em dados históricos por meio da técnica de *back testing*, analisando as taxas de retorno obtidas e comparando o desempenho das carteiras criadas com o IBOVESPA;
- Analisar o uso do indicador técnico MACD (*Moving Average Convergence-Divergence Indicator*) para a seleção das ações que farão parte da carteira de investimentos a ser otimizada e verificar se os resultados obtidos com a utilização do MACD são melhores em termos de rendimento e risco que a otimização sem a seleção das ações pelo índice;

1.4 JUSTIFICATIVA TEÓRICA E PRÁTICA

O mercado de ações historicamente é um investimento com maiores taxas de retorno em longo prazo se comparado a aplicações de renda fixa. Da mesma forma que possibilita maiores taxas de retorno, o investimento no mercado de ações é um investimento de maior risco (GOETZMANN, 2005).

O comportamento típico de investidores é buscar a redução de risco, mesmo que para isto tenha que prejudicar os resultados esperados do investimento

(SIMONSEN, 1983; ROSS, 2002). Grinblatt e Titman (2005, p.142) afirmam que “os investidores são normalmente avessos ao risco, ou seja, não gostam da dispersão de seus resultados possíveis de riqueza”. Uma das formas de obter a redução de riscos no mercado de ações e aproveitar uma parte destas maiores taxas de retorno é por meio da diversificação de ações na montagem de *portfolios* de investimentos.

A criação de um modelo que permita ao investidor selecionar quais ações farão parte de seu *portfolio* de investimentos e otimize a composição deste *portfolio*, considerando informações históricas para a previsão de condições futuras adequadas ao seu grau de aceitação de riscos, e a implementação deste modelo em uma ferramenta computacional, permitirá ao investidor testar vários cenários de investimento e observar o comportamento destes cenários em dados do passado, de modo a auxiliar o investidor no processo de tomada de decisão para investimentos no futuro.

Os resultados obtidos a partir deste trabalho poderão trazer contribuição às pesquisas que buscam formas de se obter melhores resultados para investimentos no mercado de capitais com a redução de risco. A consideração de índices de análise técnica, aliados ao perfil do investidor em relação ao risco e à otimização de *portfolios* de investimentos, poderá produzir diversos cenários alternativos de análise capazes de validar ou não a hipótese de que é possível se obter melhores resultados com a influência do investidor no processo de seleção das ações para a montagem do *portfolio* de investimento.

Do ponto de vista prático, caso os resultados obtidos com a aplicação do modelo proposto permitam a obtenção de melhores taxas de retorno com mudanças aceitáveis nos níveis de riscos, o produto de informática que pode ser gerado com a aplicação do modelo servirá como ferramenta para a seleção de ativos e criação de

portfolios de investimentos por investidores individuais que atuam no mercado de ações, principalmente daqueles que usam o *Home Broker* como forma de investimento.

Até 1998 estes investidores individuais eram, de certa forma, discriminados pelas corretoras, que focavam sua atuação nos grandes investidores. O trabalho do corretor ao realizar pequenos investimentos era praticamente o mesmo que para realizar um investimento de valor maior, sendo que o retorno para a corretora no primeiro caso era praticamente irrisório. Para facilitar e promover o acesso destes investidores de menor porte ao mercado de ações (investidores individuais), a BOVESPA idealizou e criou o projeto denominado *Home Broker* em 1998.

De acordo com Lowenthal (2005), o projeto de *Home Broker* foi uma iniciativa considerada mundialmente pioneira no atendimento eletrônico e na realização de negócios, com o objetivo de:

Abrir um canal direto com os investidores das corretoras, para que eles possam, por meio delas, operar e acompanhar a evolução dos preços das cotações das ações negociadas na Bovespa. A proposta é permitir que o cliente tome as suas decisões de investimentos, seguindo um processo bastante simples, direto e de baixo custo para atender o pequeno investidor, incluindo a pessoa física que tenha interesse em operar na Bovespa e, não obrigatoriamente, participar em fundos de investimentos. [...] Portanto, a idéia do Home Broker foi abrir um canal com toda a segurança possível, permitindo que a corretora atraísse esses clientes, os atendesse seguindo um processo automatizado, e promovesse a oportunidade para os pequenos investidores participarem do mercado. (LOWENTHAL, 2005, p. 186)

Apesar do conceito do *Home Broker* ter sido criado pela BOVESPA, ele não é um produto oferecido diretamente por ela e sim pelas próprias corretoras, que recebem orientações da BOVESPA sobre os pré-requisitos do sistema, estrutura necessária e cuidados que devem tomar ao explicar para o cliente como funciona o

mercado. Atualmente, são 100 corretoras operando na BOVESPA e 47 destas corretoras oferecem a solução do *Home Broker*. As que não oferecem este serviço não o fazem por não desejarem investir neste tipo de mercado ou por estarem com sua atuação voltada ao mercado de atacado, não tendo interesse de atuar no varejo (LOWENTHAL, 2005, p. 187).

Alguns números divulgados pela BOVESPA mostram um grande aumento na base de investidores individuais, conforme pode ser visualizado na **Erro! Fonte de referência não encontrada.**, que apresenta quatro gráficos com as participações dos investidores individuais na BOVESPA em volume financeiro e total de negócios fechados.

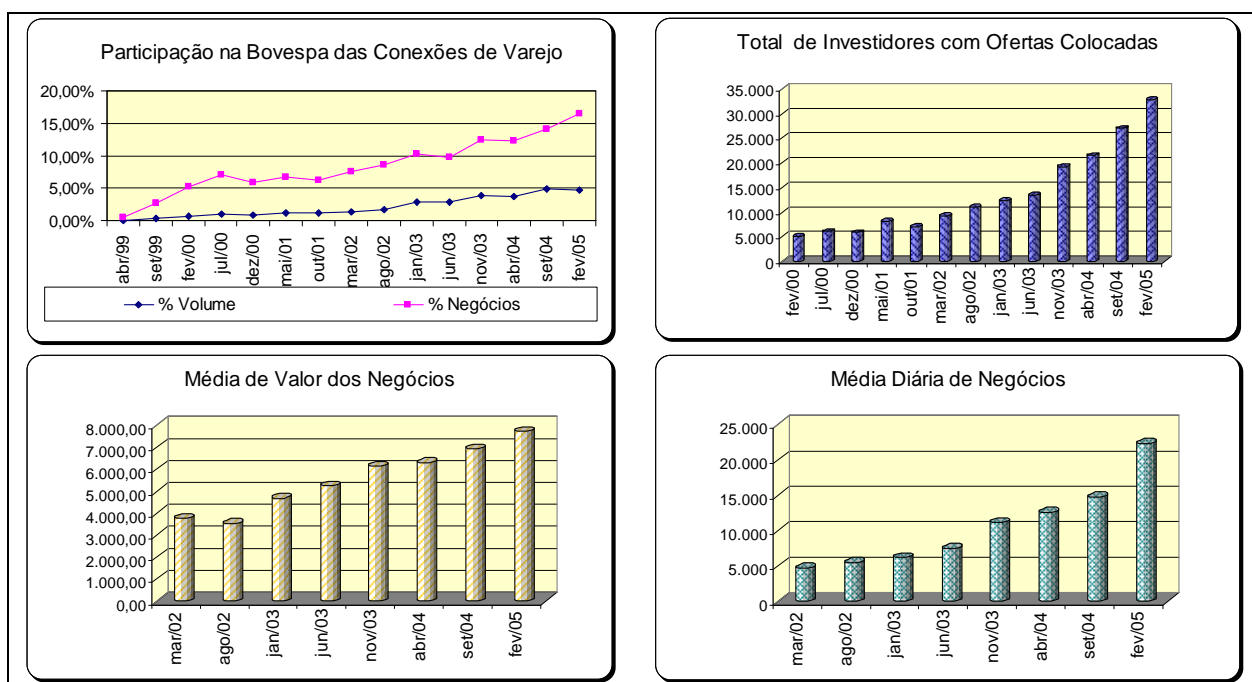


Figura 1 – Participações dos investidores individuais na BOVESPA

Fonte: BOVESPA (2005)

O valor negociado por investidores individuais cresceu saltando de menos de 1% em abril de 1999 (R\$ 3.248.167,00) para aproximadamente 5% em 2005 (R\$ 3.098.966.276,17), o que representa um crescimento de mais de 900 vezes considerando o valor absoluto, assim como o número de negócios fechados por

investidores individuais cresceu para mais de 15% em 2005 (401.893 negócios fechados), representando um aumento de mais de 120 vezes se for considerado o número total de negócios realizados em abril de 1999 (3.118 negócios fechados no mês).

O número total de investidores individuais cresceu de aproximadamente 5.000 no início do ano 2000 para mais de 30.000 no início de 2005. As médias dos valores dos negócios fechados do início de 2002 (R\$ 3.755,61) até o início de 2005 (R\$ 7.710,92) praticamente dobraram. A média diária de número de negócios fechados no mesmo período, que cresceram mais de cinco vezes, passaram de menos de 5.000 para mais de 20.000 negócios fechados por dia.

Pelas informações disponibilizadas pela BOVESPA percebe-se claramente o grande crescimento na base dos investidores individuais. Caso o modelo proposto neste trabalho seja validado em termos de resultados obtidos com sua aplicação, um produto de informática que implemente este modelo poderá ser futuramente desenvolvido. Este produto permitiria aos investidores individuais analisarem alternativas e criar suas próprias carteiras de investimentos, além de poder ser adotado e disponibilizado pelas corretoras de valores como ferramenta de análise adicional aos seus clientes. Com isto estarão aproveitando estas altas taxas de crescimento na quantidade de investidores individuais e possivelmente criando oportunidades para a ampliação da sua base de clientes próprios.

1.5 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Este trabalho será estruturado em cinco capítulos, a saber:

- O primeiro capítulo introduz conceitos necessários para a contextualização e descrição do problema de pesquisa e dos objetivos a

serem atingidos com a elaboração deste trabalho, além dos motivos para justificar a importância do tema;

- O segundo capítulo apresenta a fundamentação teórica que dará o embasamento para os estudos e definições das estratégias de seleção de títulos para a otimização de carteiras. São definidos os conceitos e formas de mensuração das taxas de retorno e de risco de um investimento. Também são apresentadas as definições relativas às carteiras de investimentos, a teoria de otimização de *portfolios* de Markowitz (1952), bem como os tipos de risco e os comportamentos possíveis de investidores em relação ao risco de investimentos, alguns indicadores de desempenho de carteiras e indicadores técnicos que são utilizados por analistas para a previsão de tendência de alta ou de baixa nos valores de ativos e índices. Além disso, serão apresentados alguns trabalhos teóricos e empíricos já realizados sobre a otimização de carteiras de investimentos e de outras estratégias de seleção de títulos para redução de riscos em investimentos no mercado de ações;
- O terceiro capítulo apresenta alguns trabalhos teóricos e empíricos realizados sobre temas relacionados ao tema desta pesquisa;
- O quarto capítulo apresenta os aspectos metodológicos utilizados para a realização deste trabalho. Também são apresentados o delineamento da pesquisa com a descrição dos dados utilizados, forma de tratamento e coleta;
- O quinto capítulo detalha o modelo construído para a análise e seleção de títulos para a composição de carteiras de investimentos e apresenta os resultados empíricos, pautando-se nos testes formulados para a validação

do modelo com base em históricos das taxas de retorno das ações selecionadas;

- O sexto capítulo apresenta as conclusões e considerações finais sobre o tema abordado, bem como limitações deste trabalho e algumas recomendações para o desenvolvimento de pesquisas futuras.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

No primeiro capítulo foi feita a introdução deste trabalho, descritos o problema de pesquisa e os objetivos a serem atingidos, bem como considerações sobre as justificativas teóricas e práticas para a sua elaboração, e a descrição da estruturação adotada neste trabalho de dissertação.

Neste capítulo será apresentada a fundamentação teórica utilizada como base para a elaboração deste trabalho, bem como serão descritos alguns trabalhos de pesquisa já realizados sobre assuntos relacionados àqueles que são considerados nesta dissertação.

O mercado de ações sempre foi bastante atrativo aos investidores em função da possibilidade de proporcionar grandes rentabilidades em pequenos períodos de tempo. O problema deste mercado é que, da mesma forma que pode produzir estes ganhos, em pequenos períodos de tempo, ele também pode produzir grandes perdas.

Um desafio enfrentado pelos investidores é buscar a possibilidade de aproveitar o máximo possível destas altas de títulos, ou do mercado como um todo, e reduzir as chances de perdas resultantes das baixas. Um ganho ou perda no investimento está ligado ao conceito de retorno de investimento e a incerteza sobre este retorno está relacionada ao conceito de risco (SECURATO, 1996, p. 21). Assim, primeiramente serão conceituadas a taxa de retorno e risco de um investimento e como elas são influenciados quando o investidor leva em conta uma carteira com mais de um ativo.

2.1 A TAXA DE RETORNO DE UM INVESTIMENTO

A taxa de retorno de um investimento mede a velocidade de como o valor de um investimento cresce ou diminui. Esta taxa pode ser calculada pelo percentual da variação do valor final do investimento com o seu valor inicial em um determinado período:

$$R_t = \frac{V_f - V_i}{V_i} \quad (1)$$

Onde:

R_t : taxa de retorno no período “ t ”;

V_f : valor final do investimento;

V_i : valor inicial do investimento (ou preço de compra).

De acordo com Costa e Assunção (2005), quando as variações entre V_f e V_i são pequenas, aplicando-se a expansão da 1ª ordem de Taylor, obtém-se a seguinte condição, visualizada em (2):

$$\ln(V_f) \approx \ln(V_i) + \frac{1}{V_i}(V_f - V_i) \Rightarrow \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) \approx \frac{1}{V_i}(V_f - V_i) \quad (2)$$

Desta forma, a taxa de retorno de um dado investimento no período “ t ” pode ser calculada aproximadamente por intermédio da expressão (3):

$$R_t = \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) \quad (3)$$

Onde:

R_t : taxa de retorno do investimento no período “ t ”;

\ln : logaritmo neperiano.

Em um investimento em ações, um investidor pode obter rendimento do aumento ou redução do valor do ativo somado aos valores recebidos de dividendos

e de juros sobre o capital (FRANCIS e ARCHER, 1991, p. 2), resultando na expressão denotada por (4):

$$R_t = \frac{(P_t - P_{t-1}) + D_t}{P_{t-1}} \quad (4)$$

Onde:

R_t : taxa de retorno no período “ t ”;

P_t : preço de mercado ao final do período “ t ”;

P_{t-1} : preço de mercado ao final do período “ $t-1$ ”;

D_t : distribuições de caixa recebidas (dividendos e juros sobre capital) durante o período “ t ”.

Os métodos anteriores se aplicam ao cálculo da taxa de retorno de investimentos para valores passados. O fato de um rendimento ter acontecido no passado não significa que ele vá acontecer com certeza no futuro, assim a informação que os investidores consideram para a tomada de decisão é o valor esperado deste rendimento.

O valor esperado pode ser resultado de uma projeção baseada em rendimentos históricos dos investimentos ou em estimativas de analistas financeiros sobre as possíveis taxas de retorno futuras e suas probabilidades. Francis e Archer (1991) caracterizam a primeira forma como sendo *objetiva*, que é baseada na frequência de distribuição relativa dos rendimentos passados, e a segunda como sendo *subjetiva*². Elton et al. afirmam que “*quando há risco, o resultado de qualquer decisão não é conhecido com certeza, e os resultados possíveis são comumente representados por uma distribuição de frequências*” (ELTON et al., 2004, p. 59).

Considerando a frequência de distribuição relativa das taxas de retorno, é possível estimar a taxa de retorno esperada de um investimento aplicando a média

² Como tais estimativas têm como base a análise fundamentalista, estas não serão consideradas no escopo deste trabalho.

ponderada das taxas de retorno históricas, sendo a freqüência de cada taxa de retorno usada para estimar a probabilidade de ocorrência do rendimento e esta probabilidade usada como peso para a ponderação (FRANCIS e ARCHER, 1991, p. 11), resultando na expressão (5).

$$\bar{R}_i = \sum_{t=1}^T P_{it} R_{it} \quad (5)$$

Onde:

\bar{R}_{it} : rendimento esperado do ativo “i” no período “t”;

P_{it} : probabilidade da ocorrência do rendimento “ R_{it} ” para o ativo “i” no período “t”;

T: número de elementos na tabela de freqüência analisada.

Francis e Archer (1991) e Fisher e Lorie (1970) citam alguns estudos empíricos que demonstraram que as taxas de retorno de aplicações financeiras seguem uma distribuição próxima à distribuição normal, ou seja, são simétricos. Desta forma, uma medida de tendência central (que indique o centro da distribuição) pode ser usada para se estimar a taxa de retorno esperada baseada em históricos dos rendimentos. As medidas de tendência central podem ser a média aritmética, moda ou mediana.

Markowitz (1959) atesta que a moda e a mediana poderão levar a erros de interpretação, pois a mediana apresenta o inconveniente de ser insensível a mudanças nos valores extremos observados. Já a moda, contrariamente, possui uma grande sensibilidade a alterações nos dados considerados. Além disso, acrescenta mais duas vantagens no uso da média como medida para esperança da taxa de retorno:

- 1) Em um conjunto de dados, a média aritmética será sempre única (fato que não acontece com a moda);

2) Na constituição de uma carteira de ações, as relações matemáticas usando a média aritmética ficam mais simples para se calcular o rendimento esperado do que se fossem usadas moda ou mediana.

A forma considerada neste trabalho para estimativa do rendimento esperado para um título será representada pela média aritmética dos rendimentos passados, considerando que estes rendimentos passados têm individualmente a mesma probabilidade de acontecerem no futuro. Para mensurar a taxa média dos retornos esperados, utiliza-se a expressão denotada em (7).

$$\bar{R}_{it} = \sum_{j=1}^N \frac{R_{ij}}{N} \quad (6)$$

Onde:

\bar{R}_{it} : rendimento esperado do ativo “i” no período “t”;

\bar{R}_{ij} : retorno do ativo “i” no período “j”;

N: número de períodos passados analisados.

Assim como o rendimento esperado de um ativo, o risco acaba sendo um fator considerado pelo investidor no momento da decisão para realizar um investimento financeiro.

2.2 RISCO DE INVESTIMENTO FINANCEIRO

A literatura apresenta as mais variadas definições para o significado de risco de investimento. Securato (1996) define risco como “*grau de incerteza a respeito de um evento*” (SECURATO, 1996, p. 21).

Francis (2001) define o risco simplesmente como a variabilidade das taxas de retorno. Jorion (1998) define como sendo a “*dispersão de resultados inesperados, devido a oscilações nas variáveis financeiras*” (JORION, 1998, p. 61).

Elton *et al.* (2004) sugerem que o risco é representado por uma medida estatística de dispersão dos valores das taxas de retorno, como a variância ou o desvio padrão.

Um exemplo prático pode demonstrar melhor o significado de risco considerado no escopo deste trabalho, que usa o grau de incerteza ou variabilidade dos retornos como medida de risco. O gráfico apresentado na Figura 2 mostra o desempenho de dois investimentos durante doze meses. Apesar dos dois investimentos apresentarem uma taxa de retorno médio de 2% no período de doze meses, pode-se observar que os retornos do *Investimento A* variaram em uma proporção muito maior que os do *Investimento B*, desta forma, diz-se que houve maior incerteza do retorno para o *Investimento A* e conseqüentemente maior risco.

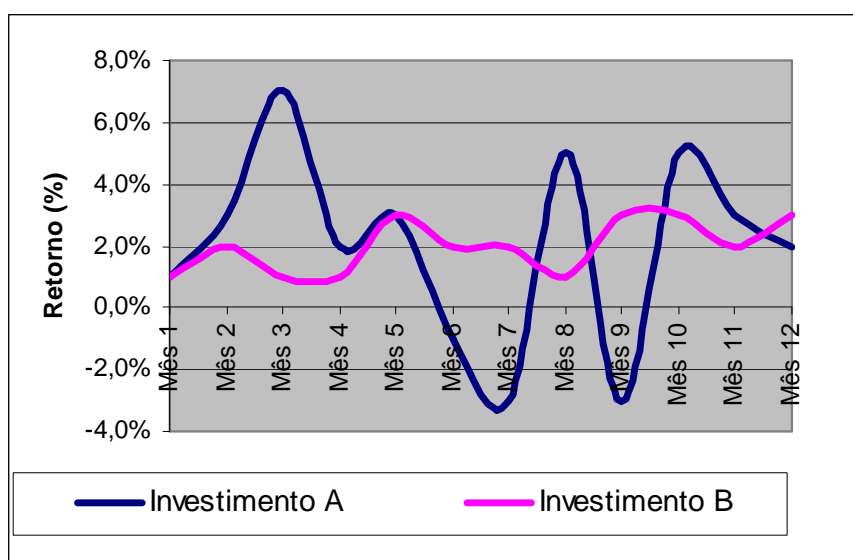


Figura 2 - Comparação entre retornos de dois investimentos

Fonte: O Autor³

A variância do ativo representa o quanto a taxa de retorno deste ativo se afastou daquela prevista pelo investidor, que é a média das taxas de retorno analisadas. Assim, quanto maior o valor da variância maior a chance do rendimento

³ A partir deste momento a fonte de figuras, tabelas e quadros que forem de autoria do Autor deste trabalho serão omitidas.

do ativo se distanciar do valor esperado pelo investidor. Por outro lado, quanto menor o valor da variância, menor a probabilidade de um retorno se distanciar do valor esperado. A variância das taxas de retorno de um investimento é obtida pela expressão (7).

$$Var(R_i) = \sigma_i^2 = \sum_{j=1}^N \frac{(R_{ij} - \bar{R}_i)^2}{N} \quad (7)$$

Onde:

\bar{R}_i : rendimento esperado do ativo “i”;

R_{ij} : retorno do ativo “i” no período “j”;

N: número de períodos passados analisados;

$Var(R_i)$ ou σ_i^2 : variância do ativo “i” nos “N” períodos analisados.

Outra medida de dispersão que pode ser utilizada é o desvio padrão (σ), que é obtido por meio da raiz quadrada da variância das taxas de retorno:

$$\sigma_i = \sqrt{Var(R_i)} \quad (8)$$

Onde:

σ_i : desvio padrão do ativo “i”;

$Var(R_i)$: variância do ativo “i”.

Tanto os desvios para baixo quanto os desvios acima do valor esperado do rendimento do ativo são considerados no cálculo da variância. Teoricamente os desvios acima da média são desejados pelo investidor e somente os desvios abaixo da média perturbam o investidor.

Outra forma de considerar a dispersão das taxas de retorno e, conseqüentemente, o risco de um ativo, é levando em conta somente os retornos históricos abaixo da média, pois seriam indesejados pelo investidor. Esta medida é conhecida como semivariância. Entretanto, os resultados obtidos com a utilização da

semivariância são muito próximos aos obtidos com o uso da variância: “*como as evidências empíricas mostram que a maioria dos ativos existentes no mercado possui retornos razoavelmente simétricos, a semivariância não é necessária*” (ELTON *et al.*, 2004, p. 63).

Jorion (1998) confirma a necessidade do uso da variância como medida de risco pois os desvios positivos e negativos devem ser vistos como fonte de risco. Outra motivação para a utilização da variância como medida de dispersão é a apresentada por Grinblatt e Titman:

A motivação por trás do uso da variância como medida de dispersão mais apropriada para a análise de risco em investimentos é a relação próxima que há entre a distribuição observada dos vários retornos de carteiras e a distribuição normal. (GRINBLATT e TITMAN, 2005, p. 142)

A variância estatística e o desvio padrão (que é derivado da primeira) das taxas de retorno serão utilizados como medida de risco (ou de dispersão) dos ativos e das carteiras de investimentos neste trabalho. A criação de carteiras diversificadas de investimentos é uma alternativa aos investidores que, pela diversificação, podem trazer como benefícios a possibilidade de reduzir o risco global do investimento a um nível abaixo do risco de qualquer um dos ativos individualmente, sem sacrificar as taxas de retorno obtidas.

Há um conceito empiricamente aceito de que a diversificação de ativos diminui o risco de um investimento (COSTA e ASSUNÇÃO, 2005). Dessa forma, “*os investidores não devem aplicar, e na verdade não aplicam, em um único ativo; eles investem em grupos ou carteiras de ativos*” (ELTON *et al.*, 2004, p. 59). Para Securato (1996), a diversificação pode ser entendida como “*qualquer processo que*

possibilite minimizar os efeitos do risco sobre um ativo ou sobre uma carteira de ativos” (SECURATO, 1996, p. 44).

De acordo com Gitman e Joehnk (2005), para a definição de quais ativos financeiros participarão da carteira do investidor, podem ser consideradas duas abordagens:

- 1) A abordagem tradicional, baseada na análise fundamentalista descrita anteriormente, que é um método menos quantitativo e que busca “equilibrar” a carteira considerando uma ampla variedade de ações e/ou títulos de dívida, com uma ênfase típica na diversificação entre setores industriais;
- 2) A abordagem baseada na Teoria Moderna de *Portfolios*, que é fundamentada em medidas estatísticas para a seleção dos ativos e na determinação de suas participações percentuais nas carteiras de investimentos.

Como não são objeto deste trabalho as carteiras criadas com a utilização da análise fundamentalista, na próxima seção é apresentada a Teoria Moderna de *Portfolios*, descrevendo os conceitos envolvidos e as alternativas para a criação de carteiras de investimentos eficientes, que segundo Gitman e Joehnk (2005), são aquelas que fornecem o retorno mais alto para um dado nível de risco ou um risco mais baixo para um dado nível de retorno.

2.3 A TEORIA MODERNA DE *PORTFOLIOS*

Os estudos de Markowitz (1952) foram o marco inicial sobre os estudos de carteiras de investimento e que introduziram a Teoria Moderna de Investimento (ou Teoria Moderna de *Portfolios*). Estes estudos apresentaram pela primeira vez um

embasamento teórico matemático em relação à redução de risco resultante da diversificação (COSTA e ASSUNÇÃO, 2005).

A Teoria Moderna de *Portfolios* pode ser considerada uma ferramenta que permite ao investidor compor a carteira de investimento com diferentes ativos financeiros e otimizar a relação entre retorno e risco do investimento:

Essa teoria é desenvolvida seguindo a premissa de que os investidores avaliariam suas carteiras apenas com base no valor esperado e na variância das taxas de retorno no espaço de tempo considerado, sendo essas as duas únicas variáveis de decisão para a seleção dos ativos. Quando postos a escolher entre duas carteiras de mesmo risco, os investidores sempre escolheriam a de maior retorno e, da mesma forma, quando postos a escolher duas carteiras de mesmo retorno, sempre escolheriam a de menor risco (COSTA, e ASSUNÇÃO 2005, p. 17)

Estes princípios podem ser observados na Figura 3. Considerando A, B e C diferentes carteiras de investimentos, sendo A e C de mesmo risco e A e B de mesmo retorno esperado (sendo o retorno esperado e risco de B e C diferentes), o investidor sempre escolheria a carteira A em relação à carteira C, pois A possui um retorno esperado maior. Da mesma forma, a carteira B sempre seria preferida em relação à carteira A, pois B possui menor risco.

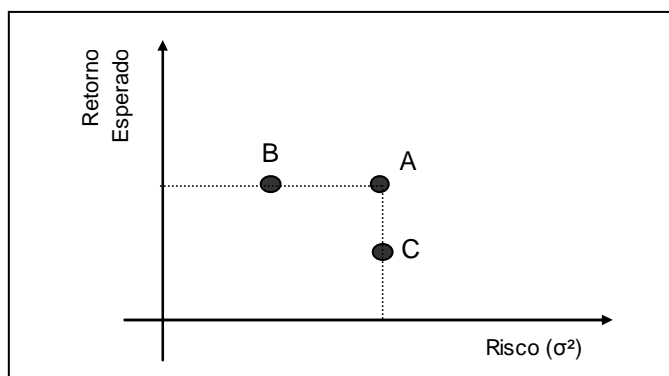


Figura 3 - Princípios de dominância entre ativos

Fonte: Adaptado de VINCE (1999, p. 39)

Tomando-se como base os princípios de dominância acima descritos e considerando-se um conjunto de ativos que podem ser combinados em diferentes proporções para a formação de carteiras de investimentos, é possível definir um conjunto limitado destas carteiras de investimentos que são preferíveis em relação a todas as outras carteiras do conjunto. Estas carteiras que são preferidas em relação às outras são denominadas *Carteiras Eficientes* e o seu conjunto forma um conjunto denominado *Fronteira Eficiente*, que será descrito a seguir, logo após a definição e forma de cálculo da taxa de retorno e de risco de carteiras de investimentos.

2.3.1 Taxa de retorno e risco e de uma carteira

A taxa de retorno de uma carteira de ativos é obtida por meio da proporção de cada ativo na composição da carteira e da taxa de retorno individual de cada ativo, ou seja, calculando-se a média ponderada das taxas de retorno dos ativos individuais, tal como pode ser visto na expressão (9).

$$R_p = \sum_{i=1}^N (\phi_i r_i) \quad (9)$$

Onde:

R_p : rendimento do *portfolio* (carteira);

ϕ_i : proporção a ser alocada do ativo “*i*” no *portfolio*;

r_i : rendimento do ativo “*i*”;

N : número de ativos “*i*” no *portfolio* “*p*”.

