

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO PARANÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
MESTRADO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

MARTINHO ROSALINO GIACOMITTI JUNIOR

**ANÁLISE NUMÉRICO-COMPUTACIONAL DE UM DOMO GEODÉSICO EM
ALUMÍNIO UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS**

CURITIBA

2015

MARTINHO ROSALINO GIACOMITTI JUNIOR

**ANÁLISE NUMÉRICO-COMPUTACIONAL DE UM DOMO GEODÉSICO EM
ALUMÍNIO UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Pontifícia Universidade Católica do Paraná como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia.

Orientador: Prof. Dr. Roberto Dalledone Machado

CURITIBA

2015

MARTINHO ROSALINO GIACOMITTI JUNIOR

**ANÁLISE NUMÉRICO-COMPUTACIONAL DE UM DOMO GEODÉSICO EM
ALUMÍNIO UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Pontifícia Universidade Católica do Paraná como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia.

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof. Dr. Roberto Dalledone Machado
Pontifícia Universidade Católica do Paraná

Prof. Dr. João Elias Abdalla Filho
Pontifícia Universidade Católica do Paraná

Prof. Dr. Nilson Barbieri
Pontifícia Universidade Católica do Paraná

Prof. Dr. Julio Cezar de Almeida
Universidade Federal do Paraná

Curitiba, 04 de Agosto de 2015.

Aos meus pais, Martinho e Rozana, por
tudo o que me deram, principalmente a
vida e a educação.

À minha esposa Larissa, pelo amor, carinho,
incentivo e incessante apoio em mais esta
etapa de nossas vidas.

AGRADECIMENTOS

A Deus, pelo dom da vida e por me permitir chegar até aqui.

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica (PPGEM) e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pelo subsídio fornecido para a realização desta pós-graduação.

Ao Professor e Doutor Roberto Dalledone Machado, grande incentivador, pela orientação ao longo destes quase 2 anos.

Ao Engenheiro e Mestre José Antonio Soares Prestes, que despertou em mim o interesse pela pesquisa e sempre motivou-me a buscar constantemente o conhecimento.

Ao colega Diogo Rossot, por compartilhar os conhecimentos adquiridos na análise desta mesma estrutura objeto da presente dissertação.

Aos Engenheiros Marino Garofani e Luiz Carlos Caggiano Santos, presidentes da empresa Brafer Construções Metálicas S/A, pela oportunidade oferecida no passado, a qual despertou ainda mais meu interesse pela engenharia estrutural.

À empresa Valmet Celulose, Papel e Energia Ltda. por me permitir conciliar as atividades acadêmicas e profissionais, sempre concedendo-me horários durante todo o período em que estive trabalhando nesta.

Aos Professores, em geral, do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, pela transmissão do conhecimento e atenção dispensada.

A todos que, direta ou indiretamente, estiveram comigo durante este período e torceram para que eu atingisse o objetivo inicialmente proposto.

*“A ciência nunca resolve um problema
sem criar pelo menos outros dez”.*

(George Bernard Shaw)

RESUMO

GIACOMITTI JUNIOR, Martinho Rosalino. **Análise numérico-computacional de um domo geodésico em alumínio utilizando o método dos elementos finitos**. 2015. 161 p. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Paraná, 2015.

Os domos geodésicos são estruturas espaciais em forma de esfera ou parabolóide constituídas por uma única camada de elementos treliçados que se comportam como um contínuo. Devido ao seu baixo peso e características que possibilitam vencer grandes vãos sem suportes intermediários, a sua utilização tem sido cada vez mais frequente, principalmente no segmento industrial, para cobrir tanques atmosféricos. Por conta desta crescente demanda, o presente estudo tem como objetivo principal estudar aspectos do comportamento à flambagem de domos geodésicos constituídos por cantoneiras em alumínio de abas iguais formadas a frio e conectadas por apenas uma aba através de ligações parafusadas, com base no modelo de laboratório construído por Rossot (2014). Tal estudo é baseado no método dos elementos finitos e leva em consideração as análises de flambagem linear e não linear geométrica, bem como a análise dos carregamentos não uniformemente introduzidos nos elementos via tensão de contato entre parafusos e furos. A análise destas tensões em determinados pontos da estrutura também é realizada. Adicionalmente, outras análises estáticas e dinâmicas são realizadas visando comparar os seus resultados com estudos publicados anteriormente por outros pesquisadores. Como resultados, são apresentados os diversos modos de flambagem da estrutura e as respectivas cargas críticas de flambagem, evidenciando a ocorrência dos primeiros modos a partir da flambagem de um ou mais elementos individuais e não do domo como um todo. Além disso, são apresentados também os modos de vibração da estrutura, bem como os resultados de análises discretas de um elemento e um nó de ligação. Por fim, conclui-se que há diferença significativa entre os carregamentos que provocam flambagem linear e não linear e também ao considerar a distribuição de tensões não uniforme na seção transversal dos elementos. Portanto, sugere-se que a estrutura analisada apresenta tensões superiores às tensões limite do material empregado, ocasionando falha por escoamento e ruptura do material antes mesmo da ocorrência do fenômeno da flambagem.

Palavras-chave: Domos geodésicos. Estruturas de alumínio. Método dos elementos finitos.

ABSTRACT

GIACOMITTI JUNIOR, Martinho Rosalino. **Numerical and computational analysis of an aluminum geodesic dome using the finite element method**. 2015. 161 p. Master's Thesis – Pontifícia Universidade Católica do Paraná, 2015.

Geodesic domes are single layer spatial structures formed by a single network of triangles which form a roughly spherical surface and its behavior is like a continuum body. Due to both light weight and characteristics that make possible to cover large spans without intermediate supports, its application have been very useful mainly in industrial areas where they are used to cover storage tanks. Due to its growing demand, the present study has the main purpose to study aspects referring to the buckling behavior of geodesic domes constituted by cold-formed aluminum equal leg angles connected by one leg considering bolted connections, using the prototype constructed by Rossot (2014). The numerical analysis are based on the finite element method and takes into account the linear and nonlinear buckling as well as non-uniform loads applied to the elements by bearing stress at holes. The stress evaluation in some locations is also carried out. In addition, other static and dynamic analyses are performed in order to compare their results with previously results published by other researchers. The results demonstrate several buckling shapes of the structure and its respective critical buckling loads, indicating the occurrence of the first buckling shapes from individual members and not from the whole structure. Furthermore, the free vibration modes of the structure are presented as well as the results of discrete analyses for both an element and a critical connection node. At the end, it is deduced there is substantial difference between the loads which produce linear buckling and nonlinear buckling even as when considering the non-uniform stress distribution in the cross section. Therefore, it is suggested the analyzed structure presents a higher stress level when compared to the limit stresses of the used material, leading to yielding failure followed by rupture failure before the occurrence of the buckling phenomena.

Key-words: Geodesic domes. Aluminum structures. Finite element method.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Domo de Nagoya, Japão.....	4
Figura 2 – Astrodome, Houston/Estados Unidos.....	4
Figura 3 – Cinesphere (Ontario Place), Toronto/Canadá	5
Figura 4 – Bird Cage, Gaziantep/Turquia	6
Figura 5 – Water Fowl Cage, Bursa/Turquia	6
Figura 6 – Cobertura do Shopping Pátio Higienópolis, São Paulo/Brasil	7
Figura 7 – Ópera de Arame, Paraná/Brasil	7
Figura 8 – Ginásio Poliesportivo de São Carlos, São Paulo/Brasil.....	8
Figura 9 – Domo geodésico	9
Figura 10 – Domo geodésico coberto	9
Figura 11 – Domo geodésico sobre cobertura de tanque existente	10
Figura 12 – Icosaedro.....	12
Figura 13 – Classes de subdivisão geodésica	13
Figura 14 – Exemplos de frequência par para classe de subdivisão I.....	13
Figura 15 – Frequência 3 – Subdivisão Classe I	14
Figura 16 – Frequência 5 – Subdivisão Classe I	14
Figura 17 – Icosaedro regular subdividido na frequência 2 (Classe I).....	14
Figura 18 – Projeção de uma face frequência 3 do icosaedro em uma esfera.....	15
Figura 19 – Projeção das várias faces de um icosaedro em uma esfera	15
Figura 20 – Modelo de laboratório construído por Rossot (2014)	16
Figura 21 – Richard Buckminster Fuller	18
Figura 22 – Domo reticulado de 24 elementos	24
Figura 23 – Modelo para carga crítica de flambagem – Antes da flambagem.....	26
Figura 24 – Modelo para carga crítica de flambagem – Depois da flambagem.....	26
Figura 25 – Exemplos de SGS – Coberturas em forma de abóbada cilíndrica	31
Figura 26 – Exemplos de SGS – Coberturas em forma de domos.....	31
Figura 27 – Planta e cortes esquemáticos das UMEA	35
Figura 28 – Detalhe do nó e da malha em elementos finitos.....	36
Figura 29 – Geometria dos domos analisados	40
Figura 30 – Constante crítica “C” para domos geodésicos.....	42
Figura 31 – Constante crítica “C” para domos reticulados	42
Figura 32 – Modo de flambagem do domo geodésico.....	45

Figura 33 – Distribuição assimétrica do carregamento	45
Figura 34 – Modelo de laboratório – Vista externa.....	50
Figura 35 – Modelo de laboratório – Vista interna.....	50
Figura 36 – Domo geodésico construído em Araucária/PR.....	51
Figura 37 – Nó do projeto original	51
Figura 38 – Nó do modelo de laboratório	52
Figura 39 – 1º modo de vibração do modelo computacional simplificado	53
Figura 40 – 1º modo de vibração do modelo computacional completo.....	55
Figura 41 – Modelo de laboratório com os acelerômetros posicionados.....	57
Figura 42 – Configurações de equilíbrio.....	59
Figura 43 – Exemplo de flambagem global em cantoneira.....	61
Figura 44 – Exemplo de flambagem local em cantoneira.....	61
Figura 45 – Barra bi-rotulada com carga de compressão centrada.....	62
Figura 46 – Equação de equilíbrio em uma seção transversal genérica	62
Figura 47 – Gráfico $\sigma_p \times \lambda_{lim}$	64
Figura 48 – Seção transversal de a) cantoneira simples e b) cantoneira enrijecida..	66
Figura 49 – Instabilidade por flexão	66
Figura 50 – Instabilidade por flexo-torção	67
Figura 51 – Elemento BEAM188	71
Figura 52 – Elemento SOLID187	72
Figura 53 – Ilustração do método de Newton-Raphson	73
Figura 54 – Ilustração do método de Newton-Raphson padrão	75
Figura 55 – Ilustração do método de Newton-Raphson modificado	75
Figura 56 – Detalhe inferior do nó de ligação.....	76
Figura 57 – Geometria da cantoneira 12,70 x 1,58 mm	77
Figura 58 – Numeração dos nós	78
Figura 59 – Tipos das barras.....	80
Figura 60 – Numeração das barras.....	81
Figura 61 – Padrão de repetibilidade do domo geodésico	82
Figura 62 – Vista lateral do modelo computacional.....	82
Figura 63 – Vista tridimensional do modelo computacional.....	83
Figura 64 – Condições de contorno	85
Figura 65 – Malha em elementos finitos BEAM188.....	86
Figura 66 – 1º modo de flambagem – Apoios rotulados	87

Figura 67 – 2º modo de flambagem – Apoios rotulados	87
Figura 68 – 3º modo de flambagem – Apoios rotulados	88
Figura 69 – 4º modo de flambagem – Apoios rotulados	88
Figura 70 – 5º modo de flambagem – Apoios rotulados	89
Figura 71 – 1º modo de flambagem – Apoios engastados	89
Figura 72 – 2º modo de flambagem – Apoios engastados	90
Figura 73 – 3º modo de flambagem – Apoios engastados	90
Figura 74 – 4º modo de flambagem – Apoios engastados	91
Figura 75 – 5º modo de flambagem – Apoios engastados	91
Figura 76 – Flambagem das barras em torno do eixo de menor inércia	93
Figura 77 – Tensões normais devido às cargas axiais – Apoios rotulados	94
Figura 78 – Tensões normais máximas devido à flexão – Apoios rotulados	94
Figura 79 – Tensões normais mínimas combinadas – Apoios rotulados.....	95
Figura 80 – Tensões normais mínimas devido à flexão – Apoios rotulados.....	95
Figura 81 – Tensões normais máximas combinadas – Apoios rotulados.....	96
Figura 82 – Tensões normais devido às cargas axiais – Apoios engastados	96
Figura 83 – Tensões normais máximas devido à flexão – Apoios engastados	97
Figura 84 – Tensões normais mínimas combinadas – Apoios engastados.....	97
Figura 85 – Tensões normais mínimas devido à flexão – Apoios engastados	98
Figura 86 – Tensões normais máximas combinadas – Apoios engastados	98
Figura 87 – Malha do elemento 22 – Vista ampliada da região de interesse	99
Figura 88 – 6º modo de flambagem – Apoios rotulados	102
Figura 89 – 7º modo de flambagem – Apoios rotulados	102
Figura 90 – 8º modo de flambagem – Apoios rotulados	103
Figura 91 – 9º modo de flambagem – Apoios rotulados	103
Figura 92 – 10º modo de flambagem – Apoios rotulados	104
Figura 93 – 6º modo de flambagem – Apoios engastados	104
Figura 94 – 7º modo de flambagem – Apoios engastados	105
Figura 95 – 8º modo de flambagem – Apoios engastados	105
Figura 96 – 9º modo de flambagem – Apoios engastados	106
Figura 97 – 10º modo de flambagem – Apoios engastados	106
Figura 98 – 50º modo de flambagem – Apoios rotulados	107
Figura 99 – 50º modo de flambagem – Apoios engastados	108
Figura 100 – Carga pontual no elemento 22	111

Figura 101 – Dimensões básicas do domo geodésico (mm).....	115
Figura 102 – 1º modo de vibração – Apoios rotulados	118
Figura 103 – 2º modo de vibração – Apoios rotulados	119
Figura 104 – 3º modo de vibração – Apoios rotulados	119
Figura 105 – 4º modo de vibração – Apoios rotulados	119
Figura 106 – 5º modo de vibração – Apoios rotulados	120
Figura 107 – 150º modo de vibração – Apoios rotulados	120
Figura 108 – 1º modo de vibração – Apoios engastados	122
Figura 109 – 2º modo de vibração – Apoios engastados	122
Figura 110 – 3º modo de vibração – Apoios engastados	123
Figura 111 – 4º modo de vibração – Apoios engastados	123
Figura 112 – 5º modo de vibração – Apoios engastados	123
Figura 113 – 150º modo de vibração – Apoios engastados.....	124
Figura 114 – Caso de carga 1	126
Figura 115 – Caso de carga 2	127
Figura 116 – Nós de aplicação de carga (Caso 1)	127
Figura 117 – Nó de aplicação de carga (Caso 2).....	128
Figura 118 – 1º modo de flambagem – Caso de carga 1	128
Figura 119 – 1º modo de flambagem – Caso de carga 2	129
Figura 120 – 1º modo de flambagem – Caso de carga 1 – Apoios rotulados.....	130
Figura 121 – 1º modo de flambagem – Caso de carga 2 – Apoios rotulados.....	130
Figura 122 – 1º modo de flambagem – Caso de carga 1 – Apoios engastados	131
Figura 123 – 1º modo de flambagem – Caso de carga 2 – Apoios engastados	131
Figura 124 – Detalhe das extremidades das cantoneiras.....	132
Figura 125 – Modelo discreto da cantoneira B15.....	133
Figura 126 – Modelo simplificado da cantoneira B15.....	134
Figura 127 – Comprimentos adotados para a cantoneira B15	134
Figura 128 – 1º modo de flambagem do Modelo 1A.....	135
Figura 129 – 1º modo de flambagem do Modelo 1B.....	136
Figura 130 – 1º modo de flambagem do Modelo 2A.....	136
Figura 131 – 1º modo de flambagem do Modelo 2B.....	137
Figura 132 – 2º modo de flambagem do Modelo 1A.....	138
Figura 133 – 2º modo de flambagem do Modelo 1B.....	139
Figura 134 – 2º modo de flambagem do Modelo 2A.....	139

Figura 135 – 2º modo de flambagem do Modelo 2B.....	140
Figura 136 – Detalhe da malha na região dos furos.....	141
Figura 137 – Tensões (MPa) de von Mises para o F_{CR} do Modelo 1A.....	142
Figura 138 – Tensões (MPa) de von Mises para o F_{CR} do Modelo 2A.....	142
Figura 139 – Vista inferior do nó 20	143
Figura 140 – Esforços axiais (N) – Vista superior – Apoios rotulados.....	144
Figura 141 – Esforços axiais (N) – Vista superior – Apoios engastados	144
Figura 142 – Malha em elementos finitos SOLID187 – Vista superior	145
Figura 143 – Malha em elementos finitos SOLID187 – Vista inferior	145
Figura 144 – Tensões de Von Mises (MPa) na chapa de nó – Vista superior.....	146
Figura 145 – Tensões de Von Mises (MPa) nas cantoneiras – Vista superior	146
Figura 146 – Tensões de Von Mises (MPa) na chapa de nó – Vista inferior.....	147
Figura 147 – Tensões de Von Mises (MPa) nas cantoneiras – Vista inferior	147
Figura 148 – Estado deformado do nó – Vista superior	148
Figura 149 – Estado deformado do nó – Vista inferior	148

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Frequências de ressonância para o MCS	54
Tabela 2 – Frequências de ressonância para o MCC	56
Tabela 3 – Modelos dos acelerômetros.....	57
Tabela 4 – Propriedades da cantoneira 12,70 x 1,58 mm	77
Tabela 5 – Coordenadas dos nós do domo geodésico	79
Tabela 6 – Dimensões e quantidades das barras	80
Tabela 7 – Valores dos carregamentos dos 5 primeiros modos de flambagem.....	92
Tabela 8 – Tensões (MPa) atuantes no elemento 22 – Apoios rotulados	100
Tabela 9 – Tensões (MPa) atuantes no elemento 22 – Apoios engastados	101
Tabela 10 – Cargas críticas de flambagem obtidas via MEF – Barras B15.....	108
Tabela 11 – F_{cr} de acordo com a Teoria de Euler	109
Tabela 12 – Cargas gravitacionais (N) críticas para flambagem não linear	113
Tabela 13 – Carregamentos críticos de flambagem (N/mm ²).....	118
Tabela 14 – Frequências de ressonância do modelo com apoios rotulados	121
Tabela 15 – Frequências de ressonância do modelo com apoios engastados	125
Tabela 16 – Carregamentos críticos de flambagem (N)	129
Tabela 17 – Carregamentos críticos de flambagem (N)	131
Tabela 18 – Cargas críticas de flambagem para a cantoneira B15.....	135
Tabela 19 – Cargas críticas para o 2º modo de flambagem da cantoneira B15.....	138

