

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO PARANÁ**

**OSWALDO HONORATO DE SOUZA JÚNIOR**

**VIBRAÇÕES EM CABOS AÉREOS DE LINHAS DE TRANSMISSÃO –  
ESTUDO TEÓRICO E EXPERIMENTAL POR MEIO DE MODELOS  
LINEARES E NÃO LINEARES**

**CURITIBA  
Dezembro – 2010**

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO PARANÁ**

**OSWALDO HONORATO DE SOUZA JÚNIOR**

**VIBRAÇÕES EM CABOS AÉREOS DE LINHAS DE TRANSMISSÃO –  
ESTUDO TEÓRICO E EXPERIMENTAL POR MEIO DE MODELOS  
LINEARES E NÃO LINEARES**

Tese apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Doutor em Engenharia Mecânica, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Departamento de Ciências Exatas e de Tecnologia, Pontifícia Universidade Católica do Paraná.

**Orientador: Prof. Dr. Nilson Barbieri**

**Co-Orientador: Prof. Dr. Renato Barbieri**

**CURITIBA  
Dezembro – 2010**

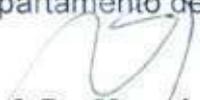
# TERMO DE APROVAÇÃO

## Oswaldo Honorato de Souza Junior

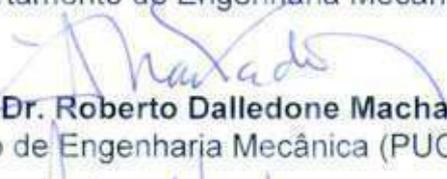
### Vibrações em Cabos Aéreos de Linhas de Transmissão-Estudo Teórico e Experimental por Meio de Modelos Lineares e Não Lineares

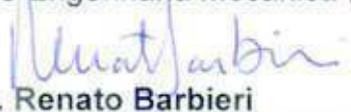
Tese aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de doutor no Curso de Doutorado em Engenharia Mecânica, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, do Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia da Pontifícia Universidade Católica do Paraná, pela seguinte banca examinadora:

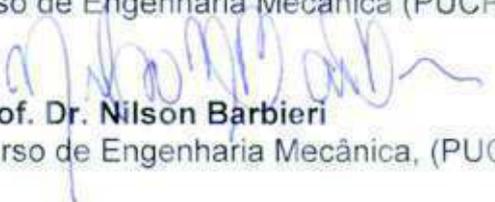
  
**Prof. Dr. Marcus Antonio Viana Duarte**  
Departamento de Engenharia Mecânica (UFU)

  
**Prof. Dr. Moisés Zindeluk**  
Departamento de Engenharia Mecânica (UFRJ)

  
**Prof. Dr. Cláudio Roberto Ávila da Silva Junior**  
Departamento de Engenharia Mecânica (UTFPR)

  
**Prof. Dr. Roberto Dalledone Machado**  
Curso de Engenharia Mecânica (PUCRR)

  
**Prof. Dr. Renato Barbieri**  
Curso de Engenharia Mecânica (PUCPR-Co-Orientador)

  
Presidente: **Prof. Dr. Nilson Barbieri**  
Curso de Engenharia Mecânica, (PUCPR - Orientador)

Curitiba, 10 de dezembro de 2010

*Dedico primeiramente este trabalho a Deus, como um insignificante esforço se comparado a sua imensa grandeza, por ter me dado a vida, saúde e inteligência para que eu pudesse chegar até aqui. A meu Pai (in memoriam) que sempre me apoiou. À minha mãe que sempre me incentivou e que esteve ao meu lado desde os primeiros anos de escola, e que me acompanhava cuidando com seu olhar (enquanto eu subia a Rua Cláudio Manoel da Costa em direção ao grupo escolar), rezando e pedindo a Deus para que eu pudesse ser um grande Homem. Essa foi a razão pela qual, principalmente, atendendo a seu apelo, consegui forças para retomar e terminar este trabalho.*

## Agradecimentos

À minha família, agradeço pelo incentivo e apoio em minha caminhada. Peço desculpas pelas ausências durante um longo período quando das viagens à Campinas e nos estudos em finais de semana, quando não a dei a prioridade devida e necessária.

Aos professores da Engenharia Mecânica da Pontifícia Universidade Católica do Paraná e ao coordenador do programa, Prof. Dr. Nathan Mendes que com seu apoio tornou possível minha vinda da Unicamp para a PUC PR, e em especial aos professores, Dr. Renato Barbieri e Dr. Nilson Barbieri, que me fizeram resgatar o ânimo e terminar este trabalho. Também em especial ao colega e amigo Júlio César Almeida pelo apoio e companheirismo nos períodos em que lutamos juntos.

Aos amigos e colegas de equipe do LACTEC – Instituto de Pesquisa para o Desenvolvimento, em especial ao amigo Marcos José Mannala, que começou comigo essa empreitada nos idos de 1997, e que com seu grandioso apoio e colaboração nas inúmeras jornadas noturnas e em finais de semana, na implementação dos bancos de testes de modo a viabilizarmos projetos de pesquisa na área de vibrações e no desenvolvimento de ensaios para a prestação de serviços ao mercado nacional e a nossa própria sobrevivência.

À COPEL – Companhia Paranaense de Energia, que desde os idos de 1998 nos deu todo o apoio necessário, por meio de vários ciclos em projetos de pesquisa e desenvolvimento na área.

À UNICAMP – Universidade de Campinas, que me propiciou dar início a esse projeto. Aos professores do Departamento de Mecânica Computacional (DMC), e em especial ao Prof. Dr. Renato Pavanello, pelo apoio durante o período em que estive ligado àquela instituição.

À UTFPR (Universidade Tecnológica Federal do Paraná), onde sou professor do Departamento de Mecânica (DAMEC), pelo apoio e incentivo nessa etapa final.

Ao Prof. Dr. Márcio Tadeu de Almeida, meu professor na graduação e mestrado na EFEI-Itajubá-MG (hoje UNIFEI), pelo apoio e incentivo à pesquisa na área, dando continuidade ao seu grande legado como um dos pioneiros no Brasil e um dos autores do livro “Projetos Mecânicos das Linhas Aéreas de Transmissão”, em referência neste trabalho.

# Resumo

Neste trabalho, são utilizados modelos lineares e não lineares para simulação do comportamento dinâmico de cabos de linhas de transmissão. Um modelo iterativo por elementos finitos é deduzido baseado na teoria de viga de *Euler-Bernoulli*, visando determinar as frequências de ressonância, os modos de vibração, o regime permanente e as vibrações verticais no plano para um simples condutor no vão. O condutor pode ser horizontalmente fixado em ambos os terminais, bem como com diferentes níveis de ancoragem, sendo que o parâmetro de *Irvine* é considerado (parâmetro não dimensional para catenária). A massa do condutor por unidade de comprimento e a tensão do condutor são consideradas como sendo uniformes. Adicionalmente são realizadas análises com amortecedores e sem amortecedores fixados próximo ao terminal de ancoragem, bem como análises de transitórios com massas concentradas em frequências sintonizadas próximas às ressonâncias. Para isso, um modelo matemático linear de amortecedor é utilizado para a simulação do comportamento dinâmico do cabo e amortecedor acoplados. As ancoragens são assumidas como rigidamente fixadas, sendo que isso pode inibir as interações dinâmicas entre o condutor com vãos adjacentes ou outros suportes. O modelo também tem a capacidade de considerar vibrações fora do plano, efeitos das ondas viajantes e a rigidez flexural do condutor.

As análises numéricas são realizadas por meio desses modelos em simulações de vibrações eólicas em simples condutores. As análises numéricas lineares são obtidas usando o método de elementos finitos. Os resultados simulados são comparados com dados experimentais obtidos em bancadas automatizadas para ensaio em cabos de linha aéreas. Três comprimentos de amostras são utilizados, com 13, 30 e 65 metros. As respostas forçadas são obtidas por excitação impulsiva, periódica ou randômica. Os dados experimentais são adquiridos utilizando-se de acelerômetros instalados ao longo das amostras. Os parâmetros modais são inicialmente identificados utilizando-se do método com um grau de liberdade (*single-degree-of-freedom*). Os resultados simulados são comparados com os dados experimentais obtidos com os mesmos procedimentos, entretanto, os parâmetros modais e a estimativa de amortecimento proporcional, são identificados e otimizados por meio de métodos de rotina de busca, superposição modal e envelope complexo. Uma matriz reduzida é obtida considerando-se os primeiros cinco modos de vibração do cabo e, para a identificação da matriz de amortecimento do sistema, são utilizados diversos métodos. As análises numéricas não lineares são também obtidas utilizando-se do método de elementos finitos. Para a validação dos modelos matemáticos não lineares, os resultados das simulações são comparados com

os dados experimentais. O comportamento do cabo é analisado usando-se o parâmetro de *Irvine* para cabos tensionados horizontalmente ou com inclinação. São também mostrados resultados do comportamento dinâmico, numérico e experimental, das flutuações de carga do cabo em função da frequência de excitação, condições de batimento, a influência de massas concentradas, vibrações com e sem amortecedor e alguns resultados de vibrações induzidas pelo vento.

# Abstract

In this work, linear and nonlinear mathematical models are used for the simulation of the dynamical behavior of transmission lines cables. An iterative finite element scheme is derived based on *Euler-Bernoulli* beam theory to predict resonance frequencies, mode shapes, steady-state and vertical in-plane aeolian vibrations of a single conductor span. The conductor can be horizontally clamped at both ends of the span or at different levels of ends, and the *Irvine parameter* is considered (*nondimensional sag parameter*). The conductor mass per unit length and the conductor tension are uniform along the span. Additional analyses are performed with and without a damper clamped near the end, concentrated masses and transient with frequency tuned near the resonance. For this, a linear mathematical model of a damper is used for simulation of the dynamical behavior of cable and damper coupled. The clamps are assumed to be rigidly fixed, as this can inhibit dynamic interactions among the conductor with adjacent spans and other supports. The model has also the capability to account for out-of-plane aeolian vibrations, conductor flexural rigidity and travelling-wave effects.

Numerical analyses are performed in which this scheme is applied to simulate aeolian vibrations of single conductors. The linear numerical analyses are obtained using finite element method. The simulated results are compared with experimental data obtained in an automated test rig for overhead line cables. Three sample lengths are used, 13, 30 and 65m. The forced responses are obtained by impulsive, periodic or randomic excitation. The experimental data are acquired using accelerometers placed along the samples. The modal parameters are initially identified through the single-degree-of-freedom method. The simulated results are compared with experimental data obtained with the same procedures, however, the modal parameters and the damping estimation (proportional damping) are identified and optimized through a gradient search routine, modal superposition and the complex envelope methods. A reduced damping matrix is fitted by considering the first five vibration modes and different procedures are used to identify the system damping matrix. The nonlinear numerical analyses are obtained also using the finite element method. For validation of the nonlinear mathematical models, the simulated results are compared with experimental data. The eigenbehavior is analyzed using the *Irvine parameter* for straight level and inclined cables. Numeric and experimental dynamical behavior results are also shown for the load fluctuation of the cable as a function of excitation frequency, beat conditions, the influence of concentrated masses, vibrations with and without a damper and some results on wind induced vibrations.

# Sumário

Agradecimentos	v
Resumo	vi
Abstract	viii
Lista de Figuras	xiv
Lista de Tabelas	xx

## CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO

1.1	Generalidades	1
1.2	Objetivos, motivação e contribuições do presente estudo	2
1.2.1	Objetivos	2
1.2.2	A importância e motivação para o presente estudo	3
1.2.3	Contribuições	5
1.3	Organização dos Capítulos	6
1.4	Revisão da Literatura	7
1.4.1	Histórico	7
1.4.2	Vibrações em Cabos Suspensos	11
1.4.3	Características da Vibração Eólica	12
1.4.3.1	Descrição Matemática	13
1.4.3.2	Origem hidrodinâmica das vibrações eólicas	14
1.4.3.3	Energia transferida ao condutor pelo vento	16
1.4.4	Vibrações em Sub-Vãos	16
1.4.4.1	Equação para a Força e Energia em um cilindro	17
1.4.5	Vibrações por <i>Galloping</i>	18
1.4.6	Auto-amortecimento de Cabos Condutores	20
1.4.7	Controle de Vibrações por Amortecedores	23

## CAPÍTULO 2 DESCRIÇÃO DAS BANCADAS DE ENSAIOS EXPERIMENTAIS

2.1	Descrição da Bancada de Ensaios Mecânicos	25
2.2	Descrição da Bancada de Vibrações com vãos de 8 a 65 metros	29
2.2.1	Sistema de Controle de Tração	31
2.2.2	Sistema de Controle de Vibrações Mecânicas	33

2.2.2.1 Sistema de Controle da Excitação	33
2.2.2.2 Sistema de Monitoramento de Torção do Cabo	35
2.2.2.3 Sistema de Controle de Amplitude, Velocidade ou Aceleração	37
2.2.2.4 Sistema de Controle de Ângulo de Fase	39

## CAPÍTULO 3 DESENVOLVIMENTO TEÓRICO E EXPERIMENTAL

3.1 Modelo Matemático e Análise Linear	41
3.1.1 Introdução	41
3.1.2 Modelo Matemático	42
3.1.2.1 Modos e Frequências Naturais	44
3.1.2.2 Velocidade da Onda	44
3.1.2.3 Comprimento da Onda	44
3.1.2.4 Rigidez do Condutor	45
3.2 Solução Numérica com o MEF (Método de Elementos Finitos)	46
3.3 Resultados Numéricos e Experimentais	50
3.3.1 Comportamento próprio – Análise modal com excitação impulsiva no vão experimental com 13 metros	50
3.3.1.1 Análise das frequências e modos com acelerômetros ICP	51
3.3.1.2 Análise das frequências e modos com acelerômetros DC	54
3.3.1.3 Programa de identificação de Parâmetros – SDOF	58
3.3.1.3.1 Identificação de Parâmetros pelo programa SDOF para as funções de resposta em espectro de potência (Power Spectrum) – PS) com carga de 10,7 kN e 15,86 kN – vão de 13 metros – Excitação Impulsiva	58
3.3.1.3.2 Identificação de Parâmetros pelo programa SDOF para as funções de resposta em frequência (FRF) com carga de 10,2 kN e 15,2 kN – vão de 13 metros – Excitação Impulsiva	61
3.3.2 Comportamento próprio – Análise modal com excitação periódica em vão experimental com 13 metros ( Stepped Sine)	63
3.3.3 Comportamento próprio – Análise modal com excitação impulsiva em vão experimental com 30 metros	70
3.3.3.1 Análise das frequências e modos de vibração com acelerômetros DC em vão de 30 metros	71
3.3.4 Comportamento próprio – Análise modal com excitação em varredura senoidal (Sweep sine) em vão experimental com 30 metros	73

3.3.5	Comportamento próprio – Análise modal com excitação impulsiva em vão experimental com 65 metros	75
3.3.5.1	Análise das frequência e modos com acelerômetros DC no vão de 65 metros estendido	76
3.3.6	Comportamento próprio – Análise modal com excitação randômica em vão experimental com 65 metros	80
3.3.7	Comportamento próprio – Análise modal com excitação em varredura senoidal (sweep sine) em vão experimental com 65 metros	82

## CAPÍTULO 4 ESTUDO DO AMORTECIMENTO DE CABOS CONDUTORES

4.1	Amortecimento Próprio de Cabos Condutores	85
4.1.1	Introdução	85
4.1.2	Método do decremento logarítmico	86
4.1.3	Método da Potência	87
4.1.3.1	Amortecimento próprio do condutor	88
4.1.4	Método da onda estacionária	88
4.1.5	Método das ondas progressivas	89
4.1.6	Potência dissipada pelo condutor <i>versus</i> potência do vento	90
4.2	Análise de Amortecimento por Simulação de Modelo Equivalente e Superposição Modal	90
4.2.1	Introdução	90
4.2.2	Simulação com o modelo proporcional (equivalente viscoso)	94
4.2.3	Análise do amortecimento por superposição modal	99
4.3	Análise de Amortecimento nos Cabos pelos Métodos SDOF (Single -Degree -of -Freedom), Busca Temporal, Transformada de <i>Hilbert</i> (Envelope) com Sistema Reduzido	108
4.3.1	Método SDOF (Single-Degree-of-Freedom)	108
4.3.2	Método de busca temporal	108
4.3.3	Método temporal utilizando-se da transformada de <i>Hilbert</i>	109
4.3.4	Determinação da matriz reduzida global de amortecimento	110
4.3.4.1	Redução estática	111
4.3.4.2	Sistema reduzido melhorado ( <i>IRS – Improved Reduced System</i> )	111
4.3.4.3	Sistema reduzido melhorado iterativo ( <i>Iterated IRS</i> )	112
4.3.4.4	Identificação da matriz de amortecimento do sistema	112
4.3.5	Resultados	113

CAPÍTULO 5 ANÁLISE E FORMULAÇÃO NÃO LINEAR DE CABOS  
CONDUTORES DE LINHAS DE TRANSMISSÃO

5.1	Análise Dinâmica Linear de Amortecedores de Vibração tipo <i>Stockbridge</i>	124
5.1.1	Introdução	124
5.1.2	Modelo Matemático	125
5.1.3	Resultados	128
5.2	Análise e Formulação não Linear	133
5.2.1	Introdução	133
5.2.2	Análise Estática	133
5.2.3	Análise Dinâmica	136
5.2.4	O parâmetro de Irvine e as Ressonâncias Internas	141
5.2.5	Formulação para Grandes Deslocamentos	143
5.2.5.1	A matriz de rigidez tangencial	143
5.2.5.2	Cálculo explícito de $B_0$	145
5.2.5.3	Cálculo explícito de $B_L$	148
5.2.5.4	Cálculo explícito de $K_\sigma$	149
5.2.5.5	As derivadas parciais das funções de interpolação	150
5.2.5.6	Elemento de cabo com 2(dois) nós	152
5.3	Solução Incremental no Tempo	152
5.4	Resultados	154
5.4.1	Análise de Convergência, Catenária e Modos de Vibração para o Cabo da travessia de Guaratuba no Paraná	154
5.4.2	Análise das Ressonâncias Internas	157
5.4.2.1	Cabo Reto	157
5.4.2.2	Cabo inclinado	162
5.4.3	Função de Resposta em Frequência – Comparativo Experimental <i>versus</i> MEF	165
5.4.4	Aceleração: Comparativo Experimental <i>versus</i> MEF	166
5.4.5	A Variação da Tração no Cabo	167
5.4.6	Variação da Frequência Natural com a deflexão central do cabo	171
5.4.7	A Influência de Massas Concentradas	171
5.4.8	Simulações com Vento	174
5.4.9	Comparativo do cabo ÍBIS <i>versus</i> CAL(liga 6201)	175
5.4.10	Resultados da Análise Dinâmica do cabo com <i>Stockbridge</i>	177

CAPÍTULO 6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES	182
6.1 Sugestões para futuros trabalhos	185
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	187
APENDICE A EXEMPLOS DE ENSAIO DE FADIGA E TENSÃO DEFORMAÇÃO	
A.1 Exemplo e Resultado do Ensaio de Fadiga no Cabo	203
A.1.1 Execução dos Ensaios	203
A.1.2 Resultados e Conclusões	204
A.2 Exemplo e Resultado do Ensaio de Tensão Deformação no Cabo	205
A.2.1 Execução do Ensaio	206
A.2.2 Resultados	207

## Lista de Figuras

### CAPÍTULO 2

Figura 2.1 – Esquema da Bancada de Ensaios Mecânicos	26
Figura 2.2 – Vista Geral da Bancada – vão total de 13,8m	27
Figura 2.3 – Acelerômetros DC e Piezoelétrico	28
Figura 2.4 – Conjunto de Tração para Extensão da Bancada de Ensaios Mecânicos	28
Figura 2.5 – Primeiras medições na extensão da Bancada de Ensaios Mecânicos	28
Figura 2.6 – Ancoragem Estendida da Bancada de Ensaios Mecânicos	29
Figura 2.7 – Vista geral lado tração da Bancada de Vibrações	30
Figura 2.8 – Vista geral lado ancoragem móvel da Bancada de Vibrações	30
Figura 2.9 – Esquema da Bancada de Vibrações- configuração fadiga – vão 31 metros	30
Figura 2.10 – Sistema de Tração com Fusos de Esferas Recirculantes	31
Figura 2.11 – Diagrama de Blocos Geral do Sistema de Tração	32
Figura 2.12 – Diagrama de Blocos do Controle de Tração	33
Figura 2.13 – Vista do Excitador Eletromagnético (modelo V100) acoplado ao cabo e do medidor de velocidade a Laser e célula de carga da excitação	34
Figura 2.14 – Sistema de Controle de Excitação	35
Figura 2.15 – Sistema de Monitoramento de Torção em um dos nós do cabo e curva correspondente a Tensão versus Tempo (para controle da Torção)	36
Figura 2.16 – Sistema de Controle de Vibrações e Ângulo de Fase	38

### CAPÍTULO 3

Figura 3.1 – Elemento de viga submetido a um esforço axial	43
Figura 3.2 – Secção de corte generalizada de um condutor	45
Figura 3.3 – Excitação com martelo de impacto no vão 13 metros	50
Figura 3.4 – Cinco primeiros modos de vibrar para carga de 25650 N – acelerômetros ICP	53
Figura 3.5 – Vão de 13,8 metros instrumentado com acelerômetros DC	54
Figura 3.6 – Cinco primeiros modos de vibrar - carga 7,29 kN e – acelerômetros DC	57
Figura 3.7 – Três primeiros modos de vibrar para carga 10,7 kN – PS – Impulsiva 13 m	59
Figura 3.8 – Três primeiros modos de vibrar para carga 15,86 kN – PS – Impulsiva 13 m	60
Figura 3.9 – Três primeiros modos de vibrar para carga 10,2 kN – FRF – Impulsiva 13 m	61
Figura 3.10 – Três primeiros modos de vibrar para carga 15,26 kN – FRF – Impulsiva 13 m	62
Figura 3.11 – Excitador dinâmico eletromagnético	63

Figura 3.12 – Detalhe do acelerômetro DC	63
Figura 3.13 – Curva da força (mkgf) no excitador versus frequência (Hz)	64
Figura 3.14 – Função de Resposta em Frequência (Inertância)	65
Figura 3.15 – Cinco primeiros modos de vibrar para carga 10,7 kN – amplitudes normalizadas - FRF – Excitação Periódica 13 m	67
Figura 3.16 – Quatro primeiros modos de vibrar para carga 10,7 kN– FRF–Exc. Periódica 13 m	68
Figura 3.17 – Início do vão de 30 metros (acelerômetros e analisador de vibrações)	70
Figura 3.18 – Excitação Impulsiva – com martelo no vão de 30 metros	70
Figura 3.19 – Quatro primeiros modos de vibrar para carga 15,86 kN – PS – Impulsiva 30 m	71
Figura 3.20 – Três primeiros modos de vibrar para carga 10,7 kN – PS – Impulsiva 30m	72
Figura 3.21 – Cinco primeiros modos de vibrar para carga 12,9 kN – FRF - Varredura 30 m	74
Figura 3.22 – Sistema de Tração da Bancada com vão estendido para 65 metros	76
Figura 3.23 – Ancoragem para vão estendido de 65 metros	76
Figura 3.24 – Cinco primeiros modos de vibrar para carga 15,86 kN – PS – Impulsiva 65 m	77
Figura 3.25 – Cinco primeiros modos de vibrar para carga 10,7 kN – FRF – Impulsiva 65 m	79
Figura 3.26 – Cinco primeiros modos de vibrar para carga 10,7 kN – PS – Randômica 65 m	81
Figura 3.27 – Cinco primeiros modos de vibrar para carga 10,7 kN – FRF - Varredura 65 m	83

## CAPÍTULO 4

Figura 4.1 – Espectro característico da amplitude de deslocamento de um cabo condutor quando removida a força de excitação	86
Figura 4.2 – Variação das amplitudes nodais de ondas propagando em direções opostas	89
Figura 4.3 – Resposta no tempo dos cinco acelerômetros ICP – piezoelétricos	94
Figura 4.4 – Excitação Impulsiva do Cabo	95
Figura 4.5 – Resposta experimental (lado esquerdo) e resposta numérica (lado direito) para os cinco acelerômetros sem amortecimento	96
Figura 4.6 – Resposta experimental (lado esquerdo) e numérica (lado direito) ( $\alpha = 0.1$ , $\beta = 0.0000065$ )	97
Figura 4.7 – Resposta experimental (lado esquerdo) e numérica (lado direito) ( $\alpha = 0.1$ , $\beta = 0.0000075$ )	98
Figura 4.8 – Sinal filtrado para o quarto modo de vibrar	101
Figura 4.9 – Fator de amortecimento para os nove modos de vibrar	102

Figura 4.10 – Resposta experimental (lado esquerdo) e numérica (lado direito) ( $\alpha = -0.04$ , $\beta = 0.0000045$ )	103
Figura 4.11 – Resposta experimental (lado esquerdo) e numérica (lado direito) ( $\alpha = -0.1$ , $\beta = 0.0000075$ )	104
Figura 4.12 – Resposta experimental (lado esquerdo) e numérica (lado direito) (seis modos de vibrar)	105
Figura 4.13 – Resposta experimental (lado esquerdo) e numérica (lado direito) (nove modos de vibrar)	106
Figura 4.14 – Valor ajustado (superior) e medido(inferior) da resposta de um sistema	109
Figura 4.15 – Sinal no domínio do tempo (parte superior) e envelope (parte inferior)	110
Figura 4.16 – Modos de vibrar (amostra de 13,395 m) – 15860 N	115
Figura 4.17 – Modos de vibrar (amostra de 32,322 m) – 15860 N	116
Figura 4.18 – Modos de vibrar ( amostra de 65,378 m) – 15860 N	117
Figura 4.19 – Fatores de amortecimento para carga de 10700 N – Busca Experimental	119
Figura 4.20 – Fatores de amortecimento para carga de 15860 N – Busca Experimental	119
Figura 4.21 – Valor ajustado (superior) e medido(inferior) da resposta do sistema	120
CAPÍTULO 5	
Figura 5.1 – Metade do modelo físico simétrico	126
Figura 5.2 – Curvas de impedância do amortecedor	129
Figura 5.3 – Rigidez de flexão da acordoalha como viga	129
Figura 5.4 – Cabo tracionado com <i>stockbridge</i> acoplado	130
Figura 5.5 – Fator de perda	130
Figura 5.6 – Curvas FRF do sistema sem e com <i>stockbridge</i> ( acelerômetro P1)	131
Figura 5.7 – Curvas FRF do sistema sem e com <i>stockbridge</i> ( acelerômetro P2)	131
Figura 5.8 – Curvas experimentais – densidade espectral do sistema sem e com <i>stockbridge</i> (acelerômetro P1)	132
Figura 5.9 – Curvas numéricas – densidade espectral sem e com <i>stockbridge</i> ( acelerômetro P1)	132
Figura 5.10 – Malhas de Elementos Finitos utilizada na discretização de um setor do cabo (Ansys – elemento <i>brick</i> )	133
Figura 5.11 – Distribuição de Tensão Axial (lado esquerdo fixo e direito livre)	134
Figura 5.12 – Distribuição de Tensão equivalente de Von Mises (lado esquerdo fixo e direito livre)	134

Figura 5.13 – Deformação Axial x Tração no Cabo	134
Figura 5.14 – Torque x Tração no Cabo	134
Figura 5.15 – Variação Angular x Tração no Cabo	134
Figura 5.16 – Geometria de cada fio do Cabo	135
Figura 5.17 – Seção Transversal do Cabo	135
Figura 5.18 – Modelo de Contato	135
Figura 5.19 – Resultados comparativos MEF x Experimental x Costello	136
Figura 5.20a – Resposta em Frequência para cabos sem Amortecedor Externo (no plano e fora do plano)	139
Figura 5.20b – Resposta em Frequência para Cabos sem Amortecedor Externo(efeitos da catenária)	140
Figura 5.20c – Resposta em Frequência para Cabos sem Amortecedor Externo(efeitos do amortecimento interno)	141
Figura 5.21 – Cabo Inclinado com Deslocamento Estático	142
Figura 5.22 – Parâmetro de Irvine em função do deslocamento do cabo. ( Adaptado de Johnson e Christenson, 2003)	142
Figura 5.23 – Elemento de Cabo com Sistema de Referência	146
Figura 5.24 – Elemento Lagrangeano cúbico	147
Figura 5.25 – Elemento de cabo com dois nós	152
Figura 5.26 – Norma do Resíduo, $R$ , em função do Número de Iterações	154
Figura 5.27 – Catenária para o Cabo de Guaratuba	155
Figura 5.28 – Primeiros Modos de Vibração no Plano para o Cabo de Guaratuba	156
Figura 5.29 – Três primeiras regiões de cruzamento para cabo horizontal	157
Figura 5.30 – Primeiro Modo de Vibração	158
Figura 5.31 – Segundo Modo de Vibração	158
Figura 5.32 – Terceiro Modo de Vibração no Plano	158
Figura 5.33 – Quarto Modo de Vibração no Plano	159
Figura 5.34 – Quinto Modo de Vibração no Plano	159
Figura 5.35 – Sexto Modo de Vibração no Plano	160
Figura 5.36 – Primeira Região de Transição	160
Figura 5.37 – Transição do Primeiro e Segundo Modo (simetria)	160
Figura 5.38 – Comparativo Experimental versus Elementos Finitos para $L=30,92$ e $53,40m$	162
Figura 5.39 – Primeira região de transição para cabo inclinado, $\theta = 30^\circ$	162
Figura 5.40 – Segunda região de transição para cabo inclinado, $\theta = 30^\circ$	162

Figura 5.41 – Terceira região de transição para cabo inclinado, $\theta = 30^\circ$	163
Figura 5.42 – Primeiro Modo de Vibração, $\theta = 30^\circ$	163
Figura 5.43 – Segundo Modo de Vibração, $\theta = 30^\circ$	163
Figura 5.44 – Terceiro Modo de Vibração, $\theta = 30^\circ$	163
Figura 5.45 – Quarto Modo de Vibração, $\theta = 30^\circ$	163
Figura 5.46 – Quinto Modo de Vibração, $\theta = 30^\circ$	164
Figura 5.47 – Sexto Modo de Vibração, $\theta = 30^\circ$	164
Figura 5.48 – Primeiro e Segundo Modo (Henghold e Russell, 1976)	164
Figura 5.49 – Terceiro e Quarto Modo (Henghold e Russell, 1976)	164
Figura 5.50 – Análise Comparativa da FRF Experimental com as FRFs numéricas, 10700 N	165
Figura 5.51 – Análise Comparativa da FRF Experimental com as FRFs numéricas, 15860 N	165
Figura 5.52 – Primeira Frequência Adimensional	166
Figura 5.53 – Dados experimentais (topo), simulação linear(meio), simulação não linear(baixo) – ( $L= 65.355$ m, $T = 15860$ N)	166
Figura 5.54 – Força Axial no nó 10	167
Figura 5.55 – Deslocamento do nó 10	168
Figura 5.56 – Tração do Cabo no nó 10	169
Figura 5.57 – Força na extremidade do cabo (Experimental – tração 5000 N e frequência de 2,69 Hz)	170
Figura 5.58 – Força na extremidade do cabo ( Simulação numérica – tração 5000 N e frequência de 2.69 Hz)	170
Figura 5.59 – Primeira Frequência Natural versus Deslocamento Central do Cabo	171
Figura 5.60 – Frequências Adimensionais versus Parâmetro Adimensional de Irvine	172
Figura 5.61 – Primeira e Segunda Frequências Adimensionais	173
Figura 5.62 – Terceira e Quarta Frequências Adimensionais	173
Figura 5.63 – Quinta e Sexta Frequências Adimensionais	173
Figura 5.64 – FRF para carregamento do vento (modelo numérico)	174
Figura 5.65 – FRF para carregamento do vento próximo do nó 31 (experimental)	175
Figura 5.66 – Força randômica no tempo	175
Figura 5.67 – Níveis de aceleração para o cabo CAL	176
Figura 5.68 – Níveis de aceleração para o cabo ÍBIS	176
Figura 5.69 – Amortecedor assimétrico com os sensores de vibração instalados	177
Figura 5.70 – Força medida	177
Figura 5.71 – FRF da força medida	178

Figura 5.72 – Comparativo dos resultados Experimentais e Numéricos	178
Figura 5.73 – Força no tempo	179
Figura 5.74 – FRF da força no tempo	179
Figura 5.75 – Comparativos dos resultados numéricos com e sem <i>stockbridge</i>	179
Figura 5.76 – Carregamento Randômico	180
Figura 5.77 – FRF do carregamento Randômico	180
Figura 5.78 – FRF da aceleração para força Randômica	181

#### APÊNDICE A

Figura A.1 – Curva de <i>Wohler</i> ajustada e “ <i>Safe Border Line</i> ” (S-N)	205
Figura A.2 – Gráfico dos patamares tração x tempo ( NBR 7302 e IEC 61089)	206
Figura A.3 – Curvas de tensão – deformação do cabo composto	208
Figura A.4 – Curvas de tensão – deformação da alma de aço	209
Figura A.5 – Curvas de tensão – deformação virtual do alumínio	210

## Lista de Tabelas

### CAPÍTULO 3

Tabela 3.1 – Comparativo – Análise Teórica, pelo MEF e Experimental – com ICP	51
Tabela 3.2 – Amplitudes normalizadas – com ICP	52
Tabela 3.3 – Comparativo – Análise Teórica, MEF e Experimental – com DC	55
Tabela 3.4 – Amplitudes normalizadas – com DC	56
Tabela 3.5 – Comparativo – Análise Teórica, MEF e Experimental Identificado – PS – Excitação Impulsiva 13 metros – carga de 10,7 kN	59
Tabela 3.6 – Comparativo – Análise Teórica, MEF e Experimental Identificado – PS – Excitação Impulsiva 13 metros – carga de 15,86 kN	60
Tabela 3.7 – Comparativo – Análise Teórica, MEF e Experimental Identificado – FRF – Excitação Impulsiva 13 metros – carga de 10,2 kN	61
Tabela 3.8 – Comparativo – Análise Teórica, MEF e Experimental Identificado – FRF – Excitação Impulsiva 13 metros – carga de 15,26 kN	62
Tabela 3.9 – Comparativo – Análise Teórica, MEF e Experimental Identificado – FRF – Excitação Periódica 13 metros – carga de 10,7 kN	65
Tabela 3.10 – Amplitudes normalizadas – FRF – Excitação Periódica 13 metros – carga de 10,7 kN	66
Tabela 3.11 – Comparativo – Análise Teórica, MEF e Experimental Identificado – FRF – Excitação Periódica 13 metros – carga de 10,7 kN	69
Tabela 3.12 – Comparativo – Análise Teórica, MEF e Experimental Identificado – PS – Excitação Impulsiva 30 metros – carga de 15,86 kN	72
Tabela 3.13 – Comparativo – Análise Teórica, MEF e Experimental Identificado – PS – Excitação Impulsiva 30 metros – carga de 10,7 kN	73
Tabela 3.14 – Comparativo – Análise Teórica, MEF e Experimental Identificado – FRF – Excitação em Varredura Senoidal 30 metros – carga de 12,9 kN	75
Tabela 3.15 – Comparativo – Análise Teórica, MEF e Experimental Identificado – PS – Excitação Impulsiva 65 metros – carga de 15,86 kN	78
Tabela 3.16 – Comparativo – Análise Teórica, MEF e Experimental Identificado – FRF – Excitação Impulsiva 65 metros – carga de 10,7 kN	80
Tabela 3.17 – Comparativo – Análise Teórica, MEF e Experimental Identificado – PS – Excitação Randômica 65 metros – carga de 10,7 kN	82

3.18 – Comparativo – Análise Teórica, MEF e Experimental Identificado – FRF – Excitação em Varredura Senoidal – carga de 10,7 kN	84
---	----

#### CAPÍTULO 4

Tabela 4.1 – Resultados teóricos e experimentais (amostra de 13,385 m) 10,7 kN	113
Tabela 4.2 – Resultados teóricos e experimentais (amostra de 32,300 m) 10,7 kN	114
Tabela 4.3 – Resultados teóricos e experimentais (amostra de 65,355 m) 10,7 kN	114
Tabela 4.4 – Resultados teóricos e experimentais (amostra de 13,395 m) 15,86 kN	114
Tabela 4.5 – Resultados teóricos e experimentais (amostra de 32,322 m) 15,86 kN	114
Tabela 4.6 – Resultados teóricos e experimentais (amostra de 65,378 m) 15,86 kN	115
Tabela 4.7 – Fator de amortecimento ( carga no cabo de 10700 N)	118
Tabela 4.8 – Fator de amortecimento ( carga no cabo de 15860 N)	118
Tabela 4.9 – Resultados com modelos reduzidos (amostra de 13,385 m) 10,7 kN	120
Tabela 4.10 – Resultados com modelos reduzidos (amostra de 13,395 m) 15,85kN	120
Tabela 4.11 – Autovalores ajustados – carga 10,7 kN (13,385 m)	121
Tabela 4.12 – Autovalores ajustados – carga 15,86 kN (13,395 m)	121
Tabela 4.13 – Autovalores ajustados – carga 10,7 kN (32,300 m)	121
Tabela 4.14 – Autovalores ajustados – carga 15,86 kN (32,322 m)	122
Tabela 4.15 – Autovalores ajustados – carga 10,7 kN (65,355 m)	122
Tabela 4.16 – Autovalores ajustados – carga 15,86 kN (65,378 m)	122
Tabela 4.17 – Valores ajustados para os parâmetros $\alpha$ e $\beta$	122

#### CAPÍTULO 5

Tabela 5.1 – Método de <i>Newmark</i> para problemas não lineares	153
Tabela 5.2 – Tipos e propriedades dos cabos usados neste capítulo	154
Tabela 5.3 – Frequências naturais para o Cabo de Guaratuba	155
Tabela 5.4 – Comparativo Experimental x Numérico para cabo com L = 53,40 m	161
Tabela 5.5 – Comparativo Experimental x Numérico para cabo com L = 30,93 m	161

#### APÊNDICE A

Tabela A.1 – Resumo dos dados do ensaio	204
---	-----

# CAPÍTULO 1

## INTRODUÇÃO

### 1.1 Generalidades

A dinâmica de cabos condutores de linhas de transmissão elétrica tem sido estudada por muitos anos, pois as vibrações mecânicas sofridas podem causar danos não somente aos cabos, mas também às estruturas e acessórios instalados nas linhas. Essas vibrações podem fazer oscilar estruturas e componentes e são induzidas mais comumente pela ação dos ventos. A consequência principal é o aparecimento de danos por fadiga dos fios de alumínio do condutor, quase sempre em pontos imediatamente anteriores às suas inserções nos suportes de suspensão ou ancoragem em função de tensões alternadas adicionais às aquelas previstas no projeto. Assim, a vida útil dessas linhas está relacionada com essas vibrações e com os níveis de sua amplitude e frequência. Em linhas de transmissão convencionais, um ou mais amortecedores são instalados no condutor visando minimizar as amplitudes causadas pelas vibrações eólicas. Esse problema vem sendo estudado em várias partes do mundo, com soluções e aplicações das mais variadas possíveis. Isso tem permitido o aumento das dimensões dos cabos e do carregamento mecânico dessas linhas com consequente aumento do transporte de energia e da vida útil dos condutores e acessórios. Para tanto, considera-se também, a constante necessidade de melhoria das ferramentas de projeto, simulação e validação dos modelos computacionais, que visem, em uma primeira instância, a redução de custos desses novos projetos e recapacitações de linhas existentes.

As oscilações de maiores amplitudes ocorrem em função de ventos mais fortes (ou rajadas) em cabos singelos ou em feixes de condutores (*bundle*), ou também devido ao acúmulo de gelo em

regiões mais frias, como as estudadas em outros países. No Brasil as linhas de transmissão estão sujeitas, mais comumente, as vibrações devidas a ventos de menor intensidade. Em determinadas regiões, ventos mais fortes podem também provocar oscilações com maiores amplitudes (com mais de um diâmetro do cabo), o que se considera como oscilações de grandes deslocamentos. Neste caso, o estudo se torna ainda mais complexo, pois para grandes deslocamentos, os efeitos de não linearidades tais como geométricas, acoplamento flexão-torção, etc..., são ainda mais relevantes no equacionamento e na formulação dos modelos computacionais.

## **1.2 Objetivos, motivação e contribuições do presente estudo**

### **1.2.1 Objetivos**

No presente estudo, os principais objetivos são:

- Desenvolver modelos numéricos para avaliar as condições vibracionais em cabos condutores de linhas de transmissão em regime permanente ou transitório.
- Realizar medições experimentais visando determinar características de amortecimento de cabos e amortecedores e medições experimentais em vãos de teste para diversos comprimentos, condições de carregamento e diferentes excitações.
- Realizar análise numérica de vibrações em cabos condutores típicos, utilizando-se do modelo de cabo e amortecedor para comparação com dados experimentais.

Para alcançar esses objetivos, a abordagem foi o estudo das vibrações em cabos condutores típicos de linhas de transmissão de alta tensão, partindo-se da equação diferencial para cabos como na teoria de viga de *Euler-Bernoulli*, no desenvolvimento de modelos com formulação linear e não linear e a introdução de parâmetros mecânicos reais identificados e ajustados por ensaios experimentais. Deve-se também avaliar os aspectos dessas vibrações para pequenos e grandes deslocamentos, considerando-se os efeitos de não linearidades e validando estes modelos para que possam ser utilizados como ferramentas de análise.

Para a análise numérica foram desenvolvidos alguns códigos computacionais de identificação por métodos descritos nos capítulos 3 e 4, visando à utilização de modelos na análise dinâmica linear e não linear. Dois códigos mais relevantes foram desenvolvidos, o primeiro com base na formulação linear para cabo de transmissão, chamado de *MODVIB*, e o segundo com base na formulação não linear, chamado de *ELARGE*. O primeiro foi desenvolvido em ambiente do *Matlab* e o segundo em *Fortran*.

Para as medições experimentais, foram utilizadas bancadas de ensaios automatizadas existentes e desenvolvidas paralelamente ao presente trabalho, as quais estão mostradas no capítulo 2.

Como objetivos secundários destacam-se:

- Os modelos e resultados de ensaios em cabos e acessórios, poderão ser utilizados para subsidiar as áreas de projetos de Empresas concessionárias de energia na avaliação de novas linhas, auxiliando na escolha de cabos e acessórios mais adequados ou na avaliação de recapacitação de linhas existentes em operação. Também poderão ser utilizados como ferramenta de otimização de sistemas de amortecimento (quantidade e posicionamento de amortecedores) visando minimizar os problemas já relatados sobre a ocorrência de fadiga próximo às ancoragens e suspensões.
- Aplicação dos modelos em projetos de ampacidade (*limite de carregamento em corrente com mínima catenária de segurança*), auxiliando na simulação de catenárias e tendo como parâmetros de entrada, as trações e a condição estática inicial do vão verificando-se às condições de segurança definidas por norma brasileira.

## 1.2.2 A importância e motivação para o presente estudo

O Brasil já possui milhares de quilômetros em linhas de transmissão, tanto de 69 e 138 kV, assim como, nos últimos anos, uma grande quantidade de linhas em 230 e 500 kV. Essas linhas, normalmente, alimentam inúmeras cidades e grandes consumidores de energia, que se encontram em médias e longas distâncias das fontes de produção. As fontes de produção são na maioria das vezes, as centrais hidrelétricas que tem papel preponderante na geração em nossa matriz energética. Isso ocorre devido ao grande potencial hídrico de nosso País, e se constitui em um grande diferencial em relação à maioria dos países, na obtenção de grandes quantidades de energia pelo

processo de transformação de energias renováveis. Por outro lado, os custos de implementação dessas linhas são elevados, tendo em vista não somente essas longas distâncias, mas também os custos envolvidos em projetos ambientais, indenizações de faixas de servidão a seus proprietários, grandes travessias de rios, florestas e áreas de preservação ambiental.

A ocorrência de ventos mais fortes, mais comum do que em épocas anteriores, produzem carregamentos elevados nos cabos, acessórios e estruturas. Para esses casos, os riscos maiores são de ruptura dos cabos por aumento expressivo nas tensões em torres de ancoragem e em torres de suspensão. Rupturas de cabos ou quedas de torres significam um elevado custo no atendimento emergencial, custos diretos, que podem ser da ordem de R\$ 500 mil reais (fonte: área de projeto de linhas da COPEL – Companhia de Energia do Paraná) em linhas de 230 ou 500 kV com interrupções de, por exemplo, 5 a 6 horas, com agravante nos horários de pico de demanda. Isso não considerando os aspectos sociais de tal ocorrência, que às vezes deixam grandes cidades sem energia por várias horas com custos indiretos incomensuráveis à sociedade.

Por outro lado, ventos fracos ou moderados, com maiores ocorrências no País fazem com que os cabos sejam excitados por vibrações em frequências normalmente da ordem de 5 a 60 Hz, dependendo do diâmetro do cabo e do comprimento dos vãos e, constitui-se no principal mecanismo de falha por fadiga nos fios que compõem os principais condutores das linhas aéreas de transmissão. As falhas podem ocorrer após longo tempo de operação das linhas, principalmente nas mais velhas, às vezes até desprotegidas ou protegidas de forma não adequada com sistemas de amortecimento menos eficientes com respostas menos adequadas às hoje necessárias. Ocorrências deste tipo podem, portanto, causar ruptura dos fios dos cabos e levar o mesmo até o rompimento total com a queda de um ou mais trechos da linha. Os custos diretos também montam a mesma ordem de grandeza como colocado anteriormente, porém a interrupção do fornecimento não atribuída a motivo de força maior poderá ser agravada com a aplicação de multas pelo órgão de regulação, que podem chegar a valores da ordem de um ou mais milhões de reais, dependendo da linha, do contrato e de sua localização.

Outro aspecto a ser considerado, é o da utilização do presente estudo conjuntamente com os projetos de determinação dos limites de correntes operacionais em linhas de transmissão (Ampacidade). Tais projetos visam prioritariamente o monitoramento e a definição do carregamento máximo da linha, de modo que os cabos não atinjam as distâncias mínimas de segurança definidas pelas normas. Em função das variações de temperatura dos locais ou vãos críticos e das correntes de operação dessas linhas, é possível determinar o aumento do comprimento dos cabos e a consequente diminuição da tração dos mesmos nos vãos a serem analisados. Isso gera diretamente um aumento da catenária no vão crítico diminuindo a distância de segurança cabo/solo. Portanto,

esses modelos, aliados a estudos de carregamento elétrico e limites operacionais, podem avaliar os incrementos de catenárias, por meio da variação da tração imposta aos vãos ou tramos correspondentes.

O último aspecto a ser considerado é o desenvolvimento e a pesquisa em projetos chamados de “*trações elevadas*”, com poucas aplicações no mundo e ainda nenhuma no País. Isso significa aumentar as trações impostas às linhas, visando à suspensão dos cabos com o consequente aumento da segurança operacional (aliado ao projeto de ampacidade), mas principalmente, permitindo o incremento de temperaturas e correntes de transmissão com a catenária atingindo o mesmo ponto de segurança permitido para a distância cabo/solo, porém, com maiores potências de transmissão. Os projetos de elevação das trações requerem novos estudos de vibrações nos cabos (principalmente pelos aspectos dos mecanismos da fadiga) e também nos sistemas de amortecimento, pois trações mais elevadas (normalmente de 20 a 22% nos projetos atuais, podendo chegar a valores de 30% da tração de ruptura desses cabos) fazem com que se alterem as respostas dos condutores com relação às distribuições de frequência e modos de vibração, para os mesmos ventos previstos, além dos carregamentos em torres de ancoragem. Maiores potências transmitidas, significam novas linhas com maior relação transmissão/custo, ou a postergação de investimentos devido à recapitação de linhas existentes. Como exemplo, uma linha de 500 kV com 300 km de extensão, com incremento da ordem de 10% em sua potência transmitida, pode representar a postergação de investimentos da ordem R\$ 2 milhões de reais/ano (fonte: área de projeto de linhas da COPEL).

### **1.2.3 Contribuições**

A principal contribuição deste trabalho foi a validação dos modelos desenvolvidos, lineares e não lineares, aplicando-se uma metodologia mais abrangente de análise, que envolveu desde o estudo e análise modal teórico-experimental, a identificação de parâmetros modais e de amortecimento e inúmeros ensaios experimentais em vãos de teste. Isso permitiu a publicação de trabalhos internacionais em revistas qualificadas, a publicação de inúmeros trabalhos em seminários nacionais, congressos nacionais e internacionais ao longo principalmente da década de 2001 a 2010. Paralelamente, versões de projetos de pesquisa foram desenvolvidas com a COPEL (Companhia Paranaense de Energia), que, além de propiciar o próprio desenvolvimento deste trabalho, permitiu o aprimoramento de técnicas de medição, a capacitação do pessoal envolvido e o desenvolvimento de inúmeros ensaios experimentais que já estão norteando soluções para problemas em cabos e acessórios em projetos de recapitação de linhas existentes ou em novos projetos com Empresas concessionárias de energia no País.

Como contribuição dentro de uma perspectiva econômica e de mercado, destaca-se a implementação das bancadas de ensaios (descritas no capítulo 2) para a determinação de parâmetros mecânicos e medições de vibração em vãos experimentais. Com as bancadas experimentais ofereceu-se capacitação e infraestrutura, necessárias à realização de ensaios em cabos e acessórios previstos em normas brasileiras e internacionais para a maioria dos fabricantes nacionais, alguns internacionais e para a maioria das Empresas concessionárias de energia do País. Essas já permitiram também, a elaboração e execução de novos projetos de pesquisa e desenvolvimento com algumas dessas Empresas concessionárias.

### **1.3 Organização dos Capítulos**

Ao final deste capítulo, inclui-se uma revisão da literatura sobre as vibrações em cabos e acessórios no mundo e no Brasil.

O capítulo 2 deste trabalho descreve as bancadas de ensaios desenvolvidas e colocadas em operação, em função de um objetivo maior do LACTEC (Instituto de Pesquisa para o Desenvolvimento) de realizar pesquisas teórico-experimentais no Brasil, na área de cabos e acessórios, para atendimento em primeira instância à COPEL e também posteriormente a demais empresas no País e no exterior. Até então, poucos laboratórios no País possuíam infraestrutura laboratorial para a execução de ensaios e pesquisas correlatas em linhas aéreas de transmissão de energia. Portanto, neste capítulo, descrevem-se estas bancadas com suas particularidades e sistemas de controles associados, que permitiram a execução dos experimentos. Com relação a este capítulo, apresenta-se no Apêndice A, um exemplo de ensaio de fadiga, que é um dos mais completos ensaios realizados na bancada de vibrações. Também um exemplo de ensaio de tensão-deformação utilizado para a determinação do módulo de elasticidade real de cabos de transmissão, posteriormente aplicado aos modelos computacionais neste trabalho.

O capítulo 3 mostra as primeiras avaliações teóricas e experimentais que visam à execução de análise modal do cabo para os vãos experimentais existentes. Normalmente os cabos trabalham nas linhas de transmissão com 20% de sua carga de ruptura. Optou-se por elaborar os experimentos com uma carga próxima desta referência, bem como cargas inferiores e aproximadamente iguais a valores mínimos alcançados em linhas de transmissão. A análise modal é realizada a partir de uma análise teórica dada pelas equações analíticas para os diversos modos de vibrar, por meio de modelo linear ajustado e pela identificação de parâmetros modais com base em dados experimentais medidos nos vãos de 13, 30 e 65 metros.

O capítulo 4 descreve os estudos e medições realizadas nas bancadas experimentais, com avaliação teórico-experimental do auto-amortecimento do cabo. Utilizando-se de ferramentas computacionais e técnicas de ajuste e identificação, a partir dos dados experimentais obtêm-se os parâmetros de amortecimento utilizando-se de diversos métodos disponíveis na literatura, tais como o método para um grau de liberdade (*s dof – single degree of freedom*), método do envelope, método de identificação por matrizes reduzidas e método iterativo. Esses parâmetros foram utilizados nos modelos propostos de comportamento dinâmico não linear.

O capítulo 5 apresenta o desenvolvimento teórico e experimental com base em análise não linear e ênfase na modelagem do cabo condutor, utilizando-se do método variacional ou método da energia. A partir do equacionamento do método e da elaboração de uma modelagem não linear, foram realizados diversos experimentos com cargas em patamares diferenciados e diversos comprimentos de vão. São apresentados resultados do comportamento dos cabos, a flutuação de tração em análise transitória, funções de resposta em frequência com excitações periódica e randômica, avaliação dos efeitos de massas concentradas e resultados da ação do vento na resposta dinâmica com e sem amortecedores. A modelagem dos amortecedores utilizada foi uma modelagem linear incorporada ao modelo não linear do cabo visando validar alguns resultados experimentais obtidos com o conjunto cabo/amortecedor. Outros experimentos foram realizados, simulados e comparados com os resultados experimentais.

## 1.4 Revisão da Literatura

### 1.4.1 Histórico

No estudo de vibrações de linhas de transmissão (Tsui, 1990) são encontradas inúmeras teorias. A questão é que teoria seria a mais adequada. Propondo responder esta questão, considera-se inicialmente o cabo como sendo uniforme e elástico, e em seguida considera-se que a tensão do cabo é maior do que a componente de flutuação de tensão durante o processo vibracional. Segundo este mesmo autor, a dinâmica de cabos condutores tornou-se um importante tema para o desenvolvimento da matemática e da mecânica, e que segundo Routh (1892), já relatava que as equações diferenciais utilizadas para modelar o fenômeno de movimento no plano de uma catenária eram não lineares e que desafiavam uma solução exata. Como consequência disso, teorias aproximadas proliferaram, resultando em diversos tipos de soluções. O estudo de frequências naturais e modos de vibração em cadeias e cabos suspensos tem sido assunto de considerável

interesse durante vários anos (West et al., 1975; Henghold et al., 1977; Tsui, 1990). Um dos primeiros trabalhos foi divulgado por Rohrs (1851), quando o mesmo tratou das equações do movimento com modos simétricos, estudando as não linearidades geométricas e obtendo uma solução aproximada de uma cadeia e cabos na horizontal. Mais tarde, Routh (1892) adota uma melhor condição para a solução de uma cadeia quando permitiu uma distribuição de massa variando ao longo do comprimento da mesma, onde esta teria a forma de um cicloide. Pugsley (1949) desenvolve uma teoria simples e aproximada que conduziria a expressões explícitas e empíricas, para as frequências naturais de cadeias suspensas. Guiado por resultados de alguns experimentos de oscilações elementares, Pugsley (1949) também apresenta uma teoria aproximada para as oscilações e compara com os resultados obtidos por Routh (1892) para uma cadeia cicloidal. No mesmo trabalho, Pugsley (1949) desenvolve formulas semi-empíricas para as três primeiras frequências naturais e compara com resultados experimentais. Saxon e Cahn (1953) apresentam uma solução assintótica para as equações do movimento linearizada para uma cadeia vibrando com pequena amplitude no plano de uma catenária em configuração de equilíbrio. Goodey (1961) avalia o mesmo problema como feito por Saxon e Cahn (1953), mas utilizando-se de diferente formulação.

Até então, todos impuseram a mesma geometria para uma catenária inextensível, e nenhuma dessas teorias pôde satisfatoriamente chegar a uma solução para os modos verticais simétricos para uma catenária elástica. Esse problema persistiu por mais cem anos até que uma teoria linear correta considerou os efeitos da geometria e elasticidade dos cabos, formulada por Simpson (1966). Claren e Diana (1969) comentam que as análises para filamentos tensionados teriam sido feitas por muitos autores, mas com um sistema genericamente simplificado onde a rigidez flexural e o amortecimento eram ignorados. Estes autores assumem, portanto, uma rigidez flexural constante e uma tensão ao longo do cabo, porém ignorando o amortecimento. Os pesquisadores Irvine e Caughey (1974) já consideram os efeitos elásticos e desenvolvem uma teoria linear para as vibrações livres de um cabo uniforme suspenso horizontalmente com relações de catenária/vão de 1:8 ou menos. West, Geschwindner e Suhoski (1975) desenvolvem uma técnica numérica que trata o cabo composto por um número finito de pequenas barras conectadas por pinos lisos limitados ao movimento no plano. Seus resultados indicaram faixas de transição modal para pequenas relações de catenária/vão e também relatam sobre discrepâncias previamente mencionadas sobre a assumida inextensibilidade do cabo bem como determinaram as frequências naturais para um cabo elástico suspenso. Segundo estes mesmos autores, as equações não lineares do movimento para vibrações livres foram deduzidas e linearizadas, e cujos resultados para as frequências e modos associados consideravam pequenas oscilações sobre a configuração de equilíbrio. Um importante trabalho do Comitê número 22 do CIGRE (1970) relata principalmente sobre as intensidades de vibração, suas causas, o cálculo

das vibrações eólicas em vãos livres e, conclui sobre a necessidade de se considerar o auto-amortecimento e sua dependência com a tração nos problemas de vibrações. Outros trabalhos como do EPRI (1979), descrevem sobre a mecânica do movimento dos condutores, as vibrações eólicas advindas do vento, o auto-amortecimento, amortecedores, os métodos de proteção, feixes de cabos, *galloping* e oscilações induzidas por esteira. O trabalho do Comitê número 22 do CIGRE (1989) define e descreve sobre principais tipos de oscilação em cabos condutores simples e feixes de cabos, sobre as características das vibrações, a energia de entrada do vento, o auto-amortecimento e os métodos de medição para os cabos, oscilações induzidas e o problema de *galloping* (oscilações de grande amplitude em feixes de cabos). Descreve também sobre os efeitos da tração, da turbulência e amortecedores na redução de amplitude em vãos livres de linhas de transmissão. Luongo, Rega e Vestroni (1982) trabalham com um modelo elástico não linear com dois graus de liberdade e consideram em suas análises os efeitos de não linearidades para o movimento livre de cabos suspensos. Desai, Shah, Popplewell e Datta (1989) deduzem um modelo para um único vão de linha de transmissão usando funções de interpolação na direção longitudinal. Esse modelo inclui acoplamento entre os movimentos de translação e movimentos torsionais para um condutor levemente recoberto com gelo visando o estudo do *galloping*. Gopalan (1993) trabalha com ensaios em bancada com vão de trinta metros ou mais, utilizando excitador eletrodinâmico conectado próximo ao terminal do vão, que aumenta a rigidez do vão no ponto de conexão, afetando as características dinâmicas dos ensaios. Por isso, dizia que uma simulação mais exata do movimento do condutor seria essencial. Buckner (1992) avalia os problemas de vibrações eólicas em cabos condutores com medições de campo e os chamados “gravadores modernos” instalados nos grampos de suspensão cuja medição em distâncias recomendadas já permitia avaliar e determinar a expectativa de vida útil dos condutores. Ewins (1994) publica livro sobre análise modal, teoria e prática, constituindo-se como referência até hoje neste tipo de análise. CIGRE (1995) publica um guia para medição de vibrações em linhas aéreas contendo os mecanismos de fadiga em cabos, limites de fadiga e procedimentos de medição de vibração e avaliação dessas medições. Friswell e al.(1995, 1998), começam a trabalhar com técnicas de identificação e métodos de convergência utilizando modelos reduzidos e métodos iterativos. Costello (1997) publica livro sobre a teoria de fios encordados, que se constitui em uma das principais referências dos diversos trabalhos relacionados na bibliografia, bem como para o presente trabalho. Outros trabalhos foram publicados nos últimos vinte anos, principalmente com relação à identificação de parâmetros de amortecimento em cabos condutores e amortecedores, que constam como referências nos tópicos seguintes deste capítulo e no capítulo 4. Demais trabalhos também do mesmo período, constam como referências no capítulo 5 correspondente à análise não linear de cabos e acessórios em linhas de transmissão.

No Brasil, os estudos de vibrações em cabos e acessórios iniciam-se na década de oitenta, com um trabalho publicado por Ripper Neto (1981), que trata os diversos tipos de ensaios mecânicos em componentes de linhas de transmissão, tais como: carregamento, características dinâmicas e fadiga de amortecedores, ensaios em isoladores de suspensão, fluência, amortecimento próprio entre outros. Azevedo et al.(1987) trabalham no desenvolvimento de equipamento para medição de vibração eólica em condutores de linhas de transmissão e Oliveira (1989), publica revisão das metodologias usadas na previsão de vibrações em linhas de transmissão. Na década de noventa, os estudos tornam-se mais intensos, com a publicação do livro “Projetos Mecânicos das Linhas Aéreas de Transmissão” de Labegalini et al.(1992), que se constitui até os dias atuais como referência dos projetistas de linhas de transmissão. Demais trabalhos em seminários, congressos e periódicos, são verificados, como o trabalho de Oliveira e Freire (1994), que trata da modelagem e análise da dinâmica de condutores simples sobre o efeito de vibrações. Torres et al. (1994), apresentam artigo e Torres (1994) dissertação de mestrado sobre a medição do amortecimento próprio em cabos de linhas aéreas de transmissão utilizando trens de ondas progressivas. Teodoro e MacConnell (1994) publicam artigo sobre a estimativa de amortecimento para linha de transmissão com multi-vãos e no mesmo ano Teodoro (1994) publica tese sobre a resposta dinâmica de cabo suportado por um sistema absorvedor que reduz a magnitude do *galloping* e o pico de impacto do carregamento que age na linha. Herek (1997) defende tese sobre a construção de uma bancada de ensaios mecânicos e a implementação do primeiro ensaio de fluência de cabos com altas temperaturas. Barbieri, Herek e Souza Jr. (1999b) publicam trabalho sobre sistema de ensaios automatizados em cabos de linhas de transmissão. Outros trabalhos nesta mesma bancada de ensaios mecânicos são publicados por Souza Jr, Barbieri e Kapp (1999). Barbieri, N. e R., e Souza Jr. (1999a), publicam o primeiro trabalho sobre o comportamento dinâmico de linha de transmissão, onde apresentam uma modelagem dinâmica linear para cabos condutores, cujo comportamento próprio e excitado é avaliado por elementos finitos, com resultados teóricos confrontados com os cálculos numéricos e medições experimentais. Barbieri, N. e R. e Souza Jr, O. (2001b), publicam outro trabalho sobre a análise dinâmica de sistemas mecânicos (cabos), porém trabalham com amortecimento estrutural e com modelos reduzidos na obtenção de matrizes de massa e rigidez, por meio de métodos de redução estática, melhorado e iterativo melhorado (que são descritos e analisados no Capítulo 4). Furtado e al. (2003) publicam trabalho sobre um diagnóstico do estado da arte em vibração eólica de linhas aéreas de transmissão. As pesquisas, medições e inspeções de campo em linhas em operação da Cemig (Centrais Elétricas de Minas Gerais) e em vãos experimentais, permitiram o desenvolvimento e a utilização de esquemas de proteção adequados possibilitando o controle de danos em linha de transmissão. Um guia do CIGRE Brasil (2003), pelo

Comitê de estudos número *B2*, avalia o comportamento mecânico de condutores e acessórios, e apresenta um guia para medições de vibração em linhas aéreas e avaliação dessas medições. Barbieri, N. e R. e Souza Jr, O.H. (2003) publicam trabalho sobre a estimativa de amortecimento estrutural em cabos de linhas de transmissão. Mannala (2004) e Mannala e al.(2005) investigam os parâmetros mecânicos em cabos condutores com temperaturas elevadas (comparando cabos novos e usados) e sua influência em projetos de linhas de transmissão. Menezes (2005) analisa a resposta dinâmica de feixes de cabos submetidos à excitação do vento e apresenta método de análise. Afonso e al.(2009) apresentam estudo técnico e econômico para aumento da carga de tração de cabos condutores de linhas de transmissão, em feixe expandido, onde avaliam a possibilidade de aumento desta carga de maior duração nos condutores. Esses autores também avaliam o comportamento dinâmico do feixe e de um sistema de proteção contra as oscilações de sub-vãos e vibrações eólicas.

## 1.4.2 Vibrações em Cabos Suspensos

Oscilações mecânicas podem ocorrer em linhas de transmissão sendo que os tipos mais importantes são relacionados pelo CIGRE (1989) e CEPEL (1996): vibrações eólicas em condutor simples ou feixe, oscilação de sub-vão em feixes de condutores ou *galloping* em condutor simples ou feixes de condutores.

Os diferentes mecanismos de transferência de energia, as configurações do movimento, as frequências e amplitudes de vibração e os diferentes efeitos sobre os acessórios dessas linhas fazem a distinção destes diferentes tipos de oscilações.

As vibrações eólicas ocorrem com ventos fracos a moderados com frequência acima de 3 Hz até 120 Hz (CIGRE, 1970) e velocidades de 0.5 a 10m/s, e caracterizam-se por pequenas amplitudes que normalmente não excedem o diâmetro do condutor. Produzem flexões alternadas de pequenas amplitudes, porém que resultam em deformações específicas elevadas nos pontos de suspensão e ancoragem do condutor podendo levar o mesmo à ruptura por fadiga (CIGRE, 1995; Hanson, 1976; Tuton et. al., 1976; Ramey et al.,1981; Buckner et al., 1983; McGill et al., 1986; Cloutier et al., 1988; CEPEL, 1996).

As oscilações de sub-vãos são restritas a linhas de transmissão com feixe de condutores, e ocorrem principalmente com ventos médios a fortes com frequências mais baixas variando de 0.2 a 10 Hz e velocidades do vento de 4 a 18m/s. São também chamadas de oscilações induzidas “por esteira” (CIGRE, 1970; Claren et al., 1974; Mohajery et al., 1977; Oliveira, 1989) e caracterizam-se por descrever órbitas elípticas e chegar a amplitudes da ordem de vinte vezes o diâmetro do

condutor. Podem ficar restritas a um único sub-vão ou a um determinado número de sub-vãos adjacentes.

O *galloping* (Nariboli et al., 1988; Desai, 1989; Bradbury, 1975; Tsui, 1978; EPRI, 1979; Nigol et al., 1981; Biswas et al., 1987; CEPEL, 1996) ocorre com ventos médios a fortes com baixas frequências de 0.1 a 3 Hz e velocidades de vento de 6 a 25m/s em regiões frias, em função do gelo acumulado nos cabos (Desai et al., 1989), que torna o perfil de sua seção transversal assimétrico, provocando um comportamento aerodinâmico imprevisível. Caracteriza-se principalmente por apresentar grandes amplitudes de cinco a trezentos diâmetros do condutor e pode desenvolver movimentos com elevadas cargas dinâmicas nos condutores e estruturas. As consequências nesse caso podem ser muito graves, podendo até destruir uma linha de transmissão.

### 1.4.3 Características da Vibração Eólica

As vibrações eólicas não são facilmente detectáveis junto às linhas de transmissão, pois as amplitudes são pequenas e normalmente inferiores ao diâmetro do condutor. Estas podem ser detectadas (CIGRE, 1989) por ruído, vibrações das estruturas ou observação visual.

Às vezes essas vibrações não são verificadas e a ocorrência de dano pode acontecer sob forma de perda de componentes da linha, ruptura de fios ou até mesmo rompimento do condutor completo.

Portanto, o principal problema que se apresenta no caso de vibrações eólicas é determinar o comportamento dessas vibrações (modos e frequências naturais). Inúmeros trabalhos são encontrados na literatura (Simpson, 1972; Haskew et al., 1993; Oliveira et al., 1994; Roussel, 1976; Hardy et al., 1980; Claren et al., 1969; CIGRE, 1970; West et al., 1975; Henghold et al., 1977; Irvine, 1978; Broglio et al., 1981; Luongo et al., 1982; Tsui, 1982; Diana et al., 1982; Rawlins, 1983; Alt et al., 1984; Azevedo et al., 1987; Tsui, 1988; CIGRÉ, 1989; Tsui, 1990; CEPEL, 1996) e diversos tratamentos são dados no sentido de determinar o movimento correspondente a essas vibrações, visando não só conhecer os fatores que contribuem para o seu aparecimento mas também de como atuar sobre as mesmas de maneira a evitar os danos possíveis por elas causados. Neste sentido, é necessário que se conheça de que modo essas vibrações são induzidas pelo vento, a capacidade de auto-amortecimento dos cabos condutores bem como a dos dispositivos amortecedores em suas várias combinações.

### 1.4.3.1 Descrição Matemática

Uma linha aérea de transmissão com seus condutores, grampos, isoladores e torres, constitui-se em um conjunto integrado, e cujo modelo matemático normalmente não preenche todos os requisitos reais para a simulação. É necessário fazer simplificações que podem variar de acordo com o problema específico a ser estudado. A ferramenta matemática pela qual se pode estudar a vibração de um cabo em um vão livre é relativamente simples. Em uma primeira aproximação, usa-se a equação da corda vibrante (CIGRE, 1970):

$$m \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - P \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad (1.1)$$

sendo:

$m$  - a massa por unidade de comprimento no condutor;

$P$  - a tração do no condutor;

$w$  - amplitude de vibração;

$x$  - posição da corda;

$t$  - tempo em segundos.

Um parâmetro fundamental que pode ser derivado da equação da corda é a velocidade longitudinal da onda (Santos e Almeida, 1988; CIGRE, 1970, 1989):

$$V_{tr} = \sqrt{\frac{P}{m}} \quad (1.2)$$

A equação diferencial pode ser modificada pela introdução de termos levando-se em conta a rigidez flexional e o amortecimento. Esses dois parâmetros em condutores reais, são de natureza complexa e cujos termos são apenas aproximações. Mencionou-se até aqui somente a influência da rigidez flexional sobre a velocidade longitudinal da onda, como fornecida na seguinte equação (CIGRE, 1970):

$$V'_{tr} \approx V_{tr} \left( 1 + \frac{(\omega^2 \cdot m \cdot E \cdot I)}{2 \cdot P^2} \right) \quad (1.3)$$

sendo:

$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$  a frequência angular e  $f$  a frequência;

$E \cdot I$  - a rigidez flexional do condutor;

Pode-se observar que a velocidade longitudinal da onda aumenta com a rigidez flexional e com a frequência. O efeito de amortecimento do condutor é a redução da velocidade da onda, porém, é tão pequeno que pode ser desprezado nos casos práticos.

A solução exata da equação da corda vibrante pode ser efetuada por diferentes métodos, todos equivalentes:

- o método dos modos principais;
- o método da propagação de ondas, incluindo o uso de analogias eletromecânicas.

As influências da rigidez, amortecimento e gravidade resultam em alterações nas frequências naturais de um vão. A expressão exata para o cálculo das frequências naturais é:

$$fn = \left( \frac{n}{2.L} \right) Vtr \quad (1.4)$$

sendo:

$fn$  - a frequência;

$L$  - o comprimento do vão;

$Vtr$  - a velocidade de propagação da onda;

$n = 1,2,3,\dots$

Em trabalho do CIGRE (1989), as equações são apresentadas considerando-se a rigidez flexural da seguinte forma:

$$m \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - P \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = 0 \quad (1.5)$$

### 1.4.3.2 Origem hidrodinâmica das vibrações eólicas

A faixa de frequência das vibrações eólicas é de 3 a 120 Hz (CIGRÉ, 1989). Tem sido aceito que a causa da vibração eólica é a esteira de vórtices periódicos, chamado vórtice de *Von Karman*. As pesquisas neste campo foram desenvolvidas por *Von Karman e Strouhal*, que encontrou a seguinte relação empírica da frequência do vórtice para um cilindro em um fluxo de fluido (Diana, 1968; CIGRE, 1970; Claren et al., 1974; CIGRÉ, 1989; Meynen et al., 2005):

$$fs = S \cdot \left( \frac{Vs}{D} \right) \quad (1.6)$$

sendo:

$V_s$  - a velocidade de *Strouhal* para o vento;

$D$  - o diâmetro do cabo condutor;

$S$  - o número de *Strouhal* que varia de 0.18 a 0.22 dependendo da superfície externa do cabo.

Esta relação vem sendo normalmente utilizada para um cilindro fixo com  $S=0.19$ . A separação entre as frequências naturais de um cabo condutor num vão típico de linha de transmissão é sempre muito pequena, da ordem de 0.2Hz, assim, em qualquer velocidade do vento na faixa já mencionada de 0.5 a 10m/s existirá coincidência entre a frequência dos vórtices e uma das frequências naturais do cabo. A vibração ressonante tende a manter-se na frequência natural excitada inicialmente e o movimento transversal do condutor passa a governar o desprendimento dos vórtices mesmo que haja uma pequena variação na velocidade do vento. As amplitudes pico-a-pico dessas vibrações podem ultrapassar o diâmetro do cabo. Podem-se também encontrar vários modos de vibração com distâncias entre os nós que variam de alguns centímetros a trinta metros. Os níveis de vibração podem ser quantificados pelas amplitudes nos anti-nós, ou pelo ângulo entre a posição máxima e mínima do cabo em vibração na sua inserção com o suporte para um determinado vão, ou pela amplitude da flexão medida a 89 mm do primeiro ponto de contato do cabo com sua fixação, ou pela deformação na altura da fixação, ou pela tensão mecânica nessa região (CIGRE, 1995; Cardou et al., 1993; Buckner et al., 1968; CEPTEL, 1996).

Em função do alto custo e da inconveniência de se resolver problemas de vibrações em linhas de transmissão que já tenham sido colocadas em operação, é de grande interesse prever as vibrações e tomar as medidas necessárias com antecedência. Essa previsão pode ser feita a partir de um enfoque determinístico ou aleatório (Krishnasamy, 1985). No enfoque determinístico a previsão é realizada por balanço de energia entre a energia fornecida pelo vento ao cabo e a energia dissipada pelo cabo e pelos demais elementos da linha (CIGRE, 1989). A dissipação de energia vibratória no cabo ocorre por atrito entre as superfícies deslizantes dos fios em contato, que é normalmente o responsável pela maior parcela da energia dissipada, do atrito interno do material dos fios e pelo atrito do cabo com o ar (Torres, 1994). O parâmetro preponderante para o controle da vibração eólica, de forma a suprimir a sua ocorrência, é a tração mecânica do condutor na linha. O amortecimento próprio do condutor varia inversamente com a carga de tração, por isso, a tração deve ser tão baixa quanto economicamente viável. Com cargas de tração reduzidas, a dissipação é suficientemente elevada para que as vibrações não atinjam níveis perigosos.

### 1.4.3.3 Energia transferida ao condutor pelo vento

Muitos pesquisadores estudaram sobre a energia do vento em um condutor de modo a obter uma expressão que quantificasse a mesma. Existem muitas expressões empíricas disponíveis, sendo que a mais utilizada apresenta-se da seguinte forma (Oliveira et al., 1994; CIGRE, 1970; CIGRE, 1989; Meynen et al., 2005):

$$\frac{P_w}{f^3 \cdot D^4} = fnc(Y/D) \quad (1.7)$$

sendo:

$P_w$ - a potência do vento (*Power Wind*) em watts;

$f$  - a frequência (Hz);

$D$  - o diâmetro do cabo em m;

$Y$  - a amplitude nos anti-nós em m;

$fnc$  – função de  $Y/D$ .

Esta potência introduzida pelo vento deve ser comparada com a potência dissipada pelo cabo ou pelo conjunto cabo/amortecedor, visando à verificação da faixa operacional do conjunto, onde essas potências se equilibram.

### 1.4.4 Vibrações em Sub-Vãos

Em uma linha de transmissão com fases compostas de feixes de cabos, as características são substancialmente modificadas em relação a um sistema composto de fases com únicos condutores (CIGRE, 1970). Essas características podem ser classificadas de duas maneiras:

- modificação da resposta do sistema e dos possíveis modos de vibração;
- modificação do fluxo de ar ao redor dos condutores que resulta em alteração da potência de entrada do vento no sistema.

Essas duas modificações indicadas tendem a reduzir o nível de vibração e a duração da mesma. Experiências realizadas com este tipo de solução mostram redução do nível de vibração em aproximadamente 50% e redução em sua duração em 20%. Para feixes com mais de dois condutores a tendência de redução torna-se ainda maior.

### 1.4.4.1 Equação para a Força e Energia em um cilindro

Resultados de experiências mostram as relações para determinar a amplitude da força vertical que age em um cilindro ( $F_0$ ).

O valor do pico dessa força ( $F_0$ ) é dado pela expressão (Claren et al., 1974; Diana et al., 1990):

$$F_0 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot L \cdot \left(\frac{V_S}{2}\right) \cdot C_{sr} \quad (1.8)$$

sendo:

$\rho$  - a densidade do ar;

$D$  - o diâmetro do cilindro;

$L$  - o comprimento do cilindro e;

$C_{sr} = C_s \cdot r^2$  ( $C_s$  é coeficiente de sustentação e  $C_{sr}$  o coeficiente de sustentação para  $V_S$ ) e  $r = V/V_S$  (velocidade do vento e velocidade *Strouhal*).

A equação da energia de entrada para um ciclo é dada por:

$$E = F_0 \cdot U \cdot \pi \cdot \text{sen}(\varphi) \quad (1.9)$$

sendo:

$\varphi$  - o ângulo de fase entre  $F_0$  e  $U$ ;

$U$  - a velocidade de fundo ou velocidade do escoamento.