Da mesma forma, a taxa de retorno esperada da carteira de ativos é a média ponderada das taxas de retorno esperadas dos ativos individuais, e pode ser mensurada conforme mostram *Elton et al.* (2004), por meio da expressão (10).

$$\bar{R}_p = \sum_{i=1}^N (\phi_i \bar{r}_i) \quad (10)$$

Onde:

\bar{R}_p : rendimento esperado do *portfolio* (carteira);

ϕ_i : proporção do ativo “*i*” no *portfolio* “*p*”;

\bar{r}_i : rendimento esperado do ativo “*i*”;

N: número de ativos “*i*” no *portfolio* “*p*”.

O risco de uma carteira é medido da mesma forma que o risco de um ativo individual, ou seja, por meio do cálculo da variância da carteira. Elton *et al.* (2004) demonstram matematicamente como a variância de uma carteira é obtida. Partindo-se do valor esperado do quadrado da diferença entre o rendimento obtido e o rendimento esperado da carteira para um período, representado na expressão (11), obtém-se a variância da carteira como:

$$\sigma_p^2 = E(R_p - \bar{R}_p)^2 \quad (11)$$

Onde:

R_p : taxa de retorno obtida na carteira no período analisado;

\bar{R}_p : taxa de retorno esperada da carteira;

Por substituições e por meio da aplicação das propriedades da esperança matemática, obtém-se a expressão (12).

$$\sigma_p^2 = \sum_{j=1}^N (\phi_j^2 \sigma_j^2) + \sum_{j=1}^N \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^N (\phi_j \phi_k \sigma_{jk}) \quad (12)$$

Onde:

σ_p^2 : variância da carteira “*p*”;

ϕ_j : proporção do ativo “*j*” na carteira “*p*”;

ϕ_k : proporção do ativo “*k*” na carteira “*p*”;

σ_j^2 : variância do ativo “*j*”;

σ_{jk} : covariância entre os ativos “*j*” e “*k*”;

N: número de ativos na carteira.

Os estudos de Markowitz liquidaram a concepção de que as estratégias ingênuas de diversificação, com a escolha aleatória dos títulos, trariam redução de risco na carteira. Para que uma carteira tenha riscos menores que os ativos que a compõem individualmente, é necessário que os preços dos ativos não variem em conjunto na mesma direção e proporção.

Segundo Elton *et al.* (2004) um menor risco na carteira depende da possibilidade dos retornos dos ativos variarem em proporções diferentes ou que, enquanto alguns apresentem retornos positivos, outros apresentem retornos negativos. Assim, na determinação do risco de uma carteira, deve ser estimado um indicador que relacione os retornos dos títulos que compõem a carteira dois a dois. De acordo com Tosta de Sá (1999), este indicador pode ser representado pelo coeficiente de correlação ou a covariância entre os títulos.

O coeficiente de correlação entre dois ativos é uma medida estatística que indica o grau de dependência linear entre as taxas de retorno destes ativos. Se os rendimentos positivos de um ativo estão associados aos rendimentos negativos do outro no mesmo período, ou vice-versa, o coeficiente de correlação tem valor negativo. Se, por outro lado, os rendimentos positivos de um ativo estão associados aos rendimentos também positivos do outro ativo, ou negativos de um associado aos negativos do outro, no mesmo período, o coeficiente de correlação tem valor positivo. Caso sejam independentes, o coeficiente de correlação é igual à zero.

Este coeficiente de correlação varia de +1, quando os resultados são perfeitamente correlacionados (sempre que um rendimento de um ativo é positivo, o do outro também é, assim como quando o rendimento de um é negativo, o do outro também é), até -1, quando a correlação é linear e perfeita no sentido inverso, ou seja, sempre que um é positivo, o outro é negativo, e vice-versa.

A Figura 4 apresenta o risco resultante de uma carteira composta por dois ativos A e B , considerando as situações onde a correlação entre os dois ativos é igual a $+1$, igual a zero e igual a -1 . Considerando diferentes proporções de A e B na carteira (sendo que a soma total deve ser sempre igual a 100%), quando a correlação " ρ " entre A e B é igual à $+1$ a linha que une a carteira A com a carteira B é representada por uma reta (cor azul). Quando a correlação for igual à zero, as diferentes proporções formam uma curva (cor verde) e, quando o coeficiente de correlação for igual à -1 , as diferentes proporções de A e B resultam em duas retas (cor vermelha).

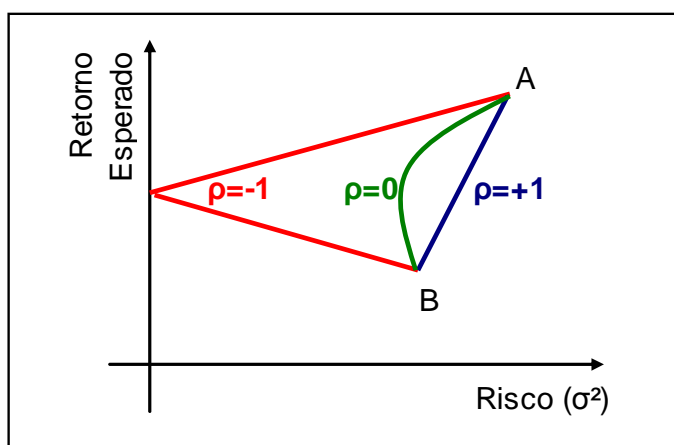


Figura 4 - O coeficiente de correlação e a redução de risco

Fonte: Adaptado de Tosta de Sá (1999, p. 53)

Tosta de Sá (1999) também afirma que a covariância é outra medida estatística de dependência linear entre duas variáveis, no caso das taxas de retorno de dois ativos. Da mesma forma que o coeficiente de correlação, quando as taxas de retorno não estão relacionadas linearmente, a covariância entre elas é zero. A relação entre coeficiente de correlação e a covariância entre duas variáveis é apresentada na expressão (13):

$$\rho_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} \quad (13)$$

Onde:

ρ_{xy} : coeficiente de correlação linear entre as variáveis “x” e “y”;

σ_{xy} : covariância linear entre as variáveis “x” e “y”;

σ_x : desvio padrão da variável “x”;

σ_y : desvio padrão da variável “y”.

Já a covariância entre duas variáveis é obtida a partir da expressão (14).

$$\sigma_{xy} = \frac{\sum (R_x - \bar{R}_x)(R_y - \bar{R}_y)}{N} \quad (14)$$

Onde:

σ_{xy} : covariância entre as variáveis “x” e “y”;

R_x : taxa de retorno do ativo “x” em um determinado período de tempo;

\bar{R}_x : taxa de retorno esperada do ativo “x”;

R_y : taxa de retorno do ativo “y” em um determinado período de tempo;

\bar{R}_y : taxa de retorno esperada do ativo “y”;

N : número de observações.

Como pode ser observado na expressão (12), a covariância entre duas variáveis, no caso das taxas de retorno históricas de dois títulos, é considerada no cálculo do risco de uma carteira. Segundo Tosta de Sá (1999):

Quanto menor a covariância entre os retornos dos dois títulos, menor o risco da carteira e, mais, quando a covariância for negativa o risco da carteira será menor do que a média ponderada do risco de cada um dos títulos que a compõem. Esse é o grande segredo da diversificação eficiente proposta por Markowitz. (TOSTA DE SÁ, 1999, p. 58)

Desta forma, o risco de uma carteira pode ser reduzido se forem considerados ativos cuja covariância entre eles sejam as menores possíveis. Elton *et al.* (2004) afirmam que se for considerado um número grande de ativos com retornos independentes, ou seja, com covariância igual a zero, a variância da carteira

composta por estes ativos tenderá a zero. Apesar desta possibilidade matemática, na prática, a maioria dos mercados possui correlação e covariância positivas entre as taxas de retorno de ativos. Elton *et al.* (2004) mostram que “*nesses mercados, não se consegue levar a zero o risco da carteira, mas ele pode ser muito inferior à variância do retorno de um ativo individualmente*” (ELTON *et al.*, 2004, p. 71). Os motivos pelos quais não se consegue levar o risco da carteira a zero e a composição do risco total de ativos e carteiras são descritos mais adiante neste trabalho, na subseção 2.4, que detalha o modelo de formação de preços de ativos de mercado (CAPM), logo após da definição da Fronteira Eficiente.

2.3.2 Fronteira Eficiente

Para um investidor que está considerando um investimento em um conjunto fechado de ativos e tem disponível um determinado montante em dinheiro a ser investido, é possível a criação de inúmeras carteiras diferentes por meio de investimentos em distintas proporções do montante financeiro disponível em cada ativo.

Como exemplo, pode-se considerar que este investidor está interessado em investir em seis ativos “A”, “B”, “C”, “D”, “E” e “F”. Para cada um deles tem-se o histórico de valores dos ativos em um determinado número de períodos passados. Com estes valores dos ativos e aplicando-se algumas das equações descritas anteriormente, pode-se determinar qual a taxa de retorno média assim como o desvio padrão (medida de risco) de cada ativo. Considerando-se que a proporção do montante total a ser investido em cada ativo individualmente pode variar de 0% a 100% e que o somatório total das proporções investidas individualmente deve

sempre ser igual a 100% (ou seja, o montante total disponível), é possível considerar inúmeras alternativas, como por exemplo, as que encontram-se listadas na Tabela 1.

Ativo	A	B	C	D	E	F	Total
Carteira 1	10%	10%	20%	20%	10%	30%	100%
Carteira 2	0%	35%	15%	0%	30%	20%	100%
...
Carteira n	t%	u%	v%	x%	y%	z%	100%

Onde t, u, v, x, y e z são maiores ou igual a 0% e menores ou igual a 100%

Tabela 1 - Exemplo de diferentes carteiras de investimento

Cada uma destas carteiras possíveis terá uma taxa de retorno e um risco (desvio padrão) que podem ser calculados em função da composição da carteira (as formas destes cálculos estão apresentadas na subseção 2.3.1 deste trabalho). Este conjunto de carteiras possíveis pode ser apresentado em um gráfico, em conjunto com os ativos, que poderia ter o formato tal como o apresentado na Figura 5.

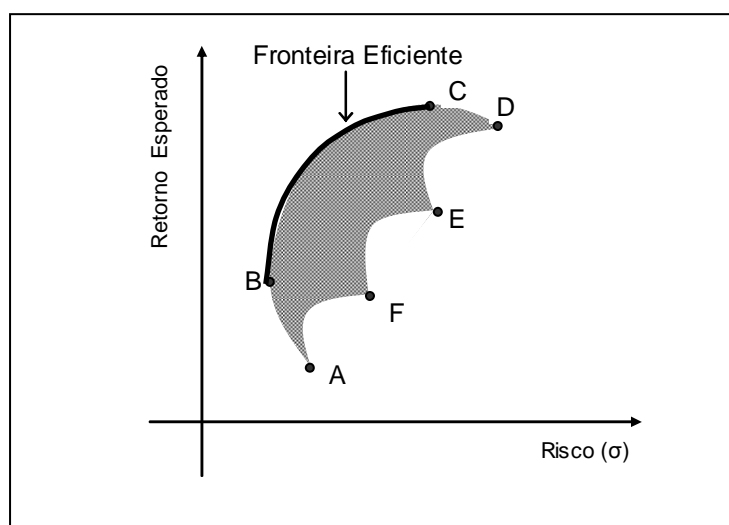


Figura 5 - Gráfico de risco x retorno de ativos e das carteiras possíveis

Fonte: Adaptado de Gitman e Joehnk (2005, p. 150)

Na Figura 5 os pontos com as letras de “A” até “F” representam os ativos e a área escura do gráfico é formada por inúmeros pontos, onde cada ponto representa uma carteira possível de ser formada com diferentes proporções investidas nos ativos “A”, “B”, “C”, “D”, “E” e “F”.

Dentre todas estas carteiras possíveis há um conjunto que é preferido em relação às demais pelo princípio de dominância apresentado anteriormente, ou seja, este conjunto de carteiras eficientes tem o menor risco para um dado nível de retorno e o melhor retorno para um determinado nível de risco. Este conjunto de carteiras eficientes encontra-se na curva que liga os pontos “B” e “C” do gráfico e formam a fronteira eficiente das carteiras destes ativos. Assim, pode-se definir a fronteira eficiente como sendo o conjunto viável de carteiras eficientes, tal como *“aquelas que fornecem a melhor substituição entre risco (medido pelo desvio padrão) e retorno”* (GITMAN e JOEHNK, 2005, p. 149).

Para a formação da fronteira eficiente, Francis (2001, p. 623) apresenta quatro suposições em que a teoria de mercado de capitais se baseia e que resumem as considerações apresentadas até o momento:

- 1) a taxa de retorno de um investimento é o fator mais importante. Os investidores, tanto conscientemente quanto inconscientemente, consideram que a taxa de retorno esperada de um investimento é uma distribuição de probabilidades das taxas de retorno históricas;
- 2) a estimativa de risco de um investimento é proporcional à variabilidade dos retornos históricos, calculada pela variância ou pelo desvio padrão;
- 3) os investidores tomam suas decisões baseado somente em dois parâmetros da distribuição de probabilidade dos retornos históricos: a taxa de retorno esperada e a variância (ou mesmo o desvio padrão);
- 4) para qualquer categoria de risco, os investidores preferem o ativo ou carteira que apresente a maior taxa de retorno, assim como na seleção entre ativos ou carteiras com a mesma taxa de retorno, os investidores preferem a opção de menor risco.

A fronteira eficiente pode ser modificada se for considerada a possibilidade dos investidores emprestarem dinheiro, assim como também aplicarem dinheiro, a uma dada taxa livre de risco. Francis (2001, p. 621) define a taxa livre de risco como tendo a variância de sua taxa de retorno igual à zero.

Segundo Zentgraf(1996, p. 97), a existência de uma taxa livre de risco foi considerada pela primeira vez nos estudos de J. Tobin, que em 1958 constatou a preferência de investidores pela liquidez à alternativa aos investimentos de risco. Tobin sugere que o investidor alocaria parte de seus recursos em investimentos que envolvessem risco e parte em títulos de máxima liquidez, como por exemplo, deixando dinheiro em caixa ou algo equivalente. Títulos desta natureza teriam como características principais: retorno e risco nulos e retornos independentes (não correlacionados) aos retornos das demais alternativas de investimento no mercado.

Este conceito de investimento de risco foi ampliado por William Sharpe em um estudo que resultou na definição do Modelo Diagonal. Segundo este modelo *“existiriam à disposição do indivíduo, títulos que remunerariam a uma taxa “ R_f ” (Risk free) não nula, fixa, positiva e não correlacionada aos retornos dos demais títulos do mercado”* (ZENTGRAF, 1996, p. 98). Desta forma, ter-se-ia como verdade as características expressas pelas equações (15) e (16).

$$\sigma_{R_f} = 0 \tag{15}$$

$$\rho_{R_f,i} = 0 \Leftrightarrow \sigma_{R_f,i} = 0 \tag{16}$$

Onde:

σ_{R_f} : desvio padrão dos retornos de do investimento livre de risco “ R_f ”;

$\rho_{R_f,i}$: correlação entre “ R_f ” e os retornos de “ i ”;

$\sigma_{R_f,i}$: covariância entre “ R_f ” e os retornos de “ i ”.

Substituindo as expressões (15) e (16) nas equações denotadas para o retorno e risco de carteiras de investimentos, que estão definidas em (10) e (12) respectivamente, obtém-se a equação (17) para a taxa de retorno de um carteira de investimentos onde considera-se agora o fato dos investidores aplicarem parte dos seus recursos financeiros a uma taxa livre de risco “ R_{R_f} ”.

$$\bar{R}_P = \phi_{R_f} \bar{R}_{R_f} + \phi_i \bar{R}_i \quad (17)$$

Onde:

\bar{R}_P : retorno esperado para o *portfolio* “ p ”;

ϕ_{R_f} : proporção investida no ativo livre de risco “ R_f ”;

\bar{R}_{R_f} : retorno esperado do ativo livre de risco “ R_f ”;

ϕ_i : proporção investida no ativo “ i ”;

\bar{R}_i : retorno esperado do ativo “ i ”.

Por outro lado, o risco de uma carteira de investimentos que considere a incorporação de um ativo livre de risco “ R_{R_f} ” é obtido por meio da equação (18).

$$\sigma_P = \phi_i \sigma_i \quad (18)$$

Onde:

σ_P : risco (desvio padrão) do *portfolio* “ P ”;

ϕ_i : proporção investida no ativo “ i ”;

σ_i : risco (desvio padrão) do ativo “ i ”.

Por substituição, e considerando que $\phi_{R_f} + \phi_i = 1$, obtém-se a equação (19) para o retorno esperado de um *portfolio* (composto por um ativo livre de risco e um ativo com risco) em função do seu risco.

$$\bar{R}_P = \bar{R}_{R_f} + \left(\frac{\bar{R}_i - \bar{R}_{R_f}}{\sigma_i} \right) \sigma_P \quad (19)$$

Onde:

\bar{R}_P : retorno esperado para o portfólio "P";

\bar{R}_{R_f} : retorno esperado do ativo livre de risco "R_f";

\bar{R}_i : retorno esperado do ativo "i";

σ_i : risco (desvio padrão) do ativo "i";

σ_P : risco (desvio padrão) do portfólio "P".

A equação (19) é equivalente à equação de uma reta do tipo $Y=A+BX$.

Desta forma, um *portfólio* formado por um ativo livre de risco e um ativo com risco tem todas as combinações possíveis de taxa de retorno e risco formando uma reta, cuja representação pode ser a apresentada na Figura 6.

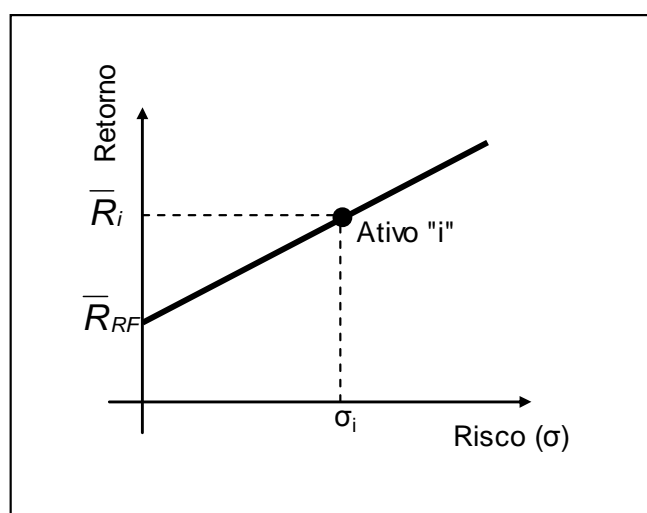


Figura 6 - Reta resultante da combinação de um ativo livre de risco e um ativo "i"

Fonte: Adaptado de Zentgraf (1996, p. 99)

A possibilidade de aplicação e empréstimo a uma taxa livre de risco em conjunto com outros ativos com risco, produz modificações no conjunto de carteiras eficientes que formam a fronteira eficiente. Para criação desta nova fronteira eficiente, Francis e Archer (1991, p. 621) sugerem:

- 1) que todos os investidores invistam de acordo com a teoria proposta por Markowitz apresentada até o momento;

- 2) que todos estes investidores possam emprestar dinheiro e investir em alternativas livres de risco;
- 3) que todos os investidores tenham a mesma expectativa em relação retornos esperados, risco e correlações entre todas as alternativas de investimento disponíveis.

Estas condições de homogeneidade do mercado de investidores levariam a uma nova representação da fronteira eficiente, como a apresentada na Figura 7, que é denominada Linha do Mercado de Capitais (do inglês CML – *Capital Market Line*).

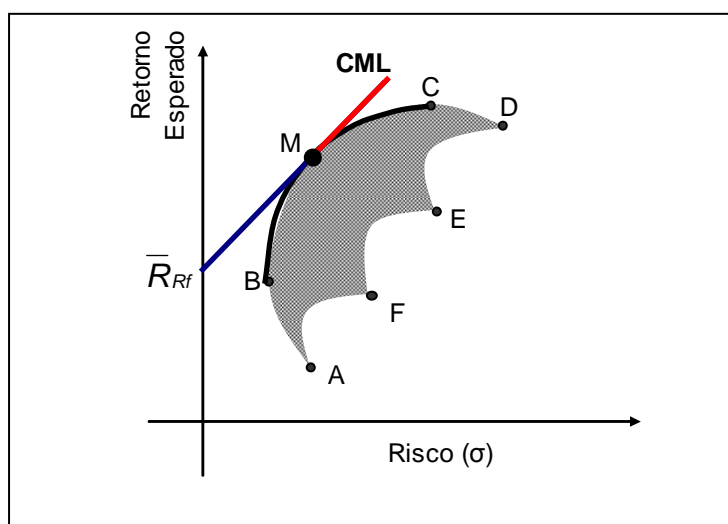


Figura 7 - Linha de mercado de capitais (CML)

Fonte: Adaptado de Francis e Archer (1991, p. 622) e Zentgraf (1996, p. 100)

Na Figura 7, o ponto “M” representa o *portfolio* de mercado ótimo formado pela composição dos ativos disponíveis para investimento “A”, “B”, “C”, “D”, “E” e “F”; a soma da reta azul com a reta vermelha representa a CML (*Capital Market Line*); a reta azul (entre \bar{R}_{Rf} e “M”) representa a nova fronteira eficiente, pois todas as carteiras nela localizadas (composição dos ativos com risco com o ativo livre de risco) terá o melhor retorno a um determinado nível de risco e possui o menor risco

para um dado nível de retorno. As seguintes considerações também podem ser feitas sobre a Figura 7:

- No ponto \bar{R}_{R_f} , os investidores optariam por investir 100% dos recursos à taxa livre de risco;
- No ponto “M” os investidores optariam por 100% dos recursos investidos em ativos com risco;
- Nas carteiras pertencentes à reta azul (entre \bar{R}_{R_f} e “M”), os investidores aplicariam parte dos recursos no ativo livre de risco e parte dos recursos nos ativos com risco. Quanto mais próximo do ponto “M” menor a proporção investida no ativo livre de risco;
- Na reta vermelha (acima do ponto “M”), os investidores obteriam recursos emprestados à taxa livre de risco e usariam estes recursos na compra de ativos com risco. Esta é uma estratégia de alavancagem.

Estes conceitos da teoria do mercado de capitais, fronteira eficiente, aplicação e empréstimo a uma taxa livre de risco, linha de mercado de capitais (CML) e relação entre risco e retorno são a base para o modelo de formação de preços de ativos (CAPM, do inglês *Capital Asset Pricing Model*) apresentado a seguir.

2.4 O MODELO CAPM (*CAPITAL ASSET PRICING MODEL*)

De acordo com Gitman e Joehnk (2005), o modelo de formação de preços de ativos financeiros (CAPM) foi desenvolvido por William F. Sharpe e John Lintner na década de 60 e tem como objetivos explicar o comportamento de preços de ativos e fornecer um mecanismo de avaliação do impacto de um investimento em um

título sobre o risco e retorno de carteiras de investidores. Segundo Zentgraf (1996), este modelo foi o primeiro a considerar a relação entre risco e retorno de ativos de forma integrada.

O CAPM está baseado em algumas hipóteses que têm como objetivo eliminar as complexidades que teriam efeito pequeno ou nulo no mundo real. Estas dez hipóteses são descritas da seguinte forma por Elton *et al.* (2004, p. 216):

- 1) Não existem custos de transação, ou seja, toda compra e venda de ativos pode ser feita sem nenhum custo de transação. A inclusão de tais custos, além da complexidade que poderia trazer, poderia influenciar nos resultados de um investimento dependendo se o investidor já possuísse os ativos no momento da decisão;
- 2) Os ativos são infinitamente divisíveis, dessa forma é possível comprar qualquer quantidade de qualquer ativo, independente da forma de comercialização dos ativos;
- 3) Não há incidência de imposto de renda nas transações que geram ganhos de capital;
- 4) Nenhum investidor consegue individualmente influenciar o preço de um ativo por meio de suas compras e vendas, ou seja, considera-se a hipótese de concorrência perfeita;
- 5) Acredita-se que todos os investidores tomem decisões baseado somente baseado em valores esperados e risco (variância) de suas carteiras;
- 6) Os investidores podem fazer vendas a descoberto de qualquer ativo em qualquer quantidade;

- 7) É possível aplicar e emprestar dinheiro à taxa livre de risco em quantidades ilimitadas;
- 8) Supõe-se que todos os investidores preocupam-se com a média dos preços e variância dos retornos em um único período e que este período é definido pelos investidores da mesma forma;
- 9) Considera-se que todos os investidores têm as expectativas idênticas em relação aos dados necessários para a otimização das carteiras;
- 10) Todos os ativos disponíveis no mercado são negociáveis.

Desconsiderando somente o item relativo à possibilidade de venda a descoberto que não foi citada em seu trabalho, Zentgraf (1996) comenta sobre a validade destas hipóteses:

Ainda que todas as hipóteses formuladas não necessariamente sejam razoáveis, conforme atesta o próprio Sharpe (1964, p. 434), a validade de uma teoria não baseia-se no realismo de suas hipóteses, mas sim na aceitabilidade de suas implicações, o que para o CAPM, aparentemente pode se confirmado devido a sua ampla utilização, ainda hoje, como instrumento auxiliar na determinação de preços e taxas (ZENTGRAF, 1996, p. 105)

Outra justificativa para considerar estas hipóteses como válidas, de acordo com Elton *et al.* (2004, p. 261), é a de que os modelos construídos por economistas devem desconsiderar os atritos institucionais na movimentação dos preços dos ativos assim como os físicos constroem modelos de movimento da matéria desconsiderando o atrito.

Para descrição mais detalhada do modelo CAPM é necessário o entendimento de quais são os componentes do risco de ativos e de carteiras de investimentos. Gitman e Joehnk (2005), Ross *et al.* (2002) e Elton *et al.* (2004) descrevem que o risco total de um investimento é composto por uma parte diversificável e outra parte não diversificável. A parte diversificável do risco também

é definida como risco específico ou risco não sistemático, e a parte que não é afetada pela diversificação é conhecida como risco sistemático ou risco de mercado. Estas duas parcelas do risco são descritas com mais detalhes a seguir, além de uma medida do risco não diversificável chamada coeficiente Beta.

2.4.1 Risco Diversificável, Específico ou Não Sistemático

Esta parte do risco de um ativo corresponde à parcela que pode ser eliminada por meio da diversificação nas carteiras de investimentos:

Consiste no risco intrínseco ao ativo e ao subsistema ao qual pertence; é gerado por fatos que atingem diretamente o ativo em estudo ou o subsistema a que está ligado e não atingem dos demais ativos e subsistemas. (SECURATO, 1996, p. 43)

Esta redução de risco não sistemático pela diversificação pode ser explicada pela expressão (12), que apresenta a forma de mensuração do risco de uma carteira. Supondo-se que os ativos que façam parte da carteira sejam distribuídos de forma que todos tenham a mesma participação, em uma carteira com “N” ativos, cada ativo terá uma proporção de “1/N” na carteira. Assim, a expressão que representa o risco de uma carteira de investimento pode ser apresentada como na equação (20).

$$\sigma_p^2 = \sum_{j=1}^N \left(\left(\frac{1}{N} \right)^2 \sigma_j^2 \right) + \sum_{j=1}^N \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^N \left(\left(\frac{1}{N} \right) \left(\frac{1}{N} \right) \sigma_{jk} \right) \quad (20)$$

Onde:

$\frac{1}{N}$: proporção de cada ativo na carteira “p”;

σ_j : variância do ativo “j”;

σ_{jk} : covariância entre os ativos “j” e “k”;

σ_p^2 : variância do *portfolio* “p”;

N: número de ativos na carteira.

Para simplificação, a equação anterior será quebrada em dois termos. O primeiro termo da equação, que representa o somatório das “ N ” variâncias dos ativos individuais multiplicadas pelos quadrados da participação de cada ativo, se forem consideradas as propriedades dos somatórios, pode ser reescrito da forma apresentada na equação (21).

$$\sum_{j=1}^N \left(\left(\frac{1}{N} \right)^2 \sigma_j^2 \right) \Leftrightarrow \sum_{j=1}^N \left(\left(\frac{1}{N} \right) \left(\frac{1}{N} \right) \sigma_j^2 \right) \Leftrightarrow \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left(\frac{1}{N} \sigma_j^2 \right) \Leftrightarrow \frac{1}{N} \overline{VAR} \quad (21)$$

Onde:

σ_j^2 : variância do ativo “ j ”;

N : número de ativos na carteira;

\overline{VAR} : média aritmética das variâncias individuais.

O segundo termo da equação (20) equivale ao somatório das covariâncias existentes entre cada par de ativos “ j ” e “ k ”. Considerando que para uma combinação linear de “ N ” variáveis haverá “ $N(N-1)$ ” termos de covariâncias, multiplicando-se este segundo termo por $\frac{(N-1)}{(N-1)}$ e aplicando-se as propriedades dos somatórios, obtém-se a equação apresentada em (22).

$$\sum_{j=1}^N \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^N \left(\left(\frac{1}{N} \right) \left(\frac{1}{N} \right) \sigma_{jk} \right) \Leftrightarrow \left(\frac{N-1}{N} \right) \sum_{j=1}^N \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^N \left(\frac{1}{N(N-1)} \sigma_{jk} \right) \Leftrightarrow \left(1 - \frac{1}{N} \right) \overline{COV} \quad (22)$$

Onde:

σ_{jk} : covariância entre os ativos “ j ” e “ k ”;

N : número de ativos na carteira;

\overline{COV} : média aritmética das covariâncias entre todos os pares de ativos “ k ” e “ j ”.