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Força <i>versus</i> deslocamento – Apoio rotulado	112
Gráfico 2 – Força <i>versus</i> deslocamento – Apoio engastado	113

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AA	<i>Aluminum Association</i>
AISC	<i>American Institute of Steel Construction</i>
API	<i>American Petroleum Institute</i>
ASD	<i>Allowable Stress Design</i>
ASME	<i>American Society of Mechanical Engineers</i>
BS	<i>British Standard</i>
comb.	Combinado(a)
conc.	Concluído(a)
corr.	Corridos
CG	Centro de gravidade
CSS	<i>Charged System Search</i>
CT	Centro de torção
Desloc.	Deslocamento
ed.	Edição
Ed.	Editor(a)
EL.	Elemento
Eq(s).	Equação(ões)
f.	Folha(s)
máx.	Máximo(a)
MCC	Modelo Computacional Completo
MCS	Modelo Computacional Simplificado
MEF	Método dos Elementos Finitos
mín.	Mínimo(a)
mm	Milímetro(s)
NBR	Norma Brasileira
N°.	Número
p.	Página(s)
PUC-PR	Pontifícia Universidade Católica do Paraná
Seq.	Sequencial
SGS	<i>Space Grid Structures</i>
UMEA	Unidades Móveis de Educação Ambiental
Vol.	Volume

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Área da seção transversal de barra ou elemento
A_c	Área superficial de uma calota esférica
C	Constante crítica do carregamento de flambagem para domos
E	Módulo de elasticidade ou módulo de <i>Young</i>
F	Carga nodal
F_{cr}	Carga crítica de flambagem elástica
F_y	Tensão de escoamento
F_u	Tensão de ruptura
Hz	<i>Hertz</i> (unidade de frequência)
I	Momento de inércia
I_x	Momento de inércia da seção transversal em relação ao eixo x
I_y	Momento de inércia da seção transversal em relação ao eixo y
I_1	Momento de inércia da seção transversal em relação ao eixo principal de maior inércia
I_2	Momento de inércia da seção transversal em relação ao eixo principal de menor inércia
I_t	Momento de inércia à torção uniforme da seção transversal da barra
L	Comprimento típico da barra, medido de nó a nó
M	Momento fletor
N	Carga nodal ou <i>Newton</i> (unidade de força)
P	Carga pontualmente aplicada
R	Raio de um domo
®	Marca registrada
S	Fator de esbeltez do domo
g	Carga permanente
h	Altura de um domo
p	Sobrecarga
q	Carga uniformemente distribuída

q_{cr}	Carga de flambagem crítica (pressão radial)
r	Raio de giração
r_x	Raio de giração da seção transversal em relação ao eixo x
r_y	Raio de giração da seção transversal em relação ao eixo y
r_1	Raio de giração da seção transversal em relação ao eixo principal de maior inércia
r_2	Raio de giração da seção transversal em relação ao eixo principal de menor inércia
t	Espessura de casca ou espessura da aba da cantoneira
t_b	Espessura de flexão equivalente
t_m	Espessura de membrana equivalente
σ	Tensão
σ_{cr}	Tensão crítica de flambagem, tensão crítica de membrana
σ_p	Tensão crítica de flambagem dentro do limite de proporcionalidade
γ	Peso específico do material
ν	Coefficiente de <i>Poisson</i>
λ	Índice de esbeltez da barra
λ_{lim}	Índice de esbeltez limite da barra
δ	Deslocamento da barra, medido em um ponto qualquer
ϕ	Ângulo de giro provocado pela flexo-torção

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	O DOMO GEODÉSICO	10
1.2	OBJETIVOS.....	16
1.2.1	Objetivo Geral	16
1.2.2	Objetivos Específicos	17
1.3	JUSTIFICATIVA.....	17
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	18
2.1	A VIDA E AS OBRAS DE RICHARD BUCKMINSTER FULLER	18
2.2	ESTUDOS RELACIONADOS AOS DOMOS	21
3	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	59
3.1	ESTABILIDADE ESTRUTURAL	59
3.2	ESTABILIDADE DE BARRAS	60
3.2.1	Flambagem elástica de barras	61
3.3	DIMENSIONAMENTO DE ELEMENTOS ESTRUTURAIS EM ALUMÍNIO ..	65
3.3.1	Cantoneiras de alumínio de abas iguais submetidas à compressão	65
3.4	O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	68
3.4.1	Generalidades e princípios básicos	68
3.4.2	O elemento BEAM188	71
3.4.3	O elemento SOLID187	71
3.5	O MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON.....	72
4	MODELO PARA ANÁLISE	76
5	ANÁLISES NUMÉRICO-COMPUTACIONAIS	84
5.1	ANÁLISE DE FLAMBAGEM LINEAR	84
5.2	ANÁLISE DE FLAMBAGEM NÃO LINEAR.....	110
5.3	ANÁLISES COMPARATIVAS.....	114
5.3.1	Zamanzadeh et al (2010) e Zhu et al (2012)	114
5.3.2	Rossot (2014)	118
5.4	ANÁLISE DAS CANTONEIRAS ISOLADAS.....	132
5.5	ANÁLISE DO NÓ DE LIGAÇÃO	143
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES	149
7	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	154
	REFERÊNCIAS	155

1 INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, engenheiros e arquitetos têm buscado cada vez mais valorizar o espaço interno das edificações, uma vez que a escassez de áreas, especialmente nos grandes centros urbanos, é uma realidade cada vez mais evidente. Por conta disso, a utilização de sistemas estruturais que vão ao encontro desta necessidade, ou seja, sistemas capazes de vencer grandes vãos sem a necessidade de apoios ou suportes intermediários têm sido cada vez mais constantes.

Dentro deste contexto, as coberturas em forma de cúpula têm se apresentado como uma solução viável e interessante sob os pontos de vista técnico e econômico. Estas cúpulas, conhecidas também como domos, são estruturas utilizadas por civilizações desde a antiguidade. Porém, segundo Santos (2005), até o início dos anos 90 elas não receberam a devida atenção e, de fato, somente a partir desta década é que vieram a surgir mais pesquisas e publicações sobre o assunto. Sua popularidade também foi aumentada a partir da necessidade de se obter estruturas maiores, porém não menos flexíveis, que aliassem beleza, leveza e resistência, bem como princípios de eficiência de energia.

Nos primeiros períodos da história, apenas a pedra era utilizada como material de construção. Posteriormente, a alvenaria de tijolos veio a substituí-la gradualmente. Um concreto primitivo também foi amplamente utilizado pelos romanos e a madeira foi um material empregado para coberturas na Idade Média (SARAÇ, 2005). Então, teve início no século XX uma nova era para os profissionais da engenharia e arquitetura, sendo que estes logo perceberam o grande potencial e as vantagens de utilizar o aço como elemento estrutural, o qual era visto como um material de resistência relativamente alta e com baixo peso próprio (MAKOWSKI, 1984).

Estruturas imponentes, com geometrias e formatos desafiadores sempre fascinaram engenheiros e arquitetos. Várias concepções estruturais têm sido utilizadas para cobrir grandes vãos, como por exemplo, as cúpulas e arcos, sendo estes uma solução simples e econômica para tal, aliando a sua beleza e estética aos grandes vãos que podem ser vencidos. Estas estruturas são desafiadoras em termos de análise estrutural, projeto e construção e também são tidas como os símbolos das nossas civilizações.

O desenvolvimento de cúpulas sempre esteve associado ao desenvolvimento dos materiais disponíveis para construção, embora a pedra fosse o único material estrutural disponível na antiguidade, como já mencionado. Tanto é que grandes avanços no projeto destas cúpulas se iniciaram somente com o desenvolvimento da indústria do aço, a partir do século XX, permitindo aos profissionais projetar grandes estruturas.

As estruturas em forma de cúpula estão entre os tipos preferidos de estruturas para cobrir grandes áreas desobstruídas (SARAÇ, 2005). Elas têm sido de especial interesse pelo fato de serem capazes de cobrir uma área bastante grande com uma superfície mínima (ÇARBAS, SAKA, 2012; SAKA, 2007a; SARAÇ, 2005). Esta característica proporciona economia em termos de consumo de materiais de construção e, desta forma, a união destes conceitos torna possível a obtenção de estruturas cada vez mais eficientes e com menor custo.

As cúpulas utilizadas para cobrir grandes vãos, da ordem de 150 metros, têm tipicamente um peso próprio bastante pequeno, da ordem de 15-20 kgf/m² (SAKA, 2007a).

Bradshaw et al (2002) mencionam que estruturas espaciais semiesféricas tipo *single layer*, ou camada única numa tradução livre, podem ser entendidas como um tipo especial de cúpula, a qual comumente é conhecida por domo.

Basicamente, um domo é um sistema estrutural espacial que consiste de uma ou mais camadas de superfícies treliçadas e arqueadas com formato próximo ao de uma esfera ou parabolóide (SARAÇ, 2005). Porém, antes de caracterizar com mais detalhes os tipos de domos, faz-se necessário definir o conceito de estrutura espacial, uma vez que os domos estudados na presente dissertação serão considerados como tal.

O termo estrutura espacial refere-se a um sistema estrutural que envolve três dimensões (SARAÇ, 2005). Na prática, este termo é simplesmente utilizado para se referir a um conjunto de famílias de estruturas que incluem domos, torres, treliças, sistemas de membranas, estruturas *tensegrity*, entre outras. As estruturas espaciais abrangem uma variada gama de formas construtivas e são concebidas a partir da utilização de diferentes materiais, tais como aço, alumínio, madeira, concreto ou uma combinação destes. Especialmente o alumínio tem sido bastante utilizado devido ao seu baixo peso próprio, elevada resistência à corrosão e facilidade de fabricação.

Na literatura atual, as estruturas espaciais podem ser divididas em três categorias principais (SARAÇ, 2005), a saber:

- a) Estruturas espaciais reticuladas, as quais são constituídas por elementos discretos, normalmente alongados;
- b) Estruturas espaciais contínuas, as quais são constituídas por elementos contínuos, tais como, placas, cascas, membranas;
- c) Estruturas espaciais compostas, que consistem em uma combinação das duas anteriormente citadas.

Na presente dissertação, o termo "estrutura espacial" será utilizado para fazer referência apenas às estruturas espaciais reticuladas, dentre as quais se incluem os domos geodésicos.

Algumas das principais vantagens das estruturas espaciais são:

- a) Podem, muitas vezes, ser consideradas como estruturas hiperestáticas, nas quais a flambagem de alguns membros necessariamente não produz o colapso global do sistema, conforme estudos de modelos matemáticos e experimentos já realizados;
- b) Sua forma construtiva permite a pré-fabricação de módulos que podem ser transportados com certa facilidade. Adicionalmente, a precisão na fabricação garante agilidade na montagem;
- c) Permitem a utilização de seus próprios elementos para instalação de infraestrutura, tais como, sistemas de distribuição de água, energia, ar condicionado, etc.;
- d) São estruturas tridimensionais que podem suportar cargas provenientes de qualquer direção;
- e) A montagem pode ser realizada com a utilização de parafusos, o que evita trabalhos adicionais de soldagem em obra;
- f) São estruturas com grande apelo estético.

Os domos são estruturas de grande interesse em função das qualidades acima relacionadas. Eles são também uma solução excepcional para a cobertura de estádios esportivos, centros de exposições, piscinas e edifícios industriais em que grandes áreas necessitam estar desobstruídas para acomodação de equipamentos. Ainda na indústria, mais recentemente este tipo de estrutura tem sido utilizada para

cobrir tanques atmosféricos, dado o seu baixo peso e facilidade de montagem e manutenção (DOXEY, TRINIDAD, 2006).

Nos últimos 25 anos, em grande parte dos domos construídos, o aço e o alumínio têm substituído o concreto armado. Com estes dois materiais, domos com mais de 200 metros de vão livre já foram construídos (SARAÇ, 2005).

Estruturas em forma de domo têm sido amplamente utilizadas em todo o mundo durante as últimas três décadas. Alguns exemplos são mostrados nas Figuras 1 a 5.

Figura 1 – Domo de Nagoya, Japão



Fonte: Saraç, 2005.

O domo de Nagoya (Figura 1) é um exemplo de domo geodésico e foi construído em 1997 para cobrir o estádio de *baseball* do time *Chunichi Dragons*, com capacidade para 40500 pessoas. O domo possui 66,90 metros de altura e 187,20 metros de diâmetro.

Figura 2 – Astrodome, Houston/Estados Unidos



Fonte: Saraç, 2005.

O Astrodome (Figura 2) foi inaugurado em 1965 como sendo o primeiro estádio multi-funcional do mundo em forma de domo, com capacidade inicial para 42217 pessoas. O domo possui 220 metros de diâmetro e 63 metros de altura.

O estádio foi utilizado até 1999 como a segunda sede do time do *Houston Astros*, da *Major League Baseball*, e também como a sede do *Houston Oilers*, da *National Football League*, de 1968 até 1997. Adicionalmente, o estádio também foi utilizado para shows e rodeios de 1966 até 2002. Atualmente, o Astrodome é parte do *NRG Park*.

Figura 3 – Cinesphere (Ontario Place), Toronto/Canadá



Fonte: Saraç, 2005.

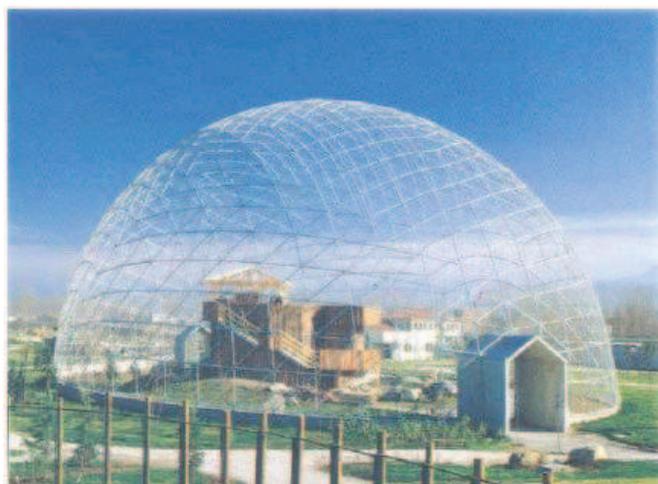
Em Toronto, foi construído um domo geodésico conhecido como *Cinesphere* (Figura 3) localizado no *Ontario Place*, um espaço para eventos e marina. O domo abriga um teatro, o qual foi inaugurado em 1971, e possui 24 metros de diâmetro por 18 metros de altura.

Figura 4 – Bird Cage, Gaziantep/Turquia



Fonte: Saraç, 2005.

Figura 5 – Water Fowl Cage, Bursa/Turquia



Fonte: Saraç, 2005.

Na Turquia, é possível encontrar algumas estruturas em forma de domos também, como é o caso do *Bird Cage* e do *Water Fowl Cage* (Figuras 4 e 5) que possuem diâmetros inferiores a 50 metros (SARAÇ, 2005).

No Brasil, este tipo de estrutura ainda não é utilizado tão frequentemente como no resto do mundo (DINIZ, 2006). Apesar disso, observam-se algumas obras já realizadas, como mostram as Figuras 6 a 8.

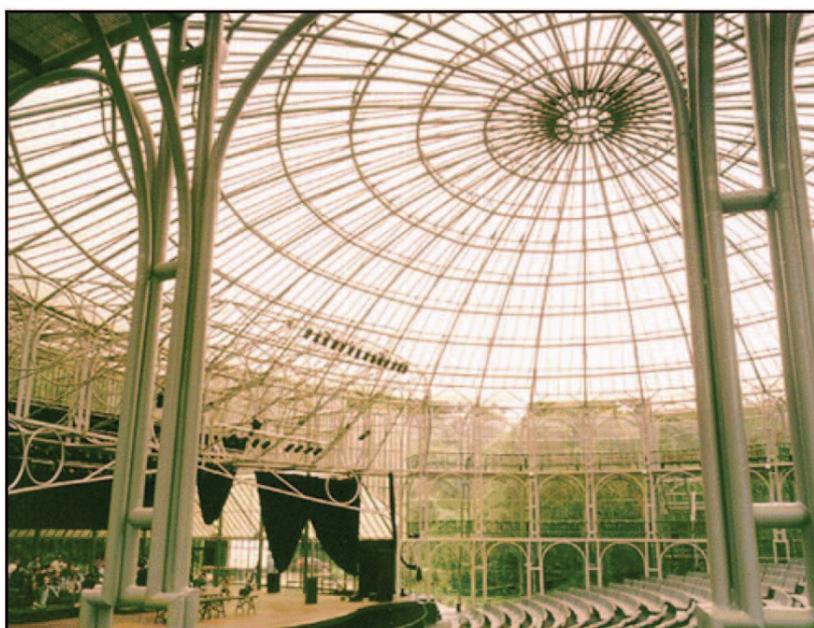
Figura 6 – Cobertura do Shopping Pátio Higienópolis, São Paulo/Brasil



Fonte: Santos, 2005.

A cobertura metálica central do Shopping Pátio Higienópolis (Figura 6), composta por dois domos sobrepostos onde foram utilizados perfis tubulares de seção transversal retangular, possui o domo inferior com 26 metros de diâmetro e o superior com 18 metros de diâmetro. Para estes, foram utilizadas 58 toneladas de aço (SANTOS, 2005).