Verifica-se que a energia introduzida pelo vento para pequenas amplitudes de vibração é maior para  $r = 1$ , e quando as amplitudes aumentam, o valor de  $r$  tem de aumentar de modo a se obter máxima energia de entrada.

A máxima potência por unidade de comprimento  $P_w$  já definida anteriormente pode ser também medida em um feixe de condutores, e observa-se que os valores de  $P_w$  são maiores à medida que os valores de  $Y_0/D$  variam de 0.01 a 1.0.

Os diversos experimentos também mostraram que a relação  $I/D$ , do espaçamento horizontal entre os condutores dividido pelo diâmetro dos mesmos, cujos valores são de 8 a 16 normalmente encontrados em linhas de transmissão, podem absorver quase o dobro de energia do que um condutor simples com amplitudes de vibração de até  $0.3 \cdot D$  (SALTEE'96, 1996).

A mobilidade desses feixes de condutores colocados em linhas de transmissão permite o desenvolvimento de acessórios especiais (Simpson, 1972; Mohajery et al., 1977; Moore, 1978), entre os quais os dispositivos espaçadores, que podem ser rígidos ou com amortecedores, que mantêm os cabos de cada fase a uma distância ótima de projeto e melhoram as condições de estabilidade do feixe. A vibração nos condutores provocada pelo vento obriga o uso desses espaçadores rígidos ou com amortecedores de maneira a reduzir substancialmente as solicitações dos cabos a níveis compatíveis com o projeto. Essas oscilações de sub-vão ocorrem quando da presença de um cabo na esteira de outro (Claren et al., 1974). Como já colocado anteriormente, os cabos assumem movimento elíptico em antifase na direção predominantemente horizontal. Essas oscilações são de baixa incidência, exigindo tempos mais longos de observação, bem como podem ocorrer em posições intermediárias dos vãos, cuja proteção, feita por dispositivos apropriados, é dificultada em função do acesso ao mesmo. Tais fatores geram a necessidade de testes que permitem a avaliação da eficiência do amortecimento de forma mais prática.

A influência dos espaçadores dinâmicos no controle de vibração em feixe de condutores foi largamente verificada em trabalhos experimentais com espaçadores articulados com e sem amortecimento, com vibrações induzidas por vento e por chuva (Hardy et al., 1980). Mostra-se que a baixa rigidez desses dispositivos é desejada, mas que a capacidade de amortecimento não é imprescindível na atenuação de oscilações em sub-vãos.

### **1.4.5 Vibrações por *Galloping***

Existe um consenso entre os pesquisadores da área, de que o *galloping* é o resultado de uma instabilidade aerodinâmica de cabos recobertos com gelo, sendo mais recorrente em países com maior incidência de neve nas linhas aéreas de transmissão. Essa instabilidade pode ser definida em termos de propriedades aerodinâmicas mensuráveis e de características mecânicas do sistema. As oscilações de *galloping* podem causar curto entre as fases, que podem provocar vários danos e distúrbios elétricos ao circuito de transmissão. *Galloping* pode também causar danos por impacto nos isoladores, suportes e componentes de torres (Teodoro, 1994).

O fenômeno do *galloping* é altamente complexo por causa de sua não linearidade, dependência de geometria, carregamentos aerodinâmicos e amplitudes de vibração que podem também causar interações entre os vários modos de vibração e entre os vãos adjacentes e seus respectivos suportes (Teodoro, 1994). Visando estabelecer um mecanismo básico de *galloping* em cabos, pesquisadores apresentaram diversas teorias que tentam explicar o fenômeno. Os últimos dois mecanismos que foram introduzidos pela literatura são: a teoria torsional de *Den Hartog*, que

argumenta que as instabilidades ocorrem quando o valor absoluto do coeficiente de sustentação é maior que o coeficiente de arraste. Ruedy (1948) propôs que o movimento torsional é uma parte integrante do fenômeno de *galloping* e que seu acoplamento com o movimento de translado é responsável por muitos casos de vibrações de grandes amplitudes. Ruedy, 1948 e Cheers, 1950, sugerem que os deslocamentos torsionais tem um efeito considerável na instabilidade dos condutores durante a fase inicial das vibrações. Nigol e Buchan (1981) concluíram que o mecanismo de *Den Hartog* não é a causa de “*galloping*”, e que esta seria causada por um mecanismo de autoexcitação torsional. Sua teoria torsional sugere que o *galloping* é causado por oscilações torsionais induzidas pelo vento em um condutor coberto por gelo que gera forças aerodinâmicas verticais. McConnell e Zemke (1980) também estudaram as propriedades do acoplamento axial-torsional de condutores de alumínio reforçados. Portanto, o efeito desse acoplamento estudado por alguns autores, sugere que o mesmo possa ajudar na tentativa de explanação do mecanismo torsional que aparece no controle do *galloping*. Um modelo desenvolvido por Nariboli e MacConnel (1988) estuda os efeitos de curvatura e de alongamento e limitou-se a dedução das equações básicas para um corpo unidimensional inicialmente curvado levando-se em conta as deformações axiais e transversais. MacConnel e Chang (1986) usaram simulação numérica para estudar os efeitos das propriedades axial-torsional acopladas em cabos dinâmicos. Os resultados da simulação foram confrontados com o modelo de mola tão bem conhecido como um problema clássico e com experimentos em uma catenária de fio delgado. Eles concluíram que os movimentos verticais podem ser induzidos mecanicamente por movimentos torsionais de um cabo com a ausência de fluxo de ar. Reciprocamente mostram que o movimento vertical pode induzir um movimento torsional.

Dispositivos tais como pêndulos têm sido usados para o controle do *galloping*. Esses dispositivos têm sido experimentados em campo por muitos fabricantes de cabos. Os dados de desempenho têm sido verificados e mostram as capacidades dos mesmos no controle do *galloping* (CEPEL, 1996).

A maioria dos trabalhos internacionais recentes refere-se às análises de cabos com espaçadores amortecedores, ou seja, feixes de cabos, focando o problema do *galloping*, que é um problema, como dito anteriormente, de maior recorrência em países frios com incidência de neve.

Macdonald e al., 2008a, analisaram o *galloping* em cabos inclinados e outras estruturas delgadas. Um modelo completo com forças aerodinâmicas quase-permanentes com dois graus de liberdade foi desenvolvido e permite orientações arbitrárias na velocidade de fluxo, nas vibrações não amortecidas no plano relativo de eixos em um cilindro e na variação nos coeficiente de força com o número de *Reynolds* e ângulos relativos. Um tratamento analítico para o problema de

autovalores leva a uma expressão explícita para a taxa mínima de amortecimento estrutural necessário para prevenir o *galloping* em sistemas com dois graus de liberdade. Os mesmos autores, Macdonald e al., 2008b, mostram que para um pequeno percentual de dissintonia das frequências naturais, o amortecimento estrutural necessário para prevenir vibrações por *galloping* tendem para soluções desacopladas para sistemas com simples grau de liberdade, entretanto, o acoplamento pode causar trajetórias elípticas no movimento dos cabos.

Luongo e al. (2009) analisaram o efeito do ângulo de torção em cabos suspensos por meio de modelos não lineares para *galloping*, em cabos com pequena relação catenária/vão (1/10), e as equações clássicas para cabos perfeitamente flexíveis com dois graus de liberdade. Concluem que enquanto a rigidez à flexão não afeta significativamente a dinâmica da translação, em contraste, contribui na torção quando os momentos torsor e de flexão são acoplados no equilíbrio. Trabalho publicado por Dyke e Laneville (2008) apresenta estudo de *galloping* e a introdução de dispositivo no cabo com uma seção em  $D$ , e verifica-se neste estudo uma forte influência na redução da amplitude do *galloping*.

### **1.4.6 Auto-amortecimento de Cabos Condutores**

As duas principais fontes de amortecimento em um condutor normal tensionado são (Labegalini et al., 1992): o amortecimento material, ou seja, a dissipação de energia na matéria sólida dentro do próprio condutor e o atrito de *Coulomb* entre as superfícies deslizantes em contato. Várias investigações têm indicado que o amortecimento material é pequeno, em comparação com o do atrito de deslizamento. Experimentos têm mostrado que o aumento do deslizamento entre os fios sempre leva a um aumento de dissipação de energia, em tal proporção que a influência do amortecimento material tem sido comprovadamente pequena. Embora o verdadeiro mecanismo do amortecimento por deslizamento ainda não seja claramente conhecido, o mesmo está evidentemente relacionado com as deformações dinâmicas ocorridas sobre os fios individualmente. Essas deformações dependem da deformação do cabo, do atrito nas interfaces e da pressão entre os fios, que depende da geometria do cabo e da tensão. Na prática, as seguintes considerações são importantes:

- não há relação entre a resistência básica do condutor e o auto-amortecimento. Portanto, qualquer recomendação baseada em porcentagens da resistência básica é válida somente para condutores de geometria semelhantes e com os mesmos valores de resistência básica por unidade de área de seção reta;

- para uma dada geometria de condutor uma variação na tração afetará a dissipação de energia em função da variação do comprimento de onda (para uma dada frequência ou velocidade do vento).

O amortecimento próprio de um condutor (Torres et al.,1994; Torres, 1994; CIGRE, 1970; Seppa, 1970; CIGRE, 1978; Claren et al., 1991; CIGRE, 1989; Noiseux, 1992) pode ser obtido a partir de ensaios em vãos internos de laboratórios, cujos resultados são apresentados na forma de potência dissipada pelo condutor por unidade de comprimento ( $P_c/L$ ), em função da amplitude e da frequência de vibração, para uma determinada força de tração no condutor (Torres et al., 1994 e Torres, 1994):

$$P_c / L = \frac{k.(Y^L.f^m)}{P^n} \quad (1.10)$$

sendo:

$k$ ,  $L$ ,  $m$  e  $n$  - os coeficientes determinados experimentalmente;

$P$  - a tração no condutor;

$f$  e  $Y$  - a frequência e a amplitude de vibração.

Utilizando-se também do uso do Princípio do Balanço de Energia (*EBP*), pode-se determinar o autoamortecimento de um cabo condutor. Entretanto, essa determinação torna-se uma tarefa difícil face ao pequeno amortecimento presente em condutores. Existem muitos métodos disponíveis para medir a energia dissipada por um cabo vibrando em um modo principal. Esses podem ser divididos em dois grupos principais (CIGRE, 1978): *o método das vibrações livres e o método das vibrações forçadas*.

No método das *vibrações livres*, a vibração do cabo em seu modo principal pode ser observada somente com a ausência de excitação forçada, ou seja, o condutor é excitado em seu modo fundamental e em determinado instante é retirada a excitação até que a vibração dos outros modos seja atenuada a valores insignificantes. A energia dissipada é então medida por meio do decremento da vibração no modo fundamental. Os resultados podem ser fortemente influenciados pela técnica utilizada na retirada da força de excitação que pode causar um distúrbio adicional no condutor causando outros modos de vibração, por essas razões o método deve ser evitado.

O método de *vibrações forçadas* pode ser subdividido em dois: o primeiro é o método *da potência dissipada* em que o condutor é forçado a vibrar senoidalmente em sua frequência de ressonância, utilizando-se de um excitador eletrodinâmico, e a potência de entrada no sistema é determinada diretamente pelo produto da força excitadora pela velocidade correspondente no ponto de aplicação da força. Essa potência representa a potência dissipada pelo condutor proveniente de

outras dissipações que deverão ser também medidas, como resistência do ar, impedância do excitador, atrito no medidor de deslocamento entre outras, as quais são da mesma ordem que as perdas no cabo, em especial para vãos curtos da ordem de 30 m. Por isso, para este método é importante que o vão seja longo da ordem de 50 m. O segundo método de vibrações forçadas é o método da *onda estacionária*, (*Standing Wave Testing* – EPRI, 1979) na qual a potência transferida pelo excitador para as extremidades do vão num determinado modo é deduzida pelo inverso da relação da onda estacionária, isto é, a relação das amplitudes dos nós e anti-nós e calcula-se a potência dissipada pelo condutor.

O primeiro método (método da potência dissipada) é mais simples, mais rápido e requer instrumentos menos sofisticados. É satisfatório quando as perdas nas extremidades são pequenas. Essas perdas nas extremidades podem ser determinadas por comparação das potências alimentadas para dois vãos diferentes, porém com terminações exatamente iguais. Por outro lado, quando se torna difícil ou não conveniente a mudança do comprimento do vão de teste, deve-se utilizar o método da onda estacionária, que apesar de ser demorado e requerer precauções especiais, tem a preferência de muitos pesquisadores. As amplitudes nos nós são geralmente bem pequenas, portanto, deve-se assegurar que se está medindo apenas a componente da frequência de excitação.

Gopalan (1993) apresenta em seu trabalho um novo sistema de excitação para ensaios em cabos de linhas de transmissão. Consiste no princípio de atração e repulsão de forças eletromagnéticas entre condutores paralelos, com o auxílio de uma fonte *DC* com corrente contínua em um dos cabos e outra fonte *AC* com corrente alternada no outro cabo. O controle é feito pela variação da corrente na fonte *AC*, fazendo com que o outro cabo seja excitado e os dois tenham vibrações ressonantes controladas. Isso permite que se tenha uma alternativa para a excitação eletrodinâmica prevista para os métodos acima descritos.

A potência de autoamortecimento por unidade de comprimento de um cabo ( $P_c$ ) também pode ser determinada pela expressão (CIGRE, 1989):

$$P_c / L = C.f^n.Yo^m \quad (1.11)$$

sendo:

$C$  - uma função do tipo de cabo condutor e da tração de ensaio;

$f$  - a frequência em Hz e;

$Yo$  - a amplitude da onda em m;

$n$  e  $m$  - os expoentes, que para as condições normalmente encontradas nas linhas de transmissão variam entre 4 e 5.5 e 2 e 2.5 respectivamente.

Utilizando-se do Princípio do Balanço de Energia (*EBP*), que se baseia no fato de que, para que se tenham oscilações auto-sustentáveis do condutor, a energia introduzida pelo vento ( $P_w$ -equação 1.7) seja toda dissipada pelo seu amortecimento próprio ou por outros mecanismos dissipativos que eventualmente existam na linha. Isso significa que  $P_w = P_c$ . Esta equação pode ser resolvida por meio de métodos gráficos ou iterativos, obtendo-se como resultado a amplitude de deslocamento do anti-nó em função da frequência, para uma dada força de tração no cabo condutor. A amplitude de deslocamento pode ser convertida por cálculo, no ângulo entre a posição máxima e mínima do cabo em vibração na sua inserção com o suporte, ou em tensão, ou ainda em deformação nos terminais.

### 1.4.7 Controle de Vibrações por Amortecedores

O controle das vibrações em linhas de transmissão pode ser realizado, quando o auto-amortecimento não é suficiente para tal, com a utilização de amortecedores de vibração. O desempenho dos amortecedores sobre um dado cabo condutor, incluindo o estudo de sua localização, foi investigado a partir de diversos trabalhos da literatura (Roughan et al., 1988; Richardson, 1995; Ripper Neto, 1981; Dhotarad et al., 1978; CIGRÉ, 1976; Hagedorn, 1982; Diana et al., 1987; Furtado et al., 1987; Buckner, 1992; Rawlins, 1988) por meio de ensaios e utilizando-se do princípio da conservação da energia, considerando-se o conjunto cabo condutor e amortecedor. Esses ensaios normalmente são realizados em bancadas especificamente projetadas para este fim, e cujos níveis de vibração do conjunto condutor/cabo podem ser avaliados visando à utilização desses amortecedores de modo mais apropriado nas linhas de transmissão. Sofi e Muscolino (2007) analisam a dinâmica de cabos suspensos com pequena relação catenária/vão e com amortecedores, chamados por estes de osciladores em movimento, podendo ser instalados um ou mais osciladores no vão considerado. O cabo é modelado por meio de descrição *Lagrangeana*, levando-se em conta não linearidades geométricas e assume-se que as contrações e expansões da secção transversal bem como a rigidez flexional não são consideradas. Recentemente, Hijmissen et al.(2009) estudaram o efeito da rigidez a flexão nas propriedades de amortecimento e cabos tensionados com um conjunto massa-amortecedor sintonizado, podendo este ser instalado em um ou ambos os lados da ancoragem bem como podem ser conectados em pontos intermediários específicos na parte mediana do vão. Para cabos do tipo *estai* instalados em pontes, esses pontos de fixação normalmente são próximos da ancoragem do cabo. Os autores trabalham com um parâmetro não dimensional  $a = f(EI, T e L)$  que é função da rigidez flexural  $EI$ , da tração do cabo  $T$  e do comprimento do vão  $L$ .

A limitação dos esforços estáticos e a adoção de dispositivos de fixação convenientes contribuem para baixar os níveis de vibração nas linhas, porém, os dispositivos amortecedores, cada vez mais eficientes, tem contribuído com maior eficácia na redução dos efeitos danosos das vibrações eólicas. Essa tendência de utilização de amortecedores cada vez mais eficientes justifica-se pelo fato de que esses dispositivos não somente podem ser utilizados em novos projetos como nas inúmeras linhas de transmissão já construídas e que apresentam problemas de vibrações. Sua principal função é de suprimir as vibrações eólicas nas proximidades das fixações dos cabos. A redução das vibrações reduz os níveis de esforços dinâmicos no condutor e reduz também a quantidade de energia transmitida para a estrutura ou para vãos adjacentes. É de grande importância a magnitude das forças transmitidas pelo amortecedor ao condutor, bem como seu engastamento ao mesmo, evitando-se ocorrências de falhas por fadiga junto ao ponto de engastamento de tais dispositivos.

Os tipos de amortecedores mais comuns são:

- Amortecedores tipo festão que consiste num cabo de material semelhante ao dos condutores, com comprimento entre 3 e 5 m, preso de cada lado do grampo de suspensão;
- Amortecedores de braços oscilantes, que se constitui de um braço oscilante e um anel de impacto fixado ao cabo condutor, onde o impacto de uma extremidade do braço oscilante com o anel dissipa energia;
- Amortecedores de impacto (massa-mola);
- Amortecedores torsionais e lineares;
- O mais comum e mais utilizado na maioria das linhas de transmissão, o chamado amortecedor *stockbridge*, foi desenvolvido em 1925 por *George H. Stockbridge*. Consiste numa cordoalha de fios de aço com duas massas simétricas fixadas uma em cada extremidade, conectado ao condutor por uma presilha central ou garra. Dissipa energia pelo amortecimento histerético fornecido pelo material dos fios componentes da cordoalha, e por atrito de *Coulomb*, devido à fricção entre os fios quando as massas oscilam. O amortecimento é obtido pela inércia gravitacional do movimento.

## CAPÍTULO 2

### DESCRIÇÃO DAS BANCADAS DE ENSAIOS EXPERIMENTAIS

*Artigos sobre as bancadas experimentais, desde suas construções e desenvolvimentos, assunto deste Capítulo, foram publicados por Souza Jr. e al, 1999, Barbieri et al., 1999b (“Automated testing system for overhead line cables”. *Journal of Energy Engineering*), Mannala et al., 2005.*

#### 2.1 Descrição da Bancada de Ensaios Mecânicos

A Figura 2.1 mostra esquematicamente os componentes básicos da primeira bancada de cabos condutores montada no Laboratório do Instituto de Pesquisa para o Desenvolvimento (LACTEC), bancada esta montada no final da década de noventa, com o objetivo de iniciar as atividades do laboratório de ensaios mecânicos em cabos condutores. Esta bancada é composta de um computador (1) que controla o ensaio por um *CLP – Controlador Lógico Programável* (2) e que faz a aquisição dos sinais dos sensores indutivos de deslocamento, de sete sensores de temperatura (12) e um sensor de força – célula de carga (6).

Um sistema de pré-tensionamento mecânico (15) serve para aplicar uma tensão mecânica da ordem de 5% da carga de ruptura do material, para colocação de sensores e início dos ensaios. A capacidade de tracionamento mecânico deste sistema é da ordem de 10 kN.

O conjunto (3-6) serve para controlar automaticamente a carga mecânica no cabo, usando um sistema de servomecanismo (3 e 4). O sinal elétrico de controle é proporcional à diferença entre a carga mecânica programada e a carga medida pela célula de carga (6). A capacidade de tracionamento mecânico deste sistema é 250 kN. Em caso de falta de energia somente o computador e alguns instrumentos permanecem operando com o auxílio de um “no-break”.

São utilizadas três células de carga para a gama de cabos normalmente utilizados em linhas de transmissão. Uma célula de carga de 200 kN com uma precisão de 96 N, outra célula de carga de 100 kN com precisão de 50 N, uma de 10 kN com uma precisão de 20 N.

O início dos trabalhos de pesquisa com relação a vibrações em cabos de transmissão data do início deste século, por meio de projetos de pesquisa entre o LACTEC e a COPEL (Companhia Paranaense de Energia), onde pesquisas preliminares e ensaios de vibração mostraram aos pesquisadores um futuro promissor. Portanto, iniciaram-se as medições nesse banco de ensaios, com sensores de vibração (acelerômetros) colocados ao longo de uma amostra de cabo, e cuja excitação era feita diretamente na amostra por um martelo de impacto. Os primeiros resultados eram animadores, pois a equipe conseguia medir e identificar as primeiras frequências de ressonância e iniciar o aprendizado sobre o comportamento dos primeiros cabos ensaiados. Posteriormente, iniciaram-se as primeiras medições já com um excitador eletromagnético, que será mostrado na sequência do capítulo.

Esta bancada foi, portanto, projetada para a execução de ensaios de tensão-deformação (ensaio descrito no Apêndice A), fluência, ruptura de cabos de alumínio ou com alma de aço, e foi inicialmente automatizada ao longo dessas implementações com trabalho publicado por Barbieri e al.,1999b. Atualmente, essa bancada continua com a missão do levantamento de características mecânicas de cabos e acessórios e com uma constante melhoria em sua automação.

As pesquisas de vibrações em cabos de transmissão, dentro de projetos aprovados, inicialmente se deram nessa bancada, tendo em vista o alto custo de implantação de uma nova bancada mais adequada e específica para a atuação em dinâmica de cabos condutores e acessórios. Utilizou-se, portanto dessa bancada para a realização dos primeiros ensaios de vibração em vão de 13 metros. Devido ao andamento dos projetos e os resultados obtidos, foi feita uma extensão desta para vãos superiores, de 30 e 65 metros. Porém, com a realização de ensaios mecânicos e de um mercado que se tornou promissor, já não se tinha disponibilidade para a realização de medições de vibrações, tornando-se necessária a construção da nova bancada de vibrações. Essa nova bancada foi também utilizada para o desenvolvimento e principais medições deste trabalho, e está descrita no item 2.2 deste capítulo.

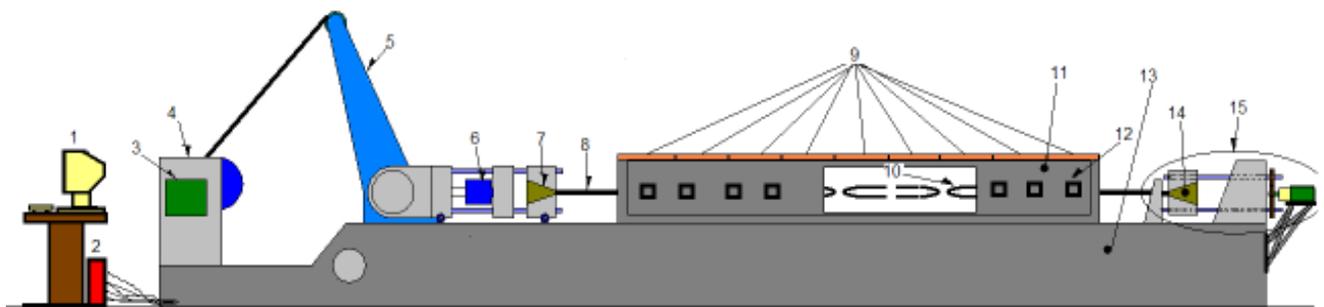


Figura 2.1 – Esquema da Bancada de Ensaios Mecânicos

Nomes das partes da Figura 2.1:

- 1 – Computador tipo *desktop*;
- 2 - Condicionador de sinal
- 3 – Servomotor com redutor menor;
- 4 – Redutor maior;
- 5 - Alavanca;
- 6 - Célula de carga de tração;
- 7 – Sistema cônico de terminação esquerdo;
- 8 – Amostra de cabo a ser testada;
- 9 – Tampa isolantes de calor para confinamento térmica da amostra;
- 10 – Resistências blindadas para aquecimento;
- 11 – Área de confinamento da amostra
- 12 - Janela de acesso para os termopares;
- 13 – Corpo de concreto armado da bancada de cabos;
- 14 - Sistema cônico de terminação direito;
- 15 – Sistema de pretensionamento inicial da amostra.

A seguir (Figura 2.2), uma foto da primeira bancada correspondente ao esquema anterior.



Figura 2.2 - Vista Geral da Bancada – vão total de 13,8m

A Figura 2.3 a seguir mostra uma foto do início das primeiras medições de vibração em cabos condutores no vão de 13 metros.



Figura 2.3 – Acelerômetros DC e Piezoelétrico

As medições nos vãos maiores iniciaram-se na extensão de 30 e 65 metros (Figuras 2.4 a 2.6), visando analisar o comportamento do cabo, haja vista que com um vão de 13 metros as frequências de ressonância são mais altas, e o comportamento do cabo não demonstra os efeitos da catenária do cabo.



Figura 2.4 - Conjunto de Tração para Extensão da Bancada de Ensaios Mecânicos



Figura 2.5 - Primeiras medições na extensão da Bancada de Ensaios Mecânicos



Figura 2.6 – Ancoragem Estendida da Bancada de Ensaios Mecânicos

## 2.2 Descrição da Bancada de Vibrações com vãos de 8 a 65 metros

Uma nova bancada de ensaios, chamada de *Bancada de Vibrações*, foi desenvolvida, projetada e implementada pela equipe de pesquisa do LACTEC, por volta de 2006, visando principalmente à atuação na linha de pesquisa de vibrações em cabos de linhas aéreas. Tornou-se possível à realização de medições mais apropriadas na fase de desenvolvimento e implementação da formulação não linear, assunto do capítulo 5 deste trabalho. Este banco também tem como objetivo a prestação de serviços em ensaios normatizados não somente pela *NBR* (norma brasileira), mas também pelas normas internacionais como *IEC* (*International Electrotechnical Commission*) e recomendações da *CIGRE* (*International Council on Large Electric Systems*) entre outros. As Figuras 2.7 e 2.8 mostram as primeiras vistas da nova bancada de vibrações, que será na sequência melhor detalhada, com seus controles e automação no que se refere à carga, varredura em frequência, enlace de controle de amplitude e medição de torção.



Figura 2.7 – Vista geral lado tração da Bancada de Vibrações



Figura 2.8 – Vista geral lado ancoragem móvel da Bancada de Vibrações

Esta bancada apresenta diversas configurações, uma delas para ensaios de vibrações em cabos ópticos (*OPGW*), cabos de alumínio, alumínio com alma de aço, amortecedores e acessórios. Pode-se realizar nesta: ensaios de varredura em frequência, ensaios de auto-amortecimento, eficiência de amortecedores, fadiga (curva de *Wöhler*), caracterização de amortecedores no que diz respeito à impedância, potência dissipada, ângulo de fase e demais parâmetros para a avaliação dos diversos tipos fabricados por empresas brasileiras e internacionais. Outras configurações também são possíveis, como para ensaios de *galloping*, ensaios em feixes de cabos, visando o atendimento do mercado de espaçadores rígidos e espaçadores amortecedores. A bancada de vibrações foi projetada, portanto, para atender esta extensa gama de ensaios e projetos de pesquisa em cabos e acessórios de linhas aéreas. Baseado em normas e com a experiência adquirida pela equipe, foram especificadas dimensões do banco e capacidades dos equipamentos como: vibrador, gerador de corrente para aquecimento do condutor, ar condicionado para condicionamento da temperatura ambiente, sistema de tração, demais equipamentos e acessórios. A seguir, apresenta-se esquema (Figura 2.9) da bancada de ensaios de vibrações.

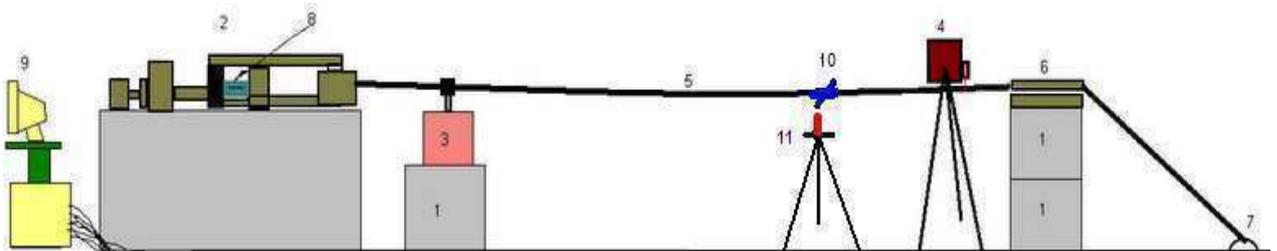


Figura 2.9 – Esquema da Bancada de Vibrações – configuração fadiga – vão 31metros

Nomes das partes da bancada (Figura 2.9):

- 1 – Blocos em concreto para rígida sustentação dos cabos e aparatos;
- 2 – Sistema de tração com fusos de esferas recirculantes e célula de carga;
- 3 – Equipamento de vibração para excitação mecânica da amostra em teste;
- 4 – Transdutor não contato para medição da vibração da amostra;
- 5 – Amostra para teste;
- 6 – Mesa de ancoragem da amostra;
- 7 – Ponto de fixação da ancoragem;
- 8 – Célula de carga;
- 9 – Aquisição e controle;
- 10 – Sistema de monitoramento de torção do condutor;
- 11 – Sensor de torção preso em tripé.

Cada conjunto de controle e suas respectivas partes serão descritos com mais detalhes a seguir.

### 2.2.1 Sistema de Controle de Tração

Apresenta-se por meio da Figura 2.10, o sistema de tração da bancada, que é composto de um conjunto de fusos de esferas recirculantes, com capacidade para 16 t nominais. Estes fusos são acionados por um servomecanismo, célula de carga de 10, 50, 100 e até 150 kN, conforme a necessidade e o tipo de cabo a ser ensaiado. Normalmente os cabos são ensaiados com carregamentos da ordem de 15 a 25% de sua carga de ruptura, com trações para as faixas de cabos ensaiados da ordem de 10 a 80 kN, podendo chegar atualmente a cargas de até 150 kN para feixes de cabos triplos e quádruplos (em desenvolvimento).



Figura 2.10 - Sistema de Tração com Fusos de Esferas Recirculantes

O Sistema é composto pelos elementos representados no diagrama de blocos do *hardware* (Figura 2.11). Toda a instrumentação é composta por equipamentos da *National Instruments e HBM(Hottinger Baldwin Messtechnik)*, sendo que a precisão do conjunto chega até 0,1%.

Todo o conjunto é calibrado e certificado pela *RBC (Rede Brasileira de Calibração)*.

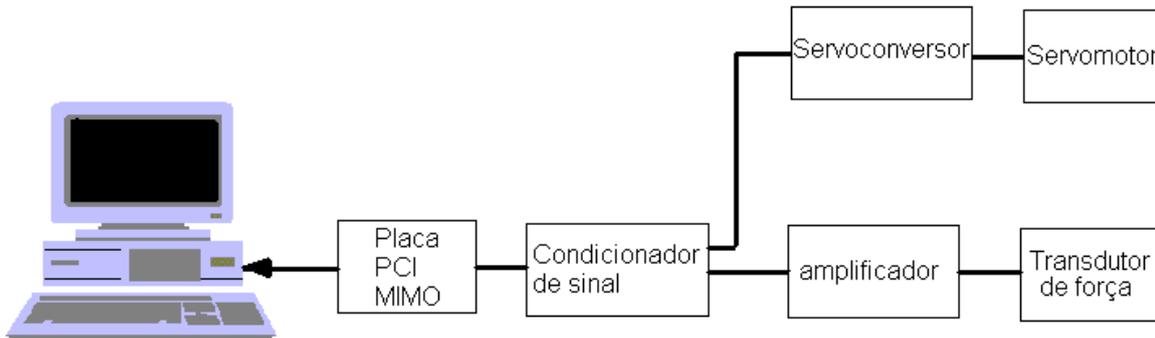


Figura 2.11: Diagrama de Blocos Geral do Sistema de Tração

A seguir, uma descrição dos blocos de instrumentação:

- *CPU* (computador): central de processamento de dados;
- Placa *PCI MIMO*: é presa no barramento *PCI* do microcomputador, sendo que a placa possui múltiplas entradas e saídas. Pode adquirir até 200.000 amostras por segundo distribuídas em 15 canais com resolução de 16 bits;
- Condicionador de sinal: organiza todas as conexões de entradas e saídas de aquisições e controle do sistema. Neste caso faz aquisição do sinal analógico do amplificador e envia sinal para o servoconversor (+/- 10 V);
- Amplificador dos transdutores: amplifica e filtra os sinais vindos dos transdutores, sinais de 0-20 mV com frequência portadora de 4,8 kHz para +/- 10 VCC (HBM Manual, 1996);
- Transdutor de força: constituído de uma barra cilíndrica e uma ponte de *strain gages* colada na superfície dessa barra. Quando esta barra sofre uma deformação devido à tração da amostra, a ponte se desequilibra, gerando o sinal de medição;

- Servoconversor: equipamento que faz a alimentação do servomotor com corrente contínua conforme o sinal que lhe é enviado do condicionador de sinais. A entrada de sinal de controle é de +/- 10 V. Possui alimentação trifásica 220 VCA e também um controlador tipo *PI* (*Proporcional Integral*) que deve ter os ganhos proporcional e integral regulados para que a rotação na saída do eixo do servomotor se estabilize, sem apresentar ruídos ou oscilações. O sistema de potência é controlado por um *PWM* (*Pulse Width Module*);

- Servomotor: é alimentado em corrente contínua e está acoplado mecanicamente ao redutor. Possui *encoder* vetorial para que a malha de controle seja fechada com o servoconversor.

Os sistemas de controle descritos na sequência baseiam-se na teoria de controle descrita por Ogata (1997) e em trabalho de Zhuang (1993), que trata da sintonia de controladores *PID* (Proporcional Integral Derivativo) utilizando realimentação em malha fechada. Para este primeiro controle de carga, visa-se carregar e manter o cabo tracionado com precisão. Por meio de um *offset* (ajuste de tração), o algoritmo de controle determina o valor da saída analógica, que por sua vez envia os sinais para o servoconversor. A malha de controle de carga é atualizada a cada 0,5s (2 Hz) (Labview<sup>TM</sup> Manual, 2009). Na Figura 2.12 apresenta-se um diagrama de blocos em malha fechada do sistema de tração da bancada de vibrações.  $R_c$  é a referência da carga de ensaio.

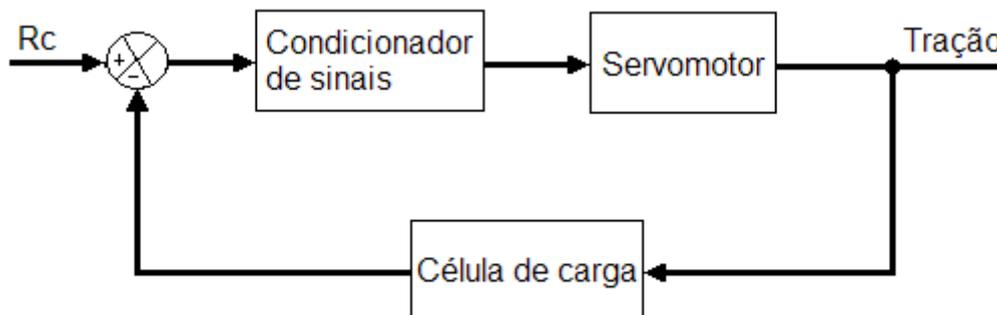


Figura 2.12: Diagrama de Blocos do Controle de Tração

## 2.2.2 Sistema de Controle de Vibrações Mecânicas

### 2.2.2.1 Sistema de Controle da Excitação

O sistema foi desenvolvido para o controle total do excitador que visa solicitar a amostra por meio de vibrações mecânicas. O controle envolve: amplitude de vibração, a frequência e a força da vibração que se submete a amostra sob ensaio. Essa amostra poderá ser além do cabo condutor,

também acessórios utilizados em linhas, tais como amortecedores de vibrações de linhas de transmissão, alças, terminais, etc. Ou seja, pode-se utilizar o excitador sem estar conectado a um cabo para a caracterização e ensaios em acessórios.

Os dois excitadores utilizados no laboratório, são da marca Gear & Watson, fabricado na Inglaterra, com as seguintes capacidades de força: 100 kgf (vide figura 2.13 – modelo *V100*) de força na forma de onda senoidal, com frequências na faixa de 0,1Hz até 4 kHz, e um segundo com capacidade de 350 kgf (G &W Manual, 2006; modelo *V350*). Esses equipamentos são alimentados por amplificadores de potência que fornecem a frequência e a amplitude de excitação conforme o sinal de entrada recebido pelo sistema de controle ou diretamente de um sinal externo. As faixas de frequências utilizadas nos cabos condutores de alumínio com alma de aço ou acessórios de linhas estão na ordem de 1 a 80 Hz, raramente chega-se a 200 Hz para alguns acessórios. Na utilização do excitador em vibrações para ensaios no vão, o mesmo é acoplado ao cabo por garra apropriada desenvolvida no laboratório (vide Figura 2.13). As distâncias de fixação da ancoragem são determinadas conforme o tipo de ensaio bem como as frequências e modos de pesquisa.



Figura 2.13 - Vista do Excitador Eletromagnético(modelo *V100*) acoplado ao cabo e do medidor de velocidade a *Laser* e célula de carga da excitação

Um gerador de sinal externo (Figura 2.14) pode ser utilizado na entrada do amplificador do excitador eletromagnético para operação com frequência e amplitude necessária. Controlando-se o ganho do amplificador tem-se a utilização do mesmo em modo manual. (G&W Manual, 2006).

Esta operação também pode ser feita por um computador que controla o excitador em modo manual em malha aberta ou em modo automático. As aplicações automatizadas exigem em sua

etapa inicial, uma pesquisa para a determinação das frequências de ressonância e modos de vibração e a escolha do ponto desejado para a operação em modo automático.

O controle é gerado por meio de um conversor digital analógico de 800 kHz com  $\pm 10$  V, placas internas a um computador tipo *desktop* (vide Figura 2.14) e com sinais condicionados por um módulo de tratamento (condicionador de sinais) de entradas e saídas. O programa contém algoritmos que determinam a geração da amplitude e frequência dos sinais de controle do excitador visando à excitação nas diversas frequências escolhidas ou em uma única frequência demandada para o ensaio a ser realizado.

O programa desenvolvido realiza a geração de sinais para excitação e as respectivas leituras de resposta dos sensores de vibração. Estes sensores são principalmente os de força de excitação e de acelerômetros de leitura de amplitudes, velocidade ou aceleração de vibração. Adicionalmente inclui-se o sensor de torção, descrito no item 2.2.2.2., desenvolvido especialmente para ensaios que requerem o controle de ruptura de fios da amostra, como por exemplo, em ensaio de fadiga (levantamento da curva de *Wöhler* - exemplo apresentado no Apêndice A). O operador visualiza o comportamento e as respostas por meio dos sinais dos sensores mencionados e ajusta manualmente os parâmetros por meio do computador. Os ensaios têm seus dados gravados em disco rígido, conforme a conveniência do operador.

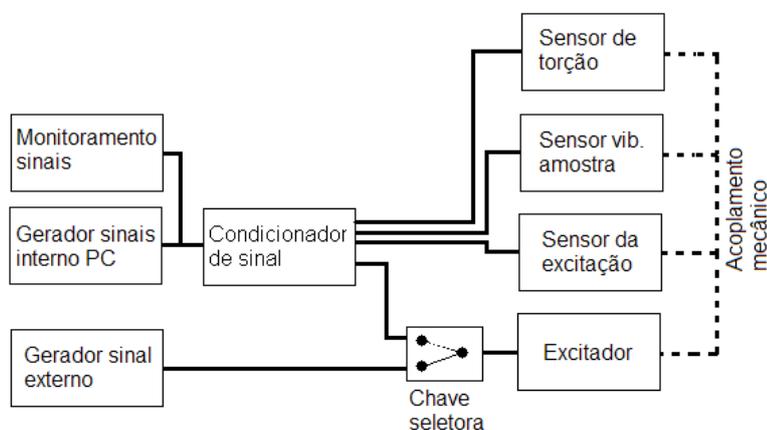


Figura 2.14 – Sistema de Controle da Excitação

### 2.2.2.2 Sistema de Monitoramento de Torção do Cabo

Este sistema de medição e monitoramento da torção do cabo visa acompanhar o valor dessa torção com o objetivo de detectar a ocorrência de fios rompidos durante o ensaio de fadiga ou também poderá ser utilizado no futuro na avaliação do ângulo de torção em estudos de acoplamento torcional em qualquer condição de carga, amplitude ou frequência submetida à amostra.

O sistema funciona da seguinte forma: o cabo sob ensaio de fadiga sofre tensões cíclicas prescritas em ponto pré-determinado que fica a 89 mm da ancoragem do grampo conforme recomendação de fadiga. Estas tensões cíclicas, dependendo do tipo de cabo e seu diâmetro, fazem com que com determinado número de ciclos os fios iniciem um processo de ruptura por fadiga. Por recomendação, uma determinada etapa do ensaio é validada se romperem três fios do condutor. Por isso, tornou-se necessário o desenvolvimento e a aplicação desse sistema de monitoramento e detecção de fios rompidos.

Quando um cabo é submetido a vibrações por meio de um excitador, com uma amplitude e frequência pré-estabelecida pela norma, ele vibra em um determinado modo. Em função de características da própria vibração do cabo, ao mesmo tempo em que ele vibra no plano, um mecanismo de acoplamento faz com que ele tenha uma variação no ângulo de torção que também depende da amplitude de vibração, da frequência de ressonância e das características do cabo, como diâmetro, número de fios etc. Aproveitando-se dessa característica, imaginou-se que além da oscilação de torção já embutido no próprio ciclo de vibração, se pudesse medir o incremento de variação desta torção após o rompimento de um dos fios do cabo condutor.

Após algum tempo de pesquisa, chegou-se a um dispositivo simples, constituído de uma asa metálica acoplada do cabo no primeiro nó de vibração mais próximo da ancoragem. Com o auxílio de um transdutor de proximidade não contato (vide Figura 2.15) foi possível detectar a variação de tensão, devido primeiramente à variação de torção do próprio cabo, mas também detectar o incremento de tensão devido ao incremento de torção imposto ao cabo após o rompimento de um ou mais fios do condutor.

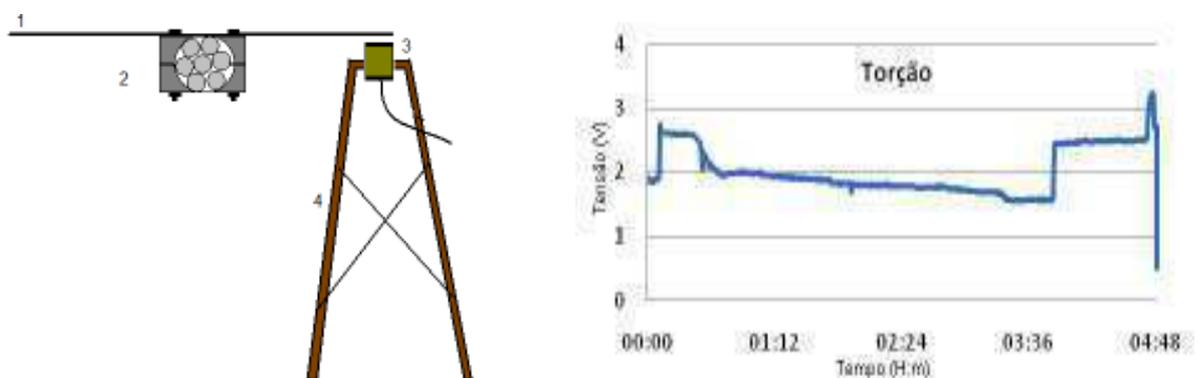


Figura 2.15 – Sistema de Monitoramento de Torção em um dos nós do cabo e curva correspondente a Tensão *versus* Tempo (para controle da Torção)

Relação das partes do sistema:

- 1 – Régua metálica;
- 2 – Bloco de conexão para o cabo;
- 3 – Sensor de proximidade (*edge current*);
- 4 – Pedestal.

Note que este aparato permite com que se tenha (em função da variação da própria vibração torcional do cabo) no nó escolhido próximo a ancoragem um ajuste de posicionamento do transdutor em relação ao braço da asa (com seu intervalo próprio de medição possível, nesse caso deste de 3 a 10 mm com tensão de 2,5 a 24 VDC) de maneira com que a própria vibração vertical e torcional do cabo não representem um valor substancial em função do limite do transdutor. Após este ajuste inicial, foram feitas pesquisas e monitoramento, provocando-se a ruptura de um os mais fios da parte externa e interna do condutor, visando à medição da variação de torção provocada por esses rompimentos. A ordem de grandeza da variação desta torção nos cabos ensaiados foi compatível com o posicionamento do transdutor bem como com o intervalo de medição do transdutor disponível. Isso permitiu o monitoramento do ângulo de torção e da detecção da ruptura em fios do cabo condutor submetido ao ensaio de fadiga. Com isso é possível detectar o rompimento de fios internos e externos de modo a cumprir os requisitos adotados pela recomendação. A torção do cabo no ensaio é monitorada todo o tempo, por meio de um sinal de tensão emitido pela saída do transdutor (Figura 2.15 – gráfico tensão *versus* tempo). Observa-se pelo gráfico o comportamento registrado no histórico, sendo que os degraus de tensão correspondem às rupturas dos fios do cabo.

### **2.2.2.3 Sistema de Controle de Amplitude, Velocidade ou Aceleração**

O sistema de controle de amplitude, velocidade ou aceleração em qualquer ponto do conjunto cabo/acessórios tem o mesmo princípio do controle de carga apresentado anteriormente. Esse foi desenvolvido com o principal objetivo de controlar qualquer grandeza medida por um dos vários sensores disponíveis (acelerômetros, sensor de proximidade (*edge current- não contato*), laser, sensores indutivos de deslocamento etc.) em ensaios que requerem o controle automatizado

de um desses parâmetros. Esse controle pode ser utilizado, por exemplo, em ensaios de caracterização de amortecedores no próprio excitador visando o levantamento da curva de impedância, potência dissipada ou ângulo de fase com velocidades constantes conforme norma. A função principal do sistema é a sua utilização no vão de ensaio com o excitador acoplado ao cabo, podendo controlar a amplitude próxima a ancoragem (lado oposto a excitação) em atendimento a critérios de norma na verificação de tensões cíclicas de fadiga ou de qualquer outra medição de parâmetro controlado em ensaios previstos para vãos de 8 a mais de 50 m. Normalmente também se utiliza deste controle de excitação, para controlar a velocidade ou a força a ser introduzida no conjunto sob ensaio. A Figura 2.13 anterior mostra, por exemplo, o excitador com uma célula de carga e um conjunto laser, realizando medições em um ensaio de auto-amortecimento, onde se tem a medição da força de excitação bem como da velocidade ou amplitude da mesma, com o objetivo de levantar as curvas solicitadas pela norma. Portanto, este sistema de controle, é utilizado em qualquer ensaio que se necessite controlar algum parâmetro vibracional automaticamente, com registro de dados e levantamento de curvas *on-line*.

O diagrama de blocos a seguir (vide Figura 2.16) mostra o controle de vibração em malha aberta, com o sensor de vibração e saída atuando diretamente no sistema de controle de excitação (descrito anteriormente). Vê-se também a entrada de um sinal do sensor de excitação, para controle do ângulo de fase (ressonância) que será descrito no item 2.2.2.4. Por meio de um algoritmo de controle especialmente desenvolvido, atua-se na amplitude do sinal que está sendo gerado, enviando-o para o sistema de controle do excitador (gerador do sinal). Com isso, a referência de amplitude, velocidade ou aceleração em qualquer ponto do sistema poderão ser mantidas próximas às referências prescritas.

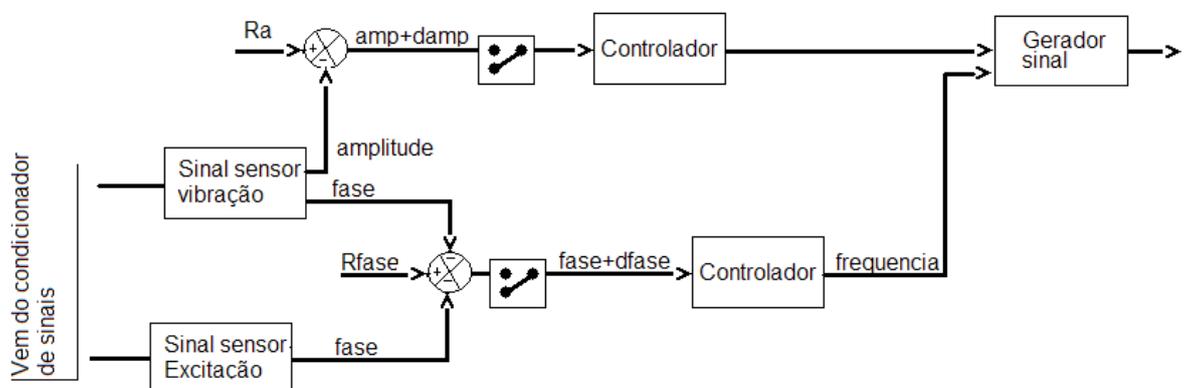


Figura 2.16 – Sistema de Controle de Vibrações e Ângulo de Fase

### 2.2.2.4 Sistema de Controle de Ângulo de Fase

Este sistema de controle de ângulo de fase (parte do diagrama de blocos da Figura 2.16) foi desenvolvido visando permitir o controle de fase e conseqüentemente o controle da ressonância, fundamental para a operação automática da bancada de ensaios em vãos variando de 8 a 65 m, uma vez que o controle de amplitude, velocidade ou aceleração descrito no item anterior, por si só, não garante à operação do ensaio principalmente os de longa duração. Não se consegue manter o sistema na ressonância por muito tempo devido às variações de temperatura ambiente e também devido ao aquecimento do cabo por atrito interno. A ressonância deve ser verificada e mantida de modo a minimizar o esforço do excitador eletromagnético, pois fora da ressonância o excitador não consegue operar o sistema devido ao elevado nível de esforço necessário. Na pesquisa inicial, relatada anteriormente, após a definição da amplitude e frequência de ressonância a qual se quer realizar o ensaio de fadiga ou outro ensaio de norma, tem-se a opção de controlar esta amplitude em qualquer ponto do sistema, porém, tem-se também que operar na frequência de ressonância mesmo que em regime manual. Isso era anteriormente feito com o controle de amplitude acionado e sem controle de ângulo de fase (até então ainda não implementado). Isso é possível, pois controlando a ressonância em malha aberta e atuando-se quando necessário no controle manual de frequência, disponível no sistema de controle do excitador, altera-se a mesma e consegue-se a manutenção do cabo em ressonância ou próximo dela. Portanto, três maneiras são possíveis sem o controle automático de ângulo de fase: uma é de certa forma visual, observando o cabo e que depende muito da experiência do operador (usada somente no início da pesquisa). Outra é acompanhando o valor de tensão do excitador, que aumenta ou diminui conforme a necessidade do sistema em manter a amplitude, velocidade ou aceleração prescrita. Para isso varia-se a frequência na casa dos centésimos de *Hertz*, e se minimiza a tensão de controle do excitador permitindo que se opere o sistema próximo da ressonância sem medir a mesma. Uma terceira forma, ainda em controle manual, sem malha fechada, é o monitoramento da força ou amplitude de excitação, e também o sinal de amplitude, velocidade ou aceleração no ponto de interesse. A referência que se toma para este controle manual é o valor da fase entre estes sinais quando da pesquisa realizada no início do ensaio, bem como a própria minimização da tensão do sistema de controle do excitador. A partir dessa fase, controla-se a mesma em malha aberta, pela variação da frequência para cima ou para baixo, mantendo-se a ressonância do sistema. Ao contrário do controle de amplitude, velocidade ou aceleração, que é bastante afetado pelas grandezas de temperatura ambiente e aquecimento do cabo, a ressonância vai se alterando ao longo do tempo, porém ainda numa faixa que permite manter o

sistema em operação. Observou-se ao longo do tempo (pela experiência da equipe do laboratório) que a ressonância varia para cima ou para baixo, de forma mais lenta, e numa faixa mais larga em relação ao valor inicialmente levantado no início do ensaio. Com isso, consegue-se manter o sistema em operação atuando de forma não muito frequente no valor da frequência visando manter o ângulo de fase o mais próximo do valor de referência. Após um período de desenvolvimento, foi possível fazer com que as medições que já estavam sendo efetuadas na excitação e no ponto de interesse, fossem controladas em malha fechada atuando-se automaticamente na frequência do excitador e mantendo-se a fase prescrita. O maior problema após a implementação desses controles, foi a avaliação dos ganhos de cada controlador para que a interferência de um controle no outro fosse minimizada. A introdução de mais esse controle em malha fechada, além dos dois já existentes tornou essa aplicação mais complicada com maior demanda de tempo em ajustes de ganhos nos algoritmos dos controladores.

Esses controles representam para o laboratório, principalmente na atuação na bancada de vibrações, um ganho muito expressivo em qualidade para os ensaios. Quando se realiza ensaio em cabos ou acessórios, em varredura ou com frequências fixas, parâmetros como temperatura ambiente, aquecimento do cabo devido ao próprio atrito interno e outros, são extremamente relevantes e fazem com que os parâmetros de controle não permaneçam nos valores prescritos para o ensaio. Um controle manual requer acompanhamento do ensaio pelo operador praticamente em tempo integral. Para ensaios de curta duração não se tem muitos problemas, porém para ensaios de longa duração isso se torna inviável e oneroso.

## CAPÍTULO 3

### DESENVOLVIMENTO TEÓRICO E EXPERIMENTAL

*Artigo sobre o assunto deste Capítulo, com a formulação linear do cabo e resultados experimentais foi publicado por Barbieri et al., 2004a (“Dynamical analysis of transmission line cables. Part 1 – Linear Theory”. Mechanical Systems and Signal Processing).*

## 3.1 Modelo Matemático e Análise Linear

### 3.1.1 Introdução

As linhas de transmissão normalmente estão sujeitas a uma grande variedade de excitações relacionadas com o meio ambiente e as condições meteorológicas (chuvas, ventos, mudanças de temperatura, etc). A vibração eólica é a maior fonte de problemas nas linhas, causando falhas por fadiga, próximo da fixação dos cabos (EPRI, 1979). Contudo os cabos são feitos de materiais altamente resistentes (cabos de alumínio com alma de aço) que podem suportar um grande número de ciclos de vibração. Aliado a esse problema, existem ainda, vibrações eletromecânicas causadas por curtos entre os cabos das linhas (Haskew et al., 1993). Esses tipos citados de vibrações motivaram o desenvolvimento deste trabalho, que se propõe a identificar os modos de vibrar do sistema e aferição de um modelo matemático para simulação do comportamento dinâmico das linhas de transmissão utilizando-se parâmetros físicos (módulo de elasticidade, coeficiente de dilatação térmica, etc) dos cabos obtidos por meio de ensaios laboratoriais (Souza Jr. et al., 1999).

Para obter os parâmetros utilizou-se inicialmente de bancada automatizada de ensaios de cabos condutores (Herek, 1997), num vão útil da ordem de 13 metros e controle dos parâmetros por

microcomputador e um sistema de aquisição e controle de carga e temperatura, com capacidade de tracionamento mecânico da amostra de até 200 KN e controle da temperatura do cabo até 150°C.

Inicialmente analisa-se o comportamento próprio do sistema com a comparação de dados experimentais e teóricos. A análise modal foi bastante investigada por Nariboli e McConnell (1988), Cheng e Perkins (1992) e Lin e Perkins (1993). Gopalan (1987,1993) investiga o comportamento dinâmico de cabos em bancadas experimentais.

Numa segunda etapa, procura-se avaliar o comportamento excitado do sistema (ver capítulo 4). Nota-se uma grande dificuldade para estabelecer um modelo para o amortecimento próprio do sistema. Alguns pesquisadores também investigaram este parâmetro. Torres (1994) desenvolveu um novo método baseado em ondas propagantes para medir esse parâmetro, embora não tenha estabelecido nenhum equacionamento para o mesmo. Yamaguchi e Adhikari (1995) avaliam o comportamento dinâmico de cabos considerando o amortecimento modal. Triantafyllou e Yue (1995) analisam o comportamento de cabos sintéticos considerando o amortecimento do sistema.

### 3.1.2 Modelo Matemático

Para a análise do efeito de vibrações em cabos condutores, o modelo físico considerado é de uma viga (*Euler-Bernoulli*) sob a ação de uma carga axial. O modelo é normalmente utilizado para avaliar o comportamento do cabo submetido à ação de um esforço externo (como por exemplo, a excitação devido ao vento) e a um esforço axial (carga para manter o cabo sob a tensão mecânica de projeto), mostrado na Figura 3.1. Considera-se assim, o efeito da carga axial e o efeito da flexão, um dos principais fatores que fazem que os cabos falhem por fadiga.

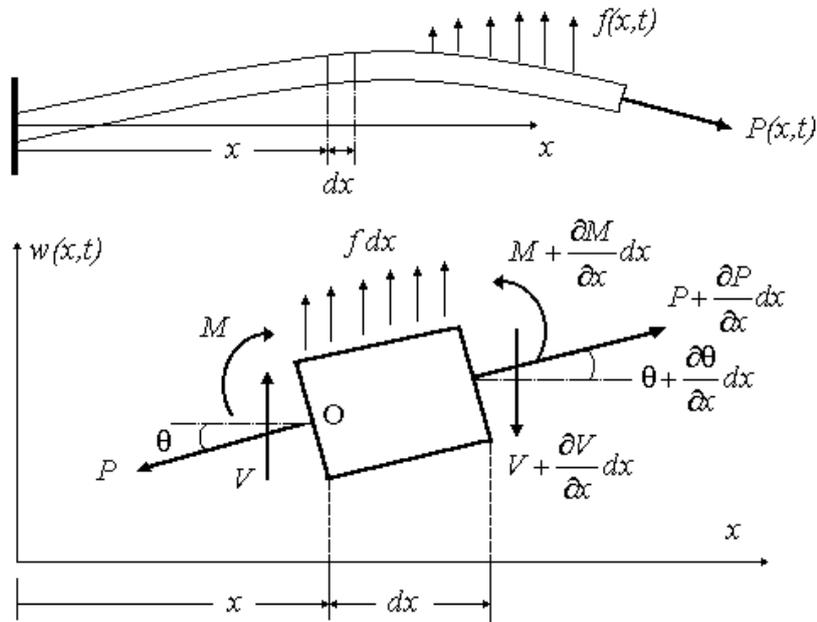


Figura 3.1 - Elemento de viga submetido a um esforço axial

sendo:

$V(x,t)$  - o esforço cortante;

$f(x,t)$  - a força externa agindo no cabo;

$P(x,t)$  - a carga axial;

$\rho$  - a massa específica;

$A(x)$  - a área da seção de corte;

$M(x,t)$  - o momento fletor;

$\theta$  - o ângulo de inclinação;

$w(x,t)$  - o deslocamento transversal do cabo.

Por meio do equilíbrio de forças na direção vertical e do equilíbrio de momentos no ponto O, e após o tratamento dessas equações, obtêm-se (Barbieri et al., 1999a; CIGRE, 1989) a equação para o cabo (equação 1.5):

$$EI \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} - P \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} + m \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (1.5)$$

sendo  $m = \rho A$  ( massa específica por unidade de comprimento)

A solução já conhecida da equação do cabo é:

$$W(x) = Y_0 \text{sen} \beta x \quad (3.1)$$

sendo  $Y_0$  a amplitude do vão livre e  $\beta$  uma das raízes imaginárias.

### 3.1.2.1 Modos e frequências naturais

Para vãos de comprimento  $L$  tem-se:

$$\text{sen} \beta L \cong 0 \quad (3.2)$$

que é uma equação para um condutor apoiado nas extremidades.

A solução de (3.2) é:

$$\beta = n\pi / L \quad (3.3)$$

com os coeficientes harmônicos  $n = 1, 2, 3, \dots, n$ .

Levando-se o valor de (3.3) em (3.2), tem-se:

$$f = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{P}{m}} \sqrt{1 + \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 \frac{EI}{P}} \quad (3.4)$$

### 3.1.2.2 Velocidade da onda

A equação (1.2) representa a expressão para as frequências próprias de uma corda esticada sem rigidez, neste caso, a velocidade da onda é:

$$V_{tr} = \sqrt{\frac{P}{m}} \quad (1.2)$$

Considerando-se a rigidez de flexão, obtêm-se de (3.4):

$$V_{tr}'' = \sqrt{\frac{P}{m}} \sqrt{1 + \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 \frac{EI}{P}} \quad (3.5)$$

### 3.1.2.3 Comprimento da onda

Usando a equação (3.4) e sabendo-se que a relação entre o comprimento de onda  $\lambda$ , o comprimento do vão  $L$  e o coeficiente harmônico  $n$  é:

$$\frac{n}{2L} = \frac{1}{\lambda} \tag{3.6}$$

Logo:

$$\lambda = \sqrt{\frac{P}{2mf^2} + \sqrt{\left(\frac{P}{2mf^2}\right)^2 + 4\pi^2\left(\frac{EI}{mf^2}\right)}} \tag{3.7}$$

Desconsiderando a rigidez flexural em (3.7):

$$\lambda = \frac{1}{f} \sqrt{P/m} \tag{3.8}$$

### 3.1.2.4 Rigidez do condutor

A rigidez é a primeira aproximação a ser feita considerando-se os fios soldados juntos. Esta rigidez é chamada  $EI_{max}$  :

$$I_{max} = \frac{N\pi d^2}{8} \left( \frac{d^2}{8} + R^2 \right) \tag{3.9}$$

$$EI_{max} = E_A \sum I_A + E_s \sum I_s \tag{3.10}$$

sendo (na Figura 3.2):

$E_A, E_s$  - o módulo de elasticidade do alumínio e do aço;

$N$  - o número de fios por camada;

$d$  - o diâmetro dos fios;

$R$  - o raio da última camada.

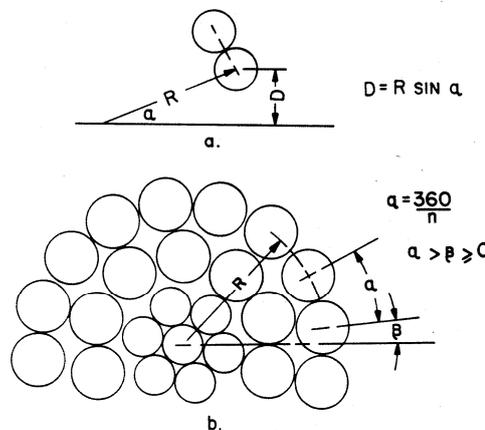


Figura 3.2 - Seção de corte generalizada de um condutor

Esta fórmula se aplica para o núcleo (fio,  $N = 1$ ,  $R = 0$ ) e para qualquer outro número de fios em uma camada do condutor exceto para  $N = 2$ , que não é encontrada em construção de condutores. Os valores para cada camada são calculados separadamente e adicionados. Se assumirmos que todos os fios atuam independentemente, o valor mínimo  $I_{min}$  é obtido por:

$$I_{min} = N \frac{d^4 \pi}{64} \quad (3.11)$$

E, separando-se o aço e o alumínio:

$$EI_{min} = \frac{\pi}{64} (E_A d_A^4 N_A + E_s d_s^4 N_s) \quad (3.12)$$

sendo:

$d_A, d_s$  - o diâmetro dos fios de alumínio e de aço;

$N_A, N_s$  - o número de fios de alumínio e de aço.

## 3.2 Solução Numérica com o MEF (Método de Elementos Finitos)

Partindo-se da equação diferencial (1.5) que representa o movimento do cabo:

$$EI \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} - P \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} = 0 \quad (1.5)$$

Para a solução numérica utiliza-se o Método dos Elementos Finitos (Zienkiewicz, 2000). O elemento finito utilizado neste trabalho é o lagrangeano cúbico com 4 (quatro) nós.

O deslocamento transversal é aproximado com:

$$w(x,t) \cong \tilde{w}(x,t) = \sum_{i=1}^n \phi_i(x) w_i(t) \quad (3.13)$$

sendo que:  $w_i(t)$  representa o deslocamento do nó  $i$ ,  $\phi_i(x)$  a função de interpolação associada ao nó  $i$  e  $n$  o número de nós.

Substituindo (3.13) em (1.5) obtêm-se:

$$EI \frac{\partial^4 \tilde{w}(x,t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 \tilde{w}(x,t)}{\partial t^2} - P \frac{\partial^2 \tilde{w}(x,t)}{\partial x^2} = \varepsilon(x,t) \quad (3.14)$$

sendo  $\varepsilon(x,t)$  é um erro cometido devido à aproximação da equação 3.13.

Usando-se o método de Galerkin (Bathe, 1996), tem-se:

$$\int_{t_1}^{t_2} \int_0^l \varepsilon(x,t) \phi_j(x) dx dt = 0 \quad (3.15)$$

sendo  $l$  o comprimento do elemento de cabo. Substituindo (3.15) em (3.14), obtêm-se:

$$\begin{aligned} & \int_{t_1}^{t_2} \left[ EI \frac{\partial^3 \tilde{w}(x,t)}{\partial x^3} \Big|_0^l - \int_0^l EI \frac{\partial^3 \tilde{w}(x,t)}{\partial x^3} \frac{\partial \phi_j(x)}{\partial x} dx + \frac{\partial^2 \tilde{w}(x,t)}{\partial x^2} \phi_j(x) \Big|_0^l \right. \\ & \left. + \int_0^l P \frac{\partial \tilde{w}(x,t)}{\partial x} \frac{\partial \phi_j(x)}{\partial x} dx + \int_0^l \rho A \frac{\partial \tilde{w}(x,t)}{\partial t^2} \phi_j(x) dx \right] dt = 0 \end{aligned} \quad (3.16)$$

Integrando novamente por partes, tem-se

$$\begin{aligned} & \int_{t_1}^{t_2} \left[ EI \frac{\partial^3 \tilde{w}(x,t)}{\partial x^3} \Big|_0^l - EI \frac{\partial^2 \tilde{w}(x,t)}{\partial x^2} \frac{\partial \phi_j(x)}{\partial x} \Big|_0^l + \int_0^l EI \frac{\partial^2 \tilde{w}(x,t)}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \phi_j(x)}{\partial x^2} dx \right. \\ & \left. + P \frac{\partial \tilde{w}(x,t)}{\partial x} \phi_j(x) \Big|_0^l + \int_0^l P \frac{\partial \tilde{w}}{\partial x} \frac{\partial \phi_j(x)}{\partial x} dx + \int_0^l \rho A \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial t^2} \phi_j(x) dx \right] dt = 0 \end{aligned} \quad (3.17)$$

Como  $\tilde{w}(x,t) = \sum_{i=1}^n \phi_i(x) w_i(t)$ , então:

$$\frac{\partial \tilde{w}}{\partial x} = \frac{\partial \phi_i(x)}{\partial x} w_i = \phi_{i,x} w_i(t) \quad (3.18)$$

$$\frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \phi_i(x)}{\partial x^2} w_i = \phi_{i,xx} w_i(t) \quad (3.19)$$

$$\text{e } \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial t^2} = \phi_i(x) \ddot{w}_i(t) \quad (3.20)$$

Substituindo (3.18), (3.19) e (3.20) em (3.17) resulta:

$$\begin{aligned}
 & \int_{t_1}^{t_2} \left\{ EI \frac{\partial^3 \tilde{w}(x,t)}{\partial x^3} \phi_j(x) \Big|_0^l - EI \frac{\partial^2 \tilde{w}(x,t)}{\partial x^2} \frac{\partial \phi_j(x)}{\partial x} \Big|_0^l + P \frac{\partial^2 \tilde{w}(x,t)}{\partial x^2} \phi_j(x) \Big|_0^l + \right. \\
 & \left. \int_0^l \left[ EI \frac{\partial^2 \phi_i(x)}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \phi_j(x)}{\partial x^2} dx + P \frac{\partial \phi_i(x)}{\partial x} \frac{\partial \phi_j(x)}{\partial x} dx \right] w_i dx + \right. \\
 & \left. \int_0^l \rho A \phi_i(x) \phi_j(x) \ddot{w}_i dx \right\} dt = 0
 \end{aligned} \tag{3.21}$$

Como a equação (3.21) é válida para qualquer intervalo  $t_1 \leq t \leq t_2$ , e será sempre satisfeita se:

$$\begin{aligned}
 & \left[ EI \frac{\partial^3 \tilde{w}(x,t)}{\partial x^3} \phi_j(x) - EI \frac{\partial^2 \tilde{w}(x,t)}{\partial x^2} \frac{\partial \phi_j(x)}{\partial x} + P \frac{\partial^2 \tilde{w}(x,t)}{\partial x^2} \phi_j(x) \right]_0^l + \\
 & [K_{ji}] w_i + [M_{ji}] \ddot{w}_i = 0
 \end{aligned} \tag{3.22}$$

ou,

$$[M_{ji}] \ddot{w}_i + [K_{ji}] w_i = f_j(x,t) \tag{3.23}$$

sendo:

$$\left[ EI \frac{\partial^3 \tilde{w}(x,t)}{\partial x^3} \phi_j(x) - EI \frac{\partial^2 \tilde{w}(x,t)}{\partial x^2} \frac{\partial \phi_j(x)}{\partial x} + P \frac{\partial^2 \tilde{w}(x,t)}{\partial x^2} \phi_j(x) \right]_0^l = -f_j(x,t) \tag{3.24}$$

$$\int_0^l \left( EI \frac{\partial^2 \phi_i(x)}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \phi_j(x)}{\partial x^2} + P \frac{\partial \phi_i(x)}{\partial x} \frac{\partial \phi_j(x)}{\partial x} \right) dx = K_{ij} \tag{3.25}$$

$$\int_0^l \rho A \phi_i(x) \phi_j(x) dx = M_{ij} \tag{3.26}$$

Usando-se o elemento lagrangeano cúbico:

$$\phi_1(\xi) = (-9\xi^3 + 9\xi^2 + \xi - 1)/16 \quad -1 \leq \xi \leq 1 \tag{3.27a}$$

$$\phi_2(\xi) = (27\xi^3 - 9\xi^2 - 27\xi + 9)/16 \tag{3.27b}$$

$$\phi_3(\xi) = (-27\xi^3 - 9\xi^2 + 27\xi + 9)/16 \tag{3.27c}$$

$$\phi_4(\xi) = (9\xi^3 + 9\xi^2 - \xi - 1)/16 \tag{3.27d}$$

Nas expressões de  $K_{ij}$  e  $M_{ij}$  aparecem com derivadas das funções de interpolação com relação a  $x$ . Usa-se a regra da cadeia para se obter estes valores, ou seja:

$$\frac{d\phi_i}{dx} = \frac{d\phi_i}{d\xi} \frac{d\xi}{dx} \quad (3.28)$$

$$\frac{d^2\phi_i}{dx^2} = \frac{d}{d\xi} \left( \frac{d\phi_i}{d\xi} \frac{d\xi}{dx} \right) \frac{d\xi}{dx} = \frac{d^2\phi_i}{d\xi^2} \left( \frac{d\xi}{dx} \right)^2 \quad (3.29)$$

ou,

$$\frac{d\phi_i}{dx} = \frac{d\phi_i}{d\xi} \frac{1}{|J|} \quad (3.30)$$

$$\frac{d^2\phi_i}{dx^2} = \left( \frac{d^2\phi_i}{d\xi^2} \right) \frac{1}{|J|^2} \quad (3.31)$$

Se os nós do elemento estão igualmente espaçados no intervalo  $0 \leq x \leq l$ , então:

$$|J| = l/2 \quad (3.32)$$

$$dx = (l/2)d\xi = |J|d\xi \quad (3.33)$$

Desta forma os elementos  $(i,j)$  das matrizes de rigidez e massa podem ser calculados como sendo:

$$K_{ij} = \int_{-1}^1 EI \left( \frac{1}{|J|^2} \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial \xi^2} \right) \left( \frac{1}{|J|^2} \frac{\partial^2 \phi_j}{\partial \xi^2} \right) |J| d\xi + \int_{-1}^1 P \left( \frac{1}{|J|} \frac{\partial \phi_i}{\partial \xi} \right) \left( \frac{1}{|J|} \frac{\partial \phi_j}{\partial \xi} \right) |J| d\xi \quad (3.34)$$

$$M_{ij} = \int_{-1}^1 \rho A \phi_i(\xi) \phi_j(\xi) |J| d\xi \quad (3.35)$$

### 3.3 Resultados Numéricos e Experimentais

#### 3.3.1 Comportamento Próprio – Análise modal com excitação impulsiva no vão experimental com 13 metros

O cabo utilizado é do tipo *ÍBIS* cujos parâmetros são: massa específica 0,8127 [kgf/m]; comprimento em torno de  $L=13$  m (dependendo da carga de tração), rigidez flexional ( $EI$ ) 11,07 N.m<sup>2</sup> (valor teórico), cujo valor real levantado a partir de ensaios é de 10,086 N.m<sup>2</sup>.

Para levantamento das frequências e identificação modal, foram colocados cinco acelerômetros em metade do vão de cabo, nas posições  $L/2$ ,  $3L/8$ ,  $L/4$ ,  $L/8$  e  $L/16$ . A excitação do sistema foi realizada por um martelo de impacto (ver Figura 3.3), provocando uma aceleração nesses sensores nas distâncias definidas a partir das extremidades. Inicialmente utilizou-se de acelerômetros *ICP* (piezoelétricos) disponíveis. Os resultados foram levantados da melhor forma possível, porém, observa-se que já nesse vão de aproximadamente 13 m, as frequências são relativamente baixas e a resposta dos acelerômetros não foram bem adequadas, tendo em vista que os mesmos tem faixa ideal segundo sua especificação, acima de 10 Hz. Entretanto os resultados apresentados, com relação às frequências identificadas podem ser considerados satisfatórios. Já com relação às amplitudes das acelerações, os sinais são passíveis de uma maior atenuação devida a relação sinal/ruído ser elevada.



Figura 3.3 – Excitação com martelo de impacto no vão 13 metros

### 3.3.1.1 Análise das frequências e modos com acelerômetros ICP

Os resultados da verificação preliminar das frequências de ressonância estão mostrados na Tabela 3.1 para diferentes valores de tração no cabo. Na solução numérica (MEF) foram utilizados doze elementos finitos e os autovalores e autovetores foram obtidos por meio de matriz de estado com uso de programa denominado *MODVIB* desenvolvido no ambiente *Matlab*. Os valores teóricos das frequências naturais foram calculados com base na equação 3.4, para quatro níveis de carga. Observa-se que, como sendo a frequência natural o valor da frequência onde ocorre o pico de amplitude. Para um ajuste adequado existe a necessidade de um método de ajuste modal. Porém, considerando-se que o amortecimento em cabos é baixo, da ordem de 5% para menos, o erro cometido pela aproximação é baixo.