Logo, unindo-se o primeiro termo representado em (21) e o segundo termo representado em (22), resulta na expressão denotada em (23) que mensura o risco desta carteira.

$$\sigma_p^2 = \frac{1}{N} \overline{VAR} + \left(1 - \frac{1}{N}\right) \overline{COV} \quad (23)$$

Onde:

σ_p^2 : variância da carteira “p”;

\overline{VAR} : média aritmética das variâncias individuais;

\overline{COV} : média aritmética das covariâncias entre todos os pares de ativos da carteira;

N : número de ativos.

Pode-se observar a partir da expressão (23) que a contribuição da variância dos ativos individuais tende a zero quando “ N ” é bastante elevado, da mesma forma que a contribuição das covariâncias tende à média das covariâncias nesta situação. Dessa forma, comprova-se que o risco individual dos títulos pode ser eliminado com o processo de diversificação, mas o risco causado pelas covariâncias não pode ser eliminado, conforme apresentado na Figura 8.

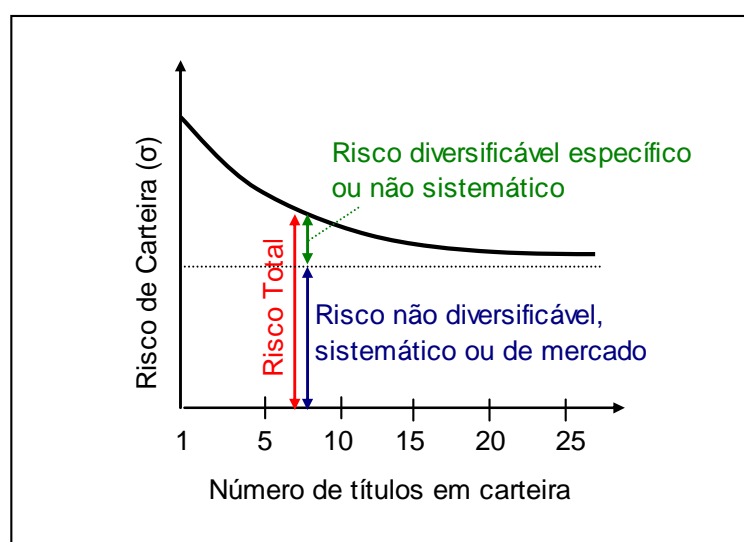


Figura 8 - Risco sistemático e não sistemático

Fonte: Adaptado de Elton *et al.* (2004, p.73) e Gitman e Joehnk (2005, p. 151)

Com relação ao número ideal de ativos na carteira, Gitman e Joehnk (2005) afirmam que *“em média, a maior parte dos benefícios de diversificação, em termos de redução de risco, pode ser obtida formando-se carteiras que contenham de oito a 15 títulos selecionados aleatoriamente”* (GITMAN e JOEHNK, 2005, p. 151). Segundo Francis (2001), para obter os melhores benefícios, o número ideal varia de 10 a 15 ativos diferentes nas carteiras. Acima deste limite, qualquer adição de título resulta em uma diversificação supérflua, pois poderia resultar nos seguintes problemas:

- Impossibilidade de boa gerência da carteira: em função da quantidade excessiva de ativos, o investidor não consegue acompanhar todos estes ativos simultaneamente;
- Aquisição de ativos com baixo desempenho: uma quantidade excessiva de ativos pode levar a compra de algum ativo que não possua um retorno adequado ao seu nível de risco;
- Altos custos de pesquisa: quanto maior a quantidade de ativos, maior o esforço e o custo para análise e acompanhamento de cada ativo;
- Altos custos de corretagem: quanto maior o número de ativos, menor a quantidade alocada a cada um destes, o que pode resultar em maiores custos de corretagem.

Além disso, o aumento dos custos para formação e acompanhamento da carteira pode fazer com que o ganho líquido (retorno) do investidor seja reduzido, justificando desta forma o limite máximo de 15 títulos para a formação de carteiras de investimentos mais eficientes.

2.4.2 Risco Sistemático ou de Mercado

Securato (1996) define o risco sistemático (ou conjuntural) como o “*risco que os sistemas econômico, político e social, vistos de forma ampla, impõem ao ativo*” (SECURATO, 1996, p. 42). Desta forma, esta parcela de risco é resultante da forma como cada ativo reage às mudanças nos cenários econômico, político ou social, fazendo do Estado um dos maiores responsáveis por esta parte do risco a que um ativo está sujeito.

Cada ativo individualmente tem uma reação própria às mudanças nestes cenários, alguns reagindo positivamente e outros negativamente, mas a maioria dos ativos sofre algum impacto, sendo este o risco que o sistema impõem ao ativo, influenciando a sua taxa de retorno. Uma medida utilizada para verificar o comportamento do ativo em relação às mudanças do mercado e estimar o grau do risco não diversificável de ativos e de carteiras é o Coeficiente Beta.

De acordo com a definição apresentada por Gitman e Joehnk (2005) o coeficiente Beta é representado por um número que mede o risco não diversificável (ou risco de mercado) de um ativo ou de uma carteira, indicando como o preço de um ativo ou o valor total de uma carteira reage às mudanças no índice de mercado (no caso do Brasil, é utilizado o IBOVESPA).

No caso de um ativo individual, o coeficiente Beta é encontrado relacionando-se os retornos históricos do título ao retorno de mercado que neste caso é o IBOVESPA. Para efeito de ilustração, pode-se considerar dois ativos de mercado “A” e “B” com suas respectivas taxas de retorno para um período e as respectivas taxas de retorno do IBOVESPA para o mesmo período, conforme apresentado na Figura 9.

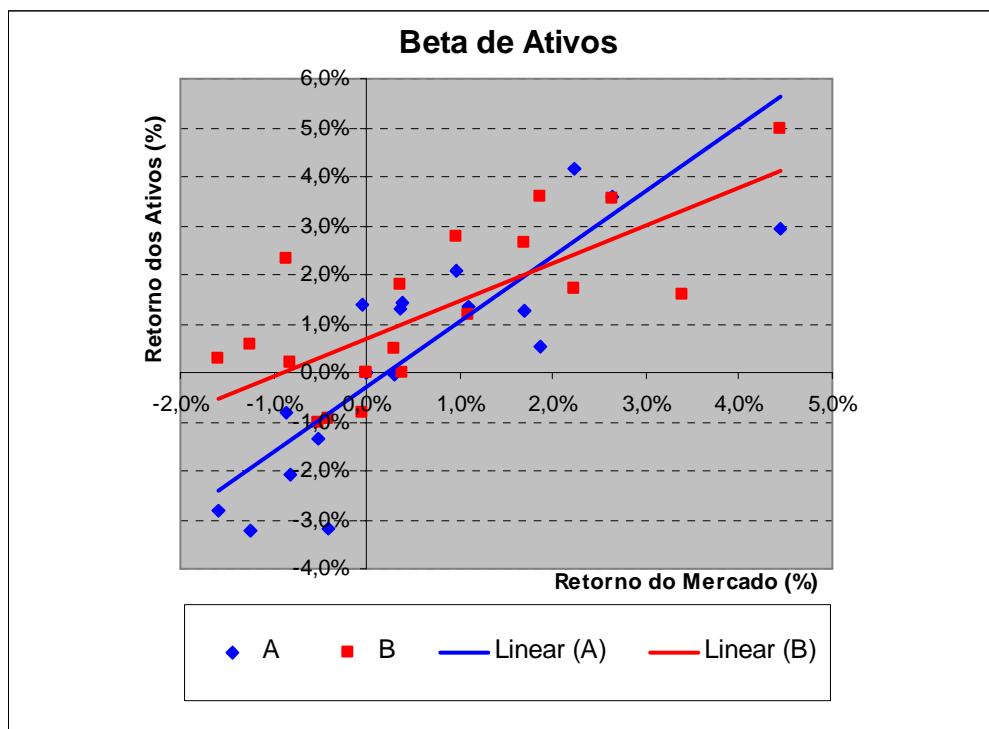


Figura 9 - Beta de dois ativos financeiros

Fonte: Adaptado de Gitman e Joehnk(2005, p. 143)

Considerando que no eixo “X” estão representados os retornos do índice de mercado e no eixo “Y” os retornos dos ativos, cada ponto azul do gráfico apresentado na Figura 9 representa a relação do retorno do ativo “A” com o retorno do IBOVESPA no mesmo período e cada ponto em vermelho representa a relação do retorno do ativo “B” com o retorno do IBOVESPA. As linhas em cores azul e vermelho representam a regressão linear dos pontos em azul (ativo “A”) e em vermelho (ativo “B”), respectivamente. As inclinações destas retas representam os coeficientes Betas dos ativos “A” e “B”. Na Figura 9 o coeficiente Beta do ativo “A” é de aproximadamente 1,26 e do ativo “B” de aproximadamente 0,73, o que pode ser comprovado visualmente por meio da observação que a reta que representa os pontos de “A” tem uma inclinação maior que a reta que representa os pontos do ativo “B”. Portanto, pode-se deduzir que o ativo “A” é mais arriscado que o ativo “B” pois tem o coeficiente Beta mais alto.

A forma para se determinar o valor do coeficiente Beta é apresentada na equação (24), que relaciona a covariância entre o índice de mercado com o ativo desejado e a variância do índice de mercado.

$$\beta_{ij} = \frac{Cov(R_{ij}, R_{mj})}{Var(R_{mj})} \quad (24)$$

Onde:

β_{ij} : coeficiente Beta do ativo “*i*” no período “*j*”;

$Cov(R_{ij}, R_{mj})$: covariância estatística entre os retornos do ativo “*i*” com os retornos do índice de mercado “*m*” no período “*j*”;

$Var(R_{mj})$: variância estatística dos retornos do índice de mercado “*m*” no período “*j*”.

De acordo com Francis e Archer (1991), se o valor do coeficiente Beta for menor que um ($\beta < 1$), o ativo é caracterizado como defensivo em relação ao mercado pois as flutuações nos preços são menos voláteis que as do mercado; por outro lado, se o valor do coeficiente Beta for maior que um ($\beta > 1$), o ativo é mais volátil que o mercado e é considerado um ativo agressivo.

Gitman e Joehnk (2005) complementam a análise do coeficiente Beta, informando que o seu valor também apresenta em que proporção a variação do mercado está relacionada à variação de preços do ativo. Se um ativo possui, por exemplo, um coeficiente Beta com valor igual a 1,5, um aumento do índice de mercado em torno de 10% espera-se que o ativo tenha uma variação de 15% em seu valor ($1,5 \times 10\%$). Já em outro ativo com um coeficiente Beta igual a 0,5, espera-se que os mesmos 10% de variação no retorno do índice de mercado reflitam em uma variação de 5% no retorno do ativo. Além disso, se o valor do coeficiente Beta for positivo, o retorno do ativo varia na mesma direção do mercado e, no caso do

valor ser negativo, o retorno do ativo varia na direção oposta. O Quadro 1 resume os possíveis valores do coeficiente Beta e de seus significados.

$\beta > 1$	A variação dos valores do ativo tem um comportamento mais agressivo que a variação do índice de mercado
$\beta = 1$	A variação dos valores do ativo tem o mesmo comportamento da variação do índice de mercado
$\beta < 1$	A variação dos valores do ativo tem um comportamento mais conservador que a variação do índice de mercado
$\beta < 0$	A variação dos valores do ativo tem um comportamento em direção contrária à variação do índice de mercado

Quadro 1 - Interpretação dos valores do coeficiente Beta

Utilizando-se o valor do coeficiente Beta de cada ativo pertencente a uma carteira de investimento, é possível calcular o valor do coeficiente Beta da carteira por meio do cálculo da média ponderada dos Betas dos ativos individuais, conforme a equação (25).

$$\beta_p = \sum_{i=1}^N (\phi_i \beta_i) \quad (25)$$

Onde:

β_p : coeficiente Beta da carteira “p”;

ϕ_i : proporção do ativo “i” na carteira “p”, sendo que $\sum_{i=1}^N \phi_i = 100\%$;

β_i : coeficiente Beta do ativo “i”;

N: número de períodos utilizados no cálculo do coeficiente Beta.

De acordo com Gitman e Joehnk (2005), o coeficiente beta tem uma utilidade maior para explicar as flutuações de retorno de uma carteira do que para explicar as flutuações de retorno de um título. A interpretação do coeficiente Beta de carteiras tem a mesma base que a utilizada para ativos individuais, ou seja, caso uma carteira tenha um coeficiente Beta maior que um ($\beta_p > 1$), esta carteira é considerada agressiva; caso o coeficiente Beta tenha um valor menor que um ($\beta_p < 1$), a carteira é considerada de baixo risco e, possivelmente, de baixo retorno.

2.4.3 O coeficiente Beta para estimativa do retorno no modelo CAPM

O coeficiente Beta, conforme apresentado anteriormente, representa a medida do risco de mercado, que não pode ser reduzido pela diversificação, e indica como o ativo ou uma carteira reagem mudanças no valor do índice de mercado. Também foi apresentado na equação (10) que o retorno esperado de uma carteira é resultado do somatório das multiplicações dos retornos esperados de cada ativo pela proporção (percentual) da participação do ativo correspondente na carteira. Da mesma forma, foi apresentado na equação (25) que o coeficiente Beta de uma carteira é calculado de forma equivalente, somando-se a multiplicação do percentual de participação de cada ativo da carteira pelo seu respectivo coeficiente Beta.

Considerando-se uma carteira com a composição de dois ativos (ou mesmo de outras duas carteiras) “A” e “B”, e investindo-se um percentual “x” no ativo “A”, têm-se que o percentual investido no ativo “B” deve ser necessariamente igual a “1-x” pois, necessariamente, a soma dos dois percentuais investidos deve ser igual a um (ou 100%). Pautando-se na substituição destes percentuais na equação (10) obtém-se a equação apresentada em (26).

$$\bar{R}_p = x\bar{R}_A + (1-x)\bar{R}_B \quad (26)$$

Onde:

\bar{R}_p : rendimento esperado do *portfolio* “P” (carteira);

\bar{R}_A : rendimento esperado do ativo “A”;

\bar{R}_B : rendimento esperado do ativo “B”;

x: proporção do ativo “A” no *portfolio* “P”;

1-x: proporção do ativo “B” no *portfolio* “P”.

Substituindo-se estes mesmos percentuais na equação (25) obtém-se a equação (27).

$$\beta_P = x\beta_A + (1-x)\beta_B \quad (27)$$

Onde:

β_P : coeficiente Beta da carteira "P";

β_A : coeficiente Beta do ativo "A";

β_B : coeficiente Beta do ativo "B"

x : proporção do ativo "A" no *portfolio* "P";

$1-x$: proporção do ativo "B" no *portfolio* "P".

Isolando-se o termo "x" na equação (27) e substituindo na equação (26), obtém-se a equação de uma reta, representada por (28).

$$\bar{R}_P = \left(\frac{\beta_A \bar{R}_B - \beta_B \bar{R}_A}{\beta_A - \beta_B} \right) + \left(\frac{\bar{R}_A - \bar{R}_B}{\beta_A - \beta_B} \right) \beta_P \quad (28)$$

Onde:

\bar{R}_P : rendimento esperado do *portfolio* "P" (carteira);

\bar{R}_A : rendimento esperado do ativo "A";

\bar{R}_B : rendimento esperado do ativo "B";

β_P : coeficiente Beta da carteira "P";

β_A : coeficiente Beta do ativo "A";

β_B : coeficiente Beta do ativo "B".

A expressão (28) representa a equação de uma reta denominada SML – *Security Market Line*, ou Reta do Mercado de Títulos, onde no eixo "X" estão representados os coeficientes Beta dos títulos e no eixo "Y" estão representados os retornos dos títulos, tal como pode ser observado na Figura 10.

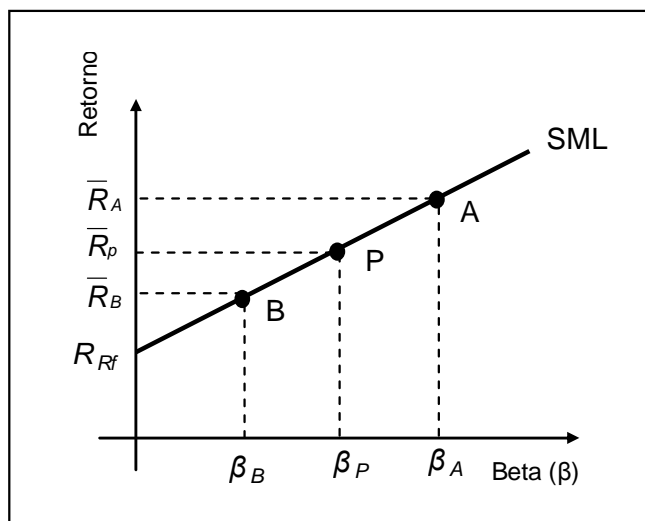


Figura 10 - Reta SML - Security Market Line

Fonte: Adaptado de Gitman e Joehnk (2005, p. 147)

A reta representada na Figura 10 cruza o eixo de retorno no ativo livre de risco (R_{Rf}) onde o coeficiente Beta é igual a zero. O ponto “P” representa a carteira de mercado, com coeficiente Beta igual a um e retorno \bar{R}_p . A linha SML pode ser representada pela equação geral de uma reta em (29).

$$\bar{R}_p = a + b\beta_p \quad (29)$$

Onde:

\bar{R}_p : rendimento esperado do *portfolio* “P” (carteira);

a : coeficiente linear;

b : coeficiente angular.

Para determinar os valores dos coeficientes linear “a” e angular “b” pode-se substituir na equação (29) dois pontos bem determinados: um é o ponto do ativo livre de risco (com coeficiente Beta igual a zero), conforme apresentado em (30), e o outro é o da carteira de mercado (com coeficiente Beta igual a um), tal como encontra-se em (31).

$$R_{R_f} = a + b0 \Leftrightarrow R_{R_f} = a \quad (30)$$

$$\bar{R}_M = a + b1 \Leftrightarrow b = \bar{R}_M - a \quad (31)$$

Onde:

R_{R_f} : retorno do ativo livre de risco “ R_f ”;

\bar{R}_M : retorno do índice de mercado.

Com as substituições, obtém-se a equação que representa o modelo de formação de preços de ativos CAPM, apresentada em (32).

$$\bar{R}_p = R_{R_f} + (\bar{R}_M - R_{R_f})\beta_p \quad (32)$$

Onde:

\bar{R}_p : retorno esperado ou exigido do *portfolio* “ P ” (carteira);

R_{R_f} : retorno do ativo livre de risco “ R_f ”;

\bar{R}_M : retorno de mercado (no caso do Brasil, IBOVESPA);

β_p : coeficiente Beta do *portfolio* “ P ”.

Com a equação (32) é possível determinar o retorno desejado de qualquer título ou carteira considerando o valor do seu coeficiente Beta. Por exemplo, dada uma taxa livre de risco de 6% a.a., um retorno de mercado de 10% a.a. e um coeficiente Beta de 1,25 para um investimento, deve-se esperar um retorno mínimo de 10,8 % a.a. para este investimento para compensar o risco do investimento (representado pelo coeficiente Beta de 1,25), conforme a expressão (33).

$$\bar{R}_p = 6\% + (10\% - 6\%).1,2 \Leftrightarrow \bar{R}_p = 10,8\% \quad (33)$$

Onde:

\bar{R}_p : retorno esperado ou exigido do *portfolio* “ P ”.

Assim, conforme as definições do coeficiente Beta de ativos e de carteiras, o valor deste coeficiente pode ser usado em conjunto com o desvio padrão ou a variância para medir o risco de um ativo ou de uma carteira, quando é usada a diversificação. Ross *et al.* (2002) afirmam que a redução dos riscos em investimentos, como a que é possível de ser obtida pelo processo de diversificação, é o comportamento típico dos investidores. Apesar deste comportamento típico há uma parcela que aceita a existência de riscos maiores desde que as taxas de retorno nos investimentos sejam maiores, o que permite a definição de diferentes comportamentos de investidores em relação ao risco.

2.5 COMPORTAMENTO DO INVESTIDOR EM RELAÇÃO AO RISCO

Segundo Simonsen (1983) a “*maioria dos indivíduos e empresas se dispõe, dentro de certos limites, a sacrificar parte dos ganhos esperados para reduzir risco*” (SIMONSEN, 1983, p. 338). Estes investidores podem ser caracterizados como tendo aversão ao risco. Outros comportamentos que um investidor pode apresentar em relação ao risco de investimentos são: indiferença ao risco ou propensão ao risco.

2.5.1 Aversão ao Risco

Um indivíduo ou empresa avesso a risco prefere o certo ao duvidoso (SIMONSEN, 1983, p. 357), ou seja, não aceita maiores níveis de risco no investimento a não ser que não obtenha também maior retorno esperado no seu investimento. Desta forma, Mattos (2000) afirma que na escolha entre dois investimentos com mesma taxa de retorno média esperada, este investidor opta pelo de menor variância, que possui menor risco.

2.5.2 Indiferença ao Risco

Simonsen (1983) afirma que o investidor indiferente ao risco seleciona o investimento baseado somente no valor esperado da taxa de retorno, independente das variâncias dos investimentos, ou seja, este investidor é indiferente entre dois investimentos de mesma taxa de retorno média esperada.

2.5.3 Propensão ao Risco

De acordo com Simonsen (1983), o indivíduo ou empresa propenso a risco prefere o duvidoso ao certo; é considerado jogador por excelência. O investidor com este tipo de comportamento está disposto a aceitar uma taxa de retorno esperada menor para ter a chance de obter ganhos elevados. Estes ganhos elevados são possíveis graças a um alto valor de variância. Ou seja, na escolha entre dois investimentos com mesma taxa de retorno média esperada, o investidor prefere aquele com maior variância.

2.5.4 Curvas de indiferença de investidores

Os diferentes comportamentos de investidores em relação ao risco podem ser representadas graficamente por meio de Curvas de Indiferença (SHARPE, 1970; FRANCIS e ARCHER, 1991), Curvas de Risco-Indiferença (GITMAN e JOEHNK, 2005) ou Funções de Utilidade de um investidor (ELTON *et al.*, 2004), conforme apresentado na Figura 11.

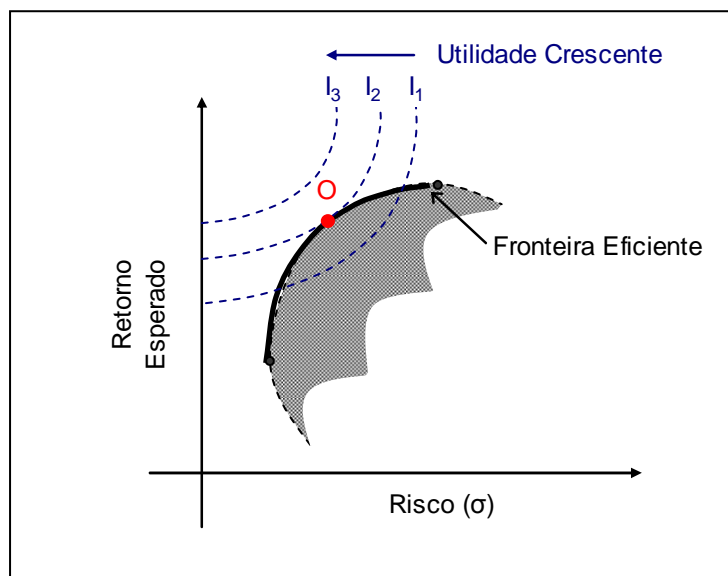


Figura 11 - Curvas de indiferença de um investidor

Fonte: Adaptado de Gitman e Joehnk (2005, p. 150)

Na Figura 11 cada uma das curvas I_1 , I_2 e I_3 representam “para um dado nível de utilidade (satisfação), o conjunto de combinações de risco-retorno entre as quais um investidor seria indiferente” (GITMAN e JOEHNK, 2005, p. 149). À medida que há uma mudança de I_1 para I_3 a utilidade das curvas cresce em relação ao risco e retorno das diferentes alternativas de investimentos. Segundo Francis (2001), a “utilidade” para um investidor e a sua “felicidade” têm significados semelhantes na economia.

O ponto no qual a fronteira eficiente encontra a curva de indiferença I_2 , representado pela alternativa de investimento “O” (na cor vermelha), representa a carteira ótima. Entre as três curvas, a que possui a maior utilidade para o investidor é a I_3 , mas esta não pode ser obtida pois ela não atinge nenhuma das melhores alternativas de investimento disponíveis representadas pela Fronteira Eficiente.

Apesar de na Figura 11 estarem representadas somente três curvas de indiferença, o número de curvas de indiferença possíveis é ilimitado. Sharpe (1970) apresenta quatro exemplos diferentes de curvas de indiferença de um investidor

baseado em seu perfil em relação ao risco de investimentos. A Figura 12 apresenta as curvas de indiferença de um investidor avesso ao risco pois, independente do retorno obtido, este investidor não aceita mudança no nível de risco incorrido.

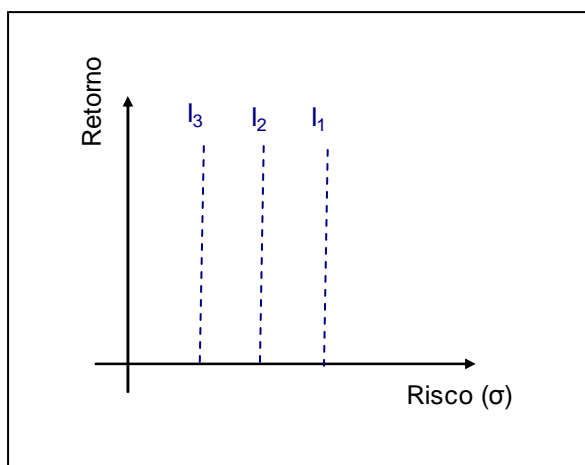


Figura 12 - Curvas de indiferença de um investidor avesso ao risco

Fonte: Adaptado de Sharpe (1970)

As curvas de indiferença para um investidor conservador, que aceita correr certo nível de risco desde que este aumento do nível do risco venha acompanhado de um grande aumento no retorno esperado, são apresentadas na Figura 13.

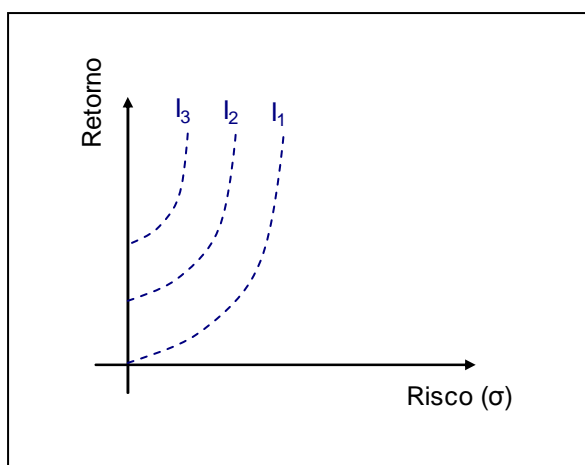


Figura 13 - Curvas de indiferença de um investidor conservador

Fonte: Adaptado de Sharpe (1970)

No caso de um investidor mais arrojado, que aceita correr mais riscos que um conservador mas não aceita a incerteza de resultados, as curvas de indiferença têm o formato como as apresentadas na Figura 14.

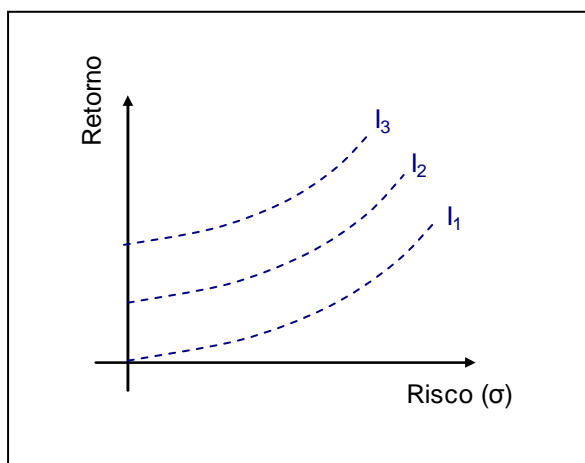


Figura 14 - Curvas de indiferença de um investidor arrojado

Fonte: Adaptado de Sharpe (1970)

Para um investidor indiferente ao risco o que interessa é a taxa de retorno esperada, independente do risco incorrido para isto. Dessa forma, a Figura 15 apresenta as curvas de indiferença de um investidor indiferente ao risco.

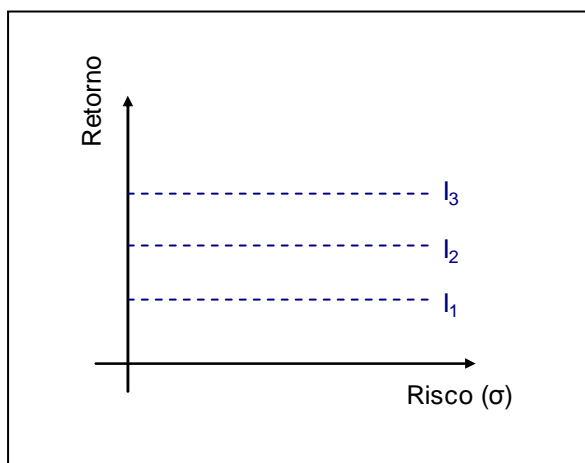


Figura 15 - Curva de indiferença de um investidor indiferente ao risco

Fonte: Adaptado de Sharpe (1970)

Um investidor propenso ao risco, conforme definição apresentada anteriormente, está disposto a aceitar uma taxa de retorno esperada menor para ter

a chance de obter ganhos elevados em função de uma maior variância. Dessa forma, considerando que a grande variância de resultados é positiva ao investidor mesmo com retornos médios mais baixos, as curvas de indiferença de um investidor propenso ao risco têm o formato das curvas apresentadas na Figura 16.