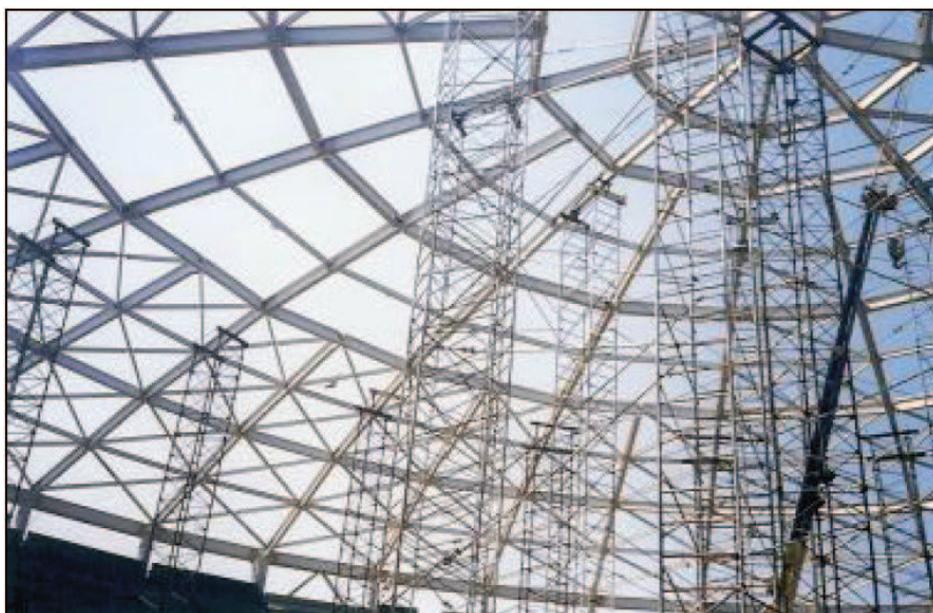
Figura 7 – Ópera de Arame, Paraná/Brasil



Fonte: Santos, 2005.

Outro exemplo é a Ópera de Arame (Figura 7), que apresenta um domo com 34 metros de diâmetro coberto por chapas de policarbonato transparente (SANTOS, 2005).

Figura 8 – Ginásio Poliesportivo de São Carlos, São Paulo/Brasil

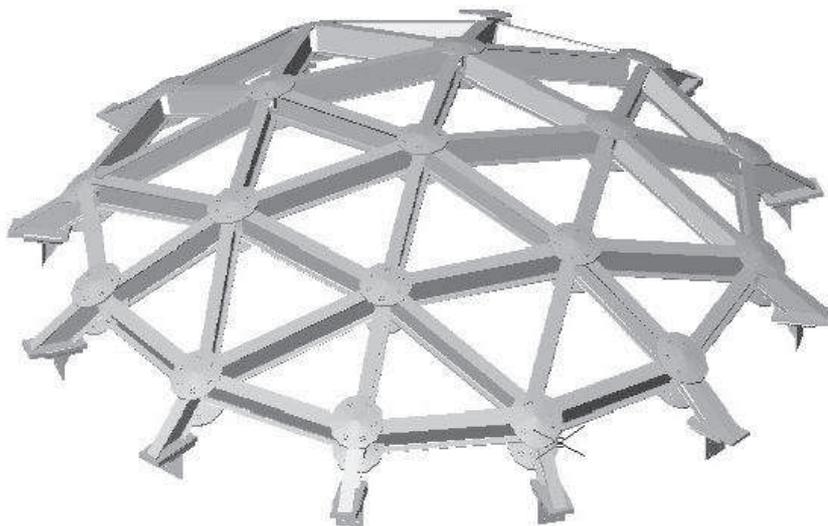


Fonte: Santos, 2005.

Ainda no Brasil, no Ginásio Poliesportivo de São Carlos foi construído um domo com 80,40 metros de diâmetro que utilizou aproximadamente 340 toneladas de aço (SANTOS, 2005).

No que diz respeito à área industrial, observa-se uma crescente demanda por estruturas em forma de domos, principalmente geodésicos, para cobrir tanques atmosféricos (DOXEY, TRINIDAD, 2006), como mostram as Figuras 9 a 11.

Figura 9 – Domo geodésico



Fonte: Doxey e Trinidad, 2006.

Figura 10 – Domo geodésico coberto



Fonte: Doxey e Trinidad, 2006.

Figura 11 – Domo geodésico sobre cobertura de tanque existente



Fonte: Doxey e Trinidad, 2006.

Os domos geodésicos, assim como qualquer tipo de estrutura, apresentam vantagens e desvantagens, as quais serão apresentadas no item 1.1.

1.1 O DOMO GEODÉSICO

Este tipo de domo é constituído por células triangulares e possuem formato próximo ao de uma casca ou parabolóide. Seu uso vai desde simples coberturas, passando por coberturas maiores e mais complexas, como estádios de futebol e grandes arenas, até coberturas para vasos e tanques atmosféricos da indústria química, petroquímica e também papel e celulose (DOXEY, TRINIDAD, 2006).

A palavra geodésica origina-se do termo *geodesia*, que é a ciência geológica que trata do tamanho e da forma da Terra. De forma geral, esta palavra é utilizada para definir uma rede de pontos localizados sobre uma superfície não obrigatoriamente plana. Na prática, define-se linha geodésica como sendo aquela que representa o menor segmento entre dois pontos pertencentes à superfície de uma esfera (DINIZ, 2006).

Bradshaw et al (2002) também definem o termo geodésico como sendo o arco mais curto em uma superfície capaz de unir dois pontos, citando que tal estudo foi primeiramente realizado por Bernoulli, em 1697.

Os domos geodésicos são energeticamente eficientes por diversas razões, dentre elas (DINIZ, 2006):

- a) O decréscimo da área superficial demanda menos materiais de construção;
- b) A exposição ao frio no inverno e ao calor no verão decresce porque sendo esférico há menor área superficial por unidade de volume por estrutura;
- c) O interior côncavo cria um fluxo de ar natural que permite que o ar quente ou frio flua uniformemente através do domo;
- d) Funcionam como um grande ponto refletor, refletindo a temperatura externa e concentrando a temperatura interior, evitando a perda de calor radiante nos climas mais frios.

De acordo com Weingardt (2003), dentre todas as estruturas conhecidas até então, o domo geodésico apresenta a melhor relação entre volume coberto e peso da estrutura. Adicionalmente, seu formato aerodinâmico propicia boa resistência aos esforços devidos ao vento, muitas vezes tidos como o principal carregamento deste tipo de estrutura. E, além disso, da mesma forma que os demais tipos de domos, o geodésico propicia ampla utilização da energia solar.

Segundo Sujatha (2014), pelo fato de um domo geodésico ser constituído a partir de triângulos, seu formato o torna bastante estável e a sua deformação é relativamente pequena quando sujeito aos carregamentos externos. Partindo desta premissa, o autor afirma que os domos geodésicos são bastante resistentes a carregamentos críticos, como por exemplo, terremotos.

Entre outras vantagens dos domos geodésicos é possível também mencionar:

- a) Mínima quantidade de material é requerida para a construção quando comparada com outros tipos de domos;
- b) São estruturas que, uma vez preparado um módulo, permitem a fabricação dos demais por repetição e sua montagem em conjuntos;
- c) Fácil transporte por conta do seu baixo peso.

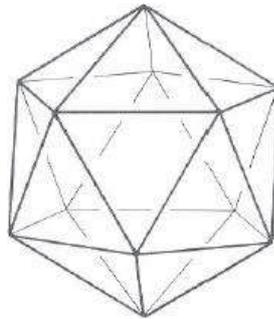
Como desvantagens, Sujatha (2014) destaca:

- a) É relativamente difícil vedar as junções dos domos geodésicos uma vez que são muitas;

- b) O calor proveniente do aquecimento solar pode causar flexão do material do domo por efeito térmico (cargas de temperatura);
- c) Problemas de arquitetura podem ocorrer devidos às imperfeições do material constituinte;
- d) Sob o efeito de fortes ventos, ainda não existem estudos relevantes quanto ao comportamento dos domos geodésicos.

Richard Buckminster Fuller foi o precursor do domo geodésico (DINIZ, 2006). Seu projeto original teve como base o icosaedro (Figura 12), que pertence à família dos sólidos platônicos, ou, em outras palavras, poliedros convexos cujas faces são compostas por polígonos regulares congruentes. Contudo, para contornar a patente original de Fuller, cúpulas geodésicas também vêm sendo construídas a partir de sistemas de simetria do octaedro e do dodecaedro (KUBIK, 2009).

Figura 12 – Icosaedro



Fonte: Y'Mech, 2014.

As faces de um icosaedro projetadas na superfície de uma esfera produzem vinte triângulos equiláteros. Mas para obter uma rede mais regular, cada triângulo equilátero do icosaedro pode ser subdividido, sendo que há duas classes possíveis para o que se define como subdivisão geodésica (Figura 13):

- a) Classe I, na qual as linhas divisórias são paralelas às arestas do triângulo principal;
- b) Classe II, na qual as linhas divisórias são perpendiculares às arestas do triângulo principal.

Figura 13 – Classes de subdivisão geodésica

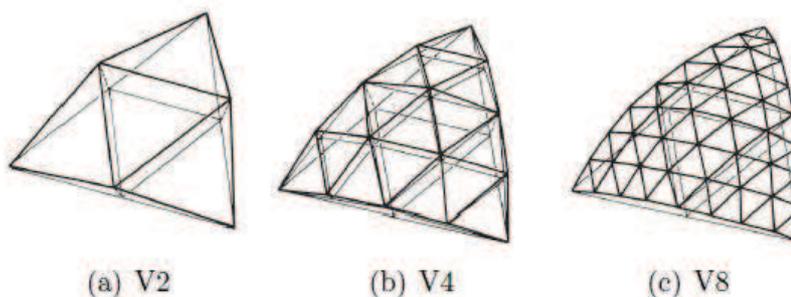


Fonte: Y'Mech, 2014.

Segundo Y'Mech (2014), a subdivisão através da Classe I produz geometrias onde as arestas de um triângulo em um grande círculo remetem a um projeto simples com conexões planas; isto já não pode ser alcançado com uma subdivisão de Classe II. As frequências de subdivisão da Classe I exigem um número menor de comprimentos de barra, o que é vantajoso para a fabricação.

Na Classe II de subdivisão, as diferenças entre os comprimentos individuais de barras são relativamente maiores e isso produz uma distribuição de tensões menos uniforme. Além disso, os domos onde é empregada tal classe de subdivisão só podem ser concebidos com uma frequência maior.

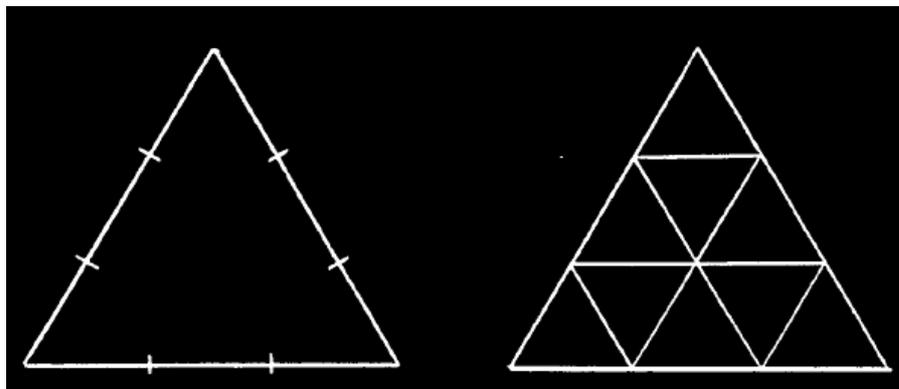
Uma frequência é definida pelo número de partes em que cada segmento de reta do triângulo primário está dividida (Figuras 14 a 16). Na presente dissertação será dada maior ênfase à classe de subdivisão I, uma vez que o modelo a ser estudado pertence à esta classe. Maiores explicações acerca da classe de subdivisão II podem ser encontradas em Kenner (1976) e Ramaswamy et al (2002).

Figura 14 – Exemplos de frequência par para classe de subdivisão I ⁽¹⁾

Fonte: Y'Mech, 2014.

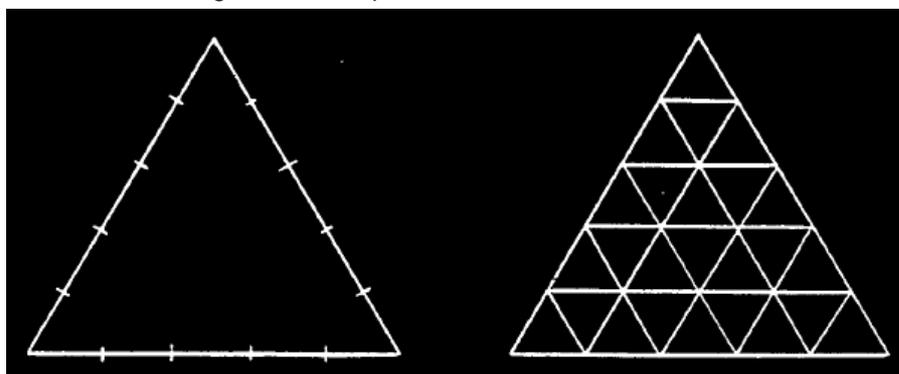
⁽¹⁾ Os prefixos indicados na Figura 14 (V2, V4, V8) representam o número de partes que foram subdivididos cada um dos três segmentos de reta que definem o triângulo primário.

Figura 15 – Frequência 3 – Subdivisão Classe I



Fonte: Shirley, 1984.

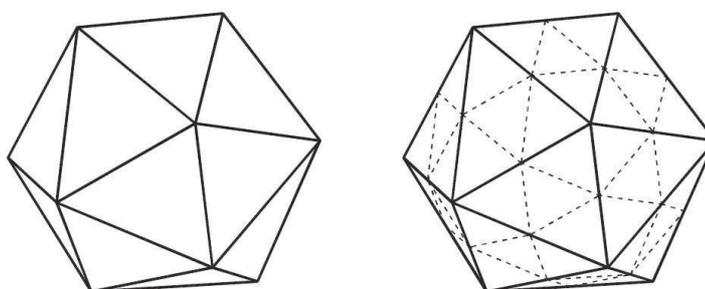
Figura 16 – Frequência 5 – Subdivisão Classe I



Fonte: Shirley, 1984.

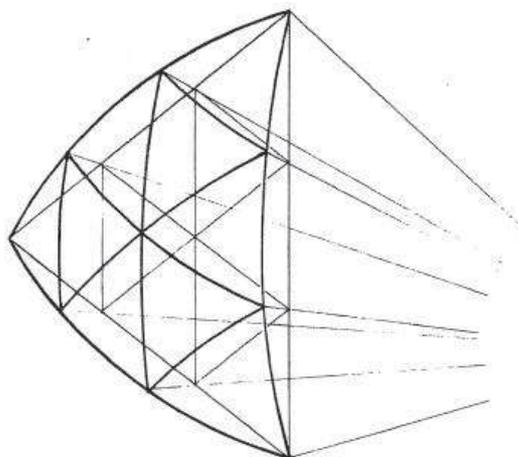
A partir da subdivisão desejada de cada uma das faces do icosaedro, obtém-se o formato do domo geodésico através da projeção destas em uma esfera ou parabolóide (Figuras 17 a 19).

Figura 17 – Icosaedro regular subdividido na frequência 2 (Classe I)



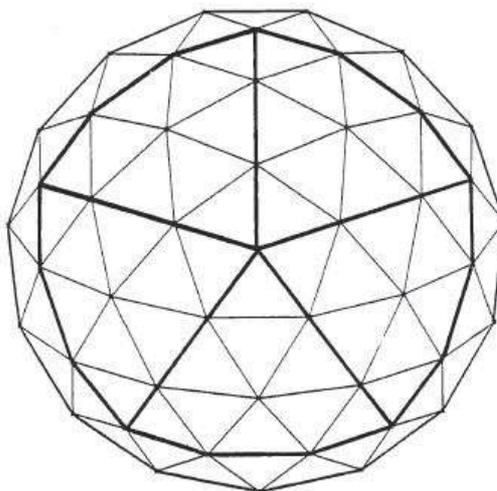
Fonte: Santos, 2005.

Figura 18 – Projeção de uma face frequência 3 do icosaedro em uma esfera



Fonte: Shirley, 1984.

Figura 19 – Projeção das várias faces de um icosaedro em uma esfera



Fonte: Shirley, 1984.

Uma característica estrutural importante de um domo geodésico é que as forças axiais de tração e compressão nos elementos coincidentes são transmitidas através dos nós que unem tais elementos, sendo que estes também devem ser capazes de absorver tais esforços.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo Geral

Como objetivo principal deste trabalho, pretende-se estudar aspectos do comportamento à flambagem de domos geodésicos constituídos por cantoneiras em alumínio de abas iguais formadas a frio e conectadas por apenas uma aba através de ligações parafusadas. Para tanto, o modelo de laboratório construído por Rossot (2014), conforme ilustra a Figura 20, será utilizado como referência a fim de avaliar o seu comportamento global e local quando sujeito a carregamentos gravitacionais.

O estudo pretende levar em consideração as análises linear e não linear geométrica, com o intuito de prever os modos de flambagem da estrutura e compreender aspectos ainda pouco estudados para esta configuração de domo geodésico.

Todas as análises computacionais serão realizadas no software ANSYS®, empregando o método de solução por elementos finitos.

Figura 20 – Modelo de laboratório construído por Rossot (2014)



Fonte: O autor, 2015.

1.2.2 Objetivos Específicos

Como objetivos específicos, pretende-se:

- a) Avaliar os modos de flambagem linear da estrutura, considerando seus apoios tanto rotulados quanto engastados;
- b) Realizar uma análise não linear geométrica para identificar sua importância na determinação do carregamento crítico de flambagem;
- c) Proceder análises numéricas comparativas entre os resultados de dois trabalhos considerados relevantes na revisão bibliográfica e os resultados obtidos através do presente estudo;
- d) Realizar outras análises estáticas e dinâmicas com o objetivo de comparar os seus resultados com aqueles apresentados por Rossot (2014);
- e) Analisar a distribuição de tensões e o modo de flambagem das cantoneiras constituintes do domo geodésico considerando-as individualmente, uma vez que os esforços são transmitidos por tensões de contato e não de maneira uniforme na seção transversal;
- f) Discretizar um dos nós de ligação da estrutura visando compreender a distribuição de tensões e o seu comportamento.