**Tabela 3.1-Comparativo - Análise Teórica, pelo MEF e Experimental – com ICP**

		Frequências de Ressonância				
Tração [N]	Solução	$\omega_1$ [Hertz]	$\omega_2$ [Hertz]	$\omega_3$ [Hertz]	$\omega_4$ [Hertz]	$\omega_5$ [Hertz]
7290,0	Teórica	3,5373	7,0746	10,6119	14,1492	17,6865
	MEF	3,5374	7,0757	10,6158	14,1589	17,7073
	Experimental	3,6250	7,1870	10,7500	14,3100	17,9400
	Erro(%)	2,47	1,58	1,30	1,13	1,47
10700,0	Teórica	4,2839	8,5678	12,8517	17,1356	21,4195
	MEF	4,2842	8,5691	12,8555	17,1447	21,4387
	Experimental	4,3750	8,6870	13,0000	17,3120	21,6870
	Erro(%)	2,12	1,38	1,16	1,05	1,26
15860,0	Teórica	5,2116	10,4233	15,6349	20,8465	26,0582
	MEF	5,2117	10,4240	15,6376	20,8537	26,0746
	Experimental	5,3125	10,5625	15,8125	21,0625	26,4375
	Erro(%)	1,9	1,34	1,16	1,05	1,45
25650	Teórica	6,6233	13,2466	19,8699	26,4932	33,1165
	MEF	6,6234	13,2472	19,8721	26,4994	33,1315
	Experimental	6,6875	13,3750	20,0625	26,8100	33,5000
	Erro(%)	0,9	0,97	1	1,2	1,17
29700,0	Teórica	7,1265	14,2530	21,3795	28,5060	35,6325
	MEF	7,1266	14,2536	21,3816	28,5120	35,6473
	Experimental	7,1875	14,3750	21,5625	28,8125	36,1875
	Erro(%)	0,85	0,84	0,84	1,09	1,55

Os valores das frequências de ressonância experimentais foram medidos diretamente no analisador da *HP* de oito canais, e os valores correspondentes estão na Tabela 3.1 para os cinco níveis de cargas ensaiados. A excitação impulsiva feita por martelo de impacto foi aplicada a 30 cm da extremidade de ancoragem do lado em que foram instalados os acelerômetros. O parâmetro

medido no analisador foi o *Power Spectrum*, que apesar de não determinar a função de resposta em frequência (*FRF*), e sim as acelerações para as diversas frequências excitadas, apresentou resultados satisfatórios. Uma avaliação comparativa será feita posteriormente, com medições em módulo de resposta em frequência (*FRF*). Verifica-se que as frequências de ressonância estão bem próximas das frequências calculadas numericamente pelo programa *MODVIB*, praticamente sem erros. Já os valores das frequências teóricas se comparadas com os valores retirados dos dados experimentais apresentaram desvios da ordem de 0,84 a 2,47%. A verificação preliminar dos modos de vibrar está mostrada na Tabela 3.2, para as amplitudes normalizadas em relação à variável de maior amplitude, e foram levantados a partir dos dados do cabo tracionado com 25.650 N. Poder-se-ia calcular a partir de qualquer uma das cargas ensaiadas, já que os modos não dependem da carga de tração. A partir dos gráficos de espectro de força impulsiva, tomaram-se as amplitudes de cada acelerômetro nas frequências de ressonância, e normalizou-se o valor dessas amplitudes dividindo-se pelo máximo valor na mesma frequência.

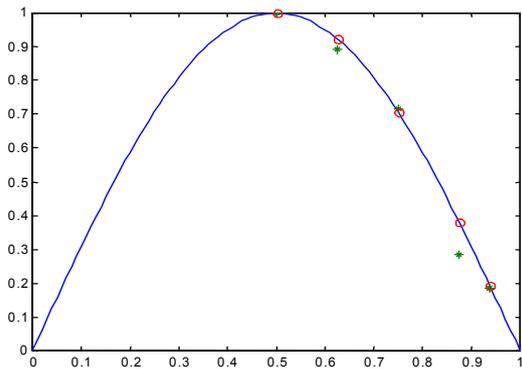
**Tabela 3.2 - Amplitudes normalizadas – com ICP**

Modo	Solução	Modos de Vibração				
		sensor 1 L/2	sensor 2 3L/8	sensor 3 L/4	sensor 4 L/8	sensor 5 L/16
1°	Teórica	1,0000	0,9239	0,7071	0,3827	0,1951
	MEF	1,0000	0,9239	0,7071	0,3827	0,1951
	Experimental	1,0000	0,8914	0,7149	0,2851	0,1855
2°	Teórica	0,0000	-0,7071	-1,0000	-0,7071	-0,3827
	MEF	0,0000	-0,7071	-1,0000	-0,7071	-0,3827
	Experimental	0,0942	-0,6848	-1,0000	-0,5580	-0,3587
3°	Teórica	-1,0000	-0,3827	0,7071	0,9239	0,5556
	MEF	-1,0000	-0,3827	0,7071	0,9239	0,5556
	Experimental	-1,0000	-0,3748	0,7400	0,8479	0,4869
4°	Teórica	0,0000	1,0000	0,0001	-1,0000	-0,7071
	MEF	0,0000	1,0000	0,0001	-1,0000	-0,7071
	Experimental	0,0153	1,0000	0,0212	-0,9729	-0,6078
5°	Teórica	1,0000	-0,3827	-0,7071	0,9239	0,8315
	MEF	1,0000	-0,3825	-0,7074	0,9237	0,8315
	Experimental	1,0000	-0,3673	-0,7128	0,9043	0,6981

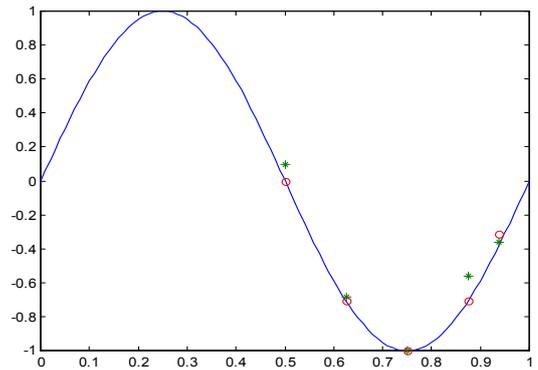
Os valores dos modos teóricos foram calculados a partir das equações 3.19, 3.20 e 3.21 para os cinco níveis de cargas ensaiadas. Os valores dos modos calculados pelo programa apresentaram

resultados praticamente iguais aos modos teóricos levantados pelas equações. As curvas dos modos de vibração (comparação do teórico, numérico e experimental) levantados a partir dos dados da Tabela 3.2, são apresentadas a seguir:

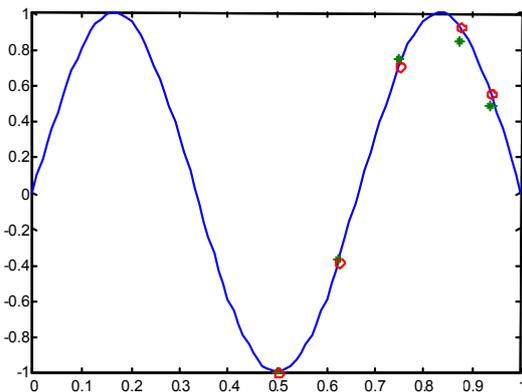
**Curvas dos modos de vibração com acelerômetros *ICP***



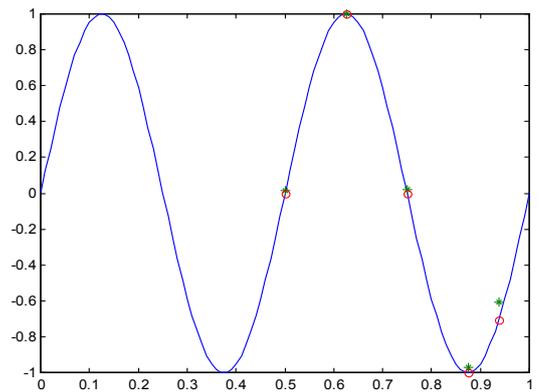
a) primeiro modo



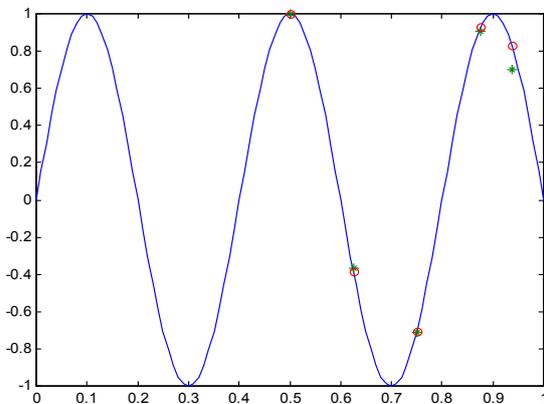
b) segundo modo



c) terceiro modo



d) quarto modo



e) quinto modo

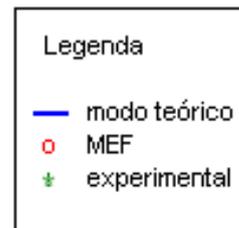


Figura 3.4 – Cinco primeiros modos de vibrar para carga de 25650 N – acelerômetros *ICP*

Verifica-se que os valores das amplitudes normalizadas dos modos experimentais levantados a partir da resposta dos acelerômetros *ICP* observados a partir da Tabela 3.2 e a partir dos gráficos da Figura 3.4, possuem diferenças mais acentuadas, pois os pontos (em \*) verdes das curvas estão fora da curva teórica (-) em azul. Os pontos vermelhos (o) representam a resposta por elementos finitos. Isso ocorre principalmente para o primeiro e segundo modos, cujas frequências mais baixas apresentam dificuldades inerentes de medição com este tipo de acelerômetro. As medições doravante foram feitas com acelerômetros *DC* (capacitivos) alimentados por um módulo de oito canais visando à obtenção de dados mais confiáveis, com melhor relação sinal/ruído e que pudessem também efetuar aquisições com frequências abaixo de 3 Hz chegando até a 0,1 Hz em vãos superiores.

### 3.3.1.2 Análise das frequências e modos com acelerômetros *DC*

Utilizando-se da mesma configuração acima quanto à instrumentação, somente trocando os acelerômetros de *ICP* para *DC*, realizaram-se novamente os ensaios de avaliação das frequências e modos de vibração ainda no vão de 13,8m, para efeito de comparação com os resultados anteriores.

Foram realizados os ensaios com cargas correspondentes a 7,29 kN, 10,7 kN e 15,86 kN, e com excitação impulsiva a aproximadamente 3,5 metros da extremidade.

Os resultados das medições com acelerômetros *DC* são apresentados abaixo na Tabela 3.3 e 3.4, e cujas frequências, modos teóricos e numéricos são os mesmos para as respectivas cargas retirados das Tabelas 3.1 e 3.2. A Figura 3.5 mostra uma vista da bancada instrumentada com acelerômetros *DC*.



Figura 3.5– Vão de 13,8m instrumentado com acelerômetros *DC*

**Tabela 3.3-Comparativo - Análise Teórica, MEF e Experimental – com DC**

Tração [N]	Solução	Frequências de Ressonância				
		$\omega_1$ [Hertz]	$\omega_2$ [Hertz]	$\omega_3$ [Hertz]	$\omega_4$ [Hertz]	$\omega_5$ [Hertz]
7290,0	Teórica	3,5373	7,0746	10,6119	14,1492	17,6865
	MEF	3,5374	7,0757	10,6158	14,1589	17,7073
	Experimental	3,6250	7,1870	10,7500	14,3750	17,9375
	Erro(%)	2,47	1,58	1,30	1,59	1,41
10700,0	Teórica	4,2839	8,5678	12,8517	17,1356	21,4195
	MEF	4,2842	8,5691	12,8555	17,1447	21,4387
	Experimental	4,3125	8,5625	12,8750	17,1875	21,5000
	Erro(%)	0,66	0,1	0,15	0,3	0,37
15860,0	Teórica	5,2116	10,4233	15,6349	20,8465	26,0582
	MEF	5,2117	10,4240	15,6376	20,8537	26,0746
	Experimental	5,2500	10,4375	15,6875	21,0000	26,1875
	Erro(%)	0,76	0,1	0,31	0,73	0,46

Os resultados levantados com os acelerômetros *DC*, com relação às frequências experimentais apresentam maior erro na primeira frequência com tração de 7290 N, com 2,47%, o mesmo erro máximo obtido com acelerômetros *ICP* (vide Tabela 3.1). Porém, os valores dos erros de uma forma geral caíram chegando a valores próximos de 0%, para cargas de 10700 e 15860 N.

Os modos de vibrar experimentais são apresentados na Tabela 3.4, e foram calculados da mesma forma, ou seja, pelas amplitudes normalizadas para cada frequência de ressonância.

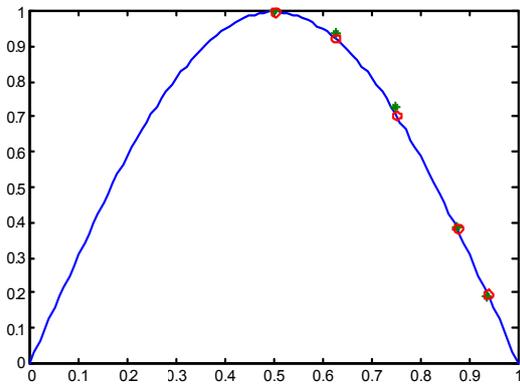
**Tabela 3.4 - Amplitudes normalizadas – com DC**

Modo	Solução	Modos de Vibração				
		sensor 1 L/2	sensor 2 3L/8	sensor 3 L/4	sensor 4 L/8	sensor 5 L/16
1°	Teórica	1,0000	0,9239	0,7071	0,3827	0,1951
	FEM	1,0000	0,9239	0,7071	0,3827	0,1951
	Experimental	1,0000	0,9349	0,7276	0,3867	0,1890
2°	Teórica	0,0000	-0,7071	-1,0000	-0,7071	-0,3827
	FEM	0,0000	-0,7071	-1,0000	-0,7071	-0,3827
	Experimental	0,0256	-0,7229	-1,0000	-0,7035	-0,3673
3°	Teórica	-1,0000	-0,3827	0,7071	0,9239	0,5556
	FEM	-1,0000	-0,3827	0,7071	0,9239	0,5556
	Experimental	-1,0000	-0,4026	0,7252	0,9526	0,5319
4°	Teórica	0,0000	1,0000	0,0001	-1,0000	-0,7071
	FEM	0,0000	1,0000	0,0001	-1,0000	-0,7071
	Experimental	0,0565	1,0000	0,0037	-0,9947	-0,6909
5°	Teórica	1,0000	-0,3827	-0,7071	0,9239	0,8315
	FEM	1,0000	-0,3825	-0,7074	0,9237	0,8315
	Experimental	1,0000	-0,3867	-0,7243	0,9814	0,8278

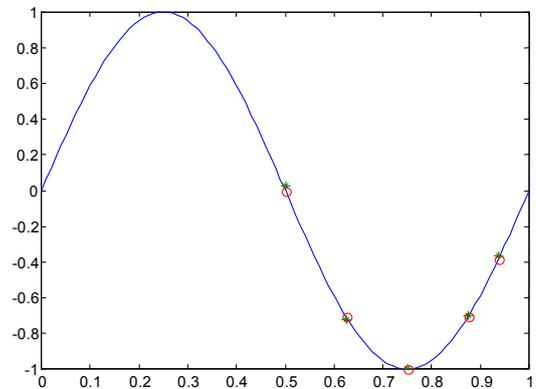
A principal diferença nas medições com acelerômetros *DC* foi em relação à resposta das curvas de aceleração mesmo em módulo de espectro de força (*Power Spectrum*), com melhor relação sinal/ruído observado principalmente em frequências mais baixas.

Os resultados dos modos constantes da Tabela 3.4 e representados pelas curvas da Figura 3.6 mostram uma melhora substancial a partir das medições com esses acelerômetros capacitivos. Verificou-se, portanto, em função dos problemas identificados, da necessidade de realizar medições em módulo de *FRF* e outros com rotinas de identificação de parâmetros que serão apresentadas na sequência do trabalho, para diversas condições de carga e tipos de excitação.

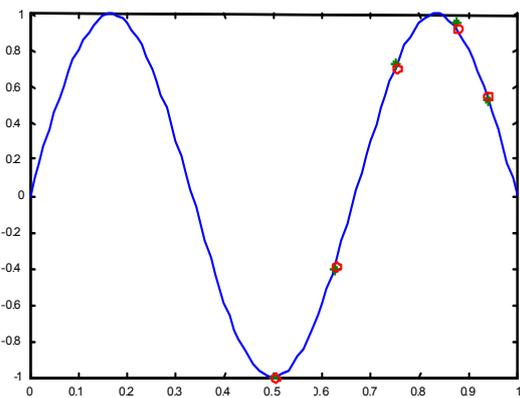
**Curvas dos modos de vibração com acelerômetros *DC* para carga de 7,29 kN**



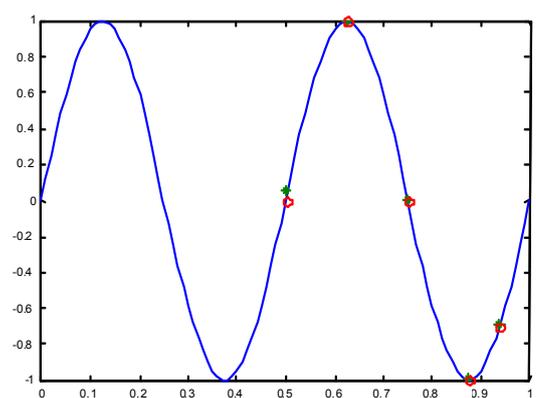
a) primeiro modo



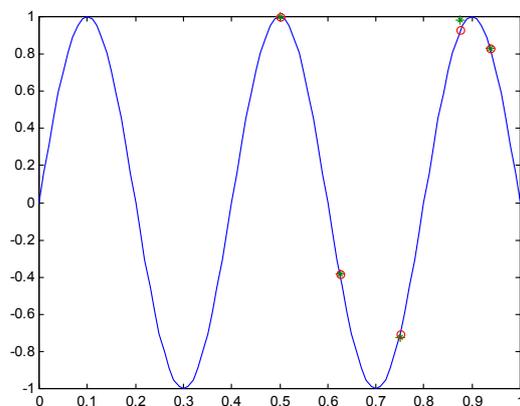
b) segundo modo



c) terceiro modo



d) quarto modo



e) quinto modo



Figura 3.6- Cinco primeiros modos de vibrar - carga 7,29 kN – acelerômetros *DC*

### 3.3.1.3 Programa de identificação de parâmetros - *SDOF*

O método utilizado para a identificação de parâmetros foi o de *amplitude de pico*, um método para um grau de liberdade (*single-degree-of-freedom* - Ewins, 1994). Este método funciona adequadamente para estruturas que exibem modos bem separados e que possuem baixo amortecimento, ou seja, o sistema é levemente amortecido e bem comportado (Maia, 1988).

É baseado na Função Resposta em Frequência (*FRF*) entre um sinal de excitação e a grandeza medida. As frequências de ressonância são obtidas nos pontos de pico e os demais parâmetros modais pelo do valor médio da potência.

Os modos de vibrar foram obtidos da equação no domínio da frequência:

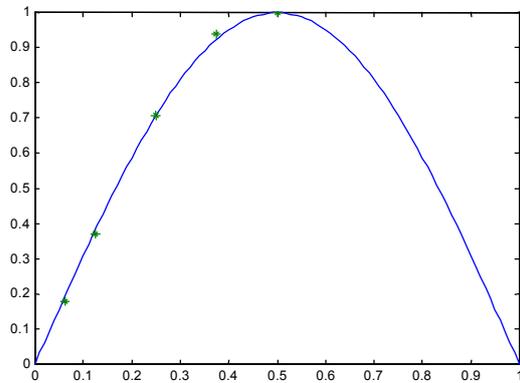
$$\begin{bmatrix} X_1(\omega) \\ \cdot \\ \cdot \\ X_n(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11}(\omega) & \cdot & \cdot & h_{1n}(\omega) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ h_{n1}(\omega) & \cdot & \cdot & h_{nn}(\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1(\omega) \\ \cdot \\ \cdot \\ F_n(\omega) \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

sendo  $\omega$  a frequência de interesse,  $X_i$  valor da variável no nó  $i$ ,  $h_{ij}$  valor da matriz de transferência para força aplicada no nó  $i$  e variável medida no nó  $j$  e  $F_i$  força aplicada no nó  $i$ .

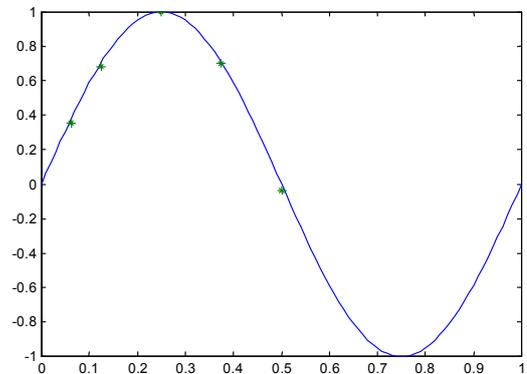
#### 3.3.1.3.1 Identificação de Parâmetros pelo programa *SDOF* para as funções de resposta em espectro de potência (*Power Spectrum - PS*) com carga de 10,7 kN e 15,86 kN – vão de 13 metros – Excitação Impulsiva

A identificação dos parâmetros modais foi realizada com medições experimentais no cabo *ÍBIS*, por meio de programa chamado *SDOF* em ambiente *Matlab*, cujos dados foram adquiridos no domínio do tempo em cinco canais de medição com acelerômetros *DC* e medição de força de excitação impulsiva. Os resultados são apresentados a seguir:

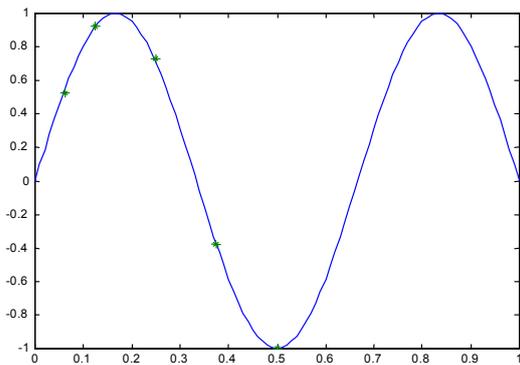
**Curvas dos modos de vibração para a carga de 10,7 kN – PS – Excitação Impulsiva**



a) primeiro modo



b) segundo modo



c) terceiro modo



Figura 3.7 – Três primeiros modos de vibrar para carga 10,7 kN – PS – Impulsiva 13 m

**Tabela 3.5-Comparativo - Análise Teórica, MEF e Experimental Identificado – PS – Excitação Impulsiva 13 metros – carga de 10,7 kN**

Tração [N]	Solução	Frequências de Ressonância				
		$\omega_1$ [Hertz]	$\omega_2$ [Hertz]	$\omega_3$ [Hertz]	$\omega_4$ [Hertz]	$\omega_5$ [Hertz]
10700	Teórica	4,2839	8,5678	12,8517	17,1356	21,4195
	MEF	4,2842	8,5691	12,8555	17,1447	21,4387
	Experimental	4,3125	8,6250	12,9062	17,2188	21,5312
	Erro(%)	0,7	0,62	0,38	0,46	0,56

**Curvas dos modos de vibração para a carga de 15,86 kN – PS – Excitação Impulsiva**

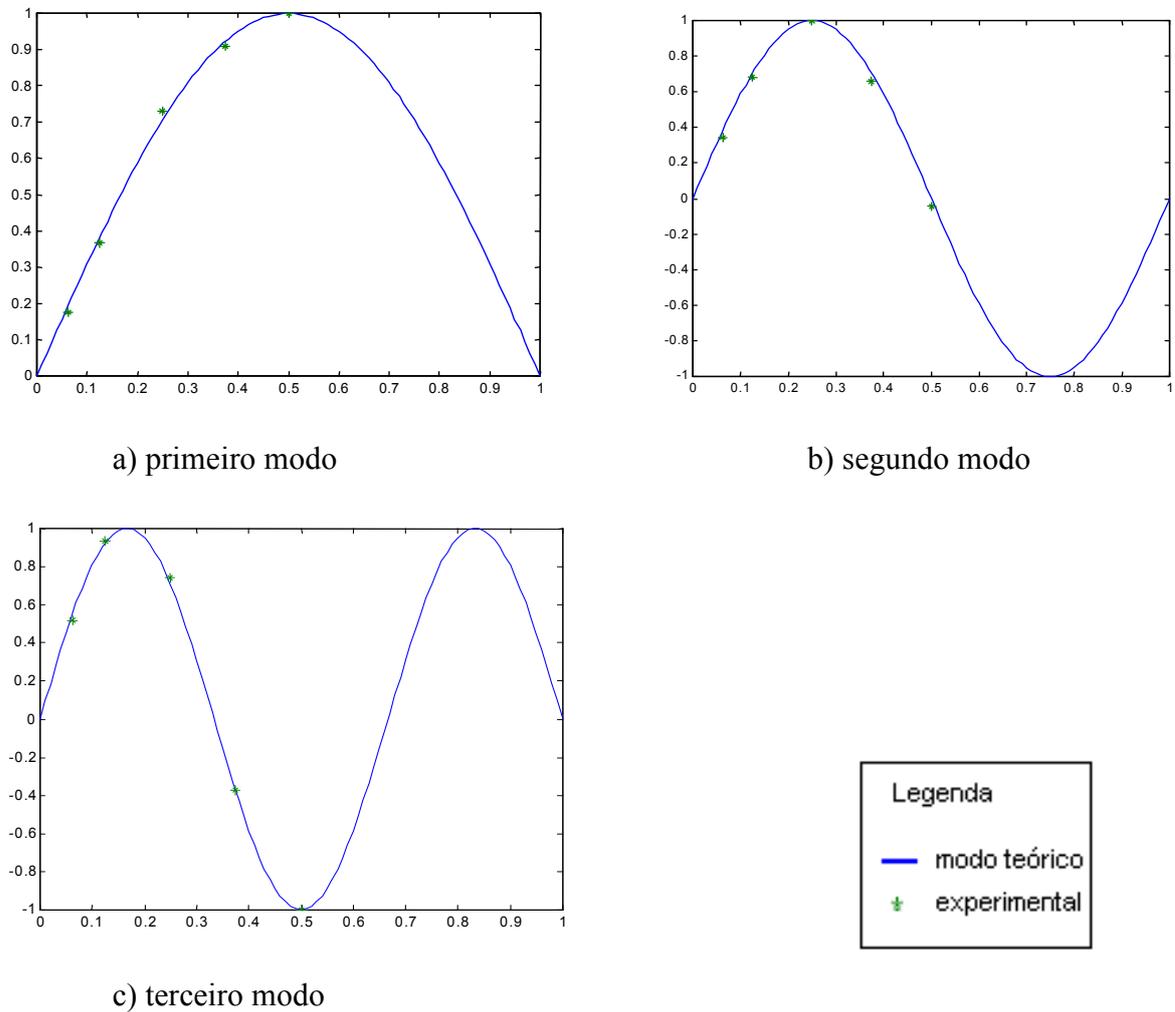


Figura 3.8 – Três primeiros modos de vibrar para carga 15,86 kN – PS – Impulsiva 13 m

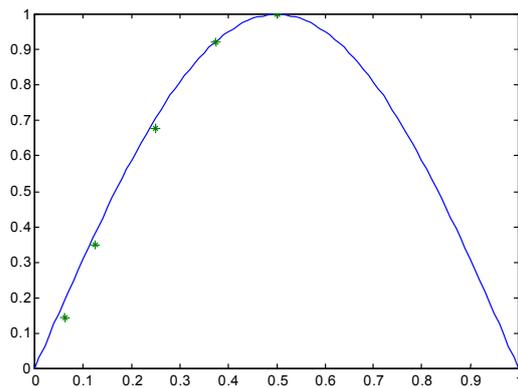
**Tabela 3.6 - Comparativo - Análise Teórica, MEF e Experimental Identificado –PS- Excitação Impulsiva 13 metros – carga de 15,86 kN**

Tração [N]	Solução	Frequências de Ressonância				
		$\omega_1$ [Hertz]	$\omega_2$ [Hertz]	$\omega_3$ [Hertz]	$\omega_4$ [Hertz]	$\omega_5$ [Hertz]
15860	Teórica	5,2116	10,4233	15,6349	20,8465	26,0582
	MEF	5,2117	10,4240	15,6376	20,8537	26,0746
	Experimental	5,2500	10,4688	15,6562	21,9688	26,1250
	Erro(%)	0,76	0,38	1,27	5,35	0,26

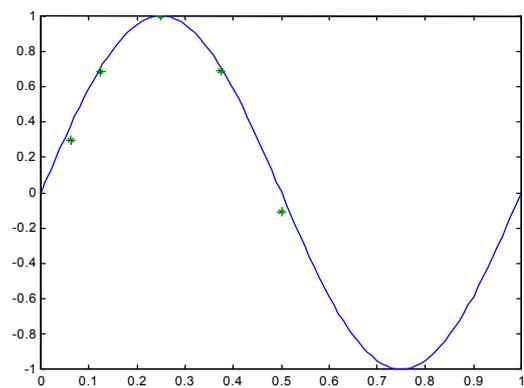
**3.3.1.3.2 Identificação de Parâmetros pelo programa *SDOF* para as funções de resposta em frequência (*FRF*) com carga de 10,2 kN e 15,2 kN – vão de 13 metros - Excitação Impulsiva**

Utilizando-se de arquivos de dados com respostas tomadas como função de resposta em frequência (*FRFs*), foram identificados os modos de vibração para as cargas de 10,2 kN e 15,2 kN.

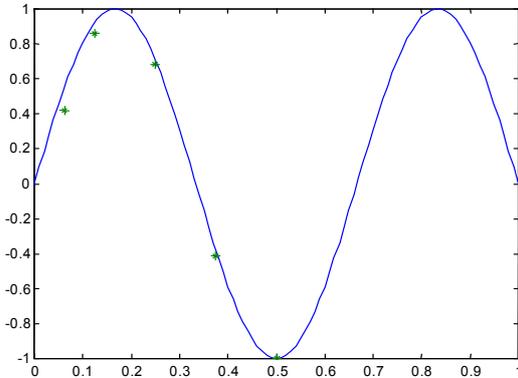
**Curvas dos modos de vibração para a carga de 10,2 kN – *FRF* – Excitação Impulsiva**



a) primeiro modo



b) segundo modo



c) terceiro modo

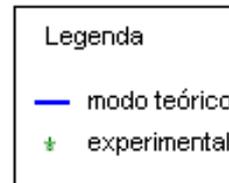


Figura 3.9 – Três primeiros modos de vibrar para carga 10,2 kN – *FRF* – Impulsiva 13 m

**Tabela 3.7 - Comparativo - Análise Teórica, *MEF* e Experimental Identificado – *FRF* – Excitação Impulsiva 13 metros – carga 10,2 kN**

Tração [N]	Solução	Frequências de Ressonância				
		$\omega_1$ [Hertz]	$\omega_2$ [Hertz]	$\omega_3$ [Hertz]	$\omega_4$ [Hertz]	$\omega_5$ [Hertz]
10200	Teórica	4,1920	8,3840	12,5760	16,7680	20,9600
	MEF	4,1942	8,3892	12,5857	16,7852	20,9898
	Experimental	4,2188	8,5000	12,7812	17,1250	21,3488
	Erro(%)	0,57	1,4	1,67	2,14	1,8

**Curvas dos modos de vibração para a carga de 15,26 kN – FRF – Excitação Impulsiva**

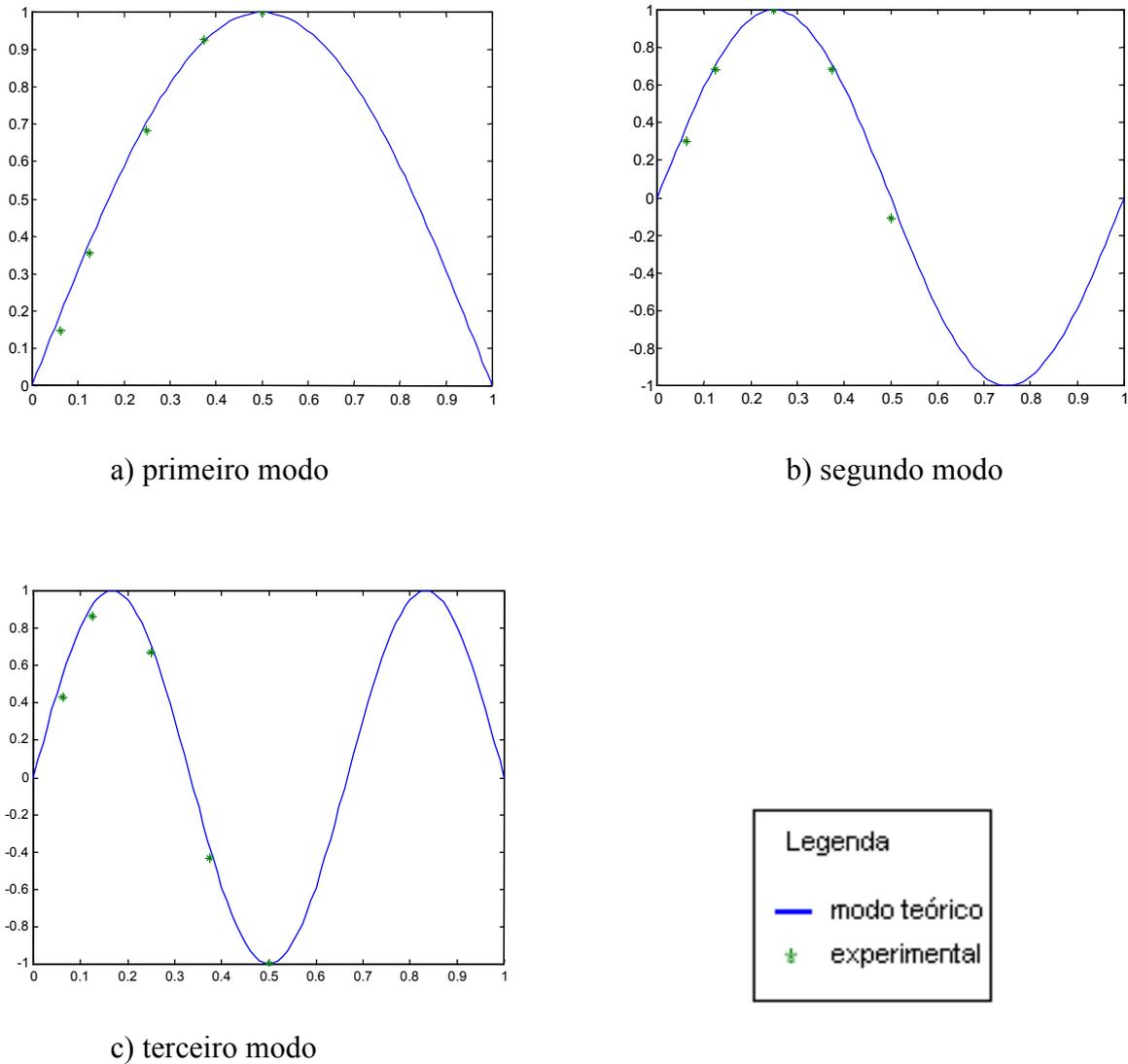


Figura 3.10 – Três primeiros modos de vibrar para carga 15,26 kN- FRF - Impulsiva 13 m

**Tabela 3.8 - Comparativo - Análise Teórica, MEF e Experimental Identificado – FRF – Excitação Impulsiva 13 metros – carga 15,26 kN**

Tração [N]	Solução	Frequências de Ressonância				
		$\omega_1$ [Hertz]	$\omega_2$ [Hertz]	$\omega_3$ [Hertz]	$\omega_4$ [Hertz]	$\omega_5$ [Hertz]
15260	Teórica	5,1154	10,2308	15,3462	20,4616	25,5770
	MEF	5,1181	10,2368	15,3568	20,4796	25,6073
	Experimental	5,1250	10,3438	15,4375	20,6875	25,8750
	Erro(%)	0,19	1,07	0,58	1,07	1,17

### 3.3.2 Comportamento próprio – Análise modal com excitação periódica em vão experimental com 13 metros (*Stepped Sine*)

Com o objetivo de efetuar análise modal com outro tipo de excitação, partiu-se para uma análise de comportamento do cabo por excitação periódica em varredura de frequência, com o auxílio do excitador dinâmico devidamente instalado com uma célula de carga entre seu terminal e o cabo sob ensaio. Apresenta-se nas Figuras 3.11 e 3.12 o excitador eletromagnético e detalhe do acelerômetro *DC*.



Figura 3.11 – Excitador dinâmico eletromagnético



Figura 3.12 – Detalhe do acelerômetro *DC*

O excitador foi colocado em uma posição do vão de aproximadamente 60 cm da extremidade de tração. A varredura foi iniciada a partir de uma frequência de 3,8 Hz, tendo em vista que a primeira frequência para a carga utilizada nas medições de 10,7 kN é de 4,28 Hz, de 0,5 em 0,5 Hz até a frequência de 24,5 Hz. Para todos os incrementos de frequência foram registrados os sinais em espectro de força com o objetivo de avaliar o comportamento da força em toda a faixa de frequência analisada e as figuras da Função de Resposta em Frequência(*FRFs*) para as frequências em torno da frequência de ressonância. As respostas respectivas da força *versus* a frequência e as *FRFs* para toda a faixa de frequência são apresentadas nas Figuras 3.13 e 3.14.

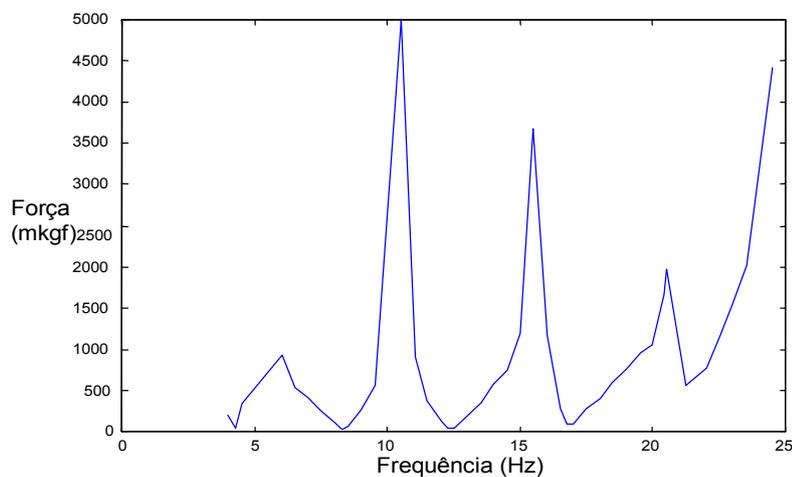


Figura 3.13 – Curva da força (mkgf) no excitador *versus* frequência(Hz)

Analisando-se a curva da Figura 3.13, percebe-se que a força aumenta na medida em que se afasta da frequência de ressonância, porém reduz-se a quase zero, quando se aproxima da frequência de ressonância, ou seja, as frequências de ressonância estão próximas aos valores dos picos inferiores de carga. A análise e a verificação das frequências de ressonância são realizadas a partir das curvas de inertância (*FRFs* - aceleração/força) constantes na Figura 3.14. Analisando-se as curvas de resposta, verifica-se que as frequências de ressonância apresentam os valores constantes na Tabela 3.9.

**Curva da Função de Resposta em Frequência (Inertância) para o intervalo analisado**

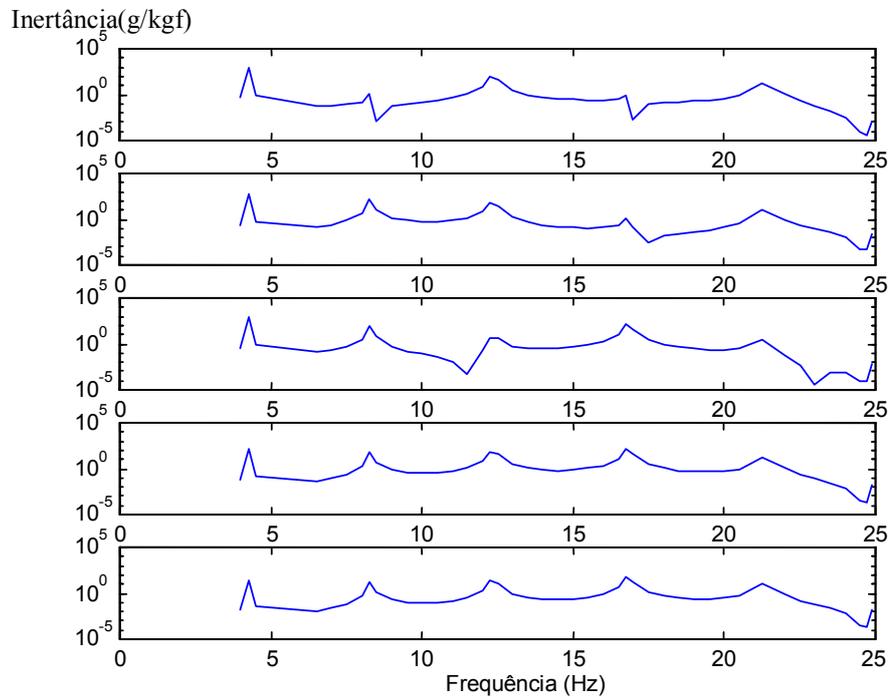


Figura 3.14 – Função de Resposta em Frequência (Inertância)

A Tabela 3.10 apresenta os valores teóricos e experimentais para os modos pelo método das amplitudes normalizadas em relação a maior amplitude para a mesma carga de 10,7 kN visando à comparação com a identificação pelo método *SDOF* para a excitação periódica.

**Tabela 3.9 – Comparativo - Análise Teórica, *MEF* e Experimental Identificado - *FRF* – Excitação Periódica – 13 metros - carga 10,7 kN**

Tração [N]	Solução	Frequências de Ressonância				
		$\omega_1$ [Hertz]	$\omega_2$ [Hertz]	$\omega_3$ [Hertz]	$\omega_4$ [Hertz]	$\omega_5$ [Hertz]
10700,0	Teórica	4,2839	8,5678	12,8517	17,1356	21,4195
	MEF	4,2842	8,5691	12,8555	17,1447	21,4387
	Experimental	4,3437	8,2500	12,3125	16,8438	21,3750
	Erro(%)	1,4	3,6	4,2	1,73	2,3

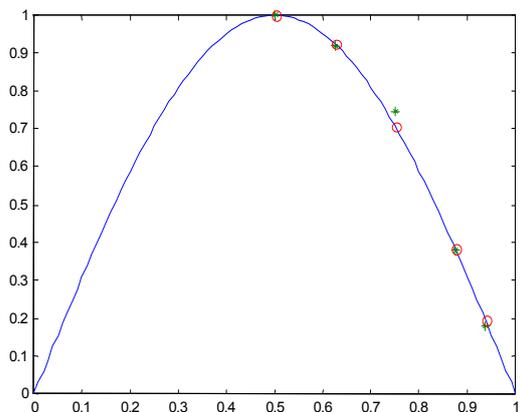
Os valores das frequências de ressonância experimentais colocados na Tabela 3.9, mostram-se um pouco diferenciados do teórico e do *MEF*, com desvio máximo de 4,2%. Isso ocorre principalmente devido a variabilidade de medição, tendo em vista que quando se está na ressonância, torna-se difícil a identificação precisa dessa frequência.

**Tabela 3.10 - Amplitudes normalizadas – *FRF* - Excitação Periódica 13 metros - carga de 10,7 kN**

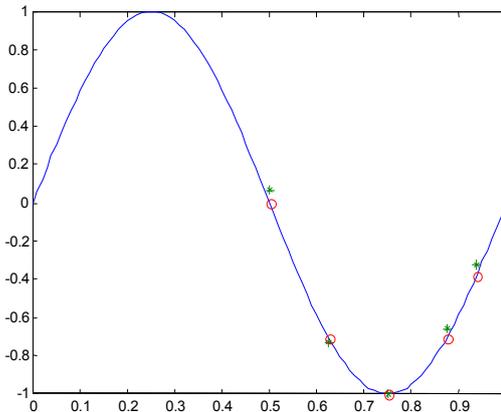
Modo	Solução	Modos de Vibração				
		sensor 1 L/2	sensor 2 3L/8	sensor 3 L/4	sensor 4 L/8	sensor 5 L/16
1°	Teórica	1,0000	0,9239	0,7071	0,3827	0,1951
	MEF	1,0000	0,9239	0,7071	0,3827	0,1951
	Experimental	1,0000	0,9181	0,7450	0,3789	0,1782
2°	Teórica	0,0000	-0,7071	-1,0000	-0,7071	-0,3827
	MEF	0,0000	-0,7071	-1,0000	-0,7071	-0,3827
	Experimental	0,0674	-0,7288	-1,0000	-0,6617	-0,3278
3°	Teórica	-1,0000	-0,3827	0,7071	0,9239	0,5556
	MEF	-1,0000	-0,3827	0,7071	0,9239	0,5556
	Experimental	-1,0000	-0,2493	0,8321	0,9346	0,5088
4°	Teórica	0,0000	1,0000	0,0001	-1,0000	-0,7071
	MEF	0,0000	1,0000	0,0001	-1,0000	-0,7071
	Experimental	0,0594	1,9532	0,0919	-1,0000	-0,6341
5°	Teórica	1,0000	-0,3827	-0,7071	0,9239	0,8315
	MEF	1,0000	-0,3825	-0,7074	0,9237	0,8315
	Experimental	1,0000	-0,3998	-0,7217	0,9992	0,7994

As curvas dos modos de vibrar correspondentes estão representadas na Figura 3.15.

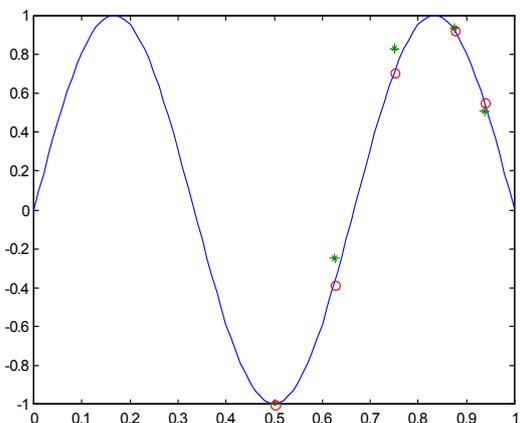
**Curvas dos modos de vibrar com carga de 10,7 kN – FRF – Excitação Periódica**



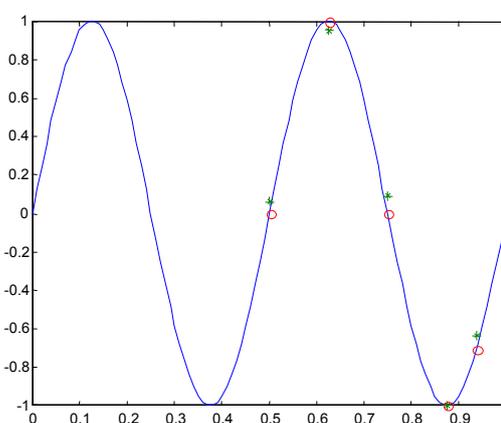
a) primeiro modo



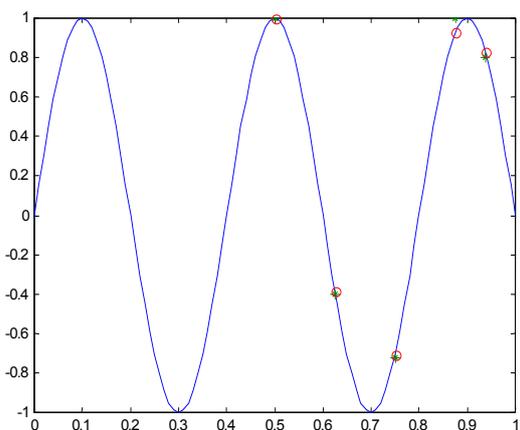
b) segundo modo



c) terceiro modo



d) quarto modo



e) quinto modo



Figura 3.15 – Cinco primeiros modos de vibrar para carga 10,70 kN – amplitudes normalizadas – FRF - Excitação Periódica 13 m

Os modos de vibração também apresentam valores um pouco diferenciados em relação aos modos teóricos e pelo *MEF*.

A identificação de parâmetros pelo programa *SDOF* foi realizada para a varredura com base nas respostas da Figura 3.14, e cujos resultados para os modos são representados pela Figura 3.16 e as frequências de ressonância apresentadas na Tabela 3.11.

**Curvas dos modos de vibração com carga de 10,7 kN – *FRF* – Excitação Periódica**

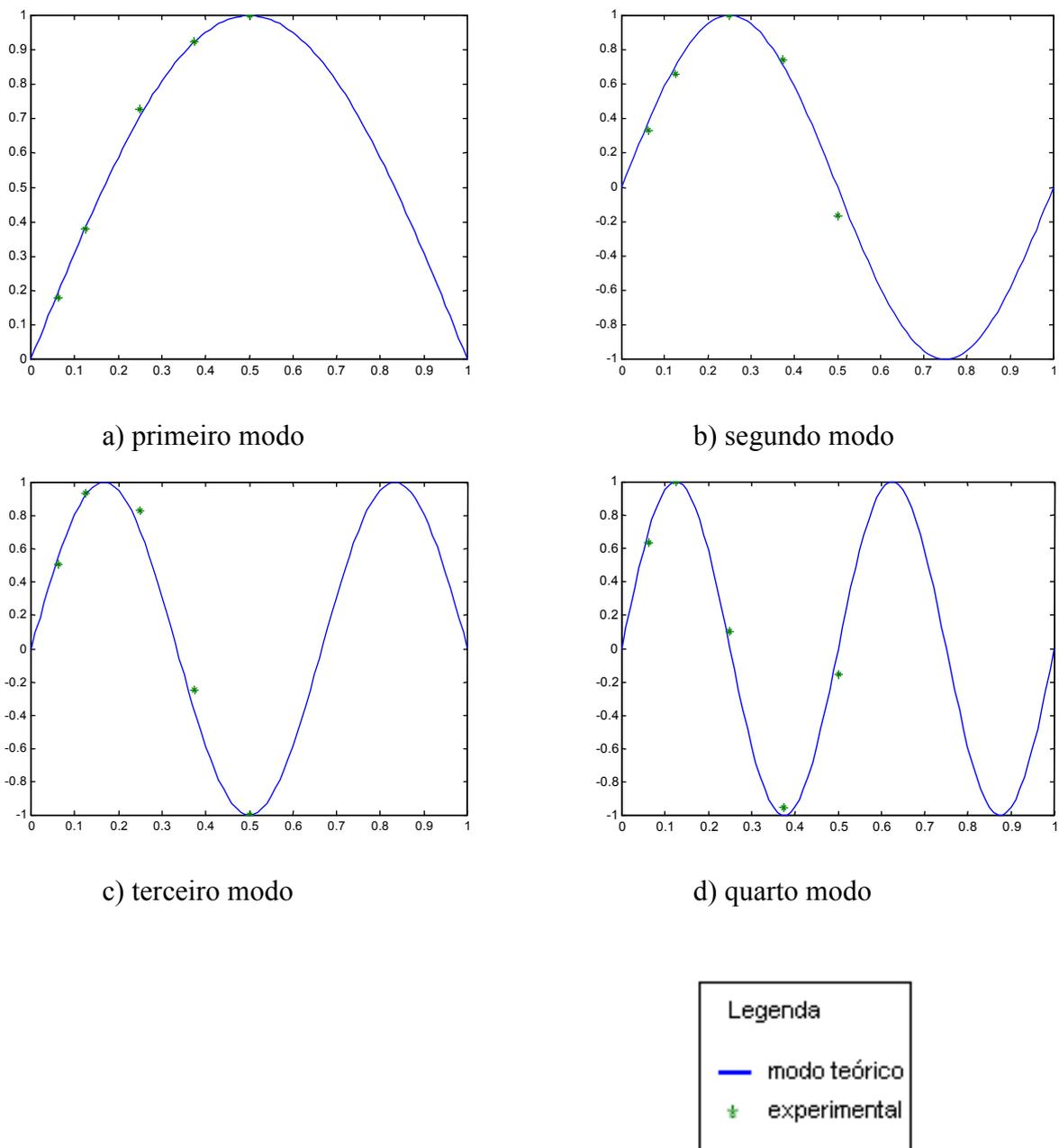


Figura 3.16 – Quatro primeiros modos de vibrar para carga 10,70 kN – *FRF* - Exc. Periódica

**Tabela 3.11 – Comparativo - Análise Teórica, *MEF* e Experimental Identificado – *FRF* - Excitação Periódica 13 metros – carga de 10,7 kN**

Tração [N]	Solução	Frequências de Ressonância				
		$\omega_1$ [Hertz]	$\omega_2$ [Hertz]	$\omega_3$ [Hertz]	$\omega_4$ [Hertz]	$\omega_5$ [Hertz]
10700	Teórica	4,2839	8,5678	12,8517	17,1356	21,4195
	MEF	4,2842	8,5691	12,8555	17,1447	21,4387
	Experimental	4,3125	8,2500	12,3125	16,7812	21,2500
	Erro(%)	0,7	3,62	4,2	2,04	0,74

As mesmas observações feitas anteriormente, quanto a variabilidade de medição nas frequências de ressonância, tornam os valores identificados para as frequências com desvios mais acentuados em relação aos valores teóricos e pelo *MEF*.

### 3.3.3 Comportamento próprio – Análise Modal com excitação impulsiva em vão experimental com 30 metros

O cabo utilizado é do tipo *ÍBIS* cujos parâmetros são: massa específica 0,8127 [kgf/m], comprimento  $L = 32,322$  m, carga de tração de 15,86 kN, rigidez flexural real levantada pelo ensaio de tensão deformação de 10,086 N.m<sup>2</sup>.

Para levantamento das frequências e identificação modal, foram colocados cinco acelerômetros *DC* capacitivos no cabo, nas posições  $L/2$ ,  $3L/8$ ,  $L/4$ ,  $L/8$  e  $L/16$  a partir do sistema de controle de carga. A Figura 3.17 mostra parte do vão de 30 metros configurado como uma extensão da bancada de 13 metros. A excitação do sistema foi realizada pelo martelo de impacto mostrado da Figura 3.18. Os resultados são apresentados sob forma de tabelas para as frequências de ressonância, e os modos de vibração representados por curvas correspondentes.



Figura 3.17 – Início do vão de 30 metros(acelerômetros e analisador de vibrações)



Figura 3.18 – Excitação Impulsiva – com martelo no vão de 30 metros

### 3.3.3.1 Análise das frequências e modos de vibração com acelerômetro DC em vão de 30 metros

Os resultados da identificação das frequências e dos modos de vibração para carga de 15,86 kN foram obtidos pelo programa *SDOF*, e são apresentados na Tabela 3.12 (para as frequências) e representados pelas curvas da Figura 3.19 (para os modos). Para carga de 10,7 kN os resultados estão na Tabela 3.13 e representados pela Figura 3.20.

#### Curvas dos modos de vibração a partir do Espectro de Força(Power Spectrum) em vão de 30 metros para a carga de 15,86 kN – Excitação Impulsiva

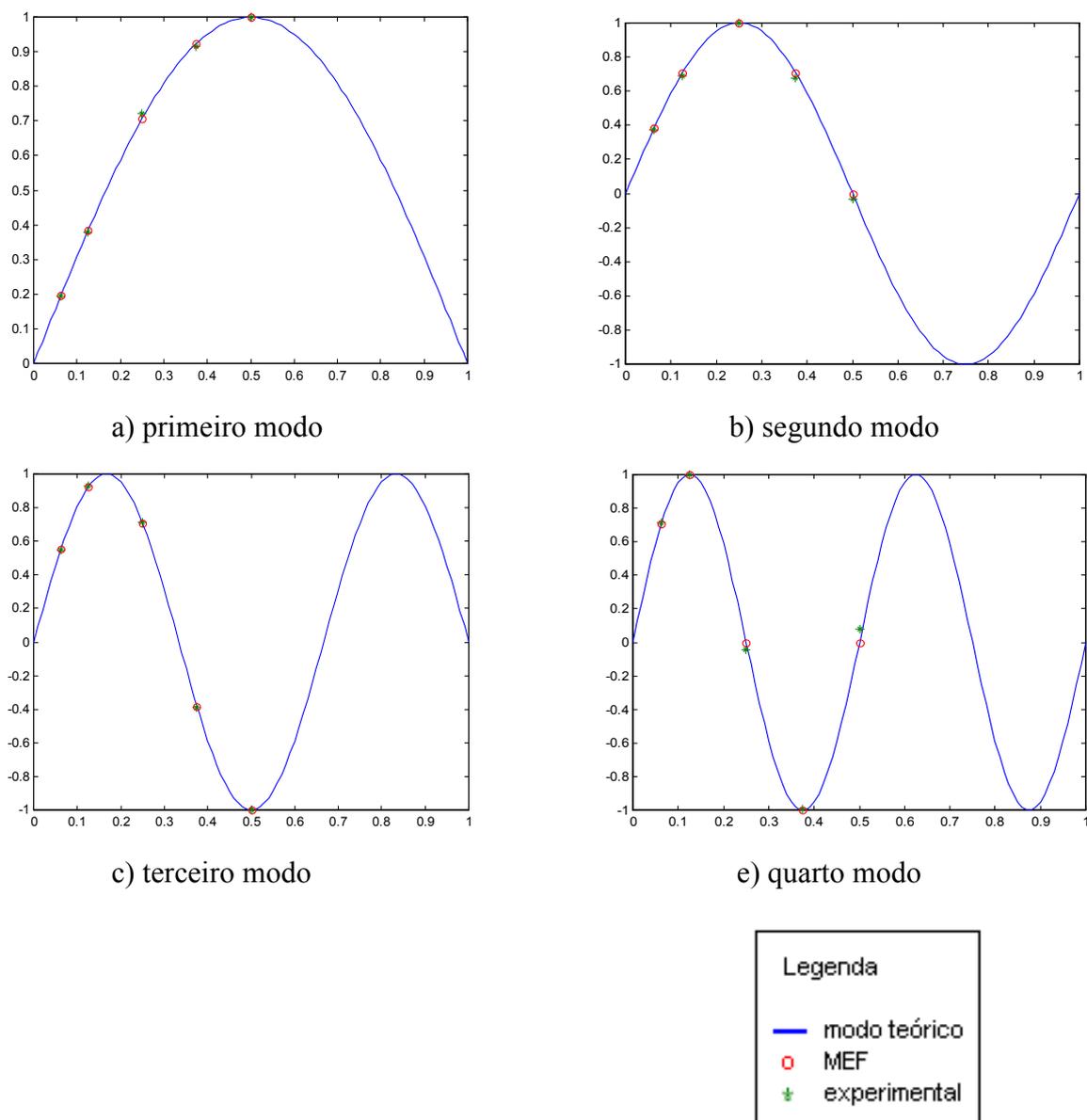


Figura 3.19 – Quatro primeiros modos de vibrar para carga 15,86 kN – PS-Impulsiva 30 m

**Tabela 3.12 - Comparativo - Análise Teórica, MEF e Experimental Identificado – PS - Excitação Impulsiva 30 metros – carga de 15,86 kN**

Tração [N]	Solução	Frequências de Ressonância				
		$\omega_1$ [Hertz]	$\omega_2$ [Hertz]	$\omega_3$ [Hertz]	$\omega_4$ [Hertz]	$\omega_5$ [Hertz]
15860	Teórica	2,1609	4,3219	6,4830	8,6442	10,8055
	MEF	2,1609	4,3219	6,4830	8,6443	10,8062
	Experimental	2,1562	4,2812	6,4062	8,5625	10,6562
	Erro(%)	0,46	0,92	1,23	0,92	1,38

A excitação impulsiva feita com o martelo de impacto foi realizada entre os acelerômetros 4 e 5 a menos de um quarto do vão do lado de tração. Verifica-se que as frequências de ressonância teóricas estão iguais às frequências calculadas numericamente pelo programa *MODVIB*, praticamente sem erro. Os valores das frequências teóricas se comparadas com os valores experimentais apresentam desvio máximo de 1,38%.

**Curvas dos modos de vibração - FRF - vão de 30 metros carga 10,7 kN – Excitação Impulsiva**

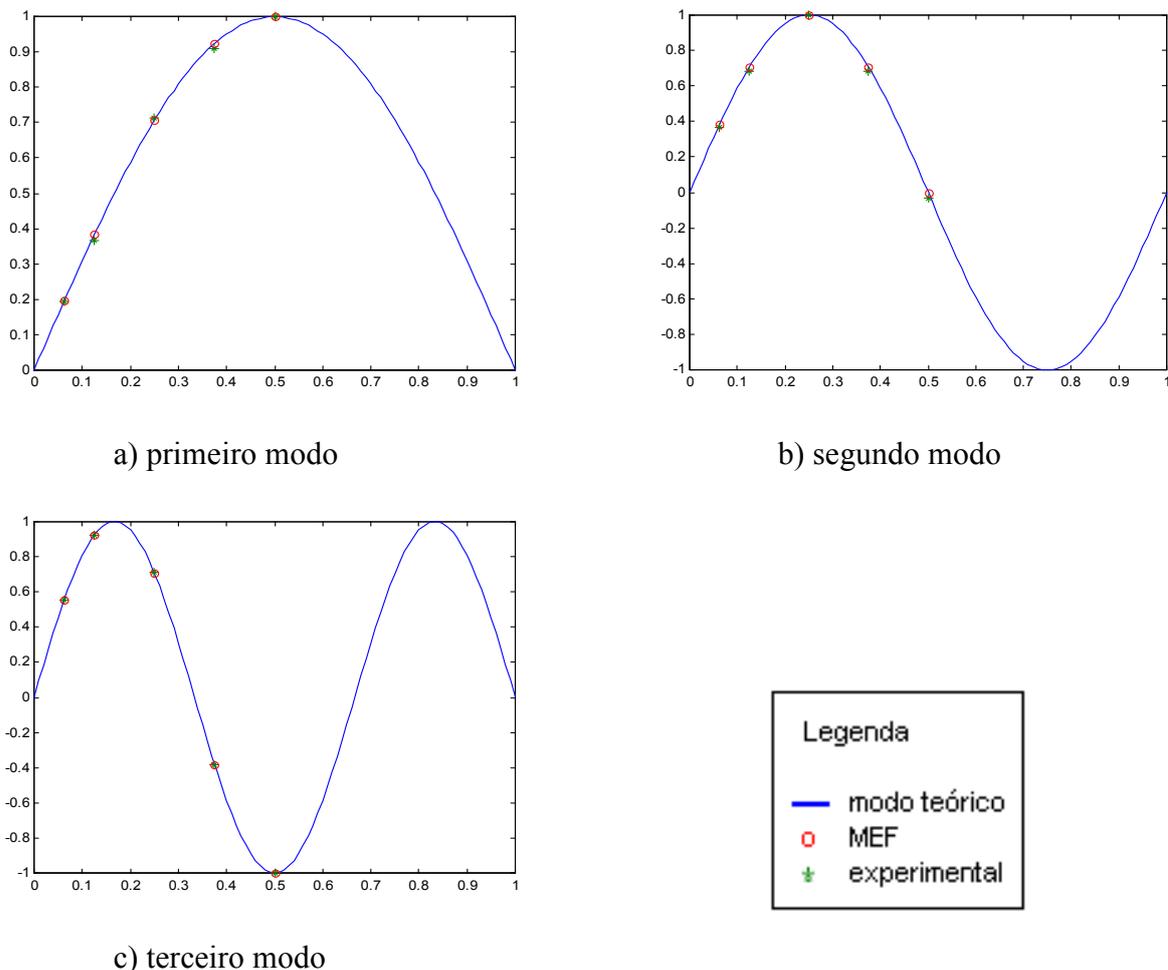


Figura 3.20 – Três primeiros modos de vibrar para carga 10,7 kN – PS – Impulsiva 30 m

**Tabela 3.13 - Comparativo - Análise Teórica, MEF e Experimental Identificado – PS - Excitação Impulsiva 30 metros - carga de 10,7 kN**

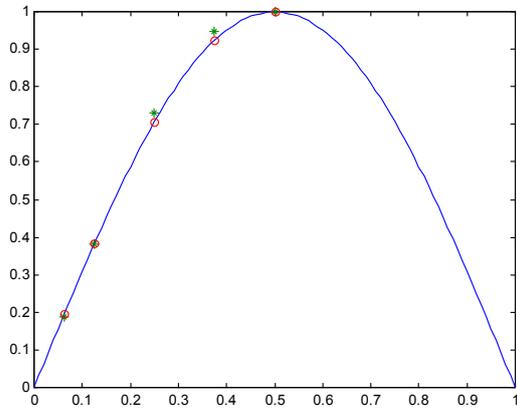
Tração [N]	Solução	Frequências de Ressonância				
		$\omega_1$ [Hertz]	$\omega_2$ [Hertz]	$\omega_3$ [Hertz]	$\omega_4$ [Hertz]	$\omega_5$ [Hertz]
10700	Teórica	1,7761	3,5523	5,3286	7,1052	8,8823
	MEF	1,7761	3,5523	5,3286	7,1051	8,8818
	Experimental	1,7812	3,5312	5,2812	7,0312	8,7500
	Erro(%)	0,56	0,56	0,75	0,98	1,46

Os valores das frequências teóricas se comparadas com os valores experimentais, apresentam desvio máximo de 1,46%.

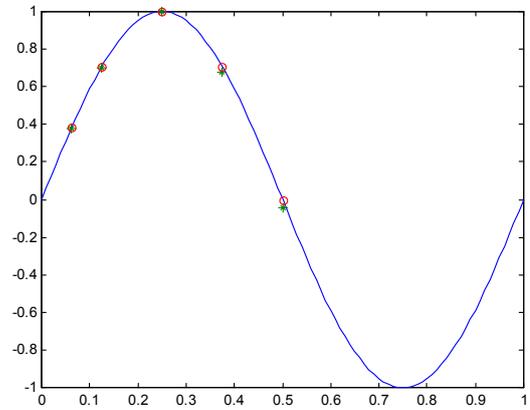
### **3.3.4 Comportamento próprio – Análise modal com excitação em varredura senoidal (*sweep sine*) em vão experimental com 30 metros**

Para levantamento das frequências naturais e identificação modal, foram colocados cinco acelerômetros no cabo, nas posições  $L/2$ ,  $3L/8$ ,  $L/4$ ,  $L/8$  e  $L/16$  a partir do sistema de controle de carga. A excitação do sistema foi realizada pelo excitador eletromagnético conectado ao cabo próximo da ancoragem de tração. Os resultados das frequências de ressonância são apresentados na Tabela 3.14, e os modos de vibração pelas curvas da Figura 3.21, para uma tração do cabo de 12,9 kN.

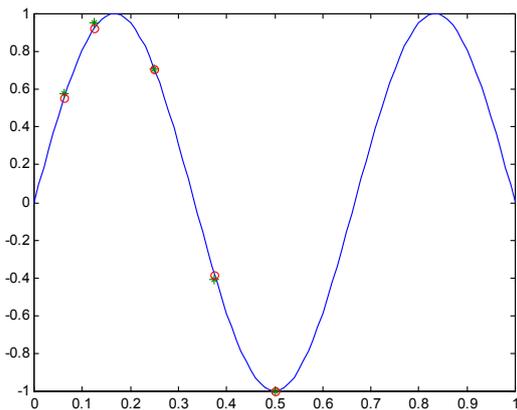
**Curvas dos modos de vibração a partir da *FRF* em vão de 30 metros para a carga de 12,9 kN -  
Excitação em Varredura Senoidal**



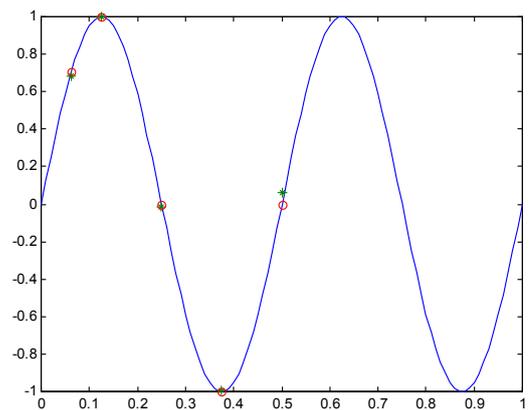
a) primeiro modo



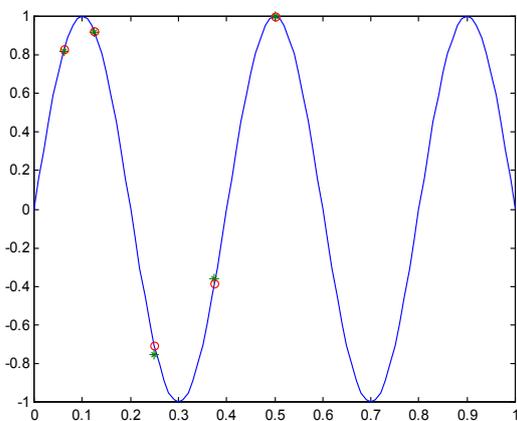
b) segundo modo



c) terceiro modo



d) quarto modo



e) quinto modo



Figura 3.21 – Cinco primeiros modos de vibrar para carga 12,9 kN – *FRF* - Varredura 30 m

**Tabela 3.14 - Comparativo - Análise Teórica, MEF e Experimental Identificado- FRF – Excitação em Varredura Senoidal 30 metros - carga de 12,9kN**

Tração [N]	Solução	Frequências de Ressonância				
		$\omega_1$ [Hertz]	$\omega_2$ [Hertz]	$\omega_3$ [Hertz]	$\omega_4$ [Hertz]	$\omega_5$ [Hertz]
12900	Teórica	1,9492	3,8985	5,8479	7,7978	9,7486
	MEF	1,9492	3,8985	5,8479	7,7977	9,7486
	Experimental	1,9500	3,9000	5,8500	7,8500	9,7500
	Erro(%)	0,5	0,25	0,17	0,77	0,10

Os valores das frequências teóricas se comparadas com os valores experimentais, apresentam desvios da ordem de 0,5 a 0,1%.

### 3.3.5 Comportamento próprio – Análise modal com excitação impulsiva em vão experimental com 65 metros

O cabo utilizado é do tipo *ÍBIS* com comprimento  $L = 65,378$  m (carga de tração de 15,86 kN e 10,7 kN ) e rigidez flexural real de 10,086 N.m<sup>2</sup>.

Para levantamento das frequências e identificação modal, foram colocados cinco acelerômetros no cabo, nas posições  $L/2$ ,  $3L/8$ ,  $L/4$ ,  $L/8$  e  $L/16$  a partir do sistema de controle de carga (lado tração). A excitação do sistema foi realizada por martelo de impacto. Os resultados são apresentados sob forma de tabelas para as frequências, e os modos de vibração são representados por curvas correspondentes. As Figuras 3.22 e 3.23 mostram o lado de tração e a extensão da bancada de cabos, com vão de 65 metros.

Posteriormente a estas medições, passou-se a realizar as medições na bancada de vibrações mostrada no capítulo 2, principalmente em ensaios configurados com amortecedores de vibração e demais acessórios de linhas de transmissão.



Figura 3.22 – Sistema Tração da Bancada com vão estendido para 65 metros



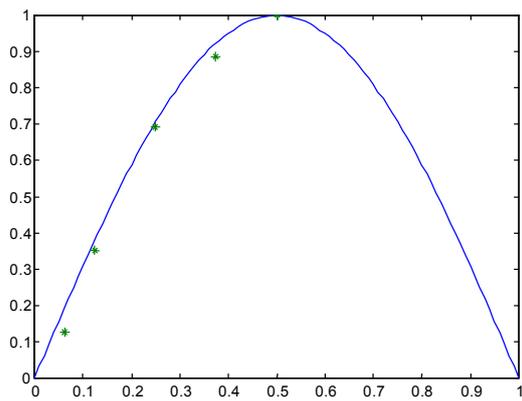
Figura 3.23 – Ancoragem para vão estendido de 65 metros

### 3.3.5.1 Análise das frequências e modos com acelerômetros *DC* no vão de 65 metros estendido

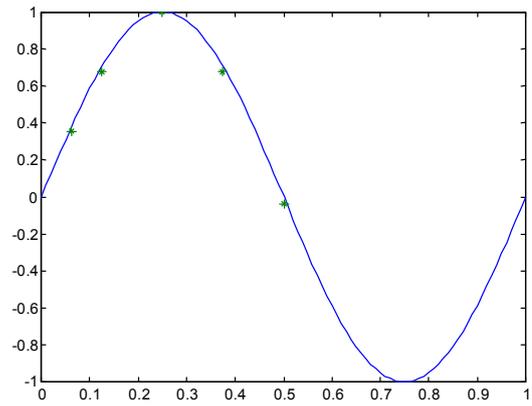
Os resultados da identificação das frequências e dos modos de vibração foram obtidos pelo programa *SDOF*, e estão representados pela Figura 3.24 e Tabela 3.15 para a carga de tração de 15,86 kN e pela Figura 3.25 e Tabela 3.16 para a carga de tração de 10,7 kN. Na solução numérica

para esse vão de 65 m foram utilizados noventa e seis elementos finitos no programa de simulação linear *MODVIB*.

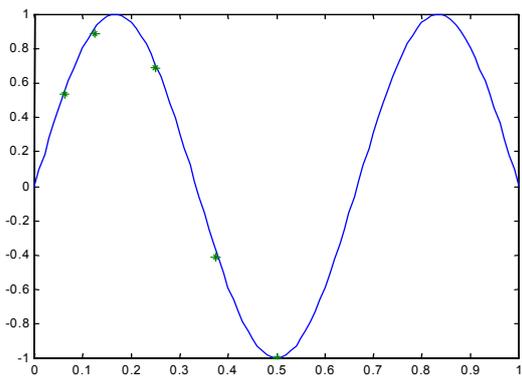
**Curvas dos modos de vibração a partir do Espectro de Força (*Power Spectrum*) em vão de 65 metros para a carga de 15,86 kN - Excitação Impulsiva**



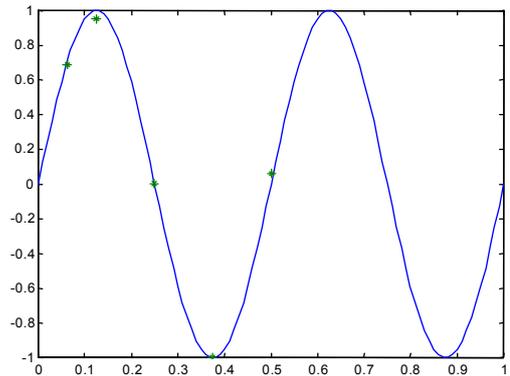
a) primeiro modo



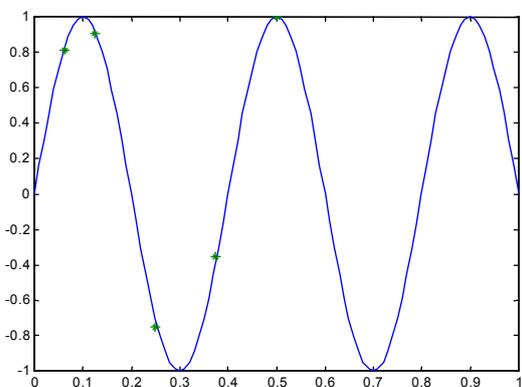
b) segundo modo



c) terceiro modo



d) quarto modo



quinto modo

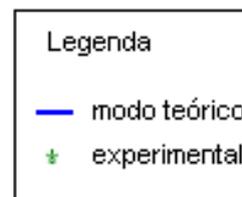


Figura 3.24 – Cinco primeiros modos de vibrar para carga 15,86 kN – PS - Impulsiva 65 m

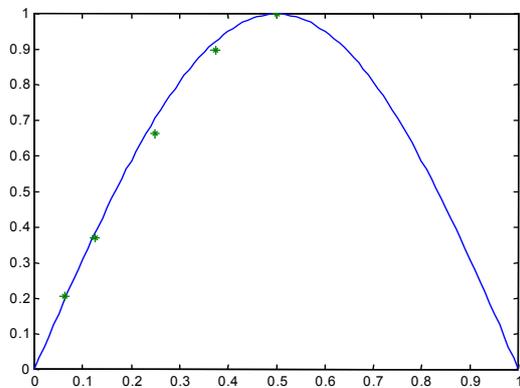
**Tabela 3.15 - Comparativo - Análise Teórica, MEF e Experimental Identificado - PS – Excitação Impulsiva 65 metros – carga de 15,86 kN**

Tração [N]	Solução	Frequências de Ressonância				
		$\omega_1$ [Hertz]	$\omega_2$ [Hertz]	$\omega_3$ [Hertz]	$\omega_4$ [Hertz]	$\omega_5$ [Hertz]
15860	Teórica	1,0678	2,1356	3,2034	4,2712	5,3389
	MEF	1,0678	2,1356	3,2034	4,2714	5,3389
	Experimental	1,1250	2,0938	3,1562	4,2500	5,2812
	Erro(%)	4,9	1,87	1,56	0,46	0,93

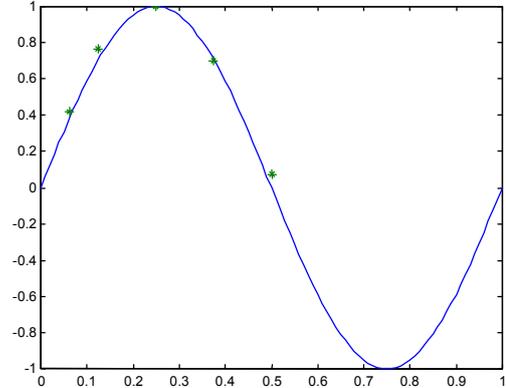
A excitação impulsiva feita com o martelo de impacto foi realizada a aproximadamente 14 metros da extremidade de tração e do lado em que foram instalados os acelerômetros. Os valores das frequências teóricas se comparadas com os valores experimentais, apresentam desvios de 0,46% a 4,9%. Verifica-se especificamente nesse vão, que as frequências do segundo ao quinto modo, estão com valores experimentais abaixo dos valores calculados na ordem de 0,5 a 1,5%. O primeiro e o segundo modos, apresentam distorções em relação ao valor calculado chegando até 4,9% para o primeiro modo. Isso ocorre devido a problema de não linearidade geométrica, o que normalmente para cabos de transmissão é analisado por meio do parâmetro de *Irvine* (Irvine, 1974).