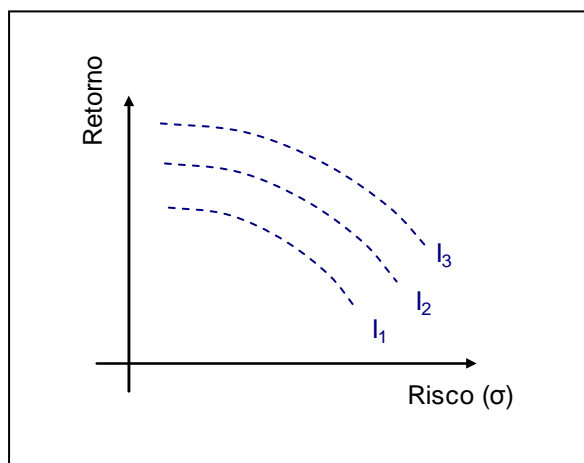


Figura 16 - Curvas de indiferença de um investidor propenso ao risco

Fonte: Adaptado de Francis e Archer (1991, p. 606)

De acordo com Francis e Archer (1991), o comportamento dos investidores propensos ao risco não representa o comportamento típico do investidor racional que é avesso ao risco. O objetivo do gerenciamento de investimentos de forma racional é selecionar aqueles investimentos que possuem o máximo retorno esperado de acordo com um determinado nível de risco que o investidor pode aceitar, de forma a aumentar a utilidade para este investidor. Uma forma de se avaliar qual a melhor opção entre várias alternativas de investimento é por meio da análise de indicadores de *performance* de cada opção disponível, o que é apresentado na próxima seção.

2.6 AVALIAÇÃO DE *PERFORMANCE* DE CARTEIRAS DE INVESTIMENTOS

De acordo com os princípios de dominância de ativos que foi descrito na seção 2.3 - Teoria Moderna de *Portfolios*, um investidor racional que deseje escolher um entre dois ativos que possuam o mesmo retorno sempre irá preferir o ativo que possui o menor risco; se posto a escolher entre dois ativos com mesmo nível de risco, ele sempre irá preferir o ativo com maior rendimento. Quando estão sendo avaliados vários ativos para a formulação de uma carteira de investimentos, entre as inúmeras carteiras possíveis de serem formadas com diferentes participações de cada um dos ativos, há um conjunto de carteiras eficientes que serão preferidas em relação a todas as outras possíveis em função da aplicação destes princípios de dominância. Este conjunto de carteiras eficientes é denominado Fronteira Eficiente.

Algumas questões surgem quando se deseja escolher uma carteira entre o conjunto de carteiras eficientes: qual delas é a mais adequada ao investidor considerando-se a relação entre risco e retorno esperado para cada uma das carteiras? Ou seja, em que proporção o investidor poderia aceitar o aumento do risco do investimento considerando um determinado aumento no retorno esperado? Ou, em sentido contrário, que parcela de retorno esperado este investidor estaria disposto a deixar de lado para ter uma redução do risco? O termo *performance* é utilizado neste trabalho para indicar esta relação entre risco e retorno de ativos e carteiras de investimentos. O objetivo deste tópico é descrever alguns indicadores que podem ser usados para medir esta *performance* e até mesmo para a formação de carteiras que atendam melhor às expectativas de investidores.

Para que um investidor possa selecionar entre todas as carteiras de ativos disponíveis quais as opções mais adequadas de acordo com o seu comportamento

em relação ao risco e até mesmo compará-las com outras opções disponíveis no mercado financeiro (aplicações de renda fixa, imóveis, poupança, etc.) é necessário que sejam estabelecidos critérios de comparação entre estas alternativas. De acordo com Elton *et al.* (2004), uma das formas mais simples de avaliação da *performance* de carteiras é por meio do agrupamento das alternativas diferentes em categorias de riscos equivalentes e comparação dos retornos obtidos em cada categoria. Dentro de cada categoria, o investimento mais interessante ao investidor será aquele com maior taxa de retorno.

Outra forma de comparação é por meio do desenvolvimento de medidas da relação entre risco e retorno para que a comparação possa ser feita entre alternativas com níveis de risco diferentes. Há duas medidas possíveis de risco de investimentos que podem ser utilizadas e que já foram apresentadas anteriormente neste trabalho: uma é o risco total, representado pelo desvio padrão ou pela variância das taxas de retorno do investimento; outra é o risco não diversificável, que é representado pelo coeficiente Beta. Desta forma, serão apresentados dois indicadores de *performance* de carteiras de investimentos, o primeiro deles é o índice de performance de Treynor, que relaciona a taxa de retorno da carteira com o coeficiente Beta (risco não diversificável), e o segundo é o índice de performance de Sharpe, que relaciona a taxa de retorno da carteira com o risco total do ativo.

2.6.1 Índice de Performance de Treynor

Segundo Zentgraf (1996), o primeiro a abordar a questão de índices de performance para a avaliação de investimentos foi Jack L. Treynor, em 1965, que em um estudo reconheceu a existência dos dois componentes do risco (diversificável e não diversificável), mas sugeriu que apenas o risco de mercado (não diversificável)

é relevante. Para se utilizar a medida do índice de performance de Treynor, as retas características de regressão de carteiras de investimentos devem ser estimadas por meio da equação (34).

$$R_{p,t} = a_p + \beta_P R_{M,t} \quad (34)$$

Onde:

$R_{p,t}$: rendimento do *portfolio* “P” (carteira) no período “t”;

a_p : componente do retorno do *portfolio* “P” independente do mercado;

β_P : coeficiente Beta do *portfolio* “P”;

$R_{M,t}$: rendimento do índice de mercado “M” no período “t”.

Na equação (34), o primeiro termo representa o retorno independente do mercado “ a_p ” e o segundo termo representa o retorno devido às oscilações do mercado “ $\beta_P R_{M,t}$ ”. Neste segundo termo, a constante “ β_P ” representa o coeficiente Beta do *portfolio*, que mede a sensibilidade do retorno do *portfolio* “P” em relação ao retorno do índice de mercado. O termo “ a_p ” ainda pode ser decomposto em um valor esperado “ α_p ” somado a um erro “ ε_p ” com valor esperado nulo, resultando na equação (35).

$$R_{p,t} = \alpha_p + \beta_P R_{M,t} + \varepsilon_{P,t} \quad (35)$$

Onde:

$R_{p,t}$: rendimento do *portfolio* “P” (carteira) no período “t”;

α_p : valor esperado do retorno independente do mercado do *portfolio* “P”;

β_P : coeficiente Beta do *portfolio* “P”;

$R_{M,t}$: rendimento do índice de mercado “M” no período “t”;

$\varepsilon_{P,t}$: erro aleatório ou elemento de incerteza de “ a_p ”, de valor esperado nulo.

Treynor considerou a possibilidade dos investidores manterem parte de seus recursos aplicados em ativos com risco e parte aplicados em ativos livres de

risco. Assim, a representação gráfica da linha que une um *portfolio* de risco com o ativo livre de risco é apresentada na Figura 17.

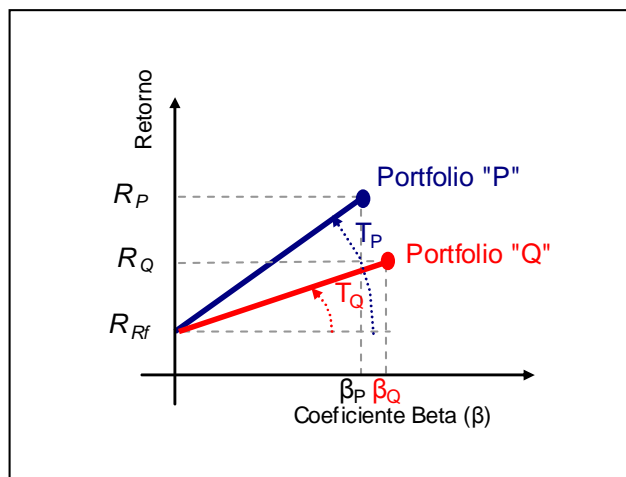


Figura 17 - Representação gráfica do índice de performance de Treynor

Fonte: Adaptado de Francis e Archer (1991, p. 658)

O índice de performance de Treynor " T " para o *portfolio* " P " representa o coeficiente da inclinação da reta que une o ativo livre de risco ao ponto que representa " P " no gráfico da Figura 17. Este valor é obtido subtraindo-se o valor retorno do ativo livre de risco " R_{Rf} " do retorno do *portfolio* " P " e dividindo-se o resultado da subtração pelo coeficiente Beta do *portfolio*, conforme a equação (36).

$$T_P = \frac{R_P - R_{Rf}}{\beta_P} \quad (36)$$

Onde:

T_P : índice de performance de Treynor para o *portfolio* " P ";

R_P : retorno do *portfolio* " P ";

R_{Rf} : retorno do ativo livre de risco " R_f ";

β_P : coeficiente Beta do *portfolio* " P ".

Na comparação entre os dois portfólios " P " e " Q " apresentados na Figura 17, o portfólio " P " apresenta um índice de performance de Treynor maior que o

portfólio “Q” (coeficiente angular maior) sendo “P”, portanto, preferível em relação ao portfólio “Q” por oferecer níveis de retorno maiores para qualquer nível de risco.

De acordo com Zentgraf (1996), o Índice de Treynor é muitas vezes referenciado como Índice de Recompensa por Volatilidade (“*Reward to Volatility Ratio*”) por expressar o quociente da taxa de retorno adicional ao retorno livre de risco pelo risco incorrido pelo investidor.

2.6.2 Índice de Performance de Sharpe

Outro autor a desenvolver trabalhos sobre índices de performance de carteiras foi William F. Sharpe que, em 1965, definiu um Índice de Recompensa pela Variabilidade (“*Reward to Variability Ratio*”).

Diferentemente do índice de *performance* de Treynor que considera a medição do retorno de uma carteira relativo ao seu risco sistemático (não diversificável), o índice de performance de Sharpe considera o retorno de uma carteira relativo ao seu risco total (desvio padrão). Assim como Treynor, Sharpe considerou a possibilidade dos investidores manterem parte de seus recursos aplicados em ativos com risco e parte aplicados em ativos livres de risco.

O índice de *performance* de Sharpe é obtido dividindo-se o prêmio pelo risco assumido (diferença entre o retorno da carteira e o retorno do ativo livre de risco) pelo risco total da carteira, tal como mostra a equação (37).

$$S_P = \frac{R_p - R_{R_f}}{\sigma_P} \quad (37)$$

Onde:

S_P : índice de performance de Sharpe para o *portfólio* “P”;

R_P : retorno do *portfólio* “P”;

R_{R_f} : retorno do ativo livre de risco “ R_f ”;

σ_P : desvio padrão das taxas de retorno do *portfólio* “P” (risco total).

A representação gráfica das linhas que unem *portfolios* de risco com o ativo livre de risco é apresentada na Figura 18.

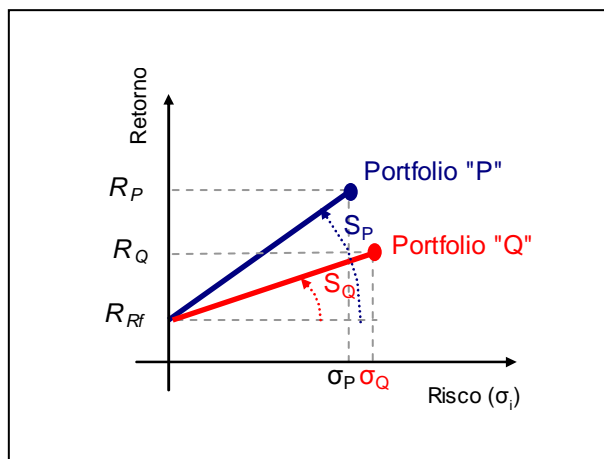


Figura 18- Representação gráfica do índice de performance de Sharpe

Fonte: Adaptado de Francis e Archer (1991, p. 655)

Conforme apresentado na Figura 18, o índice de *performance* de Sharpe é o coeficiente angular das retas de regressão das combinações dos *portfolios* “P” e “Q” com o ativo livre de risco “ R_f ”. Quanto maior o valor do índice de Sharpe, melhor a *performance* do *portfolio*. Assim, o *portfolio* “P” é preferível ao *portfolio* “Q” por apresentar um índice de Sharpe maior. Dessa forma, para qualquer nível de risco, o *portfolio* “P” sempre irá apresentar um retorno maior que o *portfolio* “Q”.

Os índices de *performance* de Treynor e de Sharpe podem ser usados para medir *performance* passada de investimentos com as equações apresentadas anteriormente ou mesmo serem utilizados para prever a *performance* futura e seleção de carteiras de investimentos. Outra forma de aplicação é na comparação de resultados previstos e realizados de carteiras de investimentos, permitindo analisar a efetividade do processo de seleção de ativos na criação de carteiras de investimentos.

Neste sentido, as formas apresentadas até o momento para calcular o desempenho de ativos e de carteiras de investimento, tanto em relação à taxa de retorno quando em relação ao risco, consideram que seja possível fazer a previsão de desempenho futuro de ativos e carteiras por meio da análise do desempenho histórico passado. Se o desempenho de um ativo ou de uma carteira de investimento em um dado período analisado foi positivo ao investidor, presume-se que no período seguinte ao analisado este desempenho será mantido e o resultado desta análise pode fazer com que os ativos analisados tornem-se candidatos a participarem de um *portfolio* sendo criado no momento da análise. Como verificar se este desempenho positivo da carteira ou dos ativos não irá se reverter no período futuro considerado, podendo tornarem-se negativos ou, de certa forma, não interessantes ao investidor? No próximo item são descritas possíveis formas de análise de tendência de retorno de ativos que poderão auxiliar a decidir quais ativos são candidatos a participar de carteiras de investimentos sendo criadas.

2.7 ANÁLISE POR INDICADORES TÉCNICOS

Conforme citado anteriormente, os analistas técnicos trabalham com os movimentos dos preços das ações e índices do mercado com os dados históricos para projetar as tendências futuras destas ações e índices por meio de análises estatísticas. Dessa forma, segundo Appel (2003), "*em outras palavras, o mercado de ações faz sua própria história. A função do analista é ler os sintomas*" (APPEL, 2003, p. 28)

A média móvel é um método usado para calcular o valor médio de um determinado ativo ou índice em um período de tempo, permitindo analisar graficamente as mudanças diárias dos valores deste ativo de forma mais suavizada.

Segundo Francis e Archer (1991, p. 537), a comparação do gráfico resultante do cálculo de média(s) móvel(eis) diária(s) com a linha que representa o valor real do ativo ao longo do tempo, permite aos analistas que usam este tipo de análise detectar sinais de tendência do valor do ativo. *“As médias móveis são amplamente utilizadas por analistas técnicos como uma ferramenta para suavizar as flutuações de curto prazo do mercado, o que permite identificar tendências do mercado desconsiderando os ‘ruídos’ destas flutuações de curto prazo”.* (APPEL, 2003, p. 28)

Francis e Archer (1991) citam a média móvel simples (ou aritmética), como uma métrica que pode ser calculada a partir da utilização dos valores históricos do ativo nos “n” períodos (dia, semana, mês, minuto, etc.) anteriores ao momento em que se pretende calcular o valor, onde “n” pode variar de acordo com a intenção do analista em considerar períodos mais antigos ou somente períodos mais próximos à data desejada.

Assim, para se calcular a média móvel simples de um ativo basta dividir o somatório dos valores no período analisado pelo número de períodos anteriores desejados, tal como mostra a equação (38).

$$MMS_t = \frac{va_{t-1} + va_{t-2} + va_{t-3} + \dots + va_{t-n}}{n} \quad (38)$$

Que pode ser simplificada para a equação (39):

$$MMS_t = \frac{\sum_{i=1}^n va_{t-i}}{n} \quad (39)$$

Onde:

t : período o qual se deseja calcular o valor da média móvel simples, podendo ser dia, semana, mês, etc.;

MMS_t : média móvel simples do período “ t ”.

n : número de períodos passados para cálculo da média móvel simples;

va_{t-i} : valor do ativo no período “ $t-i$ ”, onde “ i ” varia de um até “ n ”.

A Figura 19 apresenta a comparação do valor mensal do IBOVESPA com as médias móveis simples mensais de 5, 10 e 15 períodos do índice, de janeiro de 1998 a março de 2005.

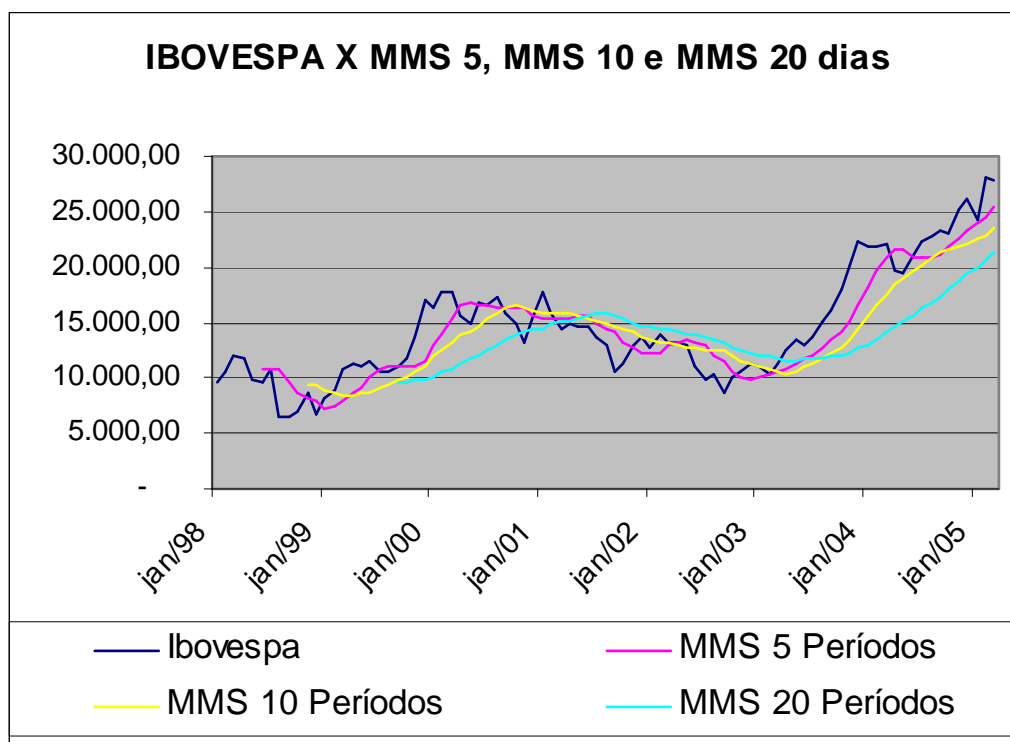


Figura 19 - Comparação do IBOVESPA com suas médias móveis

A partir do gráfico apresentado na Figura 19, observa-se que quanto maior o número de períodos utilizados para o cálculo da média móvel simples, mais suave fica a linha em comparação com a linha de preços do IBOVESPA, tendendo a tornar-se uma linha paralela ao eixo das abscissas com o aumento do número de períodos passados usados no cálculo.

Os analistas técnicos que se baseiam nas informações de média móvel de um ativo para pressupor uma tendência de baixa, permanência ou alta no valor deste ativo, interpretam o cruzamento da linha de valor do ativo com a linha de uma média móvel como sendo um sinal. Quando a linha de preços do ativo cruza a linha de média móvel de cima para baixo, este sinal pode ser interpretado como uma

tendência de baixa no valor do papel no próximo período. Da mesma forma, quando a linha de preços do ativo cruza de baixo para cima a linha de média móvel, este pode ser um sinal de **tendência de alta** no próximo período. Assim, estes analistas técnicos recomendam a **compra de um ativo** (tendência de alta) quando (FRANCIS e ARCHER, 1991, p. 537):

- A linha de média móvel está em baixa e a linha de preços do ativo cruza esta linha de baixo para cima;
- O preço do ativo fica abaixo da linha de média móvel que está subindo;
- O preço do ativo estava acima da linha de média móvel, começa a baixar em períodos consecutivos e antes mesmo de atingir a linha de média móvel, volta a subir novamente.

Da mesma forma, recomendam a **venda de um ativo** (tendência de baixa no valor) quando:

- A linha de preços do ativo cruza a linha de média móvel de cima para baixo;
- O preço do ativo fica acima da linha de média móvel que está em declínio;
- O preço do ativo cai para um valor menor que o da linha de média móvel (a linha de preços cruza de cima para baixo a linha de média móvel), começa a subir novamente, mas antes mesmo de atingir novamente a linha de média móvel, volta a cair.

Estas avaliações na busca de sinais de compra ou de venda de um ativo também podem ser feitas comparando-se duas médias móveis de uma mesma série histórica com números de dias diferentes. Considerando-se, por exemplo, uma média móvel de cinco dias e uma média móvel de 21 dias, um sinal de compra do ativo pode ser considerado quando a média móvel de menor número de dias (no

caso 5 dias) cruza a linha da média móvel de maior período (no caso 21 dias) de baixo para cima. Em sentido oposto, caso a média móvel de menor número de dias (no caso 5 dias) cruza a média móvel de maior período (21 dias) de cima para baixo, este pode ser considerado um indicador de momento de venda do ativo. Este exemplo pode ser observado na Figura 20 que apresenta um gráfico com as cotações de um índice de mercado com suas respectivas médias móveis de cinco dias (na cor vermelha) e de 21 dias (na cor azul), na qual são sinalizados os pontos de compra (PC) e os pontos de venda (PV).

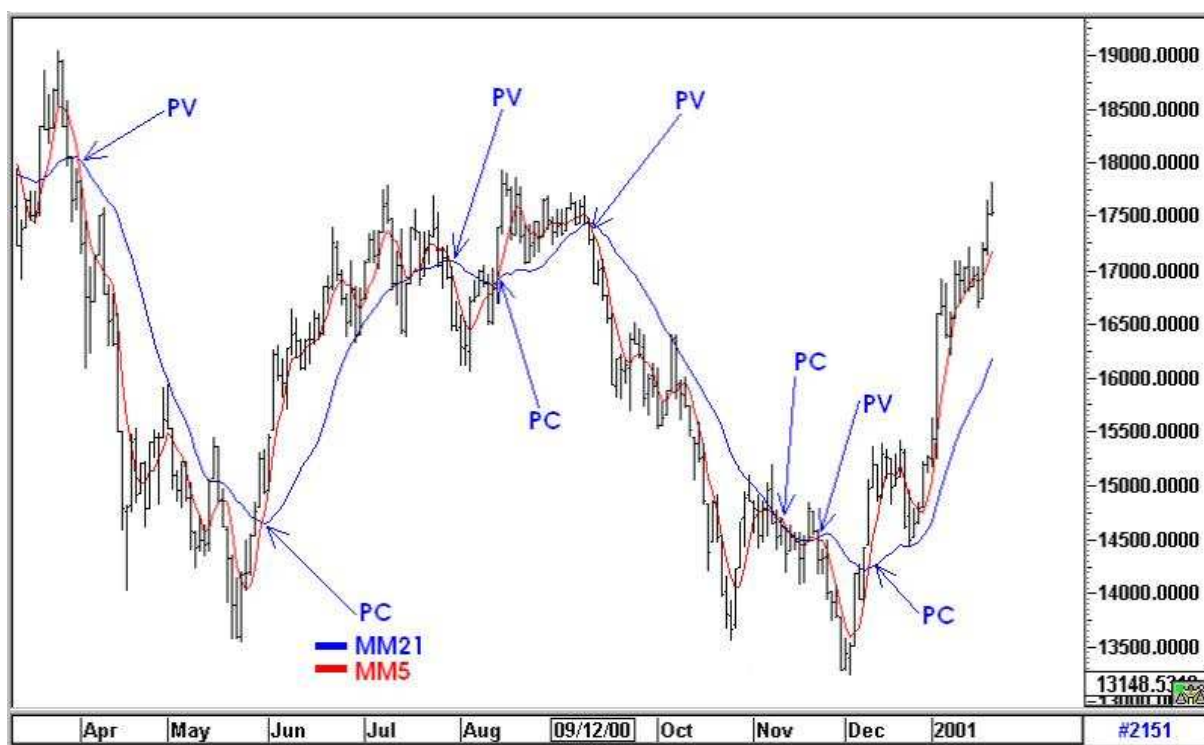


Figura 20 - Indicadores de compra e venda de ativo usando médias móveis

Fonte: Timing (2006)

O método de cálculo da média móvel por meio da média aritmética simples dos últimos “n” períodos considera cada um dos períodos passados como tendo o mesmo peso no cálculo. Desta forma, a cotação do ativo no período anterior (por exemplo, no dia anterior) tem o mesmo peso no cálculo que a cotação do ativo 20 períodos atrás (por exemplo, 20 dias atrás). Como as cotações mais recentes têm

uma capacidade maior de influenciar as cotações futuras próximas, pode-se colocar um peso maior nas cotações mais recentes e diminuir o peso em termos de representatividade da cotação para o cálculo da média móvel à medida que a data se afasta do período que está sendo calculado. Uma forma alternativa para o cálculo da média móvel que leva em consideração esta questão é a chamada média móvel exponencialmente ponderada (EWMA - *Exponentially Weighted Moving Average*) ou média móvel com alisamento exponencial.

O princípio envolvido neste método de cálculo da média móvel é o de considerar um peso maior às cotações mais recentes para o cálculo da média móvel de um período. Este método é recursivo, pois considera que o valor da média móvel exponencial de um ativo em um período é igual ao percentual do preço do ativo no período anterior somado a um percentual do valor da média móvel exponencial do ativo no período anterior.

Por outro lado, o valor da média móvel do período anterior é igual a um percentual do valor do ativo no dia anterior a ele somado a um percentual do valor da média móvel exponencial do período imediatamente anterior (considerando sempre que a soma dos dois percentuais – do preço do período desejado e da média móvel exponencial do dia anterior – é sempre igual a 100%). Desta forma, a equação (40) representa a forma de cálculo da média móvel exponencial:

$$\hat{Y}_t = (1 - \alpha) \hat{Y}_{t-1} + \alpha Y_{t-1} \quad (40)$$

Onde:

\hat{Y}_t : valor da média móvel exponencial do ativo “Y” no período “t”;

\hat{Y}_{t-1} : valor da média móvel exponencial do ativo “Y” no período “t-1” (um período anterior a “t”);

α : fator de alisamento ($0 \leq \alpha \leq 1$)

Y_{t-1} : cotação do ativo “Y” no período “t-1”.

O fator de alisamento “ α ” determina o grau da regularização resultante da série temporal. Quanto menor for o valor de “ α ”, mais lentamente as previsões reagirão em função da mudança dos dados, resultando em previsões pouco reativas. Contrariamente, quanto mais próximo da unidade for o valor de “ α ”, mais rápida a reação das previsões às mudanças nos dados, resultando em uma proximidade maior da curva dos dados previstos à curva dos dados reais (CORRAR e THEÓPHILO, 2004, p. 211)

Uma forma alternativa de determinação do valor de α é por meio de um cálculo baseado no número de períodos da média móvel exponencial até o início da série, que é a maneira mais usual em programas de computador que permitem este tipo de análise. A equação (41) demonstra a forma de cálculo do α em função do número de períodos desejados, de acordo com o manual do MetaStock⁴:

$$\alpha = \frac{2}{n+1} \quad (41)$$

Onde:

- α fator de alisamento ($0 \leq \alpha \leq 1$);
- n número de períodos passados.

Utilizando-se a equação (41) para determinação do valor de α , obtém-se um valor de 0,18 quando o número de períodos considerados no cálculo da média móvel exponencial é igual a 10. Assim, um fator importante na utilização das médias móveis para a análise de tendência do mercado é a determinação do número de períodos passados usados no cálculo. Dependendo do interesse do analista, o número de períodos pode ser pequeno para projeções de tendências de curto prazo ou um número mais elevado para análises de longo prazo.

⁴ O MetaStock é considerado o software de análise técnica de ações mais vendido e utilizado no mundo pelos investidores individuais. Mais informações estão disponíveis na página do fabricante na Internet www.equis.com.

De acordo com o manual técnico do MetaStock, o número de períodos mais utilizados quando trabalha-se com cotações diárias são apresentas no Quadro 2:

Projeção	Número de Dias
Curtíssimo prazo	5 a 13 dias
Curto prazo	14 a 25 dias
Médio prazo	26 a 100 dias
Longo prazo	100 a 200 dias

Quadro 2 - Número de dias analisados para projeções usando médias móveis

Fonte: Manual técnico do Metastock

Um indicador derivado das médias móveis que é bastante utilizado em função de sua simplicidade e capacidade de projeção de tendência é o MACD (*Moving Average Convergence-Divergence Indicator*), que desde o começo de sua utilização no final da década de 70, tornou-se bastante comum como ferramenta para os analistas técnicos (APPEL, 2003, p. 28). De acordo com o manual do usuário do MetaStock, o MACD faz uso de duas médias móveis para apresentação de resultados:

- A média móvel de mais curto prazo - ou mais rápida - (*Fast Moving Average*), varia normalmente de seis a dezenove períodos (minutos, dias, semanas, meses, etc.);
- A média móvel de prazo mais longo - ou mais lenta - (*Slow Moving Average*), geralmente duas ou três vezes maior que a média móvel de mais curto prazo;

Considerando estas duas médias móveis, resultam outros dois valores que são utilizados para a construção de linhas gráficas para análise:

- A linha de nível do MACD, que é resultante da diferença entre os valores calculados para a média móvel rápida e a média móvel lenta;

- A linha de sinal do MACD, que é resultado da média móvel da linha de nível do MACD. O número de períodos utilizados para o cálculo desta média móvel geralmente varia de três a nove períodos.