1.3 JUSTIFICATIVA

A julgar pela falta de padrões e treinamento direto para este tipo de estrutura especial na maioria dos currículos de engenharia, bem como tendo em conta a revisão da literatura a ser contextualizada no capítulo subsequente, percebe-se que nas últimas três décadas mais de uma linha de pesquisa estão sendo desenvolvidas para tentar entender o comportamento estrutural dos domos, principalmente geodésicos, onde não foram encontrados muitos estudos.

O aumento na demanda por estruturas geodésicas, principalmente no segmento industrial, sugere que o comportamento destas seja estudado com maior profundidade, considerando algumas questões como os seus modos de flambagem e vibração, bem como a introdução de cargas através das tensões de contato entre parafusos e furos nos elementos da estrutura.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O registro dos primeiros estudos sobre coberturas em forma de domos geodésicos datam da década de 40 (SHIRLEY, 1984; BRADSHAW, 2002). Não há como discorrer sobre estas estruturas sem mencionar a principal referência sobre o assunto e o nome automaticamente associado ao tema: Richard Buckminster Fuller, nascido em 12 de julho de 1895, em Milton, Massachusetts.

2.1 A VIDA E AS OBRAS DE RICHARD BUCKMINSTER FULLER ⁽²⁾

Richard Buckminster Fuller (Figura 21), doravante citado apenas por Fuller, graduou-se na *Milton Academy High School*, frequentou a *Harvard University* e a *U.S. Naval Academy*, além de ter servido a Marinha durante a Primeira Guerra Mundial.

Figura 21 – Richard Buckminster Fuller



Fonte: https://en.wikipedia.org/?title=Buckminster_Fuller.

Em 1946, Fuller aceitou uma posição como professor em uma pequena, mas crescente, faculdade da Carolina do Norte, a *Black Mountain College*. Foi lá que ele aprofundou-se no projeto estrutural revolucionário que o faria famoso internacionalmente e também avançou nos campos de engenharia e arquitetura.

Fuller, em 1949, montou a primeira construção em domo geodésico do mundo. Compreendendo uma série de tetraedros (formas triangulares piramidais), o domo de 14 pés (4,27 metros) de diâmetro foi construído usando tubos de alumínio

⁽²⁾ Esta seção foi integralmente escrita com base no artigo de Weingardt (2003).

de baixo peso, utilizados na aviação, com uma camada de vinil plástico. Isto revolucionou o pensamento industrial sobre a eficiência das estruturas naquela época.

Em 1953, Fuller e seu domo geodésico já patenteado, alcançaram projeção internacional quando o primeiro domo geodésico significativo comercial foi construído. Um domo com 90 pés (27,43 metros) de diâmetro cobriu o pátio do escritório da *Ford Motor Company* em *Dearborn, Michigan*, fazendo a área ser utilizável durante o ano inteiro. A estrutura originalmente projetada para o espaço pesou 160 toneladas e acabou sendo desmontada devido ao seu elevado peso, o qual não seria suportado pelas paredes existentes da construção e fundações. Posteriormente, um domo de Fuller pesando 8,5 toneladas resolveu a situação. Ele foi montado muito rapidamente e foi concluído em tempo para a celebração do aniversário de 50 anos da marca *Ford*. Jornalistas do mundo todo que se reuniram para fazer a cobertura do evento ficaram maravilhados com o domo, e o feito de Fuller espalhou-se rapidamente.

O governo dos Estados Unidos também ajudou a disseminar o trabalho de Fuller. Reconhecendo a praticidade de sua estrutura, fizeram com ele um contrato para construir pequenos domos para as Forças Armadas. A Marinha Americana atribuiu ao domo geodésico como sendo a primeira melhoria básica em abrigo militar móvel em 2.600 anos.

Em poucos anos, os domos de Fuller foram aparecendo em toda parte. Em 1957 um grande domo geodésico para um auditório em Honolulu foi construído tão rapidamente que, 22 horas após suas partes terem sido entregues, o público lotou o local e assistiu confortavelmente um concerto.

Até 2003, mais de 500.000 domos geodésicos de todos os tipos e tamanhos existiam espalhados pelo mundo. Dentre os mais notáveis, pode-se citar o domo de 265 pés (80,77 metros) de diâmetro sobre o *Epcot Center*, na Disneylândia, Flórida; o domo de 360 pés (109,73 metros) de altura sobre o *Shopping Center* na capital de Ankara, Turquia; e um domo de 280 pés (85,34 metros) de altura cobrindo o centro cívico em Estocolmo, na Suécia. O maior domo de alumínio do mundo cobre o museu de aviões *Spruce Goose* em *Long Beach Harbor*, Califórnia.

Rotulado como Leonardo da Vinci e Thomas Edison dos tempos modernos, Fuller foi um dos principais inovadores do século XX e também um dos primeiros futuristas da sociedade naquela época.

Embora fosse melhor conhecido no meio da engenharia como o inventor do domo geodésico, a influência de Fuller era bastante ampla. Muito do seu trabalho lidava com a exploração e a criação da sinergia, o que ele definiu ser o princípio básico de todos os sistemas interativos. Como o desenvolvedor do assunto que ele mesmo chamou de sinergia – a geometria do pensar – Fuller foi o maior responsável por popularizar os termos “sinergia” e “ecologia”.

Fuller criou o que ele mesmo deu o nome de “*comprehensive anticipatory design science*”, ou ciência de concepção antecipatória abrangente, numa tradução livre, que anteciparia e resolveria os problemas da humanidade através de providenciar cada vez mais suporte de vida para qualquer um, com cada vez menos recursos.

Fuller foi o mais antigo proponente das fontes de energia renovável, incluindo o Sol, o vento e as ondas, os quais ele incorporou em muitos dos seus projetos. Como ele mesmo disse, “*There is no energy crises, only a crises of ignorance*”, ou numa tradução livre, “Não há crise de energia, apenas uma crise de ignorância”.

Os domos geodésicos de Fuller são compostos por uma malha de triângulos na qual todos os elementos estruturais contribuem, tendo a forma de uma quase esfera e tornando-se mais robusto à medida que ficam cada vez maiores.

Estes domos sustentam seu peso próprio sem apresentar grandes deformações e têm a maior razão entre área coberta por área superficial externa entre todas as estruturas conhecidas. Quando completas, estas estruturas podem vir a pesar menos do que as suas demais partes constituintes (telhas, revestimentos, etc.).

Contente com o efeito que suas cúpulas geodésicas estavam tendo ao redor do mundo e tendo provado que até mesmo suas ideias mais controversas foram práticas e viáveis, Fuller passou os últimos 15 anos de sua vida viajando e apresentando palestras sobre como melhor utilizar os recursos disponíveis em nosso planeta. Ele apresentou seminários para milhões de pessoas, palestras em 550 universidades e, ao longo do seu trabalho, circulou o mundo mais de 50 vezes. Ele faleceu em 1° de julho de 1987, aos 87 anos.

Fuller foi um homem à frente do seu tempo, visto por alguns como um impraticável sonhador e por outros como um gênio visionário e brilhante engenheiro. O próprio Albert Einstein disse a ele: “*Young man, you amaze me*”, ou “Jovem, você me surpreende”, numa tradução livre.

2.2 ESTUDOS RELACIONADOS AOS DOMOS

Apesar da quantidade significativa de informações disponível sobre estruturas de domos, estudos mais aprofundados quanto ao seu comportamento estrutural foram realizados somente nos últimos 30 anos. E, mesmo assim, boa parte destes não abrange os domos geodésicos, mas sim outros tipos de domos. Evidenciou-se também, através da presente revisão da literatura, que ainda não há um pleno consenso sobre o comportamento deste tipo de estrutura.

Em um dos primeiros e mais completos trabalhos encontrados no meio científico, Shirley (1984) enquadra os domos geodésicos na família de estruturas do tipo cascas reticuladas. Segundo o autor, embora eles sejam mais indicados para cobrir grandes áreas onde suportes intermediários são indesejáveis, estes domos têm uma variedade de aplicações, incluindo, estruturas industriais, abrigos militares móveis, edificações comerciais, estruturas para parques infantis, entre outras. De maneira especial, os domos geodésicos têm sido uma solução arquitetônica e de engenharia bastante utilizada para resolver uma grande variedade de problemas estruturais.

Apesar do número de domos já construídos até os dias de hoje, após mais de sessenta anos da data da sua invenção os domos geodésicos continuam sendo uma novidade. As razões para isso podem estar nos métodos de cálculo e análise destas estruturas, uma vez que os domos geodésicos são matematicamente sistemas derivados e complexos (SHIRLEY, 1984).

Na ausência de um modelo em escala real, análises numéricas computacionais adequadas devem ser feitas para garantir a integridade estrutural dos domos. Segundo Shirley (1984), as mais utilizadas até então envolviam equações de equilíbrio aplicadas às treliças espaciais, a análise clássica tipo casca e a análise tipo casca modificada, utilizando as propriedades dos elementos para calcular uma espessura de casca equivalente ou efetiva. Estes análises eram realizadas através do método de solução por elementos finitos.

Em seu trabalho, Shirley (1984) aplicou cada um dos métodos supracitados na tentativa de fornecer um procedimento de análise para alguma ou todas as seguintes causas de falhas em um domo geodésico de madeira: sobrecarga em membros individuais por esforço axial ou de flexão, flambagem de membros

individuais, flambagem local da casca como um todo e instabilidade da casca como um todo.

Cada uma das abordagens foi escolhida após assumir determinadas características particulares dos domos. Contudo, a aplicação geral de qualquer um destes métodos para domos geodésicos pode ser questionável devido às incertezas inerentes à estrutura e seus detalhes, bem como às condições de fixação e carregamento.

Ambos os métodos de análise, treliças tridimensionais e elementos finitos, são baseados no critério de que elementos individuais que compõem o sistema estrutural estão unidos nas extremidades e que o carregamento é transmitido através dos nós. Os triângulos individuais de cada painel do domo geodésico certamente atendem a este critério, mas há alguns questionamentos sobre o comportamento dos painéis do domo. Adicionalmente, a análise de treliças tridimensionais não apresenta nenhum critério para incluir efeitos de membrana dos painéis do domo, e embora elementos de membrana possam ser incluídos na análise por elementos finitos, ainda há um problema que é saber se os modelos computacionais descrevem com exatidão o detalhamento estrutural do domo.

O modelo de casca, por outro lado, mostra-se particularmente adequado para analisar o efeito de membrana, mas não inclui a contribuição dos membros se comportando como pórtico.

Métodos para analisar uma casca efetiva derivados de propriedades geométricas e materiais dos membros de pórtico têm sido usados com sucesso por muitos projetistas, mas novamente estas abordagens concentram-se somente no comportamento da casca, e o método tem sido aplicado somente em domos onde os nós estão rotulados ou fixos.

Reconhecendo o uso cada vez mais abrangente dos domos na atualidade, é essencial que os métodos de análise sejam confiáveis. Até os dias de hoje, os domos parecem estar sendo analisados por uma escolha randômica de qualquer um dos métodos descritos acima, porém, dependendo das características particulares de cada domo em estudo, alguns métodos são mais ou menos adequados quando comparados entre si.

Analisar um domo geodésico como uma treliça espacial significa assumir que a estrutura distribui os carregamentos axiais através de elementos rotulados em suas extremidades. Portanto, a contribuição da rigidez de cada painel é ignorada.

Para domos com frequência intermediária, com painéis leves e relativamente flexíveis, Shirley (1984) entende ser adequada esta consideração.

Se a contribuição dos elementos de pórtico é ignorada, então a análise clássica de casca pode ser utilizada para analisar o domo geodésico. Se o domo for concebido com uma alta frequência e tiver painéis unidos continuamente ao longo de sua superfície, então esse método de análise pode, talvez, ser escolhido. Contudo, Shirley (1984) afirma ser de conhecimento do meio científico que o comportamento dos domos geodésicos pode variar substancialmente do comportamento de casca, apesar de Zhu et al (2012) terem apresentado um ponto de vista diferente quando estudaram o comportamento de domos reticulados, não necessariamente geodésicos, como será visto adiante.

O método dos elementos finitos (MEF) é, talvez, o mais utilizado dos métodos para análise estrutural avançada nos dias de hoje. O conceito básico deste método envolve a discretização da estrutura em pequenos elementos, matematicamente fazer sua modelagem e então rearranjar a estrutura dentro dos contornos de equilíbrio físico e de continuidade. Considerando que o domo geodésico é composto por membros individuais, ele pode facilmente ser modelado usando sistemas discretos de barras.

Ao final do seu trabalho, Shirley (1984) conclui que um modelo de elementos finitos tipo viga rotulada é recomendado para análise de domos que distribuem carregamento essencialmente através dos seus elementos.

Na mesma época, o *Task Committee on Latticed Structures under Extreme Dynamic Loads* (1984) publicou um artigo salientando que a resistência e o comportamento de estruturas treliçadas de coberturas de grandes vãos têm sido assunto de intensa investigação nos últimos anos. Parte dessa preocupação estava focada principalmente nestas estruturas quando sujeitas aos carregamentos dinâmicos. As frequências naturais de uma estrutura representam características dinâmicas importantes. Por conta da boa rigidez quando comparada à sua massa, as frequências naturais de estruturas reticuladas tendem a ser maiores do que as de estruturas sólidas de formato e dimensões semelhantes, segundo a referência citada.

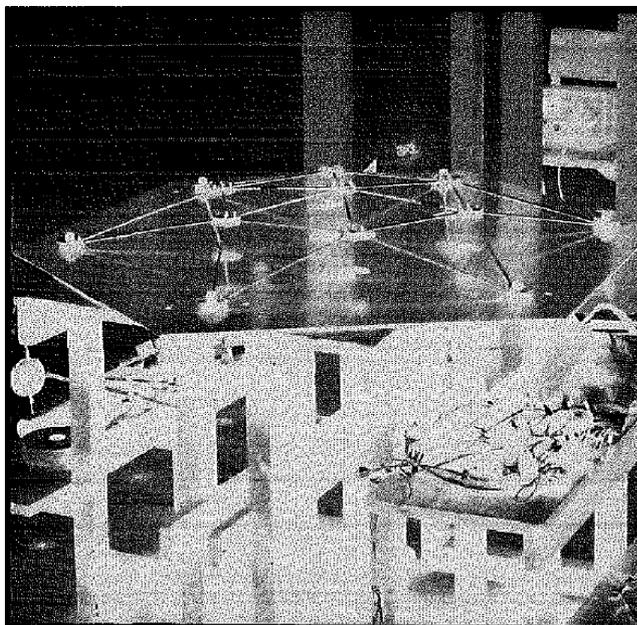
Considerações dinâmicas em estruturas estão geralmente associadas ao vento, sismos ou vibrações de equipamentos. Seus efeitos sobre o comportamento estrutural podem ser refletidos na amplificação de resposta através da interação com

as características dinâmicas naturais da estrutura ou em fadiga devido à repetitividade de carregamento.

Até 1984, o *Task Committee on Latticed Structures under Extreme Dynamic Loads* (1984) concluiu que as características dinâmicas de estruturas treliçadas não foram identificadas como um fator decisivo em falhas estruturais. Fadiga da membrana de cobertura ou conexões induzidas por pequenas vibrações pareciam não ser um problema para estruturas reticuladas mais do que para outros tipos de estruturas para cobrir grandes vãos.

Alguns anos depois, Kani e McConnel (1987) desenvolveram um estudo numérico e experimental do colapso e comportamento pós-colapso de domos reticulados de baixa altura (Figura 22), conhecidos também como domos achatados, onde sua altura equivale a aproximadamente 1/10 do seu diâmetro. A análise numérica foi realizada em um programa de elementos finitos baseado em deslocamentos, não linearidade geométrica e não linearidade de material, considerando a formulação Lagrangeana atualizada.

Figura 22 – Domo reticulado de 24 elementos



Fonte: Kani e McConnel, 1987.

Os domos reticulados de baixa altura estudados também podem ser utilizados para cobrir grandes áreas sem suportes intermediários. Mas quando um conjunto de carregamentos é aplicado, um domo com esta característica não mais manterá sua

forma geométrica inicial. Segundo os autores, o quão representativa é esta mudança de geometria no comportamento do domo depende diretamente da sua geometria inicial, dimensões e propriedades do material utilizado nos elementos, bem como do tipo de carregamento.

A necessidade de cobrir grandes áreas sem suportes intermediários tem feito a resistência à flambagem de domos reticulados de baixo peso um fator determinante em sua concepção e projeto. Estas estruturas são usualmente feitas de aço e a ocorrência de plasticidade pode significar uma redução em sua capacidade de transmitir cargas como prescrito em uma análise elástica não linear. Segundo Kani e McConnel (1987), uma análise realista do colapso destes tipos de estruturas é, portanto, somente possível considerando deflexões limitadas, instabilidade e plasticidade.

Entrando na década de 90, Morris (1991) apresentou um método elasto-plástico não linear para análise de elementos de viga tridimensionais. O método é aplicado para investigar a relação sensibilidade-imperfeição de domos treliçados, não necessariamente geodésicos, construídos com elementos tubulares a partir de uma representação de domos treliçados espaciais.

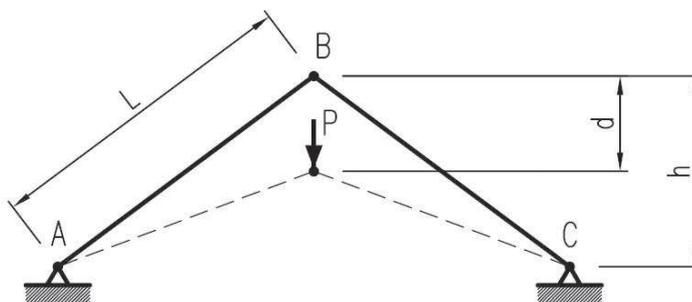
Segundo o autor supracitado, já era de conhecimento dos estudiosos que os carregamentos de flambagem experimentais para cascas esféricas divergiam substancialmente dos valores computados na teoria, especialmente quando análises não lineares eram utilizadas para simular tal carregamento de flambagem. Estas discrepâncias são devidas às pequenas imperfeições introduzidas na fabricação da casca. As estruturas que têm esta característica são chamadas de *imperfection sensitives*, ou numa tradução livre, sensíveis às imperfeições. Os códigos de projeto utilizados para calcular estruturas de cascas esféricas, como o ASME, por exemplo, consideram para este tipo de estrutura a aplicação de um fator de minoração do carregamento de flambagem elástica linear para a casca. Contudo, estes fatores causam uma redução substancial na capacidade da mesma. Se os domos treliçados têm uma sensibilidade à imperfeição similar, análises computacionais não lineares eram entendidas como de pouca utilidade uma vez que a precisão adquirida seria cancelada pelos fatores de minoração estabelecidos nas normas de referência.