**Curvas dos modos de vibração a partir de *FRF* em vão de 65 metros para carga de 10.7 kN -  
Excitação Impulsiva**

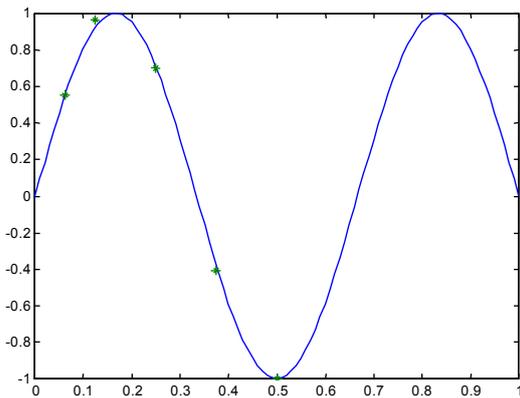
Neste caso, as medições foram feitas em modo *FRF*, com medição de coerência e fase.



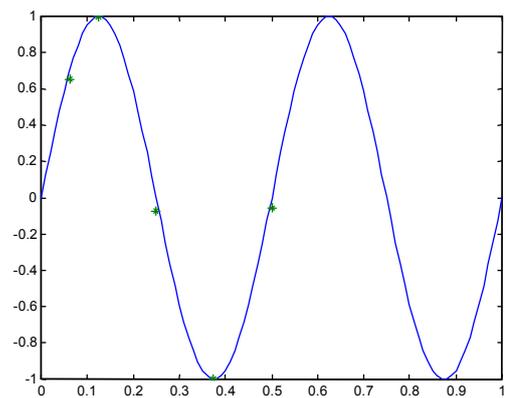
a) primeiro modo



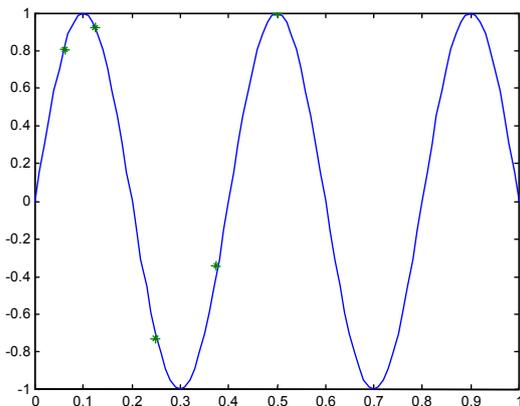
b) segundo modo



c) terceiro modo



d) quarto modo



e) quinto modo

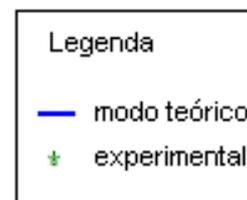


Figura 3.25 – Cinco primeiros modos de vibrar para carga 10,7 kN – *FRF* - Impulsiva 65 m

**Tabela 3.16-Comparativo - Análise Teórica, MEF e Experimental Identificado - FRF – Excitação Impulsiva 65 metros - carga de 10,7 kN**

Tração [N]	Solução	Frequências de Ressonância				
		$\omega_1$ [Hertz]	$\omega_2$ [Hertz]	$\omega_3$ [Hertz]	$\omega_4$ [Hertz]	$\omega_5$ [Hertz]
10700	Teórica	0,8771	1,7541	2,6312	3,5082	4,3853
	MEF	0,8771	1,7541	2,6312	3,5085	4,3861
	Experimental	1,0000	1,7500	2,6250	3,5000	4,3750
	Erro(%)	14,94	0	0,38	0	0,22

Verifica-se que as frequências do segundo ao quinto modo, estão com valores experimentais bem próximos aos teóricos e por elementos finitos com desvios de 0 a 0,38%.

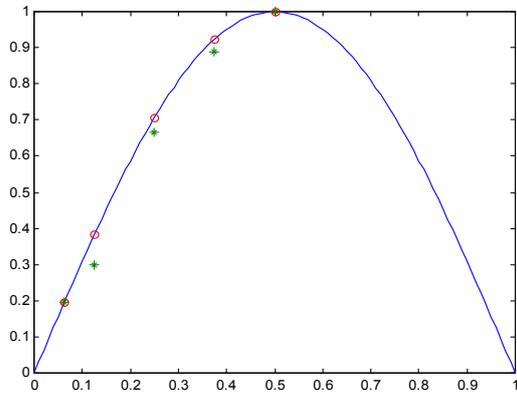
O valor da frequência teórica para o primeiro modo apresenta um desvio ainda maior que o mostrado para a carga de 15,86 kN, de 14,94% se comparado com o valor experimental. Evidencia-se ainda mais, distorções que ocorrem devido a não linearidade geométrica.

### 3.3.6 Comportamento próprio – Análise modal com excitação randômica em vão experimental com 65 metros

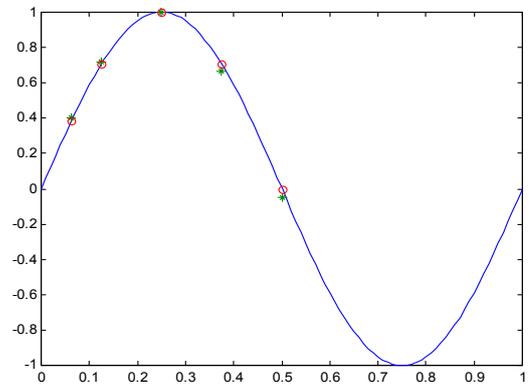
O cabo utilizado foi o *ÍBIS* em vão com comprimento  $L = 65,378$  m, com carga de tração de 10,7 kN.

Para levantamento das frequências e identificação modal, foram colocados cinco acelerômetros no cabo, nas posições  $L/2$ ,  $3L/8$ ,  $L/4$ ,  $L/8$  e  $L/16$  a partir do sistema de controle de carga. A excitação do sistema foi realizada com o excitador eletromagnético conectado ao cabo a 95 cm da ancoragem de tração. A excitação randômica foi realizada no intervalo de frequência de 0 a 12,5 Hz, com intervalo de tempo de 0,015625 s. Os resultados são apresentados pela Figura 3.26 e Tabela 3.17 para a tração de 10,7 kN.

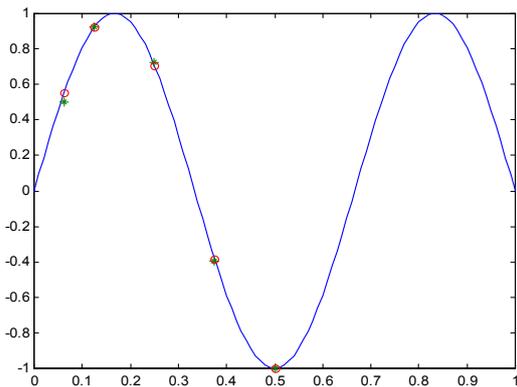
**Curvas dos modos de vibração a partir do Espectro de Força (*Power Spectrum*) em vão de 65 metros para a carga de 10,7 kN - Excitação Randômica**



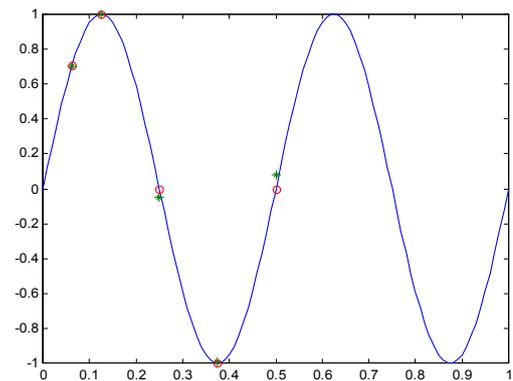
a) primeiro modo



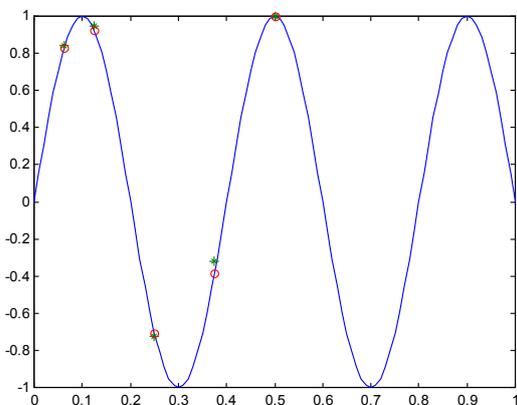
b) segundo modo



c) terceiro modo



d) quarto modo



e) quinto modo

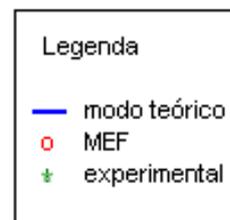


Figura 3.26 – Cinco primeiros modos de vibrar para carga 10,7kN – PS- Randômica 65 m

**Tabela 3.17 - Comparativo - Análise Teórica, MEF e Experimental Identificado- PS – Excitação Randômica 65 metros - carga de 10,7 kN**

Tração [N]	Solução	Frequências de Ressonância				
		$\omega_1$ [Hertz]	$\omega_2$ [Hertz]	$\omega_3$ [Hertz]	$\omega_4$ [Hertz]	$\omega_5$ [Hertz]
10700	Teórica	0,8771	1,7541	2,6312	3,5082	4,3853
	MEF	0,8771	1,7541	2,6312	3,5085	4,3861
	Experimental	1,0000	1,7344	2,6250	3,5000	4,3750
	Erro(%)	14,94	1,14	0,38	0	0,22

Os valores das frequências teóricas se comparadas com os valores experimentais apresentam praticamente os mesmos desvios da Tabela 3.16, a menos do segundo modo que apresentou um desvio de 1,14%.

### 3.3.7 Comportamento Próprio – Análise Modal com excitação em varredura senoidal (*sweep sine*) em vão experimental com 65 metros

O cabo utilizado também foi o *ÍBIS*, no mesmo vão de comprimento  $L = 65,378$  m, com carga de tração de 10,7 kN.

Para levantamento das frequências e identificação modal, foram colocados cinco acelerômetros no cabo, nas posições  $L/2$ ,  $3L/8$ ,  $L/4$ ,  $L/8$  e  $L/16$  a partir do sistema de controle de carga. A excitação do sistema foi realizada pelo do excitador eletromagnético conectado ao cabo a 95 cm da ancoragem de tração. Os resultados são apresentados pela Figura 3.27 e Tabela 3.18 correspondentes aos modos de vibração e as frequências de ressonância.

**Curvas dos modos de vibração a partir da Função de Resposta em Frequência em vão de 65 metros para a carga de 10,7 kN - Varredura Senoidal**

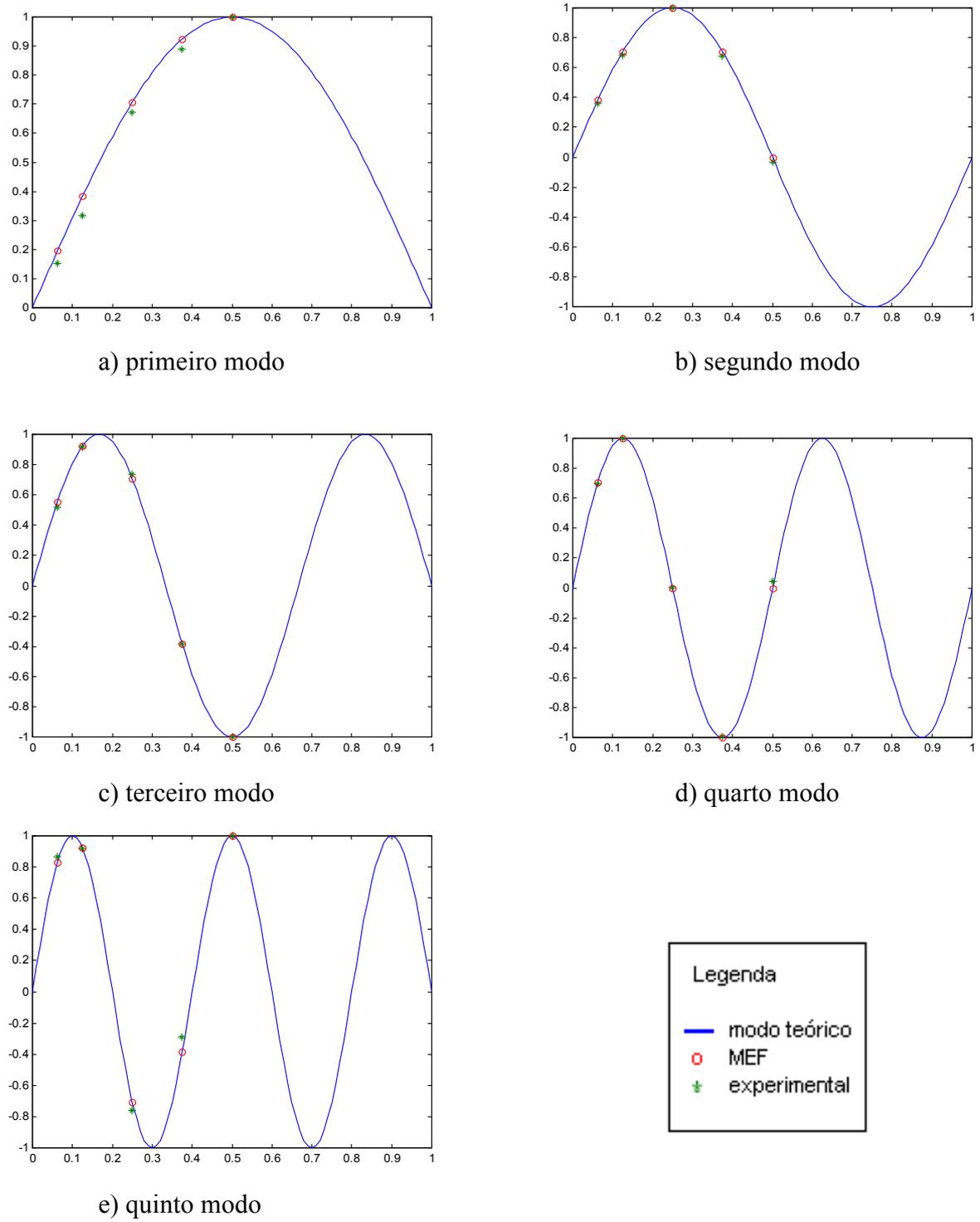


Figura 3.27 – Cinco primeiros modos de vibrar - carga 10,7 kN – FRF – Varredura 65 m

**Tabela 3.18-Comparativo - Análise Teórica, MEF e Experimental Identificado- FRF – Excitação em Varredura Senoidal - carga de 10,7 kN**

Tração [N]	Solução	Frequências de Ressonância				
		$\omega_1$ [Hertz]	$\omega_2$ [Hertz]	$\omega_3$ [Hertz]	$\omega_4$ [Hertz]	$\omega_5$ [Hertz]
10700	Teórica	0,8771	1,7541	2,6312	3,5082	4,3853
	MEF	0,8771	1,7541	2,6312	3,5085	4,3861
	Experimental	1,0121	1,7610	2,6409	3,5021	4,3633
	Erro(%)	16	0,57	0,38	0	0,45

Os valores das frequências teóricas se comparadas com os valores experimentais, entre o segundo e quinto modos, apresentam desvios de 0 a 0,57%. Para o primeiro modo o desvio de 16% é ainda maior que o apresentado na Tabela 3.16.

## CAPÍTULO 4

### ESTUDO DO AMORTECIMENTO DE CABOS CONDUTORES

*Artigo sobre o assunto deste Capítulo, com o estabelecimento de procedimento de identificação do amortecimento para cabos de transmissão, foi publicado Barbieri et al., 2004b (“Dynamical analysis of transmission line cables. Part 2 – Damping estimation”. Mechanical Systems and Signal Processing).*

## 4.1 Amortecimento Próprio de Cabos Condutores

### 4.1.1 Introdução

As vibrações eólicas normalmente são caracterizadas por apresentarem altas frequências – relativamente às primeiras frequências naturais dos cabos - e baixas amplitudes de oscilação. Os danos causados nos condutores ocorrem na forma de fadiga ou desgaste, próximo de terminações ou nas suspensões das linhas. A quantificação econômica destes danos é extremamente difícil, visto que podem envolver substituição de material, custos de reparo e queda de transmissão de energia.

Para uma melhor avaliação das características vibratórias de cabos condutores e com o objetivo de validar um modelo mais completo não linear, que melhor represente o fenômeno de vibração em linhas (juntamente com amortecedores e terminais de fixação), construíram-se as bancadas de 30 e 65 metros (descritas anteriormente) para avaliação do comportamento livre e forçado dos sistemas. Um dos principais parâmetros da análise das características de vibração do condutor é o amortecimento próprio, que é responsável pela resposta do condutor a forças transientes. Outros fatores que também influenciam os fenômenos vibratórios são a carga de trabalho e o tamanho do vão.

Os principais tipos de ensaio para medir a energia dissipada em um cabo vibrando podem ser divididos em dois grupos: *vibrações livres* e *vibrações forçadas*, conforme descrito no capítulo 1, e cujos métodos são detalhados a seguir.

### 4.1.2 Método do decremento logarítmico

Um método de vibração livre consiste em aplicar uma carga ao cabo condutor em uma frequência ressonante e subitamente removê-la. A medida do decaimento da amplitude de vibração pode ser computada e dessa forma é possível determinar a energia dissipada pelo cabo (EPRI, 1979; RAO, 1990). Uma grande dificuldade desse método é a remoção da força de excitação que pode gerar uma situação transiente e desta forma mascarar os resultados. Normalmente o amortecimento próprio do cabo é obtido utilizando-se o decremento logarítmico que fornece uma relação entre as amplitudes de vibração, ou seja, uma relação de amortecimento.

Utilizando-se da Figura 4.1 é possível calcular o decremento logarítmico usando a seguinte expressão:

$$\delta = \frac{1}{n} \ln \frac{x_1}{x_n} \quad (4.1)$$

sendo  $x_1$  a amplitude no instante inicial e  $x_n$  a amplitude para  $n$  ciclos

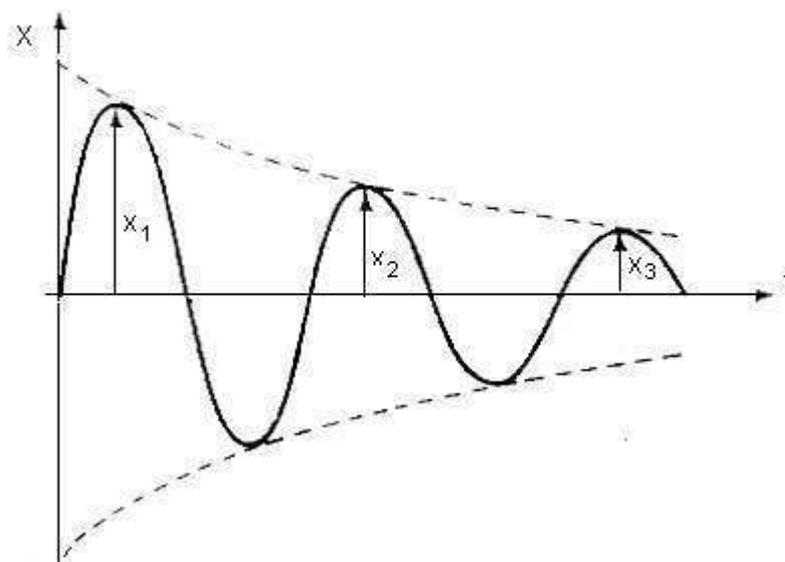


Figura 4.1 - Espectro característico da amplitude de deslocamento de um cabo condutor quando removida a força de excitação

O fator de amortecimento é dado por:

$$\xi = \frac{\delta}{\sqrt{(2\pi)^2 + \delta^2}} \quad (4.2)$$

### 4.1.3 Método da Potência

Um método de vibração forçada é o método da potência (*Power Method*) onde o condutor é forçado em uma frequência ressonante por um excitador (*shaker*) eletrodinâmico e a potência fornecida ao sistema é determinada diretamente (EPRI, 1979) e representa a potência dissipada pelo condutor. A dificuldade da aplicação desse método é a determinação da fase entre a força aplicada e a velocidade medida, devido a distorções que podem ocorrer na forma de onda. Outro problema são as perdas que ocorrem nas terminações e que devem ser reduzidas ao menor nível possível.

A potência mecânica de entrada ( $P_e$ ) pode então ser calculada por:

$$P_e = F_e \cdot V_e \cdot \cos(\alpha) \quad (4.3)$$

sendo:

$F_e$  - a amplitude da força de excitação [N];

$V_e$  - a velocidade de vibração [m/s];

$\alpha$  - o ângulo de fase entre  $F_e$  e  $V_e$ .

Para encontrar o amortecimento próprio basta igualar a potência mecânica (equação 4.3) e a potência dissipada pelo condutor, ou seja:

$$P_e = P_c \quad (4.4)$$

Para encontrar a potência dissipada por um amortecedor instalado no cabo condutor, deve-se medir a potência total dissipada  $P_{tot}$ , para o condutor juntamente com o amortecedor, e subtrair da potencia dissipada pelo cabo  $P_c$ :

$$P_d = P_{tot} - P_c \quad (4.5)$$

sendo:

$P_d$  - a potência dissipada pelo amortecedor;

$P_{tot}$  - a potência dissipada pelo sistema condutor/amortecedor;

$P_c$  - a potência dissipada pelo condutor.

### 4.1.3.1 Amortecimento próprio do condutor

A potência dissipada pelo condutor ( $P_c$ ) pode também ser calculada pela equação (CIGRE, 1989):

$$P_c = \frac{\pi}{2} f.L.H. \frac{U^b}{\lambda^c} \quad (4.6)$$

sendo:

$L$  - o comprimento do condutor [m];

$H$  - o coeficiente de amortecimento próprio [kgf m];

$\lambda$  - o comprimento de onda [m];

$U$  - a amplitude do movimento[m];

$f$  - a frequência [Hz];

*obs:* normalmente  $b=2$  e  $c=3$ .

A frequência e o comprimento de onda são relacionados pela carga de trabalho  $P$  e da massa por unidade de comprimento  $m$  dada pela equação 3.8.

### 4.1.4 Método da onda estacionária

Outro método de vibração forçada é o método da onda estacionária (*Standing Wave*), que considera duas ondas propagando em direções opostas com a mesma frequência (Figura 4.2), em geral, com amplitudes diferentes  $A$  e  $B$  (CIGRE, 1978; EPRI, 1979). O método consiste em medir as amplitudes nos ventres e nos nós. A dificuldade está em medir as amplitudes nos nós, onde elas são reduzidas, e na identificação de suas localizações. Para tanto, necessita-se de sensores móveis para medir as amplitudes de vibração para que o ensaio não seja extremamente demorado. O excitador neste caso é colocado próximo de uma terminação e as medições são realizadas próximas da outra terminação. Esse método tem a vantagem de não medir a potência dissipada das terminações, somente a influência do acoplamento do excitador.

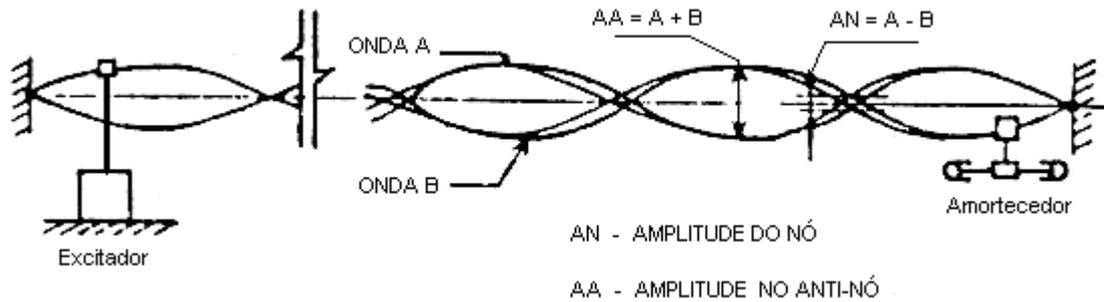


Figura 4.2 - Variação das amplitudes nodais de ondas propagando em direções opostas.

A potência dissipada pelo condutor ( $P_c$ ) pode ser também calculada como:

$$P_c = \sqrt{P.m.} \left( \frac{V^2}{2} \right) \cdot \frac{a_1}{Y} \quad (4.7)$$

sendo:

raiz de  $P.m$  - a impedância da onda ou impedância característica (em frequência muito alta deverá ser modificada para tomar em consideração a influência da rigidez do cabo condutor);

$a_1/Y$  - a relação de onda estacionária (amplitude do nó / amplitude do anti-nó) em m/m;

$V$  - a velocidade no anti-nó em m/s;

$P$  - a tração no cabo condutor em N;

$m$  - a massa do cabo condutor por unidade de comprimento em kg/m.

#### 4.1.5 Método das ondas progressivas

Este método baseia-se na medição da perda de energia vibratória de um trem de onda progressiva de amplitude modulada introduzido no cabo. O amortecimento em um trecho do cabo é obtido a partir da perda de energia do trem de onda entre o início e o fim do trecho em questão (Torres, 1994; Torres et al., 1994). A utilização de ondas progressivas tem as vantagens de eliminar as influências das terminações e do acoplamento do excitador no trecho de medição e de não depender da estabilização da vibração em um único modo no vão de ensaio.

Apesar da existência destes diversos métodos de medição do amortecimento (método do decremento logarítmico, método da potência, método da onda estacionária, método das ondas progressivas) não existe um consenso em afirmar qual deles apresenta melhor resultado. Todos os

métodos citados apresentam dificuldades na obtenção dos dados experimentais, algumas vantagens e desvantagens em sua aplicação.

Utilizou-se neste capítulo, o método do decremento logarítmico, com medições de decaimento livre com amplitude inicial, ou decaimento com excitação impulsiva. Por meio de técnicas de busca e ajuste da curva experimental no tempo e da transformada de *Hilbert*, foram feitas as identificações de parâmetros, com a determinação dos fatores de amortecimento para duas ou mais cargas nos três vãos experimentais existentes: 14, 30 ou 65 metros.

### **4.1.6 Potência dissipada pelo condutor *versus* potência do vento**

Após a determinação da potência dissipada pelo condutor por um dos métodos escolhidos para o cabo singelo ou para o conjunto cabo/amortecedor, ou mesmo para espaçadores amortecedores (em caso de condutores em feixes), segundo Meynen et al.(2005), deve-se confrontar este resultado com a potência de vento  $P_w$  (equação 1.7) no sentido de verificar se o auto-amortecimento do cabo mais a dissipação do amortecedor atendem às condições necessárias de limites vibracionais para que não se tenha problemas de fadiga ao longo dos anos. Esses limites encontram-se no *EPRI* (1979).

## **4.2 Análise de Amortecimento por Simulação de Modelo Equivalente e Superposição Modal**

### **4.2.1 Introdução**

Após a realização de vários estudos e experimentos em análise modal, por meio de excitação periódica e impulsiva, varreduras em frequência e identificação dos modos, procurou-se doravante ajustar um modelo que melhor representasse o amortecimento do cabo condutor.

A correlação entre dados analíticos e resultados experimentais apresenta dificuldades inerentes na obtenção desses resultados. Quando testes de vibração são realizados, várias fontes de erros podem estar presentes tais como: calibração incorreta dos equipamentos, ruído excessivo, equipamentos danificados, interpretação incorreta dos dados, localização incorreta do transdutor, etc. Modelos analíticos de elementos finitos podem também conter erros: conceitos incorretos de modelagem, incertezas nas propriedades dos materiais, detalhes insuficientes de modelagem,

condições de contorno incorretas, etc. Quando os resultados analíticos são diferentes dos dados experimentais, o modelo analítico deve ser corrigido ou realimentado de tal forma que haja uma concordância entre esses valores analíticos e experimentais. Desta forma, a realimentação de modelos pode ser considerada como a melhor representação dinâmica de uma estrutura. Mottershead e Friswell (1993) apresentam uma revisão bem consistente a respeito de realimentação de modelos matemáticos obtidos pelo Método dos Elementos Finitos (*MEF*) e dados experimentais obtidos com a instalação de sensores no sistema em análise. As correções dos modelos matemáticos são feitas por processamento de dados de testes estruturais e comparação com os valores obtidos computacionalmente. Friswell et al.(1995,1998) utilizam um método de realimentação para sistemas reduzidos (*IRS- Improved Reduced System*) que permite estimar com maior precisão parâmetros modais de um sistema completo. A redução do modelo é feita por meio de procedimentos dinâmicos. Um processo iterativo permite a convergência para um modelo reduzido que reproduz um conjunto modal do sistema completo.

Na aplicação de modelos reduzidos, um fator limitante, é o procedimento adequado para descrever a matriz de amortecimento do sistema. Neste sentido, Pilkey (1998) descreve um procedimento iterativo para computação da matriz de amortecimento de um sistema qualquer. Duas formas de abordagem podem ser consideradas: conhecendo-se a matriz de inércia, autovalores e autovetores e, conhecendo-se a matriz de inércia, rigidez, autovalores e autovetores. O ajuste é feito com matrizes reduzidas, obtidas pelo método *IRS* (Friswell et al. 1995,1998) e uma matriz modal contendo os graus de liberdade obtidos dos valores experimentais.

A identificação do amortecimento de uma estrutura tem sido alvo de vários pesquisadores: Norris et al. (1993), Adhikari e Woodhouse (2001a, 2001b), Prells e Friswell (2000), Dalenbring (1999) e Huang (2001), e cuja validação de modelos passa pela necessidade de identificação dos parâmetros modais. Uma boa revisão das técnicas utilizadas para esta finalidade pode ser obtida em Maia (1988). Técnicas mais sofisticadas são utilizadas por Bosse et al. (1998).

Normalmente na realimentação de modelos são utilizados conjuntos incompletos de modos experimentais (Cha e Gu, 2000; Pilkey, 1998; Friswell et al., 1995,1998). Devido a uma limitação física relativa à quantidade de sensores e posição de fixação, os dados experimentais são limitados relativamente a poucos pontos e essa limitação acaba por inserir erros na simulação (Baruch, 1998). Esses erros podem ser de ordem numérica podendo inclusive modificar as características do modelo. No sentido de minimizar os efeitos de uma medição ruim, a escolha dos pontos de colocação dos sensores é de fundamental importância (Reynier e Abou-Kandil, 1999).

Yamaguchi et. al.(2001), analisam as características dinâmicas pelas respostas livre e forçada de um sistema de cabo usando interações subestruturais. O sistema consiste em dois cabos

estruturais idênticos, em paralelo e conectado a outro cabo. O amortecimento modal é avaliado baseando-se num método energético. Yamaguchi e Adhikari (1995) obtêm analiticamente as características de amortecimento modal de cabos estruturais. O amortecimento modal é obtido por um método energético levando-se em consideração a energia de deformação e um fator de perda. Os resultados numéricos são obtidos pelo Método dos Elementos Finitos (*MEF*) considerando um modelo com carregamento axial e momento fletor.

A análise modal também é estudada por Nariboli e McConnell (1988), considerando o efeito da curvatura dos cabos e equações não lineares. Gopalan (1987,1993) investiga o comportamento dinâmico de cabos em sistemas de testes confinados. Russell e Lardner (1998) investigam o comportamento dinâmico de cabos elásticos por modelos teóricos e dados experimentais com interesse em estabelecer uma equação teórica para a tensão mecânica no sistema por meio dos valores das frequências naturais.

Markiewicz (1995) apresenta um método e modelo computacional para a avaliação das características dinâmicas ótimas de amortecedores (*stockbridge*) montados próximos das terminações. Também mostra como a eficiência de um amortecedor normal pode ser melhorada em função do local adequado de instalação do mesmo.

Otrin (2007) trabalha com a identificação de matriz de amortecimento proporcional (equivalente viscoso) de *Rayleigh*, tendo como referência o trabalho de Barbieri e al. (2004a), determinando os coeficientes  $\alpha$  e  $\beta$ , chamados de *Rayleigh coefficients*, porém, trabalha com cabos não submetidos a carregamento axial. O mesmo Otrin (2009), ao analisar cabos com revestimento e considerando problemas de contato entre o revestimento e os fios de aço internos, utiliza de elemento de viga de *Euler-Bernoulli*, novamente sem carregamento axial. Este também se referencia aos trabalhos de Barbieri e al.(2004a, 2004b), com relação à modelagem e determinação dos autovalores e autovetores para as diversas situações de carregamento mecânico e comprimento das amostras.

Zhu (2007) também trabalha com a investigação do amortecimento flexural em cabos frouxos, sem carregamento axial, por meio de modelo equivalente viscoso de *Rayleigh*, com a determinação dos coeficientes  $\alpha$  e  $\beta$ , e comenta sobre a influência significativa da histerese flexural no comportamento dos cabos sem carga axial, com alto valor de amortecimento flexural da ordem de 37,7% do amortecimento crítico.

O amortecimento interno de cabos tensionados foi estudado recentemente por Rawlins (2009), onde analisa os movimentos relativos entre os fios causados pela flexão e devido à fricção entre eles, e que sob condições comuns de vibração o atrito é grande o suficiente para impedir um maior deslizamento, porém, com micros deslizamentos nas bordas dos contatos intercamadas que

causam uma dissipação friccional com tensões cisalhantes nesses contatos resultando em amortecimento material. Apresenta uma análise que conectam as flexões do corpo do condutor com os movimentos e forças internas intercamadas e com o somatório da dissipação que ocorre nesse corpo, o auto-amortecimento.

Uma das motivações deste trabalho reside no fato que as linhas em uso são velhas e existe a necessidade do conhecimento das características mecânicas reais dos cabos para subsidiar novos projetos e/ou adaptações das características mecânicas, principalmente em relação aos efeitos vibratórios.

Com isso, em um primeiro estágio, procurou-se ajustar a resposta forçada de um sistema pela comparação das respostas numéricas no tempo, obtidas pelo Método dos Elementos Finitos (*MEF*) e resultados experimentais medidos com cinco acelerômetros. A excitação foi do tipo impulsiva. A resposta numérica no domínio do tempo foi obtida usando-se o método de *Newmark* (Bathe e Wilson, 1976). O amortecimento equivalente viscoso apresenta-se sob a forma:  $C = \alpha M + \beta K$ . Os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  foram inicialmente obtidos heurísticamente. Procurou-se também ajustar a resposta do sistema pelo método de superposição modal utilizando-se dos primeiros modos de vibrar.

Em um segundo estágio Barbieri et al. (2001a) analisam o comportamento dinâmico das linhas de transmissão pela comparação das frequências e modos obtidos de resultados experimentais coletados nas bancadas descritas no capítulo 2. Os resultados numéricos são obtidos pelo Método dos Elementos Finitos (*MEF*). Na análise dos resultados experimentais, aplica-se o método de um grau de liberdade (*SDOF*– *single-degree-of-freedom*) na identificação das frequências e dos modos de vibrar. Esse método é adequado, pois o sistema é ligeiramente amortecido e as frequências devidamente espaçadas (Maia, 1998; Ewins, 1994). O amortecimento da estrutura, principal parâmetro na avaliação dos efeitos transitórios, foi avaliado por meio das várias opções descritas na literatura (estrutural, viscoso, *Coulomb*, etc.), optando-se pelo modelo equivalente ao viscoso a partir de análise dos sinais experimentais e com base nos trabalhos de Teodoro (1994) e em MacConnell (1995). Nessa fase, as análises já são feitas e refinadas pela inclusão de uma rotina computacional de busca com a otimização de parâmetros e a minimização de uma função erro. Os dados experimentais também foram adquiridos utilizando de cinco acelerômetros colocados ao longo de metade do vão em amostras de cabos de diferentes comprimentos instaladas nos vãos de 13, 32 e 65 metros, respectivamente.

Em um terceiro estágio, os parâmetros modais são obtidos por outra técnica chamada de envelope complexo (Lee e Park, 1994) e por meio da transformada de *Hilbert*, onde se procura

ajustar uma matriz global de amortecimento do sistema, utilizando-se dos modelos reduzidos descritos por Friswell et al.(1995, 1998).

### 4.2.2 Simulação com o modelo proporcional (equivalente viscoso)

A Figura 4.3 representa o sinal no domínio do tempo para os cinco acelerômetros colocados na metade de uma amostra do cabo *IBIS* (com 13 metros de comprimento) nas posições  $L/2$ ,  $3L/8$ ,  $L/4$ ,  $L/8$  e  $L/16$ . A aquisição foi feita com um intervalo de tempo  $dt = 0,0625$  s para uma faixa de frequência de 0 a 50 Hz. A excitação do sistema foi realizada por meio de um martelo de impacto (veja Figura 4.4).

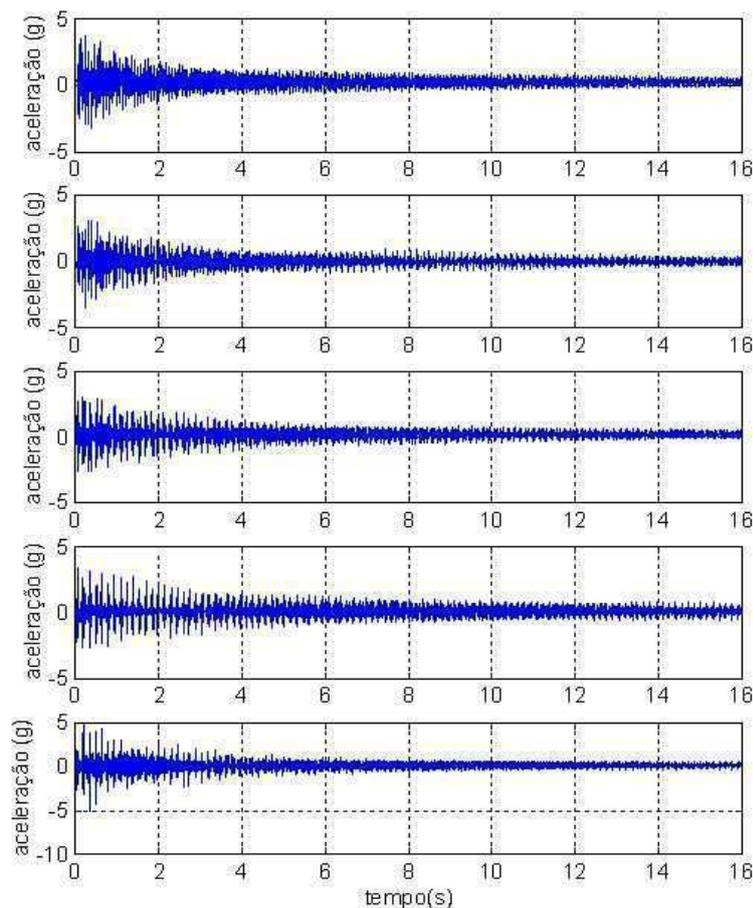


Figura 4.3- Resposta no tempo dos cinco acelerômetros *ICP* - piezoelétricos

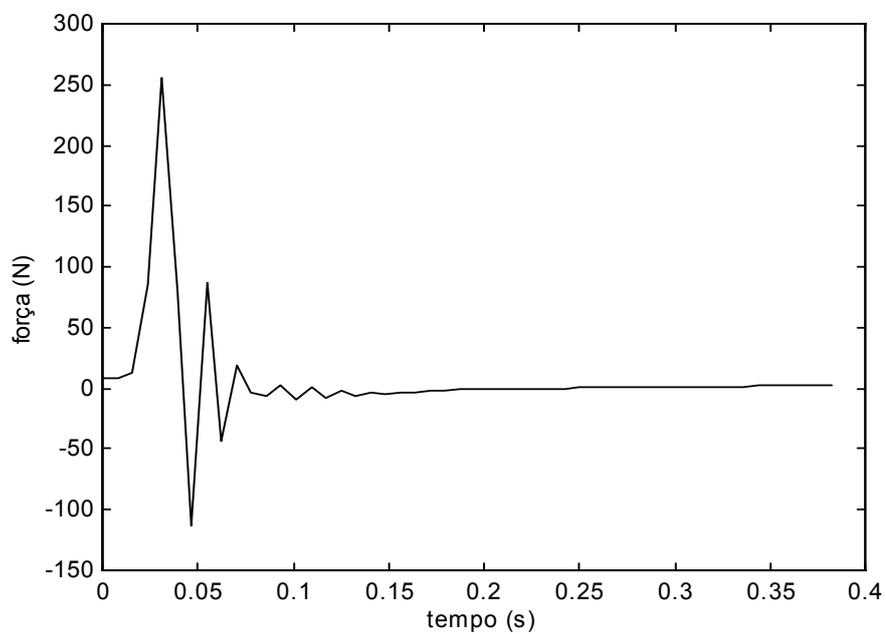


Figura 4.4 - Excitação Impulsiva do Cabo

A Figura 4.5 mostra no lado esquerdo a resposta temporal nos cinco acelerômetros, e no lado direito os valores numéricos obtidos por simulação computacional sem amortecimento do sistema.

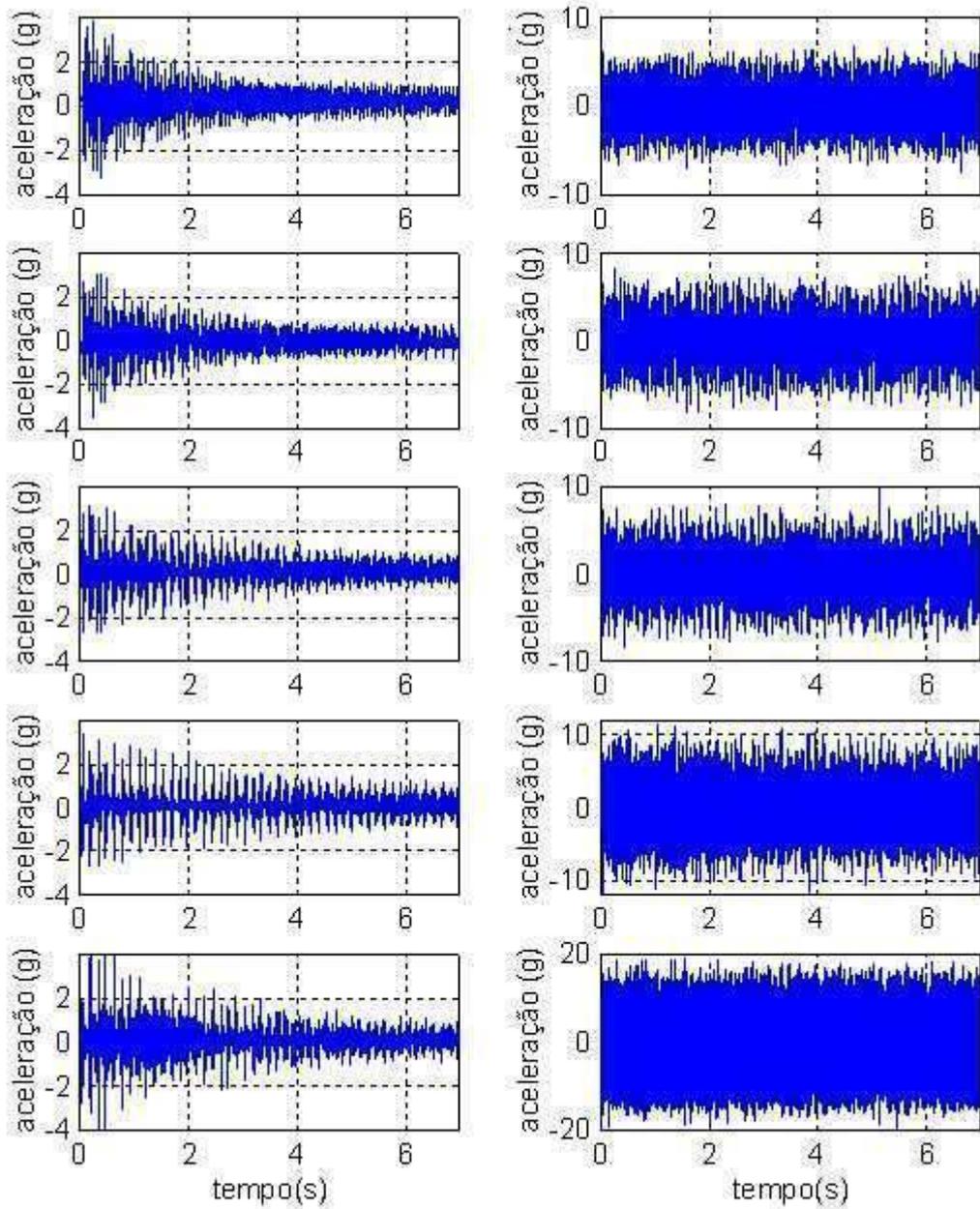


Figura 4.5 - Resposta experimental (lado esquerdo) e resposta numérica (lado direito) para os cinco acelerômetros sem amortecimento.

Procurou-se então, modelar o amortecimento do sistema por meio de modelo equivalente ao viscoso, escolhendo uma matriz de amortecimento da forma:

$$C = \alpha M + \beta K \tag{4.8}$$

A dificuldade inerente deste modelo é encontrar os valores adequados das constantes  $\alpha$  e  $\beta$ . Após várias tentativas e ajustes, chegou-se a resultados mais adequados. As Figuras 4.6 e 4.7 mostram esses resultados para valores combinados das constantes  $\alpha$  e  $\beta$ .

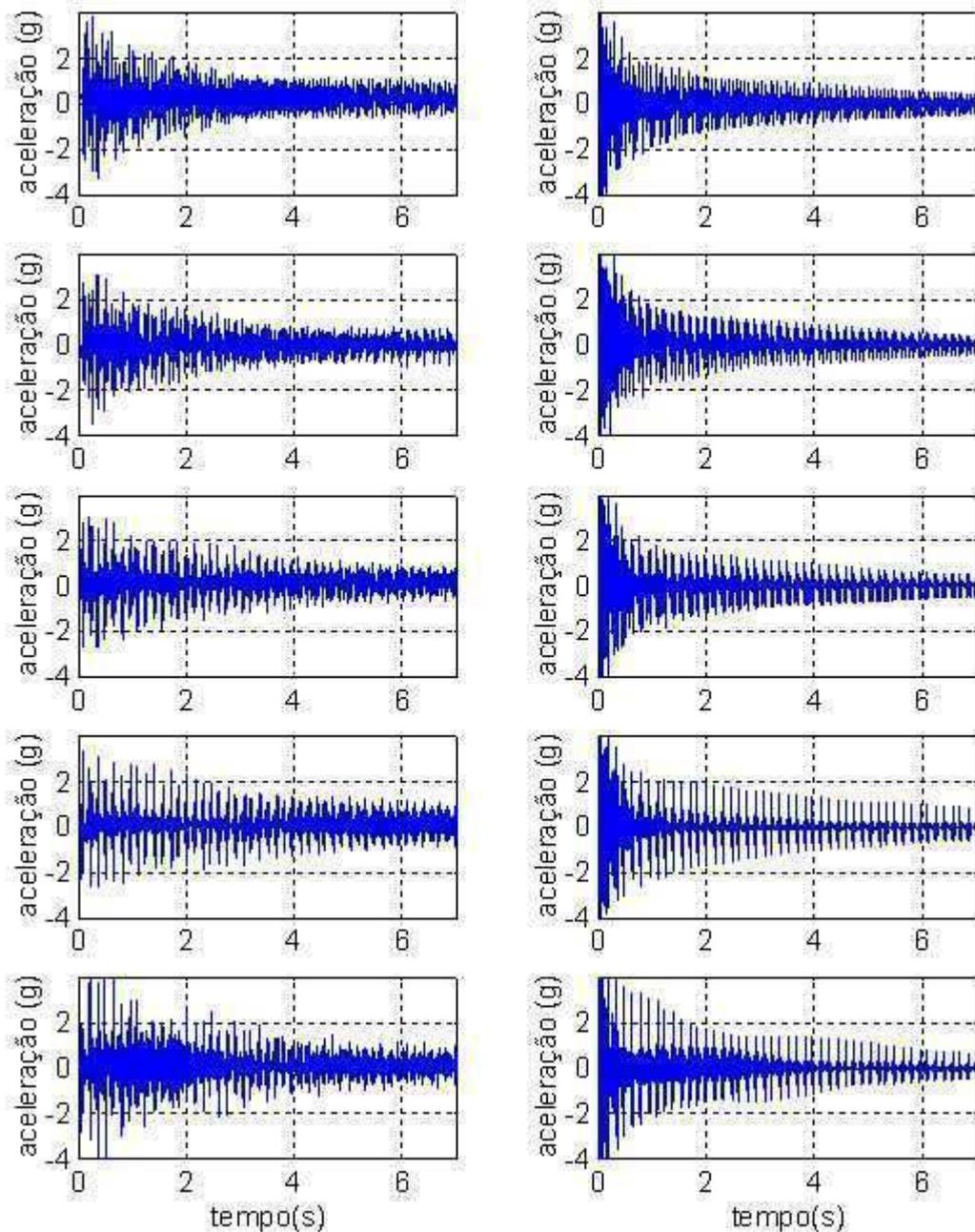


Figura 4.6 - Resposta experimental (lado esquerdo) e numérica (lado direito)  
( $\alpha = 0.1$ ,  $\beta = 0.0000065$ )

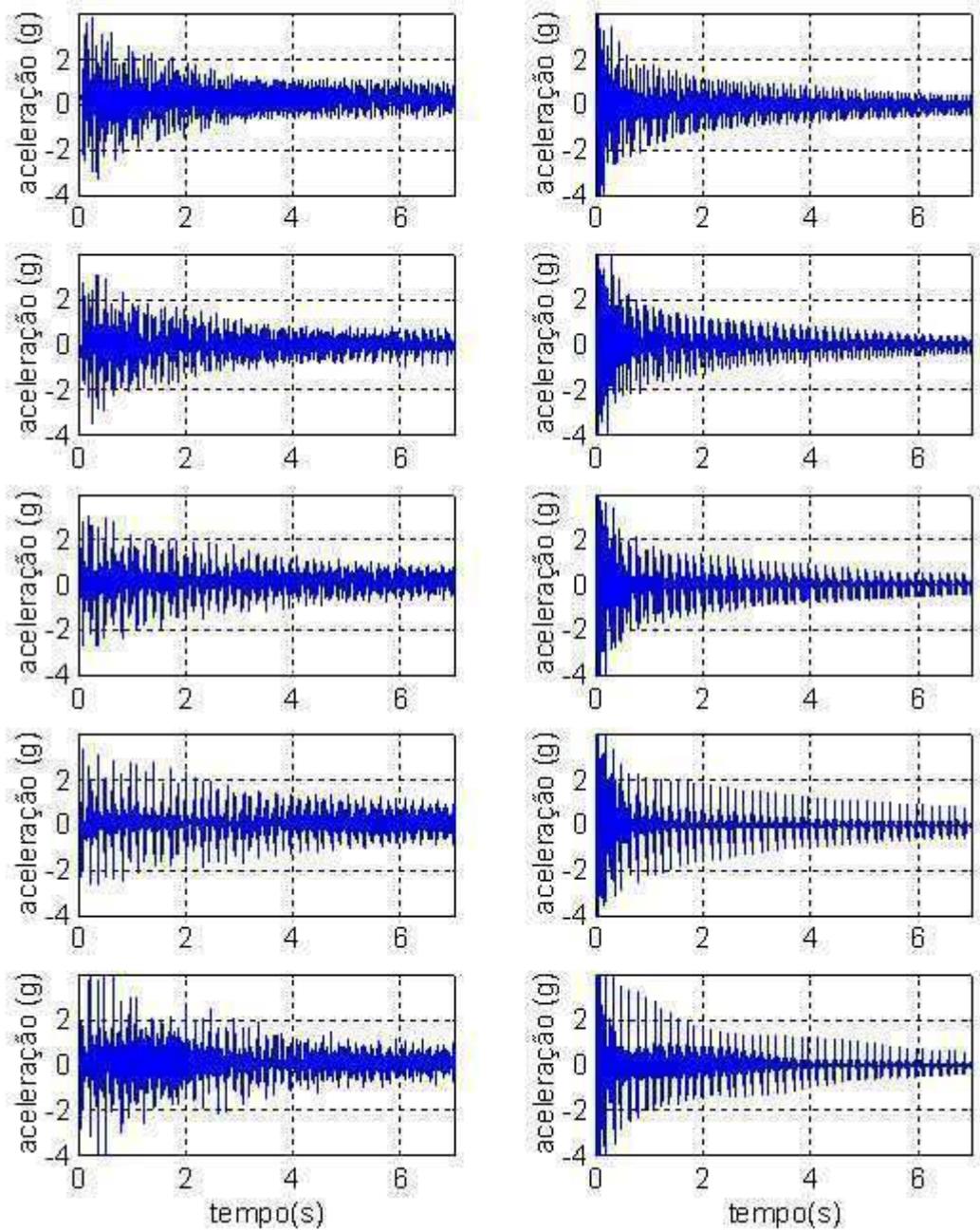


Figura 4.7 - Resposta experimental (lado esquerdo) e numérica (lado direito)  
 ( $\alpha = 0.1$ ,  $\beta = 0.0000075$ )

### 4.2.3 Análise do amortecimento por superposição modal

Outra tentativa de encontrar a matriz de amortecimento foi considerando a superposição modal. Propõe-se usar uma transformação de variáveis para melhorar a forma de integração (Bathe, 1976). Fazendo:

$$U(t) = \phi \cdot \text{sen} \omega(t - t_0) \quad (4.9)$$

sendo:

$U(t)$  - os deslocamentos nodais;

$\phi$  - um vetor de ordem  $n$  ;

$t$  - a variável temporal;

$t_0$  - uma constante de tempo;

$\omega$  - a frequência de vibração (rad/s).

Se a equação do movimento é dada por:

$$M\ddot{U} + KU = 0 \quad (4.10)$$

Substituindo (4.9) em (4.10) obtêm-se a equação generalizada para o problema de autovalores, para os quais  $\phi$  e  $\omega$  devem ser determinados, ou seja:

$$K\phi = \omega^2 M\phi \quad (4.11)$$

A solução de (4.11) produz os pares  $(\omega_i^2, \phi_i)$ , para  $i = 1, \dots, n$ , onde os autovetores são normalizados em relação à matriz massa, ou seja:

$$\phi_i^T M \phi_j \begin{cases} = 1; & i = j \\ = 0; & i \neq j \end{cases} \quad (4.12)$$

e,

$$0 \leq \omega_1^2 \leq \omega_2^2 \leq \dots \leq \omega_n^2 \quad (4.13)$$

Definindo a matriz  $\Phi$  cujas colunas são os autovetores  $\phi_i$  e a matriz diagonal  $\Omega^2$  que contém os autovalores  $\omega_i^2$  na diagonal principal, tem-se:

$$\Phi = [\phi_1 \quad \dots \quad \phi_n] \quad (4.14)$$

$$\Omega^2 = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & & & \\ & \omega_2^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \omega_n^2 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

pode-se escrever as  $n$  soluções de (4.11) como:

$$K\Phi = M\Phi\Omega^2 \quad (4.16)$$

Desde que os autovetores sejam ortonormais, tem-se:

$$\Phi^T K\Phi = \Omega^2; \quad \Phi^T M\Phi = I \quad (4.17)$$

Fazendo a transformação de variáveis:

$$U(t) = \Phi X(t) \quad (4.18)$$

obtem-se as equações de equilíbrio correspondente aos deslocamentos modais generalizados:

$$\ddot{X}(t) + \Phi^T C\Phi \dot{X}(t) + \Omega^2 X(t) = \Phi^T R(t) \quad (4.19)$$

As análises são efetivas assumindo-se que o amortecimento é proporcional, ou seja:

$$\phi_i^T C \phi_j = 2\omega_i \xi_i \delta_{ij} \quad (4.20)$$

sendo  $\xi_i$  o fator de amortecimento modal e  $\delta_{ij}$  o delta de *Kronecker* :

$$\delta_{ij} \begin{cases} = 1, & i = j \\ = 0, & i \neq j \end{cases} \quad (4.21)$$

Desta forma, (4.19) reduz-se a  $n$ -equações da forma:

$$\ddot{x}_i(t) + 2\omega_i \xi_i \dot{x}_i(t) + \omega_i^2 x_i(t) = r_i(t) \quad (4.22)$$

Usando-se (4.8) em (4.20), tem-se:

$$\phi_i^T (\alpha M + \beta K) \phi_i = 2\omega_i \xi_i \quad (4.23)$$

ou,

$$\alpha + \beta \omega_i^2 = 2\omega_i \xi_i \quad (4.24)$$

Para calcular as constantes  $\alpha$  e  $\beta$  necessita-se conhecer o fator de amortecimento de dois modos de vibrar. Para encontrar o fator de amortecimento dos modos de vibrar, filtrou-se digitalmente o sinal experimental. A Figura 4.8 mostra os sinais filtrados dos cinco acelerômetros para a faixa de frequência de 25 a 27,5 Hz (quarto modo de vibrar).

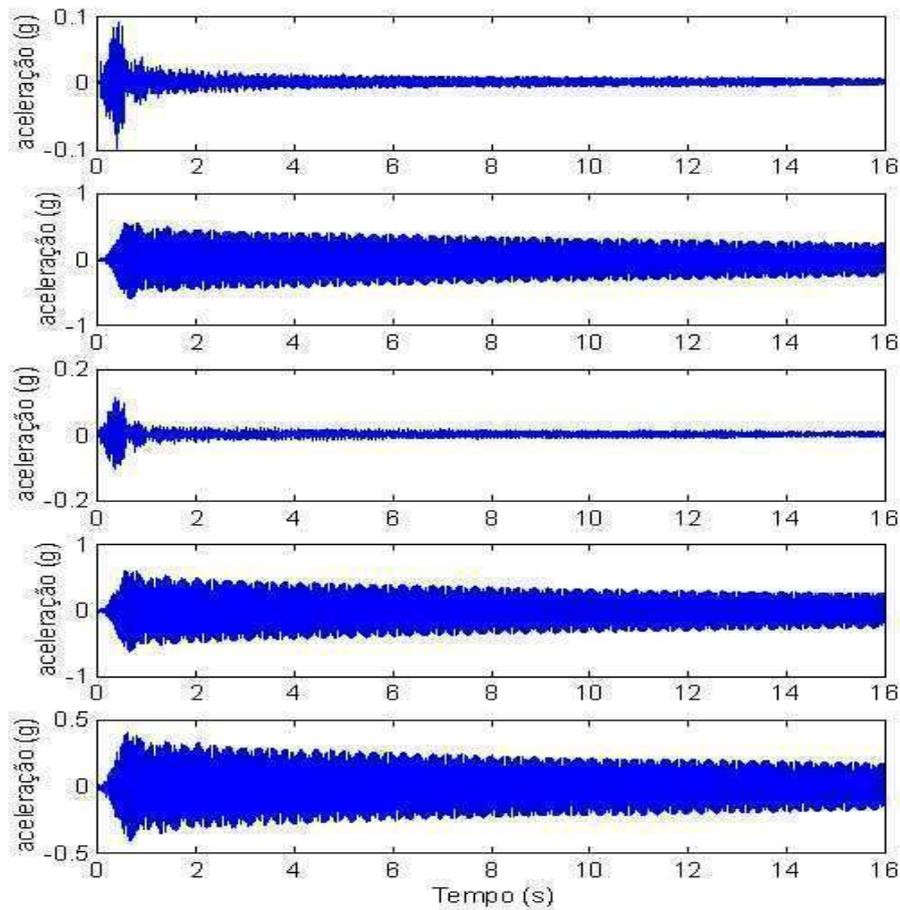


Figura 4.8 – Sinal filtrado para o quarto modo de vibrar

Como foram obtidos dois sinais experimentais (duas amostras), usou-se o valor médio dos fatores de amortecimento modais, como mostra a Figura 4.9. Para calcular os fatores de amortecimento usou-se a técnica do decremento logarítmico (RAO, 1990; EPRI, 1979).

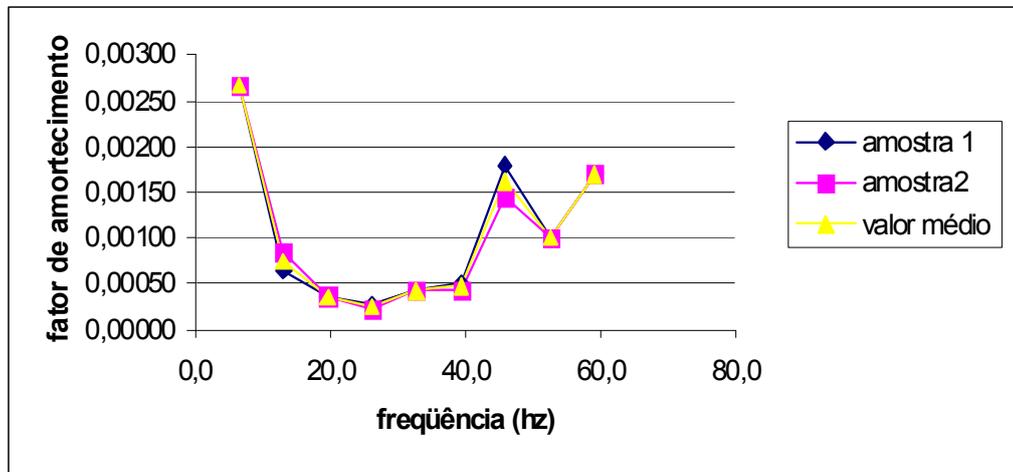


Figura 4.9 - Fator de amortecimento para os nove primeiros modos de vibrar

Ajustados os fatores de amortecimento, utilizaram-se os valores do quarto e sexto modo de vibrar para encontrar as constantes  $\alpha$  e  $\beta$  (Bathe e Wilson, 1976; RAO, 1990). Considerando-se  $\xi_4 = 0.00025$  e  $\xi_6 = 0.0004725$  encontra-se  $\alpha = -0.03859446$  e  $\beta = 0.00000445$ . Escolheu esses modos por apresentarem alta energia modal.

A Figura 4.10 mostra os resultados simulados para esta situação. A Figura 4.11 mostra os resultados para outros valores de  $\alpha$  e  $\beta$ .

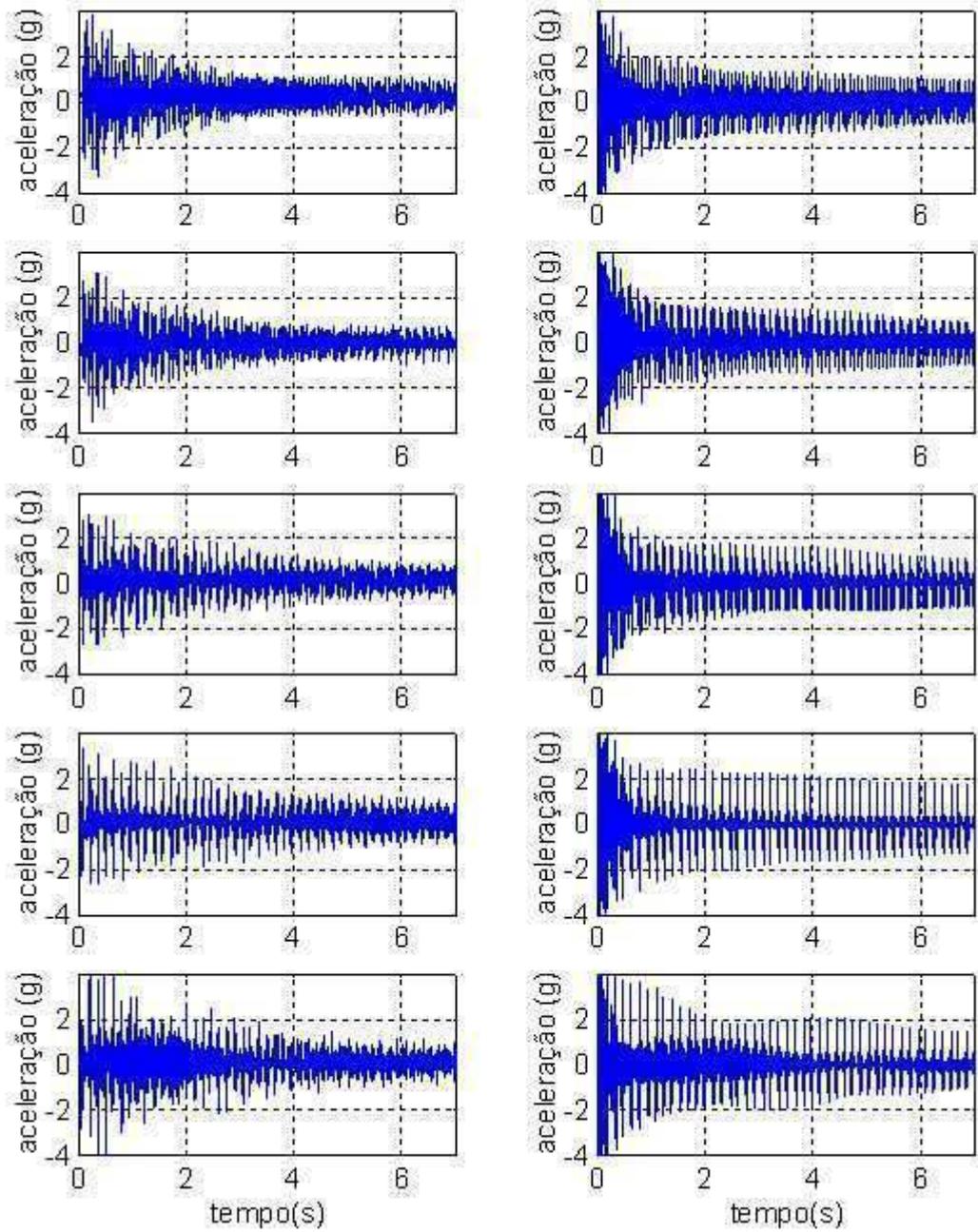


Figura 4.10 - Resposta experimental (lado esquerdo) e numérica (lado direito)  
 ( $\alpha = -0.04$ ,  $\beta = 0.0000045$ )

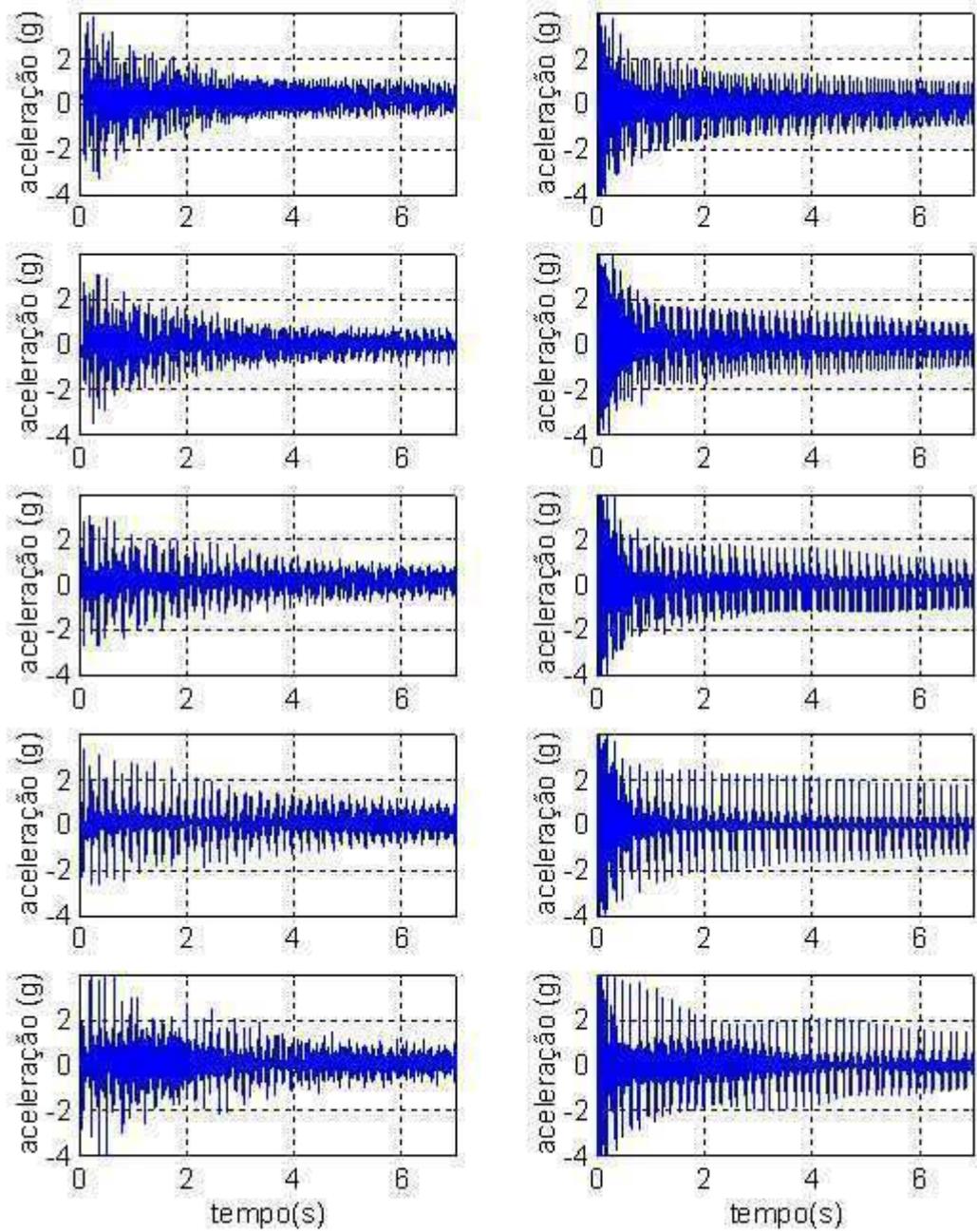


Figura 4.11 - Resposta experimental (lado esquerdo) e numérica (lado direito)  
 ( $\alpha = -0.1$ ,  $\beta = 0.0000075$ )

Uma última tentativa de ajustar o modelo foi considerar a influência de vários modos de vibrar na resposta do sistema pelo método da superposição modal (Bathe e Wilson, 1976), também

descrito por Nigol e Buchan (1981). A Figura 4.12 representa a resposta do sistema utilizando-se seis modos de vibrar e a Figura 4.13 utilizando-se nove modos de vibrar.

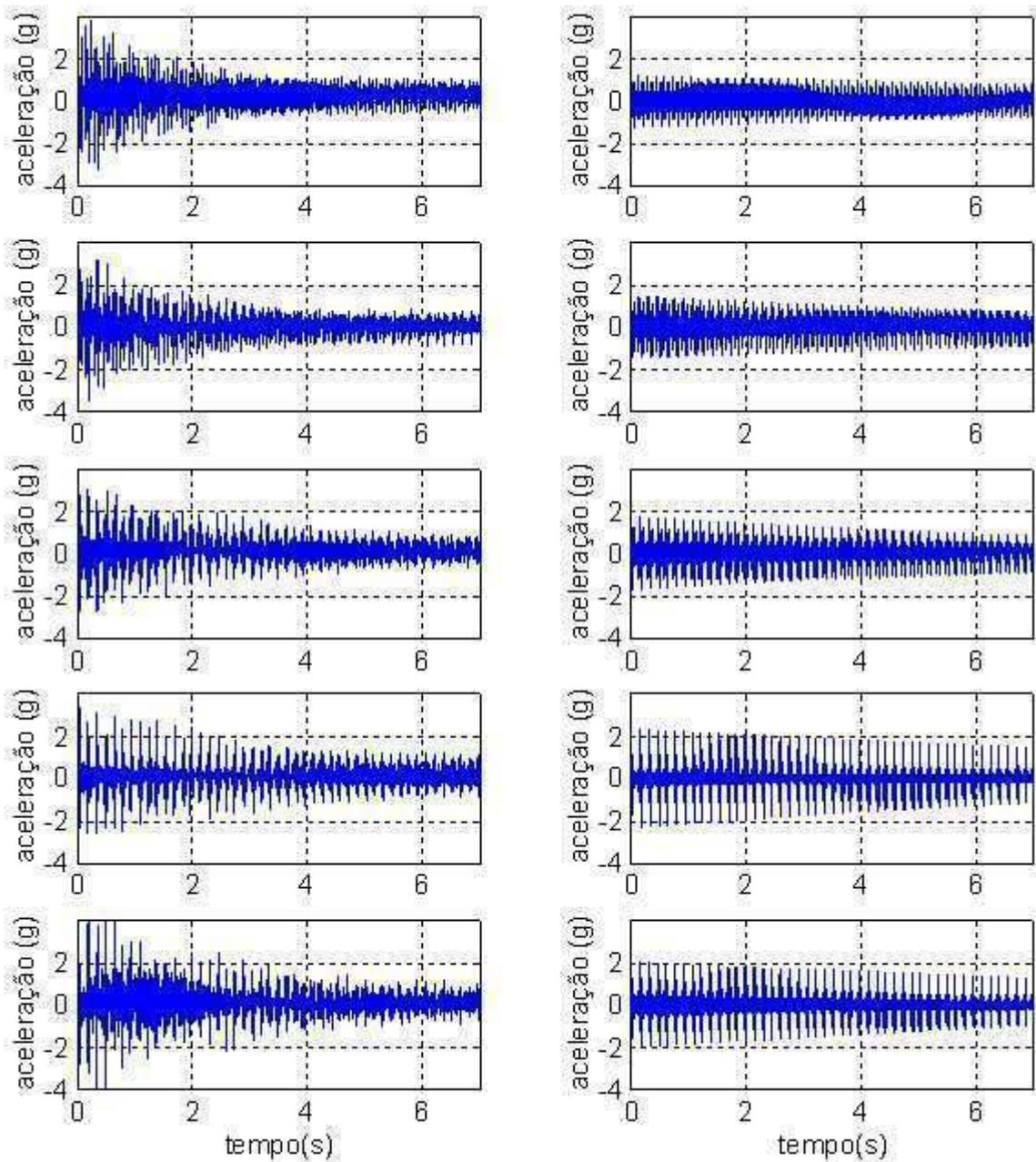


Figura 4.12 - Resposta experimental (lado esquerdo) e numérica (lado direito) (seis modos de vibrar)

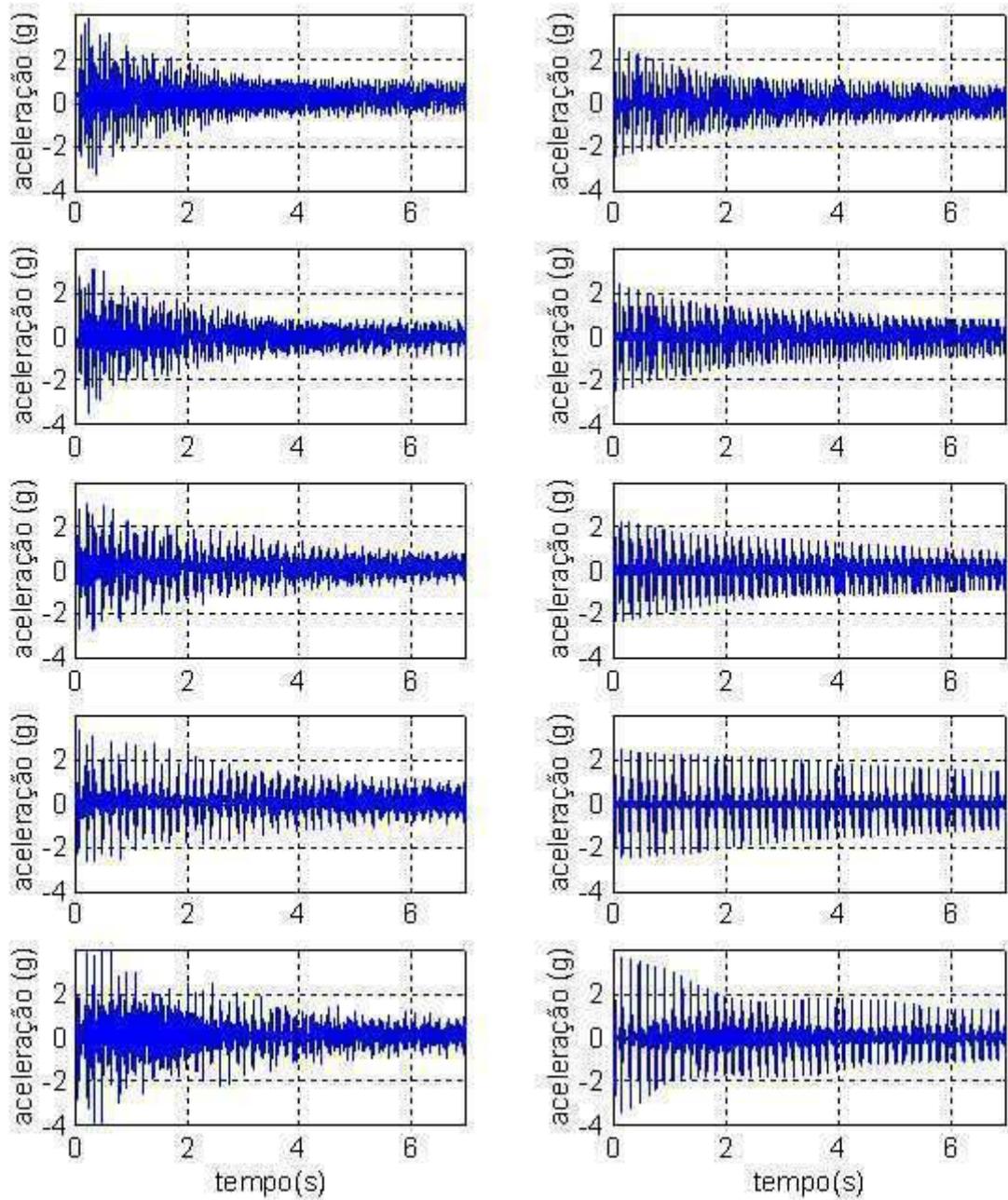


Figura 4.13 - Resposta experimental (lado esquerdo) e numérica (lado direito) (nove modos de vibrar)

A Figura 4.3 mostra claramente a influência do amortecimento na resposta do sistema. A Figura 4.5 representa a resposta temporal do sistema sem amortecimento. Nota-se que os resultados são totalmente diferentes. O uso combinado das constantes  $\alpha$  e  $\beta$ , Figuras 4.6 e 4.7, mostraram semelhanças entre as repostas experimentais e numéricas. Essa primeira forma de estimar as constantes  $\alpha$  e  $\beta$  é baseado no método heurístico.