Appel (2003), apresenta algumas regras gerais que podem ser aplicadas na interpretação do MACD:

- Se a linha de nível é positiva (acima de zero), subindo e encontra-se acima da linha de sinal então uma tendência de alta está acontecendo (que representa um sinal de compra);
- Se a linha de nível é positiva, mas não está mais crescendo e encontra-se indo em direção à linha de sinal ou já está abaixo desta, uma tendência de baixa está iniciando ou está terminando (que pode representar um sinal de venda ou de compra);
- Se a linha de nível está claramente caindo em direção ao valor zero ou passou do valor zero e continua caindo, a tendência do mercado é de baixa (que representa um sinal de venda);
- Se a linha de nível está abaixo de zero, mas está subindo ou cruzando a linha de sinal de baixo para cima, então o mercado está se estabilizando ou mesmo começando uma tendência de alta (que representa um sinal de compra).

A Figura 21 apresenta um exemplo de uma análise do índice MACD para ação da Vale do Rio Doce (VALE3) para o período de outubro de 2005 a março de 2006.



Figura 21 - Exemplo de análise do MACD

A parte superior do gráfico apresentado na Figura 21 mostra a evolução dos valores da ação, sendo que cada barra representa os valores de um dia. Uma barra azul significa um dia de alta, onde o valor de fechamento é maior que o valor de abertura do ativo, e uma barra preta representa uma baixa, onde o valor de fechamento no dia foi menor que o valor de abertura. Cada barra de valor tem um pequeno traço para o lado esquerdo, que representa o valor da abertura no dia, e outro para o lado direito, que representa o valor de fechamento. A parte do meio apresenta o índice MACD, com a linha de nível na cor azul e a linha de sinal na cor cinza, e a parte inferior o volume do ativo em moeda corrente (R\$) negociado no dia.

Na parte do gráfico correspondente ao MACD, são apresentadas duas linhas: uma azul que representa o MACD de 26 dias (linha de nível) e uma cinza que representa o sinal do MACD (linha de sinal). Foram marcados no gráfico por meio de barras verticais vermelhas, pontos indicativos de compra (PC) e pontos indicativos de venda (PV) de acordo com o comportamento das linhas de nível e de sinal. No

primeiro ponto de compra, a linha de nível cruza a linha de sinal de baixo para cima, indicando uma tendência de alta e um momento propício para a compra do ativo. No primeiro ponto de venda indicado, a linha de nível está positiva, se dirigindo ao valor zero e cruzando a linha de sinal de cima para baixo, indicando uma tendência de baixa no valor do ativo e, portanto, um momento propício para a venda do ativo. Os outros pontos de compra e de venda marcados, seguiram o mesmo princípio de análise.

Apesar de existirem outros indicadores que deveriam ser analisados em conjunto com o MACD para uma confirmação ou não das tendências de alta ou de baixa apresentadas por este índice, ele pode ser usado individualmente. Como exemplo da *performance* de uma aplicação prática, Appel (2003) apresenta os resultados da aplicação da técnica de *back testing* do MACD no período de 26 de dezembro de 1969 até 12 de agosto de 2002 no índice Nasdaq Composite (índice do mercado de ações norte-americano, que representa as ações das maiores empresas de tecnologia).

O rendimento anual equivalente do índice Nasdaq no período foi de 8,81%. Se fosse considerado o MACD de médias móveis de 13 e 26 dias no período e o investidor comprasse um título atrelado ao índice em todos os sinais de compra e vendesse em todos os sinais de venda, este investidor poderia ter obtido um rendimento equivalente anual de 14,83%, além do valor investido neste título estar investido em uma aplicação com risco somente 50,45% do tempo total, podendo ser investido em outras opções sem risco nos 49,55% restantes do tempo total (sendo que este rendimento não foi considerado nos 14,83% de rendimento).

Em função das características de facilidade de aplicação do MACD e por ser um índice de uso comum pelos analistas técnicos para a análise de tendência de

preços de ativos, foi considerada a sua utilização como índice de referência para ser aplicado na seleção dos ativos que poderão participar das carteiras de investimentos formadas com o objetivo de servir como base para a definição e validação do modelo a ser criado neste trabalho.

3 TRABALHOS TEÓRICOS E INVESTIGAÇÕES RELACIONADAS AO TEMA DA PESQUISA

Tomando-se por base a bibliografia pesquisada para a realização deste trabalho, foram localizadas e consultadas várias pesquisas focadas principalmente nos seguintes temas:

- a teoria moderna de *portfolios*;
- a análise de desempenho de fundos de investimentos ou de aplicações utilizando os indicadores de performance de Sharpe e de Treynor;
- relação entre risco e retorno de investimentos;
- fronteira eficiente;
- curvas de utilidade de investidores e níveis de aversão ao risco;
- o modelo CAPM.

Por outro lado, como já foi comentado anteriormente, nenhum trabalho consultado comentou qualquer uso de indicadores técnicos para a previsão de tendência de alta ou de baixa nos valores de ativos, permitindo a seleção dos ativos a serem comprados ou vendidos ou mesmo para participarem como candidatos na criação de carteiras de investimentos.

Dos trabalhos consultados, serão descritas as principais conclusões e resultados obtidos em alguns deles que tiveram temas dentre os citados acima.

ZENTGRAF (1996) avaliou a performance dos fundos mútuos de ações brasileiros no período de julho de 1990 a julho de 1995 por meio dos índices de performance de Sharpe, Treynor e Jensen, comparando-os com o índice de

mercado IBOVESPA, com o de carteiras formadas aleatoriamente pelos ativos de maior liquidez na Bolsa de Valores e com o índice de poupança. Os resultados apontaram que os fundos tiveram um desempenho pior que o do IBOVESPA, se estas alternativas forem comparadas por meio dos modelos de Treynor e Sharpe, que medem a relação entre rendimento obtido e risco incorrido, e que os fundos não remuneraram seus investidores proporcionalmente ao nível de risco incorrido no período por estes fundos. Este rendimento abaixo do esperado em função do nível de risco, foi devido principalmente aos elevados custos cobrados dos cotistas dos fundos, seja pela cobrança de taxas de administração, seja pela ineficiência na seleção de ativos e pelos custos de transação resultante do excesso de troca de posições (compra e venda) de ativos.

Bruni *et al.* (1998) apresentam em seu trabalho os benefícios da diversificação de carteiras criadas a partir da diversificação de investimentos em mercados latino-americanos por meio do algoritmo de otimização de Markowitz, com dados compreendidos no período entre os anos de 1996 e 1997. De acordo com os resultados obtidos no trabalho, carteiras de investimentos criadas com índices de ações de países Europeus desenvolvidos e dos Estados Unidos da América sempre apresentaram rendimentos menores, para taxas de risco equivalentes, do que as carteiras de investimentos criadas com ativos que incluíam, além dos países desenvolvidos, índices de ações de países emergentes, como Brasil, México e Venezuela. Estes resultados foram comprovados graficamente no trabalho por meio da apresentação e comparação das fronteiras eficientes das carteiras compostas primeiramente pelos índices das ações de países desenvolvidos e, em seguida, com a adição de índices de ações dos países latino-americanos emergentes.

Lintz e Renyi (1998) apresentam em seu trabalho uma comparação entre carteiras de ações do IBOVESPA baseadas no modelo de Markowitz com carteiras de ações do IBOVESPA criadas com base no modelo de Sharpe. É feita uma comparação na redução do risco de carteiras de investimentos otimizadas pelos dois modelos, contendo de dois até cinquenta ativos. Por meio de análises estatísticas que mediram o erro percentual entre os resultados esperados e a aplicação de teste de hipótese, as comparações realizadas permitiram aos autores concluir que o modelo de Markowitz é mais preciso que o modelo proposto por Sharpe para calcular o verdadeiro risco de carteiras de investimento, apesar do modelo de Sharpe ser o mais utilizado por instituições financeiras pela sua simplicidade.

Em um estudo que compara os principais motivos para a variabilidade dos resultados de carteiras de investimentos, pautando-se na comparação da performance de fundos de investimentos e fundos de pensão, Ibbotson e Kaplan (2000) afirmam que 40% das diferenças de rendimento entre os fundos podem ser explicadas pelas estratégias de diversificação aplicadas nas carteiras dos fundos, ou seja, caso um fundo tenha um rendimento 5% maior que outro, aproximadamente 2% da diferença (40% da diferença total) são explicados pela diferente alocação de ativos. Além disso, 90% da variabilidade dos resultados em diferentes períodos de cada um dos fundos é explicada pela política de alocação dos ativos (proporção nas carteiras criadas) e 100% do rendimento obtido em cada fundo é resultado da política de diversificação. Ou seja, a política de diversificação adotada em cada fundo é responsável pela maior parte do desempenho final de cada fundo de investimento e de pensão.

Moriama (2002), em um trabalho que compara os benefícios da diversificação baseada em classes de ativos globais (de outros países) com a

diversificação baseada somente em ativos locais, ambas baseadas no algoritmo de otimização de Markowitz, conclui que as carteiras compostas por ativos globais apresentam melhor desempenho, em relação à redução de risco, que aquelas construídas usando somente ativos locais, de forma que investidores que aceitassem determinado nível máximo de risco (no caso 21% ao ano de variabilidade), só teriam alternativas de investimentos que considerassem a alocação de ativos globais.

Hieda e Oda (1998) desenvolveram uma pesquisa comparando carteiras criadas pelo algoritmo de Markowitz e otimizadas pelo índice de performance de Sharpe, com outras criadas usando a diversificação ingênua (participação proporcional de cada ativo na carteira) e com o IBOVESPA. Por meio da comparação dos resultados esperados de rendimento e risco nas carteiras criadas (*ex ante facto*) com os resultados reais (*ex post facto*), os autores chegaram à conclusão que as carteiras criadas pela otimização do índice de performance de Sharpe apresentaram resultados reais (*ex post facto*) piores que o IBOVESPA e mesmo que as carteiras criadas utilizando-se a diversificação ingênua quando se compara o índice de Sharpe destas carteiras. No período analisado, o IBOVESPA apresentou melhores resultados de rendimentos na maioria das situações, assim como menores riscos. As carteiras otimizadas pelo índice de Sharpe só apresentaram melhores resultados na maioria das comparações na comparação do nível de risco obtido com as carteiras criadas com a diversificação ingênua.

A incorporação dos custos de transação na formação de *portfolios* de investimentos no mercado financeiro brasileiro foi considerada em um trabalho desenvolvido por Samohyl e Silva (1999), no qual desenvolvem um modelo de otimização estocástica e não linear aplicado sobre dados históricos de ativos

financeiros. O modelo de otimização aplicado considerou níveis diferentes de aversão ao risco de investidores e foi aplicado por meio da planilha de cálculo Microsoft Excel. Os resultados obtidos no trabalho permitiram concluir que a aplicação do modelo para investidores avessos ao risco resulta em níveis menores de risco, assim como em rendimentos inferiores, àqueles obtidos quando o modelo é aplicado para investidores que aceitam níveis maiores de risco. Os melhores rendimentos foram obtidos quando o modelo é aplicado em situações onde os níveis de risco das carteiras não são considerados, ou seja, para aqueles investidores indiferentes ao risco.

Além destes, vários outros trabalhos são citados por Francis e Archer (1991), Elton *et al.* (2004), Zentgraf (1996) e outros autores consultados, com base nos quais foi descrito anteriormente neste trabalho o embasamento teórico.

4 METODOLOGIA

Nos capítulos anteriores foram apresentadas as bases teóricas utilizadas na realização deste trabalho, bem como foram descritas algumas pesquisas teóricas e empíricas já realizadas sobre a questão de otimização de carteiras de investimento e avaliação de *performance* de carteiras.

Neste capítulo será descrita a metodologia utilizada para a elaboração do trabalho. A partir do problema, dos objetivos propostos e das perguntas de pesquisa, foi estabelecida a metodologia que permitiu alcançar tais objetivos, considerando o delineamento das estratégias de investigação e estabelecendo técnicas e procedimentos de coleta e tratamento de dados.

Para a elaboração deste trabalho foram definidos quatro grupos de atividades executadas, a saber:

1) Pesquisa bibliográfica

- Pesquisa e avaliação dos possíveis comportamentos de investidores em relação ao risco, para a definição dos perfis destes investidores considerados no trabalho;
- Pesquisa, análise e seleção de indicadores de análise técnica que permitem ao investidor avaliar a tendência de alta ou de baixa nas taxas de rendimento esperadas das ações;
- Pesquisa e avaliação das técnicas de otimização de *portfolios* tratadas na literatura, assim como de trabalhos já realizados sobre otimização de carteiras de ações.

2) Coleta, tratamento e análise de dados

- Coleta das taxas de rendimento históricas das ações que fazem parte do IBOVESPA, usando como fonte as cotações disponibilizadas em uma base de dados de um software da Económica Softwares para Investimentos Ltda (versão para demonstração).;
- Tratamento destes dados, verificando possíveis inconsistências em datas e valores das cotações coletadas;

3) Definição e validação do modelo

- Definição do modelo para seleção de ações e otimização de carteiras de investimentos que permita ao investidor buscar a redução do risco diversificável na composição de seus portfolios de investimento;
- Validação do modelo por meio da sua aplicação em dados históricos de taxas de rendimentos de ações do IBOVESPA por meio da utilização de técnicas de *back testing*;
- Comparação dos resultados obtidos a partir das taxas de rendimento e de risco com base em indicadores de desempenho de mercado, como o do próprio IBOVESPA, por exemplo.

4) Interpretação e descrição dos resultados obtidos

- Descrição dos resultados obtidos por intermédio da aplicação do modelo criado e validado nas carteiras teóricas avaliadas.

4.1 PERGUNTAS DE PESQUISA

Partindo-se do problema de pesquisa que norteou este trabalho, descrito na parte introdutória do primeiro capítulo, buscou-se responder às seguintes perguntas de pesquisa:

- A criação de carteiras otimizadas em relação à minimização de riscos apresenta, na prática, riscos menores que outras carteiras criadas por meio de outros critérios e que o índice de mercado (IBOVESPA)?
- Os algoritmos de otimização que consideram a relação entre rendimento e risco apresentam melhores resultados em termos de rendimento que os algoritmos que consideram somente a redução de risco?
- Os algoritmos de otimização baseados em índices como Sharpe, Treynor e coeficiente Beta podem ser utilizados para a construção de carteiras de investimentos ou somente podem ser aplicados na avaliação de *performance* de carteiras?
- A aplicação de indicadores técnicos para seleção de ativos que estejam com tendência de alta no período analisado, para se determinar os ativos que serão candidatos a participarem da carteira de investimento, produzem melhores resultados em termos de rendimento do que a simples aplicação dos algoritmos de otimização, sem um aumento correspondente nos níveis de risco?

4.2 DELINEAMENTO DA PESQUISA

Para caracterizar o presente trabalho será utilizada a forma clássica de classificação de pesquisas científicas definida por Silva e Menezes (2001), que

considera a pesquisa em relação a sua natureza, a abordagem do problema utilizada, do ponto de vista de seus objetivos, e do ponto de vista de seus procedimentos técnicos:

- Natureza da Pesquisa: este trabalho pode ser caracterizado como uma **Pesquisa Aplicada**, pois tem como objetivo gerar conhecimentos para uma aplicação prática, conhecimentos estes que são dirigidos à solução de problemas específicos. A pesquisa aplicada “*envolve verdades e interesses locais*” (SILVA & MENEZES, 2001, p. 20);
- Abordagem do Problema: este trabalho pode ser definido também como sendo uma **Pesquisa Quantitativa** por requerer o uso de técnicas matemáticas e estatísticas para a solução do problema:

A pesquisa quantitativa considera que tudo pode ser quantificável, o que significa traduzir em números opiniões e informações para classificá-las e analisá-las. Requer o uso de recursos e de técnicas estatísticas (percentagem, média, moda, mediana, desvio-padrão, coeficiente de correlação, análise de regressão, etc.) (SILVA e MENEZES, 2001, p. 20)

- Em relação aos objetivos: o presente trabalho pode ser caracterizado como uma **Pesquisa Explicativa**, pois “*tem como preocupação central identificar os fatores que determinam ou que contribuem para a ocorrência dos fenômenos*” (GIL, 1994, p. 46);
- Procedimentos Técnicos: segundo Gil (1994), a classificação do presente trabalho em relação aos procedimentos técnicos utilizados, se enquadra como uma **Pesquisa com Delineamento Ex-post facto**, pois se refere a experimentos realizados após a ocorrência dos fatos e, sendo assim, o pesquisador não tem controle sobre as variáveis analisadas.

4.3 POPULAÇÃO E AMOSTRA

Quando se deseja estudar características existentes em um determinado grupo de elementos, pode-se fazer isto ao verificar a característica em cada um de seus elementos ou, quando isto não for viável, analisar uma parte menor deste grupo de forma que seja representativa e considerar que estas observações representam as características do grupo como um todo. Segundo Gil (1994), o conjunto definido de elementos que possuem determinadas características denomina-se População ou Universo e o subconjunto do universo usado para se estimar ou estabelecer as características chama-se de Amostra.

A população da pesquisa é composta por todos os títulos de empresas brasileiras de capital aberto negociadas na Bolsa de Valores de São Paulo (BOVESPA). Por questões de viabilidade prática para obtenção e tratamento dos dados, serão considerados os títulos de empresas que pertencem ao IBOVESPA, definido como:

O valor atual, em moeda corrente, de uma carteira teórica de ações constituída em 02/01/1968, a partir de uma aplicação hipotética. Supõe-se não ter sido efetuado nenhum investimento adicional desde então, considerando-se somente os ajustes efetuados em decorrência da distribuição de proventos pelas empresas emissoras (tais como reinversão de dividendos recebidos e do valor apurado com a venda de direitos de subscrição, e manutenção em carteira das ações recebidas em bonificação). Dessa forma, o índice reflete não apenas as variações dos preços das ações, mas também o impacto da distribuição dos proventos, sendo considerado um indicador que avalia o retorno total de suas ações componentes (BOVESPA, 2005).

Assim, o IBOVESPA é composto por 55 ações de empresas brasileiras negociadas na BOVESPA que possuem os maiores volumes financeiros e número de negócios realizados (ver Anexo I com a composição do IBOVESPA de maio a agosto de 2005). Quanto maiores os volumes negociados, maior a participação da

ação neste índice, cuja composição é alterada a cada quatro meses. Além disso, este índice normalmente é utilizado como referência de desempenho do mercado de ações e tem sua cotação divulgada diariamente na mídia falada e escrita:

O Índice Bovespa é o mais importante indicador do desempenho médio das cotações do mercado de ações brasileiro. Sua relevância advém do fato do IBOVESPA retratar o comportamento dos principais papéis negociados na BOVESPA e também de sua tradição, pois o índice manteve a integridade de sua série histórica e não sofreu modificações metodológicas desde sua implementação em 1968 (BOVESPA, 2005).

4.4 DADOS: TIPOS, COLETA E TRATAMENTO

A partir da composição do IBOVESPA de maio a agosto de 2005 (com um total de 55 ativos), foi feita uma amostra sistemática de 19 ativos. A amostragem sistemática é uma derivação da amostragem aleatória simples e consiste na ordenação dos elementos por alguma característica e atribuição de um número seqüencial, que é a posição do elemento na lista. Determinando-se a razão entre o tamanho da população e o número de elementos desejado, obtém-se a amplitude do intervalo entre os itens a serem selecionados. A partir de uma posição aleatória entre a primeira posição e a que representa a amplitude, seleciona-se, além daquele da posição inicial, os elementos que estejam nas posições múltiplas da amplitude, somando-se a posição inicial.

Assim, os ativos foram ordenados em ordem decrescente de participação percentual no IBOVESPA e, a partir da seleção do ativo com maior participação (no caso a TNLP4 – Telemar), a razão considerada foi de seleção de um a cada três ativos. Desta forma, foram selecionados para a amostra, tanto ativos com maiores participações no índice quanto os de menores participações na carteira teórica, cuja

participação representa aproximadamente 37,87% no IBOVESPA, além do próprio IBOVESPA. Os ativos selecionados estão apresentados na Tabela 2:

Código	Ação	Tipo	Part.(%) (2)
TNLP4	TELEMAR	PN EJ	10,59
USIM5	USIMINAS	PNA	5,156
ELET6	ELETRORBRAS	PNB*EJS	3,185
BBDC4	BRADERCO	PN	2,931
TSPP4	TELESP CL PA	PN *	2,601
PETR3	PETROBRAS	ON	2,38
VALE3	VALE R DOCE	ON	1,641
ACES4	ACESITA	PN ED	1,348
TNLP3	TELEMAR	ON EJ	1,302
TCSL4	TIM PART S/A	PN *	1,253
ARCZ6	ARACRUZ	PNB EDJ	1,065
TCOC4	TELE CTR OES	PN *	0,998
CLSC6	CELESC	PNB ED	0,927
ELPL4	ELETROPAULO	PN *	0,625
CRUZ3	SOUZA CRUZ	ON	0,564
PTIP4	IPIRANGA PET	PN	0,526
TRPL4	TRAN PAULIST	PN *	0,435
CMIG3	CEMIG	ON *ED	0,197
TBLE3	TRACTEBEL	ON *	0,141
Participação Teórica Total			37,87

Tabela 2 - Amostra sistemática de ativos selecionados do IBOVESPA⁵

Além disso, realizou-se a carga das cotações diárias das ações selecionadas, que foram deflacionadas pautando-se no índice geral de preços da Fundação Getúlio Vargas, desde o dia primeiro de janeiro de 2004 até o dia 30 de junho de 2005. Estes dados foram obtidos a partir da base de dados da Economática Softwares para Investimentos Ltda (versão para demonstração).

As taxas de retorno históricas foram mensuradas pautando-se no cálculo da taxa de rendimento diária de cada um dos ativos por meio da expressão (42).

⁵ Dois ativos da amostra inicial foram substituídos por outros ativos em função de restrições nos dados no período analisado. O ativo BRKM5 foi substituído pelo ativo PETR3 e o ativo TLCP4 foi substituído pelo ativo CMIG3.

$$R_{di} = \ln\left(\frac{V_{di}}{V_{(d-1)i}}\right) \quad (42)$$

Onde:

R_{di} : taxa de retorno diária de um ativo “ i ” para o dia “ d ”;

V_{di} : valor ou cotação do ativo “ i ” no dia “ d ”;

$V_{(d-1)i}$: valor ou cotação do ativo “ i ” no dia “ $d-1$ ”;

\ln : logaritmo neperiano.

Nas datas em que não havia cotação dos ativos (como fins de semana e feriados), estas foram desconsideradas.

5 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

No capítulo anterior foi descrita a metodologia utilizada na elaboração deste trabalho de dissertação, assim como o delineamento da pesquisa, descrição dos dados utilizados, forma de coleta e tratamento.

Neste capítulo, o objetivo é apresentar os algoritmos utilizados para otimização das carteiras de investimento, seleção das ações por indicadores técnicos, resultados das otimizações e dos índices de *performance* das carteiras criadas.

5.1 FORMAÇÃO DE CARTEIRA HIPOTÉTICA

De acordo com o que foi apresentado anteriormente, o retorno esperado de uma carteira de ativos para um período futuro pode ser estimado com base nas taxas de rendimentos históricos passados e na proporção de cada ativo na carteira, conforme apresentado na equação (10), definida anteriormente.

Da mesma forma, o risco da carteira para um período futuro pode ser estimado em função das taxas de rendimento históricas dos ativos que compõem a carteira, por meio da variância estatística destas taxas, conforme as equações que foram definidas anteriormente, expressas matematicamente por (11) e (12), respectivamente e que podem, alternativamente, serem reescritas com base na representação matricial definida em (43).

$$\sigma_p^2 = \begin{bmatrix} \phi_1 & \dots & \phi_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1N} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \dots & \sigma_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{N1} & \sigma_{N2} & \dots & \sigma_N^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \dots \\ \phi_N \end{bmatrix} \quad (43)$$

Onde:

R_p : taxa de retorno obtida na carteira “p” no período analisado;

\bar{R}_p : taxa de retorno esperada da carteira “p”;

σ_p^2 : variância do *portfolio* “p”;

ϕ_j : proporção do ativo “j” na carteira “p”, com “j” variando de um até “N”;

σ_j^2 : variância do ativo “j”;

σ_{jk} : covariância entre os ativos “j” e “k”, com “j” e “k” variando de 1 até “N”;

N: número de ativos na carteira.

Para determinar a composição ideal da carteira para um período futuro, deve-se estabelecer qual o objetivo da carteira a ser construída: minimizar o risco, ou maximizar o resultado, ou maximizar um índice de *performance* (como o índice de Sharpe ou de Treynor), ou minimizar o risco da carteira em relação ao risco de um índice de mercado (Beta da carteira), por exemplo.

Considerando-se que o objetivo seja o de minimização de riscos, por exemplo, deve-se buscar a composição ideal da carteira de ativos de forma que minimize a variância da carteira, considerando-se as taxas de rendimento históricas no período selecionado. Neste caso, o problema a ser resolvido para determinação desta carteira pode ser descrito como:

- Determinar as proporções de cada ativo na carteira, com o objetivo de minimizar a variância, tal como encontra-se em (44):

$$\text{Minimizar}(\sigma_p^2) = \text{Minimizar} \left(\begin{bmatrix} \phi_1 & \dots & \phi_N \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1N} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \dots & \sigma_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{N1} & \sigma_{N2} & \dots & \sigma_N^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \dots \\ \phi_N \end{bmatrix} \right) \quad (44)$$

Onde:

R_p : taxa de retorno obtida na carteira “ p ” no período analisado;

\bar{R}_p : taxa de retorno esperada da carteira “ p ”;

σ_p^2 : variância do *portfolio*;

ϕ_j : proporção do ativo “ j ” na carteira “ p ”, com “ j ” variando de 1 até “ N ”;

σ_j : variância do ativo “ j ”;

σ_{jk} : covariância entre os ativos “ j ” e “ k ”, com “ j ” e “ k ” variando de 1 até “ N ”;

N : número de ativos na carteira.

Sujeito a:

$\phi_i > 0\%$ para todo $1 < i < N$;

$\sum_{i=1}^N \phi_i = 100\%$ (o somatório das participações dos ativos deve ser 100%)

Neste trabalho não foi considerada a possibilidade de venda de ativos a descoberto⁶, por isso estabeleceu-se a condição de que o percentual de participação de cada na carteira de ser maior que zero ($\phi_i > 0\%$).

Considerou-se o uso de uma planilha eletrônica (Excel) como ferramenta auxiliar na otimização desejada, por meio da utilização do suplemento para otimização chamado de “Solver” para se buscar a solução do problema. Os procedimentos operacionais para a otimização das carteiras podem ser sumarizados a seguir em cinco passos:

- 1) insere-se na planilha eletrônica todos os ativos e respectivas taxas de rendimento diárias;

⁶ A venda a descoberto de um ativo significa que um investidor poderia vender um ativo que efetivamente não possui em sua carteira e usar o dinheiro arrecadado para a compra de outros títulos. Esta operação é possível pois quando um investidor vende um ativo a descoberto, a corretora automaticamente o toma emprestado de algum investidor entre os que mantém ativos custodiados nesta corretora (ELTON *et al.*, 2004, p. 39).

- 2) calcula-se os coeficientes de Correlação Linear de Pearson entre estas séries históricas de taxas de rendimento entre todos os ativos;
- 3) calcula-se a variância das séries históricas de cada ativo;
- 4) insere-se em uma célula da planilha a fórmula matricial para cálculo da variância representada na equação (44), sendo que os percentuais de participação de cada ativo são inicialmente definidos com o valor de 0%;
- 5) define-se como objetivo do Solver “minimizar” a célula com a fórmula da variância, variando-se os valores das células que possuem os percentuais de participação dos ativos, sujeito às restrições de que nenhum percentual de participação individual deve ser menor do que zero e que a soma de todos os percentuais deva ser igual a 100%.

Como resultado da execução deste algoritmo obtém-se os percentuais desejados da participação de cada ativo na carteira. A partir da variância obtida com os percentuais que foram determinados é possível obter o retorno esperado desta carteira, pautando-se na equação (10).

Com o objetivo de simplificação do algoritmo, por intermédio da eliminação dos passos de cálculo dos coeficientes de correlação linear de Pearson entre as taxas de rendimento históricas dos ativos e variâncias das taxas de retorno de cada ativo, foi desenvolvido um novo algoritmo, específico para ser aplicado em planilhas de cálculo, que produz os mesmos resultados, mas com o benefício da simplificação, em função do número de cálculos necessários na sua execução. Baseando-se nas fórmulas de risco e retorno esperado de carteiras e nas características de uma planilha de cálculo, o princípio aplicado, de forma sumarizada, é o seguinte:

Data	Ativos		Rendimento
	A	B	
d1	A1	B1	$R1 = A1*PA+B1*PB$
d2	A2	B2	$R2 = A2*PA+B2*PB$
Rendimento Esperado ->		Média	$=MEDIA(R1;R2)$
Risco Esperado ->		DP	$=DESVPAD(R1;R2)$
Participação	PA	PB	$=PA+PB$

Quadro 3 - Planilha para simplificação do algoritmo de otimização de carteiras

Onde:

d1 e d2: são duas datas consecutivas;

A e B: são dois ativos;

A1 e A2: são as taxas de rendimento para o ativo A no dia 1 e no dia 2

B1 e B2: são as taxas de rendimento para o ativo B no dia 1 e no dia 2;

R1 e R2: são os rendimentos diários resultantes para o dia 1 e 2, respectivamente;

PA e PB: são os percentuais de A e de B na carteira, respectivamente;

As células com fundo em amarelo são dados coletados;

As células com fundo azul representam fórmulas calculadas a partir dos valores;

As células com fundo verde devem ser determinadas e têm valor inicial zero.