Naquela época, Morris (1991) menciona que havia poucos trabalhos publicados em análise experimental de domos reticulados curvados fabricados a partir de elementos discretos. Além disso, os trabalhos que estavam disponíveis não

demonstravam grande diferença entre carregamentos de flambagem experimentais e analíticos que ocorrem em esferas contínuas. Assim, pode ser questionado se os domos treliçados são tão sensíveis às imperfeições quanto os domos contínuos. Se eles não são, os carregamentos de flambagem computados estarão próximos das cargas reais de flambagem, conclui o autor.

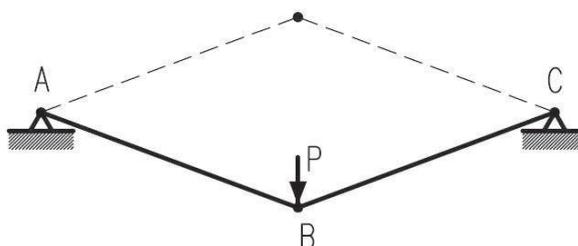
Uma quantidade significativa de pesquisas tem sido feita no sentido de avaliar o comportamento não linear de domos treliçados onde o domo é considerado uma treliça espacial. Essa aproximação permite computar o carregamento de flambagem que causa a instabilidade de um ou mais elementos, mas não leva em conta a rigidez dos nós. Esta instabilidade do elemento ocorre quando a carga crítica de flambagem do mesmo é alcançada, conforme ilustram as Figuras 23 e 24.

Figura 23 – Modelo para carga crítica de flambagem – Antes da flambagem



Fonte: O autor, 2015.

Figura 24 – Modelo para carga crítica de flambagem – Depois da flambagem



Fonte: O autor, 2015.

O modelo apresentado na Figura 23 consiste de um arco simples formado por duas barras rotuladas nos apoios e também na união entre elas. Com o aumento da carga P , as barras AB e BC irão diminuir de comprimento, devido à deformação axial por compressão, e o ponto B irá deslocar-se para baixo o equivalente à distância d até o momento em que as barras não mais permanecerão retas, ou seja, as mesmas

sofrerão uma deflexão lateral, de modo súbito e repentino, fletindo como uma viga e tornando o sistema instável até que uma nova configuração de equilíbrio seja encontrada, como mostra a Figura 24. Ao valor de P que provoca este fenômeno dá-se o nome de carga crítica de flambagem.

Os trabalhos realizados por McConnel e demais coautores (SEE, McCONNEL, 1986; KANI, McCONNEL, 1987) tiveram como objetivo obter um tipo de treliça espacial para análise de domos treliçados que representasse adequadamente o seu comportamento. Kani e McConnel (1987) realizaram uma análise elasto-plástica exata usando uma técnica envolvendo grandes deslocamentos. Eles discretizaram a seção transversal e computaram as propriedades desta seção através de integração numérica das tensões nela atuando. Adicionalmente, uma vez que foi aplicada a matriz de rigidez geométrica, muitos elementos na estrutura tiveram que ser subdivididos em dois elementos para obtenção de melhor convergência dos resultados. Contudo, essa aproximação requer mais esforço computacional, recorrendo a sua utilização somente para pequenos modelos, até mesmo porque para a análise de domos treliçados onde as forças axiais são grandes, o uso da matriz de rigidez geométrica requer que cada membro seja dividido em dois ou três elementos, conforme mencionam os autores, justamente para obter uma melhor convergência.

Ainda sobre os trabalhos em referência no parágrafo acima, a plasticidade foi introduzida de uma maneira aproximada para que grandes domos pudessem ser analisados. Esta análise foi padronizada em pesquisas anteriores feitas com cascas contínuas para tentar determinar se as geometrias de domos treliçados aplicados na prática apresentavam-se de tal modo que a sensibilidade às imperfeições fosse tida como um problema.

Os autores citam a existência de dois métodos para computar a sensibilidade às imperfeições de estruturas tipo domos. Segundo eles, o mais comum tem sido uma variante da análise de Koiter. Esta análise é um método de perturbação onde uma pequena imperfeição, na forma de um modo de flambagem, é adicionada ao carregamento principal. Dois resultados são obtidos a partir da solução das equações de perturbação. O primeiro, a curva carga-deslocamento pode ser computada na vizinhança do carregamento principal. Essa curva pode ser usada para determinar se o caminho do carregamento após o carregamento crítico que é alcançado revela um aumento da capacidade ou uma rápida queda na resistência. O

segundo método, e provavelmente o mais importante, resulta da análise de Koiter e é uma equação relacionando o carregamento crítico e a magnitude da imperfeição. Um gráfico dessa relação demonstra claramente se a estrutura é sensível à imperfeição; em caso positivo, a curva revelará uma rápida queda no carregamento crítico com uma pequena mudança na magnitude da imperfeição. Contudo, este procedimento de Koiter sofre com o fato de ser um método de perturbação, e como tal, somente é válido para pequenas magnitudes de imperfeição.

Por fim, os autores concluem que para os domos encontrados na época, era possível que o comportamento inelástico fosse mais importante do que a sensibilidade às imperfeições. De qualquer maneira, análises não lineares foram necessárias para todos os domos investigados.

Kashani e Croll (1994) apresentaram um trabalho no qual a flambagem elástica de domos esféricos carregados com carga de pressão foi reinterpretada usando um modelo de rigidez reduzida recentemente postulado naquela época. Por meio de estudos numéricos não lineares extensivos sobre os efeitos das imperfeições geométricas, considerando um intervalo de parâmetros geométricos práticos, a análise simplificada mostrou aproximações próximas dos carregamentos limite inferiores e seus modos associados. De acordo com os autores, como tem sido demonstrado para problemas de flambagem relacionados com flambagem de cascas, o método da rigidez reduzida permite efeitos de redução de carga na estrutura e a não linearidade pós-flambagem pode ser reproduzida de forma conservadora. Contudo, o estudo em referência está relacionado apenas aos domos de flanges (barras retangulares) e não geodésicos.

Kashani e Croll (1994) também comentam que um número cada vez maior de técnicas vinha sendo testada para explicar a flambagem de estruturas espaciais tipo domo. A conhecida teoria da casca-membrana equivalente (*equivalent-membrane-shell*) era um dos procedimentos de projeto mais comuns adotados na prática naquela época (YAMADA et al., 1986). Nesse procedimento, a geometria anisotrópica da estrutura espacial é substituída por uma casca contínua que possui propriedades de rigidez semelhantes. Uma vantagem importante deste método reside no fato de que as análises já estão disponíveis para uma grande variedade de tipos de cascas equivalentes. Sua desvantagem é a incerteza na atribuição de rigidez para a casca contínua equivalente; isso é especialmente verdadeiro quando as rigidezes anisotrópicas e não homogêneas da estrutura espacial são substituídas

por uma casca isotrópica e homogênea. Quando combinada com as dificuldades inerentes de prever o carregamento de colapso para cascas contínuas, essa abordagem ainda não pode ser considerada como um método comprovadamente adequado.

Os autores também citam outra técnica que vinha sendo utilizada naquela época: a adoção do método clássico para explicar o comportamento experimental através de uma análise dos efeitos de imperfeições na resposta pós-bifurcação de um modelo de estrutura espacial idealizada (ou perfeita). Embora esse método tenha atingido sucesso considerável para muitas classes de estruturas treliçadas espaciais, os autores são enfáticos ao dizer que o mesmo não se mostrou suficientemente comprovado ou prático para ser diretamente incorporado em procedimentos de projeto. Como uma alternativa, muitos engenheiros faziam uso de análises numéricas em larga escala para capturar o comportamento à flambagem destas estruturas treliçadas particulares. Isso é usualmente realizado através de análises não lineares, nas quais distribuições prescritas de imperfeições são incorporadas à estrutura.

As análises não lineares estão disponíveis para reproduzir a resposta à flambagem global observada nos domos espaciais (YAMADA et al., 1986). Elas possuem a capacidade de incorporar alguns parâmetros na análise, incluindo plasticidade do material e imperfeições iniciais, as quais podem influenciar o carregamento de flambagem global que é experimentado. Na década de 70, os custos proibitivos de processar muitos casos que exigiam completo entendimento do comportamento de algumas estruturas espaciais predeterminadas acabavam por eliminar esta possibilidade. Porém, nos dias de hoje, esta técnica é bastante difundida e utilizada.

O artigo de Kashani e Croll (1994) mostrou, através de uma análise numérica não linear para explicar as características de sensibilidade à imperfeição previstas por uma análise convencional clássica, como o comportamento à flambagem não linear de um domo treliçado de camada única geometricamente perfeito pode ser interpretado dentro da teoria da bifurcação clássica de treliças. Além disso, o artigo mostrou como esta teoria da bifurcação clássica pode ser interpretada usando o método da rigidez reduzida para prover uma técnica de análise simples que fornece estimativas para flambagem seguras para o projeto. A conclusão dos autores é que a flambagem de domos espaciais é dividida em duas classes: flambagem global e

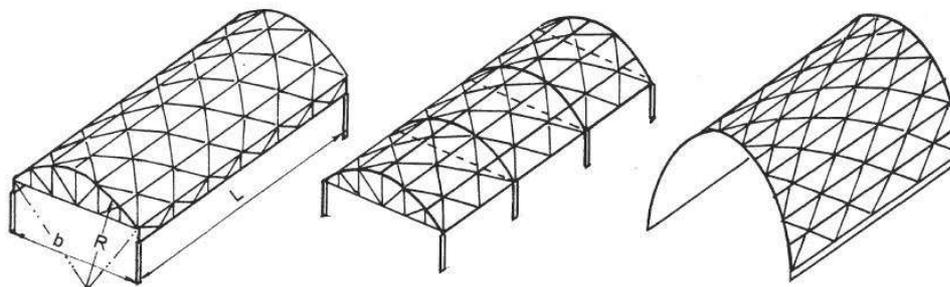
local. Dentre as duas, segundo eles é a flambagem global que tem potencial para ter sensibilidade às imperfeições.

Já no século XXI, Yamada et al (2001) estudaram os efeitos de imperfeições geométricas no comportamento à flambagem não linear de domos reticulados de camada única com nós rígidos submetidos a carregamentos verticais. Um software capaz de realizar análise por elementos finitos foi utilizado para tal. Experimentos numéricos usando diferentes níveis de imperfeição têm demonstrado a complexidade do comportamento à flambagem. Limites inferiores para a sensibilidade à imperfeição de carregamentos de flambagem elástica global resultaram da análise reduzida da rigidez, que é uma simples extensão para a análise de flambagem elástica clássica.

Yamada et al (2001) enfatizam ser bem conhecido o fato de que a flambagem de cascas contínuas e estruturas tridimensionais semelhantes às cascas são muito sensíveis às imperfeições geométricas iniciais, tal qual descreveram também Kashani e Croll (1994), Yamada et al (1986) e Kato et al (1991). De fato, ao longo dos últimos anos, duas abordagens bastante distintas para estes problemas de estruturas sensíveis às deformações têm sido desenvolvidas. Em uma delas, está a abordagem totalmente não linear feita por Yamada e Yamada (1983). Processando um grande número de parâmetros de estudo, a magnitude da imperfeição e suas formas não permitem ao analista se certificar de que alguma pequena mudança em um componente crítico de imperfeição poderia produzir uma diferente forma de comportamento de flambagem. Por outro lado, o método analítico de redução da rigidez, que é uma simples extensão da teoria de flambagem de bifurcação linear clássica, provê uma simples, mas segura, base para o projeto de cascas ou estruturas espaciais sem definir qualquer imperfeição. Yamada e Croll (1989, 1993, 1999) têm procurado combinar e trazer juntas as vantagens destes dois métodos usando um programa de computador desenvolvido por eles.

Em seguida, Bradshaw et al (2002) apresentam um trabalho que define uma *Space Grid Structures* (SGS) como sendo um sistema tridimensional montado a partir de elementos lineares concebidos de maneira que as forças são transferidas de modo tridimensional. O sistema é também chamado vetor-ativo, sendo composto por dois elementos-força cujas forças internas são predominantemente de tração ou compressão. Dentro desta categoria definida pelos autores, enquadram-se também as coberturas em forma de abóbada cilíndrica (Figura 25) e os domos (Figura 26).

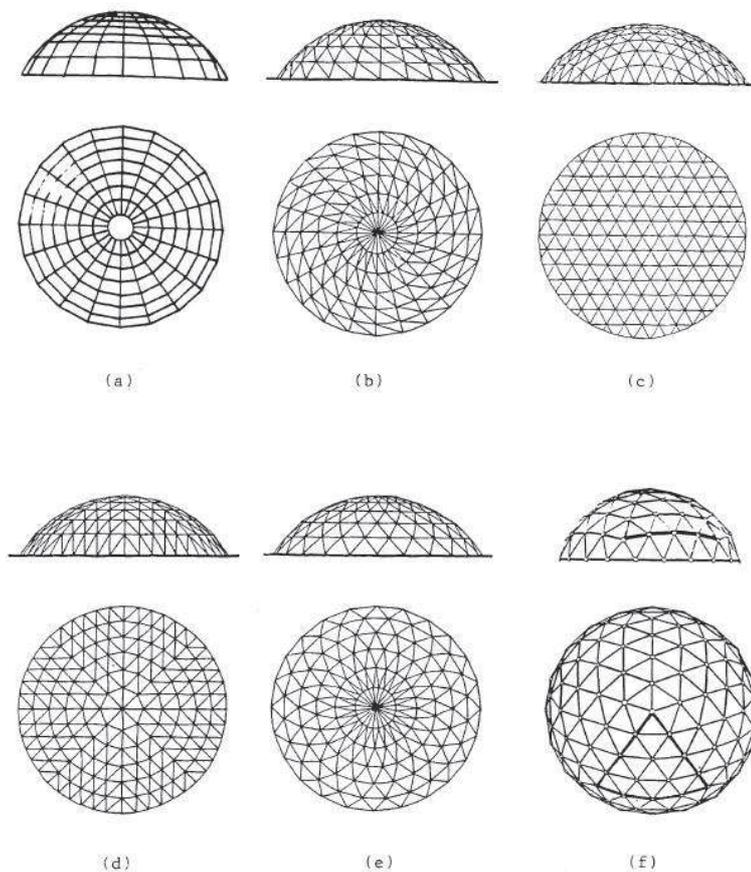
Figura 25 – Exemplos de SGS – Coberturas em forma de abóbada cilíndrica



Fonte: Lan, 1999.

A Figura 25 mostra três arranjos típicos de coberturas em forma de abóbada cilíndrica, sendo que o seu comportamento estrutural depende principalmente do tipo e da localização dos pontos de apoio, os quais podem ser expressos pela relação L/R , onde L é a distância entre os apoios no sentido longitudinal e R é o raio de curvatura da cobertura.

Figura 26 – Exemplos de SGS – Coberturas em forma de domos



Fonte: Lan, 1999.

Na Figura 26 é possível ver os tipos de domos mais comumente conhecidos, os quais podem ser basicamente classificados em seis grandes grupos (LAN, 1999):

1. Domos nervurados (a);
2. Domos Schwedler (b);
3. Domos tipo três vias, numa tradução livre (c);
4. Domos tipo lamela (d, e);
5. Domos geodésicos (f).

A força aplicada numa SGS, tipicamente no nó, é distribuída entre os membros axiais. Quando uma SGS possui “profundidade” ou “espessura”, a elas é dado o nome de *double-layer grids*, ou numa tradução livre, treliças espaciais. No que diz respeito à análise e projeto, as SGS são analisadas comumente através da teoria da elasticidade linear. A capacidade de carregamento de uma SGS é usualmente limitada pelo primeiro membro ou conjunto de membros que venha a falhar (BRADSHAW et al., 2002).

Nos últimos anos, considerando o grande crescimento de estruturas formadas a partir de domos geodésicos, começaram a surgir estudos que visam aperfeiçoar as técnicas de projeto destas estruturas. Começaram a surgir os métodos de otimização evolutivos, os quais têm recebido especial atenção dos pesquisadores e estudiosos da área de otimização. Dentre os principais tipos de métodos de otimização evolutivos, é possível citar os “Algoritmos Genéticos” e o “Recozimento Simulado”, descritos por Saraç (2005).

Em seu trabalho, Saraç (2005) preocupou-se com estes dois métodos na otimização do projeto estrutural de estruturas de domos. As duas técnicas foram investigadas em termos da sua aplicabilidade e praticabilidade, bem como dos problemas de interesse. Em seguida, inúmeros problemas de ensaio simulando condições reais foram estudados comparando o sucesso das técnicas propostas com métodos de otimização contínuos. Os resultados foram discutidos em detalhe a fim de atingir certas recomendações que contribuíssem para uma utilização mais eficiente destas técnicas em projeto estrutural otimizado de estruturas de domos com nós articulados.

Embora estruturas em forma de domos sejam econômicas em termos de consumo de materiais de construção quando comparadas às outras formas de estruturas convencionais, um projeto mais leve ainda pode ser obtido usando

métodos de otimização. A otimização de um projeto de engenharia é uma melhoria de um projeto proposto inicialmente que resulta em melhores propriedades com mínimo custo. Kaveh e Talatahari (2011) classificam esta otimização estrutural em três modalidades:

- a) Otimização do dimensionamento na qual a geometria e tipologia da estrutura permanecem inalteradas, mas as propriedades das seções transversais são otimizadas;
- b) Otimização da geometria que determina a localização ótima dos nós na estrutura em complemento ao tamanho dos elementos;
- c) Otimização da tipologia que envolve encontrar o número de elementos da estrutura e o caminho no qual estes elementos são conectados um ao outro.

Em geral, as técnicas de otimização usadas em problemas estruturais podem ser categorizadas em métodos de pesquisa clássica e heurística. As desvantagens do método de otimização tradicional, como derivadas complexas e elevada quantidade de memória necessária, têm forçado os pesquisadores a empregar abordagens heurísticas para solucionar problemas de otimização (LEE, GEEM, 2004 apud KAVEH, TALATAHARI, 2011). Muitas das considerações heurísticas são inspiradas em fenômenos naturais, os quais podem incluir processos biológicos evolutivos, comportamento animal ou processos físicos.