Para a utilização de parâmetros modais, ou seja, fatores de amortecimento filtrou-se digitalmente o sinal experimental, Figura 4.8, e utilizou-se da técnica do decremento logarítmico para encontrar os valores de tais fatores. O amortecimento modal foi obtido considerando-se duas amostras do sinal experimental, Figura 4.9, e procurou-se trabalhar com o valor médio. Calcularam-se então, as constantes  $\alpha$  e  $\beta$  utilizando-se os fatores de amortecimento de dois modos de vibrar que apresentaram alta concentração espectral. A Figura 4.10 mostra o comportamento do sistema para estas constantes. A Figura 4.11 mostra também o comportamento do sistema para outros dois valores selecionados. A desvantagem do método é que a influência dos demais modos de vibrar fica prejudicada, ou seja, com esse método os demais fatores de amortecimento são considerados lineares.

Para contornar estas dificuldades, tanto no método heurístico, como no método de ajuste modal (por superposição modal com dois modos de vibrar), utiliza-se também o método de superposição modal com mais modos de vibrar. A Figura 4.12 mostra o comportamento do sistema com seis modos de vibrar e a Figura 4.13 com nove modos de vibrar. Nota-se claramente que existe a necessidade de se trabalhar com um número maior de modos e com um número maior de pontos de medição. Esse fato pode ter implicações na validação numérica, ou seja, nos valores da curva de excitação (Figura 4.3) e no espectro das curvas de resposta temporal que podem ter os sinais comprometidos, principalmente os de pico.

Na sequência deste capítulo, o amortecimento próprio é mais bem avaliado por meio de outros métodos e cujos valores serão doravante utilizados nas simulações numéricas.

### 4.3 Análise de Amortecimento nos Cabos pelos Métodos *SDOF* (*Single-Degree-of-Freedom*), Busca Temporal, Transformada de *Hilbert* (Envelope) com Sistema Reduzido

#### 4.3.1 Método *SDOF* (*Single- Degree- of- Freedom*)

O método *SDOF* já foi tratado anteriormente no capítulo 3, durante a análise modal. Utiliza-se do mesmo programa denominado *SDOF* (item 3.3.1.3) para a determinação do amortecimento do sistema. Os dados de entrada são as *FRFs* - Funções de Resposta em Frequência - retiradas de amostras nos vãos de 13, 30 e 65 metros com o cabo *ÍBIS*.

#### 4.3.2 Método de busca temporal

O método de busca temporal é utilizado a partir da função *Fmins* do *Matlab*, que é baseada no procedimento de *Nelder-Mead* (Dennis e Woods, 1987) e usada para ajustar as constantes de uma função temporal de acordo como os valores experimentais. Os sinais experimentais são filtrados digitalmente por um filtro passa-faixa com frequência central ajustada para a frequência do modo de vibrar, em seguida, utilizando-se de uma rotina de busca, minimiza-se uma função erro baseada na resposta analítica:

$$x(t) = e^{-\lambda_i t} (A_i \cos \omega_{di} t + B_i \text{sen} \omega_{di} t) \quad (4.25)$$

sendo:

$\lambda_i = \xi_i \omega_{ni}$ ,  $\xi_i$  o fator de amortecimento e  $\omega_{ni}$  a frequência natural,  $A_i$  e  $B_i$  constantes que dependem das condições iniciais e  $\omega_{di}$  é a frequência amortecida. A função erro representa a diferença entre o valor experimental dos acelerômetros e a resposta analítica (equação 4.25). A Figura 4.14 mostra a curva ajustada (parte superior) para o sinal de um acelerômetro e a curva experimental (parte inferior). Conhecendo-se os parâmetros  $A_i$  e  $B_i$  pode-se ajustar os modos de vibrar.

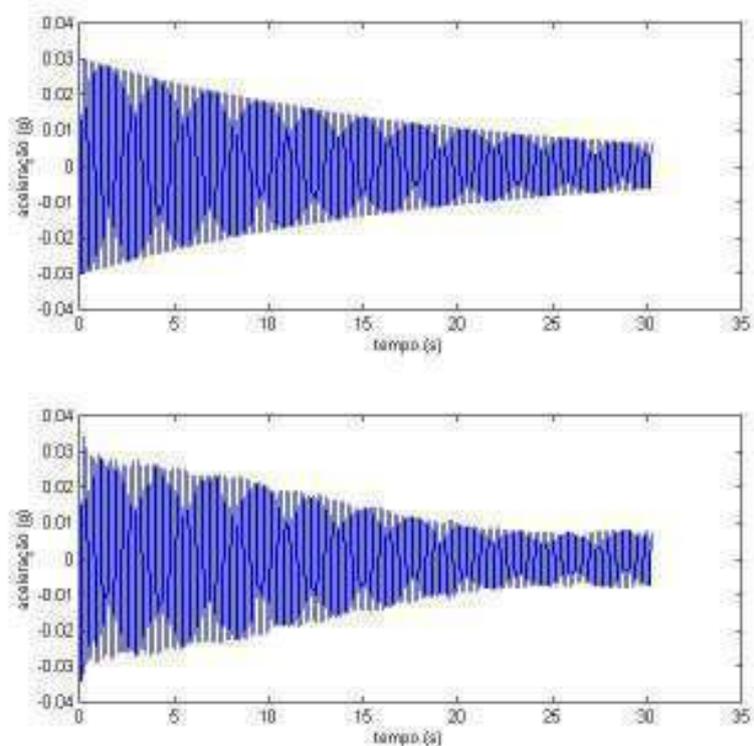


Figura 4.14 - Valor ajustado (superior) e medido (inferior) da resposta de um sistema

### 4.3.3 Método temporal utilizando-se da transformada de *Hilbert*

O método utilizando o envelope complexo (Lee e Park, 1994) é semelhante ao ajuste anterior. Inicialmente filtra-se o sinal temporal por de um filtro digital passa-faixa com frequência central ajustada para a frequência natural do modo de vibrar. A seguir, aplica-se a transformada de *Hilbert*, que é equivalente a um filtro, onde as componentes espectrais são inalteradas, mas as fases delas são alteradas por  $\pi/2$  positivamente ou negativamente de acordo com o sinal de  $\omega$ , ou seja, é usada para calcular um novo sinal no tempo com base no sinal original (Novak, 2003). A Figura 4.15 mostra na parte inferior o envelope do sinal no domínio do tempo. O eixo das ordenadas representa o logaritmo natural do envelope. O fator de amortecimento é obtido pela inclinação do envelope, ou seja:

$$\xi\omega_n = \Delta env / \Delta t \quad (4.26)$$

sendo  $\xi$  o fator de amortecimento,  $\omega_n$  a frequência natural,  $\Delta env$  o valor entre o intervalo de tempo  $\Delta t$ . Esse método é para um grau de liberdade, porém, existe procedimento para aplicação para vários graus de liberdade.

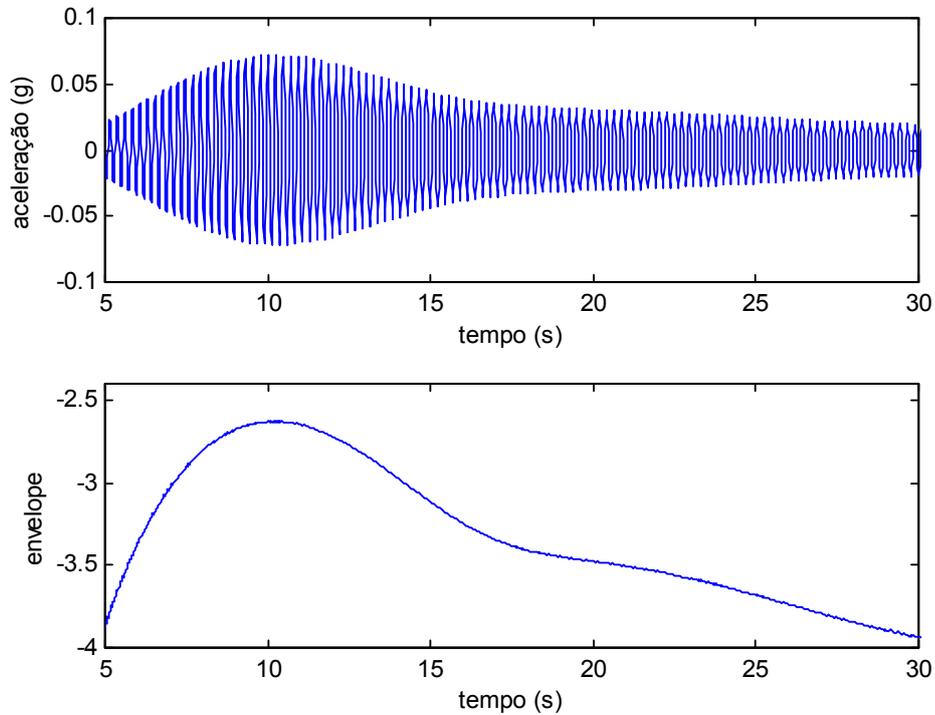


Figura 4.15 - Sinal no domínio do tempo (parte superior) e envelope (parte inferior)

Esse método foi aplicado simultaneamente com o método de busca citado anteriormente. Nota-se que existe uma perturbação inicial no sinal do envelope. Somente foi utilizado o trecho onde o ajuste no domínio do tempo representa aproximadamente o modo de vibrar.

### 4.3.4 Determinação da matriz reduzida global de amortecimento

Um procedimento iterativo descrito por Friswell et al.(1995,1998) pode ser utilizado para ajuste de um sistema reduzido de equações. O procedimento é baseado em um sistema de equações particionadas conforme os sinais medidos e os sinais não medidos, ou seja:

$$\begin{bmatrix} M_{mm} & M_{ms} \\ M_{sm} & M_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_m \\ \ddot{x}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{mm} & K_{ms} \\ K_{sm} & K_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_m \\ x_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_m \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.27)$$

sendo  $M$  a matriz de inércia,  $K$  a matriz de rigidez,  $x$  o vetor deslocamento,  $f$  o vetor excitação,  $m$  são os pontos nodais medidos e  $s$  são os pontos nodais não medidos.

Vários métodos podem ser empregados para obtenção de matrizes de inércia e rigidez reduzidas.

#### 4.3.4.1 Redução estática (Friswell et al., 1995, 1998)

Desconsiderando o termo inercial na equação (4.27), tem-se:

$$[K_{sm}]\{x_m\} + [K_{ss}]\{x_s\} = 0 \quad (4.28)$$

e,

$$\begin{Bmatrix} x_m \\ x_s \end{Bmatrix} = [T_s]\{x_m\} \quad (4.29)$$

sendo  $[T_s]$  a matriz de transformação estática e  $[I]$  uma matriz identidade:

$$[T_s] = \begin{bmatrix} I \\ -K_{ss}^{-1}K_{sm} \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

As matrizes reduzidas são:

$$[M_r] = [T_s]^T [M] [T_s] \quad (4.31)$$

$$[K_r] = [T_s]^T [K] [T_s] \quad (4.32)$$

#### 4.3.4.2 Sistema reduzido melhorado (*IRS-Improved Reduced System*) (Friswell et al., 1995, 1998)

Este método é usado após a transformação estática (equação 4.30). Ele é computacionalmente mais dispendioso, embora permita uma melhor aproximação do modelo, pois inclui as forças inerciais. A matriz de transformação é dada por:

$$[T_{IRS}] = [T_s] + [S][M][T_s][M_r]^{-1}[K_r] \quad (4.33)$$

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & K_{ss}^{-1} \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

#### 4.3.4.3 Sistema Reduzido Melhorado Iterativo (*Iterated IRS*) (Friswell et al., 1995,1998)

A matriz de transformação para o Sistema Reduzido Melhorado Iterativo é obtida por:

$$[T_{i+1}] = \begin{bmatrix} I \\ t_{i+1} \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

$$[t_{i+1}] = [t_s] + [K_{ss}]^{-1} [M_{sm} \quad M_{ss}] [T_i] [M_{ri}]^{-1} [K_{ri}] \quad (4.36)$$

com,

$$[t_0] = [t_s] = -[K_{ss}]^{-1} [K_{sm}] \quad (4.37)$$

As matrizes de massa e rigidez na  $i$ -ésima iteração é definida por:

$$[M_{ri}] = [T_i]^T [M] [T_i] \quad (4.38)$$

$$[K_{ri}] = [T_i]^T [K] [T_i] \quad (4.39)$$

A convergência é atingida nas sucessivas iterações pela definição de uma função erro entre as matrizes de amortecimento (parte real dos autovalores).

#### 4.3.4.4 - Identificação da matriz de amortecimento do sistema

Conhecendo-se a matriz de inércia  $[M]$ , matriz diagonal principal dos autovalores  $[\Lambda]$ ; a matriz modal  $[\Phi]$  e uma matriz de amortecimento inicial  $[C_0]$ , é possível usar um procedimento iterativo descrito por Pilkey (1998), cujos passos são:

a) Inicializa-se a variável contadora  $m = 1$ , Normalização dos autovetores, tal que:

$$\Phi_i^T (2[M]\lambda_i + [C_{m-1}])\Phi_i = I \quad (4.40)$$

b) Matriz de amortecimento  $[C_m]$

$$[C_m] = -[M] \left( [\Phi][\Lambda]^2[\Phi]^T + [\bar{\Phi}][\bar{\Lambda}]^2[\Phi]^* \right) [M] \quad (4.41)$$

sendo que o símbolo (sobrescrito)  $T$  representa matriz transposta,  $\bar{\phantom{x}}$  representa matriz complexa conjugada e  $^*$  representa matriz complexa conjugada transposta.

c) A verificação da convergência também é feita pela definição de uma função erro entre a parte real dos autovalores nas matrizes de amortecimento. Se a convergência não é atingida, adiciona-se um passo a mais na variável contadora  $m = m + 1$ .

### 4.3.5 Resultados

O cabo utilizado é do tipo *ÍBIS* cujos parâmetros são: massa específica 0,8127 [kg/m]; rigidez flexural (EI) 10,08 Nm<sup>2</sup>.

Para a identificação modal foram colocados cinco acelerômetros no cabo, nas posições  $L/2$ ,  $3L/8$ ,  $L/4$ ,  $L/8$  e  $L/16$ . A excitação do sistema foi realizada por um martelo de impacto. Na solução numérica foram utilizados apenas dez elementos finitos e os autovalores/autovetores foram obtidos utilizando-se do programa *MODVIB*. Três comprimentos de amostras foram utilizados: 13,385, 32,300 e 65,378 m. A tração mecânica no cabo foi mantida constante em 10700 e 15860 N. Nas Tabelas de 4.1 a 4.6 estão mostrados os valores das cinco primeiras frequências obtidas por quatro métodos diferentes. As Tabelas de 4.1 a 4.3 são para carga de 10700 N e as Tabelas de 4.4 a 4.6 para carga de 15860 N.

Nota-se que os resultados teóricos e os resultados obtidos pelo Método dos Elementos Finitos (*MEF*) são praticamente iguais. Os resultados obtidos experimentalmente pelo método de busca (equação 4.25) e pelo Método *SDOF* (Maia, 1988; Ewins, 1994) também apresentam valores satisfatórios. A diferença entre os valores analíticos e experimentais são justificados, uma vez que no modelo matemático não está presente o amortecimento, efeitos de não linearidade (torção dos fios) e efeitos da propagação de ondas. O primeiro erro (Erro1) é a variação percentual entre a solução experimental por busca e a teórica, e o segundo erro (Erro2), entre a solução *SDOF* e a teórica.

**Tabela 4.1 - Resultados teóricos e experimentais (amostra de 13,385 m) 10,7 kN**

Solução	$\omega_1$ [Hertz]	$\omega_2$ [Hertz]	$\omega_3$ [Hertz]	$\omega_4$ [Hertz]	$\omega_5$ [Hertz]
Teórica	4,2862	8,5731	12,8615	17,1521	21,4456
MEF	4,2862	8,5730	12,8613	17,1520	21,4466
Experimental Busca	4,3186	8,5905	12,8527	17,2449	21,5178
Experimental SDOF	4,3125	8,6250	12,9062	17,2217	21,5312
Erro1(%)	0,70	0,23	0,07	0,50	0,32
Erro2(%)	0,70	0,58	0,31	0,40	0,42

**Tabela 4.2 - Resultados teóricos e experimentais (amostra de 32,300 m) 10,7 kN**

Solução	$\omega_1$ [Hertz]	$\omega_2$ [Hertz]	$\omega_3$ [Hertz]	$\omega_4$ [Hertz]	$\omega_5$ [Hertz]
Teórica	1,7761	3,5523	5,3286	7,1052	8,8823
MEF	1,7761	3,5523	5,3286	7,1051	8,8818
Experimental	1,7760	3,5179	5,2539	7,0183	8,7359
Busca					
Experimental	1,7813	3,5312	5,2812	7,0312	8,8000
SDOF					
Erro1(%)	0	1,12	1,31	1,26	1,68
Erro2(%)	0,56	0,56	0,75	0,98	0,90

**Tabela 4.3 - Resultados teóricos e experimentais (amostra de 65,355 m) 10,7 kN**

Solução	$\omega_1$ [Hertz]	$\omega_2$ [Hertz]	$\omega_3$ [Hertz]	$\omega_4$ [Hertz]	$\omega_5$ [Hertz]
Teórica	0,8775	1,7550	2,6325	3,5101	4,3876
MEF	0,8775	1,7550	2,6325	3,5101	4,3879
Experimental	1,0071	1,7411	2,6108	3,4901	4,3472
Busca					
Experimental	1,0077	1,7422	2,6094	3,4844	4,3515
SDOF					
Erro1(%)	14,94	0,57	0,76	0,56	0,91
Erro2(%)	14,94	0,57	1,14	0,85	0,68

**Tabela 4.4 - Resultados teóricos e experimentais (amostra de 13,395 m) 15,86 kN**

Solução	$\omega_1$ [Hertz]	$\omega_2$ [Hertz]	$\omega_3$ [Hertz]	$\omega_4$ [Hertz]	$\omega_5$ [Hertz]
Teórica	5,2144	10,4292	15,6456	20,8636	26,0840
MEF	5,2144	10,4293	15,6454	20,8636	26,0853
Experimental	5,2276	10,4603	15,6638	20,9681	26,1545
Busca					
Experimental	5,2500	10,4687	15,6562	20,9687	26,1250
SDOF					
Erro1(%)	0,19	0,38	0,12	0,47	0,26
Erro2(%)	0,76	0,38	0,06	0,47	0,15

**Tabela 4.5 - Resultados teóricos e experimentais (amostra de 32,322 m) 15,86 kN**

Solução	$\omega_1$ [Hertz]	$\omega_2$ [Hertz]	$\omega_3$ [Hertz]	$\omega_4$ [Hertz]	$\omega_5$ [Hertz]
Teórica	2,1609	4,3219	6,4830	8,6442	10,8055
MEF	2,1609	4,3219	6,4830	8,6443	10,8062
Experimental	2,1545	4,2949	6,4132	8,5636	10,6501
Busca					
Experimental	2,1562	4,2813	6,4062	8,5625	10,6562
SDOF					
Erro1(%)	0,46	0,69	1,08	0,92	1,38
Erro2(%)	0,46	0,92	1,23	0,92	1,38

**Tabela 4.6 - Resultados teóricos e experimentais (amostra de 65,378 m) 15,86 kN**

Solução	$\omega_1$ [Hertz]	$\omega_2$ [Hertz]	$\omega_3$ [Hertz]	$\omega_4$ [Hertz]	$\omega_5$ [Hertz]
Teórica	1,0683	2,1387	3,2050	4,2734	5,3418
MEF	1,0683	2,1367	3,2050	4,2735	5,3421
Experimental	1,1152	2,1217	3,1840	4,2440	5,2907
Busca					
Experimental	1,1095	2,1094	3,1718	4,2344	5,2812
SDOF					
Erro1(%)	4,71	0,46	0,62	0,70	0,93
Erro2(%)	3,77	1,40	0,93	0,93	1,12

Os cinco primeiros modos de vibrar (com carga de 15860 N) para os três comprimentos das amostras estão representados nas Figuras 4.16, 4.17 e 4.18. Nota-se que existe uma satisfatória concordância entre os resultados.

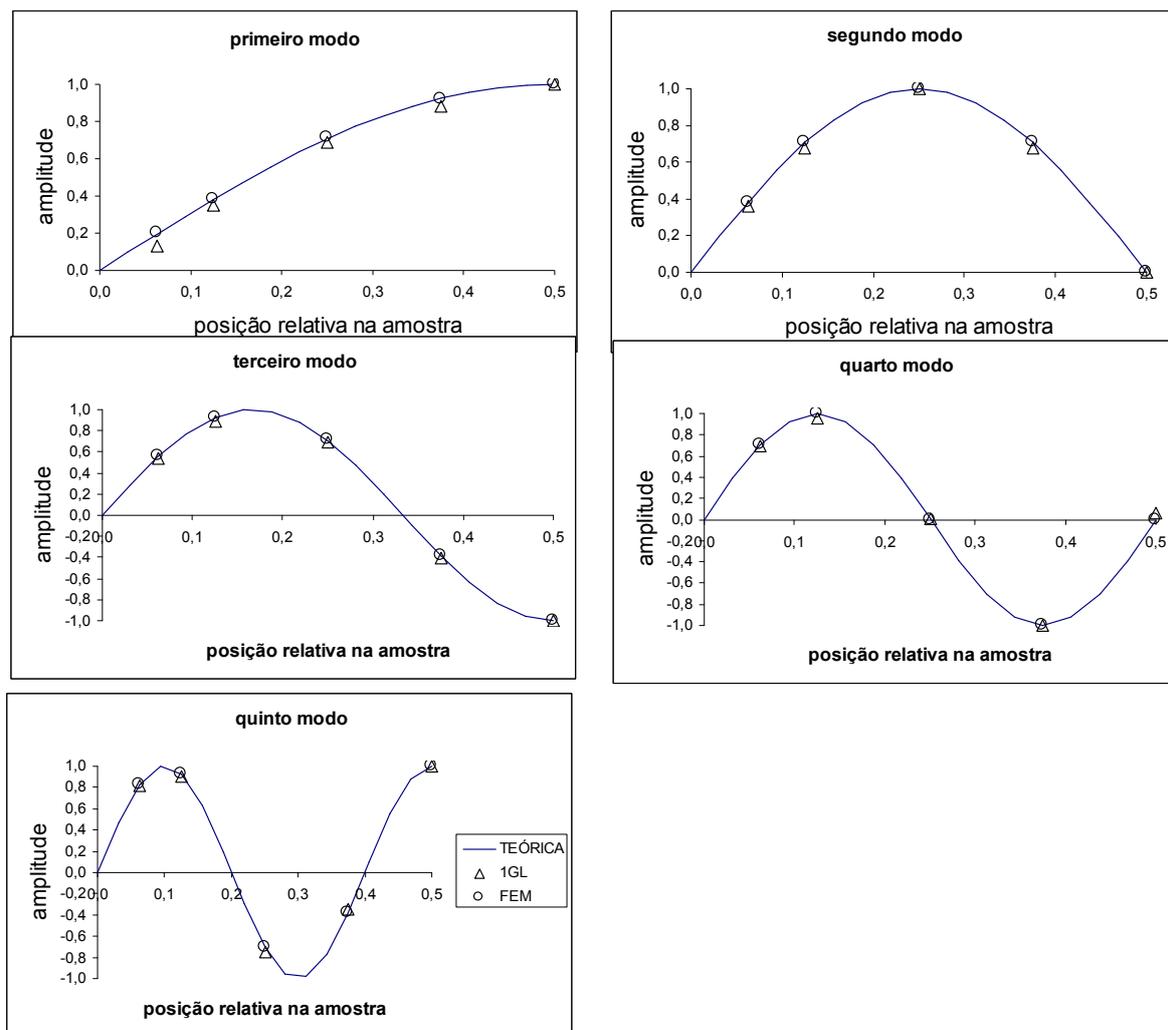


Figura 4.16 - Modos de vibrar (amostra de 13,395 m) – 15860 N

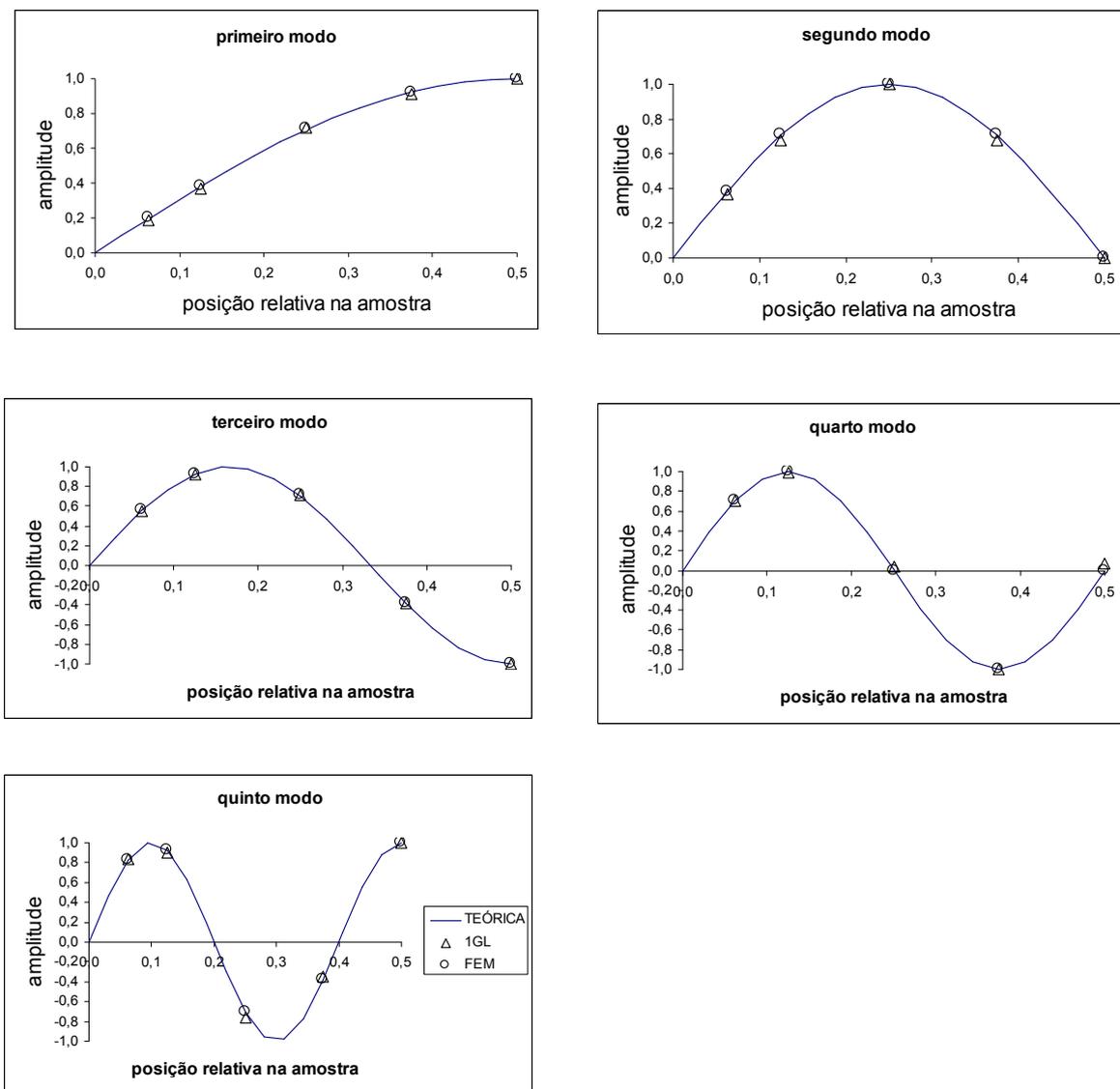


Figura 4.17 - Modos de vibrar (amostra de 32,322 m) – 15860 N

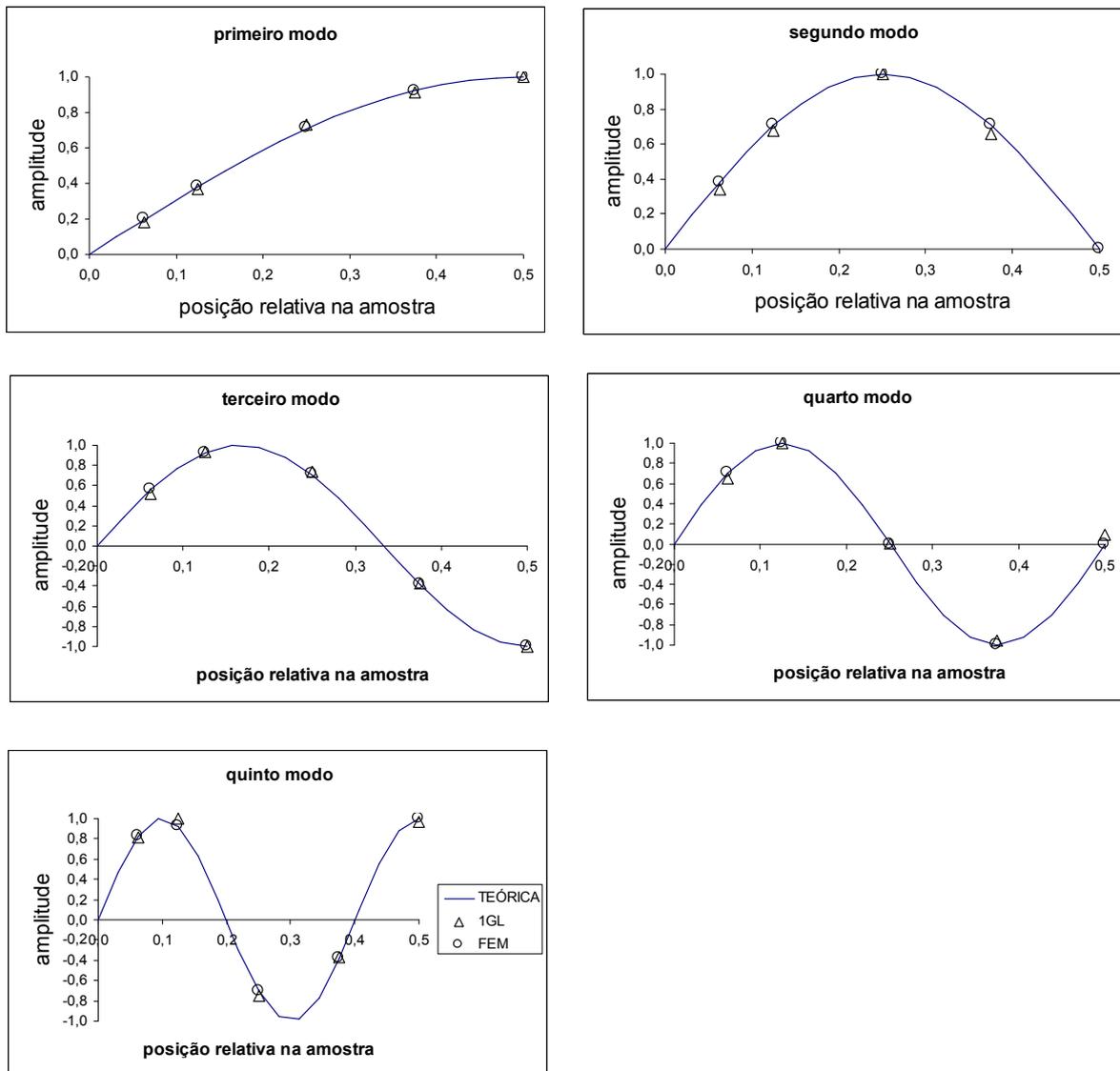


Figura 4.18 - Modos de vibrar (amostra de 65,378 m) – 15860 N

Depois de ajustar as frequências e os modos de vibrar, procurou-se ajustar e determinar os fatores de amortecimento presentes na parte real dos autovalores, utilizando-se dos métodos de busca e do envelope complexo. Os resultados encontrados para os cinco primeiros modos de vibrar estão mostrados nas Tabelas 4.7 e 4.8.

**Tabela 4.7 - Fator de amortecimento (carga no cabo de 10700 N)**

Comprimento da amostra	Técnica	$\xi_1$	$\xi_2$	$\xi_3$	$\xi_4$	$\xi_5$
13,385 m	Busca	0,0025	0,0010	0,0007	0,0007	0,0011
	Experimental Envelope complexo	0,0036	0,0009	0,0007	0,0006	0,0011
32,5 m	Busca	0,0045	0,0021	0,0021	0,0014	0,0022
	Experimental Envelope complexo	0,0050	0,0020	0,0024	0,0014	0,0018
65,355 m	Busca	0,0133	0,0075	0,0059	0,0036	0,0036
	Experimental Envelope complexo	0,0134	0,0077	0,0058	0,0038	0,0035

**Tabela 4.8 - Fator de amortecimento (carga no cabo de 15860 N)**

Comprimento da amostra	Técnica	$\xi_1$	$\xi_2$	$\xi_3$	$\xi_4$	$\xi_5$
13,385 m	Busca	0,0015	0,0008	0,0007	0,0003	0,0008
	Experimental Envelope complexo	0,0015	0,0008	0,0007	0,0003	0,0008
32,5 m	Busca	0,0033	0,0018	0,0015	0,0014	0,0022
	Experimental Envelope complexo	0,0033	0,0016	0,0014	0,0013	0,0023
65,378 m	Busca	0,0045	0,0023	0,0020	0,0018	0,0015
	Experimental Envelope complexo	0,0047	0,0022	0,0020	0,0016	0,0014

As Figuras 4.19 e 4.20 apresentam as curvas correspondentes às Tabelas 4.7 e 4.8 respectivamente, para o método da busca experimental.

Nota-se que o fator de amortecimento aumenta com o aumento do comprimento da amostra e diminui com o aumento da carga mecânica.

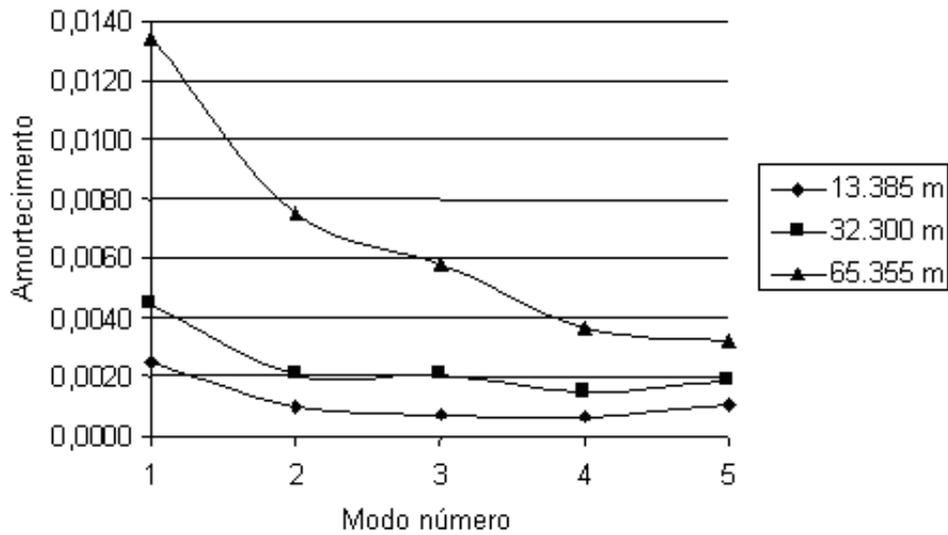


Figura 4.19 - Fatores de amortecimento para carga de 10700 N – Busca experimental

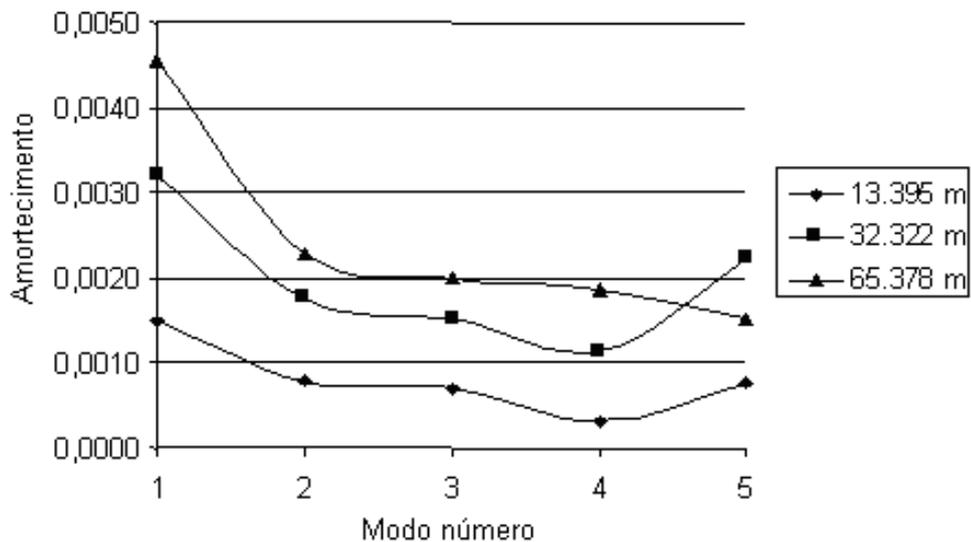


Figura 4.20 - Fatores e amortecimento para carga de 15860 N – Busca experimental

Na tentativa de ajuste de modelos matemáticos, procurou-se encontrar matrizes reduzidas que representasse o mesmo comportamento do modelo real.

A Tabela 4.9 e 4.10 contém as cinco primeiras frequências naturais obtidas por meio de cinco pontos:  $L/2$ ,  $3L/8$ ,  $L/4$ ,  $L/8$  e  $L/16$  (carga de 10700 e 15860 N respectivamente). O modelo teórico na Tabela 4.9 e 4.10 é composto por matrizes de ordem  $29 \times 29$  e os modelos reduzidos por matrizes de ordem  $5 \times 5$ . Nota-se que os resultados dos sistemas por redução estática e pelo método *IRS* apresentam resultados muito divergentes, e que os resultados obtidos pelo método *IRS* iterativo apresentam erros insignificantes.

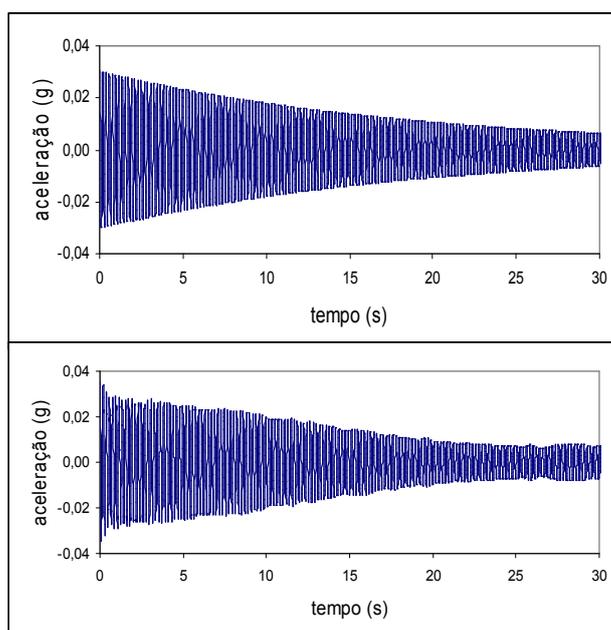
**Tabela 4.9 - Resultados com modelos reduzidos (amostra de 13,385 m) 10,7 kN**

Solução	$\omega_1$ [Hertz]	$\omega_2$ [Hertz]	$\omega_3$ [Hertz]	$\omega_4$ [Hertz]	$\omega_5$ [Hertz]
Teórica	4,2862	8,5731	12,8615	17,1521	21,4456
Redução estática	4,4836	10,9220	19,6755	29,7656	48,8114
Erro(%)	4,67	27,42	52,95	73,52	127,65
IRS	4,2877	8,8334	15,0609	23,8289	38,0203
Erro(%)	0	3,03	17,10	38,89	55,56
IRS iterativo	4,2862	8,5731	12,8626	17,1567	21,4495
Erro(%)	0	0	0	0	0

**Tabela 4.10 - Resultados com modelos reduzidos (amostra de 13,395 m) 15,86 kN**

Solução	$\omega_1$ [Hertz]	$\omega_2$ [Hertz]	$\omega_3$ [Hertz]	$\omega_4$ [Hertz]	$\omega_5$ [Hertz]
Teórica	5,2144	10,4292	15,6456	20,8636	26,0840
Redução estática	5,4586	13,2973	23,9544	36,2388	59,4266
Erro(%)	4,6	27,54	53,13	73,68	127,83
IRS	5,2201	10,7541	18,3348	29,0041	46,2593
Erro(%)	0,19	3,16	17,19	39,02	77,33
IRS iterativo	5,2183	10,4372	15,6586	20,8849	26,1084
Erro(%)	0	0,09	0,06	0,09	0,07

A Figura 4.21 contém o sinal ajustado (parte superior) utilizando-se da rotina de busca, e o sinal medido (parte inferior) do acelerômetro colocado na posição  $L/2$  da amostra. Este sinal medido foi filtrado digitalmente por um filtro passa-faixa com frequência central em torno da frequência natural do primeiro modo e em seguida, utilizando-se do método de busca com a minimização da função representada pela equação 4.25.



Figuras 4.21 - Valor ajustado (superior) e medido (inferior) da resposta do sistema

As Tabelas de 4.11 a 4.16 mostram os valores ajustados para os primeiros cinco autovalores. Utilizando-se o mesmo procedimento de busca e usando as matrizes reduzidas obtidas pelo método *IRS* iterativo, procurou ajustar uma matriz de amortecimento. Os novos autovalores ajustados para o sistema estão apresentados na Tabela 4.11 para carga de 10700 N e Tabela 4.12 para carga de 15860 N com comprimento de amostra de 13,385 e 13,395 metros. As Tabelas 4.13 e 4.14 apresentam as cargas de 10700 N e 15860 N com comprimentos respectivos de 32,300 e 32,322 metros. As Tabelas 4.15 e 4.16 apresentam as cargas de 10700 N e 15860 N com comprimentos respectivos de 65,355 e 65,378 metros. Nesse ajuste a função erro é a diferença entre a parte real dos autovalores obtidos experimentalmente (busca no tempo) e a parte real dos autovalores obtidos a cada passo iterativo.

**Tabela 4.11 – Autovalores ajustados – carga 10,7 kN (13,385 m)**

Modo	busca (tempo)	busca (modos)
primeiro	-0,11± i 27,13	-0,11± i 26,93
segundo	-0,05± i 53,98	-0,05± i 53,87
terceiro	-0,06± i 80,76	-0,06± i 80,82
quarto	-0,07± i 108,35	-0,07± i 107,80
quinto	-0,15± i 135,20	-0,15± i 134,77

**Tabela 4.12 – Autovalores ajustados – carga 15,86 kN (13,395 m)**

Modo	busca (tempo)	busca (modos)
primeiro	-0,05± i 32,86	-0,05± i 32,79
segundo	-0,05± i 65,70	-0,05± i 65,58
terceiro	-0,07± i 98,51	-0,07± i 98,39
quarto	-0,04± i 131,86	-0,04± i 131,22
quinto	-0,13± i 164,42	-0,13± i 164,04

**Tabela 4.13 – Autovalores ajustados – carga 10,7 kN (32,300 m)**

Modo	busca (tempo)	busca (modos)
primeiro	-0,053± i 11,15	-0,053± i 11,15
segundo	-0,046± i 22,10	-0,046± i 22,32
terceiro	-0,079± i 33,01	-0,079± i 33,48
quarto	-0,061± i 44,09	-0,061± i 44,65
quinto	-0,120± i 54,88	-0,120± i 55,81

**Tabela 4.14 – Autovalores ajustados – carga 15,86 kN (32,322 m)**

Modo	busca (tempo)	busca (modos)
primeiro	-0,044± i 13,53	-0,044± i 13,57
segundo	-0,043± i 26,98	-0,043± i 27,15
terceiro	-0,060± i 40,29	-0,060± i 40,73
quarto	-0,075± i 53,80	-0,075± i 54,32
quinto	-0,087± i 66,91	-0,087± i 67,90

**Tabela 4.15 – Autovalores ajustados – carga 10,7 kN (65,355 m)**

Modo	busca (tempo)	busca (modos)
primeiro	-0,055± i 6,32	-0,055± i 5,51
segundo	-0,051± i 10,93	-0,051± i 11,02
terceiro	-0,059± i 16,40	-0,059± i 16,54
quarto	-0,048± i 21,92	-0,048± i 22,06
quinto	-0,060± i 27,31	-0,060± i 27,57

**Tabela 4.16 – Autovalores ajustados – carga 15,86 kN (65,378 m)**

Modo	busca (tempo)	busca (modos)
primeiro	-0,026± i 7,00	-0,026± i 6,71
segundo	-0,040± i 13,33	-0,040± i 13,42
terceiro	-0,040± i 20,00	-0,040± i 20,13
quarto	-0,064± i 26,66	-0,064± i 26,85
quinto	-0,056± i 33,24	-0,056± i 33,56

Na tentativa de ajuste de uma matriz global de amortecimento da estrutura, procurou-se modelar o amortecimento da forma  $C = \alpha M + \beta K$ . Procedeu-se um novo ajuste pela rotina de busca, e cujos valores ajustados para os parâmetros estão na Tabela 4.17. Verifica-se que os valores encontrados estão próximos dos valores obtidos pelo procedimento heurístico para ajuste da resposta do sistema no domínio do tempo.

**Tabela 4.17 - Valores ajustados para os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$ .**

Tamanho da Amostra	Carga de 10700 N		Carga de 15860 N	
	$\alpha$	$\beta$	$\alpha$	$\beta$
13 m	0,100890870	0,000007285	0,100880459	0,000007364
32 m	0,100571829	0,000006667	0,100210890	0,000007291
65 m	0,100115261	0,000006827	0,100384272	0,000006089

Os valores ajustados para os autovalores e autovetores por meio dos métodos teóricos e experimentais apresentaram valores consistentes.

Os modelos reduzidos obtidos pela de redução estática e pelo método *IRS* apresentaram resultados com erros muito significativos. Porém, o modelo reduzido obtido pelo método *IRS* iterativo apresentou resultados bem consistentes.

Os autovalores ajustados pela rotina de busca utilizando o domínio do tempo e utilizando da matriz de amortecimento reduzida, apresentaram resultados próximos (ver Tabela 4.1 com 4.9 e Tabela 4.4 com 4.10).

Os valores dos parâmetros ajustados ( $\alpha$  e  $\beta$ ) para descrever uma matriz de amortecimento reduzida apresentam valores bem próximos dos valores obtidos pelo método heurístico.

## CAPÍTULO 5

# ANÁLISE E FORMULAÇÃO NÃO LINEAR DE CABOS CONDUTORES DE LINHAS DE TRANSMISSÃO

*Artigo sobre o assunto deste Capítulo, resumindo a análise, formulação não linear e comparações com resultados experimentais, foi publicado por Barbieri et al., 2008 (“Dynamical analysis of transmission line cables. Part 3- Nonlinear theory”. Mechanical Systems and Signal Processing).*

## 5.1 Análise Dinâmica Linear de Amortecedores de Vibração tipo *Stockbridge*

### 5.1.1 Introdução

Vibrações excitadas pelo vento em função de vórtices de ar sobre o cabo são muito comuns em linhas de transmissão de alta tensão. Embora tais vibrações sejam raramente perceptíveis devido às baixas amplitudes (menor do que um diâmetro do condutor), elas são, contudo, extremamente importantes devido ao fato que podem levar o condutor a processos de fadiga (Hagedorn et al, 2002). Amortecedores tipo *stockbridge* são usados para redução destas oscilações induzidas pelo vento. Nesses amortecedores, a energia mecânica é dissipada nos fios dos cabos (“cabos amortecedores”). O mecanismo de amortecimento ocorre devido à histerese estática resultado do atrito de *Coulomb* entre os fios do cabo que sofrem deformação por flexão. Sistemas com histerese estática podem ser modelados por meio de elementos de *Jenkin* arranjados em paralelo, consistindo de molas lineares e elementos de atrito de *Coulomb*. O cabo amortecedor é um sistema contínuo com amortecimento ao longo de todo seu comprimento. Para testar modelos dinâmicos de *stockbridge*, os valores numéricos e experimentais de curvas de impedância são comparados (Sauter et Hagedorn, 2002). Verma (2002) utiliza-se de modelos lineares e não lineares para analisar o amortecimento do cabo amortecedor de amortecedores tipo *stockbridge*. O comportamento quase estático do cabo foi aproximado considerando o modelo de viga elástica de *Euler-Bernoulli*. Na

modelagem do cabo amortecedor, devido à geometria do *stockbridge*, foi utilizado apenas metade do sistema para cálculo da impedância. As impedâncias para diferentes frequências de excitação foram analisadas. Comparando-se os resultados numéricos e experimentais das curvas de impedância notou-se razoável aproximação entre ambos. Vecchiarelli et al. (2000) introduzem um esquema iterativo de diferenças finitas para prever a vibração vertical em estado estacionário de um vão com condutor simples com um *stockbridge* acoplado. O modelo numérico é baseado em modelos empíricos desenvolvidos para representar o comportamento da vibração eólica e forças de dissipação associadas com o auto-amortecimento do amortecedor. O sistema tem capacidade de avaliar mais do que um modo espacial de vibração do condutor, efeitos de propagação de ondas, rigidez flexural do condutor e massa amortecedora. Nas análises foram utilizadas duas etapas: sistema com amortecedor e sem amortecedor. Markiewicz (1995) analisa as características dinâmicas ótimas de amortecedores tipo *stockbridge* posicionados próximo das ancoragens. As análises mostraram como a eficiência desses amortecedores pode ser melhorada otimizando a posição dos mesmos no vão de ensaio. Wang et al. (1997) analisam a vibração livre de condutores de linha de transmissão equipados com certo número de amortecedores tipo *stockbridge* modelados pelas de equações diferenciais do movimento de vigas tensionadas agindo em determinadas frequências cujas soluções exatas foram obtidas por transformação integral. Espíndola e Silva Neto (2001) usando um modelo de três graus de liberdade para modelar o amortecedor, mostram o comportamento visco-elástico da rigidez flexural. O modelo é similar ao modelo utilizado por Sauter e Hagedorn (2002) e Verma (2002).

### 5.1.2 Modelo Matemático

A Figura 5.1 mostra o modelo de metade de um amortecedor tipo *stockbridge*, considerando simetria, para encontrar o comportamento dinâmico do sistema e determinação da sua impedância. O sistema é composto por um corpo rígido numa extremidade da barra que pode rotacionar ao redor do ponto de contato deste corpo e da barra. Os parâmetros mostrados na Figura 5.1 são:

$m_b$  – metade da massa dos componentes (desconsiderando a massa do corpo rígido);

$m_c$  – massa do corpo rígido;

$J_c$  - momento de inércia do corpo rígido em relação ao eixo baricêntrico, normal ao plano do papel;

$e$  - distância da extremidade livre do elemento de viga e o centro de massa do corpo rígido;

$q_1(t)$  - coordenada de deslocamento da extremidade do elemento de viga;

$q_2(t)$  – coordenada de rotação do corpo rígido;

$y(t)$  – deslocamento no ponto central da estrutura de viga;

$f(t)$  - força de excitação.

A matriz de rigidez para as coordenadas  $q_1(t)$  e  $q_2(t)$  é:

$$K = EI \begin{bmatrix} \frac{12}{L^3} & -\frac{6}{L^2} \\ \frac{6}{L^2} & \frac{4}{L} \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

sendo:

$EI = EI_r(1 + i\eta)$  a matriz de rigidez complexa e  $\eta$  o fator de perda equivalente.

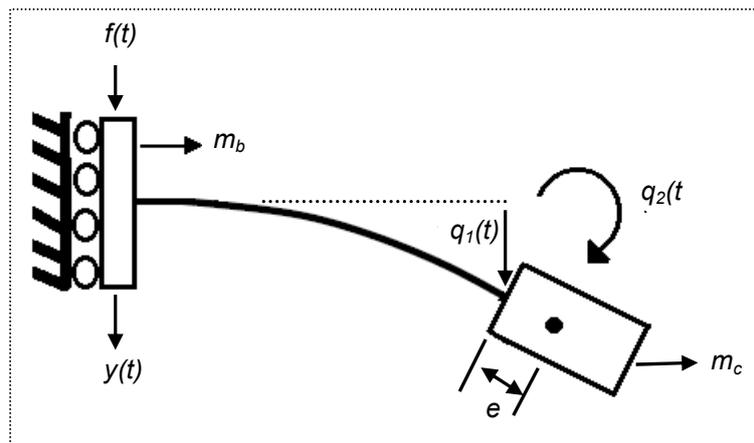


Figura 5.1 – Metade do modelo físico simétrico

A energia cinética e potencial para o modelo representado na Fig. (5.1) é:

$$T = \frac{1}{2} m_c (\dot{y}(t) + \dot{q}_1(t) + e\dot{q}_2(t))^2 + \frac{1}{2} J_c \dot{q}_2^2(t) + \frac{1}{2} m_b \dot{y}^2(t) \quad (5.2)$$

$$V = \frac{1}{2} q^T K q - f(t)y(t) \quad (5.3)$$

sendo:

$q = \{q_1(t) \quad q_2(t)\}^T$  o vetor de deslocamento.

A equação do movimento resultante é dada por:

$$\begin{bmatrix} m_c & em_c & m_c \\ em_c & e^2 m_c + J_c & em_c \\ m_c & em_c & (m_b + m_c) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{y} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & 0 \\ k_{21} & k_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ f(t) \end{Bmatrix} \quad (5.4)$$

Aplicando transformada de Fourier em ambos os lados da equação 5.4 e fazendo algumas manipulações algébricas, obtêm-se:

$$M(\Omega) = \frac{F(\Omega)}{-\Omega^2 Y(\Omega)} = (m_b + m_c) + \Omega^2 m_L^T [-\Omega^2 M + K]^{-1} m_L \quad (5.5)$$

sendo  $M = \begin{bmatrix} m_c & em_c \\ em_c & e^2 m_c + J_c \end{bmatrix}$ ,  $m_L = \begin{bmatrix} m_c \\ em_c \end{bmatrix}$  e  $\Omega$  a frequência.

A equação 5.5 pode ser usada para aproximação das impedâncias experimental e numérica. A técnica de realimentação de modelos, “*predictor-corrector*” por Grafe et al. (1998) é baseada na correlação de dois coeficientes e suas sensibilidades. O coeficiente de correlação de forma é definido por:

$$\chi_s(\omega_k) = \frac{|\{H_X(\omega_k)\}^T \{H_A(\omega_k)\}|^2}{(\{H_X(\omega_k)\}^T \{H_X(\omega_k)\})(\{H_A(\omega_k)\}^T \{H_A(\omega_k)\})} \quad (5.6)$$

O coeficiente de correlação de amplitude é:

$$\chi_a(\omega_k) = \frac{2|\{H_X(\omega_k)\}^T \{H_A(\omega_k)\}|}{\{H_X(\omega_k)\}^T \{H_X(\omega_k)\} + \{H_A(\omega_k)\}^T \{H_A(\omega_k)\}} \quad (5.7)$$

sendo  $H_X(\omega_k)$  e  $H_A(\omega_k)$  as Funções de Resposta em Frequência de valores experimentais e numéricos para pontos localizados na mesma posição em ambos os sistemas.

As sensibilidades correspondentes são:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \chi_s(\omega_k)}{\partial \varphi} &= \frac{\partial |\{H_x\}^T \{H_A\}|^2}{\partial \varphi} \frac{(\{H_X\}^T \{H_X\})(\{H_A\}^T \{H_A\})}{(\{H_X\}^T \{H_X\})^2 (\{H_A\}^T \{H_A\})^2} \\ &\quad - \frac{\partial (\{H_X\}^T \{H_X\})(\{H_A\}^T \{H_A\})}{\partial \varphi} \frac{|\{H_x\}^T \{H_A\}|^2}{(\{H_X\}^T \{H_X\})^2 (\{H_A\}^T \{H_A\})^2} \end{aligned} \quad (5.8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \chi_a(\omega_k)}{\partial \varphi} &= 2 \frac{\partial |\{H_x\}^T \{H_A\}|}{\partial \varphi} \frac{(\{H_X\}^T \{H_X\} + \{H_A\}^T \{H_A\})}{(\{H_X\}^T \{H_X\} + \{H_A\}^T \{H_A\})^2} \\ &\quad - 2 \frac{\partial (\{H_A\}^T \{H_A\})}{\partial \varphi} \frac{|\{H_x\}^T \{H_A\}|}{(\{H_X\}^T \{H_X\} + \{H_A\}^T \{H_A\})^2} \end{aligned} \quad (5.9)$$

Dessa forma, propõe-se usar de uma maneira combinada,  $\chi_s(\omega_k)$  e  $\chi_a(\omega_k)$  e suas sensibilidades para melhorar o nível global de correlação. Baseando-se em uma série de expansão de Taylor truncada, podem-se obter duas equações para  $\omega$  :

$$\begin{Bmatrix} 1 - \chi_s(\omega_k) \\ 1 - \chi_a(\omega_k) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \chi_s(\omega_k)}{\partial \varphi_1} & \frac{\partial \chi_s(\omega_k)}{\partial \varphi_2} & \dots & \frac{\partial \chi_s(\omega_k)}{\partial \varphi_{N_\varphi}} \\ \frac{\partial \chi_a(\omega_k)}{\partial \varphi_1} & \frac{\partial \chi_a(\omega_k)}{\partial \varphi_2} & \dots & \frac{\partial \chi_a(\omega_k)}{\partial \varphi_{N_\varphi}} \end{bmatrix}_{2 \times N_\varphi} \{\Delta \varphi\} \quad (5.10)$$

sendo  $N_\varphi$  o número de parâmetros realimentados e a equação 5.10 é conhecida como forma padrão de formulação de modelos de realimentação baseados em sensibilidade, e pode ser escrita como:

$$\{\varepsilon\} = [S]\{\Delta \varphi\} \quad (5.11)$$

Uma aproximação por mínimos quadrados é proposta para minimizar:

$$J(\{\varphi\}) = \{\varepsilon\}^T [W_f] \{\varepsilon\} + \{\Delta \varphi\}^T [W_\varphi] \{\Delta \varphi\} \quad (5.12)$$

sendo  $[W_f]$  e  $[W_\varphi]$  matrizes diagonais de peso para determinadas frequências e parâmetros realimentados.

### 5.1.3 Resultados

Os parâmetros físicos do amortecedor são:  $m_c = 1$  kg,  $m_b = 0.7$  kg,  $J_c = 0,00125$  kg.m<sup>2</sup>,  $\eta = 0,001$ ,  $L = 0,12$  m,  $e = 0,035$  m. A Figura 5.2 mostra as curvas de impedância experimental e numérica. Nota-se uma grande aproximação entre ambas. A curva numérica foi obtida usando o método (“*predictor-corrector*” por Grafe, 1998) de realimentação. Considerou-se como parâmetro de realimentação a rigidez flexural da viga e a faixa de frequência variando entre 5 e 51 Hz.

A Figura 5.3 mostra a rigidez flexural ajustada da viga.

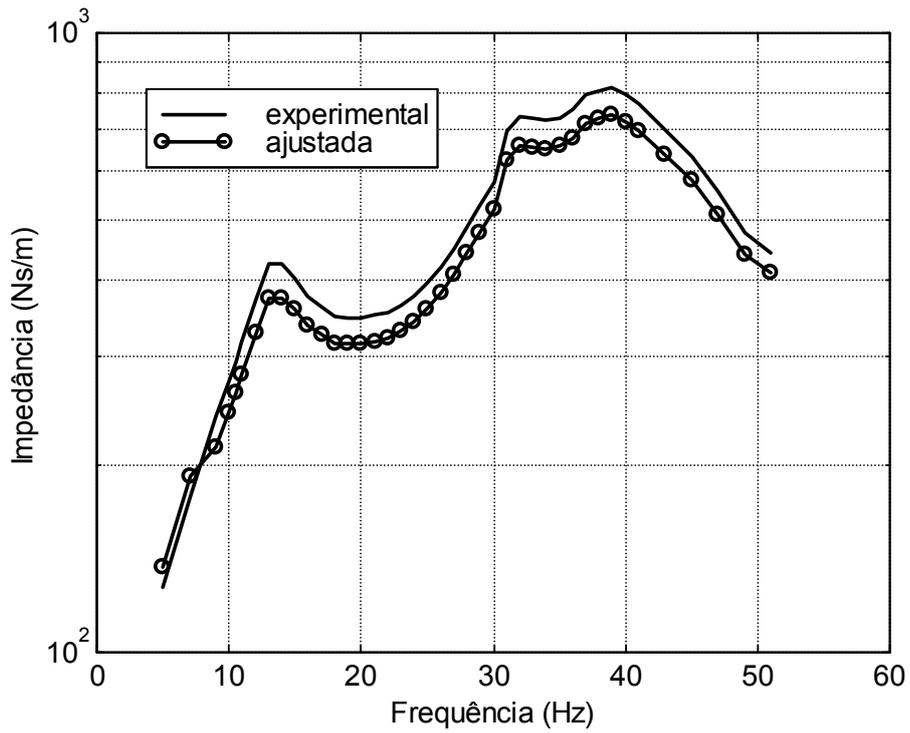


Figura 5.2 – Curvas de impedância do amortecedor

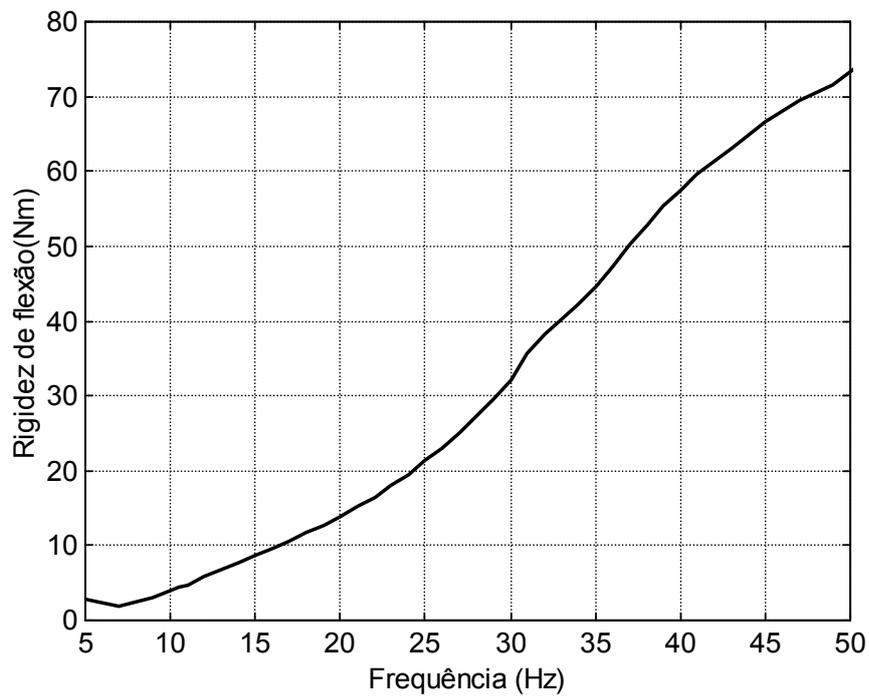


Figura 5.3 – Rigidez de flexão da acordoalha como viga

Para validação do modelo numérico, um *stockbridge* foi acoplado na amostra de cabo de 30,9 metros de comprimento (Figura 5.4) e três diferentes cargas mecânicas foram aplicadas: 7110, 10700 e 15860 N. O cabo usado é do tipo *ÍBIS* cujos parâmetros são: massa específica 0,8127

kgf/m, rigidez flexural ( $EI$ )  $11,07 \text{ Nm}^2$ . O *stockbridge* foi colocado a uma distância de 1,1 m da ancoragem. Dois acelerômetros foram usados para obtenção dos dados de vibração. Um acelerômetro (P1) foi colocado do lado esquerdo do *stockbridge* e outro (P2) do lado direito. As distâncias dos acelerômetros ao *stockbridge* eram iguais a 0,24 m. A excitação do sistema foi obtida por um excitador eletromecânico posicionado na outra extremidade do vão a 0,44 m da ancoragem.

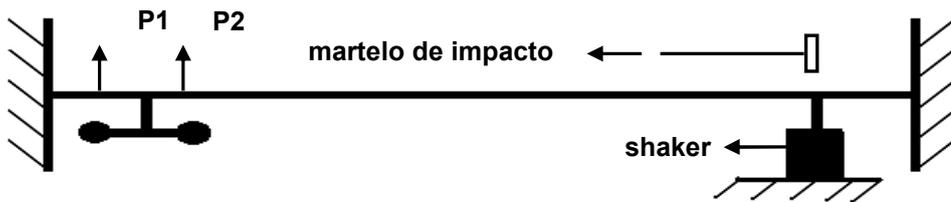


Figura 5.4 – Cabo tracionado com *stockbridge* acoplado

Figura 5.5 mostra o fator de perda estrutural obtido ajustando-se as curvas experimentais de Função Resposta em Frequência.

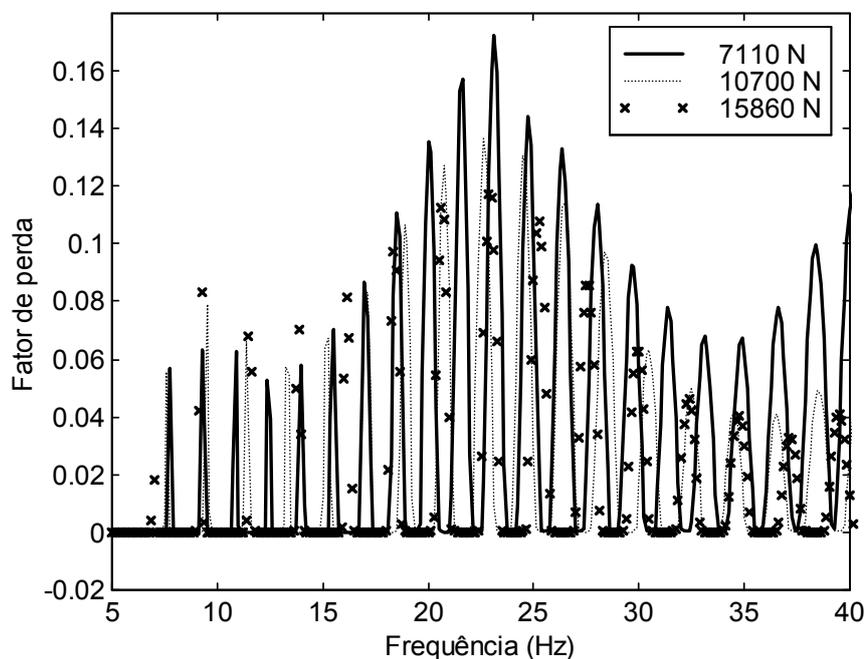


Figura 5.5 – Fator de perda

Para ensaiar a eficiência dos amortecedores, as Figuras 5.6 e 5.7 mostram as curvas de *FRF* para o sistema sem e com *stockbridge*. Nota-se grande atenuação em toda a faixa de frequência compreendida entre a primeira e segunda frequência natural do *stockbridge*, em torno de 12 e 39 Hz.

A excitação do sistema foi obtida por um martelo de impacto.

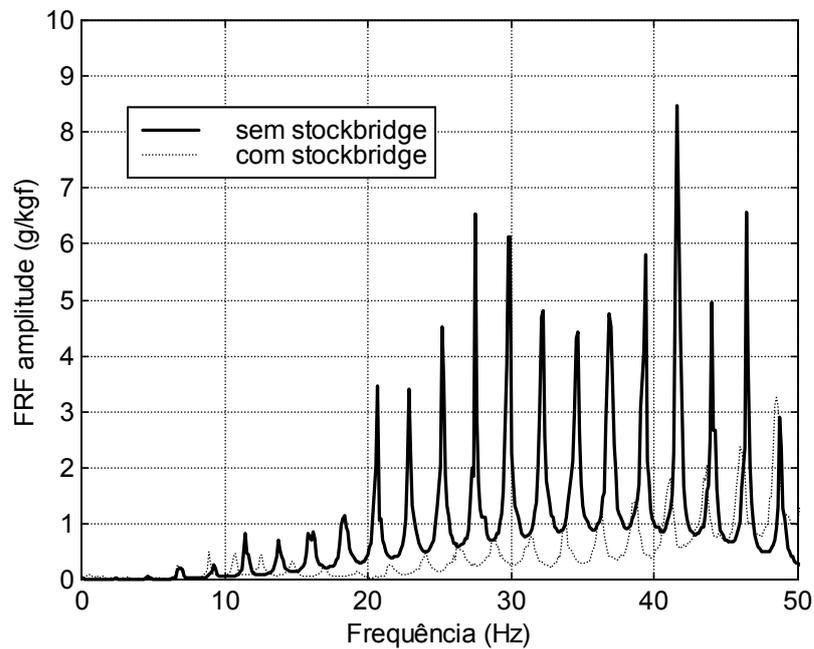


Figura 5.6 – Curvas *FRF* do sistema sem e com *stockbridge* (acelerômetro P1)

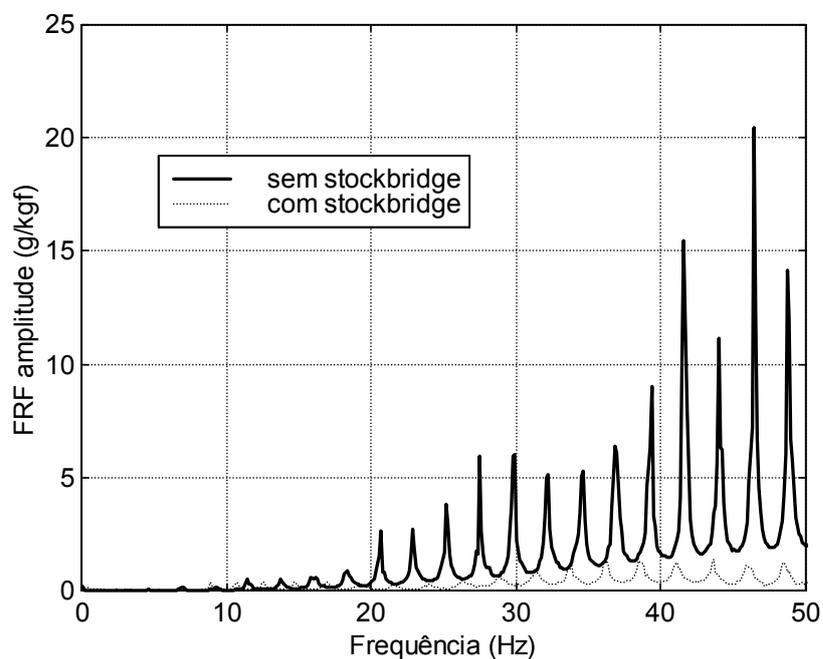


Figura 5.7 – Curvas *FRF* do sistema sem e com *stockbridge* (acelerômetro P2)

As Figuras 5.8 e 5.9 mostram as curvas experimentais e numéricas da aceleração no domínio da frequência. Os valores numéricos foram obtidos considerando os valores experimentais da força de excitação. Como a excitação foi randômica e devido a limitações próprias do sistema de

aquisição, é normal que existam diferenças entre os valores numéricos e experimentais. As diferenças são mais evidentes para o sistema com *stockbridge* uma vez que as amplitudes são baixas e podem ser influenciadas por ruídos e propagação de ondas no sistema.

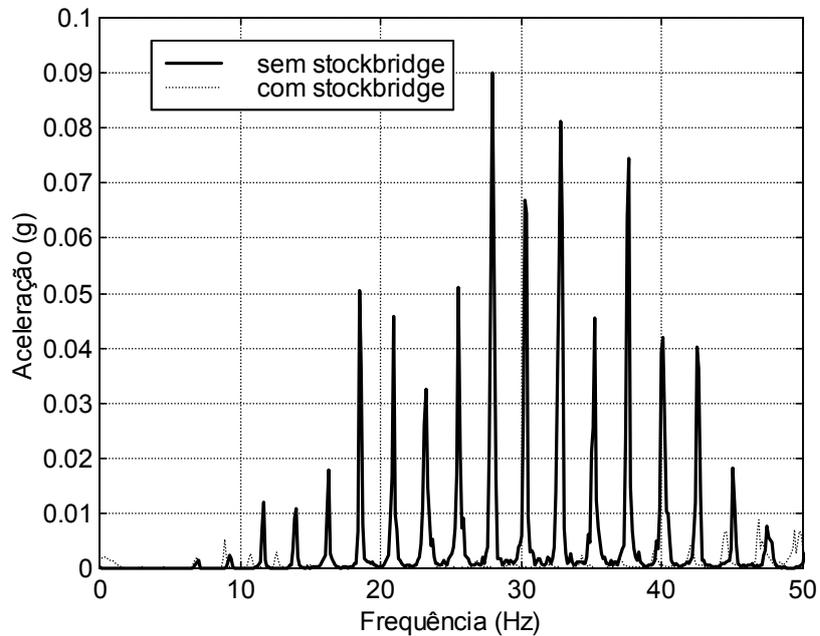


Figura 5.8 – Curvas experimentais - densidade espectral do sistema sem e com *stockbridge* (acelerômetro P1)

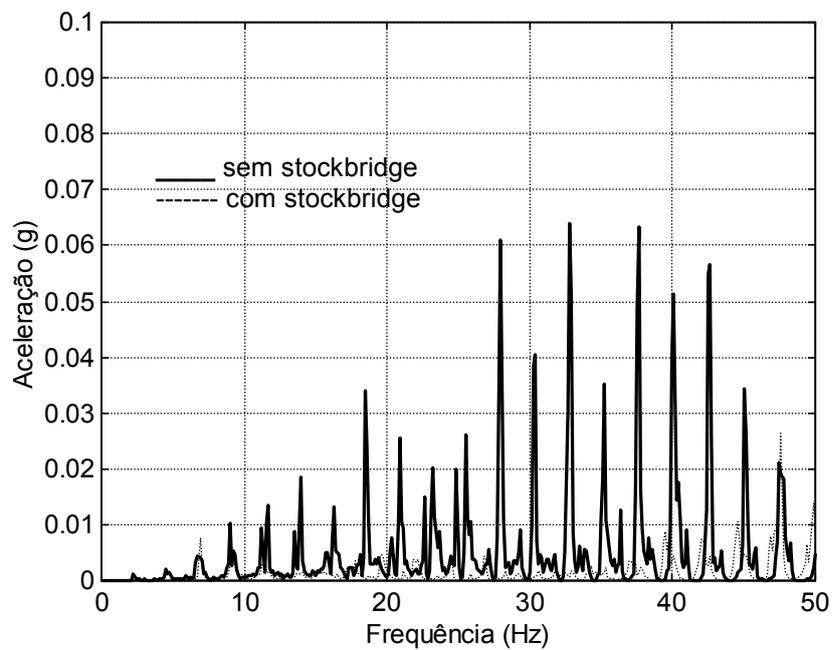


Figura 5.9 – Curvas numéricas - densidade espectral sem e com *stockbridge* (acelerômetro P1)

## 5.2 Análise e Formulação não Linear

### 5.2.1 Introdução

Faz-se inicialmente, nos itens de 5.21 a 5.23, uma abordagem dos diversos trabalhos sobre análise estática e dinâmica. Após isso, mostra-se a formulação de elementos finitos não lineares para grandes deslocamentos visando às análises dinâmicas em cabos de transmissão. Especial ênfase é dada para o tratamento do parâmetro adimensional de *Irvine* (Irvine, 1981),  $\lambda^2$ , para cabos horizontais e cabos inclinados. As frequências naturais são determinadas empregando o método da iteração subespacial e a matriz de rigidez tangencial obtida após o equilíbrio estático. As soluções no tempo são obtidas com o algoritmo de *Newmark* para problemas não lineares também apresentados por Krysl et al.(2000), e que utiliza o método de *Newton Raphson* para determinar o equilíbrio a cada instante de tempo. Mostra-se ainda o modelo empregado para simular a carga do vento, o efeito de cargas concentradas em linhas de transmissão, a variação da tração do cabo em função do tipo de carregamento e diversos comparativos das *FRFs* experimentais com as *FRFs* numéricas. Mostra-se também ao final deste capítulo, um comparativo dos resultados obtidos numericamente (modelo linear e não linear) e experimentalmente com e sem o *stockbridge* nos vãos experimentais e simulados.