Após a preparação da planilha de acordo com passos acima citados, solicita-se para o Solver minimizar a célula que contém o cálculo do desvio padrão, variando-se as células com os percentuais de participação dos ativos (fundo verde), sujeito às restrições de que o total das participações deva ser igual a 100% (PA+PB) e de que PA e PB sejam maior que zero.

Como resultado, o “Solver” determinará os percentuais de cada ativo na carteira, o risco esperado e a taxa de retorno esperada. Este algoritmo aplica-se a qualquer quantidade de ativos e dias analisados, com uma *performance* computacional extremamente superior ao do algoritmo matricial anteriormente citado, além de possuir maior facilidade em termos de implementação.

Para efeito de comprovação da igualdade de resultados, na Tabela 3 são apresentados os resumos da otimização de uma carteira de 19 ativos, realizadas pelos dois algoritmos citados anteriormente, onde percebe-se que os percentuais a serem aplicados em cada ativo, bem como a taxa de rendimento e risco esperados,

são equivalentes, com uma grande diferença entre os tempos totais necessários para a execução de cada algoritmo.

Forma de Otimização --->			Minimização de Risco com Covariância Explícita		Minimização de Risco com Covariância Implícita (Algoritmo Proposto)
Ativos	Taxa de Retorno Esperada		0,03%		0,03%
	Desvio Padrão		1,24%		1,24%
			Proporção	Variância	Proporção
TNLP4	0,03%	1,72%	11%	0,00163%	11%
USIM5	-0,05%	2,57%	0%	0,00000%	0%
ELET6	-0,06%	2,95%	0%	0,00000%	0%
BBDC4	-0,26%	8,08%	2%	0,00034%	2%
TSPP4	0,14%	7,25%	0%	0,00000%	0%
PETR3	0,15%	1,75%	22%	0,00344%	22%
VALE3	0,11%	2,32%	0%	0,00000%	0%
ACES4	-0,07%	2,31%	0%	0,00000%	0%
TNLP3	0,21%	2,31%	0%	0,00000%	0%
TCSL4	0,00%	2,64%	0%	0,00000%	0%
ARCZ6	-0,12%	1,74%	30%	0,00460%	30%
TCOC4	0,46%	8,19%	0%	0,00000%	0%
CLSC6	-0,02%	2,12%	4%	0,00068%	4%
ELPL4	0,11%	2,99%	0%	0,00000%	0%
CRUZ3	0,02%	1,88%	15%	0,00224%	15%
PTIP4	0,20%	2,23%	9%	0,00144%	9%
TRPL4	0,30%	2,62%	2%	0,00033%	2%
CMIG3	0,20%	2,62%	0%	0,00000%	0%
TBLE3	0,10%	3,08%	4%	0,00067%	4%
Total			100%	0,01538%	100%
Comparação de Tempos		Hora Inicial:	23:04:53		23:03:36
		Hora Final:	23:05:59		23:03:38
		Tempo Total:	00:01:06		00:00:02

Tabela 3 - Comparação dos resultados entre os algoritmos de otimização

Definido o algoritmo de otimização a ser utilizado na formação das carteiras teóricas de investimento, na próxima subseção será apresentada a formação de uma fronteira eficiente com os ativos da amostra utilizando os dados históricos de janeiro de 2004 a junho de 2005 e, em seguida, os critérios de otimização a serem aplicados no algoritmo selecionado.

5.2 FRONTEIRA EFICIENTE

A fronteira eficiente é formada pelo conjunto de carteiras eficientes formadas por um conjunto de ativos pré-determinados. Considerando a amostra de 19 ativos utilizada neste trabalho com seus respectivos rendimentos históricos, foram formadas dez carteiras possíveis, sendo a primeira a carteira de menor risco esperado, que pode ser formada com a composição dos ativos selecionados, e a décima carteira a que possui o maior rendimento esperado entre todas as carteiras possíveis. Estas carteiras foram formadas usando o algoritmo de otimização proposto por Markowitz (descrito anteriormente na seção 5.1), considerando as restrições de que não há venda a descoberto (ou seja, nenhum ativo pode ter uma participação menor que 0% na carteira) e a soma das participações de cada ativo deve ser igual a 100%. As dez carteiras formadas podem ser observadas na Tabela 4.

ATIVOS				Carteiras Teóricas									
				A	B	C	D	F	G	H	I	J	K
Rendimento Esperado				0,017%	0,075%	0,102%	0,117%	0,124%	0,129%	0,131%	0,134%	0,136%	0,137%
Desvio Padrão				1,353%	1,458%	1,572%	1,695%	1,827%	1,970%	2,123%	2,289%	2,468%	2,660%
Beta				0,66	0,75	0,80	0,86	0,89	0,93	0,99	1,03	1,08	1,12
TNLP4	-0,03%	2,03%	1,04	0,20%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
USIM5	0,03%	2,96%	1,35	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
ELET6	-0,09%	3,07%	1,36	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
BBDC4	0,12%	1,98%	0,74	16,88%	33,87%	41,54%	50,78%	55,75%	49,33%	35,01%	22,60%	11,14%	0,00%
TSPP4	-0,17%	3,06%	1,31	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
PETR3	0,08%	1,95%	0,78	16,18%	24,87%	27,10%	11,43%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
VALE3	0,04%	2,31%	0,77	3,13%	3,42%	2,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
ACES4	0,14%	2,66%	1,12	0,00%	1,84%	4,84%	17,62%	28,95%	49,46%	64,99%	77,40%	88,86%	100,00%
TNLP3	0,12%	2,46%	1,08	0,00%	0,15%	1,55%	2,60%	1,10%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
TCSL4	0,12%	2,46%	1,08	0,00%	1,52%	2,89%	3,93%	2,43%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
ARCZ6	-0,07%	1,80%	0,49	36,05%	13,88%	2,44%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
TCOC4	-0,06%	2,73%	1,09	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CLSC6	0,02%	2,57%	1,05	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
ELPL4	0,03%	3,51%	1,42	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CRUZ3	-0,01%	1,97%	0,71	18,48%	3,81%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
PTIP4	0,11%	2,57%	0,91	2,94%	9,26%	10,69%	9,98%	8,48%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
TRPL4	0,11%	2,86%	1,09	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CMIG3	0,12%	2,83%	1,15	0,00%	0,00%	0,00%	0,22%	3,30%	1,22%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
TBLE3	0,09%	3,66%	0,82	6,14%	7,39%	6,96%	3,46%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Total				100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%

Tabela 4 - Carteiras teóricas formadas pelos ativos da amostra

Conforme apresentado na Tabela 4, a carteira "A" é a de menor risco entre todas as carteiras possíveis de serem formadas com os ativos selecionados,

tendo um rendimento esperado de 0,017%, um desvio padrão (risco) de 1,353%. O coeficiente Beta desta carteira também é o menor entre as dez carteiras formadas. Pode-se observar que o desvio padrão da carteira “A” é menor que qualquer um dos desvios padrão dos ativos individualmente, confirmando a possibilidade de se reduzir o risco de um investimento por meio da diversificação.

O percentual de cada ativo na carteira indica qual a proporção do montante total em dinheiro deve ser investido em cada ativo. Assim, para um investimento com a composição da carteira “A”, 0,20% do montante de dinheiro total disponível deve ser investido no ativo “TNLP4”; 16,88% no ativo “BBDC4”; 16,18% no “PETR3”; 3,13% no “VALE3”; 36,05% no “ARCZ6”; 18,48% no “CRUZ3”; 2,94% no “PTIP4”; 6,14% no “TBLE3”; e nada nos outros ativos.

A carteira “K”, de maior rendimento esperado entre todas as carteiras possíveis, é obtida aplicando-se 100% do capital no ativo “ACES4”. Em contrapartida esta carteira apresenta também o maior risco entre as carteiras analisadas. As carteiras intermediárias (de “B” a “J”) foram formadas com nível de risco intermediário entre as carteiras “A” e “K”. Observa-se que a carteira “B”, apesar de apresentar um risco somente 7,8% maior (de 1,353% para 1,458%) que o da carteira “A”, ela apresenta um rendimento esperado 330% maior (de 0,017% para 0,075%). À medida que se analisa da carteira “A” para a carteira “K”, a proporção de risco aumenta em aproximadamente 7,80% de uma carteira para a outra, mas a proporção de aumento do rendimento, que da carteira “A” para a “B” foi de 330%, vai caindo drasticamente, sendo de 36,57% de “B” para “C”, 14,71% de “C” para “D”, de 6,34% de “D” para “E”, até chegar a 1,44% de “J” para “K”. Desta forma, dependendo do perfil do investidor que está analisando estas alternativas, se ele é mais conservador ou se aceita um risco maior desde que tenha possibilidade maior

de ganho, pode-se justificar a escolha da carteira “B” em relação à carteira “A”, que é de menor risco, assim como de “C” em relação à “B”, e assim sucessivamente.

Por meio da informação do rendimento esperado e do risco de cada uma destas carteiras, é possível construir um gráfico que apresenta a fronteira eficiente formada pelas carteiras possíveis de serem criadas com os ativos selecionados, conforme encontra-se na Figura 22.

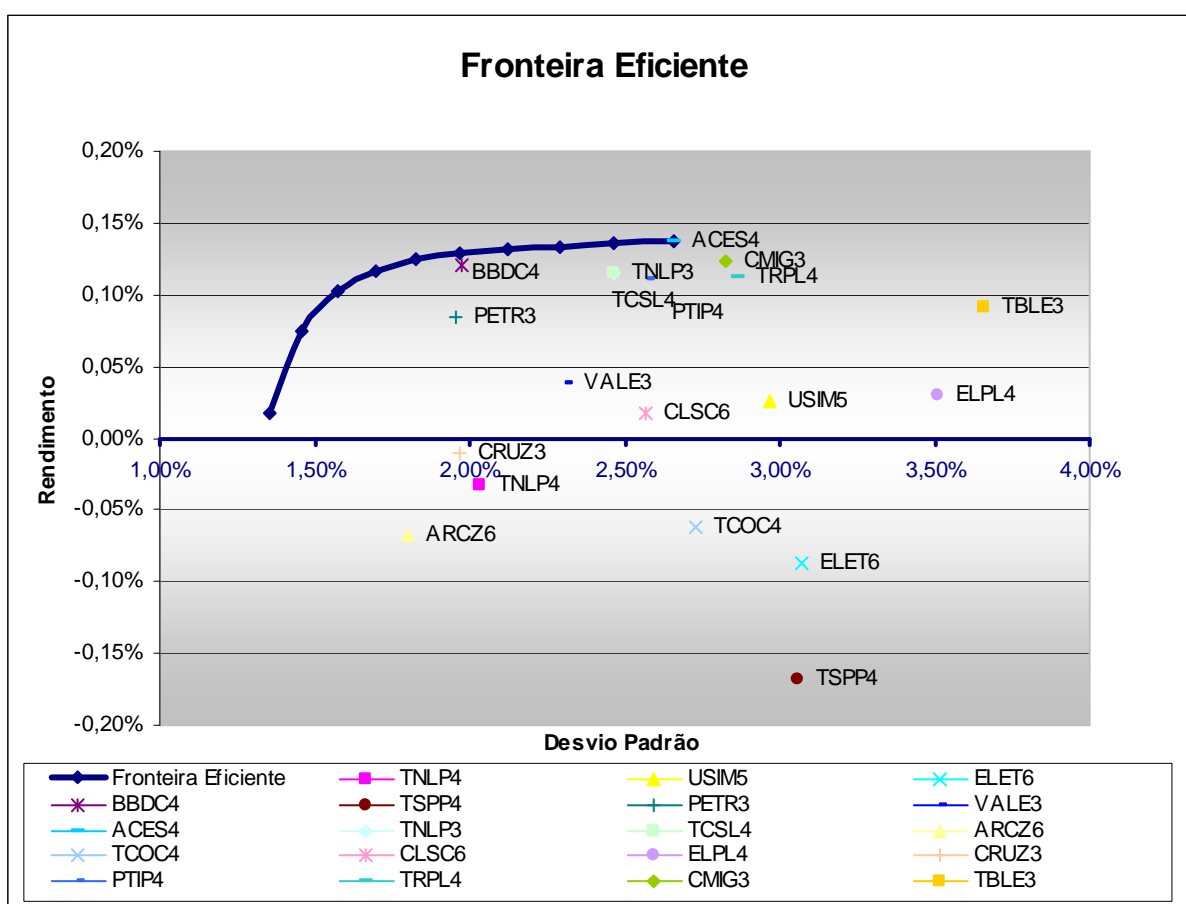


Figura 22 - Fronteira eficiente dos ativos da amostra selecionada

Na Figura 22 são apresentados, além da fronteira eficiente, como ficam distribuídos os ativos em um gráfico cartesiano com o desvio padrão (risco) representado no eixo das abscissas e com o rendimento no eixo das ordenadas. Desta forma, caso um investidor esteja selecionando uma carteira para investimento que apresente a melhor relação entre risco e retorno, considerando o algoritmo de

otimização de Markowitz, sua escolha deverá ser feita sobre uma das carteiras que estão na fronteira eficiente pois estas apresentam o melhor retorno para cada valor de risco considerado e o menor risco para cada retorno esperado considerado para as mais variadas combinações dos ativos.

Esta fronteira foi criada considerando-se o período completo dos dados históricos de janeiro de 2004 a junho de 2005. Diferentes resultados são obtidos se o período considerado for alterado. Por exemplo, poderiam ser criadas as fronteiras eficientes para os mesmos ativos para cada mês (de janeiro de 2004 a junho de 2005), utilizando-se como base, para cada um deles, os valores históricos de quatro meses anteriores. Essas diferentes variações de prazo dependem do interesse do investidor em relação ao período de tempo para o qual deseja criar as carteiras de investimentos: se o seu desejo for analisar uma carteira para mantê-la por um ano, por exemplo, não faria sentido analisar o comportamento dos ativos por um curto período de tempo, tal como um mês, e sim observar como os retornos históricos dos ativos se comportaram em conjunto durante um período maior de tempo, tal como doze ou dezoito meses. Já se o interesse for a criação de carteiras para serem mantidas por um período menor, tal como um mês por exemplo, é preferível considerar os retornos históricos mais recentes na análise.

Como não é objetivo deste trabalho a definição do período ideal a ser considerado em cada situação e o exemplo anterior foi criado somente para fins ilustrativos, busca-se na próxima subseção descrever o modelo proposto a ser validado neste trabalho.

5.3 MODELO PROPOSTO

O modelo para seleção de ativos e criação de carteiras de investimentos que é o foco deste trabalho tem como objetivo verificar se a seleção prévia de ativos com tendência de alta no período desejado, antes da aplicação do algoritmo de otimização para a criação de carteiras de investimentos, pode oferecer ao investidor melhores resultados em termos de rendimentos para um determinado risco que o investidor esteja disposto a assumir. A Figura 23 apresenta um fluxograma esquematizando o modelo a ser validado.

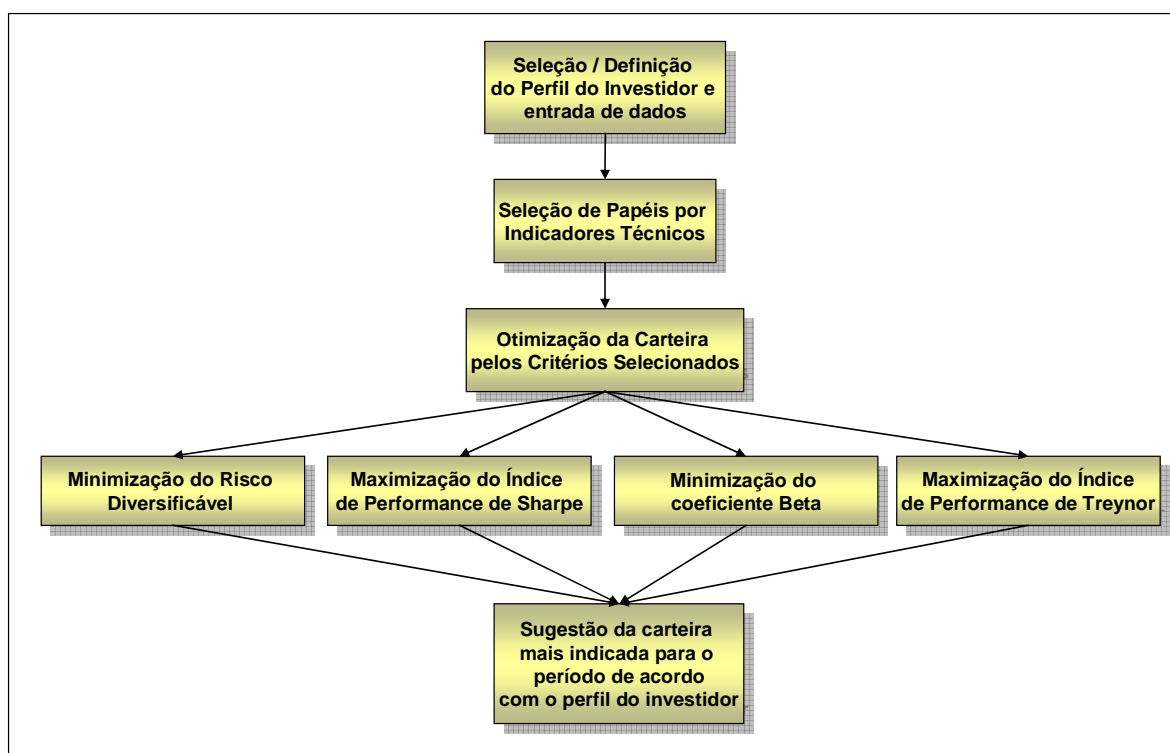


Figura 23 - Modelo proposto para seleção de ações e criação de carteiras

O processo do modelo proposto começa com a definição do perfil do investidor em relação ao risco: se o investidor é avesso ao risco, pois aceita algumas vezes níveis maiores de risco desde que venham acompanhados de rendimentos maiores; ou se ele é indiferente ao risco, pois busca sempre o melhor rendimento independente do risco assumido; ou, alternativamente, se ele é propenso ao risco,

pois busca aqueles ativos com maior variância em seus valores para poder obter maiores ganhos.

Além desta seleção do perfil, o investidor deve fornecer o período desejado para a criação e manutenção da carteira de investimento. No caso do modelo aplicado neste trabalho, este período é correspondente a um mês, ou seja, o investidor determinará para qual mês e ano se deseja obter a indicação da carteira mais adequada de acordo com seu perfil.

Considerando que a ferramenta que fará a análise dos dados selecionados já possui os dados de valores históricos diários de todos os ativos negociados na Bolsa de Valores de São Paulo, além de disponibilizar ao investidor a possibilidade de efetuar a análise gráfica e de indicadores técnicos destes ativos nos períodos selecionados, o próximo passo é fazer a seleção dos ativos com tendência de alta no período para qual se deseja construir a carteira de investimento.

Depois de selecionados os ativos com tendência de alta ou mesmo aqueles com tendência indefinida no período, deve-se proceder com a criação das carteiras de investimentos por meio da aplicação de algoritmos de otimização que buscarão criar as melhores alternativas considerando quatro carteiras diferentes: a carteira com menor risco esperado; a carteira com o maior índice de performance de Sharpe; a carteira com o menor coeficiente Beta; e a carteira com maior índice de performance de Treynor.

A partir dos resultados obtidos com os algoritmos de otimização e da definição inicial do perfil do investidor em relação ao risco, deve ser indicada ao investidor qual a melhor das alternativas obtidas de acordo com as características especificadas.

Como não é objetivo deste trabalho o desenvolvimento de uma ferramenta computacional que permita ao investidor operacionalizar o processo do modelo proposto e sim somente validar o modelo proposto, serão utilizadas algumas ferramentas auxiliares na validação deste modelo. Uma destas ferramentas computacionais é o Microsoft Excel, que permite a implementação de planilhas de cálculos com aplicação de fórmulas matemáticas e estatísticas, além de algoritmos de otimização. Além do Excel será utilizado o *software* Grafix, disponível para *download* gratuito na página da Internet www.grafix2.com, que permite a análise gráfica e de indicadores técnicos (notadamente o MACD) dos ativos disponíveis para negociação na BOVESPA.

Os critérios de otimização aplicados para a criação das carteiras de investimentos e a técnica de *back testing* utilizada para comparar os resultados previstos com os reais no período amostral deste trabalho, são descritos a seguir.

5.3.1 Descrição dos Critérios de Otimização

Foram selecionadas para otimização das carteiras quatro formas distintas: a primeira forma otimiza a carteira com o objetivo da minimização de risco; a segunda forma busca maximizar o índice de Sharpe; a terceira busca a minimização do Beta da carteira e a quarta busca a maximização do índice de Treynor. Nestes critérios de otimização são usadas as seguintes convenções:

r_i : retorno esperado do ativo “ i ”;

ϕ_i : proporção do ativo “ i ” no *portfolio*;

\bar{R}_p : taxa de retorno esperada do *portfolio* “ p ”, que é igual a $\sum_{i=1}^N (\phi_i \bar{r}_i)$;

σ_p : desvio padrão esperado do *portfolio* no período analisado, que é igual a

$$\sqrt{\frac{\sum_{d=1}^M (R_{dp} - \bar{R}_p)^2}{M-1}}, \text{ onde "M" é o número de dias analisados; "d" representa}$$

cada dia analisado, variando do primeiro dia até o dia "M" e " R_{dp} " é a taxa de retorno obtida no portfólio "p" no dia "d" analisado;

R_f : taxa de retorno diária livre de risco. Para efeito de cálculos, foi considerada a taxa de juros da caderneta de poupança, que é fixada em 6% ao ano (0,5% ao mês) pelo Banco Central do Brasil;

β_p : coeficiente Beta do portfólio "p";.

β_i : coeficiente Beta do ativo "i".

O critério para a otimização da carteira objetivando a minimização de risco foi o de minimizar o desvio padrão (σ_p) dos retornos esperados para cada dia do período analisado, em função da composição da carteira, pautando-se na equação (45):

$$\text{Minimizar}(\sigma_p) \tag{45}$$

O critério para a otimização da carteira usando o índice de *performance* de Sharpe foi o de maximizar este índice, tal como pode ser representado por meio da equação (46):

$$\text{Maximizar} \left(\frac{\bar{R}_p - R_f}{\sigma_p} \right) \tag{46}$$

O critério para a otimização da carteira usando o Beta foi o de minimizar o Beta do *portfólio* (β_p), representado pela equação (47):

$$\text{Minimizar} \left(\sum_{i=1}^N (\phi_i \beta_i) \right) \tag{47}$$

O critério para a otimização da carteira usando o índice de *performance* de Treynor foi o de maximizar o índice de Treynor, representado pela equação (48).

$$\text{Maximizar} \left(\frac{\bar{R}_P - R_F}{\beta_P} \right) \quad (48)$$

Para definir as carteiras ótimas, considera-se em todos os casos meses fechados e um período de análise que variou de um a quatro meses. Assim, na busca pela carteira ótima para o mês de janeiro de 2004, por exemplo, tem-se a seguinte rotina:

- 1) se o período passado analisado foi de um mês, foram consideradas as taxas de retorno do mês de dezembro de 2003;
- 2) se o período analisado foi de dois meses, foram consideradas as taxas de retorno históricas de novembro e dezembro de 2003;
- 3) se o período analisado foi de três meses, foram consideradas as taxas de retorno históricas de outubro a dezembro de 2003;
- 4) se o período considerado foi de quatro meses, foram consideradas as taxas de retorno históricas de setembro a dezembro de 2003.

Desta forma, para cada mês no período de janeiro de 2004 a junho de 2005, foram considerados quatro períodos (de um a quatro meses) de análise para cada índice de otimização (menor risco, menor coeficiente Beta, maior índice de Sharpe e maior índice de Treynor), totalizando 288 carteiras de investimentos formuladas (número de meses x índices de otimização x número de meses usados na previsão = 18x4x4).

Além disso, todas estas carteiras foram reformuladas considerando as seguintes situações:

- Para cada mês, foi feita a seleção prévia dos ativos de acordo com o indicador técnico MACD, na tentativa de buscar os ativos com tendência de alta no mês considerado, totalizando mais 288 carteiras;
- Na tentativa de verificar se um alto índice de acerto na escolha dos ativos com tendência de alta em cada mês por meio do MACD produz melhores rendimentos nas carteiras sem muito reflexo no risco incorrido, foi feita uma seleção dos ativos que efetivamente tiveram alta em cada mês do período (análise *ex post facto*), os quais foram colocados como candidatos na formulação das carteiras de investimento. Com isso, foi simulada uma situação como se o investidor acertasse 100% na escolha dos ativos com tendência de alta para a formulação das carteiras de investimentos, totalizando mais 288 carteiras.

Assim, foram criadas 864 carteiras de investimentos, cujos rendimentos, riscos (desvio padrão e coeficiente Beta) e indicadores de performance foram comparados para validação do modelo e análise dos resultados obtidos.

5.3.2 *Back Testing*

A técnica de *back testing* consiste em testar a aderência do modelo visando verificar se os seus resultados estão de acordo com o que aconteceu na realidade, valendo-se da base histórica de dados que fora selecionada na amostra.

Para avaliação das carteiras construídas, foi utilizada a técnica de *back testing* nos meses avaliados, aplicando-se os percentuais determinados de cada título em uma carteira fictícia no mês desejado e aplicando-se os retornos históricos reais de cada título, objetivando determinar o desempenho da carteira no mês

desejado. Tomando-se, por exemplo, o mês de janeiro de 2004, foram obtidas as carteiras apresentadas na Tabela 5:

Ativo ou Índice	Critérios de Otimização			Menor Risco	Menor Beta	Melhor Índice de Sharpe	Melhor Índice de Treynor	Carteiras Teóricas Otimizadas
	Índice de Treynor				0,004053	0,001696	0,006527	
Índice de Sharp				0,223299	0,010151	0,391779	0,231869	
Coeficiente de Variação				4,02	44,88	2,45	4,21	
Taxa de Rendimento Esperada				0,25%	0,05%	0,63%	1,02%	
Desvio Padrão				0,99%	2,06%	1,53%	4,29%	
IBOVESPA	0,40%	1,34%	Beta	0,55	0,12	0,92	1,16	
TNLP4	0,14%	1,79%	1,07	2,96%	0,00%	0,00%	0,00%	
USIM5	0,79%	2,90%	1,14	0,00%	0,00%	19,65%	0,00%	
ELET6	0,65%	3,24%	1,57	0,00%	0,00%	4,90%	0,00%	
BBDC4	0,21%	1,73%	0,85	4,43%	0,00%	0,00%	0,00%	
TSPP4	0,50%	2,62%	1,32	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	
PETR3	0,32%	1,60%	0,69	17,57%	0,00%	0,57%	0,00%	
VALE3	0,45%	2,03%	0,53	11,15%	0,00%	25,24%	0,00%	
ACES4	0,11%	1,98%	0,65	11,74%	0,00%	0,00%	0,00%	
TNLP3	0,22%	2,19%	1,15	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	
TCSL4	0,22%	2,19%	1,15	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	
ARCZ6	0,26%	2,01%	0,49	11,97%	0,00%	0,00%	0,00%	
TCOC4	0,51%	2,58%	1,27	0,00%	0,00%	6,10%	0,00%	
CLSC6	0,67%	3,16%	1,22	0,00%	0,00%	4,76%	0,00%	
ELPL4	1,02%	4,29%	1,16	0,67%	0,00%	14,27%	100,00%	
CRUZ3	0,23%	1,75%	0,61	5,26%	0,00%	0,00%	0,00%	
PTIP4	0,26%	2,37%	0,73	3,35%	0,00%	0,00%	0,00%	
TRPL4	0,56%	2,43%	0,88	7,58%	0,00%	19,98%	0,00%	
CMIG3	0,48%	2,49%	1,03	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	
TBLE3	0,05%	2,06%	0,12	23,32%	100,00%	4,54%	0,00%	
Total				100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	Composição dos Ativos nas Carteiras Teóricas

Tabela 5 - Carteiras otimizadas para o mês de janeiro de 2004

Apesar de não ser objetivo no momento a interpretação dos valores obtidos, é importante definir o conteúdo desta planilha:

- Na primeira coluna estão os ativos que foram avaliados para montagem das carteiras. O índice IBOVESPA (primeiro da lista) não participa das carteiras criadas, sendo usado somente como referência para cálculo dos betas dos ativos e das carteiras;
- Nas colunas com os títulos “Menor Risco”, “Menor Beta”, “Melhor Índice de Sharpe” e “Melhor Índice de Treynor” estão definidas as carteiras otimizadas para o período de acordo com cada um destes critérios;

- Nas células do encontro de cada uma destas colunas com as linhas dos ativos estão os percentuais dos ativos a serem aplicados na carteira otimizada. Por exemplo, na coluna “Menor Risco” com a linha do ativo “TNLP4” é apresentado o valor 2,96% que representa o percentual a ser aplicado no ativo “TNLP4” na carteira de menor risco. O total dos percentuais aplicados sempre deve ser igual a 100%;
- As células com o fundo em **cor amarela** representam a taxa de retorno esperada. Nas linhas encontram-se as taxas de retorno esperadas para cada ativo isolado no período analisado e nas colunas estão as taxas de retorno esperadas para as carteiras resultantes. O mesmo acontece com os desvios padrão (medida de risco) cujas células estão com o fundo em **cor alaranjada** e para os coeficientes Beta, cujas células encontram-se com os fundos na **cor verde**;
- Também são calculados para as carteiras formuladas os índices de Sharpe e de Treynor esperados, além do coeficiente de variação, que é a medida de risco relativo e é expressa por meio da relação entre o desvio padrão e o retorno da carteira;

Para obtenção dos resultados reais da aplicação de cada carteira formulada usando a técnica de *back testing*, cada uma das quatro carteiras fictícias foi aplicada no mês em avaliação (neste caso, o mês de janeiro de 2004). Por meio das taxas de retorno históricas dos ativos neste mês e das proporções determinadas de cada ativo nas carteiras, foi possível obter qual o retorno e o desvio padrão real das carteiras formuladas, conforme apresentado na Tabela 6:

Data	IBOVESPA	Otimizada pelo Menor Risco	Otimizada pelo Menor Beta	Otimizada pelo Maior Sharpe	Otimizada pelo Maior Treynor
1/1/2004	0,0%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
2/1/2004	0,9%	3,80%	9,41%	0,50%	-2,93%
5/1/2004	4,7%	5,08%	2,80%	5,68%	2,79%
6/1/2004	0,2%	0,14%	-3,83%	-0,12%	-1,80%
7/1/2004	-1,1%	-0,23%	4,71%	-2,88%	-6,35%
8/1/2004	1,7%	4,03%	13,98%	2,89%	-1,52%
9/1/2004	0,8%	-0,19%	0,00%	1,41%	0,30%
12/1/2004	1,3%	8,12%	30,61%	2,91%	4,74%
13/1/2004	-1,2%	1,79%	9,94%	-0,63%	-0,74%
14/1/2004	-2,3%	-2,09%	-2,25%	-3,30%	-3,55%
15/1/2004	-1,9%	-2,45%	-7,41%	-0,55%	2,52%
16/1/2004	0,8%	-0,89%	-5,76%	0,82%	2,32%
19/1/2004	1,0%	1,01%	3,35%	0,81%	3,45%
20/1/2004	1,2%	-1,04%	-7,90%	-0,03%	4,41%
21/1/2004	-1,6%	0,48%	8,18%	-1,75%	-0,15%
22/1/2004	-1,4%	-1,36%	-2,17%	-2,01%	-1,07%
23/1/2004	2,2%	1,31%	2,88%	1,16%	3,18%
26/1/2004	3,7%	1,02%	-0,71%	2,30%	3,18%
27/1/2004	-0,5%	0,19%	0,00%	0,49%	4,31%
28/1/2004	-1,6%	-0,77%	-2,17%	-0,97%	3,43%
29/1/2004	-6,3%	-7,07%	-9,97%	-7,96%	-16,30%
30/1/2004	-3,2%	-3,30%	0,13%	-3,46%	0,70%
Média	-0,11%	0,34%	1,99%	-0,21%	0,04%
Desvio Padrão	2,38%	3,11%	8,81%	2,78%	4,67%

Tabela 6 - Back Testing das carteiras otimizadas de janeiro 2004

Para cada mês desde janeiro de 2004 até junho de 2005, procedeu-se da maneira anteriormente citada, usando primeiramente dados históricos de um mês para a formulação das carteiras, subsequentemente usando-se dados históricos de dois, de três e de quatro meses. Com isso, obteve-se os dados reais de retorno e de desvio padrão (risco) de cada uma das 288 carteiras formuladas, em cada uma das três situações citadas anteriormente (total de 864 carteiras).