Mais recentemente, os domos geodésicos começaram a ser empregados na indústria. Doxey e Trinidad (2006) apresentaram um trabalho no qual foi destacada a utilização deste tipo de cobertura em novos tanques e também na reforma de tanques já existentes. Estes domos são normalmente de alumínio, o qual tem baixo peso quando comparado com a sua resistência, excelente resistência à corrosão com baixa manutenção e podem cobrir facilmente tanques de até 60 metros de diâmetro (DOXEY, TRINIDAD, 2006).

Segundo os autores, enquanto mais de 10.000 domos de alumínio foram instalados em tanques de armazenamento de petróleo nos Estados Unidos, apenas uma fração deste número foi instalada em todo o resto do mundo. Embora domos de alumínio estejam sendo usados na indústria petroquímica dos Estados Unidos desde a década de 70, eles somente começaram a ser utilizados no resto do mundo na década de 90. De lá para cá a sua utilização vem evoluindo gradualmente e, nos

dias de hoje, os fabricantes e construtores de tanques reconhecem os inúmeros benefícios do material e estão defendendo o seu uso, tanto é que atualmente os próprios clientes têm solicitado em suas especificações os domos de alumínio (DOXEY, TRINIDAD, 2006).

A principal vantagem dos domos geodésicos de alumínio é, essencialmente, a baixa manutenção. Em mais de 25 anos que os domos de alumínio em tanques vêm sendo utilizados, eles têm mostrado ser o tipo de cobertura mais durável para tanques petroquímicos. Apesar do fato que poucos deles são pintados ou revestidos, os mesmos não têm apresentado situações de corrosão ao longo deste tempo (DOXEY, TRINIDAD, 2006).

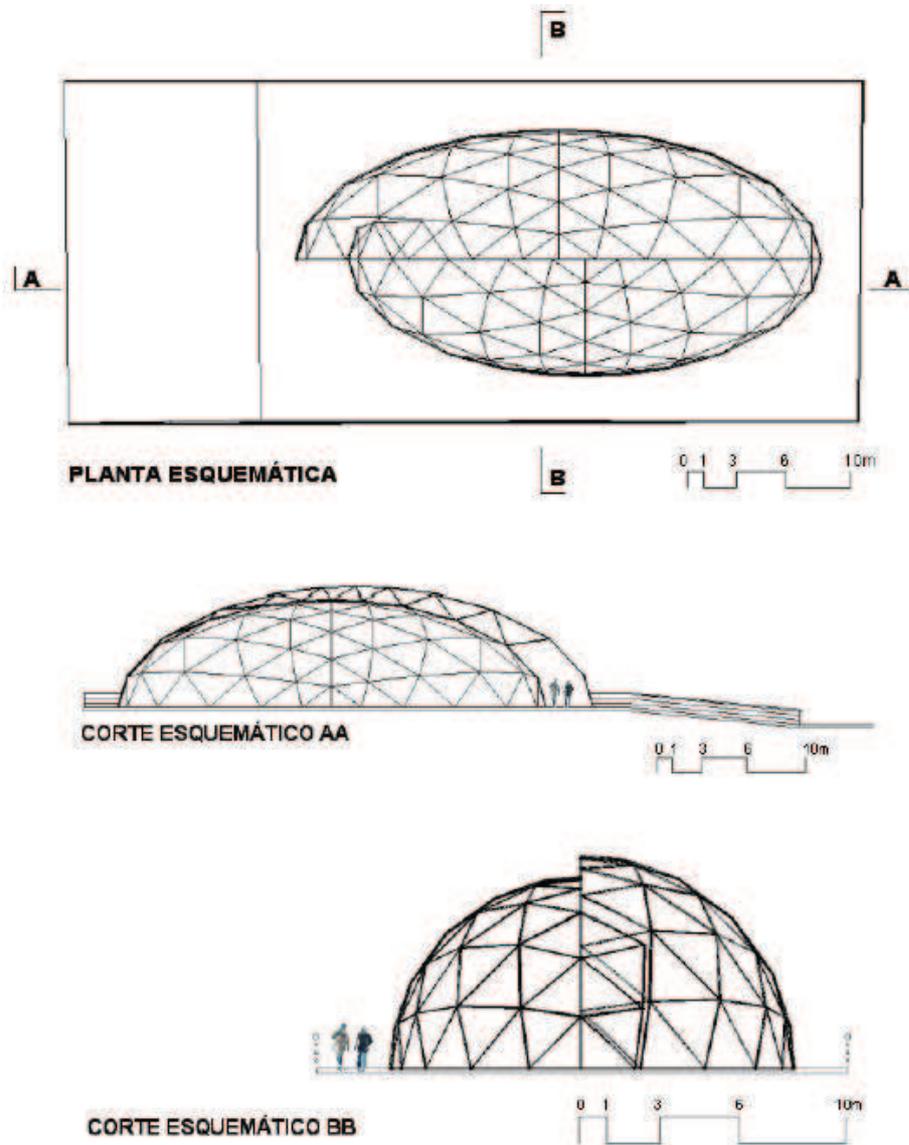
Mais um exemplo neste mesmo ano é o trabalho de Kato et al (2006), que estimaram os carregamentos de flambagem de um domo baixo de camada única tipo paraboloide elíptico quando submetidos a carregamentos verticais. Um comentário interessante feito pelos autores é que para domos geodésicos, até aquela época, ainda não existiam trabalhos conclusivos sobre o assunto referente à sua rigidez à flexão quando comparado com outros tipos de domos de camada única.

Em seguida, o arquiteto brasileiro Diniz (2006) apresenta um estudo retrospectivo sobre as estruturas geodésicas, fazendo uma análise dos fatores geradores deste tipo de estrutura, sejam eles provenientes de exemplos da natureza, da ciência antiga, de obras análogas já construídas ou das possibilidades oferecidas por alguns programas de computadores disponíveis tanto na área da Arquitetura quanto da Engenharia.

Em sua dissertação, Diniz (2006) também propõe, através de um estudo preliminar, um sistema espacial e construtivo que faz uso das estruturas geodésicas com o objetivo de ressaltar o potencial destas construções. A estrutura foi proposta para locais que o autor intitula de Unidades Móveis de Educação Ambiental (UMEA), ou em outras palavras, espaços construídos especificamente para o desenvolvimento e exposição de materiais ligados às áreas ambientais, biológicas, hídricas, artísticas e outras.

Para a criação da estrutura, o autor fez uso do software WinDome® e as análises estruturais foram realizadas no ANSYS®. A geometria desta estrutura é apresentada na Figura 27.

Figura 27 – Planta e cortes esquemáticos das UMEA



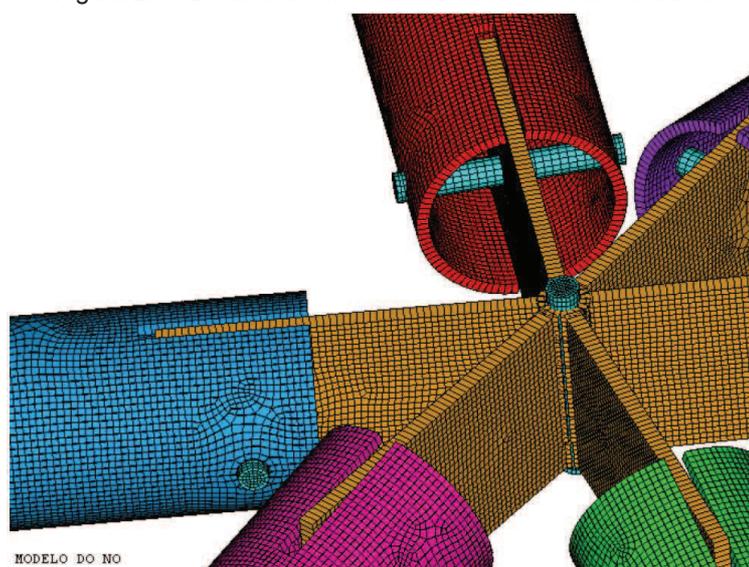
Fonte: Diniz, 2006.

A partir da aplicação das hipóteses de carregamento definidas pelo autor, incluindo o peso próprio dos elementos, cargas permanentes da cobertura e o vento, foram realizadas algumas análises considerando os nós da estrutura rígidos, parcialmente articulados e também totalmente articulados. Contudo, Diniz (2006) apresenta os resultados fornecidos pelo software ANSYS® para cada uma de suas considerações sem aprofundar-se na discussão quanto ao comportamento da estrutura no que diz respeito à rigidez e modos de flambagem.

Adicionalmente, o autor faz uma proposta para a união dos elementos (nós), os quais segundo ele não se enquadravam em nenhum padrão comercial disponível.

Por este motivo, Diniz (2006) faz uma análise discretizada de um dos nós que recebe seis barras, modelando-o a partir de elementos de casca e também elementos sólidos, conforme mostrado na Figura 28.

Figura 28 – Detalhe do nó e da malha em elementos finitos



Fonte: Diniz, 2006.

Porém, novamente Diniz (2006) mostra os resultados obtidos da análise, tais como, deformação, tensões principais (máxima de tração e máxima de compressão) e tensões de Von Mises sem apresentar maiores detalhes quanto aos elementos finitos utilizados na análise, tampouco discussões acerca do comportamento do nó analisado.

No ano seguinte, Saka (2007a) apresenta um estudo com um algoritmo que realiza a geometria ideal de domos geodésicos de camada única. Segundo o autor, a geometria ideal de domos geodésicos apresenta dificuldades devido ao fato de que a altura do domo permanece sendo alterada durante o processo de concepção. Isto, por sua vez, faz com que seja necessário automatizar o cálculo das coordenadas dos nós no domo quando ocorrem variações de altura do mesmo.

Em seu artigo, Saka (2007a) trata a altura do domo como uma variável de projeto, além das propriedades das seções transversais dos membros. Um processo é desenvolvido para calcular as coordenadas comuns automaticamente para uma dada altura do domo. Os requisitos de utilização e resistência são considerados no problema de projeto, conforme especificado na norma britânica BS 5950-2000. Esse

código considera que as estruturas são projetadas considerando os estados limites além dos quais elas se tornarão impróprias para o uso pretendido. A solução ótima do problema de projeto é obtida usando um algoritmo de busca harmônica. Os exemplos de projeto considerados têm mostrado que tal algoritmo obtém a altura e seções transversais ideais para membros com menor número de buscas.

Adicionalmente, Saka (2007a) afirma que a modelagem de domos como estruturas espaciais rigidamente conectadas em seus nós produz uma representação mais realista de seu comportamento. Contudo, o autor não apresenta a fundamentação para tal afirmação. Independente disso, 25 anos depois surge uma ideia antagônica à de Shirley (1984) e a partir daí percebe-se que grande parte dos estudos encontrados sobre os domos geodésicos passam a fazer uso dessa consideração.

Por fim, Saka (2007a) considera que os membros de um domo estão submetidos a momentos fletores, bem como forças axiais. Além disso, dependendo da esbeltez dos membros, os momentos fletores podem afetar a rigidez axial destes. Como resultado, o comportamento do domo treliçado acaba por ser não linear, e é importante que a não linearidade geométrica seja considerada na análise. Outrossim, sugere-se que a verificação da instabilidade também deve ser investigada através de análise não linear, conforme apresentam os artigos de Makowski (1984), Loon (1994) e Jung et al (1994).

Em outro trabalho do autor, Saka (2007b) apresenta uma metodologia para análise não linear otimizada de domos reticulados de camada única utilizando agora outro algoritmo: o algoritmo genético acoplado. Ele menciona que o desenho topológico destas estruturas apresenta dificuldade devido ao fato do elevado número de articulações e membros, bem como reforça o fato da altura do domo permanecer mudando durante o seu processo de concepção. Com isso, o autor mais uma vez enfatiza a necessidade de automatizar a numeração de nós, membros e o cálculo das coordenadas dos nós do domo geodésico. Por outro lado, o número total de nós e membros de um domo geodésico é função do número total de painéis nele existentes. Até aquele ano, o autor afirma não haver nenhum estudo disponível dando enfoque nesta tipologia de projeto de estruturas de domos geodésicos a fim de fornecer o número ideal de painéis e a altura ideal das seções transversais tubulares para os membros do domo, considerando determinado carregamento aplicado.

O algoritmo apresentado por Saka (2007b) realiza o projeto topológico otimizado do domo geodésico de camada única. Tal algoritmo leva em conta a resposta não linear da cúpula devido ao efeito das forças axiais na rigidez à flexão dos membros. Por fim, o artigo mostra um exemplo de criação de um domo geodésico sujeito a um determinado carregamento, considerando que o número ideal de nós, membros e a sua altura podem ser determinados sem a interferência do responsável pela concepção.

Seguindo pela mesma linha, Kameshki e Saka (2007) apresentam outro algoritmo para o projeto da geometria ideal de domos treliçados não lineares: o algoritmo genético. No estudo proposto pelos autores, a altura dos domos é tida como a variável de projeto juntamente com as propriedades da seção transversal dos elementos. Um processo é desenvolvido para calcular as coordenadas comuns automaticamente para uma dada altura do domo. O algoritmo leva em conta a resposta não linear da estrutura devido ao efeito de forças axiais sobre a rigidez à flexão dos membros e também considera os requisitos de utilização, bem como as limitações de resistência combinadas conforme estabelecido pela norma BS 5950-2000. A análise da instabilidade elástica é então realizada para cada membro até o fator de carga máxima ser atingido.

Durante esta análise, o controle da estabilidade global dos domos é verificado. Se a perda de estabilidade ocorre com algum elemento, este é retirado e substituído por um novo elemento gerado aleatoriamente. Este critério de substituição é repetido até que o elemento não mais apresente problemas de estabilidade.

Dois anos depois, Hasançebi et al (2009) apresentam um estudo que trata da análise otimizada de domos geodésicos de aço utilizando técnicas de pesquisa metaheurísticas. Segundo os autores, estas técnicas empregam decisões randomizadas enquanto buscam por soluções para problemas de otimização estrutural e as mesmas desempenham um papel cada vez mais importante na tentativa de resolver problemas de análise estrutural. O artigo em referência examina o mínimo peso de projeto de um domo metálico geodésico rotulado usando sete técnicas de pesquisa metaheurísticas, e todas as análises são feitas levando em conta a norma ASD-AISC (*Allowable Stress Design Code of American Institute of Steel Construction*).

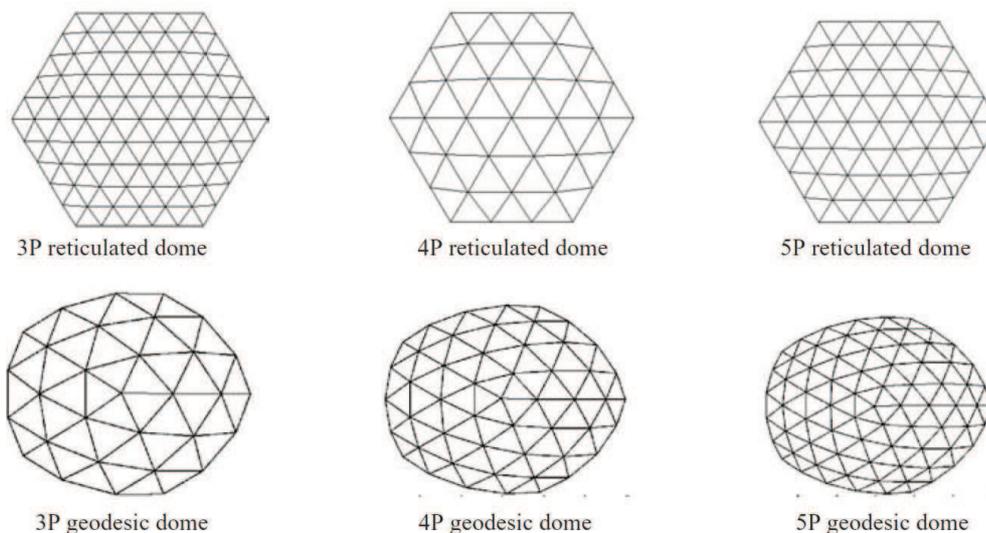
Como evidenciado nos parágrafos precedentes a este, a partir do presente século percebe-se um considerável aumento no desenvolvimento de algoritmos de busca metaheurísticos, bem como métodos de busca aleatória sistemática para a obtenção de soluções para problemas de programação distintos. Este campo da otimização estrutural é uma área relativamente nova passando por rápidas mudanças em métodos e foco. Até recentemente, havia um desequilíbrio entre grande quantidade de literatura sobre o assunto e escassez de aplicações para problemas práticos de dimensionamento. Ainda não há uma escassez de novas publicações, mas existem aplicações interessantes dos métodos de otimizações estruturais na engenharia civil, projeto de máquinas e outros campos da engenharia. Como resultado do crescente ritmo de aplicações, a investigação de métodos de otimização estrutural é cada vez mais impulsionada por problemas da vida real.

Dando continuidade aos trabalhos realizados no século XXI, Zamanzadeh et al (2010) apresenta um estudo do comportamento à flambagem de estruturas espaciais, no qual os autores investigaram alguns domos reticulados e geodésicos de camada única. Os tipos de flambagem com as quais os autores se preocupam são: flambagem global do domo, flambagem local e flambagem global de um elemento distinto. Os carregamentos de flambagem são computados por análise de flambagem linear e não linear usando o método dos elementos finitos. O principal ponto de interesse dos autores foi encontrar relações para estimar a carga de flambagem crítica de domos reticulados e geodésicos do tipo camada única. Usando estas relações, os autores afirmam que as cargas de flambagem de domos podem ser estimadas precisamente sem qualquer necessidade de análise não linear, as quais consomem muito tempo e remetem a complicados cálculos matemáticos, além de maiores esforços computacionais. Mais uma vez, tem-se uma conclusão controversa, neste caso quando comparada ao trabalho realizado por Kani e McConnel (1987).