### 5.2.2 Análise Estática

Uma análise estática interessante foi realizada por Jiang et al. (2000). Um pequeno segmento do cabo foi modelado com elementos finitos sólidos hexaédricos (*brick*) utilizando as propriedades de simetria do problema (ver Figura 5.10). Nessa análise naturalmente aparecem os efeitos combinados das tensões de tração, flexão, torção e as tensões de contato (ver Figuras 5.11 e 5.12).

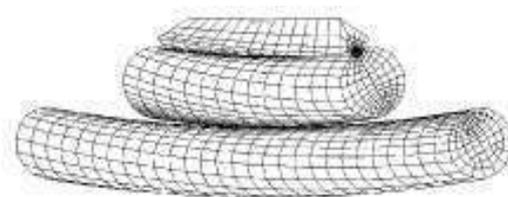
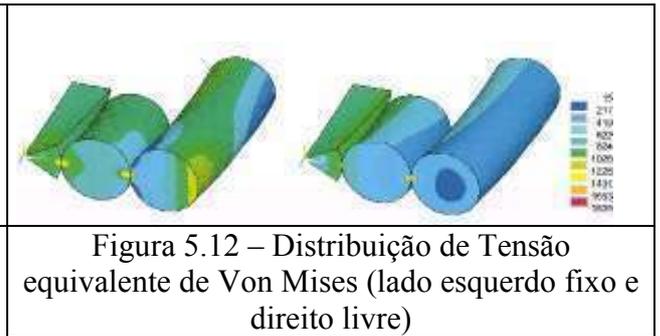
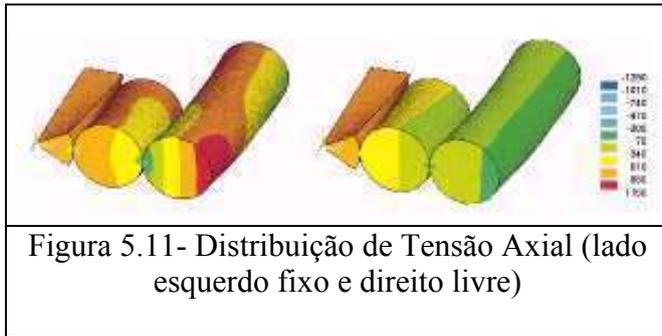


Figura 5.10- Malha de Elementos Finitos utilizada na discretização de um setor do cabo (Ansys® - elemento *brick*)



Nas Figuras 5.13 a 5.15 são mostrados comparativos dos resultados dessa formulação com relação à teoria apresentada por Costello (1997), e os resultados experimentais de Utting e Jones (1988). Ainda, na Figura 5.15 verifica-se que tanto na carga como na descarga os resultados obtidos com esta modelagem estão bastante próximos dos obtidos experimentalmente.

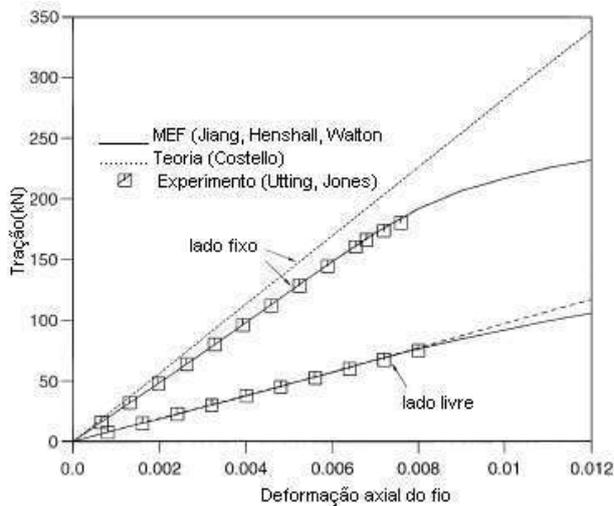


Figura 5.13 - Deformação Axial x Tração no Cabo

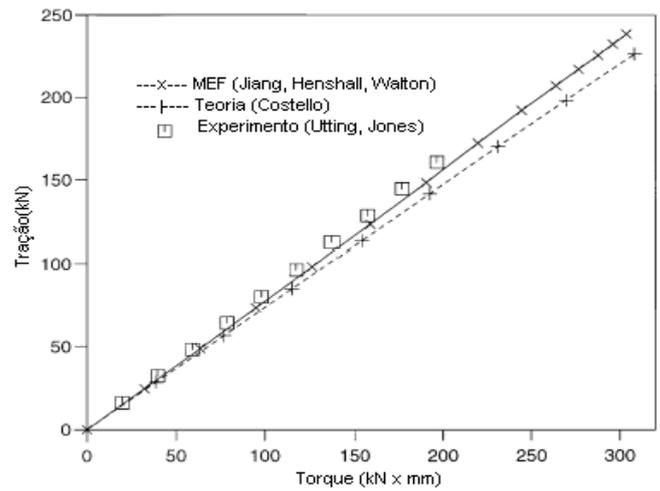


Figura 5.14 - Torque x Tração no Cabo

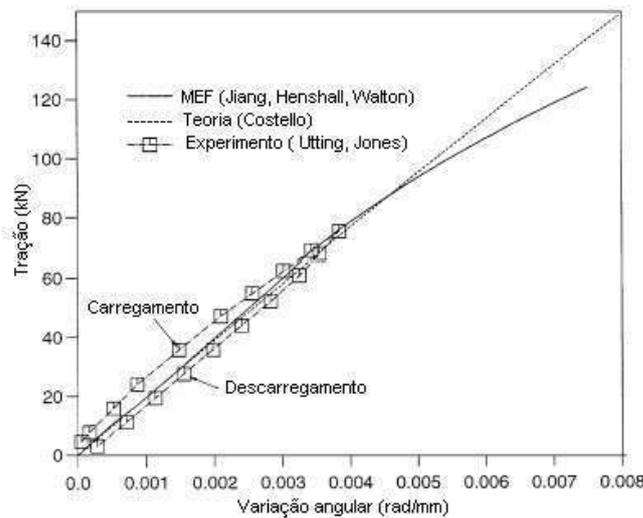


Figura 5.15 - Variação Angular x Tração no Cabo

Embora os resultados destes autores (Jiang et. al., 2000) conttenham uma grande riqueza de informações sobre as deformações, os acoplamentos de tensões e as tensões de contato, a análise realizada foi restrita a problemas estáticos e com carregamentos simétricos. As restrições aplicadas para obter as condições de simetria são bastante complexas e o número de graus de liberdade do modelo também é bastante grande. Nota-se que apenas uma pequena parte de um cabo foi analisada. Esses inconvenientes ainda limitam o uso dessa abordagem para os problemas dinâmicos e cabos longos (mesmo para análise estática).

Nawrocki e Labrosse (2000) também analisam o comportamento estático de cabos usando o método dos elementos finitos. Em sua formulação cada um dos fios é discretizado como se fossem *molas helicoidais* independentes, Figuras 5.16 e 5.17, e as hipóteses simplificadoras utilizadas foram:

- Os deslocamentos e deformações de cada um dos fios do cabo são pequenos. Segundo estes autores, Velinsky (1985) mostrou que os resultados para teorias lineares e não lineares são muito próximos dentro dos limites de carregamento usuais para cabos;
- Os fios são fabricados com materiais homogêneos, isotrópicos e elasticamente lineares;
- Para cada fio a normal à seção transversal permanece normal mesmo após a deformação;
- Redução no diâmetro do fio e deformações de contato são assumidas muito menores do que as outras deformações;
- Os fios externos deformam-se sem contato entre si; e
- Na região de contato os fios se deslocam sem atrito.

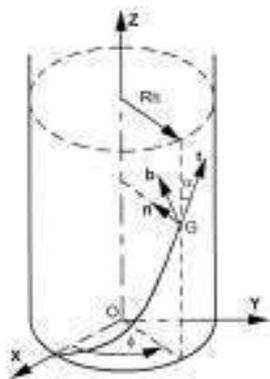


Figura 5.16 - Geometria de cada fio do Cabo

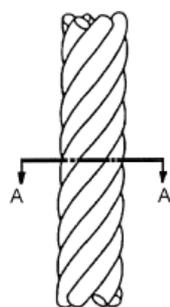


Figura 5.17-Seção Transversal do Cabo

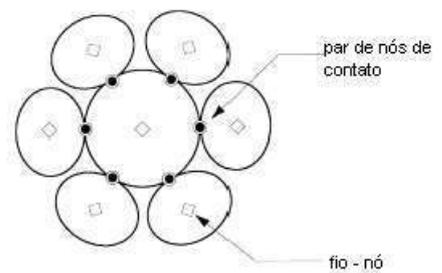
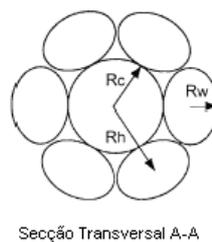


Figura 5.18-Modelo de Contato

Segundo estas hipóteses cada fio do cabo é modelado individualmente e as restrições de deslocamento mostradas na Figura 5.18 são impostas para compatibilizar esses deslocamentos. O elemento finito é formulado com elementos isoparamétricos de quatro nós (cúbico).

Embora sejam apresentados apenas resultados para análise estática, mostrados na Figura 5.19(a,b), esse elemento também acopla os efeitos de força axial, torção e flexão. Como verificado, estes resultados não apresentam a mesma ordem de confiança com os resultados experimentais vistos na formulação de Jiang et al. (2000). Entretanto, tem a vantagem de ser um elemento com menos graus de liberdade, o que possibilita sua aplicação para análises dinâmicas e com carregamentos mais complexos.

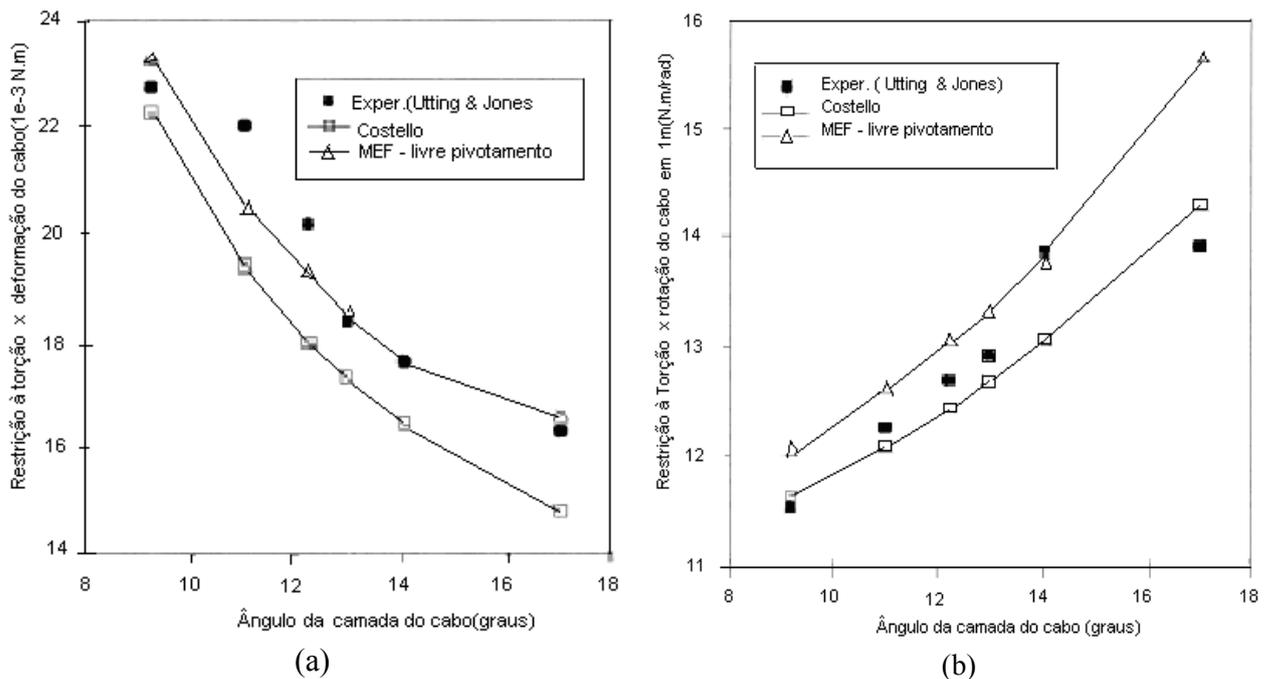


Figura 5.19 – Resultados comparativos MEF x Experimental x Costello

### 5.2.3 Análise Dinâmica

Para obter a parcela da rigidez das equações de equilíbrio do elemento de cabo Zhang et al. (2000) minimizam o seguinte funcional para a variação da energia de deformação:

$$\delta V = \int_0^{\ell} [EA\delta\varepsilon_s\varepsilon_s + B_T(\delta\varepsilon_s\varepsilon_\theta + \varepsilon_s\delta\varepsilon_\theta) + GJ\delta\varepsilon_\theta\varepsilon_\theta + P\delta\varepsilon_s + T\delta\varepsilon_\theta] ds \quad (5.13)$$

sendo  $P$  a tração estática no cabo,  $T$  o momento torçor,  $B_T$  o acoplamento axial-torcional,  $GJ$  a rigidez torcional do cabo,  $E$  o módulo de elasticidade e  $A$  sua área. As deformações  $\varepsilon_s$  (*Lagrangeana*) e  $\varepsilon_\theta$  (deformação torcional) incluem termos não lineares e valem:

$$\varepsilon_s = \frac{\partial x}{\partial s} \frac{\partial u}{\partial s} + \frac{\partial y}{\partial s} \frac{\partial v}{\partial s} + \frac{\partial z}{\partial s} \frac{\partial w}{\partial s} + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial s} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial s} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial s} \right)^2 \right] \quad \text{e} \quad (5.14)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{\partial \theta}{\partial s} \quad (5.15)$$

sendo  $(u, v, w, \theta)$  as componentes cartesianas do deslocamento e  $\theta$  o ângulo de torção.

Muito embora neste modelo esteja contemplada a parcela de acoplamento axial-torcional, todos os resultados numéricos apresentados por estes autores foram obtidos com  $B_T=0$ .

Análise semelhante foi realizada por Desai et al. (1995), com elementos finitos quadráticos no estudo do *galloping* em linhas de transmissão. Os resultados numéricos deste trabalho também foram obtidos com  $B_T=0$ .

Esta formulação que inclui o efeito do acoplamento axial-torcional foi estudada com detalhes por McConnell e Zemke (1981). Estes autores desenvolveram modelos teóricos levando em consideração o acoplamento axial-torcional para condutores elétricos *ACSR* (*Aluminium-Conductor Steel-Reinforced*). Os resultados experimentais que ilustram este trabalho mostram que a tração e torção estão fortemente acopladas.

Partindo de um simples condutor na forma de hélice (semelhante a uma mola helicoidal) estes demonstraram a seguinte fórmula para o acoplamento tração-torção:

$$\begin{Bmatrix} P \\ T \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} EA & B_T \\ B_T & JG \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial \theta}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (5.16)$$

sendo  $P$  a tração no cabo;  $T$  o torque no cabo;  $u$  o deslocamento axial (direção  $x$ ),  $\theta$  o ângulo de torção,  $EA$  a rigidez axial,  $JG$  a rigidez torcional e  $B_T$  o coeficiente de acoplamento axial/torcional. Equações aproximadas para o cálculo de cada uma das componentes da matriz constitutiva também foram obtidas por McConnel e Zemke (1981), utilizando os dados experimentais e o diâmetro externo do cabo. Nessa mesma linha de modelamento, McConnell e Chang (1986) mostraram que o movimento vertical induz torção no cabo mesmo na ausência de fluxo de ar.

Outro trabalho interessante com relação ao acoplamento axial-torcional foi realizado por Raoof e Kraincanic (1995). São deduzidas expressões matemáticas das componentes da matriz constitutiva com deformações no cabo em uma forma geral linearizada, considerando as situações

onde existe o contato com deslizamento total e sem o deslizamento relativo entre os componentes do cabo.

Os autores Xu e Yu (1999a, 1999b) analisam o comportamento dinâmico de cabos com amortecedores de óleo. No primeiro trabalho são mostrados a formulação não linear e todo um tratamento algébrico necessário para reduzir o sistema de equações para apenas dois pontos (os pontos de interesse para comparação com as medições). As equações diferenciais, embora não lineares, também são bastante semelhantes às mencionadas anteriormente. Os resultados mais interessantes aparecem com clareza no segundo artigo onde é realizada uma análise de estabilidade (com e sem amortecedor) e dos fenômenos de ressonância interna descritos na sequência.

De acordo com estes autores, é possível observar diversos fenômenos em cabos com grandes amplitudes de vibração: comportamento fortemente não linear, tais como saltos (*jump*), soluções múltiplas, mudança nas frequências naturais, ressonâncias sub ou super-harmônicas, resposta característica com aumento ou diminuição de rigidez em função do deslocamento, bifurcação ou movimento caótico. Vibração de cabos também pode exibir outro fenômeno interessante: ressonâncias internas entre os modos no plano e fora do plano. Para cabos longos com grande catenária as não linearidades de natureza quadrática e cúbica (rigidez *versus* deslocamento) são responsáveis por movimentos ainda mais complexos.

Na Figura 5.20a mostra-se a resposta no plano e fora do plano em regime permanente para um cabo submetido à excitação harmônica. As duas primeiras frequências naturais deste cabo são 9,35 e 9,29 Hz correspondendo aos modos no plano e fora do plano do cabo, respectivamente. O coeficiente de amortecimento medido foi igual a 0,0147 N.s/m<sup>2</sup>.

Para demonstrar o comportamento não linear desse cabo, a frequência de excitação foi incrementada lentamente desde um valor bem abaixo da primeira frequência natural onde se observa apenas o movimento no plano. A amplitude de vibração no plano foi aumentada até o ponto A ( $\omega/\omega_0 \cong 1,003$ ) onde ocorre o fenômeno da bifurcação e aparecem também os deslocamentos fora do plano de excitação. Com o acréscimo da frequência de excitação, múltiplas soluções são possíveis. Uma solução instável é a resposta puramente no plano de excitação com amplitude variando rapidamente até o ponto D e tão logo a frequência ultrapassa este ponto ocorre o salto (*jump*) na amplitude da vibração no plano que diminui e fica estável. Outra solução a partir do ponto A é a resposta estável fora do plano até o ponto C. Nesse movimento fora do plano as amplitudes da vibração no plano ainda permanecem grandes com relação ao movimento fora do plano, entretanto, a taxa de crescimento da amplitude com o aumento da frequência é bem maior para o movimento fora do plano. No ponto C ( $\omega/\omega_0 \cong 1,095$ ) o mesmo fenômeno do salto de amplitude é verificado e a amplitude para o movimento fora do plano diminui e o movimento volta

a ser estável com vibração apenas no plano de excitação. Aumentando a frequência a partir do ponto *C* vibrações instáveis fora do plano também foram observadas (pontos *E-G* e *E'-G'*), mesmo com vibração estável no plano.

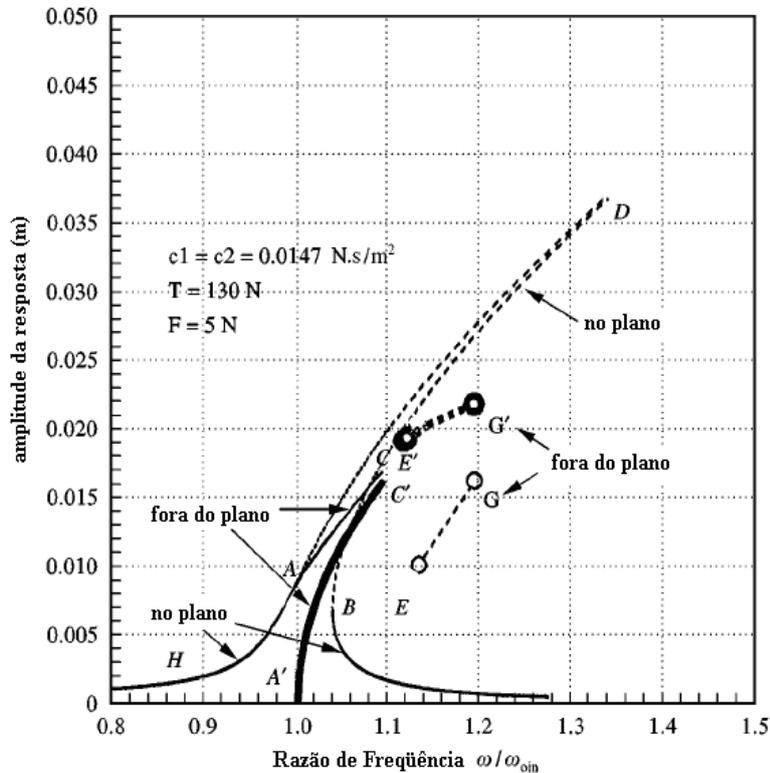


Figura 5.20a - Resposta em Frequência para Cabos sem Amortecedor Externo (no plano e fora do plano)

— = Estável no plano; ○ = Instável no plano; — = Estável fora do plano  
 ● = Instável fora do plano

Percorrendo o caminho inverso, isto é, iniciando a excitação a partir de  $\omega/\omega_0 \cong 1,3$  verifica-se movimento estável no plano até o ponto *B*. Imediatamente após ultrapassar o ponto *B* o movimento no plano apresenta um salto repentino na amplitude e tem início o movimento instável fora do plano (*A-C* ou *A'-C'*). O movimento no plano permanece estável no caminho *A-H*.

Essas ressonâncias internas observadas induzem movimentos fora do plano e reduzem a amplitude do movimento no plano.

A Figura 5.20b, mostra os efeitos da catenária no comportamento dinâmico não linear do cabo, para isso a tração no cabo foi reduzida de 130 N para 42 N com os demais parâmetros mantidos. Devido à mudança de tração no cabo, as frequências naturais apresentam agora valores de 6,134 e 5,294 Hz. Comparando os resultados com a Figura 5.20a, nota-se que o comportamento não linear é significativamente diferente. Aumentando a frequência de excitação até o ponto *A* com 0,947 Hz, o movimento estável no plano salta para o movimento fora do plano, com respostas *A1* e

$A_2$ , correspondentes a duas soluções, uma representa o movimento estável fora do plano ( $A_1-B_1$ ) e outra o movimento instável fora do plano ( $A_2 - B_2$ ). Nota-se também na Figura 5.20b, que aparte do movimento fora do plano do cabo, existe um movimento no plano estável do ponto  $A$  até o ponto  $E$ , onde o movimento no plano salta para baixo para um movimento estável no plano de pequena amplitude, que na prática depende das condições iniciais. Quando a frequência parte de 1,3 Hz para baixo gradualmente até o ponto  $D$  com 1,065 Hz, o movimento no plano do cabo deve saltar para uma das duas possibilidades fora do plano (curvas  $A_1 - D_1$  e  $A_2 - D_4$ , ou curvas  $A_1 - D_2$  e  $A_2 - D_3$ ). Se a vibração no plano estável pode manter até o ponto  $C$  com 1,052 Hz, então o movimento no plano pode saltar de  $C$  para  $C'$  para outro plano estável (curva  $A - C'$ ). Todos os possíveis movimentos mencionados acima são sustentados em sua própria rota até que a frequência seja reduzida para 0,947 Hz nos pontos  $A_1$ ,  $A$  e  $A_2$ . Depois disso, todos os movimentos possíveis no cabo retornam para a vibração pura no plano. Em fato, esse tipo de fenômeno de ressonância interna deve ocorrer se a catenária do cabo é ainda mais acentuada.

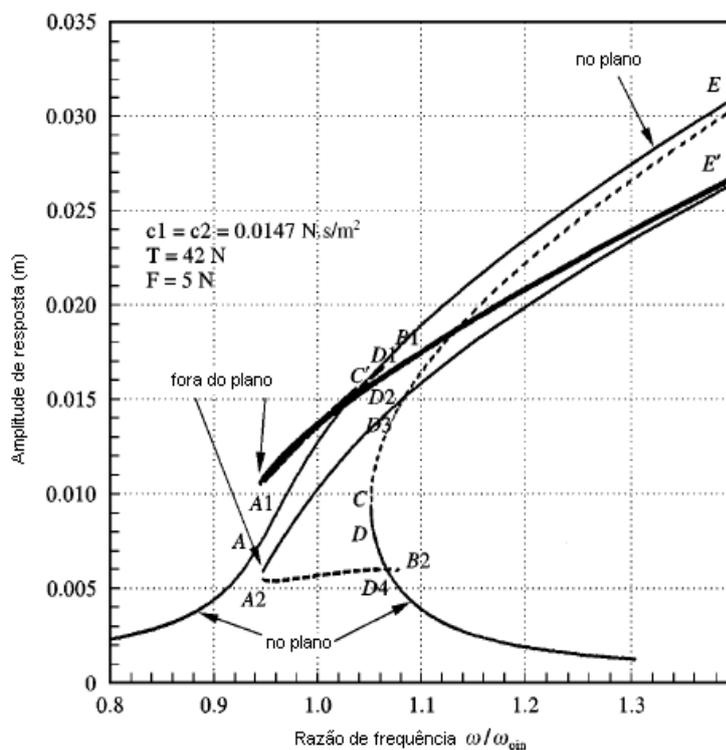


Figura 5.20b - Resposta em Frequência para Cabos sem Amortecedor Externo (efeitos da catenária)

— = Estável no plano; --- = Instável no plano; — = Estável fora do plano

A Figura 5.20c, mostra os efeitos do amortecimento interno no cabo, visando facilitar a comparação entre o cabo com e sem amortecedores a óleo. A tração no cabo voltou ao valor de 130 N e o coeficiente de amortecimento interno  $c_1$  e  $c_2$  são de  $0,0433 \text{ N.s/m}^2$ . Esse amortecimento interno representa 1% do amortecimento modal em ambos os primeiros modos lineares de vibração

no plano e fora do plano. O cabo é submetido a uma excitação harmônica. Vê-se que o comportamento não linear do cabo vem a ser pequeno comparado com o mesmo cabo com pequeno amortecimento modal (ver Figura 5.20b). Mostra-se também que existe um ponto de bifurcação (*ponto A*), onde o movimento estável fora do plano do cabo ocorre, mas dentro de uma faixa muito

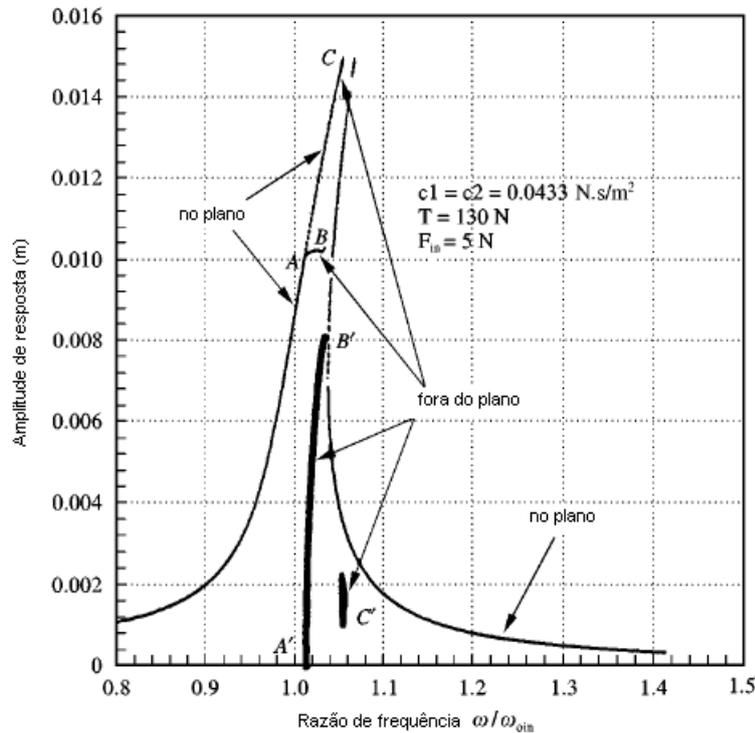


Figura 5.20c - Resposta em Frequência para Cabos sem Amortecedor Externo (efeito do amortecimento interno)

— = Estável no plano; — = Estável fora do plano; --- = Instável no plano

estreita de frequência. A frequência da bifurcação é de 1,013 Hz comparada com 1,003 Hz para o cabo mostrado na Figura 5.20a. Além disso, outras soluções são encontradas dentro de uma pequena faixa de frequências em 1,055 Hz (veja pontos *C* e *C'*) em que as amplitudes de resposta no plano saltam para um valor alto enquanto a amplitude de resposta fora do plano cai para um valor muito baixo.

### 5.2.4 O parâmetro de Irvine e as Ressonâncias Internas

Um parâmetro adimensional bastante utilizado nas análises dinâmicas de cabos elásticos com grande catenária é o conhecido parâmetro de *Irvine* (*nondimensional Irvine parameter* ou *nondimensional sag parameter*). Utilizando as características geométricas ilustradas na Figura 5.21 e os dados do material do cabo, Irvine (1981) define o parâmetro adimensional como:

$$\lambda^2 = \left( \frac{\rho g L \cos \theta}{H} \right)^2 \frac{E A L}{H L_e} \tag{5.17}$$

sendo  $\rho$  a massa por unidade de comprimento,  $g$  a aceleração da gravidade,  $H$  a componente da tração no sentido longitudinal (direção  $x$ ),  $L$  a distância entre os apoios,  $A$  a área da seção transversal,  $E$  o módulo de elasticidade e  $L_e$  o comprimento do cabo deformado devido ao carregamento estático (peso próprio). Para os cabos horizontais (Irvine, 1981) a expressão aproximada para o cálculo do  $L_e$  é a seguinte:

$$L_e = L \left[ 1 + \frac{1}{8} \left( \frac{\rho g L \cos \theta}{H} \right)^2 \right] \tag{5.18}$$

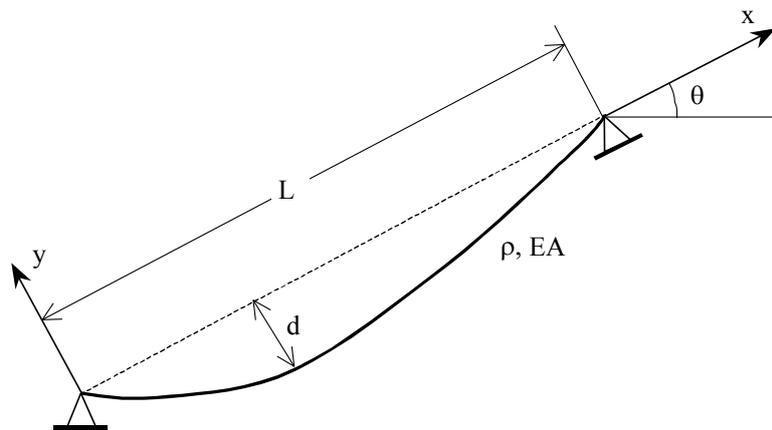


Figura 5.21 - Cabo Inclinado com Deslocamento Estático

De acordo com Johnson e Christenson (2003), a faixa de maior interesse é para valores do parâmetro de *Irvine* entre 0 e 500 ( $0 \leq \lambda^2 \leq 500$ ) e os valores típicos para as linhas de transmissão encontram-se em torno de 90, Tunstall (1997), citado por Johnson e Christenson (2003).

Este parâmetro adimensional foi obtido utilizando a hipótese de que a rigidez de flexão do cabo é muito menor do que a rigidez axial e, portanto, negligenciada no equacionamento do cabo. Na Figura 5.22, é mostrada a variação de  $\lambda^2$  em função do deslocamento estático do cabo. Irvine (1981) classifica os cabos horizontais como (*flat-sag cable*) aqueles com razões entre o deslocamento máximo,  $d$ , e o comprimento,  $L$ , até 1:8 (para cabos inclinados esta razão é maior). Nota-se na Figura 5.22 que para  $\lambda^2 = 1000$  esta relação é menor do que 1/8 requerida para cabos horizontais.

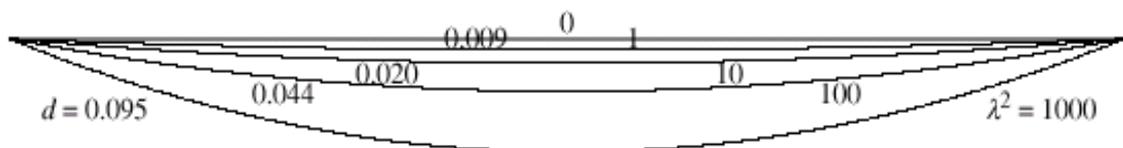


Figura 5.22 - Parâmetro de *Irvine* em função do deslocamento do cabo (Adaptado de Johnson e Christenson, 2003)

O parâmetro de *Irvine* tem sido utilizado com muita eficiência para a identificação de ressonâncias internas no cabo. As ressonâncias internas são caracterizadas pela *sintonia perfeita* de frequências naturais para cabos horizontais e *quase sintonia* para os cabos inclinados nas regiões de evasão das frequências naturais (*avoidance regions of natural frequencies* ( $\omega/\pi$ )) que ocorre para valores bem característicos do parâmetro elasto-geométrico  $\lambda/\pi$ . (Srinil et. al., 2003).

As ressonâncias internas provocam forte acoplamento modal e a resposta dinâmica fica caracterizada pelo acoplamento dos modos e frequências. Ainda, pode ocorrer o fenômeno denominado de *transição* onde o cabo vibra puramente no plano com esses modos acoplados que se interagem e combinam um com o outro gerando um *modo híbrido* de vibração (Srinil et. al., 2003). Nessas condições é bastante difícil controlar as vibrações segundo Johnson e Christenson (2003).

Ricciardi e Saitta (2008) também analisam por meio de um modelo contínuo para cabos com catenária e rigidez flexional, o comportamento dinâmico de cabos utilizados na ponte de *Messina Strait Bridge (Itália)*, e determinam as frequências e modos do movimento no plano, com a introdução do parâmetro de *Irvine*, e cujos resultados mostram as regiões de evasão das frequências naturais (*avoidance regions of natural frequencies*) adimensionais *versus* o parâmetro de *Irvine*  $\lambda^2$ .

## 5.2.5 Formulação para Grandes Deslocamentos

### 5.2.5.1 A matriz rigidez tangencial

Mesmo adotando hipóteses de grandes deslocamentos na condição de equilíbrio o efeito das forças internas e externas devem ser anulados. Então, se os deslocamentos são escritos em função dos valores nodais,  $q$ , é possível escreverem as equações de equilíbrio usando o princípio dos trabalhos virtuais.

Se  $\psi(q)$  representa o somatório das forças internas e externas, este princípio pode ser expresso como sendo (Zienkiewicz e Taylor, 1991):

$$\psi(q) = \int_V \bar{B}^t \sigma dV - f = 0 \quad (5.19)$$

sendo que a matriz  $\bar{B}$  é definida utilizando a própria definição do incremento no tensor deformação,  $f$  o vetor das forças externas e  $\sigma$  o tensor tensão

$$d\varepsilon = \bar{B} dq \quad (5.20)$$

Para grandes deslocamentos a matriz  $\bar{B}$  pode ser convenientemente escrita na forma,

$$\bar{B} = B_0 + B_L(q) \quad (5.21)$$

sendo  $B_0$  a matriz característica para pequenos deslocamentos (não depende de  $q$ ) e  $B_L(q)$  a parcela associada aos grandes deslocamentos e depende dos valores de  $q$ .

Como o sistema definido na equação 5.19 é não linear para grandes deslocamentos, a solução deste tipo de problema é iterativa. Essas soluções iterativas normalmente associam o incremento  $dq$  com o incremento  $d\psi(q)$ . Procedimento para obter a relação entre estes incrementos é mostrado na sequência.

Tomando a variação de  $\psi(q)$  com respeito à  $dq$  resulta (Zienkiewicz e Taylor, 1991):

$$d\psi(q) = \int_V d\bar{B}'^t \sigma dV + \int_V \bar{B}'^t d\sigma dV = K_t dq \quad (5.22)$$

sendo  $K_t$  a matriz de *rigidez tangencial*.

Se as deformações são relativamente pequenas, as tensões e deformações estão relacionadas da seguinte forma:

$$\sigma = D(\varepsilon - \varepsilon_0) + \sigma_0 \quad (5.23)$$

sendo  $D$  a matriz das constantes elásticas e o par  $(\varepsilon_0, \sigma_0)$  indica deformação e tensão inicial.

Assim:

$$d\sigma = D d\varepsilon = D\bar{B} dq \quad (5.24)$$

Como  $B_0$  não depende de  $q$ , então,

$$d\bar{B} = dB_L(q) \quad (5.25)$$

e a expressão 5.22 pode ser reescrita na forma:

$$d\psi(q) = \int_V d\bar{B}_L'^t \sigma dV + \int_V \bar{B}'^t D\bar{B} dq dV = \int_V d\bar{B}_L'^t \sigma dV + \bar{K} dq \quad (5.26)$$

sendo:

$$\bar{K} = \int_V \bar{B}'^t D\bar{B} dV = K_0 + K_L \quad (5.27)$$

e,  $K_0$  a usual matriz de rigidez para pequenos deslocamentos,  $K_L$  a matriz associada aos grandes deslocamentos e que depende de  $q$ . As expressões desenvolvidas para estas duas matrizes são:

$$K_0 = \int_V B_0^t D B_0 dV \quad (5.28)$$

e,

$$K_L = \int_V (B_0^t D B_L + B_L^t D B_L + B_L^t D B_0) dV \quad (5.29)$$

O primeiro termo da Equação 5.22 pode ser escrito como sendo:

$$K_\sigma dq = \int_V dB_L^t \sigma dV \quad (5.30)$$

e seu cálculo explícito será mostrado em 5.2.5.4.

Utilizando as definições da matriz de rigidez para pequenos deslocamentos,  $K_0$ , da matriz dos *deslocamentos iniciais* (*initial displacement matrix*),  $K_L$ , da matriz das *tensões iniciais* (*initial stress matrix* ou *geometric matrix*),  $K_\sigma$ , e do incremento dado na Equação 5.22, pode-se calcular explicitamente a matriz tangencial (*tangential matrix*)  $K_t$  que relaciona os incrementos  $dq$  e  $d\Psi(q)$ .

Esta matriz vale:

$$K_t = K_0 + K_L + K_\sigma \quad (5.31)$$

### 5.2.5.2 Cálculo explícito de $B_0$

Para a análise não linear de cabos com grandes deslocamentos considera-se apenas a componente de deformação na direção tangencial do cabo. Segundo Zhang et. al. (2000) esta deformação pode ser escrita na forma:

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} & \frac{\partial z}{\partial s} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial s} \\ \frac{\partial v}{\partial s} \\ \frac{\partial w}{\partial s} \end{Bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial s} & \frac{\partial v}{\partial s} & \frac{\partial w}{\partial s} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial s} \\ \frac{\partial v}{\partial s} \\ \frac{\partial w}{\partial s} \end{Bmatrix} \quad (5.32)$$

sendo  $(u, v, w)$  o vetor deslocamento de um ponto P do cabo na configuração inicial até a posição P\* na configuração deformada;  $(x, y, z)$  as coordenadas cartesianas do ponto em análise e  $s$  designa o comprimento de cabo (ou elemento de cabo) a partir da origem.

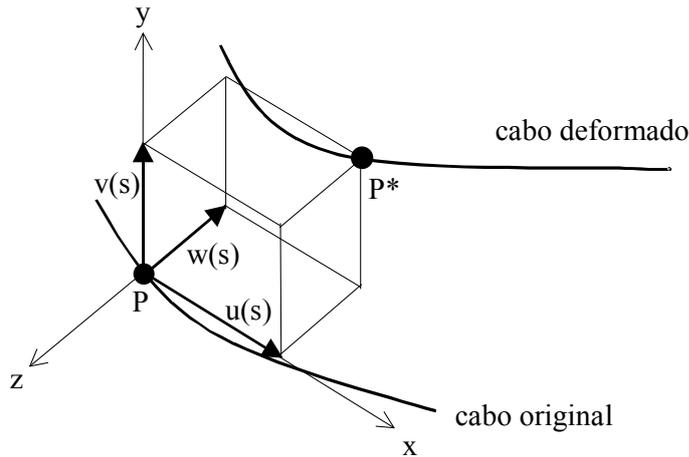


Figura 5.23 – Elemento de Cabo com Sistema de Referência

Nota-se claramente que esta deformação é composta por uma parcela linear,  $\epsilon_0$ , e outra não linear,  $\epsilon_L$ . A parcela linear pode ser convenientemente escrita na forma:

$$\epsilon_0 = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} & \frac{\partial z}{\partial s} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial s} \\ \frac{\partial v}{\partial s} \\ \frac{\partial w}{\partial s} \end{Bmatrix} = L\Theta \quad (5.33)$$

sendo:

$$L = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} & \frac{\partial z}{\partial s} \end{bmatrix} \quad (5.34)$$

e,

$$\Theta = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial s} & \frac{\partial v}{\partial s} & \frac{\partial w}{\partial s} \end{Bmatrix}^t \quad (5.35)$$

Utilizando as funções de interpolação *Lagrangeanas* para o elemento finito unidimensional cúbico, da Figura 5.24, as aproximações para  $(u, v, w)$  podem ser escrita com a seguinte combinação linear:

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} \cong \begin{bmatrix} \phi_1 & 0 & 0 & \dots & \phi_4 & 0 & 0 \\ 0 & \phi_1 & 0 & \dots & 0 & \phi_4 & 0 \\ 0 & 0 & \phi_1 & \dots & 0 & 0 & \phi_4 \end{bmatrix} q \quad (5.36)$$

As funções de interpolação são as mesmas apresentadas pelas equações de 3.27a a 3.27d.

sendo  $q$  o vetor dos deslocamentos nodais, isto é:

$$q = \{u_1 \quad v_1 \quad w_1 \quad \dots \quad u_4 \quad v_4 \quad w_4\}^t \quad (5.37)$$

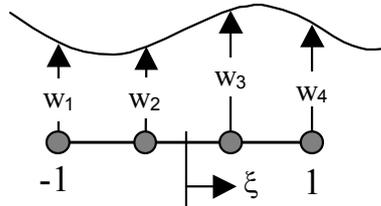


Figura 5.24 - Elemento *Lagrangeano* cúbico

Logo, a aproximação para  $\Theta$  também pode ser escrita em função dos parâmetros nodais e na forma:

$$\Theta = \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_1}{\partial s} & 0 & 0 & \dots & \frac{\partial \phi_4}{\partial s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial \phi_1}{\partial s} & 0 & \dots & 0 & \frac{\partial \phi_4}{\partial s} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial \phi_1}{\partial s} & \dots & 0 & 0 & \frac{\partial \phi_4}{\partial s} \end{bmatrix} q \quad (5.38)$$

ou,

$$\Theta = Gq, \quad (5.39)$$

sendo:

$$G = \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_1}{\partial s} & 0 & 0 & \dots & \frac{\partial \phi_4}{\partial s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial \phi_1}{\partial s} & 0 & \dots & 0 & \frac{\partial \phi_4}{\partial s} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial \phi_1}{\partial s} & \dots & 0 & 0 & \frac{\partial \phi_4}{\partial s} \end{bmatrix} \quad (5.40)$$

Usando estas aproximações, o incremento na deformação  $\epsilon_0$  devido a uma variação em  $q$  pode ser escrito na forma matricial de acordo com a equação:

$$d\varepsilon_0 = Ld\Theta \quad (5.41)$$

ou,

$$d\varepsilon_0 = LGdq \quad (5.42)$$

Portanto, conclui-se claramente desta última equação que:

$$B_0 = LG \quad (5.43)$$

ou, explicitamente,

$$B_0 = \left[ \begin{array}{cccc} \frac{\partial \phi_1}{\partial s} \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial \phi_1}{\partial s} \frac{\partial y}{\partial s} & \frac{\partial \phi_1}{\partial s} \frac{\partial z}{\partial s} & \dots \\ \frac{\partial \phi_4}{\partial s} \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial \phi_4}{\partial s} \frac{\partial y}{\partial s} & \frac{\partial \phi_4}{\partial s} \frac{\partial z}{\partial s} & \dots \end{array} \right]_{1 \times 12} \quad (5.44)$$

### 5.2.5.3 Cálculo explícito de $B_L$

A parcela não linear da deformação,  $\varepsilon_L$ , pode ser escrita como sendo:

$$\varepsilon_L = \frac{1}{2} \left[ \begin{array}{ccc} \frac{\partial u}{\partial s} & \frac{\partial v}{\partial s} & \frac{\partial w}{\partial s} \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial u}{\partial s} \\ \frac{\partial v}{\partial s} \\ \frac{\partial w}{\partial s} \end{array} \right\} = \frac{1}{2} A\Theta \quad (5.45)$$

sendo  $A$  dada por:

$$A = \left[ \begin{array}{ccc} \frac{\partial u}{\partial s} & \frac{\partial v}{\partial s} & \frac{\partial w}{\partial s} \end{array} \right] \quad (5.46)$$

e  $\Theta$  já definido na equação 5.35.

Tomando a variação de  $\varepsilon_L$  com relação à  $q$  resulta:

$$d\varepsilon_L = \frac{1}{2} dA\Theta + \frac{1}{2} Ad\Theta = Ad\Theta = AGdq \quad (5.47)$$

e, de imediato identifica-se também a matriz  $B_L$  que vale:

$$B_L = AG \quad (5.48)$$

ou ainda,

$$B_L = \left[ \begin{array}{ccccccc} \frac{\partial \phi_1}{\partial s} \frac{\partial u}{\partial s} & \frac{\partial \phi_1}{\partial s} \frac{\partial v}{\partial s} & \frac{\partial \phi_1}{\partial s} \frac{\partial w}{\partial s} & \dots & \frac{\partial \phi_4}{\partial s} \frac{\partial u}{\partial s} & \frac{\partial \phi_4}{\partial s} \frac{\partial v}{\partial s} & \frac{\partial \phi_4}{\partial s} \frac{\partial w}{\partial s} \end{array} \right]_{1 \times 12} \quad (5.49)$$

Maiores detalhes deste procedimento realizado para obter a variação de  $\epsilon_L$  foram descritos passo a passo por Zienkiewicz e Taylor (1991). Fica claro também que  $B_L$  é dependente de  $q$ , pois a matriz  $A$  depende de  $q$ , equação 5.46.

#### 5.2.5.4 Cálculo explícito de $K_\sigma$

Para cálculo da matriz  $K_\sigma$  na sua forma explícita utiliza-se a definição dada na equação 5.30 e o valor de  $B_L$  obtido na equação 5.48. Assim, substituindo o valor de  $B_L$  na equação 5.30 resulta:

$$K_\sigma dq = \int_V G^t dA^t \sigma dV \quad (5.50)$$

A parcela  $dA^t \sigma$  pode ser reescrita na seguinte forma (Zienkiewicz e Taylor, 1991):

$$dA^t \sigma = \sigma G dq \quad (5.51)$$

e substituindo esta igualdade na Equação 5.50 resulta:

$$K_\sigma dq = \int_V G^t \sigma G dV dq \quad (5.52)$$

Portanto, a matriz  $K_\sigma$  fica identificada como sendo:

$$K_\sigma = \int_V G^t \sigma G dV \quad (5.53)$$

Levando-se em consideração que cabo possui área constante,  $A$ , que  $dV = A ds$  e que  $\sigma = P/A$ , esta matriz das tensões iniciais também pode ser escrita na forma:

$$K_\sigma = \int_0^L G^t P G ds \quad (5.54)$$

sendo  $L$  o comprimento do elemento.

Para facilitar o cálculo desta matriz, o produto  $G^t G$  também pode ser explicitamente obtido e vale:

$$G^t G = \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_1}{\partial s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial \phi_1}{\partial s} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial \phi_1}{\partial s} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial \phi_4}{\partial s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial \phi_4}{\partial s} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial \phi_4}{\partial s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_1}{\partial s} & 0 & 0 & \dots & \frac{\partial \phi_4}{\partial s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial \phi_1}{\partial s} & 0 & \dots & 0 & \frac{\partial \phi_4}{\partial s} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial \phi_1}{\partial s} & \dots & 0 & 0 & \frac{\partial \phi_4}{\partial s} \end{bmatrix} \quad (5.55)$$

ou ainda,

$$G^t G = \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_1^2}{\partial s} & 0 & 0 & \dots & \frac{\partial \phi_1}{\partial s} \frac{\partial \phi_4}{\partial s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial \phi_1^2}{\partial s} & 0 & \dots & 0 & \frac{\partial \phi_1}{\partial s} \frac{\partial \phi_4}{\partial s} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial \phi_1^2}{\partial s} & \dots & 0 & 0 & \frac{\partial \phi_1}{\partial s} \frac{\partial \phi_4}{\partial s} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \phi_4}{\partial s} \frac{\partial \phi_1}{\partial s} & 0 & 0 & \dots & \frac{\partial \phi_4^2}{\partial s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial \phi_4}{\partial s} \frac{\partial \phi_1}{\partial s} & 0 & \dots & 0 & \frac{\partial \phi_4^2}{\partial s} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial \phi_4}{\partial s} \frac{\partial \phi_1}{\partial s} & \dots & 0 & 0 & \frac{\partial \phi_4^2}{\partial s} \end{bmatrix} \quad (5.56)$$

### 5.2.5.5 As derivadas parciais das funções de interpolação

Para obter os valores numéricos das matrizes descritas anteriormente é necessário o cálculo das derivadas das funções de interpolação com relação à  $s$ . Utilizando a regra da cadeia tem-se:

$$\frac{\partial \phi_j}{\partial s} = \frac{\partial \phi_j}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial s} \quad (5.57)$$

e como,

$$\frac{\partial s}{\partial \xi} = \sum_{i=1}^4 \frac{\partial \phi_i}{\partial \xi} s_i = J \quad (5.58)$$

então:

$$\frac{\partial \xi}{\partial s} = \frac{1}{J} \quad (5.59)$$

A expressão final para as derivadas das funções de interpolação pode ser escrita como sendo:

$$\frac{\partial \phi_j}{\partial s} = \frac{\partial \phi_j}{\partial \xi} \frac{1}{J} \quad (5.60)$$

As derivadas das funções de interpolação para o elemento cúbico são obtidas facilmente das expressões (3.27a a 3.27d) e valem:

$$\frac{\partial \phi_1(\xi)}{\partial \xi} = \frac{-27\xi^2 + 18\xi + 1}{16} \quad (5.61)$$

$$\frac{\partial \phi_2(\xi)}{\partial \xi} = \frac{81\xi^2 - 18\xi - 27}{16} \quad (5.62)$$

$$\frac{\partial \phi_3(\xi)}{\partial \xi} = \frac{-81\xi^2 - 18\xi + 27}{16} \quad (5.63)$$

$$\frac{\partial \phi_4(\xi)}{\partial \xi} = \frac{27\xi^2 + 18\xi - 1}{16} \quad (5.64)$$

Expressão análoga a esta também pode ser escrita para o cálculo das derivadas das coordenadas cartesianas (x,y,z) com relação à s; isto é:

$$\frac{\partial x}{\partial s} = \frac{1}{J} \frac{\partial x}{\partial \xi} = \frac{1}{J} \frac{\partial \phi_j}{\partial \xi} x_j \quad (5.65)$$

$$\frac{\partial y}{\partial s} = \frac{1}{J} \frac{\partial y}{\partial \xi} = \frac{1}{J} \frac{\partial \phi_j}{\partial \xi} y_j \quad (5.66)$$

$$\frac{\partial z}{\partial s} = \frac{1}{J} \frac{\partial z}{\partial \xi} = \frac{1}{J} \frac{\partial \phi_j}{\partial \xi} z_j \quad (5.67)$$

### 5.2.5.6 Elemento de cabo não linear com 2 (dois) nós

O elemento finito com dois nós para cabos com grandes deslocamentos utilizado neste trabalho é o que foi proposto por Bathe (1996), cuja matriz de rigidez tangencial para *movimento no plano* é explicitamente dada por:

$$[K^t] = \frac{E \times A_0 \times (L_0 + \Delta L)^2}{L_0^3} \begin{bmatrix} cc & cs & -cc & -cs \\ & ss & -cs & -ss \\ & & cc & cs \\ sim. & & & ss \end{bmatrix} + \frac{{}^tP}{L_0 + \Delta L} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ & 1 & 0 & -1 \\ & & 1 & 0 \\ sim. & & & 1 \end{bmatrix} \quad (5.68)$$

sendo  $cc = \cos^2\theta$ ,  $cs = \cos\theta \times \sin\theta$ ,  $ss = \sin^2\theta$ ,  $E$  o módulo de *Young* do material,  $A_0$  e  $L_0$  indicam a área da seção transversal e comprimento do elemento na configuração sem deformação e  ${}^tP$  a *força axial* no elemento no instante de tempo  $t$  e é dada por:

$${}^tP = E \times A_0 \frac{L_0 + \Delta L}{L_0} \quad (5.69)$$

Para este elemento os graus de liberdade em cada nó são os deslocamentos  $(u, v)$  no sistema global de referência, Figura 5.25.

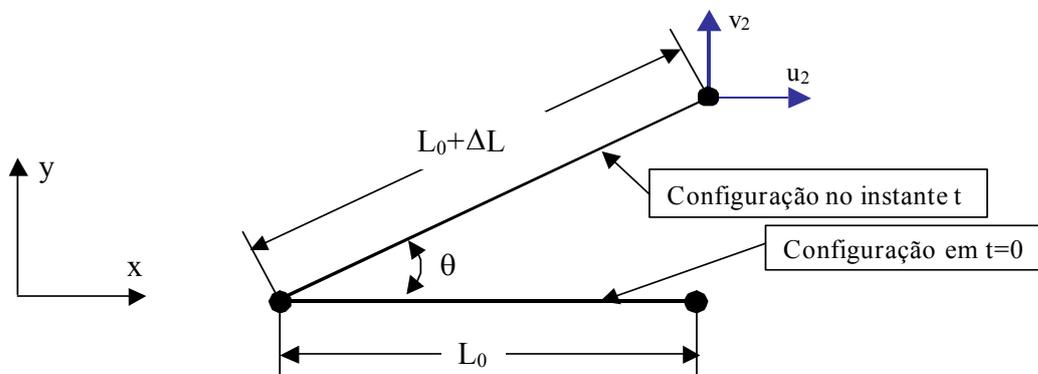


Figura 5.25 – Elemento de cabo com dois nós

## 5.3 Solução Incremental no Tempo

O método de integração no tempo utilizado neste trabalho é o descrito por Krysl et al. (2000). Estes autores mostram o algoritmo do método de *Newmark* para problemas não lineares incluindo o método de *Newton-Raphson* para obter o equilíbrio a cada iteração. O algoritmo proposto é o mostrado na Tabela 5.1 e apresenta precisão de segunda ordem para  $\gamma = 1/2$  e  $\beta \geq 1/4$ .

Na Tabela 5.1,  $u, v, a$  representam os vetores de deslocamento, velocidade e aceleração,  $\{f\}$  é o vetor força,  $\{R\}$  é o vetor dos resíduos de força e  $\varepsilon_F$  a tolerância de convergência para cada incremento de carga.

Para incluir o efeito do amortecimento,  $[C]$ , é suficiente alterar o cálculo da matriz de rigidez efetiva,  $[K]^*$  e do resíduo  $\{R\}$ . Em cada interação,  $i$ , estes valores corrigidos com o amortecimento passam a ser calculados da seguinte forma:

$$[K]^*(i) = \frac{1}{\beta \Delta t^2} [M] + \frac{\gamma}{\beta \Delta t} [C] + [K]^{(i)} \quad (5.70)$$

$$\{R\}^{(i)} = [M]a_{t+\Delta t}^{(i)} + [C]v_{t+\Delta t}^{(i)} - \{f\}_{t+\Delta t}^{ext(i)} + \{f\}_{t+\Delta t}^{int(i)} \quad (5.71)$$

**Tabela 5.1 – Método de *Newmark* para problemas não lineares**

$i \leftarrow 0$ $u_{t+\Delta t}^{(i)} = u_t$ $a_{t+\Delta t}^{(i)} = -\frac{1}{\beta \Delta t} v_t + (1 - \frac{1}{2\beta}) a_t$ $v_{t+\Delta t}^{(i)} = v_t + \Delta t [(1 - \gamma) a_t + \gamma a_{t+\Delta t}^{(i)}]$	} <i>Predictor</i>
<hr/> $i \leftarrow i + 1$ $[K]^*(i) = \frac{1}{\beta \Delta t^2} [M] + [K]^{(i)}$ $\{R\}^{(i)} = [M]a_{t+\Delta t}^{(i)} - \{f\}_{t+\Delta t}^{ext(i)} + \{f\}_{t+\Delta t}^{int(i)}$ $[K]^*(i) \Delta u^{(i)} = \{R\}^{(i)}$	Próxima Iteração Matriz Rigidez Efetiva Resíduo Incremento de deslocamento
<hr/> $u_{t+\Delta t}^{(i)} = u_{t+\Delta t}^{(i-1)} + \Delta u^{(i)}$ $v_{t+\Delta t}^{(i)} = v_{t+\Delta t}^{(i-1)} + \frac{\gamma}{\beta \Delta t} \Delta u^{(i)}$ $a_{t+\Delta t}^{(i)} = a_{t+\Delta t}^{(i-1)} + \frac{1}{\beta \Delta t^2} \Delta u^{(i)}$	} <i>Corrector</i>
<hr/> Se: $\ \{R\}^{(i)}\  > \varepsilon_F$ <i>efetue nova iteração.</i> $\ \{R\}^{(i)}\  < \varepsilon_F$ , $t \leftarrow t + \Delta t$ e <i>reinicie o processo.</i>	Convergência

## 5.4 Resultados

Para obter os resultados mostrados neste trabalho foram utilizados três tipos de cabos diferentes e as características de cada um deles estão mostradas na Tabela 5.2 que segue.

**Tabela 5.2 – Tipos e propriedades dos cabos usados neste capítulo**

Propriedade	Tipos de Cabos		
	<i>IBIS</i>	<i>LARK</i>	<i>CAL</i>
Módulo de Elasticidade $E$ [N/m <sup>2</sup> ]	71,0E9	94,1E9	60,5E9
Peso/Comprimento [kgf/m]	0,8127	0,9270	0,4338
Rigidez de Flexão $EI$ [N.m <sup>2</sup> ]	10,08	12,23	6,37
Área $A$ [m <sup>2</sup> ]	2,385E-4	2,485E-4	1,585E-4
Carga de Ruptura [N]	71.180	90.815	46.733

### 5.4.1 Análise de Convergência, Catenária e Modos de Vibração para o Cabo da travessia de Guaratuba no Paraná

Neste problema o objetivo é modelar o cabo da baía de Guaratuba com 1043 metros de vão e  $\Delta h=50$  m de diferença de altura entre os apoios. O cabo é do tipo *LARK*.

Este problema foi resolvido utilizando o método de *Newton Raphson* com vetor inicial nulo,  $q=0$ . Utilizou-se nesta análise uma malha uniforme com 400 elementos finitos de dois nós.

A Figura 5.26 mostra a norma do resíduo,  $|R|$ , em função do número de iterações. A solução final alcançada com cinco iterações é mostrada na Figura 5.27 de onde nota-se a catenária máxima igual a 61,54 m. O parâmetro de *Irvine*,  $\lambda^2$ , para este caso é igual a 226,3.

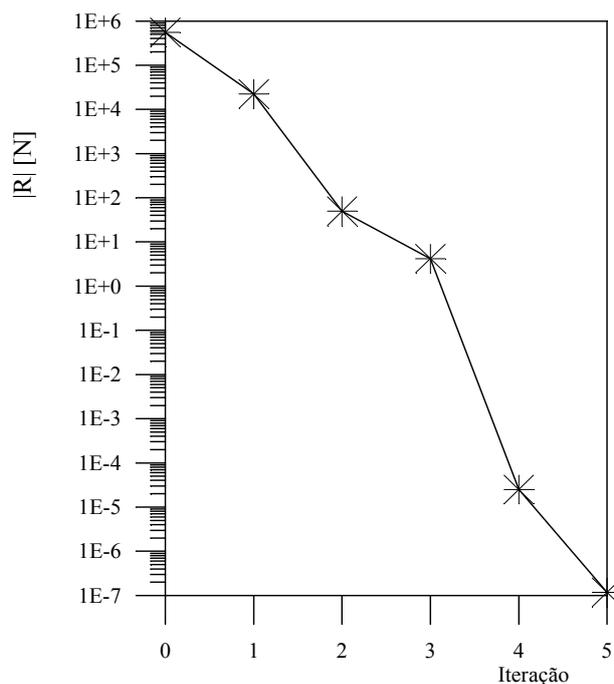


Figura 5.26 – Norma do Resíduo,  $|R|$ , em função do Número de Iterações

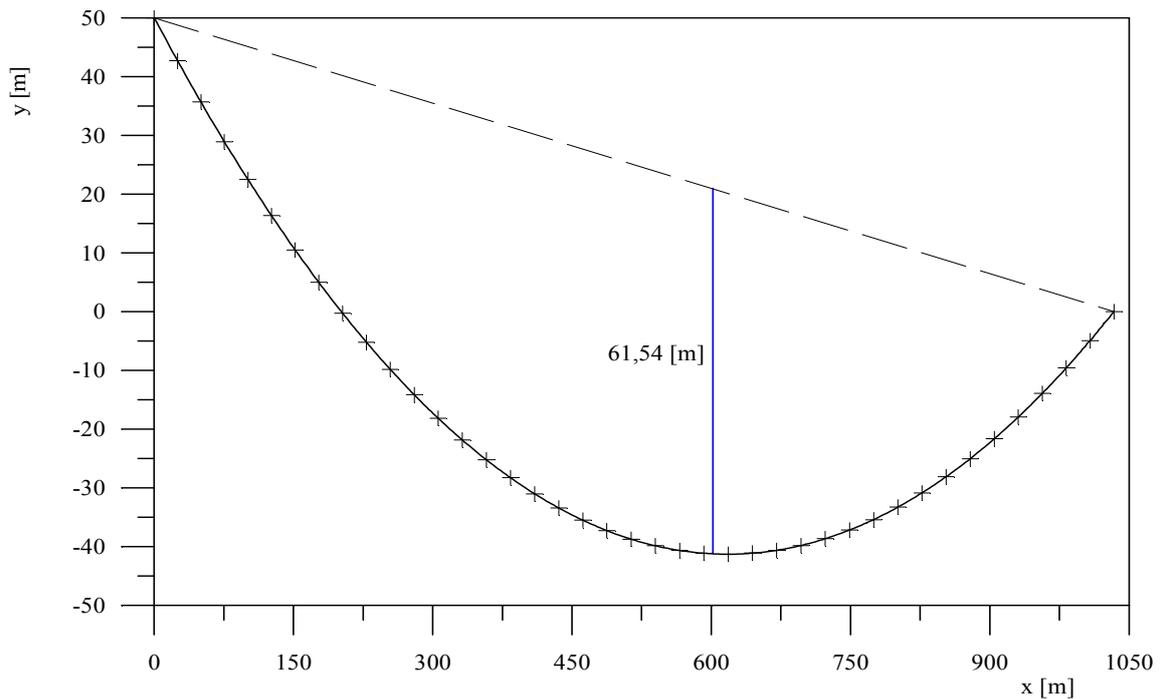


Figura 5.27 – Catenária para o *Cabo de Guaratuba*

A catenária real retirada dos dados de projeto tem o valor de 62,0 m, portanto apresenta uma diferença do valor simulado de 0,46 metros.

A inclinação do *cabo de Guaratuba* é de aproximadamente 2,7° e o valor numérico para as primeiras frequências naturais no plano e fora do plano estão mostrados na Tabela 5.3 e alguns modos de vibração no plano estão mostrados na Figura 5.28.

**Tabela 5.3 – Frequências Naturais para o *Cabo de Guaratuba***

Frequência	Modos no Plano		Modos Fora do Plano	
	$\omega_n$ [Hz]	$\omega_n(\lambda^*)/\omega_1(0)$	$\omega_n$ [Hz]	$\omega_n(\lambda^*)/\omega_1(0)$
1	0,13632	1,965	0,06935	1
2	0,19247	2,775	0,13838	2
3	0,27558	3,974	0,20748	3
4	0,30612	4,414	0,27661	4
5	0,36348	5,242	0,34574	5
6	0,41421	5,973	0,41489	6

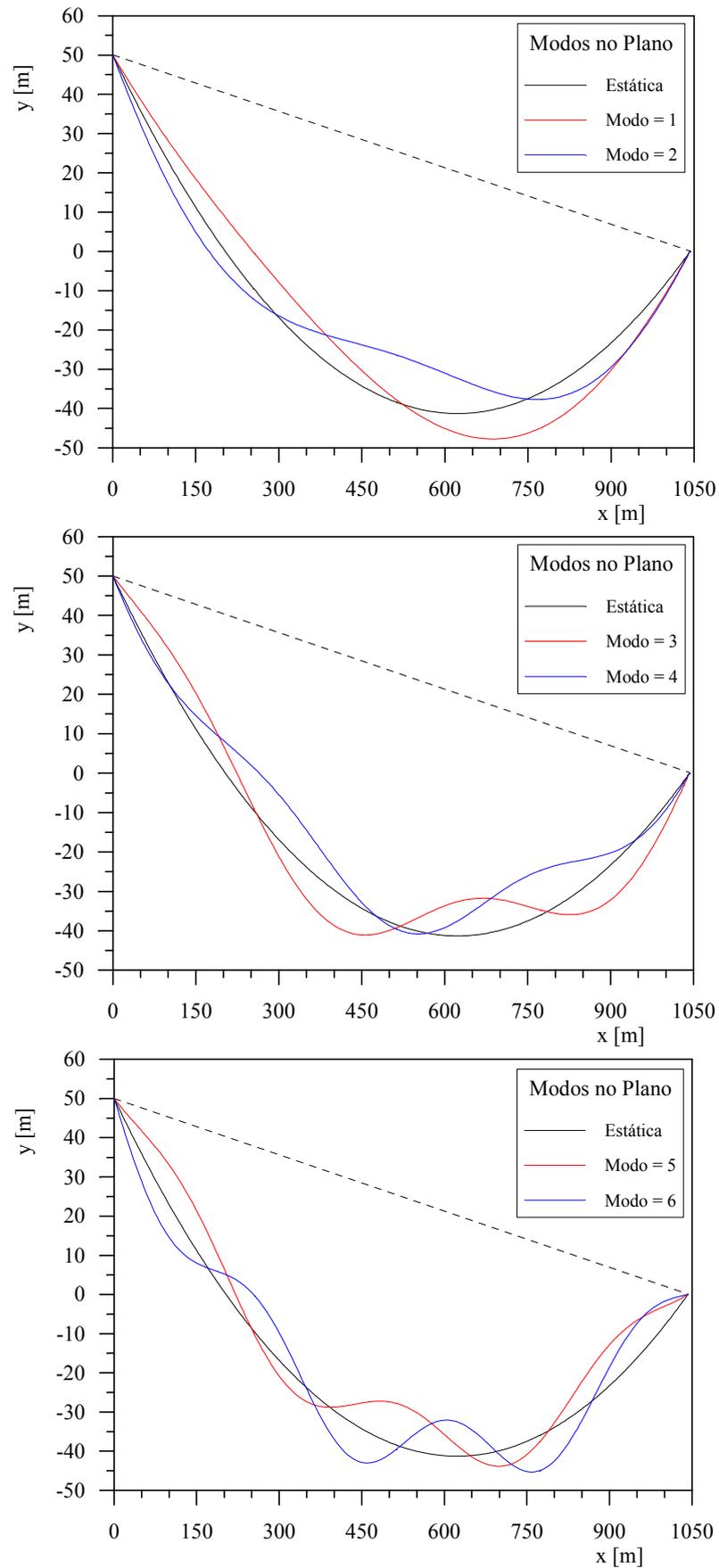


Figura 5.28 – Primeiros Modos de Vibração no Plano para o *Cabo de Guaratuba*

## 5.4.2 Análise das Ressonâncias Internas

### 5.4.2.1 Cabo reto

Para estudar a influência do parâmetro de *Irvine* na resposta dinâmica de cabos com grandes deslocamentos foi modelado o cabo do tipo *ÍBIS* com vão de 100 m e sem diferença de altura entre os apoios. A variação do parâmetro de *Irvine* foi obtida variando a tração no cabo.

A Figura 5.29 foi construída com os valores das frequências naturais de vibração no plano (modos de vibração no plano) obtidas com a variação do parâmetro de *Irvine*. Nesta figura são mostradas as três primeiras regiões de *avoidance* ( $\lambda \approx 2n\pi$ ,  $n=1,2,3$ ) para um cabo sem inclinação e os resultados estão bastante próximos dos mostrados por Irvine (1981). Notam-se claramente as regiões de cruzamento (*crossing* ou *veering*) que podem ser facilmente identificadas pelo valor do parâmetro de *Irvine* adimensional,  $\lambda^* = \lambda/\pi = 2n$  com  $n=1,2,3\dots$  Vale a pena salientar que as frequências naturais correspondentes aos modos de vibração fora do plano são independentes do parâmetro adimensional de *Irvine*.

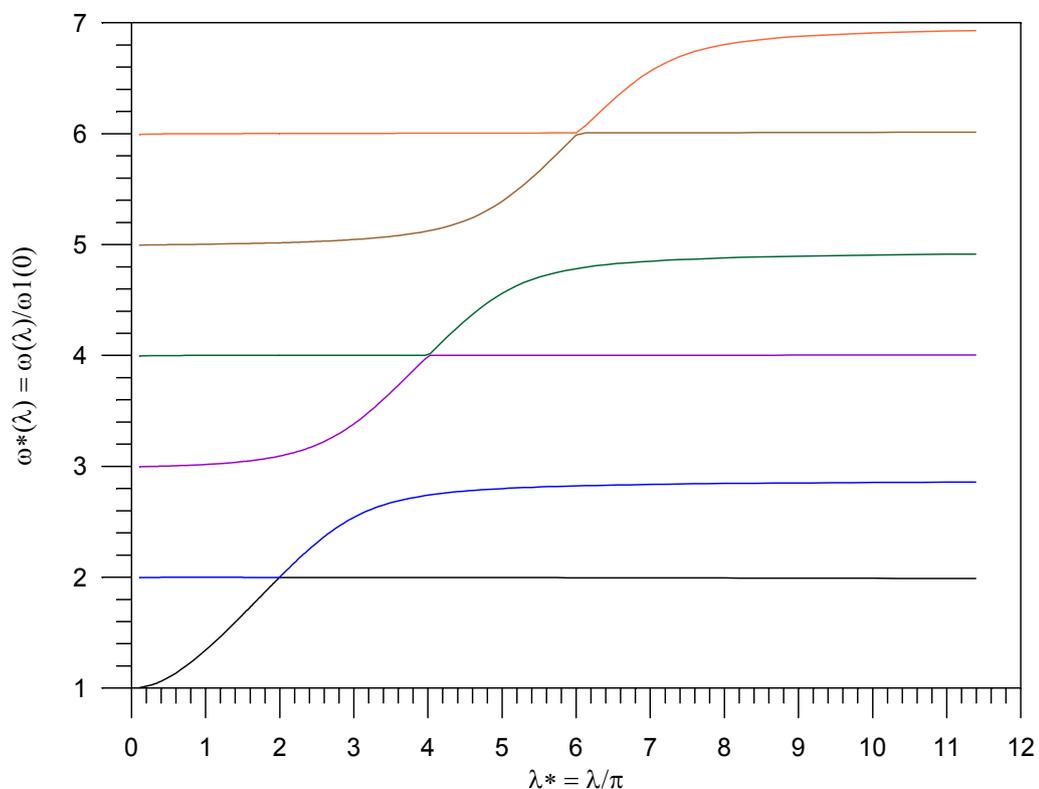


Figura 5.29 - Três primeiras regiões de cruzamento para cabo horizontal

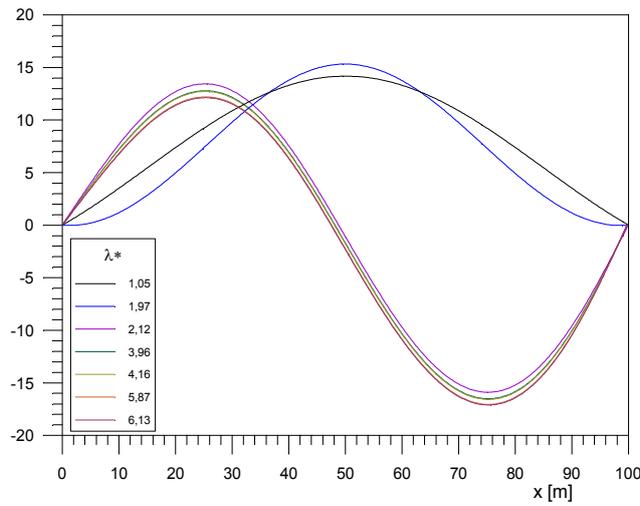


Figura 5.30 - Primeiro Modo de Vibração

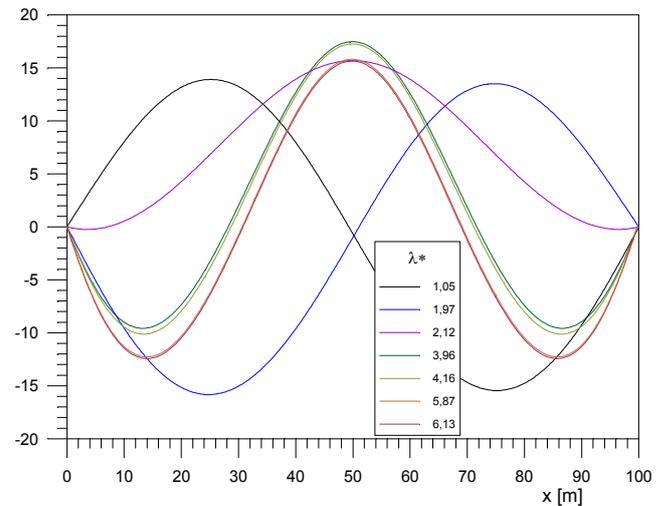


Figura 5.31 - Segundo Modo de Vibração

Para compreender melhor o comportamento dinâmico desses cabos com valores de  $\lambda^*$  próximos de  $2n$  são mostrados nas Figuras 5.30 a 5.35 os seis primeiros modos de vibração no plano para diversos valores de  $\lambda^*$ .