Na Tabela 7 são apresentadas as taxas de rendimento reais das carteiras otimizadas usando como base um mês de dados históricos para a criação dos *portfolios* (as células com fundo na cor preta representam a melhor situação do mês em questão, sendo o maior valor para a média de retorno).

Mês	Média de Rendimento					
	IBOVESPA	Otimizadas pelo Menor Risco	Otimizadas pelo Menor Beta	Otimizadas pelo Maior Sharpe	Otimizadas pelo Maior Treynor	Maior Valor
jan/04	-0,11%	0,34%	1,99%	-0,21%	0,04%	1,99%
fev/04	-0,05%	0,09%	0,56%	-0,38%	-1,79%	0,56%
mar/03	0,06%	0,07%	0,23%	0,28%	0,23%	0,28%
abr/04	-0,57%	-0,70%	-0,66%	-0,60%	-0,66%	-0,60%
mai/04	-0,04%	0,34%	0,44%	0,00%	0,00%	0,44%
jun/04	0,33%	0,20%	-0,08%	0,14%	0,18%	0,20%
jul/04	0,21%	0,07%	0,21%	0,84%	0,95%	0,95%
ago/04	0,06%	-0,09%	-0,16%	0,52%	0,52%	0,52%
set/04	0,07%	0,08%	-0,41%	0,00%	-0,10%	0,08%
out/04	-0,06%	0,13%	0,18%	-0,08%	-0,15%	0,18%
nov/04	0,36%	0,22%	0,21%	0,57%	0,73%	0,73%
dez/04	0,14%	0,25%	-0,03%	1,11%	1,45%	1,45%
jan/05	-0,38%	-0,50%	-0,95%	0,19%	0,29%	0,29%
fev/05	0,69%	0,74%	1,18%	0,54%	0,35%	1,18%
mar/05	-0,27%	-0,34%	-0,59%	-0,49%	-0,59%	-0,34%
abr/05	-0,37%	-0,40%	-1,06%	-0,18%	-0,25%	-0,18%
mai/05	0,04%	0,10%	0,39%	0,03%	-0,04%	0,39%
jun/05	-0,03%	0,06%	-0,01%	-0,11%	-0,29%	0,06%

Tabela 7 - Taxas de rendimento das carteiras otimizadas de jan/2004 a jun/2005

Assim como foi feito para as taxas de retorno, na Tabela 8 são apresentados os desvios padrão reais das carteiras otimizadas usando como base um mês de dados históricos para a criação das carteiras.

Mês	Desvio Padrão					
	IBOVESPA	Otimizadas pelo Menor Risco	Otimizadas pelo Menor Beta	Otimizadas pelo Maior Sharpe	Otimizadas pelo Maior Treynor	Menor Valor
jan/04	2,38%	3,11%	8,81%	2,78%	4,67%	2,78%
fev/04	2,31%	1,80%	1,85%	2,64%	3,70%	1,80%
mar/03	2,35%	1,83%	1,92%	2,09%	1,92%	1,83%
abr/04	1,69%	1,38%	1,69%	1,43%	1,69%	1,38%
mai/04	2,54%	1,97%	2,19%	3,76%	3,76%	1,97%
jun/04	1,63%	1,17%	1,61%	1,83%	2,12%	1,17%
jul/04	1,45%	0,93%	1,50%	2,20%	2,22%	0,93%
ago/04	1,61%	1,41%	1,55%	2,77%	2,77%	1,41%
set/04	1,10%	1,17%	1,64%	1,84%	1,80%	1,17%
out/04	1,31%	1,31%	1,66%	1,59%	2,38%	1,31%
nov/04	1,06%	0,92%	1,91%	1,03%	1,54%	0,92%
dez/04	1,00%	1,11%	1,33%	1,70%	2,01%	1,11%
jan/05	1,53%	1,12%	3,85%	1,18%	1,47%	1,12%
fev/05	1,60%	1,77%	2,72%	1,87%	2,17%	1,77%
mar/05	1,53%	1,43%	2,90%	1,92%	2,90%	1,43%
abr/05	1,75%	1,71%	1,54%	1,96%	2,83%	1,54%
mai/05	1,54%	1,50%	1,68%	1,48%	1,64%	1,48%
jun/05	1,79%	1,26%	1,17%	2,83%	2,98%	1,17%

Tabela 8 - Desvio padrão (risco) das carteiras otimizadas de jan/2004 a jun/2005

Nesta Tabela 8 as células com fundo na cor preta representam a melhor situação do mês em questão, sendo considerada como melhor situação aquela que

tem o menor valor para o desvio padrão dentre os obtidos pelos diferentes algoritmos de otimização.

5.4 OTIMIZAÇÕES REALIZADAS

Visando obter as respostas às perguntas de pesquisa definidas anteriormente, foram consideradas as seguintes otimizações:

5.4.1 Otimização simples

Otimização das carteiras por meio da aplicação do algoritmo de otimização pelo menor risco, menor coeficiente Beta, maior índice de *performance* de Sharpe e maior índice de *performance* de Treynor, nos dezenove ativos selecionados, no período de janeiro de 2004 a junho de 2005, considerando os quatro períodos de histórico das taxas de retorno (um mês, dois meses, três meses e quatro meses), sem qualquer restrição em termos de percentual de participação máximo de cada papel na carteira de investimento;

5.4.2 Otimização com seleção prévia dos ativos

Aplicação dos mesmos algoritmos, no mesmo período para os mesmos ativos citados anteriormente, mas com uma definição prévia da participação percentual máxima de cada ativo na carteira, em função da análise da tendência do papel no período utilizando o índice MACD; ou seja, para cada mês no período avaliado foi feita uma análise individual de cada ativo utilizando o índice MACD, com o objetivo de tentar prever a tendência do papel no período, podendo ser: uma possível alta de valor, uma indefinição em relação à tendência ou uma possível baixa de valor do ativo.

No caso de tendência de alta, não foi considerada nenhuma restrição em termos de participação percentual máxima do ativo na carteira (definida como 100%); no caso da indefinição em relação à tendência do ativo, em função da ausência de uma indicação clara da tendência pelo MACD, considerou-se uma tendência neutra definindo-se como participação percentual máxima do papel na carteira em 10%; no caso de ser identificada uma tendência de baixa do ativo no período, sua participação na carteira foi impossibilitada, definindo-se o percentual máximo de participação como sendo 0%.

Para esta forma de otimização, foi criada uma tabela considerando cada um dos meses compreendidos no período de janeiro de 2004 a junho de 2005 para cada um dos ativos da amostra e foi feita a análise do MACD semanal na tentativa de determinar-se a tendência do ativo no mês, tendo como resultado a Tabela 9.

Mês	TNLP4	USIM5	ELET6	BBDC4	TSPP4	PETR3	VALE3	ACES4	TNLP3	TCSL4	ARCZ6	TCOC4	CLSC6	ELPL4	CRUZ3	PTIP4	TRPL4	CMIG3	TBLE3
jan/04	A	A	A	A	A	A	A	A	N	A	A	A	A	A	N	N	N	A	N
fev/04	N	B	B	N	A	N	N	N	B	B	N	N	N	A	N	N	N	N	A
mar/04	B	N	B	N	N	N	N	N	B	B	A	N	N	B	B	B	B	B	B
abr/04	B	N	B	B	N	N	B	N	B	N	A	N	A	B	B	B	B	B	B
mai/04	B	B	B	B	B	B	B	A	B	N	B	B	N	B	B	B	B	B	B
jun/04	B	B	B	N	B	B	N	A	B	B	N	B	B	B	B	B	B	B	B
jul/04	A	A	N	A	B	B	N	N	A	B	B	B	B	N	N	B	N	B	N
ago/04	A	A	A	N	B	N	A	A	A	B	N	N	N	A	A	N	A	A	N
set/04	N	A	A	N	B	A	A	A	A	B	N	N	A	A	N	A	N	A	N
out/04	N	N	A	A	B	A	A	N	N	A	B	A	A	A	A	A	N	A	N
nov/04	N	N	N	A	B	A	A	B	B	N	B	B	N	B	A	A	N	A	N
dez/04	A	A	N	A	N	N	A	N	A	N	N	B	N	N	A	A	N	A	N
jan/05	A	A	B	A	N	N	A	A	A	N	N	B	N	B	N	A	A	A	N
fev/05	A	A	B	A	N	N	A	N	N	N	B	N	B	B	B	A	A	B	B
mar/05	A	A	N	A	A	A	A	A	A	A	A	A	B	N	B	A	A	N	N
abr/05	B	B	N	N	B	N	N	N	N	N	N	B	B	N	B	B	N	B	A
mai/05	B	B	N	B	B	B	B	B	N	B	B	N	B	N	B	B	N	B	A
jun/05	N	B	A	B	B	N	B	B	B	B	N	B	N	A	B	B	A	N	A

Tabela 9 - Análise da tendência do ativo no mês – Alta, Baixa ou Neutra

Nos valores apresentados na Tabela 9, um “A” (em negrito) representa uma tendência de alta do ativo no mês, um “B” (em vermelho) representa uma

tendência de baixa e um “N” (em azul) representa uma indefinição em relação à tendência (neutro)

Um exemplo da análise realizada por meio do índice MACD para o ativo “TNLP4” (Telemar PN), a qual foi realizada para todos os ativos e todos os meses da amostra utilizada deste trabalho, pode ser observada na Figura 24.

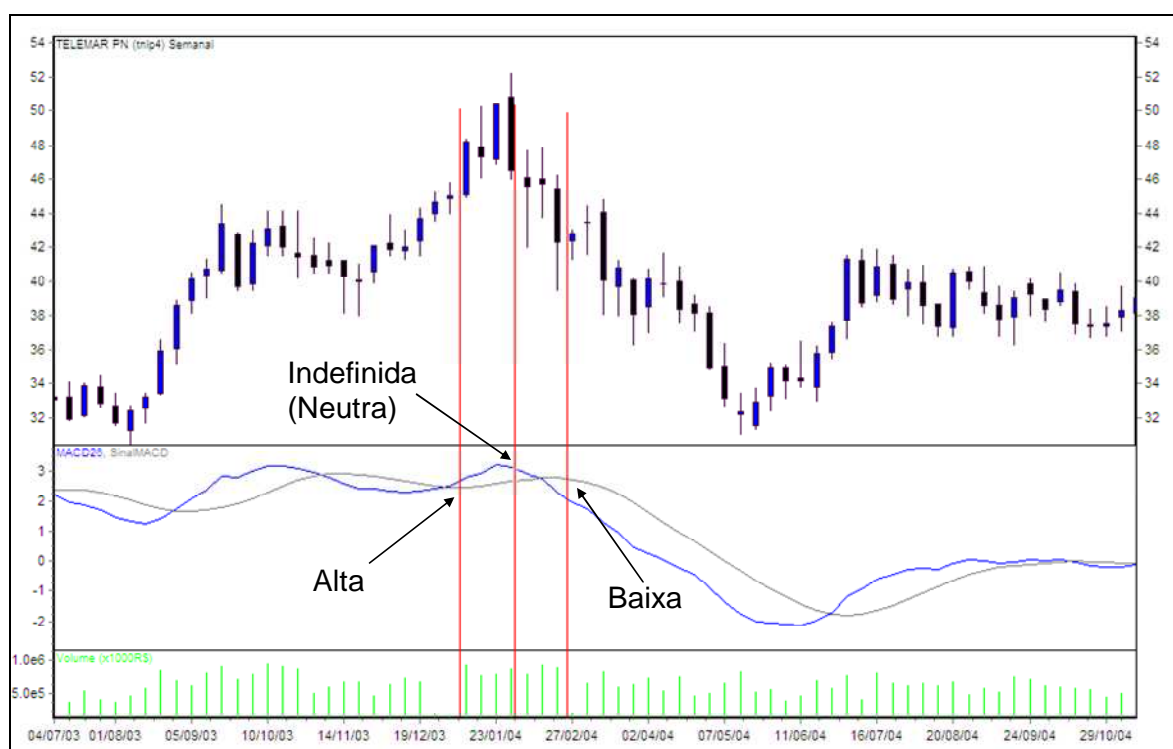


Figura 24 - Exemplo de análise do MACD do ativo TNLP4

Na Figura 24, as linhas verticais vermelhas representam os pontos nos quais foi feita a análise do MACD. Para o mês de janeiro (primeira barra vertical vermelha) foi considerado que a tendência do ativo era de alta pois a linha do MACD (linha azul) já tinha cruzado a linha de sinal (linha cinza) anteriormente e continuava subindo. Para o mês de fevereiro (segunda barra vertical vermelha), a tendência foi considerada como indefinida (neutra) pois, apesar da linha do MACD estar descendo em direção à linha de sinal, a tendência ainda não havia sido confirmada pois elas ainda não tinham se cruzado. Para o mês de março, foi considerado que a tendência do ativo no mês era de baixa do valor, pois a linha de MACD já tinha cruzado a linha

de sinal um pouco antes e continuava descendo. A mesma análise foi feita para os outros meses do ativo “TNLP4”, assim como para cada um dos outros ativos da amostra.

5.4.3 Otimização dos ativos em alta no período

Aplicação dos mesmos algoritmos, no mesmo período para os mesmos ativos citados anteriormente, mas com uma definição prévia da participação percentual máxima de cada ativo na carteira, em função do resultado real do ativo no mês, verificando se cada ativo financeiro da carteira teve uma elevação em seu valor, ou manteve o seu valor estável ou mesmo teve seu valor reduzido no mês analisado. Após isso, foram utilizadas as mesmas restrições percentuais citadas anteriormente em função da alta, neutralidade ou baixa do valor do ativo no período.

Pelo fato de usar o resultado real do ativo no mês analisado, esta situação considera um acerto de 100% nas previsões de tendência valendo-se do indicador MACD, sendo realizada somente para verificar se um alto índice de acertos na previsibilidade das tendências de cada ativo (no caso 100% de acerto) produziria resultados melhores que a situação em que as carteiras foram otimizadas sem nenhuma análise prévia em termos de tendência do ativo (primeira situação citada).

Para isto, foi criada uma tabela considerando cada um dos meses compreendidos no período de janeiro de 2004 a junho de 2005 para cada um dos ativos da amostra e foi verificado se o valor do ativo aumentou, diminuiu ou ficou igual no mês, tendo como resultado a Tabela 10, onde um “A” (em negrito) representa uma tendência de alta do ativo no mês e um “B” (em vermelho) representa uma tendência de baixa.

Mês	TNLP4	USIM5	ELET6	BBDC4	TSP4	PETR3	VALE3	ACES4	TNLP3	TCSL4	ARCZ6	TCOC4	CLSC6	ELPL4	CRUZ3	PTIP4	TRPL4	CMIG3	TBLE3
jan/04	A	B	B	B	A	A	B	N	A	B	B	A	B	A	A	A	B	B	A
fev/04	B	A	B	A	A	A	A	A	B	B	A	A	A	B	B	B	B	A	B
mar/04	B	A	B	B	A	A	B	A	A	A	A	A	A	A	B	A	B	B	A
abr/04	B	B	B	B	B	B	B	A	B	A	B	B	B	B	B	A	B	B	B
mai/04	B	A	B	A	A	B	A	A	B	B	A	A	B	B	A	B	A	B	B
jun/04	A	A	A	A	A	A	B	A	A	A	B	A	B	A	A	A	A	A	A
jul/04	A	A	A	B	B	B	A	A	A	B	A	B	A	A	A	A	A	A	B
ago/04	A	A	B	A	B	A	A	A	A	A	B	A	A	A	B	A	B	A	B
set/04	B	B	A	A	B	A	A	B	B	A	B	A	A	A	A	A	B	A	A
out/04	B	B	B	A	B	A	B	B	A	B	A	B	B	B	A	A	A	B	A
nov/04	A	A	A	A	A	B	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A
dez/04	A	B	B	A	A	A	A	A	A	B	A	B	A	A	A	A	A	A	A
jan/05	B	B	B	B	B	A	A	B	B	B	B	A	B	B	B	A	B	B	B
fev/05	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A
mar/05	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	A
abr/05	B	B	B	A	B	B	B	B	A	A	B	A	B	A	B	B	A	A	A
mai/05	B	B	A	B	B	A	A	B	B	B	A	B	B	A	A	A	A	A	B
jun/05	A	B	B	A	B	A	B	B	A	B	B	B	A	B	B	B	A	A	B

Tabela 10 - Indicação de alta, baixa ou neutra dos valores dos ativos

Comparando-se a Tabela 10 com a Tabela 9, o percentual de acerto da previsão de tendência dos valores nos ativos por meio do MACD foi baixo, obtendo-se aproximadamente 32,7% se forem avaliadas todas as situações (acerto de 112 previsões em um total de 342) e cerca de 49,6% se forem desconsiderados os meses que foram feitas as previsões de neutralidade (ou indefinição de tendência).

5.5 RESULTADOS OBTIDOS

Pela observação dos resultados obtidos com a otimização das carteiras e aplicação da técnica de *back testing*, pode-se perceber algumas características relacionadas aos algoritmos utilizados, taxas de rendimento e risco obtidas e aos indicadores de performance calculados, que são citadas abaixo.

A minimização do coeficiente Beta não pode ser usada como função objetivo na otimização de carteiras de investimentos, pois este algoritmo tende a

resultar na aplicação em poucos ativos, priorizando aqueles que possuem o menor coeficiente Beta em relação ao índice de mercado:

- No caso de não haver restrição de percentual máximo a ser aplicado em cada ativo, a otimização de carteiras pelo Beta selecionará o ativo com o menor valor do coeficiente Beta e aplicará 100% da carteira em um único ativo, ou seja, não há diversificação.
- Havendo restrição de percentuais máximos por ativo, resultante de uma análise técnica prévia, o algoritmo tende a aplicar o percentual máximo possível naquele ativo que apresente o menor valor para o coeficiente Beta, e assim sucessivamente para cada ativo, de acordo com a ordem crescente do valor dos coeficientes Beta.

O índice de Treynor, apesar de não considerar somente o coeficiente Beta e sim buscar a melhor relação entre o rendimento adicional (rendimento da carteira menos a taxa livre de risco), também apresenta os mesmos vieses comentados anteriormente para a otimização baseada no coeficiente Beta, resultando em carteiras com pouca ou nenhuma diversificação.

As carteiras otimizadas a partir do critério de minimização de risco na maioria das vezes apresentam taxas de risco inferiores às outras formas de otimização, quando aplicadas aos retornos reais dos ativos utilizando a técnica de *back testing*.

Pode-se observar na Tabela 11 que em 67% das situações, a carteira otimizada pelo menor risco apresenta na prática (dados de retorno reais), risco menor que as outras carteiras de investimento no mesmo período. Todas as carteiras comparadas foram formuladas usando as mesmas bases em termos de

número de períodos passados de análise e participação percentual máxima de cada ativo na carteira.

Mês	Desvio Padrão					
	IBOVESPA	Otimizadas pelo Menor Risco	Otimizadas pelo Menor Beta	Otimizadas pelo Maior Sharpe	Otimizadas pelo Maior Treynor	Menor Valor
jan/04	2,38%	3,23%	4,81%	2,81%	2,29%	2,29%
fev/04	2,31%	1,86%	1,85%	2,73%	3,70%	1,85%
mar/03	2,35%	1,96%	1,92%	1,81%	1,92%	1,81%
abr/04	1,69%	1,52%	1,60%	2,60%	2,69%	1,52%
mai/04	2,54%	1,94%	3,03%	3,76%	3,76%	1,94%
jun/04	1,63%	1,25%	3,10%	2,44%	2,69%	1,25%
jul/04	1,45%	1,00%	1,50%	1,94%	2,82%	1,00%
ago/04	1,61%	1,41%	1,55%	1,94%	2,30%	1,41%
set/04	1,10%	1,16%	1,04%	1,59%	1,04%	1,04%
out/04	1,31%	1,42%	1,66%	1,90%	1,89%	1,42%
nov/04	1,06%	0,92%	1,26%	1,17%	1,20%	0,92%
dez/04	1,00%	1,15%	1,91%	1,10%	2,01%	1,10%
jan/05	1,53%	1,44%	3,85%	1,34%	2,23%	1,34%
fev/05	1,60%	1,56%	2,72%	1,91%	2,17%	1,56%
mar/05	1,53%	1,50%	2,75%	1,92%	2,34%	1,50%
abr/05	1,75%	2,17%	3,52%	3,16%	3,16%	2,17%
mai/05	1,54%	1,36%	1,68%	1,85%	3,03%	1,36%
jun/05	1,79%	1,67%	2,98%	1,95%	4,09%	1,67%

Tabela 11 - Desvio padrão das carteiras otimizadas com histórico de um mês

Nesta Tabela 11 são comparados os desvios padrão (risco) das carteiras de investimento obtidas pelo menor risco, menor coeficiente Beta, maior índice de *performance* Sharpe e maior índice de *performance* de Treynor para os meses de janeiro de 2004 a junho de 2005, com utilização de taxas históricas de um mês, sem seleção prévia dos ativos com tendência de alta no período.

No caso de utilização de dois meses de taxas históricas para a criação das carteiras, o percentual de vezes que a carteira otimizada em função do menor risco apresentou efetivamente o menor desvio padrão foi de 83%, conforme apresentado na Tabela 12.

Mês	Desvio Padrão					
	IBOVESPA	Otimizadas pelo Menor Risco	Otimizadas pelo Menor Beta	Otimizadas pelo Maior Sharpe	Otimizadas pelo Maior Treynor	Menor Valor
jan/04	2,38%	3,39%	8,81%	2,90%	8,81%	2,90%
fev/04	2,31%	2,14%	2,61%	1,71%	3,70%	1,71%
mar/03	2,35%	1,82%	1,92%	3,21%	4,29%	1,82%
abr/04	1,69%	1,38%	1,69%	1,67%	1,69%	1,38%
mai/04	2,54%	2,01%	2,60%	3,76%	3,76%	2,01%
jun/04	1,63%	1,33%	3,10%	2,12%	2,12%	1,33%
jul/04	1,45%	0,95%	1,50%	1,40%	2,00%	0,95%
ago/04	1,61%	1,39%	1,55%	2,13%	2,30%	1,39%
set/04	1,10%	1,10%	1,64%	1,96%	2,16%	1,10%
out/04	1,31%	1,55%	1,89%	1,88%	1,89%	1,55%
nov/04	1,06%	0,80%	1,91%	1,11%	1,20%	0,80%
dez/04	1,00%	1,18%	1,91%	1,35%	1,96%	1,18%
jan/05	1,53%	1,26%	3,85%	1,34%	1,47%	1,26%
fev/05	1,60%	1,91%	3,85%	1,76%	2,17%	1,76%
mar/05	1,53%	1,55%	2,90%	1,59%	1,77%	1,55%
abr/05	1,75%	1,95%	2,47%	2,21%	3,16%	1,95%
mai/05	1,54%	1,45%	1,68%	1,62%	1,64%	1,45%
jun/05	1,79%	1,10%	1,56%	3,41%	4,09%	1,10%

Tabela 12 - Desvio padrão das carteiras otimizadas com histórico de dois meses

Mantendo-se as mesmas condições anteriores e alterando-se somente os períodos de taxas de retorno históricas para três e para quatro meses, os percentuais de vezes que a carteira otimizada pelo menor risco apresenta, na prática, o menor desvio padrão são de 72% e 83%, respectivamente.

Este mesmo comportamento é observado para todas as outras otimizações realizadas (Otimização com seleção prévia dos ativos e Otimização dos ativos em alta no período), o que permite inferir que a otimização de carteiras com o objetivo de minimização de risco, por meio da utilização de taxas de retorno históricas, na maioria das vezes. Ou seja, mais de 73% de um total de 212 comparações entre as quatro formas de otimização utilizadas, resulta em carteiras que têm menor risco que outras carteiras criadas utilizando otimizações baseadas no índice de *performance* de Sharpe, coeficiente Beta e índice de *performance* de Treynor. Foram ignoradas quatro comparações (do total de 216 períodos), pois nestes quatro períodos as quatro formas de otimização apresentaram resultados iguais.

Apesar de apresentarem menor desvio padrão, na maioria das vezes, as carteiras otimizadas pelo menor risco apresentam menor rendimento que as demais carteiras otimizadas por outros algoritmos, apresentando melhor resultado da taxa de rendimento somente em 29% dos casos.

Se os desvios padrão das carteiras otimizadas pelo menor risco forem comparados aos desvios padrão do IBOVESPA no período analisado, em 41% dos casos o IBOVESPA apresentou um risco (desvio padrão) menor, ou seja, na maioria das vezes, na amostra realizada, as carteiras otimizadas pelo menor risco também apresentaram menor desvio padrão que o IBOVESPA. Além disso, somente em 31% dos casos o IBOVESPA apresentou rendimentos superiores às carteiras otimizadas pelo menor risco.

Com relação às três diferentes formas de otimização realizadas (otimização simples, otimização com seleção prévia dos ativos e otimização dos ativos em alta no período), é possível fazer algumas considerações:

- Não foi possível detectar um padrão sistemático de comportamento na comparação mês a mês entre as três formas de otimização realizadas. Desta forma, foi feita uma avaliação do comportamento médio dos dezoito meses no período analisado, sendo calculados o rendimento médio, o desvio padrão médio e o índice de Sharpe médio, obtendo-se os valores apresentados na Tabela 13 para as otimizações baseadas na minimização do risco.

Carteiras Otimizadas pelo Menor Risco			
Média dos Rendimentos Médios	Forma de Otimização		
	Simple	Análise pelo MACD	Ações em Alta
1 Mês	0,09%	0,06%	0,39%
2 Meses	0,07%	0,05%	0,37%
3 Meses	0,05%	0,06%	0,37%
4 Meses	0,04%	0,04%	0,36%

Média dos Desvios Padrão	Forma de Otimização		
	Simple	Análise pelo MACD	Ações em Alta
1 Mês	1,58%	1,75%	1,74%
2 Meses	1,57%	1,75%	1,76%
3 Meses	1,50%	1,71%	1,74%
4 Meses	1,49%	1,66%	1,73%

Média dos Índices de Sharpe	Forma de Otimização		
	Simple	Análise pelo MACD	Ações em Alta
1 Mês	0,0531	0,0339	0,2279
2 Meses	0,0270	0,0253	0,2018
3 Meses	0,0074	0,0268	0,2051
4 Meses	(0,0022)	0,0131	0,2001

Tabela 13- Comparação dos valores das carteiras otimizadas pelo menor risco

- Pode-se observar na Tabela 13 que na comparação da média dos rendimentos médios mensais, tanto para a situação em que foram usados dados históricos de um mês quanto na situação que foram utilizados dados históricos de dois, três ou quatro meses, a forma de otimização simples resultou em rendimentos praticamente equivalentes à situação em que foi feita a seleção prévia dos ativos através da análise técnica, mesmo com o nível de acerto das tendências tendo sido baixo (32,7%), mas bem inferiores aos rendimentos médios da forma em que somente os ativos em alta no mês participavam das carteiras, como era de se esperar. Desta forma, pode-se presumir que quanto maior o percentual de acertos

na previsão de tendência de valor de um ativo, maior o rendimento obtido pelas carteiras.