Não obstante, ainda há dúvida no momento de realizar a análise de flambagem dos domos geodésicos. O fato é que os critérios de projeto aproximados para análise de flambagem estabelecidos pelos diferentes códigos de projeto são genericamente aplicados às estruturas planas, mas incertos para estruturas espaciais. No estudo de Zamanzadeh et al (2010), o critério para flambagem global do domo, flambagem local e flambagem global do elemento é dado de maneira simples, como uma função de um parâmetro da característica geométrica do domo.

Esta conclusão foi obtida através de análises numéricas do comportamento à flambagem a partir de seis modelos de domos, sendo três domos reticulados (*reticulated dome*) e outros três domos geodésicos (*geodesic dome*), conforme Figura 29.

Figura 29 – Geometria dos domos analisados



Fonte: Zamanzadeh et al., 2010.

Nestes estudos, as não linearidades geométricas devido aos grandes deslocamentos foram incluídas e os resultados da análise linear e não linear de flambagem foram comparados através do método dos elementos finitos, bem como a relação de carregamento de flambagem de domos geodésicos e reticulados foi revelada. Para chegar nestes resultados, os autores selecionaram um modelo matemático de estruturas suficientemente capaz de mostrar a ação do modelo real.

Os domos geodésicos e reticulados estudados foram considerados com nós rígidos e os nós de contorno simplesmente apoiados. Para ganhar relações abrangentes para estimar os carregamentos de flambagem de domos geodésicos e reticulados tipo camada única, a consideração de domos com diferentes raios e frequências foi realizada.

No que diz respeito aos métodos de análise e carregamento, Zamanzadeh, et al (2010) utilizaram dois métodos de análise por elementos finitos para determinar o carregamento de flambagem. Um deles é a análise linear de flambagem contendo análise estática linear e análise de flambagem de Euler e o outro é a análise não linear geométrica combinada com a análise de autovalor repetida para diferentes

níveis de carregamento. A análise não linear emprega a análise estática considerando grandes deformações com o objetivo de prever os carregamentos de flambagem. O carregamento aplicado é aumentado gradualmente até um nível de carregamento encontrado pelo qual a estrutura torna-se instável.

Um critério interessante foi apresentado por Zamanzadeh et al (2010) para estabelecer um fator de esbeltez S dos domos. Tal critério é definido por:

$$S = \frac{L}{\sqrt{r \cdot R}} \quad (1)$$

onde L é o comprimento típico do elemento, sendo que este é único para cada domo analisado; R é o raio do domo e r é o raio de giração do elemento, possuindo este último um valor único uma vez que a seção transversal dos elementos é circular. À medida que este fator de esbeltez S aumenta, mais susceptível à flambagem o elemento do domo fica, segundo os autores.

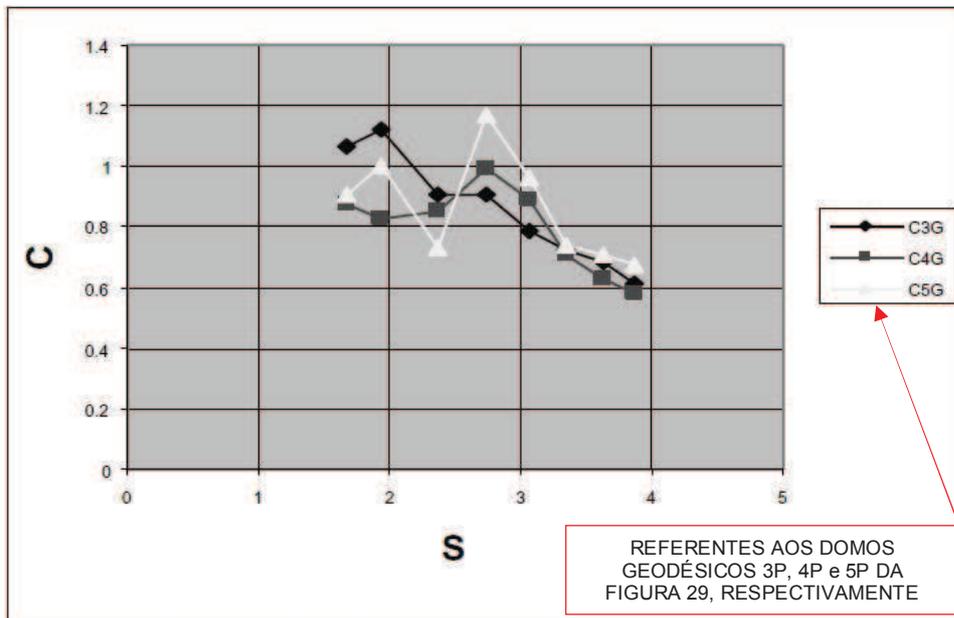
Os autores verificaram que o carregamento de flambagem linear é 1,3 a 1,7 vezes maior do que o carregamento de flambagem não linear para domos com $S < 3,0$. Para domos de $S > 3,0$ a razão entre o carregamento de flambagem linear e não linear é unitária, o que significa dizer que o carregamento de flambagem linear é uma boa estimativa considerando este valor de S , onde a flambagem do elemento é observada.

A partir das fórmulas de flambagem de Lind (1969 apud ZAMANZADEH et al., 2010) os autores definiram a constante crítica do carregamento de flambagem para os domos analisados, C :

$$q = 4 \cdot C \cdot E \cdot \frac{\sqrt{A \cdot I}}{R^2 \cdot L} \quad (2)$$

onde q é a carga uniformemente distribuída sobre o domo, E é o módulo de elasticidade do material, A e I são a área e a inércia do perfil que compõe o domo, respectivamente. Assim, os valores da constante C para os corpos de prova analisados, obtidos por análise não linear, são apresentados nas Figuras 30 e 31, para domos geodésicos e reticulados, respectivamente.

Figura 30 – Constante crítica “C” para domos geodésicas



Fonte: Zamanzadeh et al., 2010.

$$C = 0,947067$$

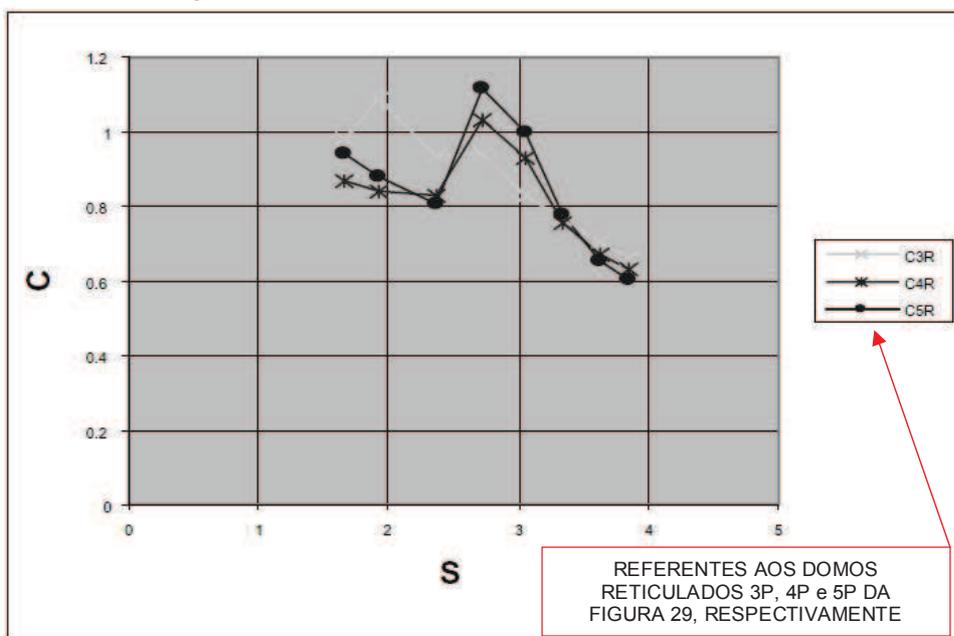
$$S < 3,0$$

$$C = 0,316226 \cdot S^2 - 2,496532 \cdot S + 5,55259$$

$$S \geq 3,0$$

(3)

Figura 31 – Constante crítica “C” para domos reticulados



Fonte: Zamanzadeh et al., 2010.

$$\begin{aligned}
 C &= 0,937058 & S < 3,0 \\
 C &= 0,317413 \cdot S^2 - 2,5551699 \cdot S + 5,76457 & S \geq 3,0
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

Substituindo as Eqs. (3) e (4) na Eq. (2), os autores então apresentam uma nova equação que fornece a estimativa para o carregamento de flambagem elástica dos domos geodésicos e reticulados analisados, sendo:

Para domos geodésicos,

$$\begin{aligned}
 q &= 3,788 \cdot E \cdot \frac{\sqrt{A \cdot I}}{R^2 \cdot L} & S < 3,0 \\
 q &= (1,264904 \cdot S^2 - 9,9861 \cdot S + 22,21036) \cdot E \cdot \frac{\sqrt{A \cdot I}}{R^2 \cdot L} & S \geq 3,0
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

Para domos reticulados,

$$\begin{aligned}
 q &= 3,748 \cdot E \cdot \frac{\sqrt{A \cdot I}}{R^2 \cdot L} & S < 3,0 \\
 q &= (1,269652 \cdot S^2 - 10,2206 \cdot S + 23,05831) \cdot E \cdot \frac{\sqrt{A \cdot I}}{R^2 \cdot L} & S \geq 3,0
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

Por fim, os autores concluem que:

- a) De acordo com as características de flambagem dos domos, os modos de flambagem gerais foram observados para $S < 2,5$. À medida que este fator de esbeltez S aumenta, ocorre uma micro flambagem local (*dimple buckling*) no elemento e, posteriormente, a flambagem deste é atingida.
- b) O carregamento de flambagem é bem estimado pela análise linear tanto para domos geodésicos quanto para domos reticulados quando $S < 3,0$. Os autores salientam que a razão para tal pode ser o fato de que o modo de flambagem obtido pela análise não linear mostra o deslocamento vertical finito dos nós que não apareceram por análise linear. Isso pode concluir que a sensibilidade à flambagem é entendida

de certa forma por análise linear exceto os domos que mostram modo de flambagem no elemento.

Seguindo pela mesma linha do estudo sobre o comportamento à flambagem de domos, Fan et al (2010) estudaram mais de 2000 domos, de sete diferentes tipos, formados por camada única, dentre os quais o geodésico. Este elevado número de domos foi facilmente atingido devido às possibilidades de concepção das barras de seção circular utilizadas, as quais possuem variações em seus diâmetros externos e espessuras (114 a 219 mm e 3 a 7 mm, respectivamente), permitindo, dessa maneira, a geração de uma grande quantidade de seções transversais.

Em seu estudo, os autores fazem uma investigação da estabilidade elasto-plástica destas estruturas, ressaltando a sua complexidade quando comparada à análise elástica, uma vez que a primeira envolve tanto as não linearidades geométricas quanto as de material, bem como analisa a interação entre as duas.

Todas as análises foram feitas via método dos elementos finitos no ANSYS® e para modelar cada barra foram utilizados três elementos de viga BEAM189.

No que diz respeito aos carregamentos, apenas cargas gravitacionais foram consideradas, tais como, cargas permanentes e sobrecargas. Além disso, estas foram introduzidas nos modelos de maneira simétrica e também assimétrica.

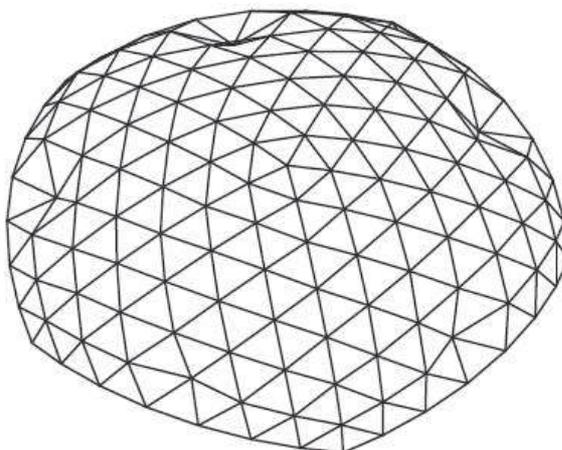
As análises foram feitas a partir da consideração de apoios rotulados e também engastados. No que diz respeito às conexões entre os elementos, as mesmas foram consideradas rígidas. Os autores enfatizam ainda que esta é sempre a condição a ser adotada para a análise de cascas reticuladas formadas por camada única, em virtude do seu comportamento tridimensional.

Como resultados, Fan et al (2010) destacam:

- a) O primeiro modo de flambagem dos domos geodésicos analisados ocorre nas barras mais próximas dos apoios, conforme mostra a Figura 32.
- b) Por conta do comportamento tridimensional dos domos geodésicos, a distribuição assimétrica de carregamentos possui efeito muito pequeno na carga crítica de flambagem quando há consideração de não linearidades físicas e de material, tendo em conta os domos estudados e a hipótese de carregamento apresentada na Figura 33.

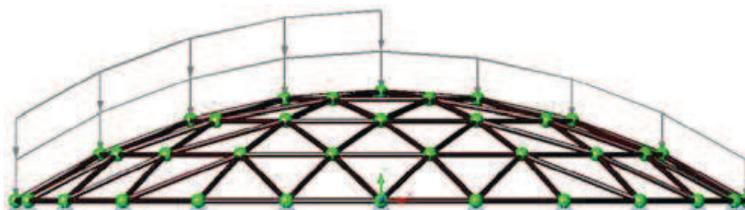
- c) A diferença no comportamento do domo geodésico para apoio engastado e rotulado é pequena, sendo que a diferença na carga crítica de flambagem para estas duas condições é inferior a 5%. Este resultado, segundo os autores, possui virtualmente nenhum efeito no carregamento crítico de flambagem elasto-plástica de um domo geodésico perfeito, sem nenhum tipo de imperfeição inicial. Ainda segundo os autores, isto demonstra a boa rigidez integrada da estrutura, sendo que a condição de apoio pode ser negligenciada para avaliação da estabilidade de domos geodésicos.

Figura 32 – Modo de flambagem do domo geodésico



Fonte: Fan et al., 2010.

Figura 33 – Distribuição assimétrica do carregamento



Fonte: Fan et al., 2010.

A ideia do domo geodésico tem causado algum impacto na arquitetura e na engenharia estrutural, dando origem a muitas estruturas notáveis e marcantes em todo o mundo. Por outro lado, os domos geodésicos têm tido uma grande influência em diferentes ramos da ciência também. Um exemplo disso é o trabalho de Tarnai (2011), que de maneira um pouco mais generalista e sem envolver aspectos de

dimensionamento e comportamento estrutural apresenta em seu artigo as diversas formas estruturais relacionadas aos domos geodésicos presentes na natureza. O autor mostra como os domos geodésicos ajudaram pesquisadores fora da área de engenharia, em várias áreas da ciência, a desenvolver novas ideias. A influência dos domos geodésicos em diferentes campos como biologia, química, física, matemática e até mesmo no projeto de bolas de *golf* é comentada.

Tarnai (2011) vai mais além em seu trabalho e menciona que, embora o trabalho de Fuller nessa área seja inquestionável, existiram pesquisadores que projetaram e construíram domos esféricos triangulares semelhantes aos de Fuller antes dele.

Diretamente relacionado à área de otimização estrutural, Kaveh e Talatahari (2011) apresentaram um artigo no qual procedimentos simples foram desenvolvidos para alcançar a configuração de domos geodésicos. Uma nova definição de problemas de otimização de domos é dada que consiste em encontrar seções ótimas para elementos (otimização de bitola), altura ótima do domo (otimização geométrica) e número ótimo de elementos (otimização da tipologia) sobre considerações de carregamento determinadas. Para isso, um algoritmo metaheurístico desenvolvido recentemente, conhecido como *Charged System Search* (CSS) é utilizado para otimização dos domos geodésicos. O CSS leva em conta a resposta não linear dos domos e, usando este algoritmo, a concepção ótima dos domos geodésicos é estabelecida eficientemente.

Mais um exemplo na área de otimização de domos é o também recente trabalho de Çarbas e Saka (2012), que apresentam um algoritmo para otimização da tipologia de vários domos reticulados não lineares geometricamente, o qual determina o número ótimo de painéis, a altura ótima dos domos e as seções transversais ótimas dos elementos. O algoritmo de projeto desenvolvido tem uma rotina que gera os dados necessários para a geometria destas cúpulas automaticamente. O mínimo peso de cada cúpula é tomado como uma função objetivo e as restrições de projeto são implementadas de acordo com as disposições da norma americana LRFD-AISC (*Low Resistance Factor Design Code of American Institute of Steel Construction*). O algoritmo baseado no método da *harmony search method*, ou busca harmônica melhorada, em uma tradução livre, é sugerido para determinar esta solução ótima. O algoritmo também considera a não linearidade

dessas estruturas e projetos exemplos são apresentados para demonstrar a eficácia e robustez do algoritmo de otimização proposto.

Não há como negar que as estruturas em formato de domos estão ganhando espaço e rapidamente se desenvolvendo, atraindo grande atenção devido às suas notáveis formas e propriedades estruturais, motivo que justifica ainda mais a necessidade de estudar o seu comportamento. Há alguns autores que definem a estabilidade elástica de um domo com grandes vãos como sendo pobre (ABEDI, PARKE, 1996; HAN, LIU, 2002), onde uma ligeira perturbação pode induzir uma grande deformação adicional. Ou seja, entende-se mais uma vez que a análise de flambagem em domos é essencial para investigar a capacidade de flambagem e possíveis formas da estrutura flambada. Considerando, portanto, que este comportamento à flambagem tem um efeito importante no desempenho de uma estrutura tipo domo e que o tempo de processamento computacional para este problema de flambagem aumentará consideravelmente se uma estrutura complexa com quantidade de nós e elementos relativamente grandes for concebida, Chen et al (2012) também apresentam sua parcela de contribuição ao desenvolver um método eficiente para a estabilidade elástica de estrutura em forma de domo tendo propriedades de simetria de elevada ordem.

Baseado na teoria de grupos, a matriz de rigidez elástica e a matriz de rigidez geométrica são expressas em sistemas de coordenadas simetricamente adaptados e decompostas em várias sub-matrizes. Então, o problema associado ao alto-valor de flambagem com as matrizes é decomposto em muitos problemas independentes com pequenas dimensões. Para descrever o procedimento geral para a técnica proposta usando o método da simetria, a análise da estabilidade de vários domos bastante simétricos foi estudada. Os resultados são comparados com os correspondentes resultados obtidos por métodos numéricos convencionais usando o software ABAQUS® para validar a precisão computacional. O artigo dos autores prova que o método proposto é eficiente comparando os esforços computacionais com aqueles por outros métodos.