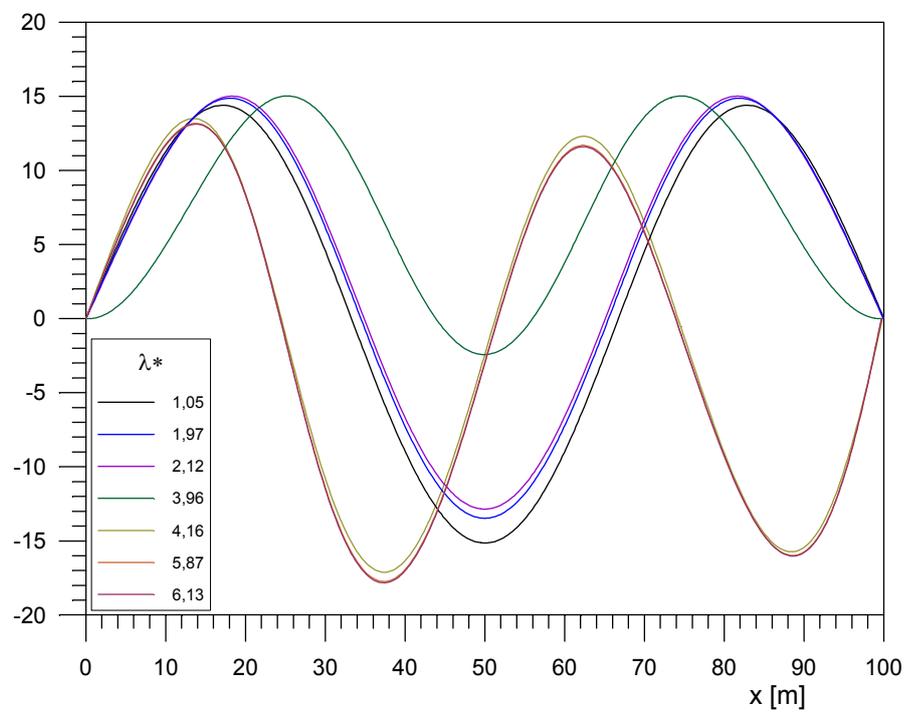


Figura 5.32 - Terceiro Modo de Vibração no Plano

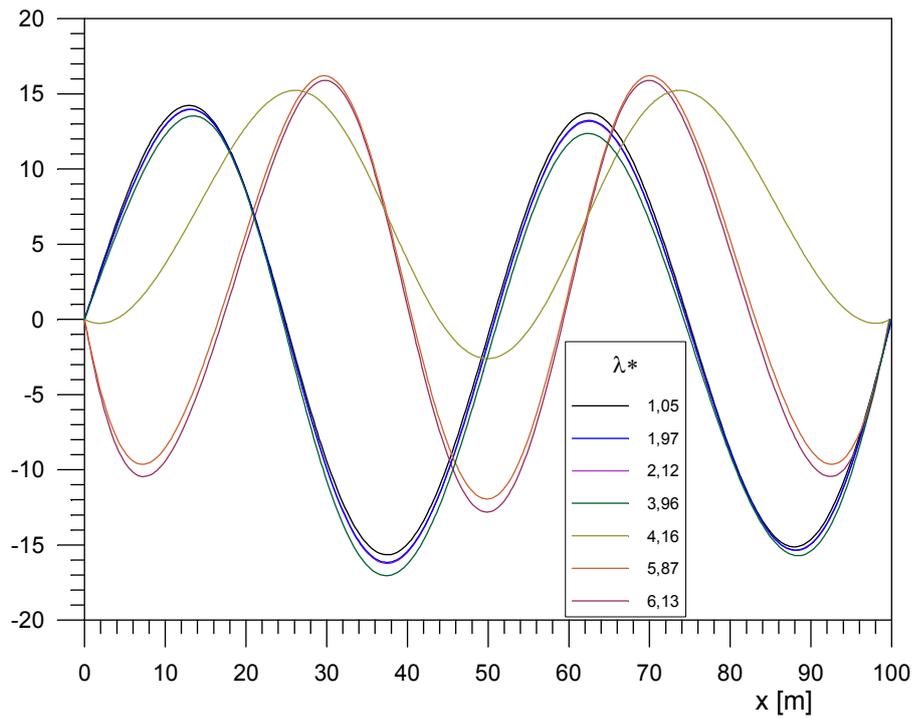


Figura 5.33 - Quarto Modo de Vibração no Plano

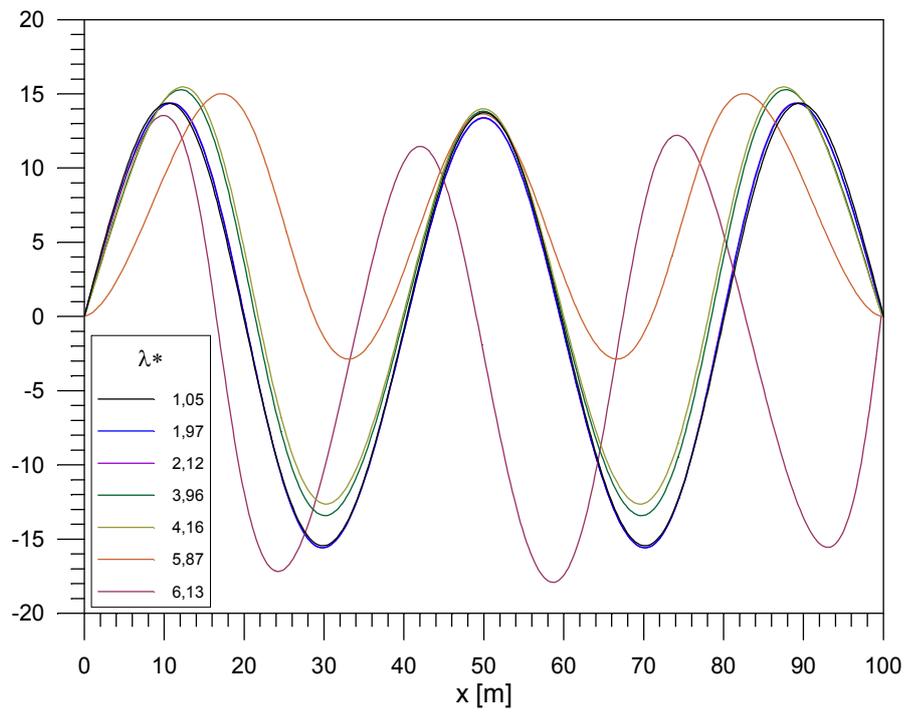


Figura 5.34 - Quinto Modo de Vibração no Plano

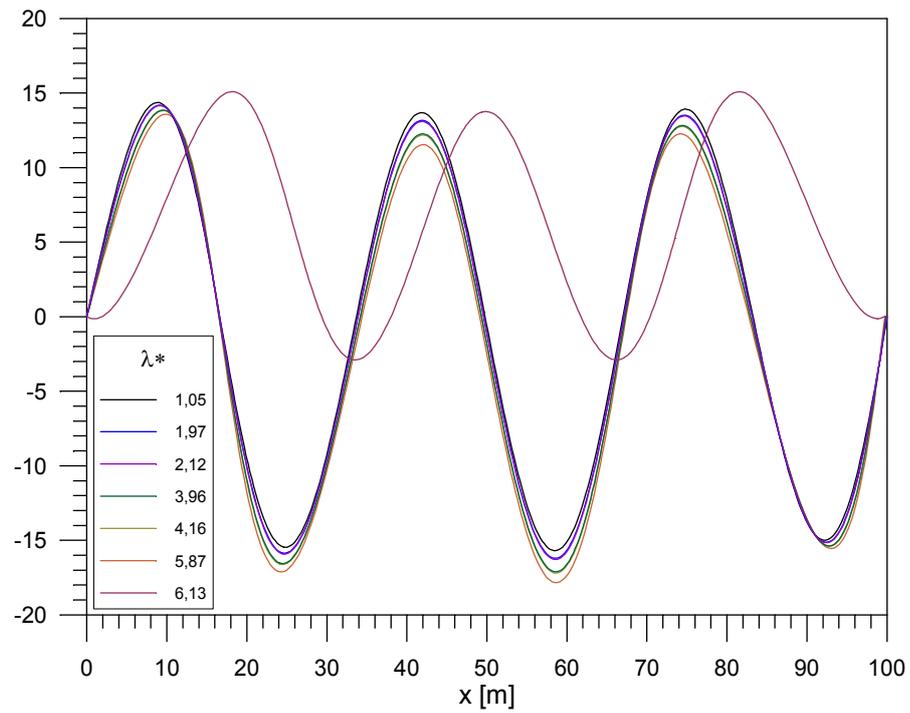


Figura 5.35 - Sexto Modo de Vibração no Plano

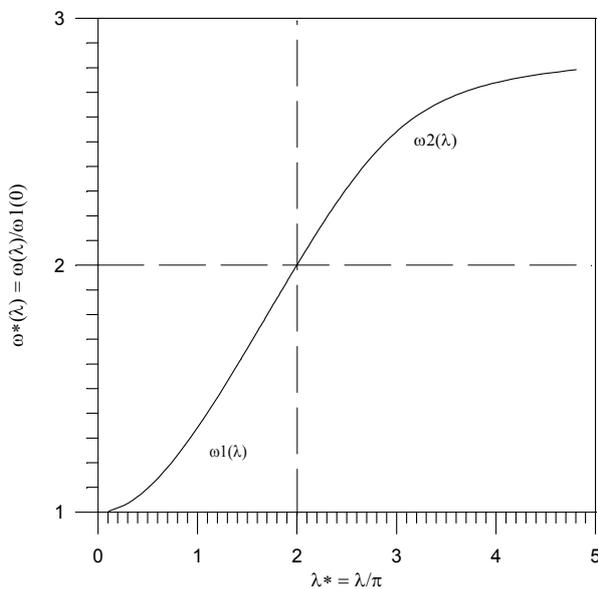


Figura 5.36 - Primeira Região de Transição

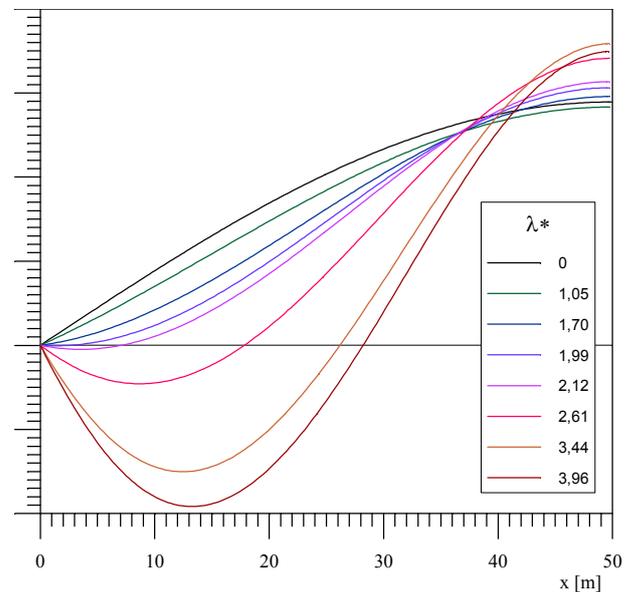


Figura 5.37 - Transição do Primeiro e Segundo Modo (simetria)

Na Figura 5.36 mostra-se a região de cruzamento correspondente a  $\lambda^*=2$  e na Figura 5.37 mostra-se o modo correspondente, isto é o modo associado ao valor de  $\omega^*(\lambda)$  da curva ilustrada na Figura 5.30. Nota-se claramente que com o acréscimo do parâmetro adimensional de Irvine,  $\lambda^*$ , o



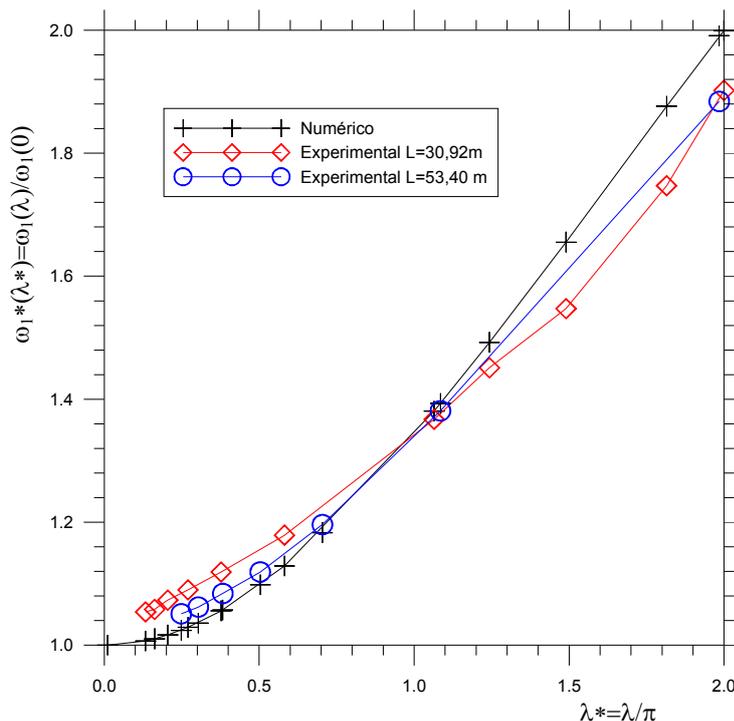


Figura 5.38 – Comparativo Experimental *versus* Elementos Finitos (primeiro modo) ( $L=30,92$  e  $53,40$  m)

### 5.4.2.2 Cabo inclinado

Para os cabos inclinados o comportamento de  $\omega^*$  em função de  $\lambda^*$  é ligeiramente diferente. O mesmo cabo do exemplo anterior é modelado com inclinação de  $30^\circ$ . Como pode ser verificado nas Figuras 5.39 a 5.41, nas regiões de transição ( $\lambda^* = \lambda/\pi \cong 2n$ ) não ocorre o cruzamento como nos cabos horizontais, fenômeno também citado claramente por Srinil et al. (2003), e quanto maior é o ângulo de inclinação maior é a separação destas curvas. Nestas regiões é que surgem os chamados modos híbridos de vibração também mencionados por Srinil et al. (2003). Nas Figuras 5.42 a 5.47 estão ilustrados os modos de vibração deste cabo em função do valor de  $\lambda^*$ .

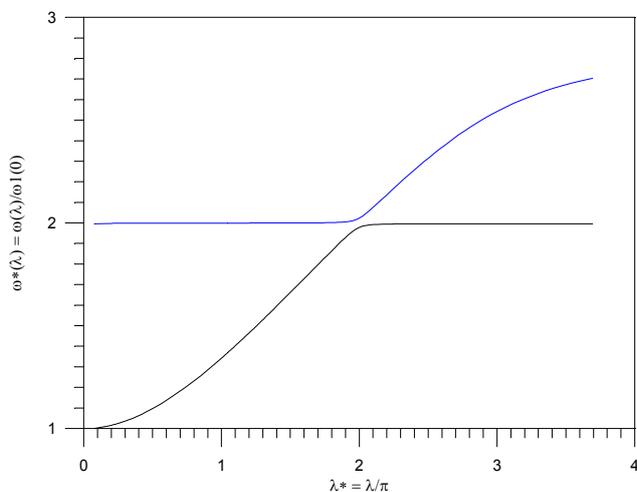


Figura 5.39 - Primeira região de transição para cabo inclinado,  $\theta=30^\circ$

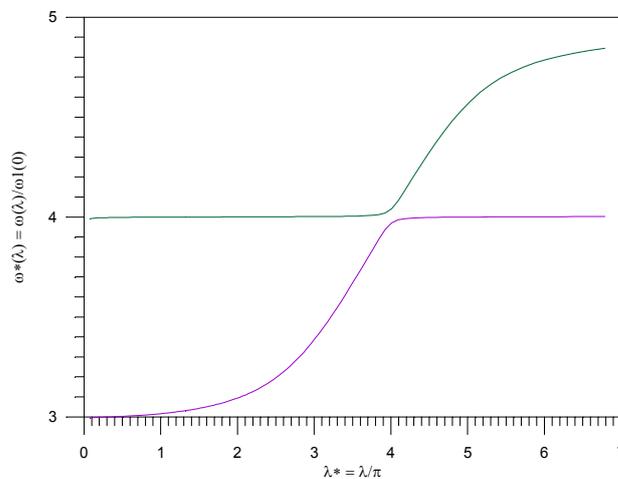


Figura 5.40 - Segunda região de transição para cabo inclinado,  $\theta=30^\circ$

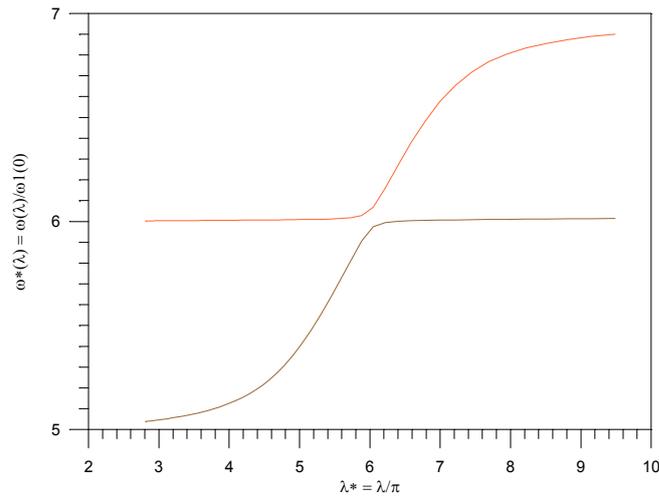


Figura 5.41- Terceira região de transição para cabo inclinado,  $\theta=30^\circ$

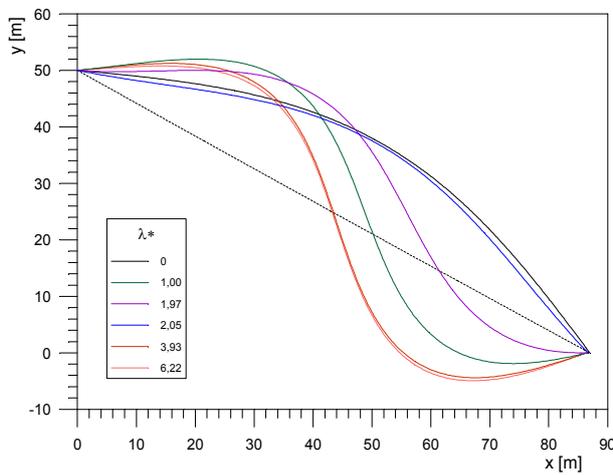


Figura 5.42- Primeiro Modo de Vibração,  $\theta=30^\circ$

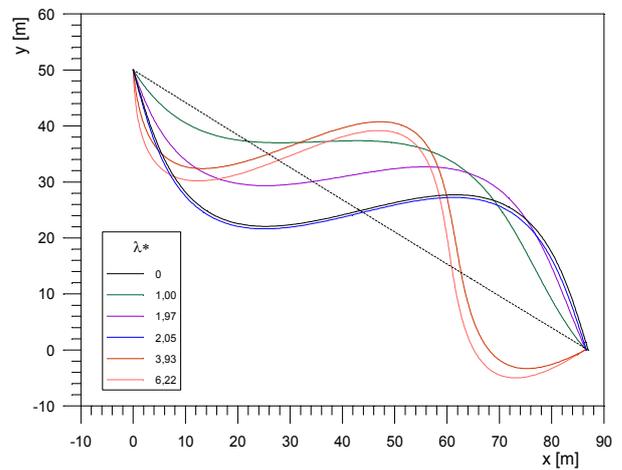


Figura 5.43-Segundo Modo de Vibração,  $\theta=30^\circ$

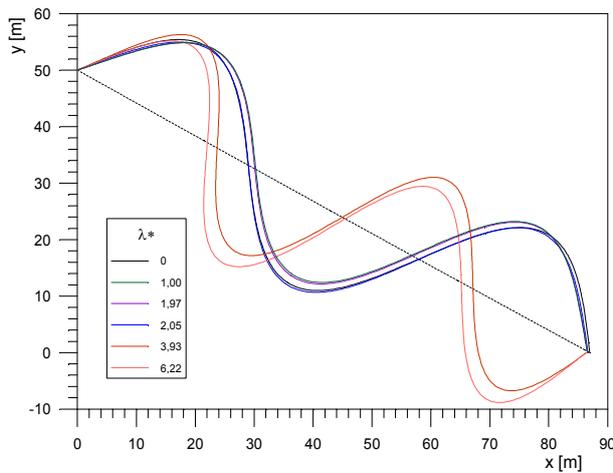


Figura 5.44 - Terceiro Modo de Vibração,  $\theta=30^\circ$

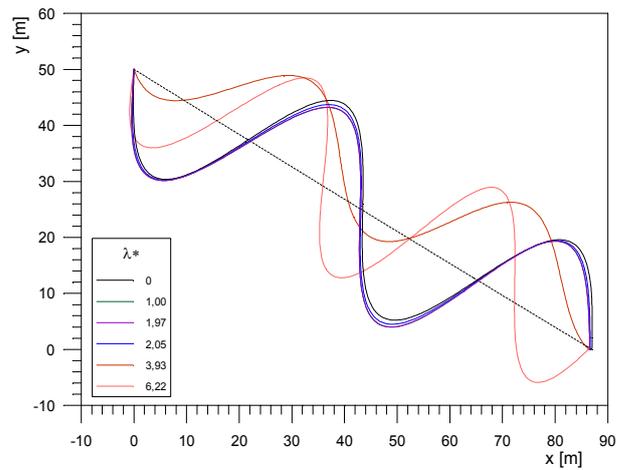


Figura 5.45 - Quarto Modo de Vibração,  $\theta=30^\circ$

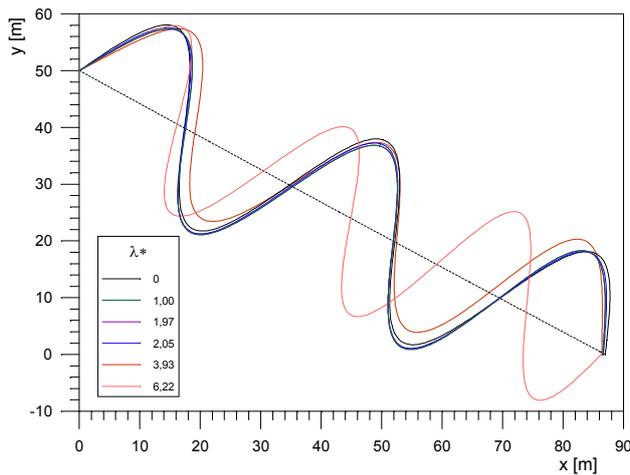


Figura 5.46 - Quinto Modo de Vibração,  $\theta=30^\circ$

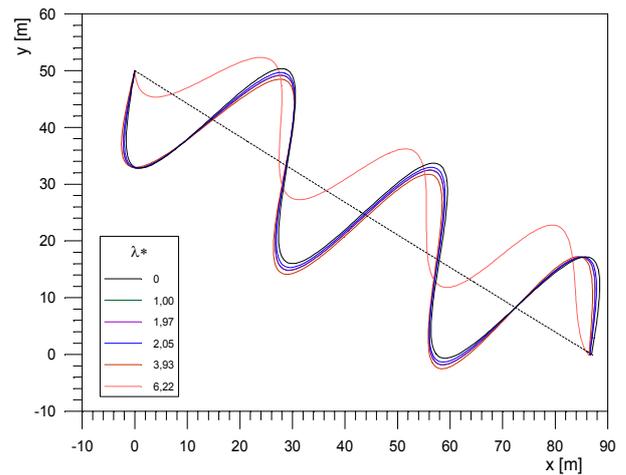


Figura 5.47- Sexto Modo de Vibração,  $\theta=30^\circ$

Um exemplo de análise modal para cabos inclinados com grandes deslocamentos é mostrado por Henghold e Russell (1976). Nesse trabalho foi modelado um cabo com vão de 500 m, diferença de altura entre os apoios igual a 50 m e os resultados são parametrizados em função da razão  $EA/mgL$ , sendo  $mgL$  o peso do cabo. Esse mesmo cabo foi modelado utilizando a razão  $EA/mgL=10$  e malha homogênea com 100(cem) elementos cúbicos. A situação de equilíbrio estático e os primeiros modos estão ilustrados nas Figuras 5.48 e 5.49 e estão de acordo com os resultados mostrados por estes autores. Nota-se também que a deformação estática é bastante diferente da catenária e isso ocorre devido à deformação elástica do cabo, às não linearidades e ao acoplamento das deformações axiais com as deformações transversais.

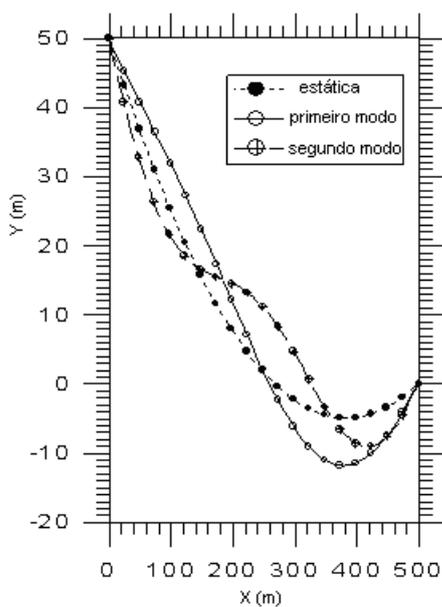


Figura 5.48- Primeiro e Segundo Modo (Henghold e Russel, 1976)

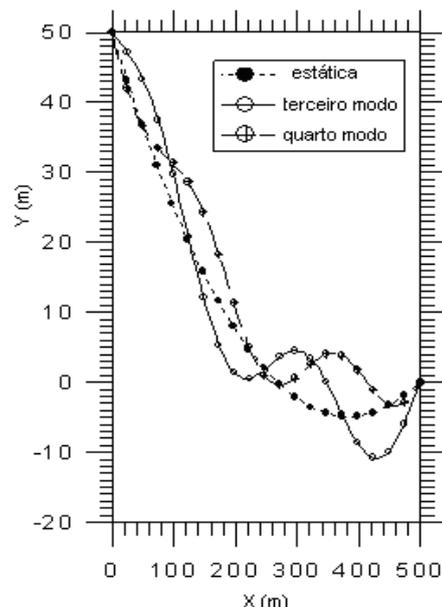


Figura 5.49- Terceiro e Quarto Modo (Henghold e Russel, 1976)

### 5.4.3 Função de Resposta em Frequência - Comparativo Experimental versus MEF

Para realizar a análise comparativa da *FRF* experimental com os resultados obtidos utilizando as formulações de elementos finitos lineares e não lineares foi utilizada uma amostra de cabo *ÍBIS* com comprimento de 65,378 m e tração variável de 10700 e 15860 N.

Para a análise experimental cinco acelerômetros foram posicionados no cabo e localizados em  $L/2$ ,  $3L/8$ ,  $L/4$ ,  $L/8$  e  $L/16$ , sendo  $L$  o comprimento do vão. A excitação externa foi realizada com martelo de impacto (*impact hammer*). Os resultados numéricos mostrados nas Figuras 5.50 e 5.51 foram obtidos com elementos cúbicos e malha homogênea com 40 elementos.

Na Figura 5.50 são mostradas as *FRF*'s para o cabo com carga de 10700 N. Nessa condição o parâmetro de Irvine adimensional,  $\lambda^*$ , é igual a 0,616 e, de acordo com a Figura 5.52 que é um detalhe da Figura 5.38, a primeira frequência adimensional,  $\omega^*$ , esperada é em torno de 1,15. Nota-se claramente que o modelo linear não é capaz de representar com precisão a *FRF* ao redor da primeira frequência natural do cabo. Já o modelo não linear apresenta ótima correlação com o resultado experimental. O erro entre o modelo linear e os outros dois resultados é de 12,25% na primeira frequência, enquanto que o erro esperado seria de 14,34% cujo cálculo foi realizado com o polinômio cúbico ajustado com os pontos da Figura 5.52. Tendo em mente os resultados da Figura 5.38, erros significativos não são esperados para as frequências maiores em função do baixo valor do parâmetro adimensional de *Irvine*.

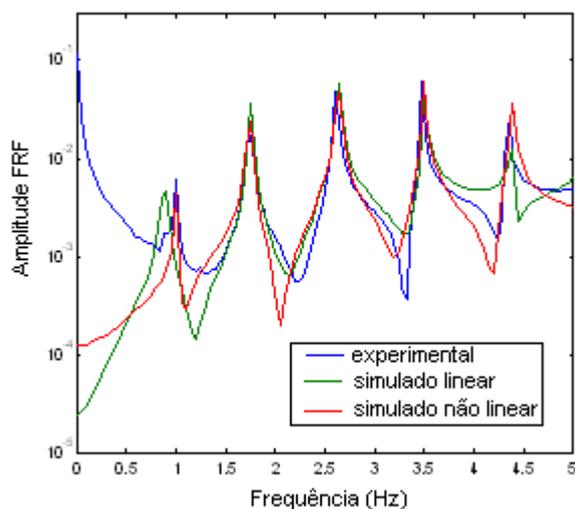


Figura 5.50– Análise Comparativa da *FRF* Experimental com as *FRF*s numéricas, 10700 N

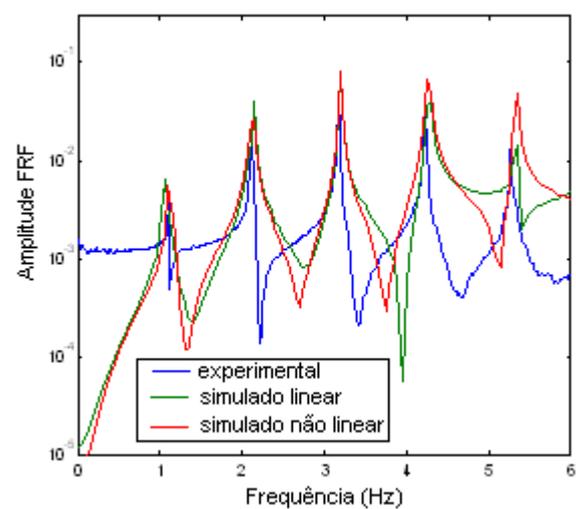


Figura 5.51 – Análise Comparativa da *FRF* Experimental com as *FRF*s numéricas, 15860 N

Na Figura 5.51 são mostradas as *FRF*'s para o cabo com carga de 15860 N. Como já era esperado, os erros entre o modelo linear e os resultados das outras análises são menores em virtude

da redução do parâmetro adimensional de Irvine,  $\lambda^* = 0,342$ . Com este valor o erro esperado para a primeira frequência é de 4,6%.

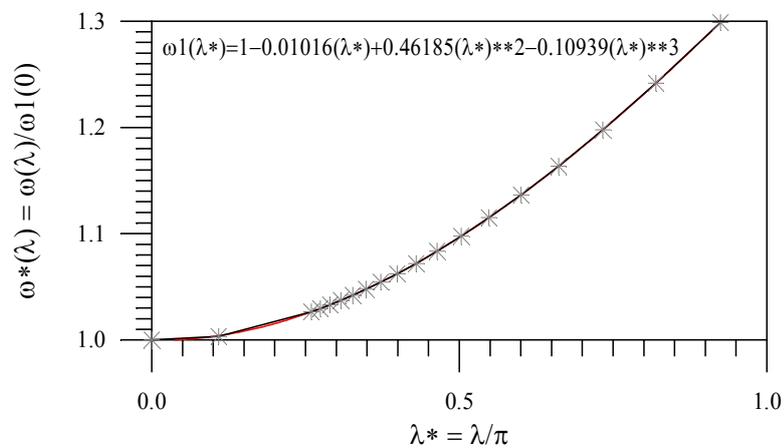


Figura 5.52- Primeira Frequência Adimensional

### 5.4.4 Aceleração: Comparativo Experimental *versus* MEF

A Figura 5.53 mostra os dados experimentais obtidos com o uso de um acelerômetro posicionado em  $L/8$  e os mesmos resultados para o modelo linear e não linear por de elementos finitos. Os resultados apresentados tem a mesma ordem de grandeza.

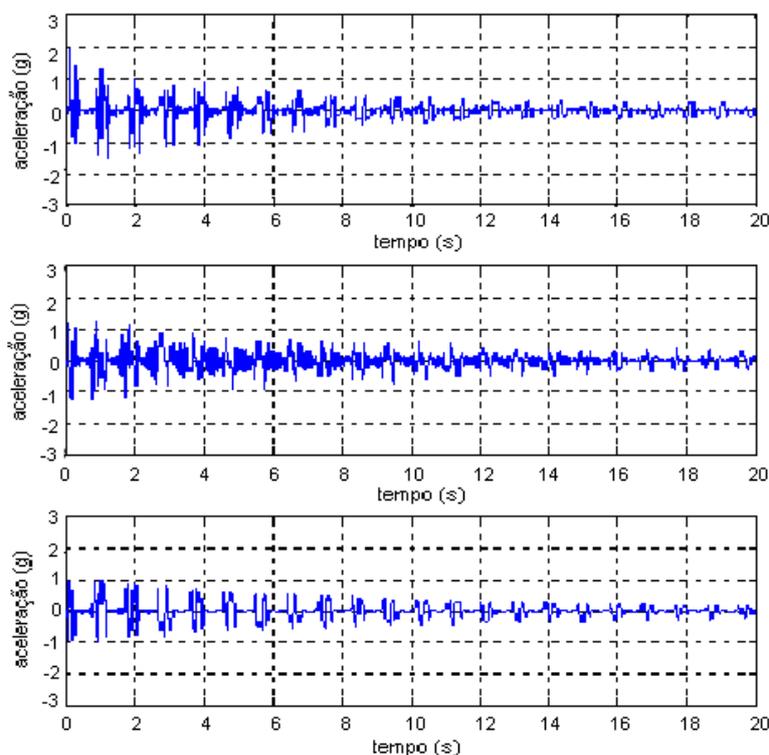


Figura 5.53 – Dados experimentais (topo), simulação linear (meio), simulação não linear (baixo) - ( $L = 65,355$  m,  $T = 15860$  N)

### 5.4.5 A Variação da Tração no Cabo

Na Figura 5.54 mostra-se o resultado para a tração no cabo em função do tempo e a influência do amortecimento na resposta dinâmica. A cor preta identifica a análise com amortecimento e a cor azul a análise sem amortecimento.

Estes resultados foram obtidos com cabo do tipo *ÍBIS* com tração nominal de 10700 N e comprimento igual a 32,3 m. O cabo foi modelado com malha homogênea de cem elementos finitos (dois nós) e os nós foram numerados sequencialmente (ordem crescente). A excitação externa foi aplicada no nó de número noventa, com amplitude de 5 N e frequência de 1,75 Hz que é próxima da primeira frequência natural do cabo de 1,776 Hz. Os resultados com o amortecimento foram obtidos com a matriz de amortecimento proporcional,  $C = \alpha M + \beta K$ , com os mesmos valores de  $\alpha$  e  $\beta$  obtidos por Barbieri et al (2004b).

O mesmo tipo de comportamento mostrado na Figura 5.54 também é observado para os deslocamentos e, considerando que as frequências naturais estão intrinsecamente ligadas à tração do cabo, a mesma variação também é observada para as frequências naturais.

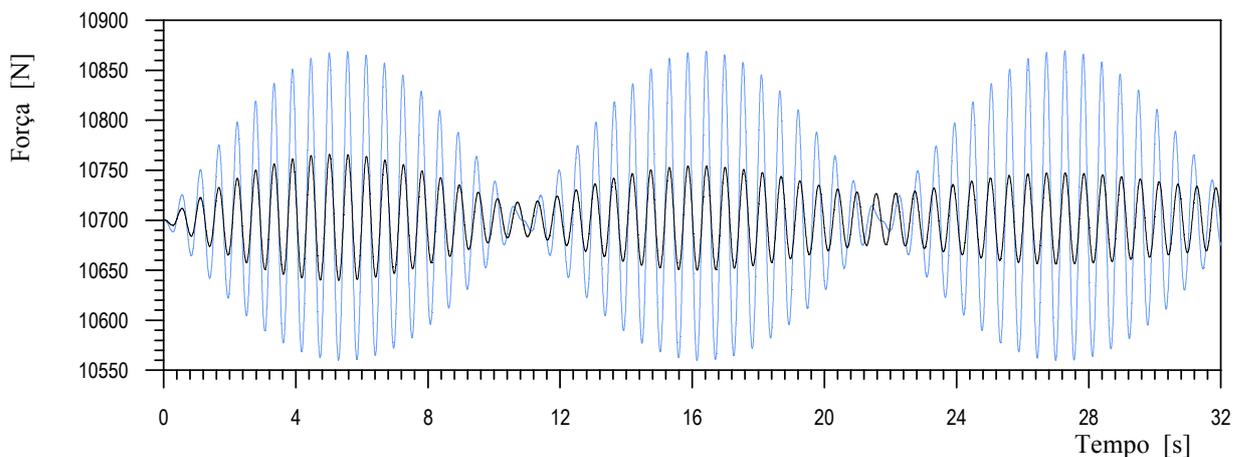


Figura 5.54 – Força Axial no nó 10

Outra análise também foi realizada com esse modelo considerando apenas a situação sem amortecimento. A carga externa com amplitude de 10 N foi aplicada também no nó 90, porém a frequência de excitação foi variada entre 1,50 Hz e 2,00 Hz com o objetivo de identificar fenômenos parecidos com o *batimento* e verificar a flutuação da tração no cabo. Os resultados para o deslocamento transversal no plano e tração no nó 10 estão ilustrados nas Figuras 5.55 e 5.56.

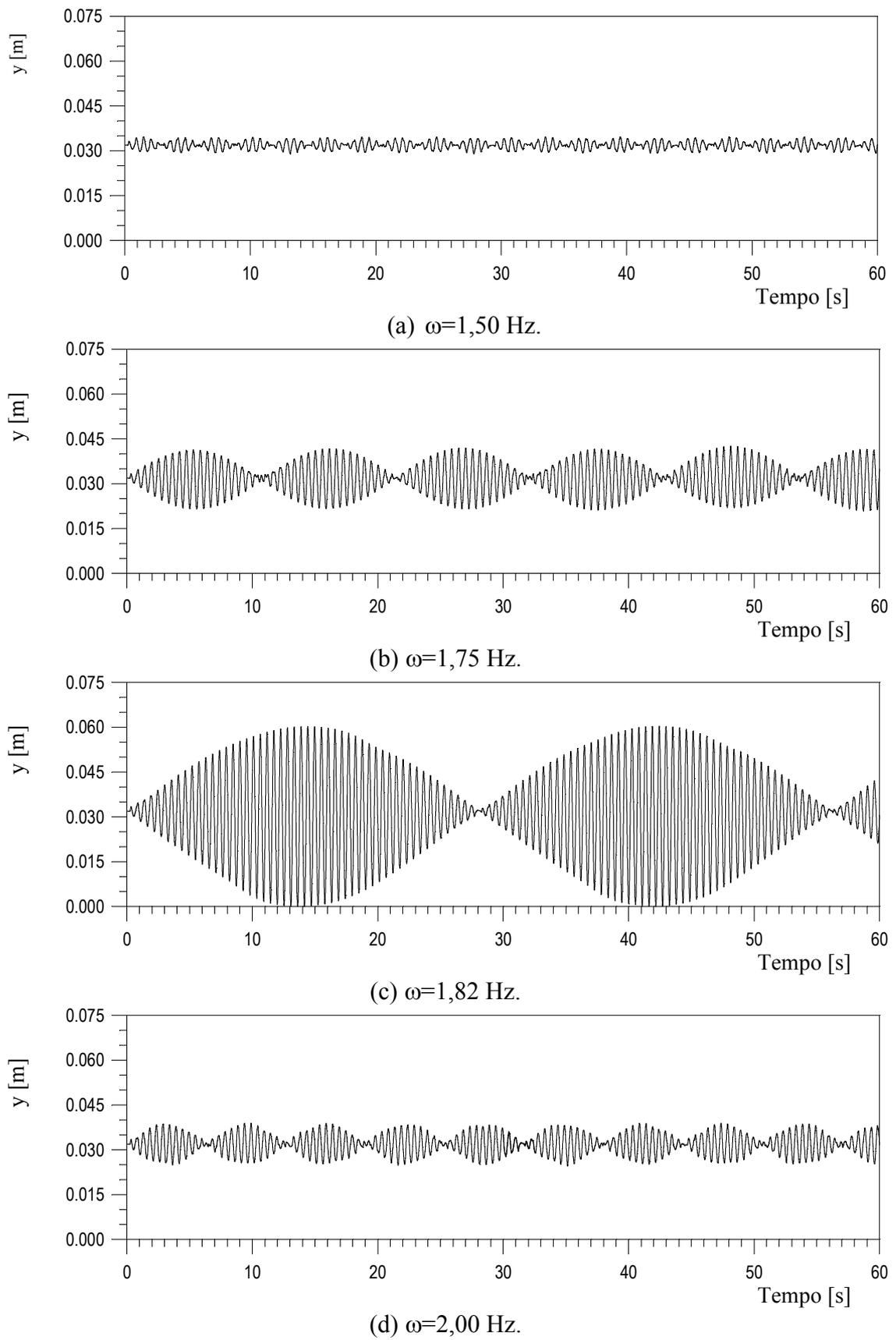


Figura 5.55 – Deslocamento do nó 10

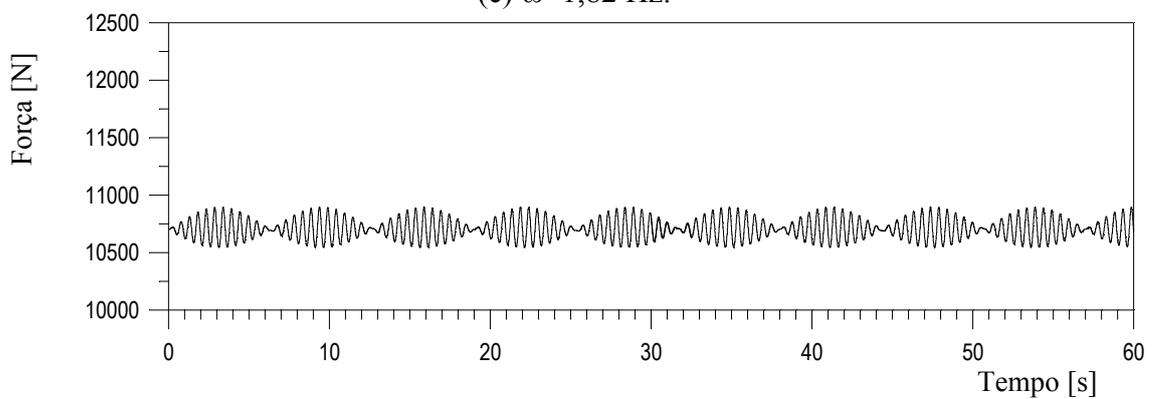
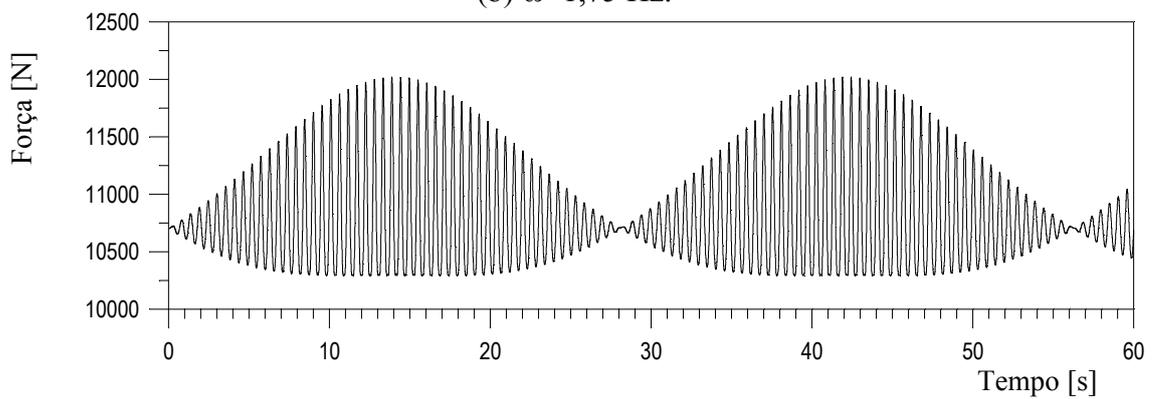
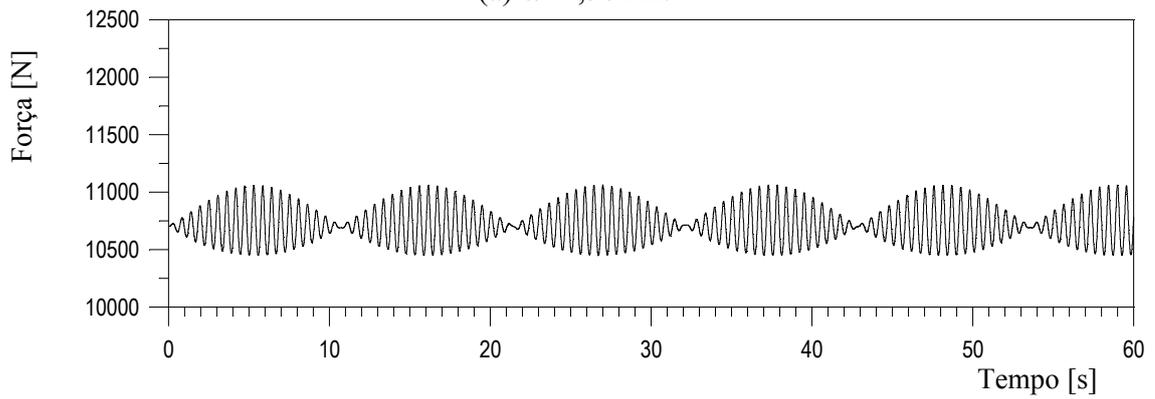
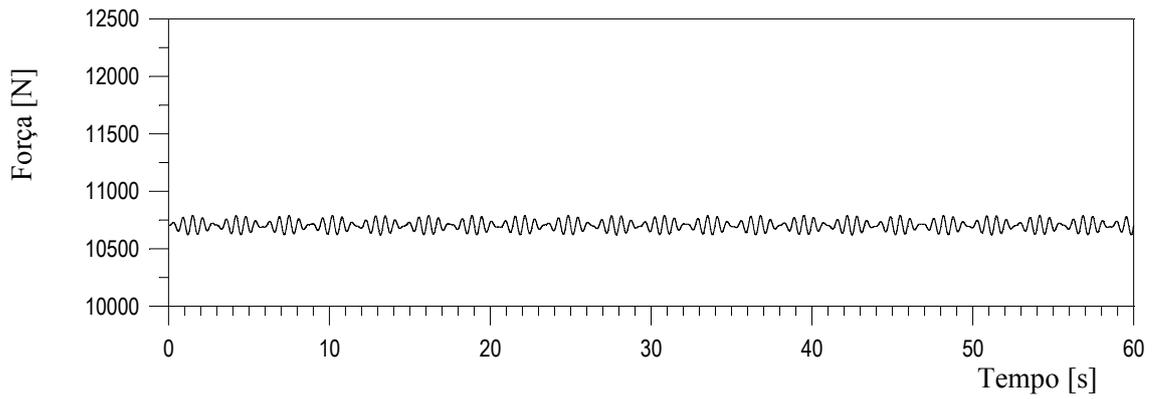


Figura 5.56 – Tração do Cabo no nó 10

Nas Figuras 5.57 e 5.58 são mostrados resultados da força de tração no cabo para uma excitação externa com o excitador (*shaker*) com tração nominal no cabo em 5000 N. O cabo foi modelado com malha homogênea de cem elementos finitos de dois nós, sendo os nós numerados sequencialmente (ordem crescente). A excitação externa foi aplicada no nó noventa, com amplitude de 5 N e frequência de 2,69 Hz.

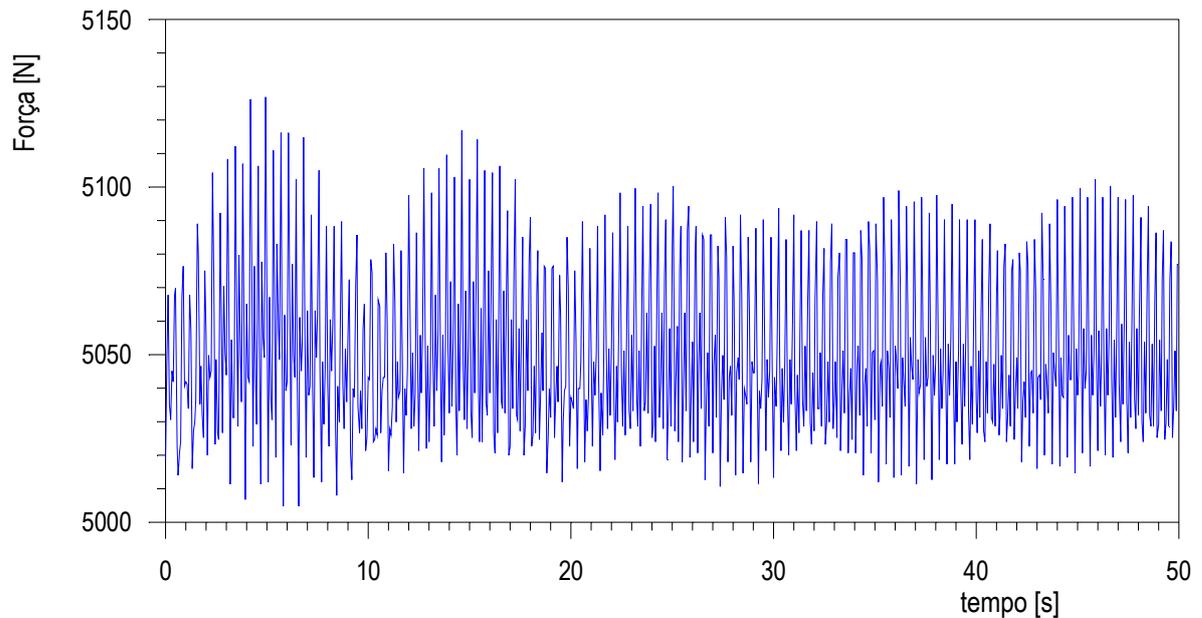


Figura 5.57 – Força na extremidade do cabo (Experimental - tração 5000 N e frequência de 2.69 Hz)

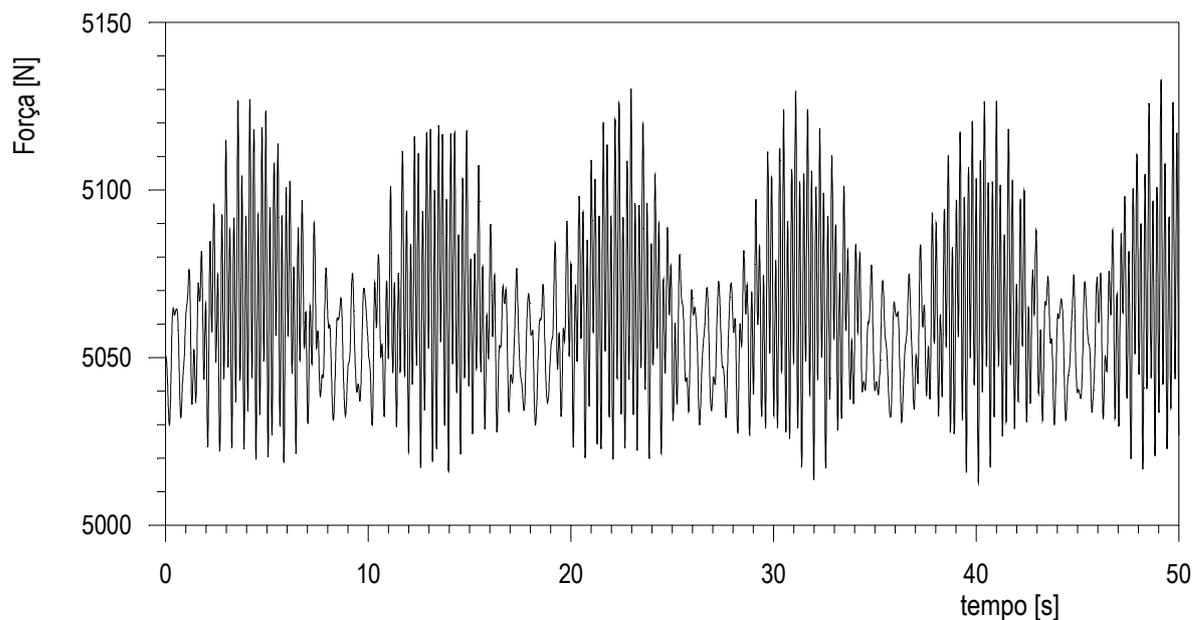


Figura 5.58 – Força na extremidade do cabo (Simulação numérica - tração 5000 N e frequência de 2.69 Hz)

### 5.4.6 A Variação da Frequência Natural com a deflexão central do cabo

Outro resultado obtido com este mesmo modelo é a dependência das frequências naturais com o deslocamento do cabo. Este resultado pode ser visto na Figura 5.59 que mostra o comportamento não linear (*quadrático ou cúbico*) já esperado e estão de acordo com os obtidos por Xu e Yu (1999a, 1999b).

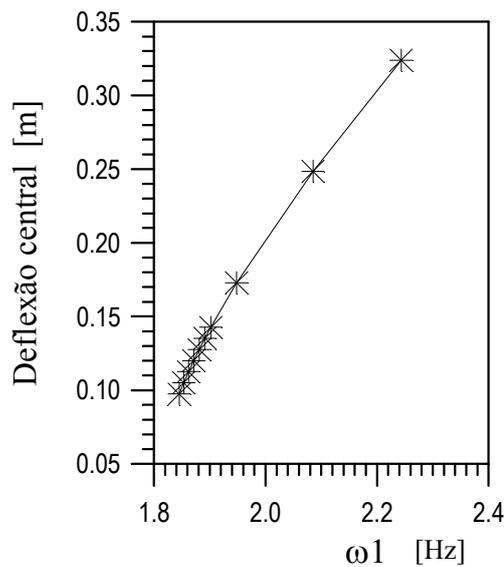


Figura 5.59 – Primeira Frequência Natural *versus* Deslocamento Central do Cabo

### 5.4.7 A Influência de Massas Concentradas

O objetivo desta análise é determinar a influência de massas concentradas nas frequências naturais de cabos horizontais. Foi modelado com 400 elementos de dois nós, um cabo *ÍBIS* com comprimento de 200 m e tração variável visando obter variação do coeficiente de *Irvine*. Uma massa adicional de 3 kg foi colocada em posições diferentes do cabo para avaliar o efeito desse posicionamento.

Os resultados dessa análise são mostrados nas Figuras 5.60 a 5.63 e nota-se claramente que duas regiões de cruzamento ( $\lambda^* \cong 2$  e 6) as características para os cabos horizontais foram totalmente eliminadas, Figura 5.60, e nestas regiões o comportamento assemelha-se ao de cabos inclinados. Já para a região de cruzamento próxima de  $\lambda^* \cong 4$  um cruzamento ainda é verificado quando a massa é

colocada na distância de  $L/4$  da extremidade do cabo, o que praticamente coincide com um nó do quarto modo de vibração para cabo reto com carga alta ( $\lambda^* \cong 0$ ). Quando a carga é movida para  $L/8$  ou  $L/16$  este cruzamento também é eliminado. Detalhes destas regiões de cruzamento estão mostrados nas Figuras 5.61 a 5.63.

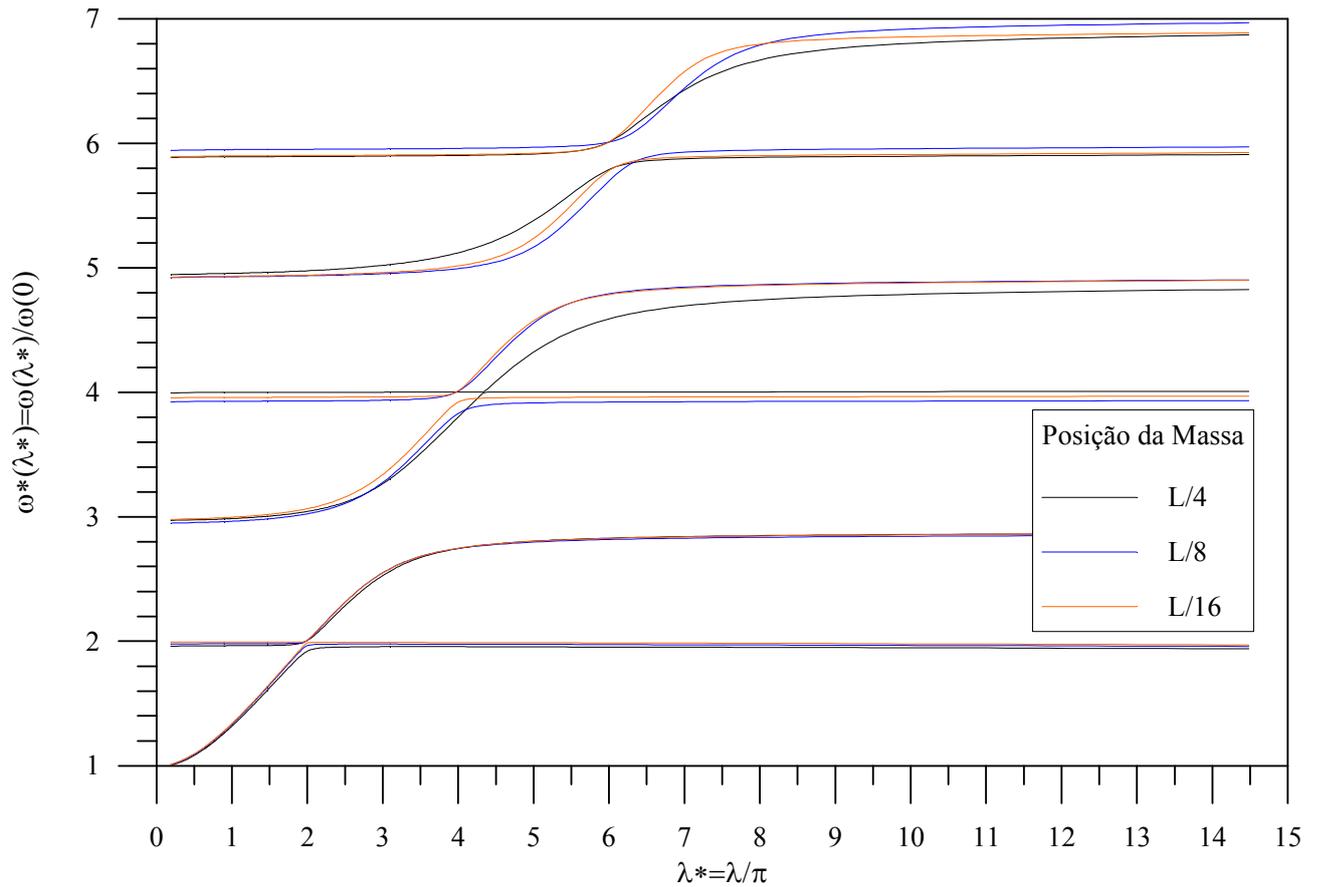


Figura 5.60 – Frequências Adimensionais *versus* Parâmetro Adimensional de Irvine

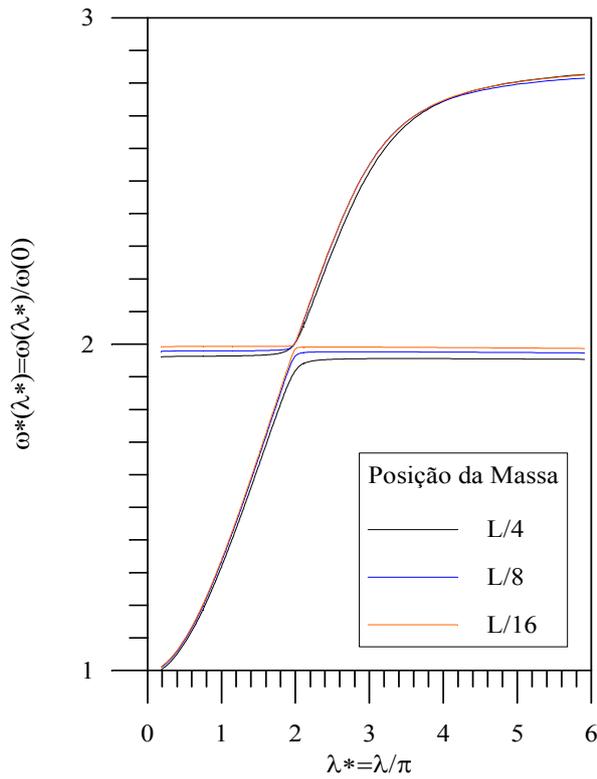


Figura 5.61 - Primeira e Segunda Frequências Adimensionais

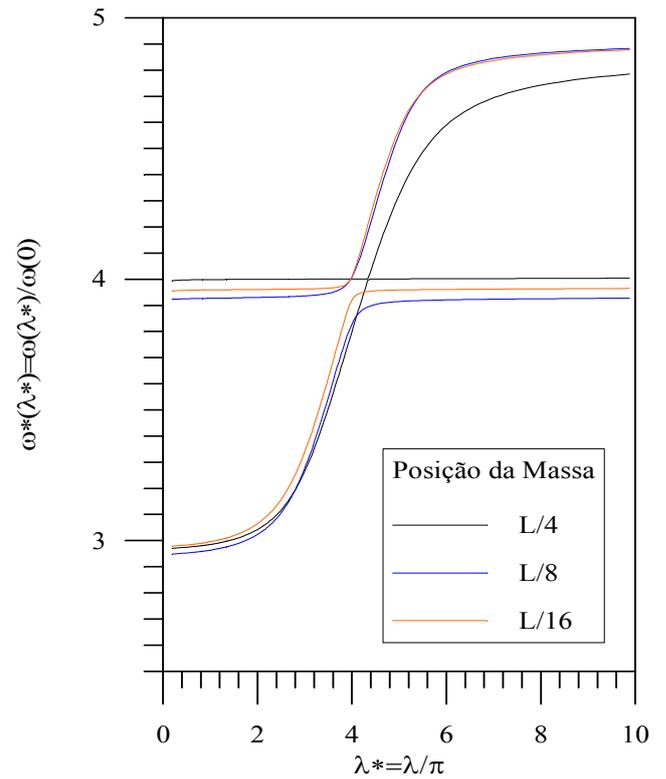


Figura 5.62 - Terceira e Quarta Frequências Adimensionais

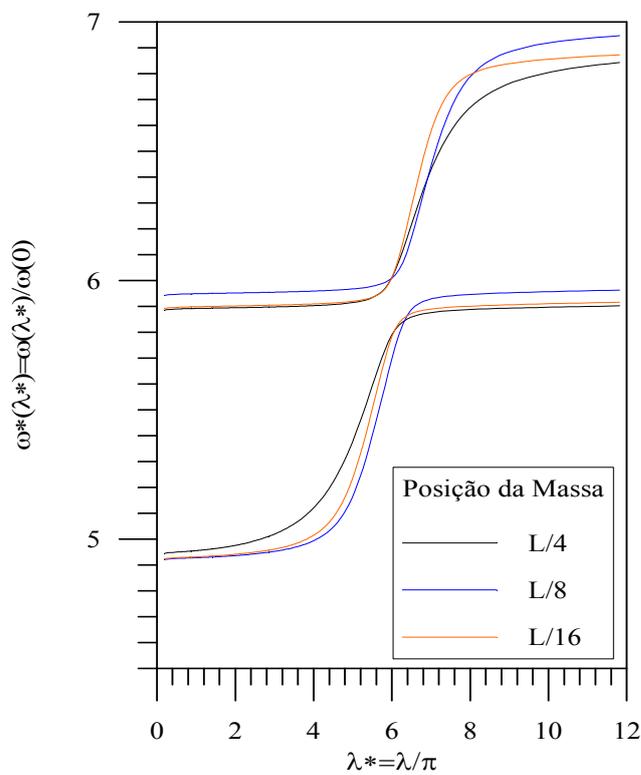


Figura 5.63 – Quinta e Sexta Frequências Adimensionais

### 5.4.8 Simulações com Vento

As forças de arraste e sustentação surgem devido ao escoamento de ar (vento) ao redor do cabo. A força de arraste surge no sentido do escoamento e pode ser considerada constante. A força de sustentação surge no sentido perpendicular ao escoamento e tem comportamento oscilatório.

A força de sustentação,  $F_L(t)$ , pode ser calculada como sendo:

$$F_L(t) = \frac{1}{2} C_L \rho V^2 A \cos(\omega_s t) \quad (5.72)$$

sendo  $C_L$  o coeficiente de sustentação que depende das características do escoamento,  $\rho$  e  $V$  denotam a densidade e velocidade do fluido,  $A$  a área projetada do cabo e  $\omega_s = 2\pi f_s$ , sendo  $f_s$  a frequência de *Strouhal*. A frequência de *Strouhal* esta relacionada com o número de *Strouhal*,  $S$ , pela equação 1.6. Para escoamentos com baixo número de *Reynolds* o valor de  $S \cong 0,21$  é adequado para as análises. No entanto, devido ao caráter aleatório da velocidade do vento, para efeito de simulação este carregamento foi simplesmente considerado sendo uniformemente distribuído variando no tempo da seguinte maneira:

$$F_L(t) \cong Q \times rand() \quad (5.73)$$

sendo  $Q$  a amplitude da Força e  $rand()$  indica um número pseudorrandômico entre 0 e 1 (compilador *Fortran*).

Essa metodologia foi comparada com medições realizadas em campo com incidência de vento em 2/3 do cabo (vão de 65 m e tração de 10700 N) e a *FRF* para essas duas situações estão ilustradas nas Figuras 5.64 e 5.65 que seguem.

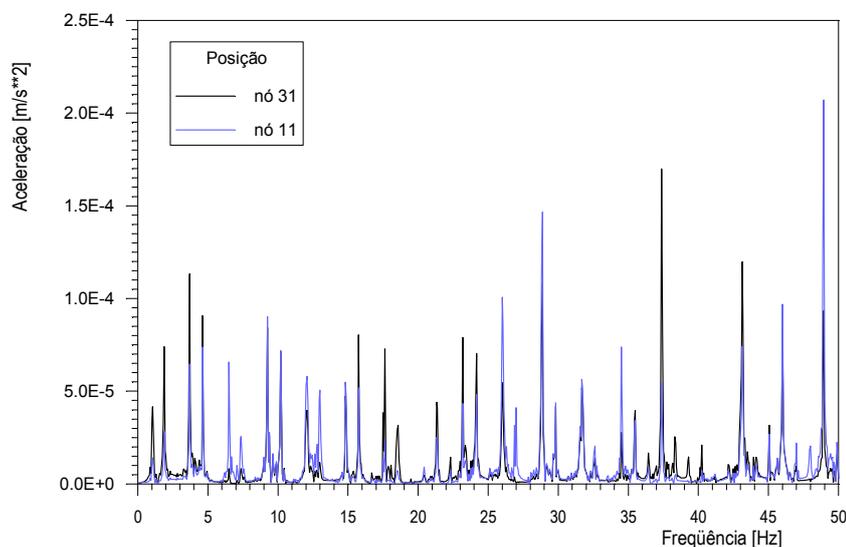


Figura 5.64 – *FRF* para carregamento do vento (modelo numérico)

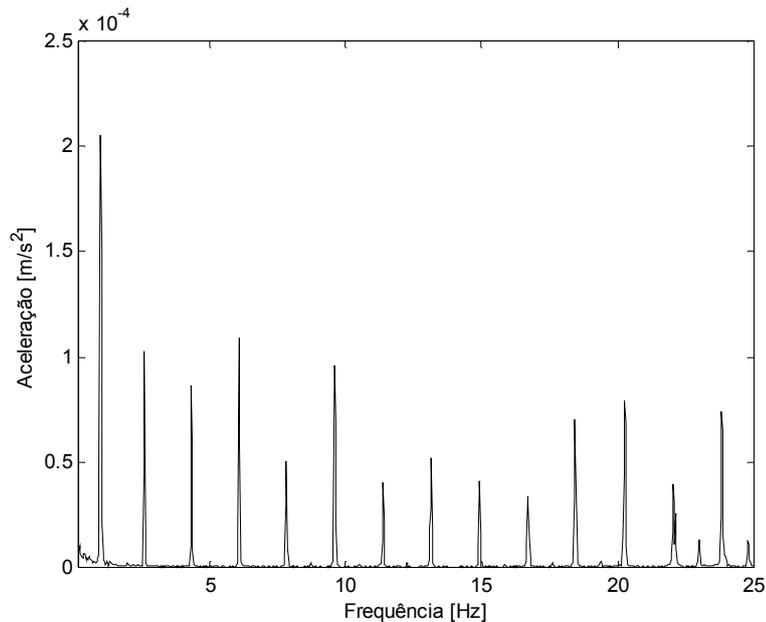


Figura 5.65 – *FRF* para carregamento do vento próximo do nó 31 (experimental)

Nota-se que na comparação das Figuras 5.64 e 5.65, para a faixa de frequência experimental de 25 Hz, os resultados apresentados na Figura 5.64, são próximos e na mesma ordem de grandeza, exceto para a primeira frequência natural, que apresenta um valor de aceleração próximo de  $2 m/s^2$  na medição experimental (Figura 5.65).

#### 5.4.9 Comparativo do cabo *ÍBIS* versus *CAL* (liga 6201)

Na Figura 5.66 é mostrado um carregamento aleatório no tempo utilizado para comparar os níveis de vibração dos cabos *ÍBIS* e *CAL*. Nas simulações numéricas foram utilizados modelos com comprimento de 62 m e com tração de 20% da carga de ruptura do respectivo cabo. O carregamento foi distribuído em 2/3 do vão que foi discretizado com duzentos e onze elementos finitos (dois nós) e os nós numerados sequencialmente.

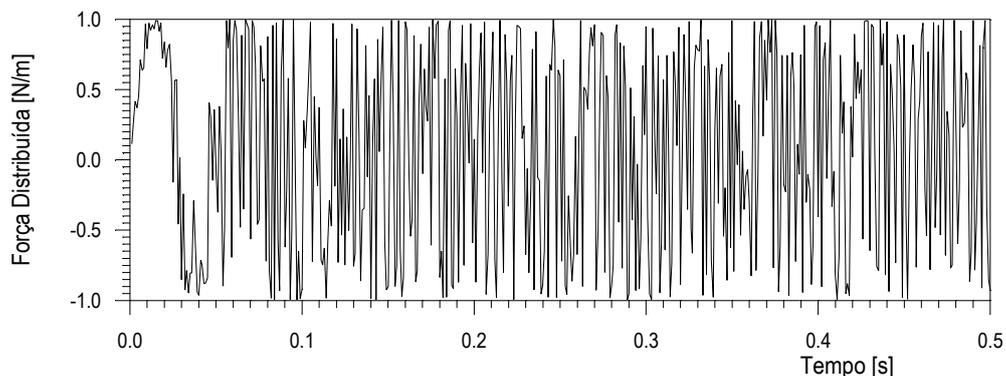


Figura 5.66 – Força randômica no tempo

Nas Figuras 5.67 e 5.68 são mostrados os níveis de aceleração para os dois cabos. Para as regiões de baixa frequência (até 35 Hz) a resposta numérica para o cabo *CAL* apresenta picos com maiores amplitudes. Entretanto, o processo é invertido nas regiões de alta frequência (acima de 40 Hz).

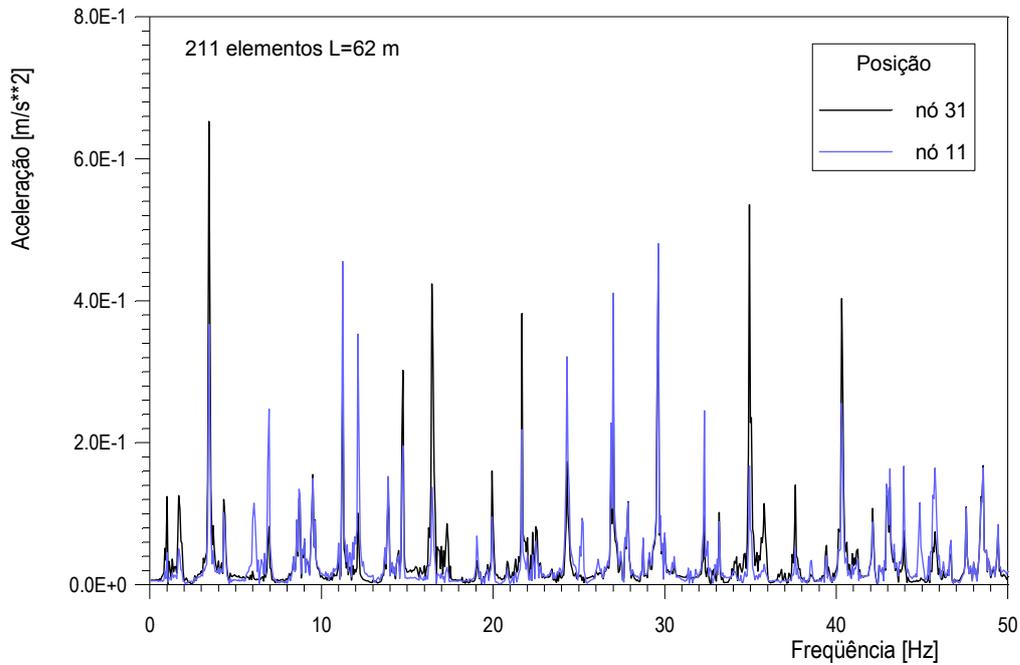


Figura 5.67- Níveis de aceleração para o cabo *CAL*

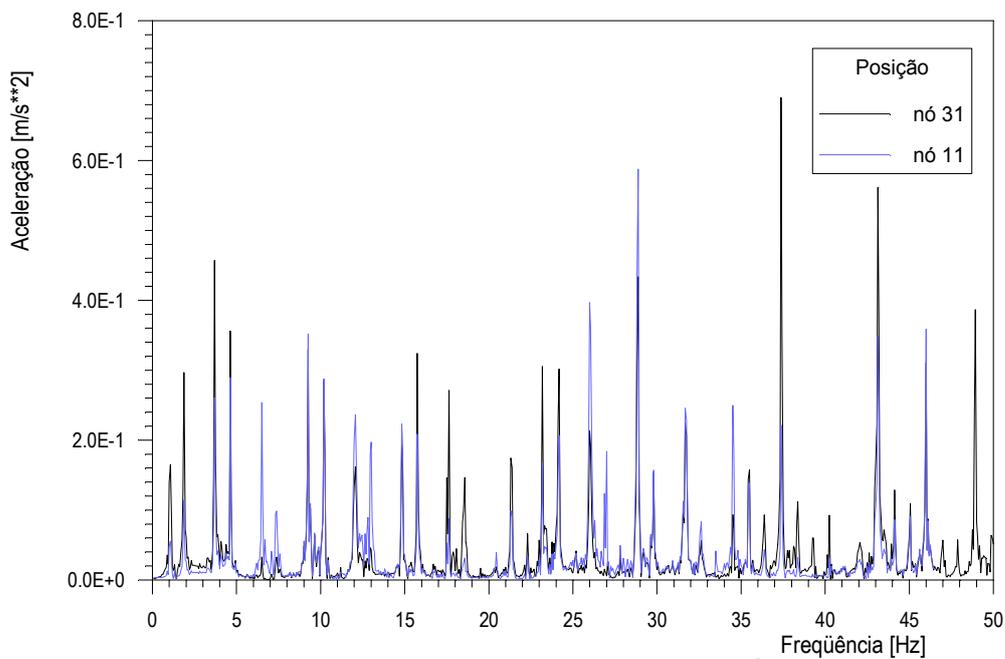


Figura 5.68 – Níveis de aceleração para o cabo *ÍBIS*

### 5.4.10 Resultados da Análise Dinâmica do Cabo com *Stockbridge*

Foram simuladas três situações bem distintas utilizando o *stockbridge* e a formulação não linear. Na primeira abordagem foi utilizada como excitação no modelo numérico a força medida diretamente no ponto de excitação do cabo com o excitador. Esta força está ilustrada na Figura 5.70 e a sua *FRF* na Figura 5.71 de onde nota-se que as pequenas frequências foram muito mais excitadas do que as altas frequências. O cabo utilizado foi o *ÍBIS*, e o vão de ensaio com 30 metros de comprimento. O excitador foi posicionado a partir da ancoragem de tração com aproximadamente 45 cm, e o amortecedor *stockbridge* posicionado do lado oposto a 1,1 metros da ancoragem dita de suspensão conforme recomendação de norma para esse diâmetro de cabo com tração de projeto. Os sensores foram posicionados na garra, antes do amortecedor, a uns 250 mm e depois do amortecedor entre a ancoragem e o próprio (vide Figura 5.69).