- Apesar do grande diferença entre os rendimentos médios da situação em que as carteiras foram formuladas com a seleção prévia dos ativos pelo MACD e das carteiras criadas somente com os ativos com tendência de alta, pode-se perceber que os níveis de risco incorridos (média dos desvios padrão) foram praticamente equivalentes, mas foram um pouco maiores que na situação em que considerou-se a otimização simples (média de 12% maiores). Assim, pode-se inferir que a seleção de ativos pelo MACD antes do processo de otimização para a criação de carteiras de investimentos fez com que o risco das carteiras formuladas com a seleção fosse maior que o risco das carteiras com otimização simples (sem a seleção prévia de ativos), mas que um nível maior de acerto na previsão de tendência dos valores dos ativos usando o MACD não influencia diretamente no aumento do risco das carteiras. Como resultado, tem-se que os índices de performance de Sharpe para as carteiras formuladas com a seleção dos ativos com tendência de alta antes da otimização onde busca-se minimizar o risco são superiores às outras duas situações (otimização simples e otimização com seleção dos ativos pelo MACD).
- Condições semelhantes às descritas anteriormente são observadas para as carteiras otimizadas pelo índice de performance de Sharpe, cujos valores podem ser observados na Tabela 14, onde pode-se perceber um aumento significativo nas médias dos desvios padrão das carteiras criadas pelas três formas de otimização, sem um aumento

correspondente nos rendimentos médios obtidos, resultando em índices de performance de Sharpe que, na média, são inferiores à situação anterior apresentada.

Carteiras Otimizadas pelo Maior Sharpe			
Média dos Rendimentos Médios	Forma de Otimização		
	Simple	Análise pelo MACD	Ações em Alta
1 Mês	0,01%	0,02%	0,37%
2 Meses	0,07%	0,03%	0,41%
3 Meses	0,03%	0,00%	0,42%
4 Meses	0,12%	0,11%	0,46%

Média dos Desvios Padrão	Forma de Otimização		
	Simple	Análise pelo MACD	Ações em Alta
1 Mês	2,11%	2,05%	2,31%
2 Meses	2,06%	2,02%	2,27%
3 Meses	2,00%	2,02%	2,15%
4 Meses	2,05%	1,99%	2,28%

Média dos Índices de Sharpe	Forma de Otimização		
	Simple	Análise pelo MACD	Ações em Alta
1 Mês	0,0232	0,0253	0,1717
2 Meses	0,0148	0,0020	0,1797
3 Meses	0,0169	0,0088	0,2000
4 Meses	0,0633	0,0470	0,2153

Tabela 14 - Comparação dos valores das carteiras otimizadas pelo maior Sharpe

A partir desses resultados obtidos, procurou-se responder às perguntas de pesquisa que foram propostas para este trabalho na subseção que descreve a Metodologia.

5.6 RESPOSTAS ÀS PERGUNTAS DE PESQUISA

A seguir são repetidas as perguntas que serviram como referência para a elaboração desta pesquisa, com as respectivas respostas obtidas pela observação dos resultados da aplicação do modelo proposto.

A criação de carteiras otimizadas em relação à minimização de riscos apresenta, na prática, riscos menores que outras carteiras criadas por meio de outros critérios e que o índice de mercado (IBOVESPA)?

- Sim, as carteiras criadas por meio da otimização pelo critério de menor risco apresentaram na maioria das vezes (73% das vezes) riscos (desvios padrão) menores que as outras carteiras criadas pelos outros métodos de otimização, assim como foram menores que os desvios padrão do próprio índice IBOVESPA no período analisado em 59% das carteiras analisadas.

Os algoritmos de otimização que consideram a relação entre rendimento e risco apresentam melhores resultados em termos de rendimento que os algoritmos que consideram somente a redução de risco?

- Sim, apesar de apresentarem menor desvio padrão, na maioria das vezes, as carteiras otimizadas pelo menor risco apresentam menor rendimento que as demais carteiras otimizadas por outros algoritmos, sendo que em 71% dos casos as otimizações que consideraram a relação entre rendimento e risco apresentaram melhores rendimentos médios que as carteiras que foram construídas buscando-se a minimização de riscos.

Os algoritmos de otimização baseados em índices como Sharpe, Treynor e coeficiente Beta podem ser utilizados para a construção de carteiras de investimentos ou somente podem ser aplicados na avaliação de performance de carteiras?

- A minimização pelo coeficiente Beta não pode ser usada como função objetivo na otimização de carteiras de investimentos, pois este algoritmo tende a resultar na aplicação em um ativo, quando não há restrição em relação ao percentual máximo a ser aplicado em cada ativo, priorizando

aquele que possui o menor coeficiente Beta em relação ao índice de mercado. Já índice de Treynor, apesar de não considerar somente o coeficiente Beta e sim buscar a melhor relação entre o rendimento adicional (rendimento da carteira menos a taxa livre de risco), também apresenta os mesmos vieses que a otimização pelo coeficiente Beta, resultando em carteiras com pouca ou nenhuma diversificação. No caso das carteiras formuladas pela maximização do índice de performance de Sharpe, pode-se observar que apresentaram bons resultados em termos de diversificação, com níveis de risco e de rendimento comparáveis aos das carteiras criadas pela otimização do algoritmo que buscava a minimização do risco.

A aplicação de indicadores técnicos para seleção de ativos que estejam com tendência de alta no período analisado, para se determinar os ativos que serão candidatos a participarem da carteira de investimento, produzem melhores resultados em termos de rendimento do que a simples aplicação dos algoritmos de otimização, sem um aumento correspondente nos níveis de risco?

- Sim, os rendimentos obtidos pelas carteiras criadas somente com ativos com tendência de alta nos períodos analisados foram superiores aos rendimentos obtidos pelas carteiras formuladas sem a seleção prévia dos ativos, da mesma forma que os desvios padrão (risco) também foram maiores. O fator favorável à criação de carteiras com seleção prévia dos ativos está no fato que os aumentos nos riscos (desvios padrão) foram em proporção bem inferior ao crescimento dos rendimentos médios, resultando em índices de performance de Sharpe (que considera a

relação entre rendimento e desvio padrão) bem superiores àqueles das carteiras criadas sem a seleção prévia de ativos.

Baseado nos resultados obtidos nas análises das carteiras de investimentos criadas em todas as simulações realizadas para este trabalho e nas respostas às perguntas de pesquisa, pode-se proceder com as conclusões deste trabalho e recomendações para trabalhos e pesquisas futuras.

6 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Este estudo teve como objetivo a proposição e validação de um modelo para seleção de títulos de empresas no mercado de ações brasileiro, baseado no histórico das taxas de rendimento, assim como em decisões do investidor em relação à previsão de desempenho futuro destes títulos e do seu perfil em relação ao risco.

O modelo proposto foi validado através de técnicas de otimização de carteiras baseadas no algoritmo proposto por Markowitz, da utilização do indicador técnico MACD e da técnica de *back testing* para a comparação dos valores previstos com valores reais. A análise dos resultados obtidos permitiu chegar às conclusões listadas abaixo, bem como fazer algumas recomendações para trabalhos futuros.

6.1 CONCLUSÕES

Por meio da análise dos resultados obtidos na aplicação da utilização do indicador MACD para a seleção dos ativos da amostra que deveriam participar dos algoritmos de otimização para a criação das carteiras de investimentos, e da aplicação da técnica de *back testing* para comparação dos resultados esperados com os que seriam obtidos pelas carteiras se fossem efetivamente aplicadas na BOVESPA, pode-se chegar a algumas conclusões, agrupando-as conforme os objetivos específicos deste trabalho.

6.1.1 Alternativas de otimização de carteiras

Os algoritmos de otimização baseados na minimização do coeficiente Beta e na maximização do índice de performance de Treynor não devem ser utilizados para a criação de carteiras de investimentos diversificadas pois resultam em carteiras com pouca ou nenhuma diversificação. No primeiro caso será privilegiado o ativo com o menor coeficiente Beta dentre os que participam do processo de otimização e o algoritmo indicará a aplicação de 100% dos recursos disponíveis neste ativo. No caso do algoritmo de maximização do índice de performance de Treynor, apesar de este algoritmo utilizar a relação entre a o ganho adicional ao ativo livre de risco com o coeficiente Beta da carteira, na prática as carteiras obtidas também privilegiarão a aplicação nos ativos com menores coeficiente Beta. Desta forma, indica-se que sejam utilizados no modelo proposto somente os algoritmos de minimização do risco e de maximização do índice de performance de Sharpe.

Foram comparados os resultados de otimizações feitas com dados históricos de um a quatro meses, para cada um dos dezoito meses do período analisado, com o objetivo de determinar-se qual das otimizações apresentaria melhores resultados. Não foi possível determinar-se um padrão que permitisse selecionar qual o melhor número de períodos passados para a criação das carteiras otimizadas.

6.1.2 Modelo para previsão do comportamento futuro dos valores das ações

Apesar de ter comprovado sua utilidade na criação de carteiras de investimentos eficientes, o modelo proposto não se aplica aos investidores com perfil de indiferença em relação ao risco e mesmo àqueles com propensão ao risco.

- Para aqueles investidores indiferentes ao risco, que se interessam por um rendimento maior independente do risco incorrido, bastaria verificar dentre os ativos possíveis de serem investidos aquele que possui o maior rendimento esperado para o período desejado. Se for observada a Figura 22, com a representação dos ativos e da fronteira eficiente, pode-se verificar que o ativo com maior rendimento esperado encontra-se no limite superior direito da fronteira eficiente. Esta carteira eficiente é composta somente pelo ativo com maior rendimento esperado (100% do valor investido neste ativo) e deveria sempre ser a opção do investidor indiferente ao risco.
- Para os investidores propensos ao risco, não deve-se criar carteiras de investimentos através de algoritmos de otimização e sim permitir que estes criem suas carteiras através da seleção, dentre os ativos disponíveis para investimento, aqueles com maior desvio padrão ou variância e que tenham tendência de alta no período desejado para que possam ser comprados no início do período e vendidos quando o indicador sinalizar uma tendência de baixa do valor do ativo. Da mesma forma devem ser procurados os ativos com tendência de baixa para que sejam vendidos, caso já participem da carteira do investidor⁷.

Para o modelo proposto poder ser aplicado pelos investidores avessos ao risco, algumas modificações são necessárias no processo inicialmente definido, conforme apresentado na Figura 25.

⁷ Não é considerada aqui a possibilidade de venda a descoberto de ativos, conforme definição apresentada na página 86.

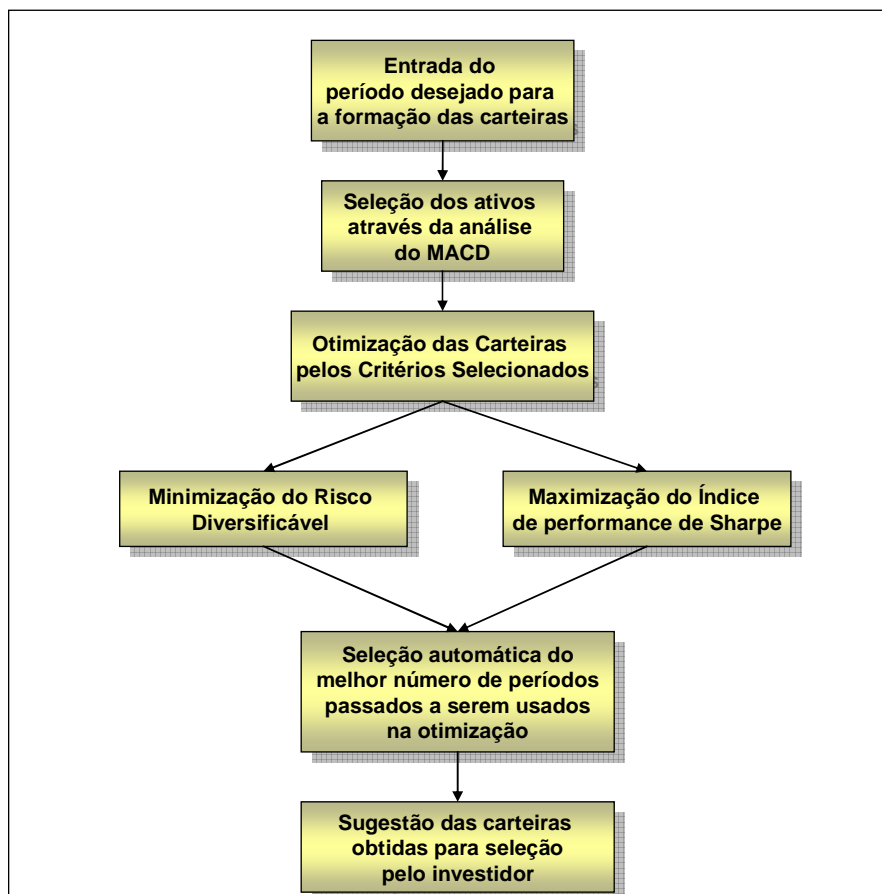


Figura 25 - Modelo final proposto para seleção de carteiras de investimentos

- Como o modelo proposto somente é aplicável a investidores avessos ao risco, não há mais a necessidade de definição do perfil do investidor no primeiro passo do processo. Neste momento, o investidor deve fornecer somente o período (mês e ano) para o qual deseja criar a carteira de investimento e o rendimento mensal possível de ser obtido com um ativo livre de risco;
- Após a seleção do período desejado, o investidor deve selecionar os ativos que apresentam a tendência de alta no próximo período baseado no indicador MACD semanal, comparando a linha de nível do MACD com a linha de sinal. Indica-se o uso do MACD semanal pois o MACD diário indicaria uma tendência de mais curto prazo (dias ou uma semana) e o

MACD mensal é indicado para a análise de tendência de períodos mais longos que um mês;

- Depois da definição de quais ativos devem participar do processo de criação das carteiras, são executados algoritmos de otimização com os dados históricos passados dos ativos, um deles buscando minimizar o risco da carteira e outro buscando maximizar o índice de Sharpe esperado da carteira. Este processo deve ser repetido para os dois algoritmos variando-se o número de meses passados de dados históricos de um mês anterior até quatro meses anteriores ao período desejado;
- A partir das oito carteiras eficientes criadas, buscar entre elas aquela que apresenta o menor risco esperado para o período desejado e aquela que apresenta o maior índice de performance de Sharpe esperado para o período desejado. Estas duas carteiras devem ser apresentadas como alternativas ao investidor: uma que oferece o menor risco possível entre as carteiras eficientes e, a segunda, a que apresenta a melhor relação entre o rendimento e o risco esperados para o próximo período. A partir destas alternativas, o investidor pode optar por aquela que lhe pareça mais adequada;
- Pode acontecer que poucos ou até mesmo nenhum ativo apresente tendência de alta no período desejado devido, por exemplo, a um período de queda geral dos preços dos ativos gerada por algum fator externo. Neste caso aconselha-se ao investidor não aplicar nada na compra dos ativos e buscar alternativas como, por exemplo, a aplicação integral do dinheiro disponível no ativo livre de risco.

6.1.3 Validação do modelo proposto

Os resultados obtidos com a validação dos algoritmos de otimização por meio da técnica de *back testing* mostraram que os retornos obtidos com a aplicação dos algoritmos de redução de risco apresentariam, na prática, riscos menores que outras carteiras criadas por meio de outros critérios e que o índice de mercado (IBOVESPA). Da mesma forma, a aplicação da técnica de *back testing*, mostrou que os algoritmos de otimização que consideram a relação entre rendimento e risco apresentariam melhores resultados em termos de rendimento que os algoritmos que consideram somente a redução de risco

6.1.4 Uso do indicador técnico MACD para previsão de tendência

Como conclusão final do estudo realizado pode-se afirmar que a utilização de indicadores técnicos que permitam a indicação de tendência de alta, manutenção ou queda do valor do ativo analisado, como o MACD por exemplo, podem auxiliar na seleção dos ativos que participarão do processo de criação de carteiras de investimentos através de algoritmos de otimização de carteiras de investimentos, usando como base a minimização do risco da carteira criada ou a maximização do índice de performance de Sharpe.

6.2 LIMITAÇÕES DO TRABALHO

Como limitações deste trabalho podem-se citar os seguintes aspectos:

- A análise dos índices de *performance* de Sharpe e de Treynor não faz sentido se os valores calculados forem negativos, o que dificulta a interpretação e impossibilita a comparação em algumas situações;

- Não foi considerado qualquer custo de transação na criação das carteiras e foi considerado que todas as ações podem ser compradas em qualquer quantidade desejada. Apesar de estes fatores serem citados como hipótese para o desenvolvimento do CAPM, na prática eles podem inviabilizar a criação e os resultados obtidos por carteiras de investimentos;
- O modelo de otimização formulado é de natureza determinística e não estocástica, o que leva à necessidade de novas aplicações do modelo a cada mês para a formulação de novas carteiras;
- Não foi utilizado nenhum conceito da análise fundamentalista na escolha das ações que deveriam participar do processo de otimização das carteiras.

6.3 RECOMENDAÇÕES

Como o objetivo do presente trabalho foi validar um modelo de seleção de ações que envolviam a utilização de um índice técnico (MACD) em conjunto com algoritmos de criação de carteiras de investimentos eficientes, não foi feita uma análise mais detalhada de quais outros indicadores técnicos poderiam ser utilizados em conjunto com o MACD para aumentar o nível de acertos em relação à previsibilidade. Apesar do nível de acertos obtidos na aplicação do MACD na tentativa de verificar a tendência de alta de papéis nos períodos analisados ter sido baixo (menos de 50%), pode-se perceber que um nível maior de acertos traria benefícios às carteiras de investimentos em relação ao aumento do rendimento esperado sem no entanto ter um impacto muito grande no aumento do risco da

carteira. Desta forma poderiam ser desenvolvidos novos trabalhos com o objetivo de buscar a aplicação conjunta de outros índices técnicos em conjunto ou em substituição ao MACD, na tentativa de se aumentar a probabilidade de acerto das tendências dos papéis e validar os resultados por meio da técnica de *back testing*.

Outros estudos também poderiam objetivar a criação ou aplicação de algoritmos de otimização substitutos aos adotados neste trabalho para a criação de carteiras de investimentos. Outro ponto que poderia ser trabalhado em novos estudos é a busca por formas de determinar-se o número ideal de períodos passados de dados históricos a serem utilizados na criação das carteiras de investimentos, já que neste trabalho foram consideradas regressões de um a quatro meses de dados históricos, mas sem que as alternativas fossem comparadas entre si para a busca da melhor condição em cada caso.

O modelo final proposto pode ser aplicado através da utilização de ferramentas computacionais como as utilizadas para a realização deste trabalho (Excel e Grafix) ou servir como base para a construção de um software aplicativo para ser oferecido por corretoras aos seus clientes como ferramenta auxiliar no estudo e criação de carteiras de investimentos.

REFERÊNCIAS

- APPEL, Gerald. **Become your own technical analyst**: how to identify significant market turning points using the Moving Average Convergence-Divergence Indicator or MACD. *The Journal of Wealth Management*, Summer 2003, p. 27-36.
- BOVESPA. Disponível em <http://www.bovespa.com.br>. Acesso em: 10/06/2005.
- BRUNI, Adriano; FUENTES, Júnio; FAMA, Rubens. **A moderna teoria de portfolios e a contribuição dos mercados latinos na otimização da relação risco versus retorno de carteiras internacionais**. Anais da III SemeAd, São Paulo, 1998.
- COSTA, Oswaldo Luiz do Valle; ASSUNÇÃO, Hugo Gonçalves Vieira de. **Análise de Risco e retorno em investimentos financeiros**. Barueri: Manole, 2005.
- DEAN, J. **Capital Budgeting**. New York: Columbia University Press, 1951.
- ELTON, Edwin J.; GRUBER, Martin J.; BROWN, Stephen J.; GOETZMANN, William N. **Moderna Teoria de Carteiras e Análise de Investimentos**. 6ª edição, São Paulo: Atlas, 2004.
- FISHER, L.; LORIE, J. H. **Some studies of variability of returns on investments in common stocks**. *Journal of Business*, Abril 1970, p. 99-134.
- FORTUNA, Eduardo. **Mercado Financeiro: produtos e serviços**. 15ª edição, Rio de Janeiro: Qualitymark, 2002.
- FRANCIS, Jack C.; ARCHER, S. H. **Portfolio Analysis**. 2ª edição. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1991.
- FRANCIS, Jack Clark. **Investments: Analysis and Management**. 5th ed, McGraw-Hill, 2001.
- GALESNE, Alain. FENSTERSEIFER, Jaim E. LAMB, Roberto. **Decisões de investimentos da empresa**. São Paulo: Atlas, 1999.
- GIL, Antonio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 1994.

GITMAN, Lawrence J. JOEHNK, Michael D. **Princípios de Investimentos**. São Paulo: Pearson Addison Wesley, 2005.

GOETZMANN, William N. **An Introduction to Investment Theory**. Yale School Of Management. Disponível em:

http://viking.som.yale.edu/will/web_pages/will/finman540/classnotes/class1.html.

Acesso em 10/06/2005.

GRINBLATT, Mark. TITMAN, Sheridan. **Mercados financeiros e estratégia corporativa**. Porto Alegre: Bookman, 2005.

HIEDA, Akinori; ODA, André Luiz. **Um estudo sobre a utilização de dados históricos no modelo de Markowitz aplicado à Bolsa de Valores de São Paulo**. Anais da VI SemeAd, São Paulo, 1999.

IBBOTSON, Roger G.; KAPLAN, Paul D. **Does asset allocation policy explain 40, 90 or 100 percent of performance?** Financial Analysts Journal, 2000.

JORION, Philippe; Bolsa de Mercadorias & Futuros. **Value at risk : a nova fonte de referência para o controle de risco de mercado**. São Paulo: BM&F, 1998.

KVANLI, Alan H. PAVUR, Robert J. KEELING, Kellie B. **Introduction to Business Statistics: a microsoft Excel Integrated Approach**. Ohio: South-Western, 2003.

LINTZ, Alexandre; RENYI, Liliane. **Análise de diversificação de carteiras de investimentos compostas por ações pertencentes ao índice IBOVESPA: um confronto entre os modelos de Sharpe e Markowitz**. Anais da III SemeAd, São Paulo, 1998.

LOWENTHAL, Richard. **Brasil: showcase de competência em e-business**. São Paulo: M. Books, 2005.

MARKOWITZ, Harry M. **Portfolio Selection: Efficient diversification of investments**. Nova York, John Wiley, 1959.

MARKOWITZ, Harry M. **Portfolio Selection**. Journal of Finance, vol. 7, no. 1 pp 77-91. Mar. 1952.

MATTOS, Fábio Lanhoso de. **Utilização de contratos futuros agropecuários em carteiras de investimentos: uma análise de viabilidade**. Dissertação de mestrado. São Paulo, 2000.

MORIAMA, Gilberto. **Avaliação dos benefícios da diversificação global a uma carteira local utilizando a teoria de carteiras de Markowitz**. MBA – USP Business Economics: São Paulo, 2002.

ROSS, Stephen A.; JAFFE, Jeffrey F.; WESTERFIELD, Randolph. **Administração financeira**. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

SAMOHYL, Robert Wayne; SILVA, Wesley Vieira da. **Uma aplicação a partir de um modelo dinâmico de otimização estocástica e não linear de portfólios com custos de transação no mercado financeiro brasileiro**. Anais do XXXI SPBO – Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, Curitiba-PR, 1999.

SHARPE, William F. **Portfolio Theory and Capital Markets**. USA: McGraw-Hill, 1970.

SECURATO, José Roberto. **Decisões financeiras em condições de risco**. São Paulo: Atlas, 1996.

SILVA, Edna Lúcia da; MENEZES, Estera Muszkat. **Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação**. – 3. ed. rev. atual. Florianópolis: Laboratório de Ensino a Distância da UFSC, 2001.

SIMONSEN, Mário Henrique. **Dinâmica macroeconômica**. São Paulo: McGraw-Hill, 1983.

TIMING. Disponível em <http://www.timing.com.br>. Acesso em: 10/02/2006.

THEOPHILO, Carlos Renato; CORRAR, Luiz J. **Pesquisa Operacional para Decisão em Contabilidade e Administração**. São Paulo: Atlas, 2004.

TOSTA DE SÁ, Geraldo. **Administração de investimentos: teoria de carteiras e gerenciamento de riscos**. Rio de Janeiro: Qualitymark, 1999.

VINCE, Ralph. **Cálculo e análise de riscos no mercado financeiro**. São Paulo: Makron Books, 1999.

ZENTGRAF, Roberto. **A moderna gestão de investimentos: Avaliação da performance dos fundos mútuos de ações brasileiros no período de julho de 1990 a junho de 1995**. Dissertação de mestrado. Niterói, 1996.

ANEXO I – COMPOSIÇÃO DO IBOVESPA PARA O PERÍODO MAI-AGO/05

Código	Ação	Tipo	Qtde. Teórica (1)	Part.(%) (2)
ACES4	ACESITA	PN ED	9,328689583	1,348
AMBV4	AMBEV	PN *	0,601741219	1,708
ARCZ6	ARACRUZ	PNB EDJ	35,43679152	1,065
BBDC4	BRADESCO	PN	9,126732988	2,931
BRAP4	BRADESPAR	PN EB	5,091943162	0,801
BBAS3	BRASIL	ON	8,066504399	0,95
BRTP3	BRASIL T PAR	ON *	6,111451848	0,517
BRTP4	BRASIL T PAR	PN *ED	20,04075475	1,309
BRTO4	BRASIL TELEC	PN *	60,39369295	2,385
BRKM5	BRASKEM	PNA*	5,139449093	2,033
CMET4	CAEMI	PN	402,0682137	3,123
CLSC6	CELESC	PNB ED	258,846261	0,927
CMIG3	CEMIG	ON *ED	0,914628821	0,197
CMIG4	CEMIG	PN *ED	9,55751049	2,761
CESP4	CESP	PN *	13,18755389	0,496
CGAS5	COMGAS	PNA*EDS	0,41047794	0,431
CPLE6	COPEL	PNB*EJ	24,76921631	1,375
CRTP5	CRT CELULAR	PNA*	0,285930462	0,562
ELET3	ELETROBRAS	ON *EJS	11,47842106	1,437
ELET6	ELETROBRAS	PNB*EJS	26,6196824	3,185
ELPL4	ELETROPAULO	PN *	1,966682118	0,625
EMBR3	EMBRAER	ON	9,845177852	0,555
EMBR4	EMBRAER	PN	18,00200919	1,304
EBTP4	EMBRATEL PAR	PN *	170,0328209	2,963
GGBR4	GERDAU	PN	38,50260874	3,771
GOAU4	GERDAU MET	PN	7,65076125	1,024
PTIP4	IPIRANGA PET	PN	5,00639498	0,526
ITAU4	ITAUBANCO	PN EJ	1,557994048	2,771
ITSA4	ITAUSA	PN ES	65,51894264	1,296
KLBN4	KLABIN S/A	PN	37,80827533	0,571
LIGH3	LIGHT	ON *	1,117056811	0,191
NETC4	NET	PN	702,5740908	1,669
PETR3	PETROBRAS	ON	5,499282693	2,38
PETR4	PETROBRAS	PN	21,82277716	8,301
SBSP3	SABESP	ON *	1,911146039	1,012
CSNA3	SID NACIONAL	ON EDJ	22,38405768	4,233
CSTB4	SID TUBARAO	PN *	2,554070143	1,29
CRUZ3	SOUZA CRUZ	ON	4,776540043	0,564
TCOC4	TELE CTR OES	PN *	26,36664746	0,998
TLCP4	TELE LEST CL	PN *	157,7484265	0,26
TNLP3	TELEMAR	ON EJ	6,460697593	1,302
TNLP4	TELEMAR	PN EJ	70,72682843	10,59
TMAR5	TELEMAR N L	PNA EJ	5,691110585	1,241
TMCP4	TELEMIG PART	PN *EDS	52,72905766	0,902
TLPP4	TELESP	PN *EJ	3,117710545	0,606
TSPP4	TELESP CL PA	PN *	116,8576804	2,601
TCSL3	TIM PART S/A	ON *	23,8276057	0,371
TCSL4	TIM PART S/A	PN *	77,81860024	1,253
TBLE3	TRACTEBEL	ON *	2,916848786	0,141
TRPL4	TRAN PAULIST	PN *	5,721772894	0,435
UBBR11	UNIBANCO	UNT	14,82289842	0,984
USIM5	USIMINAS	PNA	25,61975238	5,156
VCPA4	V C P	PN ED	10,43547131	1,143
VALE3	VALE R DOCE	ON	5,950094896	1,641
VALE5	VALE R DOCE	PNA	24,55387936	5,792
Quantidade Teórica Total			2.657,37	100,00