Figura 5.69 – Amortecedor assimétrico com os sensores de vibração instalados

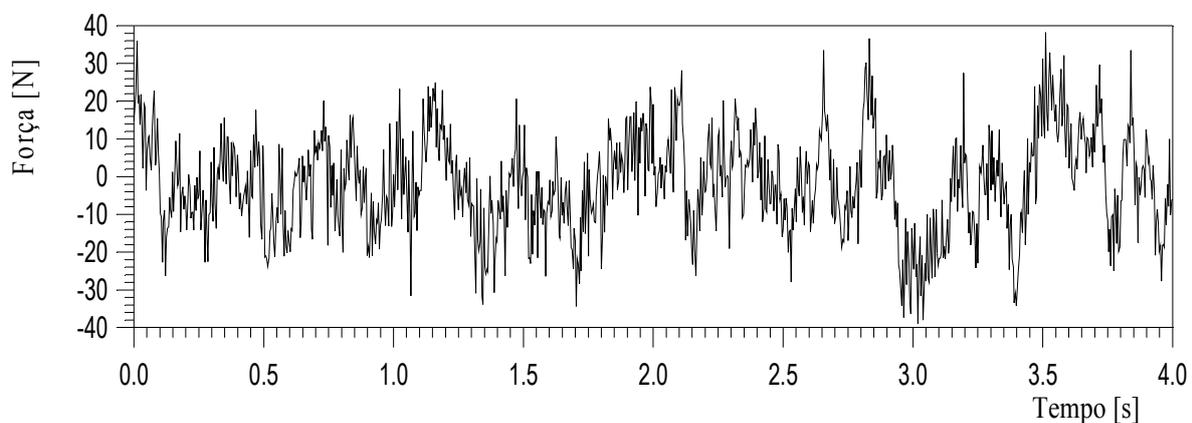


Figura 5.70 – Força medida

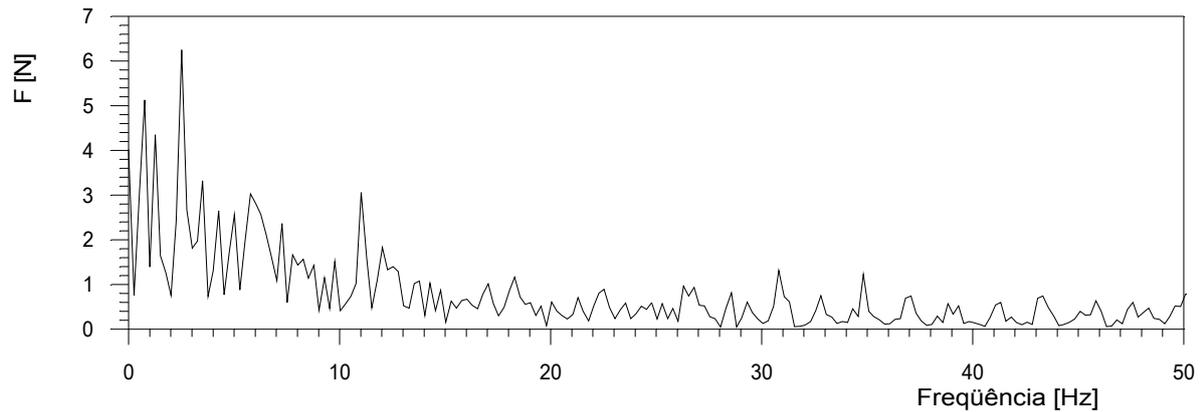


Figura 5.71 – FRF da força medida

Os resultados numéricos que aparecem na Figura 5.72 foram obtidos empregando o modelo não linear com  $dt = 1.e-3$  s e tempo máximo de 4 s. O comparativo dos resultados experimentais e numéricos mostra que os valores da aceleração (medidos e simulados) estão bastante compatíveis com a eficiência de um *stockbridge* como neutralizador dinâmico de vibrações.

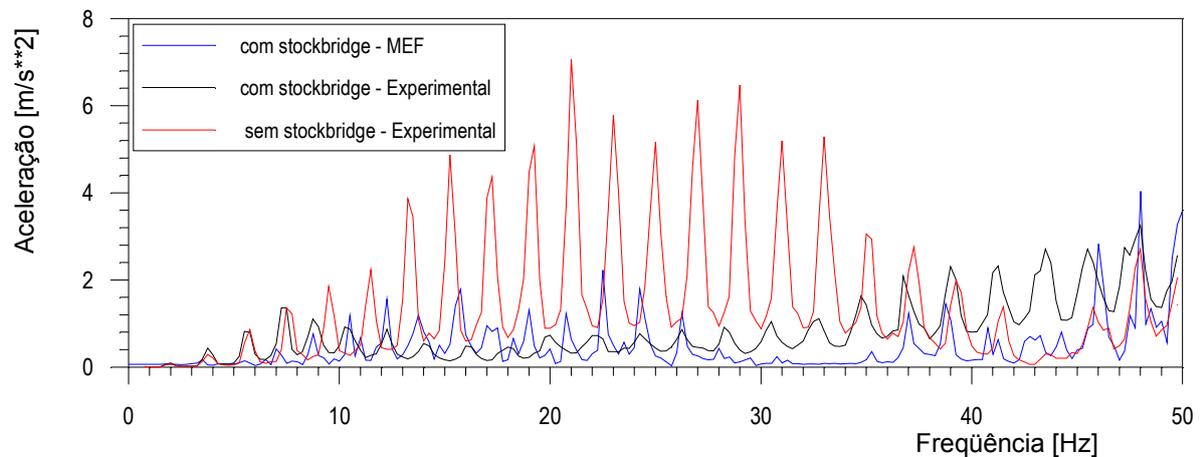


Figura 5.72 - Comparativo dos resultados Experimentais e Numéricos

Outro estudo numérico mostrado na sequência foi realizado utilizando  $dt = 1.e-3$  s, tempo máximo de 4 s e a força dada na equação 5.74 construída propositalmente com o objetivo de excitar todas as frequências até 45 Hz com a mesma amplitude.

$$F(t) = \sum_{j=1}^{45} \text{sen}(2\pi \times j \times t) \quad [N] \tag{5.74}$$

O comportamento desta força no tempo esta ilustrado na Figura 5.73 e sua FRF na Figura 5.74.

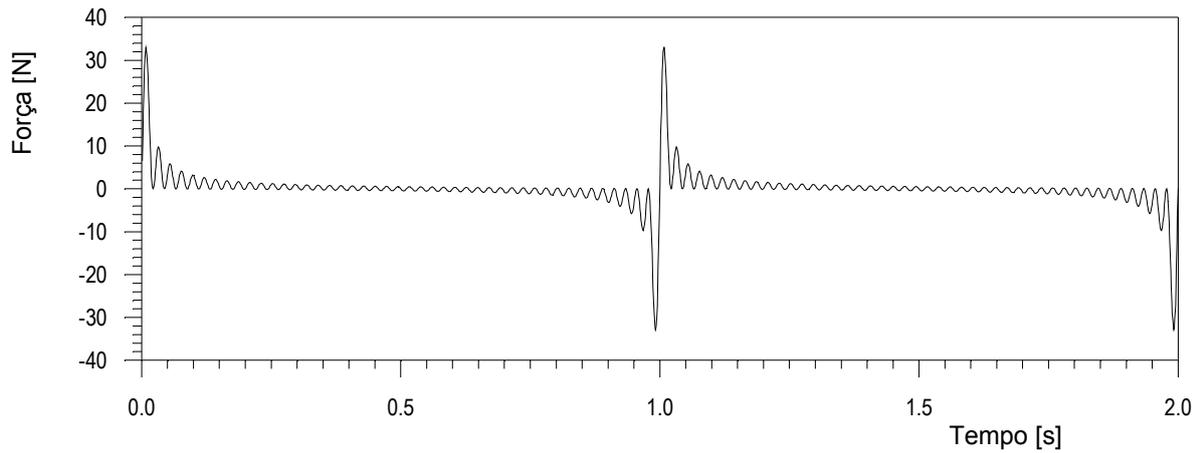


Figura 5.73 – Força no tempo

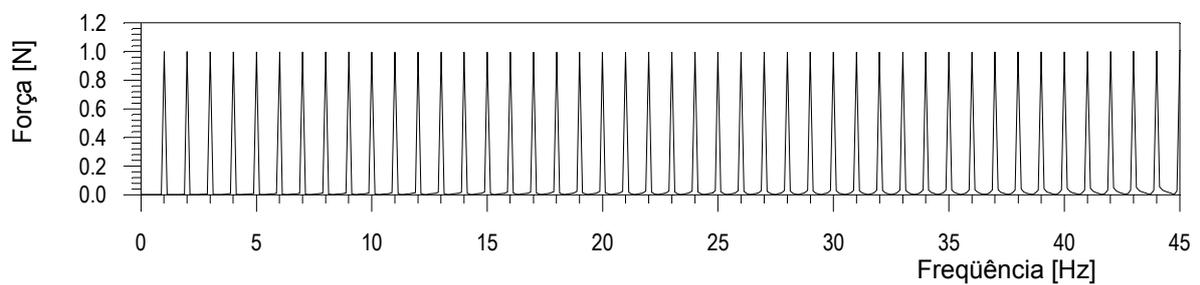


Figura 5.74 – FRF da força no tempo

Os resultados comparativos mostrando os dados obtidos com a simulação do movimento do cabo com e sem o *stockbridge* acoplado estão mostrados na Figura 5.75. Nota-se claramente a região de atuação do *stockbridge*.

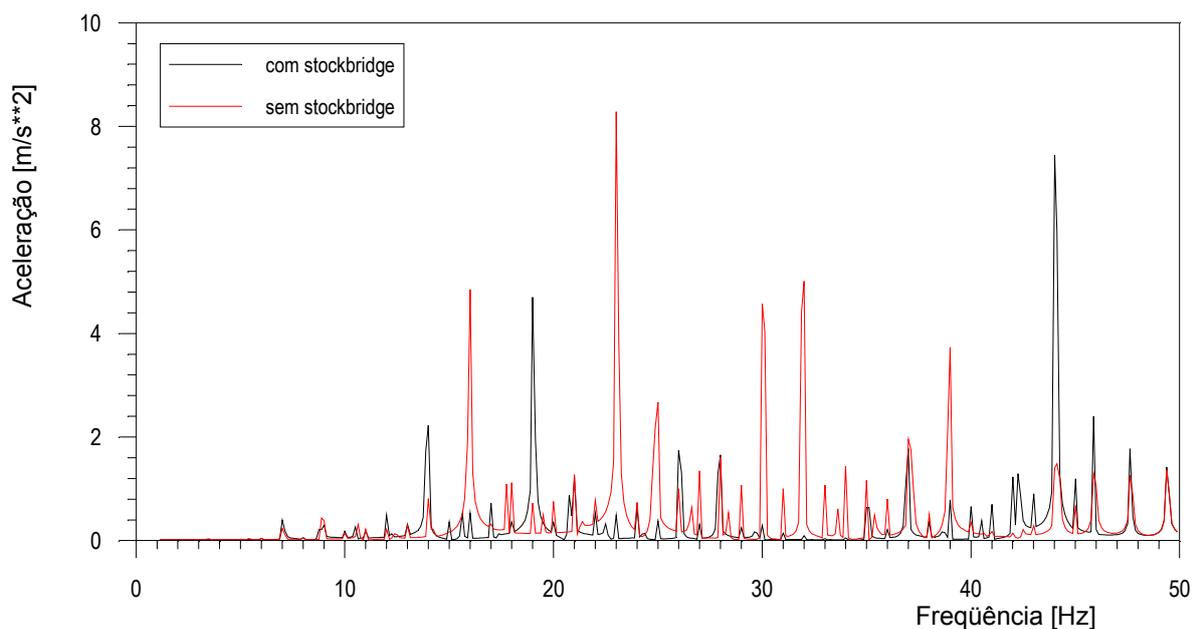


Figura 5.75 - Comparativo dos resultados numéricos com e sem *stockbridge*

A última análise foi realizada também com  $dt = 1.e-3$  s, excitação randômica e tempo máximo de 8 s. Para gerar este carregamento foi utilizada a função  $rand()$  da equação 5.73, com carregamento  $Q = 1$ .

Como já era esperado, o valor médio obtido para este carregamento foi bem próximo de 0,5 e igual a 0,49875. Este carregamento está mostrado na Figura 5.76 e sua  $FRF$  na Figura 5.77. Nota-se que este tipo de excitação apresenta amplitudes em níveis próximos dentro da faixa de interesse (até 45 Hz).

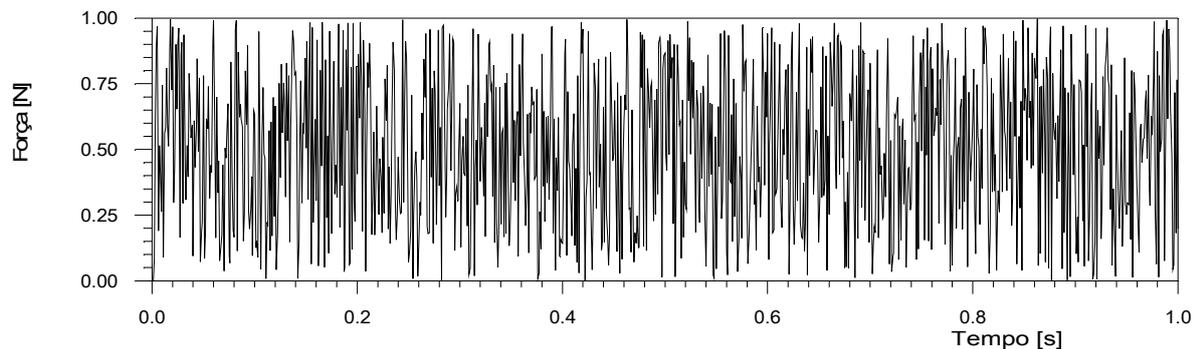


Figura 5.76 – Carregamento randômico

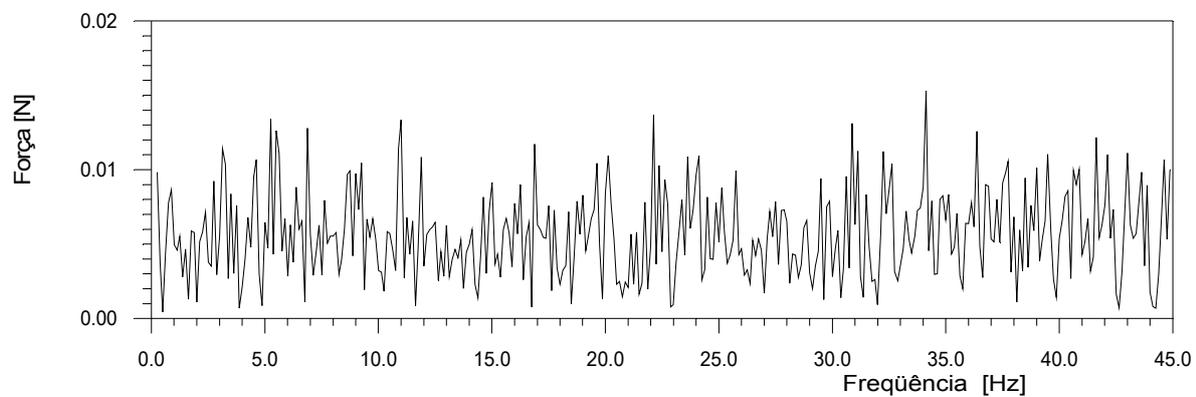


Figura 5.77 –  $FRF$  do carregamento randômico

Os resultados ilustrados na Figura 5.78 mostram as acelerações do ponto de interesse (P2 - Figura 5.4) obtidas com o carregamento descrito acima para duas situações distintas: o cabo com *stockbridge* acoplado e sem o *stockbridge*.

Nota-se claramente que o cabo responde praticamente em toda a faixa de frequência até 45 Hz para a situação sem o *stockbridge*. Nesta figura também é evidenciada a faixa de atuação do *stockbridge* e a faixa de maior eficiência.

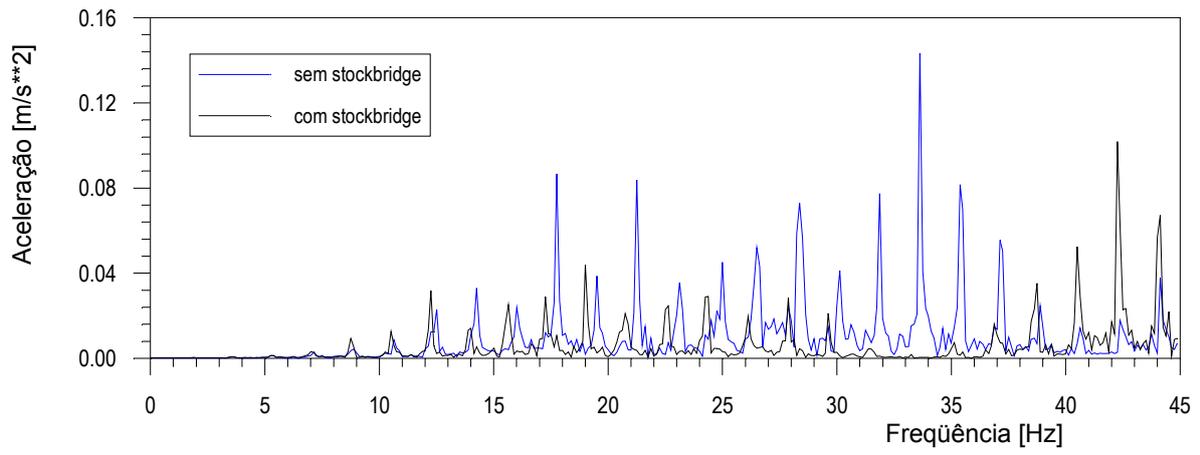


Figura 5.78 - *FRF* da aceleração para força randômica

## CAPÍTULO 6

### CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Com base no estudo desenvolvido no presente trabalho, usando os modelos lineares e não lineares, foi possível avaliar:

- O auto-comportamento do cabo por meio dos autovalores e autovetores;
- O comportamento amortecido do cabo com o uso de sistema reduzido equivalente;
- Os efeitos da rigidez flexural do condutor;
- As vibrações no plano e fora do plano;
- O efeito das ondas viajantes no comportamento dinâmico;
- O efeito de massas concentradas;
- Os efeitos transitórios em frequências próximas da ressonância.

Utilizou-se nessas análises o parâmetro adimensional de *Irvine*, que considera as não linearidades geométricas em função da catenária, e que varia com o comprimento do vão e a tração do cabo.

Esses modelos matemáticos lineares e não lineares, foram baseados em referências da literatura e suas formulações foram desenvolvidas com dois tipos de elementos: cúbico para a análise linear e não linear e também com elemento de dois nós na análise não linear. O modelo do amortecedor (*stockbridge*) foi acoplado ao modelo não linear do cabo, visando à análise do comportamento dinâmico do sistema e foi posicionado no vão próximo a ancoragem do lado oposto da excitação. A investigação numérica foi desenvolvida como um esforço em demonstrar a

aplicação dos programas *MODVIB* e *ELARGE*, por meio de simulações e medições experimentais com diversas condições de carregamento e comprimentos de vão.

Da análise experimental constantes dos capítulos 3 e 4, as principais conclusões são:

- A análise modal realizada em função das medições experimentais com os diversos tipos de excitação e carregamento, e cuja identificação feita por meio do método *SDOF*, apresentou resultados bem consistentes se comparados com a simulação pelo *MEF* linear (programa *MODVIB*) e a solução analítica;
- Com base na teoria linear e nos diversos métodos apresentados para avaliação do amortecimento próprio de condutores e na estimativa do amortecimento do cabo, utilizando-se de sistema reduzido para a determinação do modelo equivalente viscoso (proporcional), verificou-se que os autovalores e autovetores determinados apresentaram valores consistentes para as diversas situações de carregamento e comprimentos da amostra. Foi possível estimar os coeficientes do modelo proporcional, inicialmente por meio de método heurístico para se ter uma base da resposta dinâmica, e em seguida, por meio dos resultados experimentais avaliados que apresentaram o mesmo comportamento para os diversos métodos utilizados;
- Por meio da utilização das técnicas de redução das matrizes e de procedimento iterativo, todos os resultados convergiram para a mesma matriz de amortecimento, onde somente a parte imaginária dos autovalores apresentou pequenas diferenças devido à utilização das frequências naturais teóricas para um sistema sem amortecimento.

Da análise experimental constante do capítulo 5, as principais conclusões são:

- As características não lineares para cabos de transmissão com catenária, inclinados ou não, foi investigada, onde se verificou grande dependência da catenária e da carga aplicada nos resultados numéricos e experimentais por meio das análises lineares e não lineares, principalmente com relação às primeiras frequências naturais;
- Fortes fenômenos de acoplamento modal no plano são observados na medida em que o parâmetro de *Irvine* aproxima-se dos chamados pontos de cruzamento (*crossing points*), nas regiões chamadas

de “evasão das frequências naturais” (*avoidance regions*). Todos os resultados numéricos desta análise mostraram uma boa aproximação com os resultados experimentais;

- A adição de massas concentradas no cabo tensionado mudou o comportamento dinâmico e mostrou um desacoplamento modal parecido com o comportamento de cabos inclinados. Verificou-se também que, variações na tração do cabo ou o aumento da catenária podem mudar as frequências naturais do sistema;

- Uma análise transitória também foi realizada, mostrando a ocorrência de flutuações de carga em torno das frequências naturais principalmente para os primeiros modos de vibrar. Isso devido às instabilidades que ocorrem no entorno dessas frequências conforme mostrado na análise dinâmica;

- Simulações complementares foram realizadas, como por exemplo, com ventos reais medidos em 2/3 do vão experimental ainda descoberto, com a introdução de uma função de carregamento distribuído e aleatório, cujos primeiros resultados comparativos de simulação não linear apresentaram valores consistentes se comparados com as medições experimentais;

- As simulações realizadas com e sem amortecedor *stockbridge*, propiciaram comparar alguns resultados experimentais obtidos nas medições de ensaios de eficiência desses amortecedores em vão de teste, e cujos resultados mostraram-se consistentes e na mesma ordem de grandeza dos experimentais.

Com relação a outros aspectos técnicos gerais tem-se o seguinte a comentar:

- As vibrações nos condutores são essencialmente da forma de ondas estacionárias;

- A massa do amortecedor tende a deslocar o próximo ponto nodal em direção à ancoragem e causa uma distorção no *loop* do condutor que contém o amortecedor;

- A amplitude de flexão do condutor próximo a ancoragem de suspensão decresce quando a distância entre o amortecedor e a ancoragem é aumentada;

- A tensão de flexão do condutor pode ser significativa na vizinhança do grampo do amortecedor, em comparação com o nível de tensão próximo ao grampo de suspensão;

- A rigidez do condutor tende a aumentar o comprimento do *loop* perto do final do vão;
- A amplitude de flexão próxima ao ponto de ancoragem decresce quando a frequência da vibração eólica aumenta.

## 6.1 Sugestões para futuros trabalhos

Com base nos resultados obtidos neste trabalho, nas dificuldades e discussões realizadas nos projetos de pesquisa desenvolvidos, sugerem-se alguns temas ou itens para trabalhos futuros e ao prosseguimento desta pesquisa:

- A modelagem não linear efetivamente dos amortecedores *stockbridge* deverá ser desenvolvida e melhor adequada, visando seu acoplamento nos modelos de cabos existentes. Isso devido ao fato de que essa modelagem é bastante complicada, pois os amortecedores apresentam características fortemente não lineares e que precisam ser melhores ajustadas;
- Desenvolvimento dos modelos não lineares para cabos de transmissão, com a introdução inicialmente de espaçadores rígidos para feixes de cabos e a utilização de amortecedores tipo *stockbridge*, analisando os resultados numéricos e experimentais e ajustando esses modelos. Na sequência, trabalhos de modelagem de espaçadores amortecedores também poderão ser realizados, visando o ajuste numérico e experimental na análise do comportamento dinâmico desses feixes sob a ação de ventos reais;
- Implementação de elemento *Hermitiano*, no modelo de análise não linear em cabos de transmissão, visando avaliar e comparar resultados para grandes deslocamentos e sua provável melhoria no processamento numérico;
- Introduzir formulação de acoplamento torção-flexão, cujas equações foram deduzidas por Costello (1997) na formulação não linear do cabo, realizando assim, além da análise não linear devido à catenária (definida e verificada pelo parâmetro de *Irvine*), mas também uma análise devido ao acoplamento torção-flexão e seus efeitos nos resultados numéricos se comparados com os resultados experimentais;

- Elaboração de estudos, por meio de modelos não lineares, de melhorias ou desenvolvimento de novos sistemas de amortecimento, em cabos singelos ou feixes de cabos, que permitam projetar e/ou recapacitar linhas de transmissão para trações elevadas, na ordem de 22 a 30% da tração de ruptura, haja vista que nos projetos atuais a tração é da ordem de 18 a 22%. Isso promoveria um ganho substancial de potência transmitida, pois a catenária (*sag*) teria seus valores mínimos (definidos por normas) alcançados com maiores correntes e por consequência maiores potências transmitidas em novas linhas ou em linhas que venham a ser recapacitadas.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alt, K. et al., **Dynamic Effects on Transmission Lines**, Federal Republic of Germany, 1984.

Azevedo, H. R. T., Ripper Neto, A. P., Ruffier, A. P., Cardoso, R., Ferreira, J. M., Bianco, J. C. N., **Desenvolvimento de Equipamento para Medição de Vibração Eólica em Condutores de Linhas de Transmissão**, IX- Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, 1987.

Adhikari, S., Woodhouse, J. **Identification of damping: part 1, viscous damping**, Journal of Sound and Vibration, vol. 243, n. 1, p. 43-61, 2001a.

Adhikari, S., Woodhouse, J. **Identification of damping: part 2, non-viscous damping**, Journal of Sound and Vibration, vol. 243, n. 1, p. 63-88, 2001b.

Bradbury, J., **Discussion on Effects of Mechanical and Aerodynamical Damping on the Galloping of Overhead Lines and Damping of Aeolian vibration on Overhead Lines by Vibration Dampers**, PROC. IEE, vol. 122, n. 8, p. 842-845, 1975.

Bathe, K. J., Wilson, E. L., **Numerical methods in finite element analysis**. Prentice-Hall. N. Jersey, 1976.

Bathe, Klaus-Jürgen. **Finite Element Procedures in Engineering Analysis**. Prentice-Hall Inc, N. Jersey, 1996.

Broglio, S., Scaramelli, F., Tavano, F., **Misure di vibrazioni eoliche su conduttori per linee a.t.: analisi dei risultati di alcune campagne di prova**, L'Energia Elettrica n.8, p. 342-350, 1981.

Buckner, W., Kerner, H., Philipps, W., **Stresses in Transmission Line Conductors Near the Suspension Clamp**, CIGRE, 23-07, 1968.

Buckner, W. et al., **Field Measurements and Laboratory Tests as Base for an Endurance Assesment of Transmission Line Conductors Exposed to Aeolian Vibration**, CIGRE committee 22 – Open Conference, 1983.

Buckner, W. F., **Safety Determination Of Transmission Conductors During Aeolian Vibrations**, Transmission & Distribution International, p. 37-42, jun/1992.

Biswas, S. K., Riaz, H., Ahmed, N. U., **Modal Dynamics and Stabilizer Design for Galloping Transmission Lines**, Electric Power Systems Reaserch, vol. 12 p. 175-182, 1987.

Baruch, M., **Damage detection based on reduced measurements**, Mechanical Systems and Signal Processing, vol 12, n. 1, p. 23-46, 1998.

Bosse, A., Tasker, F., Fisher, S., **Real-time modal parameter estimation using subspace methods:applications**, vol. 12, n. 6, p. 809-823, 1998.

Barbieri, N., Souza Jr., O.H. and Barbieri, R., **Comportamento dinâmico de linhas de transmissão**, Proceedings of the 15<sup>th</sup> Brazilian Congress of Mechanical Eng., Águas de Lindóia, Brazil, 1999a.

Barbieri, N. Herek O., Souza Jr., O. H. **Automated testing system for overhead line cables**. Journal of Energy Engineering(ASCE), EUA, v. 125, n. 2, 1999b.

Barbieri, N., S. Júnior, O. H. and Barbieri, R. **Dynamical analysis of cables**. Proceedings of the 16th Brazilian Congress of Mechanical Engineering, 2001a.

Barbieri, N., Souza Jr., O. H., Barbieri, R., **Dynamical analysis of mechanical systems through reduced models**. XXII Iberian Latin-American on Computacional Methods in Eng./ II Brazilian Congress on Computacional Mechanics, Campinas-SP, 2001b.

Barbieri, N., Barbieri, R., Souza Jr., O.H. **Structural damping estimation of transmission line cables**. V Congresso Latino-Americano de Geração e Transmissão de Energia Elétrica, Águas de Lindóia – SP, p. 1-9, 2003.

Barbieri, N., Souza Jr., O. H. and Barbieri, R., **Dynamical analysis of transmission line cables. Part 1- Linear Theory.** Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 18, n. 3, p. 659-669, 2004a.

Barbieri, N., Souza Jr., O. H.; Barbieri, R., **Dynamical analysis of transmission line cables. Part 2- Damping estimation.** Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 18, n. 3, p. 671-681, 2004b.

Barbieri, R., Barbieri, N., Souza Jr., O.H., **Dynamical analysis of transmission line cables. Part 3 – Nonlinear theory.** Mechanical Systems and Signal Processing 22, p. 992-1007, 2008.

Cheers, F., **A Note on Galloping Conductors.** NRC Rep. No. 14 Int. Bibliography Information Documentation, Nat. Res. Coun. Can., Ottawa, Ontario, jun/1950.

CIGRE, **Aeolian Vibration on Overhead Lines,** CIGRE Committee 22, 1970.

CIGRE, **Guide sur la méthode de mesure des performances des amortisseurs de vibrations éoliennes pour conducteur simple,** Electra n. 76, 1976.

CIGRE, **Guide on conductor self-damping measurements.** Electra, n. 62, IEEE, p. 7-95, 1978.

CIGRE, **Report on aeolian vibration.** WG 01 – Committee 22 (Overhead lines), 1989.

CIGRE - **Guide to vibration measurements on overhead lines.** Electra, n. 162, p. 124-137, out/1995.

CIGRE – Comitê Nacional Brasileiro. Comitê estudos B2 – Linhas Aéreas de Alta Tensão. GT 11 – **Comportamento Mecânico de Condutores e Acessórios.** Guia para medições de vibração em Linhas Aéreas de Transmissão, Belo Horizonte, out/2003.

Claren, R., Diana, G., **Mathematical Analysis of Transmission Line Vibration,** IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems n. 12, dec/1969.

Claren, R., Diana, G., Nicolini, P., **Vibrations In Multiple Conductors Bundles,** CIGRE, 1974.

Claren, R., Diana, G., Tavano, F., **Proposal for calculating, on the basis of experimental results, the conductors self-damping**, CIGRE –WG11, sep/1991.

Cloutier, L., Hardy, C., **Effect of Suspension Clamp Design on Conductor Fatigue Life**, Report for the Canadian Electrical Association, 1988.

Cheng, S. P., Perkins, N.C., **Closed – Form Vibration Analysis of Sagged Cable/Mass Suspensions**. Journal of Applied Mechanics, vol. 59, p. 923-928, dec/1992.

Cardou, A., Leblond, A., Cloutier, L. **Suspension clamp and ACSR electrical conductor contact conditions**. Journal of Energy Engineering (ASCE), v. 119, n. 1, p. 19-31, apr/1993.

CEPEL – Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (Grupo Eletrobrás). **Workshops on Overhead Line Vibration, Assessment and Refurbishment of Aging Overhead Lines and Mechanical Aspects of Fibre Optic Cables**. São Paulo, SP, jun/1996.

Costello, G. A. **Theory of wire rope**, 2<sup>nd</sup> Ed. New York: Springer, 1997.

Cha, P. D., Gu, W., **Model updating using an incomplete set of experimental modes**, Journal of Sound and Vibration, vol. 233, n. 4, p. 587-600, 2000.

Dhotarad, M. S., Ganesan, N., Rao, B. V. A., **Transmissiom Line Vibrations**, Journal of Sound and Vibrations, p. 217-237, mai/1978.

Diana, G., **Sulla eccitazione per effetto del vento delle vibrazioni dei conduttori tesati**, L'Energia Elettrica n. 10, p. 681-689,1968.

Diana, G., Gasparetto, M., Tavano, F., Cosmai, U., **Field Measurement and Field Data Processing on Conductor Vibration**, CIGRE, 1982.

Diana, G., Falco, M., Curami, A., Manenti, A., **A Method to Define the Efficiency of Damping Devices for Single and Bundled Conductors of EHV and UHV Lines**, IEEE Transaction on Power Delivery, 1987.

Diana, G., Cheli, F., Manenti, A., Nicolini, P., Tavano, F., **Oscillation of Bundle Conductors in Overhead Lines Due to Turbulent Wind**, IEEE Transactions on Power Delivery, vol.5, n. 4, nov/1990.

Desai, Y. M. et al., **Micro-based, Interactive Software for the Simple Modelling of Conductor Galloping**, Engineering Software Symposium, New Delli, Índia, 4-7, dec/1989.

Desai, Y.M., Yu, P., Popplewell, N. & Shah, A. H., **Finite Element Modelling of Transmission Line Galloping**. Computers & Structures, vol. 57, p. 407-420, 1995.

Dalenbring, M., **Damping function estimation based on measured vibration frequency responses and finite-element displacement modes**”, Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 13, n. 4, p. 547-569, 1999.

Dennis Jr., J. E. and Woods, D. J., **New computing environments: microcomputers in large-scale computing**, Edited by A. Wouk, SIAM, p. 116-122, 1987.

Dyke, P. V., Laneville, A. **Galloping of a single conductor covered with a D-section on a high-voltage overhead test line**, p. 1141-1151, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 96, 2008.

EPRI, **Transmission Line Reference Book - Wind-Induced Conductor Motion**, Electrical Power Research Institute, 1979.

Ewins, D. J., **Modal Testing: Theory and Practice**, Research Studies Press, Ltd, 1994.

Espíndola, J.J., Silva Neto, J. M., **Identification of Flexural Stiffness Parameters of Beams**, J. Braz. Soc. Mech. Sci. 23(4), 2001.

Furtado, T. A., Costa, J. A., Triginelli, W. A. C., **Vibrações Eólicas em Condutores Aéreos, Verificação da Efetividade de Sistemas de Amortecimento**, IX- Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, 1987.

Furtado, T.A., Nascimento, C.A.M., Braga, G.E., Filho, O. C. **Diagnóstico do Estado da Arte em Vibração Eólica de Linhas Aéreas de Transmissão.** SNPTEE – Uberlândia – MG, 2003.

Friswell, M. I., Garvey, S. D., Penny, J. E. T. **Model reduction using dynamic and iterated IRS techniques,** Journal of Sound and Vibration, vol. 186, n. 2, p. 311-323, 1995.

Friswell, M. I., Garvey, S. D., Penny, J. E. T.. **The convergence of the iterated IRS method.** Journal of Sound and Vibration, vol. 211, n. 1, p. 123-132, 1998.

Goodey, W. J., **On the Natural Modes and Frequencies of a Suspended Chain.** Quarterly Journal of Mechanics and Applied, Vol. 14, Part 1, p. 118-127, 1961.

Gopalan, T. V., **Rationale of length scale down model span testing of transmission lines.** Journal of Energy Engineering (ASCE), v. 113, n. 1, p. 14-24, mai/1987.

Gopalan, T. V., **New excitation system for indoor testing of overhead conductors.** Journal of Energy Engineering (ASCE), v. 119, n. 3, p. 159-167, dec/1993.

Grafe, H., **Model updating of large structural dynamics models using measured response functions,** PhD Thesis , Imperial College of Science, Technology and Medicine - University of London, 184p, 1998.

G & W Manual. **Vibration Test Manual,** Gearing & Watson Eletronics Ltd, 2006.

Hanson, J. W., **Line-Vibration Damage Spurs Remedies,** Transmission and Distribution, p. 32-33, 1976.

Henghold, W. M. and Russell, J.J. **Equilibrium and Natural Frequencies of Cable Structures (A Nonlinear Finite Element Approach).** Computers & Structures, vol. 6, p. 267-271, 1976.

Henghold, W. M., Russel, J. J., Morgan, J. D., **Free Vibrations of Cable in Three Dimensions,** Journal of the Structural Division, p. 1127-1135, mai/1977.

Hardy, C., Bourdon, P., **The Influence of Spacer Dynamic Properties in the Control of Bundle Conductor Motion**, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-99, n. 2, mar/apr/1980.

Hagedorn, P., **On the Computation Of Damped Wind-Excited Vibrations Of Overhead Transmission Lines**, Journal of Sound and Vibration, vol. 83, p. 253-271, 1982.

Hagedorn, P., Mitra, N., Hadulla, T., **Vortex-excited vibrations in bundled conductors: a mathematical model**, Journal of Fluids and Structures 16(7) p. 843–854, 2002.

Haskew, T. A., GROSS, C. A., GRIGSBY, L. L., **Electromechanical vibration analysis of spacecraft transmission lines**. Electric Power Systems Research, v. 28, p. 105-110, 1993.

HBM Manual, Hottinger Baldwin Messtechnik. **Operating Manual**. Electrical measurement of mechanical quantities, 1996.

Herek, O., **Bancada de Ensaios Mecânicos de Cabos Condutores a Altas Temperaturas**, Tese da UFSC, 1997.

Huang, C. H. **An inverse non-linear force vibration problem of estimating the external forces in a damped system with time-dependent system parameters**. Journal of Sound and Vibration, vol. 242, n. 5, p. 749-765, 2001.

Hijmissen, J.W., Heuvel, N.W., Horsen, W. T., **On the effect of the bending stiffness on the damping properties of a tensioned cable with an attached tuned-mass-damper**. Engineering Structures 31, p. 1276-1285, 2009.

Irvine, H. M., and Caughey, T. K., **The linear theory of free vibrations of a suspended cable**. Proc. R. Soc. London, 341, p. 299-315, 1974.

Irvine, H. M., **Free Vibrations of Inclined Cables**, Journal of the Structural Division ASCE, vol. 104, p. 343-347, feb/1978.

Irvine, H. M. , **Cable Structures**, MIT Press, Cambridge, MA., 1981.

IEC 61089, **Round wire concentric lay overhead**, 1991.

Jiang, W. G., Henshall, J. L., Walton, J. M. **A concise finite element model for three-layered straight wire rope strand**. International Journal of Mechanical Sciences, 42, p. 63-86, 2000.

Johnson, E.A. and Christenson, R.E., **Semiactive Damping of Cables with Sag**. Computer – Aided Civil and Infrastructure Engineering 18, p.132-146, 2003.

Krishnasamy, S. G., **Assesment of Weather Induced Transmission Line Loads on a Probabilistic Basis**, IEEE, sep/1985.

Krysl, P., Lall, S. & Marsden, J. E., **Dimensional Model Reduction in Non-linear Finite Element Dynamics of Solid Structures**. International Journal for Numerical Methods in Engeneering, 2000.

Labegalini, P. R.e J. A., Fucks, R. D., Almeida, M. T., **Projetos Mecânicos das Linhas Aéreas de Transmissão**, Editora Edgard Blücher Ltda., 1992.

Lin, H. P. and Perkins, N.C., **Free Vibration of Complex Cable/Mass Systems: Theory and Experiment**. Journal of Sound and Vibration, p. 131-149, sep/1993.

Lee, J.K. and Park, Y.S., **The complex envelope signal and an application to structural modal parameter estimation**. Mechanical Systems and Signal Processing 8(2), p.129-144, 1994.

Luongo, A., Rega, G., Vestroni, F., **Monofrequent Oscillations of a Non-Linear Model of a Suspended Cable**, Journal of Sound and Vibration, p. 247-259, sep/1982.

Luongo, A. Zulli, D. Piccardo, G., **On the effect of twist angle on nonlinear galloping of suspended cables**, p. 1003-1014, Computers and Structures 87, 2009.

LabVIEW™, **PID and Fuzzy Logic Toolkit User Manual**, 2009.

Mohajery, M., Harvey, J. R., **Bundle Conductor Transmission Line Motions**, Transmission and Distribution, p. 54-57, mai/1977.

- Moore, E., **Measuring Aeolian Vibration on Bundled Transmission Lines**, Electrical Review International, vol.202, n. 17, p. 48-50, mai/1978.
- McConnell, K. G., and Zemke, W. P., **The Measurement of Flexural Stiffness of Multistranded Electrical Conductors while under tension**. Exp. Mech. 20, p. 198-204, jun/1980.
- McConnell, K.G. & Zemke, W.P., **A Model to Predict the Coupled Axial Torsion Properties of ACSR Electrical Conductors**. Experimental Mechanics, p. 237-244, jun/1981.
- McConnell, K.G. & Chang, C. N., **A Study of the Axial-Torsional Coupling Effect on a Sagged Transmission Line**. Experimental Mechanics, p. 324-329, dec/1986.
- McConnell, K. G., **Vibration Testing – theory and practice**. John Wiley and Sons. N. Y., 1995.
- McGill, P. B., Ramey, G. E., **Effect of Suspension Clamp Geometry on Transmission Line Fatigue**, Journal of Energy Engineering, Vol.112, n. 3, dec/1986.
- Maia, N.M.M. **Extraction of Valid Modal Properties from Measured Data in Structural Vibrations**. PhD Thesis, University of London, 1988.
- Mottershead, J. E., Friswell, M. I., **Model updating in structural dynamics: a survey**, Journal of Sound and Vibration, vol. 167, n. 2, p. 347-375, 1993.
- Markiewicz, M., **Optimum dynamic characteristics of stockbridge dampers for dead-end spans**. Journal of Sound and Vibration 188(2), p.243-256, 1995.
- Mannala, M. J. **Projetos de Controle Convencional e Adaptativo aplicados ao Sistema Térmico de uma Bancada de Ensaio de Cabos Condutores**. Dissertação de mestrado, PUCPR, out/2004.
- Mannala, M. J. Souza Jr., O.H., Hoffmann, J.N. **Investigação dos parâmetros mecânicos de cabos CAA em temperaturas elevadas**. XVIII SNPTEE, Curitiba – PR, 2005.
- Menezes, R.C.R, Riera, J.D., Cappelari, T.T.O. **Resposta dinâmica de feixes de cabos submetidos à excitação do vento**. XVIII SNPTEE, Curitiba-PR, 2005.

Meynen, S., Verma, H., Hagedorn, P., Schäfer, M., **On the numerical simulation of vortex-induced vibrations of oscillating conductors.** Journal of Fluids and Structures 21, p. 41-48, 2005.

Macdonald, J.H.G., Larose, G. L., **Two-degree-of-freedom inclined cable galloping – Part 1: General formulation and solution for perfectly tuned system.** Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 96, p. 291-307, 2008a.

Macdonald, J.H.G., Larose, G. L., **Two-degree-of-freedom inclined cable galloping – Part 2: Analysis and prevention for arbitrary frequency ratio.** Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 96, p. 308-326, 2008b.

Nigol, O., Buchan, P. G., **Conductor Galloping Part 1 - Den Hartog Mechanism, Part II - Torsional Mechanism,** IEEE, 1981.

NBR 7270, **Cabos de alumínio com alma de aço – especificação,** 1982.

NBR 7273, **Condutores de alumínio – Retirada e Preparação de corpo de prova para Ensaios de Tipo – Procedimento,** 1982.

NBR 7302, **Condutores Elétricos de Alumínio – método de Ensaio de Tensão-Deformação,** 1982.

Nariboli, G. A., MacConnell, K. G., **Curvature Coupling of Catenary Cable Equations,** Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, p. 49-56, jan/1988.

Noiseux, D. U., **Similarity Laws of the Internal Damping of Stranded Cables in Transverse Vibrations,** IEEE Transaction on Power Delivery, vol.7, p. 1574-1580, jul/1992.

Norris, M. A., Kahn, S. P., Silverberg, L. M., Hedgecock, C. E. **The temporal correlation method for modal identification of lightly damped structures.** Journal of Sound and Vibration, vol. 162, n. 1, p. 137-146, 1993.

Nawrocki, Anne & Labrosse, Michel., **A finite Element Model for Simple Straight Wire Rope Strands**. Computers & Structures 77, p. 345-359, 2000.

Novak, P., **Técnicas de Identificação de Amortecimento Estrutural**. Dissertação de Mestrado, PUCPR, 2003.

Oliveira, A. R. E., **Revisão das Metodologias Usadas Na Previsão de Vibrações em Linhas de Transmissão**, V Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, p.1-6, 1989.

Oliveira, A. R. E., Freire, D. G., **Dynamical modelling and analysis of aeolian vibrations of single conductors**. IEEE TPD., v. 9, n. 3, p. 1685-1693, jul/1994.

Ogata, K. **Engenharia de controle moderno**. Prentice-Hall do Brasil. ed.3, p. 544-571, Rio, 1997.

Otrin, M. Boltezar, M., **Damped lateral vibrations of straight and curved cables with no axial pre-load**. Journal of Sound and Vibration 300, p. 676-694, 2007.

Otrin, M., Boltezar, M., **On the modeling of vibrations transmission over a apatially curved cable with casing**. Journal of Sound and Vibration 325, p. 798-815, 2009.

Pugsley, A. G., **On the Natural Frequencies of Suspension Chains**. Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics, Vol. 2, Part 4, p. 412-418, 1949.

Pilkey, D.F. **Computation of a Damping Matrix for Finite Element Model Updating**, PhD Thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, 1998.

Prells, U., Friswell, M. I. **A measure of non-proportional damping**. Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 14, n. 2, p. 125-137, 2000.

Rohrs, J. H., **On the Oscillation of a Suspension Chain**. Transactions of the Cambridge Philosophical Society, Vol. 9, p. 397-398, 1851.

Routh, E. J., **Dynamics of a System of Rigid Bodies**. Part II, 5<sup>th</sup> ed., New York, N.Y., 1892.

- Ruedy, R., **Galloping of Transmission Lines**. NRC Rep. No. 1751, Nat. Res. Council. Can., Ottawa, Ontario, 1948.
- Roussel, P., **Numerical Solution of Static and Dynamic Equations of Cables**, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, p. 65-74, 1976.
- Ripper Neto, A. P., **Ensaio Mecânico em Componentes de Linhas de Transmissão**, SNPTEE, 1981.
- Ramey, G. E., Townsend, J. S., **Effects of Clamps on Fatigue of ACSR Conductors**, Journal of the Energy Division ASCE, 1981.
- Roughan, J. C., Hearnshaw, D. **The development of a high performance vibration damper for alloy conductors**. International Conference on "overhead line design and construction":theory and practice (up to 150 kV), p. 60-64, nov/1988.
- RAO, S.S. **Mechanical Vibrations**, Addison-Wesley Publishing Company, N.Y., 1990.
- Rawlins, C. B., **Wind Tunnel Measurements of the Power Imparted to a Model of a Vibrating Conductor**, p. 963-971, IEEE, apr/1983.
- Rawlins, C. B., **An Efficient Method for Measuring Dissipation By Dampers in Laboratory Spans**, Transaction on Power Delivery, vol.3, n.3, jul/1988.
- Rawlins, C.B., **Flexural self-damping in overhead electrical transmission conductors**. Journal of Sound and Vibrations 323, p. 232-256, 2009.
- Richardson, A.S., **Vibration damping required for overhead lines**. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 10, n. 2, p. 934-939, apr/1995.
- Raouf, M. & Kraincanic, I. , **Simple Derivation of the Stiffness Matrix for Axial/Torsional Coupling of Spiral Strands**. Computers & Structures, 55, p.589-600, 1995.

- Russell, J.C., Lardner, T.J., **Experimental Determination of Frequencies and Tension for Elastic Cables.** Journal of Engineering Mechanics (ASCE) 124(10), p. 1067-1072, 1998.
- Reynier, M., Abou-Kandil, H., **Sensors location for updating problems.** Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 13, n. 2, p. 297-314, 1999.
- Ricciardi, G., Saitta, F., **A continuous vibration analysis mode for cables with sag and bending Stiffness.** Engineering Structures 30, p. 1459-1472, 2008.
- Saxon, D. S., and Cahn, A. S., **Modes of Vibration of Suspension Chain.** Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics, Vol. 6, Part 3, p. 273-285, 1953.
- Simpson, A., **Determination of the inplane natural frequencies of multispans transmission lines by a transfer matrix method.** Proc. Inst. Electr. Eng., 113, p. 870-878, 1966.
- Simpson, A., **Determination of the natural frequencies of multiconductor overhead transmission lines.** Journal of Sound and Vibration, 20(4), p. 417-449, 1972
- Seppä, T. O., **Self-Damping Measurements and Energy Balance of ACSR "Drake",** Reynolds Metals Company, IEEE, p. 1-8, dec/1970.
- Santos, A. H. M., Tadeu de Almeida, M., **Determinação e Análise das Equações que Regem um Cabo Suspenso, considerando o efeito Distribuído da Elasticidade,** Pesquisa e Desenvolvimento Tecnológico, 1988.
- Souza Jr., O. H., Barbieri, N., Kapp, W. A., **Ensaio Mecânico em cabos condutores de Linhas de Transmissão.** In XV SNPTEE – Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, Foz do Iguaçu – PR, p. 1-7, 1999.
- SALTEE'96. **Seminário Avançado em Linhas de Transmissão de Energia Elétrica.** Belo Horizonte – MG, nov/1996.
- Sauter, D., Hagedorn, P. , **On the hysteresis of wire cables in Stockbridge dampers.** International Journal of Non-Linear Mechanics 37, p. 1453-1459, 2002.

Srinil, Narakorn., Rega, G. and Chucheepsakul, S. **Large Amplitude Three-Dimensional Free Vibration of Inclined Sagged Elastic Cables**. *Nonlinear Dynamics*, vol. 33, p. 129-154, 2003.

Sofi, A. Muscolino, G., **Dynamic analysis of suspended cables carrying moving oscillators**. *International Journal of Solids and Structures* 44, p. 6725-6743, 2007.

Silva, A. O., Tavares, G.M., Santiago, N.H.C., Rigueira, A. S. **Estudo técnico-econômico para aumento da carga de tração dos cabos condutores de Linhas de Transmissão**, XX SNPTEE, Recife –PE, 2009.

Tuton, J. C., Revilla, C. G. Z., Fernandez, A. A., Pintado Fé, J. M., **Studies Carried Out in Spain on Aeolian Vibration of Overhead Conductors**, CIGRE, Committee 22-04, 1976.

Tsui, Y. T., **Dynamic Behavior of a Pylône à Chaînette Line, Part I, Theoretical Studies**, *Electric Power Systems Research*, vol. 1, p. 305-314, 1978.

Tsui, Y. T., **Recent Advances in Engineering Science as Applied to Aeolian Vibration: An Alternative Approach**, *Electric Power Systems Research*, p. 73-85, sep/1982.

Tsui, Y. T., **Modern Developments in Aeolian Vibration**, *Electric Power Systems Research*, feb/1988.

Tsui, Y. T., **Modern Developments in Cable Dynamics**, *Electric Power Systems Research*, p. 91-98, 1990.

Triantafyllou, M. S. and Yue, D. K. P., **Damping amplification in highly extensible hysteretic cables**. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 186(3), p. 355-368, 1995.

Tunstall, M.J., **Wind-Induced vibrations of overhead transmission lines: overview**. *Proceedings of the International Seminar on Cable Dynamics*, Tokyo, Japan, p. 13-26, oct/1997.

Torres, M. S., Midão, F.S., Ripper Neto, A.P., **Medição do amortecimento próprio em cabos em Linhas Aéreas de Transmissão utilizando trens de ondas progressivas**. *RIV SEMEL*, p. 246-254, 1994.

- Torres, M. S., **Medição do Amortecimento Próprio em Cabos Utilizando Ondas Progressivas**, Dissertação da UFRJ, 1994.
- Teodoro, E. B., MacConnell, K.G., **Damping estimation for multispans power lines with soft support. Thirty-First Annual Power Affiliate Report.** Ames –IA-EUA, 1994.
- Teodoro, E. B., **Dynamics of a Power Line When Supported by a Compliant Energy Absorber**, Dissertation of Iowa State University, 1994.
- Utting W.S. & Jones, N. **Axial-torsional interactions and wire deformation in 19-wire spiral strand.** Journal of Strain Analysis for Engineering Design 23(2), p. 79-86, 1988.
- Velinsky, S.A., **General non linear theory for complex wire ropes.** International Journal of Mechanical Science, 27, p. 497-507, 1985.
- Vecchiarelli, J., Currie, I. G., Havards, D.G., **Computational analysis of aeolian conductor vibration with a stockbridge-type damper,** Journal of Fluids and Structures 14, p. 489-509, 2000.
- Verma, H., **The stockbridge damper as a continuous hysteric system in single overhead transmission lines,** Master Dissertation, Indian Institute of Technology Bombay, 2002.
- West, H. H., Geschwindner, L. F., Suhoski, J. E., **Natural Vibrations of Suspension Cables,** Journal of the Structural Division, ASCE, nov/1975.
- Wang, H. Q., Miao, J. C., Luo, J. H., Huagn, F., Wang, L. G., **The free vibration of long-span transmission line conductors with dampers,** Journal of Sound and Vibration 208(4), p.501-516, 1997.
- Xu, Y.L. & Yu, Z. , **Non-linear Vibration of cable-damper systems Part I: Formulation** Journal of Sound and Vibration 225(3), p. 447-463, 1999a.
- Xu, Y.L. & Yu, Z. (1999b), **Non-linear Vibration of cable-damper systems Part II: Application and Verification.** Journal of Sound and Vibration 225(3), p. 465-481, 1999b.

Yamaguchi, H. and Adhikari, R., **Energy-based evaluation of modal damping in structural cables with and without damping treatment.** Journal of Sound and Vibration, vol. 181(1), p. 71-83, 1995.

Yamaguchi, H., Alauddin Md. and Poovarodom, N., **Dynamic characteristics and vibration control of a cable system with substructural interactions.** Engineering Structures 23, p. 1348-1358, 2001.

Zienkiewicz, O. C. and Taylor, R. L. **The Finite Element Method**, 4th ed, Vol.2. Mc Graw Hill Book Company, 1991.

Zienkiewicz, O. C. and Taylor, R. L. **The Finite Element Method**, 5th ed, Vol.2. Butterworth – Heinemann, 2000.

Zhang, Q., Popplewell, N. and Shah, A. H. **Galloping of Bundle Conductor.** Journal of Sound and Vibration, 234(1), p. 115-134, 2000.

Zhuang, M.; Atherton. **Automatic tuning of optimum PID controllers.** Control Theory and Appl., IEE Proceedings, Part D, v. 140, n. 3, p. 216-224, 1993.

Zhu, Z. H., Meguid, S.A., **Nonlinear FE-based investigation of flexural damping of slacking wire cables.** International Journal of Solids and Structures 44, p. 5122-5132, 2007.

## APENDICE A

### EXEMPLOS DE ENSAIO DE FADIGA E TENSÃO - DEFORMAÇÃO

#### A.1 Exemplo e Resultado do Ensaio de Fadiga no Cabo

O objetivo do ensaio de fadiga em cabos é o levantamento da Curva de Wöhler, de fadiga acelerada, visando determinar a vida útil do cabo sob ensaio.

O ensaio foi realizado conforme procedimento descrito na recomendação CIGRE (1995). Uma amostra de cabo é tracionada em um vão de teste onde de um lado é colocado o excitador (*shaker*) e no outro é colocado o sistema de medição. A amostra é vibrada com amplitude fixa até a ruptura de 10% dos fios do cabo ou de três fios, prevalecendo o menor valor. No final são anotados os valores de tensão dinâmica cíclica ( $S$ ) e o número de ciclos ( $N$ ). Esse procedimento é repetido várias vezes para a obtenção da curva de *Wöhler* (*curva S-N*).

##### A.1.1 Execução dos Ensaios

O ensaio foi realizado em uma amostra do seguinte cabo:

- Cabo TACSR 715,5 MCM;
- Configuração: 26 fios de alumínio e 7 fios de aço;

- Resistência Mecânica Calculada (*RMC*): 125,44 kN;
- Diâmetro nominal: 26,69 mm;
- Diâmetro médio dos fios de alumínio: 4,214 mm;
- Diâmetro médio dos fios de aço: 3,277 mm;
- Coeficiente *K* do cabo testado:  $K = 28,019$  (para determinação da Tensão Dinâmica em MPa).

Parâmetros de Ensaio: carga de tração de ensaio: 25,1 kN  $\pm 2\%$  kN (20% da carga de ruptura- *RMC*), localização do sistema de medição: 89 mm antes da ancoragem fixa (grampo passante – ponto de contato), esquema de montagem conforme Figura 2.9 anterior: com comprimento do vão ativo com 30,2 m, e vão passivo da ordem de 8 m, de modo que o ângulo da horizontal com o cabo no vão passivo seja de 10 graus conforme recomendação.

## A.1.2 Resultados e Conclusões

As rupturas das amostras, ocorridas para três fios aconteceram segundo a Tabela A.1.

**Tabela A.1 – Resumo dos dados do ensaio**

Amostra	Amplitude de medição (mm p-p)	Frequência (Hz)	Tensão Dinâmica (MPa)	Nº de ciclos ( $\times 10^6$ ) 3 fios
1	2,100	31,69	58,8	0,9390
2	2,100	32,03	58,8	0,9800
3	2,300	31,72	64,4	0,6950
4	2,300	31,93	64,4	0,6000
5	2,030	32,62	56,8	1,2500

A partir da Tabela A.1, foi levantada a curva de *Wöhler* (Figura A.1) ajustada pelos dados da tabela acima considerando o rompimento de 3 fios, juntamente com as curvas “*Safe Border Line*” de mínima fadiga (para cabos de alumínio *CA*, alumínio com alma de aço *CAA* e ligas).

Portanto, conclui-se que o cabo testado apresenta valores de fadiga acima da curva do *CIGRE*, atendendo assim às condições de segurança quanto à fadiga segundo a recomendação.

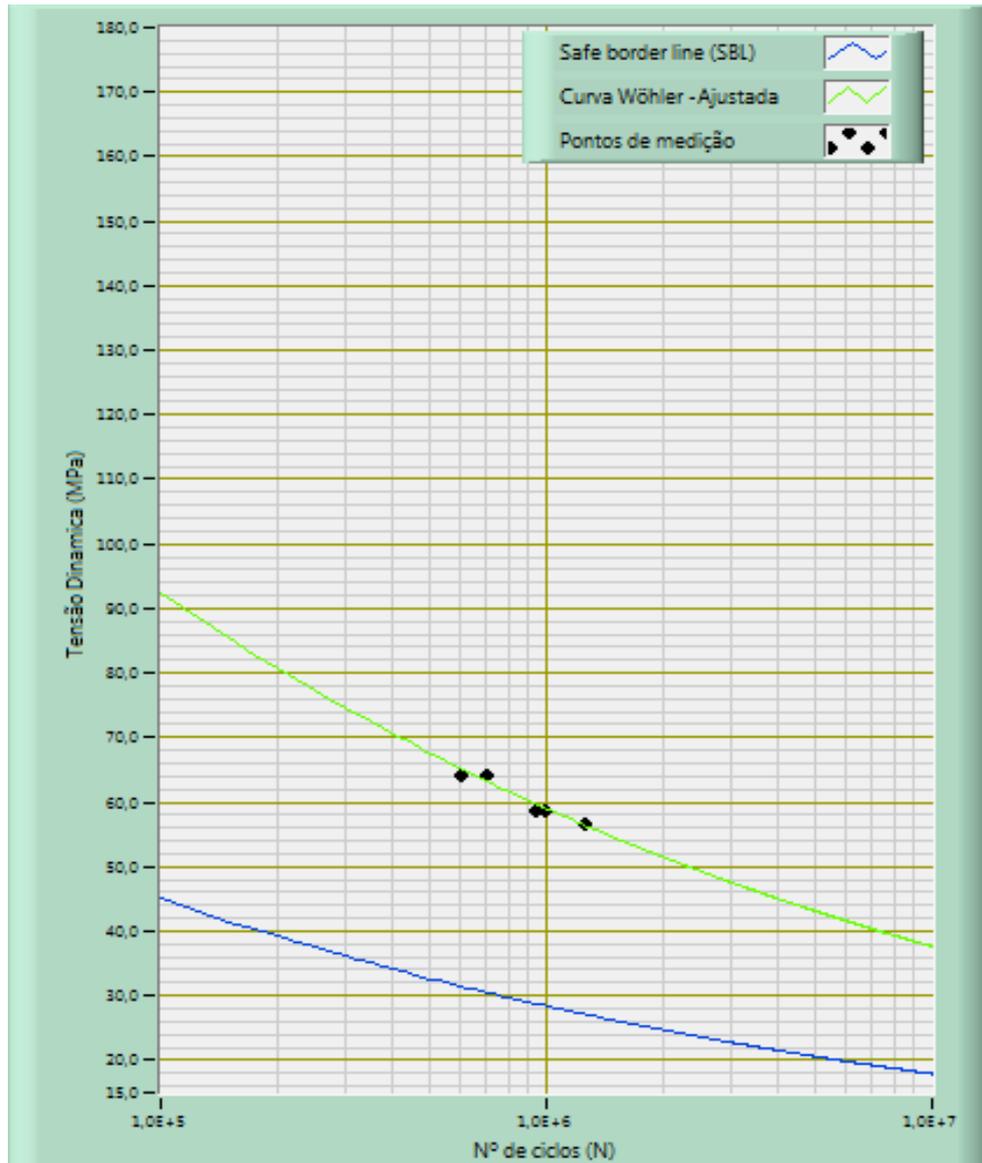


Figura A.1 - Curva *Wöhler* ajustada e “*Safe Border Line*” (S-N)

## A.2 Exemplo e Resultado do Ensaio de Tensão Deformação no Cabo

As normas usadas neste ensaio são: (*NBR's 7270*, 1982; *NBR 7273*, 1982; *NBR 7302*, 1982 e *IEC 61089*, 1991). O objetivo é determinar os valores de módulos de elasticidade em diversos patamares de tração. Este ensaio pode ser realizado com temperatura de até 200 °C. A grande maioria dos ensaios mecânicos requeridos é realizada com temperatura ambiente e cuja automação foi publicada por Souza Jr. e al.(1999). Os ensaios com temperaturas elevadas são requeridos

somente em projetos de pesquisa e desenvolvimento, como já realizado com a Copel (Companhia Paranaense de Energia) e publicado por Mannala e al. (2005).

### A.2.1 Execução do Ensaio

No início do procedimento, o condutor deverá ser tracionado com 8% da carga de ruptura ou 5 kN, o que for menor. Aplica-se carga no cabo condutor nos patamares de 30, 50, 70 e 75% no caso da *NBR 7302* e de 30, 50, 70 e 85% para a *IEC 61089* (ver Figura A.2) da tração de ruptura do condutor (*RMC*). No patamar de 30%, o condutor é submetido a esta tração durante 30 minutos, nos patamares de 50, 70 e 85 %, envolvendo as normas *IEC e NBR*, são mantidas durante uma hora. No caso do valor de 75 % na *NBR*, a carga é simplesmente atingida e descarregada. Em todos os patamares citados, existe aquisição de dados de tração e alongamento (deformação). Nas cargas de 70 %, tanto na *NBR* como na *IEC*, quando o condutor é descarregado, os valores de tração e deformação do condutor também são registrados.

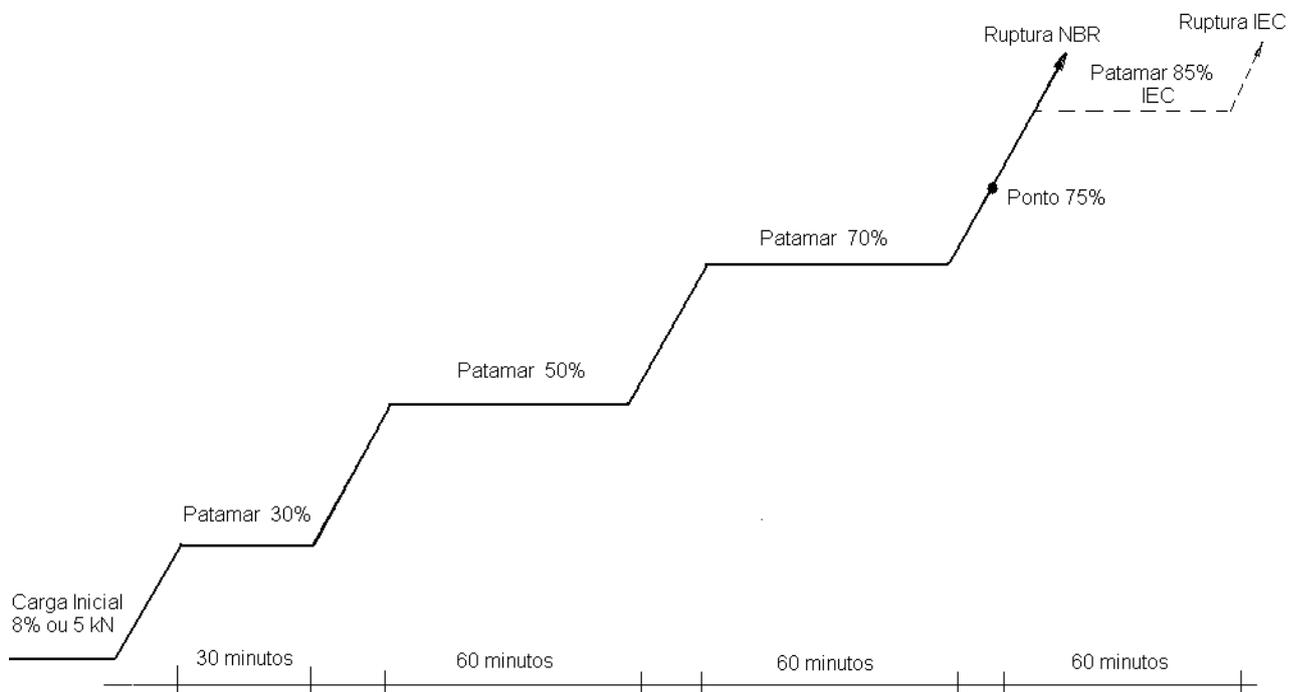


Figura A.2 – Gráfico dos patamares tração x tempo (*NBR 7302 e IEC 61089*)

Terminada a etapa do ensaio do cabo composto (alumínio + aço), nova amostra será instalada, porém, sem o alumínio que compõe o cabo. A carga inicial da alma de aço é calculada pela equação:

$$T_c = \left(\frac{E_c}{E}\right)T \quad (\text{A.1})$$

sendo:

$T_c$  - a tração da alma de aço;

$T$  - a tração máxima suportável do condutor;

$E_c$  - o módulo de elasticidade da alma de aço;

$E$  - o módulo de elasticidade do condutor completo, determinado pelo ensaio tensão-deformação do condutor completo.

Todo o procedimento repetir-se-á para a alma de aço, porém, algumas alterações deverão ser introduzidas. Como o objetivo é também de determinar o módulo de elasticidade do alumínio quando em determinada sollicitação de tração, será realizada uma subtração das curvas do cabo composto e da alma de aço. Procedendo-se assim, obtém-se as curvas do alumínio, chamadas curvas virtuais, pois é fruto de uma diferença entre curvas, do contrário seria impossível retirar a alma do cabo composto e ensaiar apenas o alumínio. A carga inicial da alma também é de 8% ou 5 kN, o que for menor, porém, o cálculo se baseia na tração calculada de  $T_c$  (equação A.1). Os patamares de carga se repetem conforme o ensaio do cabo composto, com uma diferença: como as curvas deverão estar perfeitamente sobrepostas, não é o valor da carga que determina os patamares, mas a deformação obtida pelo composto é que serve de referência inicial para o ensaio da alma de aço. A carga a ser aplicada pelo sistema de tração será tal que a alma sofra deformação igual ao mesmo patamar do ensaio do cabo composto. Quando a alma atingir tal deformação, o sistema aguarda alguns segundos para que o valor de carga se estabilize e então não mais será o valor de deformação o valor de referência, mas o valor de carga, que possuirá valor próximo ao obtido pela equação A.1. Assim se sucederá para os patamares restantes até o final do ensaio, repetindo o mesmo procedimento para o ensaio composto, culminando com a ruptura da alma de aço. Após a ruptura serão processados todos os patamares citados num gráfico com ordenadas em valores de tração dada em (kN) e a abscissa em deformação ( $\mu\text{m}/\text{m}$ ). O módulo de elasticidade é dado em GPa, isto é, obtido dividindo-se a tração pela deformação.

Os valores a serem determinados são o módulo inferior e superior, sendo que o módulo inferior é encontrado entre 35 a 50% e o superior entre 50 a 70% da tração de ruptura. Estes valores

são os utilizados em projetos de linhas de transmissão e distribuição, para determinação da catenária e o comportamento para fins de projeto de carga e deformação.

## A.2.2 Resultados

As figuras mostradas na sequência deverão conter três tipos de curvas, a saber: tensão-deformação para o cabo composto (Figura A.3), tensão-deformação da alma de aço (Figura A.4) e tensão-deformação virtual do alumínio (Figura A.5). Esta, resultante da subtração das duas anteriores.

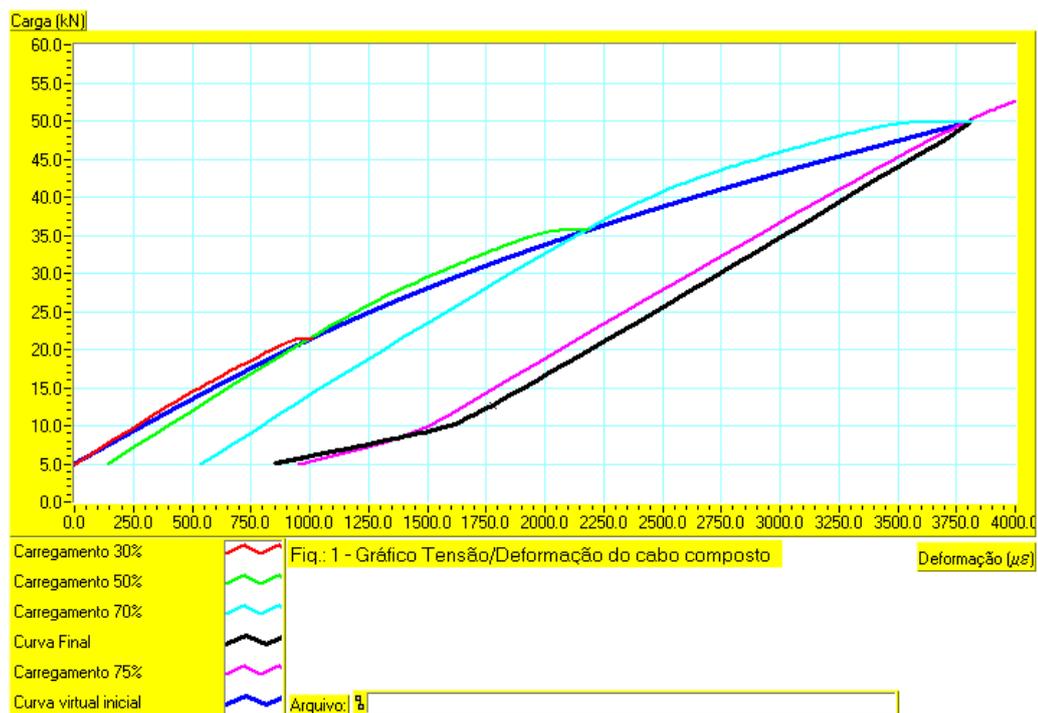


Figura A.3 – Curvas de tensão-deformação do cabo composto

Descrição de cada curva que compõe a Figura A.3:

- Curvas dos carregamentos de 30, 50, 70 e 75% da *RMC* do cabo composto (alma de aço + alumínio): representam a respectiva deformação do cabo composto quando solicitada pelos respectivos carregamentos;

- Curva virtual inicial: é a *spline* das curvas de 30, 50 e 70% da *RMC* do condutor. Os pontos que compõe a curva são o início e final da curva de 30 %, final da curva de 50% e final da curva 70 %;
- Curva final: são os pontos de descarga da curva de carregamento de 70% (curva preta).

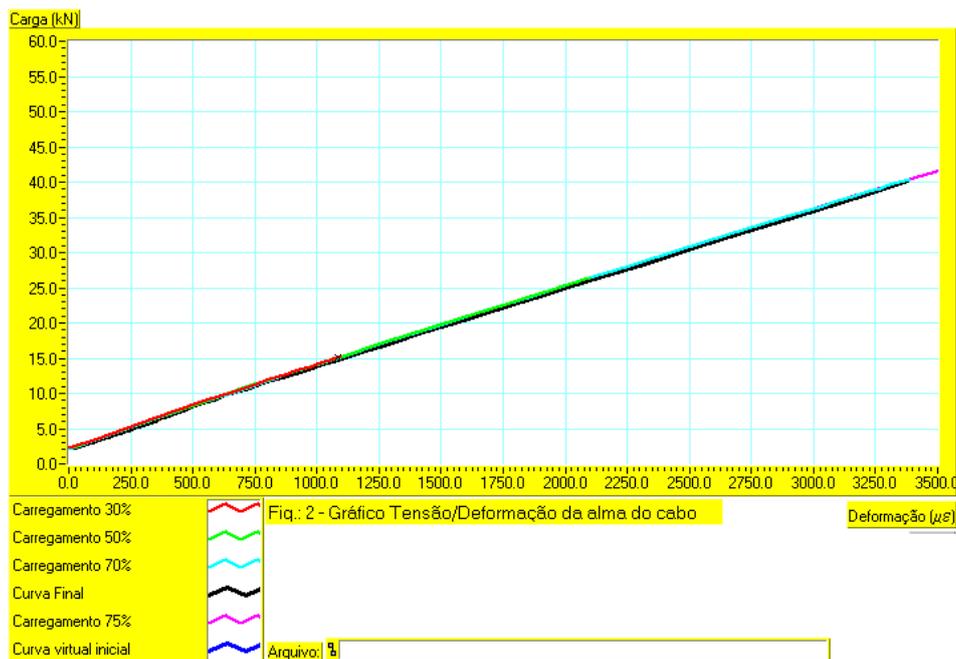


Figura A.4 – Curvas de tensão - deformação da alma de aço

Descrição das curvas que compõem a Figura A.4:

- Curvas dos carregamentos de 30, 50, 70 e 75% da *RMC*: representam a respectiva deformação do cabo composto quando solicitada pelos carregamentos determinados inicialmente pela deformação do cabo composto e depois de alguns segundos mantida esta deformação a referência muda para a carga que induziu tal deformação;

- Curva virtual inicial: é a *spline* das curvas de 30, 50 e 70% da *RMC* do condutor. Os pontos que compõe a curva são o início e final da curva de 30 %, final da curva de 50% e final da curva de 70 % ;

- Curva final: são os pontos de descarga da curva de carregamento de 70% (curva preta). Em um terceiro gráfico, mostram-se as curvas virtuais do alumínio, resultado da diferença das curvas do ensaio do cabo composto e ensaio da alma de aço, conforme mostra a Figura A.5.

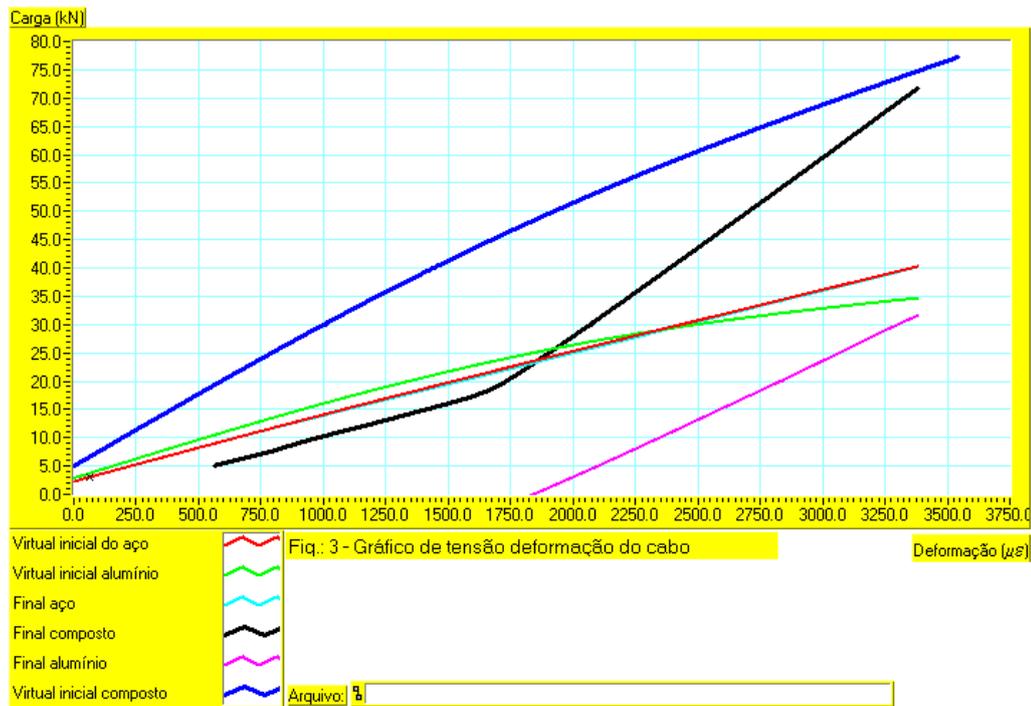


Figura A.5 – Curvas de tensão - deformação virtual do alumínio

A seguir a descrição de cada curva que compõe a Figura A.5:

- Curva virtual inicial do aço: curva retirada do gráfico do ensaio da alma de aço;
- Curva virtual inicial do alumínio: esta curva é resultado da subtração da curva inicial composto pela curva inicial do aço;
- Curva final do aço: curva retirada do gráfico do ensaio da alma de aço;
- Curva final composto: curva retirada do gráfico do ensaio do cabo composto;

- Curva final do alumínio: esta curva é resultado da subtração da curva final composto pela curva final do aço;
  
- Curva virtual inicial composto: curva retirada do gráfico do ensaio do cabo composto.

A norma exige também que no relatório constem alguns dados importantes como: comprimentos iniciais do cabo completo e alma de aço, cargas de ruptura do cabo completo e alma de aço, localização da ruptura, módulos de elasticidade médio inicial e final do cabo completo e temperaturas do ambiente em que foi realizado o ensaio nas seguintes etapas: início do ensaio, final do ensaio e início dos três patamares de cada ensaio em 30, 50 e 70 %.