Outro trabalho encontrado com alguma relevância é o de Zhu et al (2012). Os autores reforçam a ideia de que as cascas reticuladas, dentre as quais se enquadram os domos geodésicos, podem ter três tipos de flambagem: a flambagem global, a flambagem local por *snap-through* e a flambagem do elemento entre nós, dependendo do tipo de consideração de cálculo, de maneira semelhante ao que

outros autores indicam em seus trabalhos (SHIRLEY, 1984; KASHANI, CROLL, 1994; ZAMANZADEH et al., 2010). Contudo, neste trabalho específico de Zhu et al (2012), os estudos consideram apenas a flambagem global de cascas reticuladas de camada única triangular equilátera com os nós perfeitamente rígidos.

Prever corretamente a carga de flambagem tem sido uma preocupação constante de pesquisadores e engenheiros, pois esta carga geralmente é superestimada através da teoria clássica de flambagem. De acordo com esta teoria, em seu livro Timoshenko e Gere (1963) definem o valor crítico de tensão de membrana (*membrane stress*) por:

$$\sigma_{cr} = \frac{E}{\sqrt{3 \cdot (1 - \nu^2)}} \cdot \frac{t}{R} \quad (7)$$

E a carga de flambagem por:

$$q_{cr} = \frac{2 \cdot E}{\sqrt{3 \cdot (1 - \nu^2)}} \cdot \left(\frac{t}{R}\right)^2 \quad (8)$$

onde q_{cr} é a carga de flambagem crítica na forma de pressão radial, σ_{cr} é a tensão crítica de flambagem, R é o raio de curvatura, t é a espessura da casca, E é o módulo de *Young* ou módulo de elasticidade e ν é o coeficiente de *Poisson* do material.

Em cascas reticuladas de camada única, destacam Zhu et al (2012), embora o carregamento seja transmitido ao longo de caminhos distintos, o seu comportamento como um todo é bastante semelhante ao de uma casca esférica contínua fina. Sendo assim, os autores estabelecem uma fórmula para prever a carga de flambagem de cascas reticuladas analogamente às cascas contínuas, dada por:

$$q_{cr} = C \cdot \frac{E}{R^2} \cdot t_m^{\frac{1}{2}} \cdot t_b^{\frac{3}{2}} \quad (9)$$

onde t_m é a espessura da membrana equivalente, t_b é a espessura de flexão equivalente da casca esférica reticulada e C é uma constante. Esta constante, obtida através do método de análise que faz uso da analogia com o meio contínuo, conhecida também como analogia de placas (SOUZA, 1998), foi definida por Wright

(1965 apud ZHU et al., 2012) como sendo igual a 0,377 e por Buchert (1976 apud ZHU et al., 2012) como sendo igual a 0,365.

De acordo com Narayanan (2006 apud ZHU et al., 2012), uma casca reticulada formada por triângulos equiláteros, com todos os elementos de mesma seção transversal e com ligações rígidas entre si, possui uma espessura de membrana equivalente a:

$$t_m = \frac{2A}{\sqrt{3}L} \quad (10)$$

E uma espessura de flexão equivalente a:

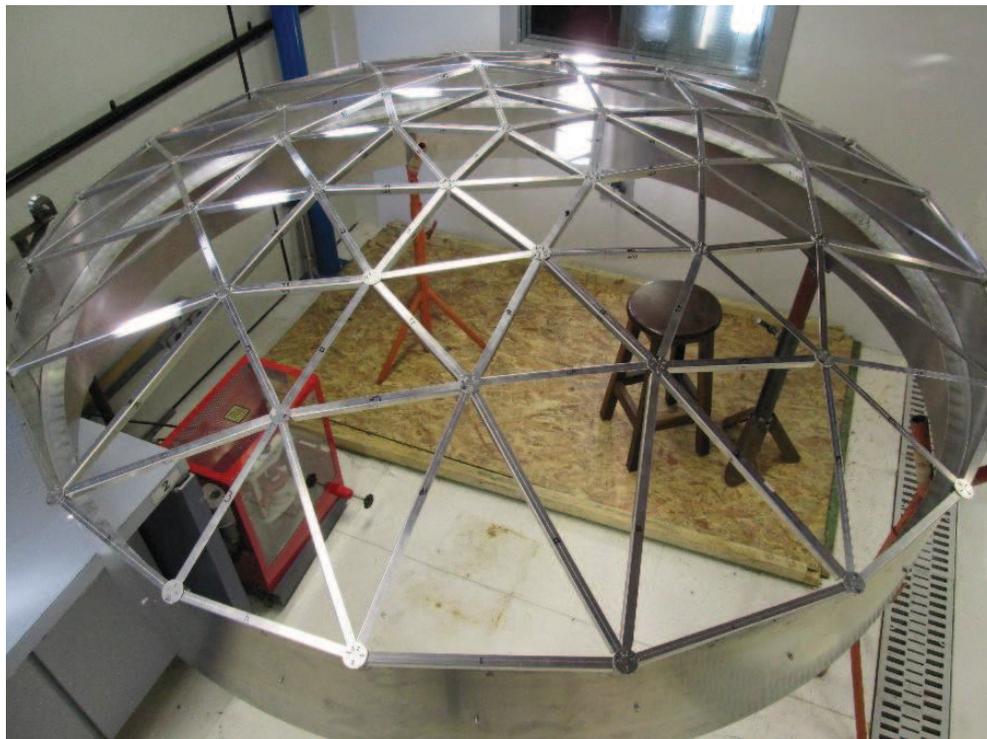
$$t_b = \left(\frac{8\sqrt{3}I}{L} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (11)$$

onde L é o comprimento do elemento, A é área da seção transversal do elemento e I é o momento de inércia da seção transversal. De maneira semelhante ao observado no estudo de Zamanzadeh et al (2010), A e I possuem um único valor, pois os elementos são todos iguais e com seção circular.

Com base nestas considerações, Zhu et al (2012) propõem um estudo cujo objetivo é determinar o carregamento de flambagem de cascas esféricas contínuas e cascas esféricas reticuladas usando o método da analogia do contínuo, empírica e numericamente. Os autores mostraram, a partir de diversos modelos por elementos finitos e simulações usando o ABAQUS®, que o carregamento crítico de flambagem dado pela teoria da flambagem clássica para cascas cilíndricas, esféricas e cascas reticuladas do tipo simples é proporcional a $t^{2,5}$ e não a t^2 , conforme estabelece a Eq. (8). Uma fórmula empírica para prever o carregamento de flambagem foi derivada e uma modelagem em elementos finitos foi realizada para validar esta afirmação.

Finalmente, pode-se destacar o trabalho realizado pelo engenheiro brasileiro Rossot (2014), no qual o autor faz uma descrição sobre domos geodésicos, destacando desde os seus critérios de concepção até o seu comportamento estrutural, e também apresenta os resultados de sua análise numérico-experimental em um modelo de laboratório (protótipo) construído para tal finalidade (Figuras 34 e 35).

Figura 34 – Modelo de laboratório – Vista externa



Fonte: Rossot, 2014.

Figura 35 – Modelo de laboratório – Vista interna



Fonte: Rossot, 2014.

O modelo numérico e o protótipo ilustrado nas Figuras 34 e 35, cujas dimensões serão apresentadas no capítulo 4, foram concebidos a partir do projeto real de um domo geodésico utilizado para cobrir um tanque de armazenamento de gasolina com 24 metros de diâmetro, construído em Araucária/PR (Figura 36). Uma série de adaptações foi feita para viabilizar o estudo, sendo que as principais estão relacionadas com a mudança dos perfis e do conceito das ligações entre estes, conforme mostram as Figuras 37 e 38.

Figura 36 – Domo geodésico construído em Araucária/PR



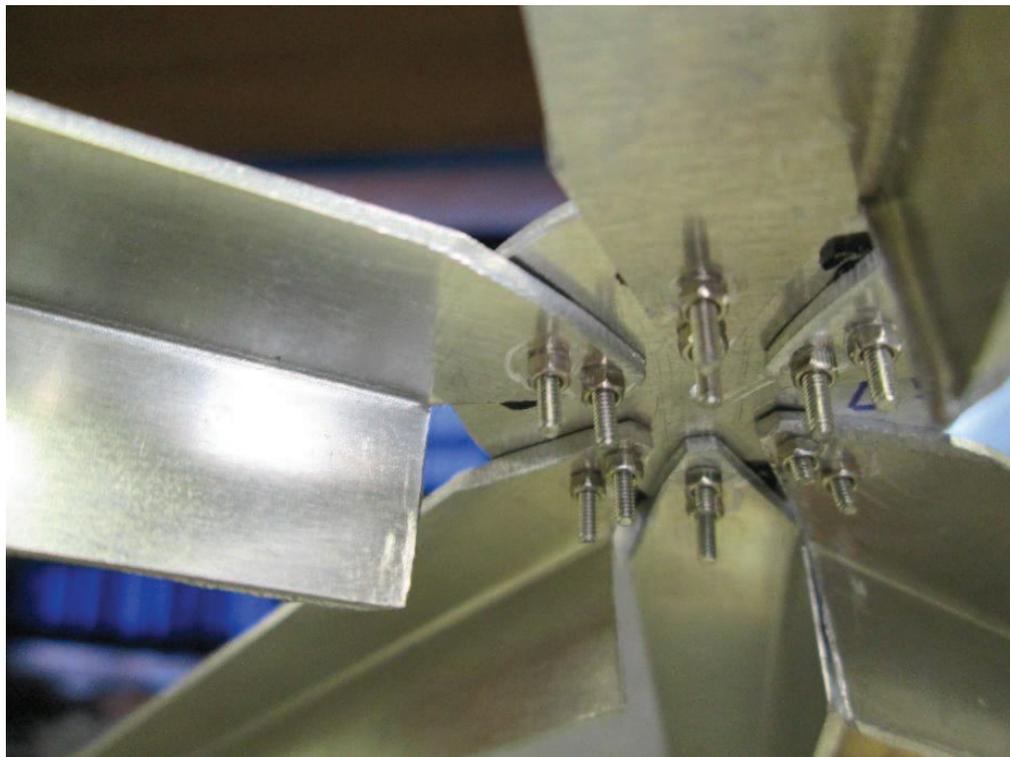
Fonte: Rossot, 2014.

Figura 37 – Nó do projeto original



Fonte: Rossot, 2014.

Figura 38 – Nó do modelo de laboratório



Fonte: Rossot, 2014.

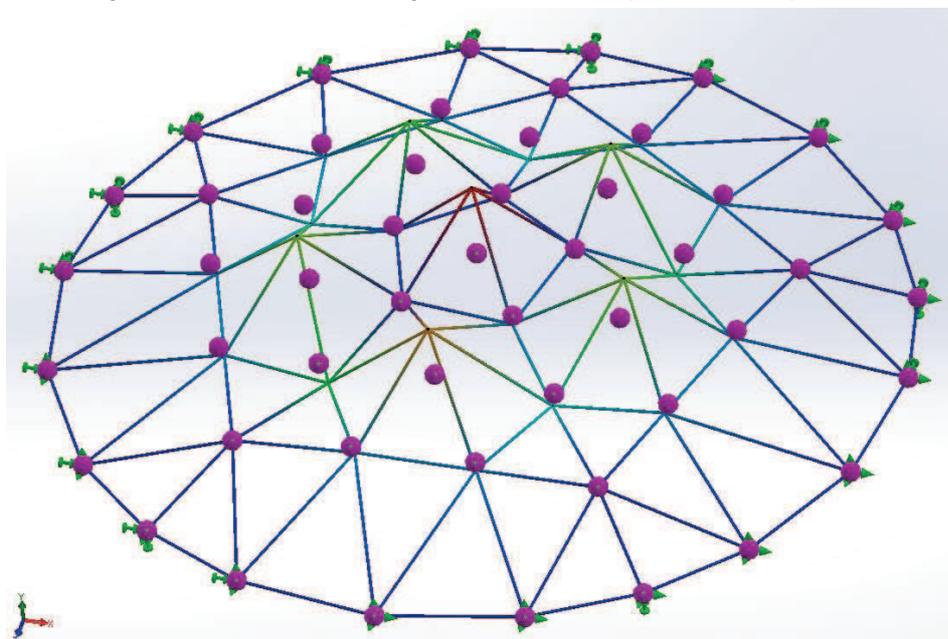
No projeto original (Figura 37), os elementos são perfis em formato de “I” conectados por suas abas em chapas circulares que formam o nó de ligação. Cada aba do perfil está conectada em uma chapa por seis elementos de fixação. No modelo de laboratório (Figura 38), os elementos são perfis em formato de “L” (cantoneiras), conectados por dois elementos de fixação dispostos longitudinalmente em apenas uma das abas e em uma única chapa de nó circular.

Estas adaptações de geometria, segundo Rossot (2014), foram necessárias para viabilizar a construção do protótipo, uma vez que espaço físico utilizado para realização dos ensaios experimentais (Laboratório de Dinâmica da PUC-PR) possuía dimensões limitadas, bem como por questões fabris, como por exemplo, a disponibilidade de ferramentas e equipamentos adequados para fabricação dos elementos (barras e chapas de ligação).

Em seu estudo, Rossot (2014) desenvolveu dois modelos computacionais, com auxílio do SolidWorks® e fazendo uso de elementos de treliça e também do método dos elementos finitos, para reproduzir o protótipo construído, com o intuito

de avaliar os modos de vibração e as respectivas frequências de ressonância da estrutura, conforme mostram as Figuras 39 e 40.

Figura 39 – 1º modo de vibração do modelo computacional simplificado



Fonte: Rossot, 2014.

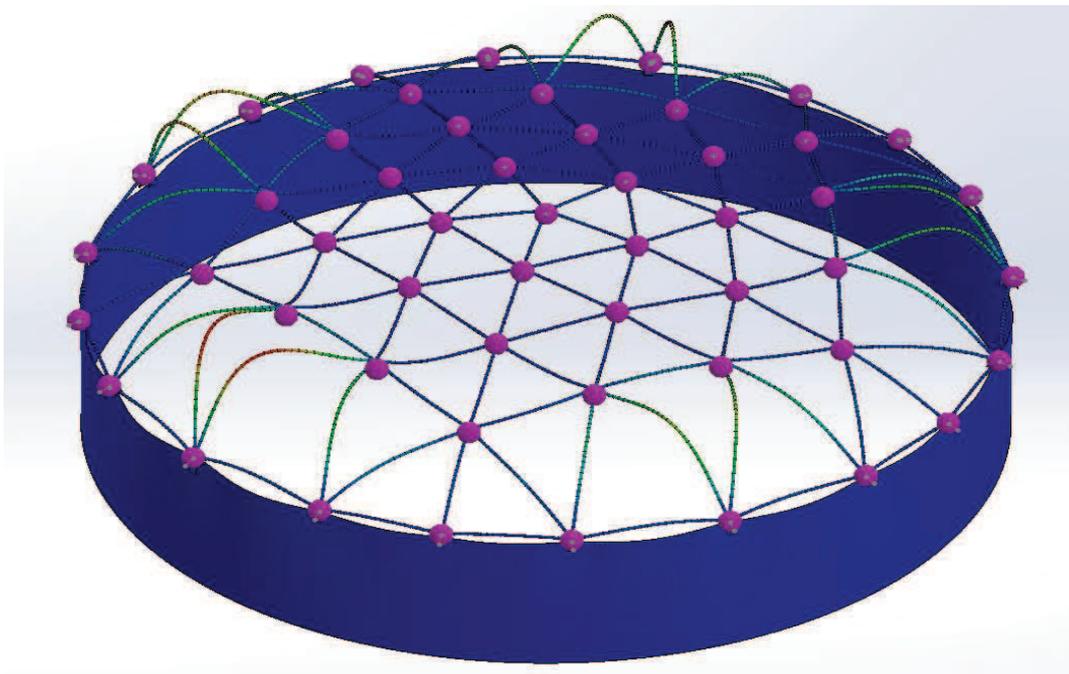
A Figura 39 apresenta o que autor chamou de modelo computacional simplificado (MCS), onde não foi levado em consideração na modelagem o costado do tanque e os elementos de fixação da estrutura do domo neste. Nesta imagem, é apresentado o primeiro modo de vibração, com frequência de ressonância igual a 190,26 Hz. Para este modelo, foram utilizados elementos de treliça na discretização do domo geodésico e foram determinados os primeiros 52 modos de vibração, conforme mostra a Tabela 1.

Tabela 1 – Frequências de ressonância para o MCS

Modo	Frequência (Hertz)	Modo	Frequência (Hertz)
1	190.26	27	217.44
2	192.04	28	219.80
3	192.49	29	222.17
4	195.38	30	222.19
5	196.08	31	332.70
6	196.39	32	835.45
7	200.29	33	895.06
8	200.50	34	895.12
9	200.85	35	1271.00
10	201.20	36	1271.60
11	203.97	37	1429.70
12	204.12	38	1430.20
13	204.52	39	1632.60
14	205.02	40	1633.10
15	205.71	41	1798.10
16	209.80	42	1819.50
17	209.99	43	1819.50
18	210.90	44	1822.10
19	212.97	45	1975.40
20	214.94	46	1976.90
21	214.96	47	2017.00
22	215.82	48	2018.00
23	215.94	49	2076.50
24	216.56	50	2203.10
25	216.62	51	2205.00
26	217.16	52	2323.10

Fonte: Adaptado de Rossot, 2014.

Figura 40 – 1º modo de vibração do modelo computacional completo



Fonte: Rossot, 2014.

A Figura 40 apresenta o que o autor chamou de modelo computacional completo (MCC), onde foram modelados o costado e os elementos de fixação da estrutura. Nesta imagem, é apresentado o primeiro modo de vibração, com frequência de ressonância igual a 118,93 Hz. Para este modelo, o domo geodésico foi discretizado com elementos de viga e o costado do tanque foi discretizado com elementos de casca, contudo não foram apresentados maiores detalhes quanto aos tipos de elementos finitos utilizados.

Com relação aos modos de vibração, foram determinados os primeiros 150, conforme mostra a Tabela 2.

Tabela 2 – Frequências de ressonância para o MCC

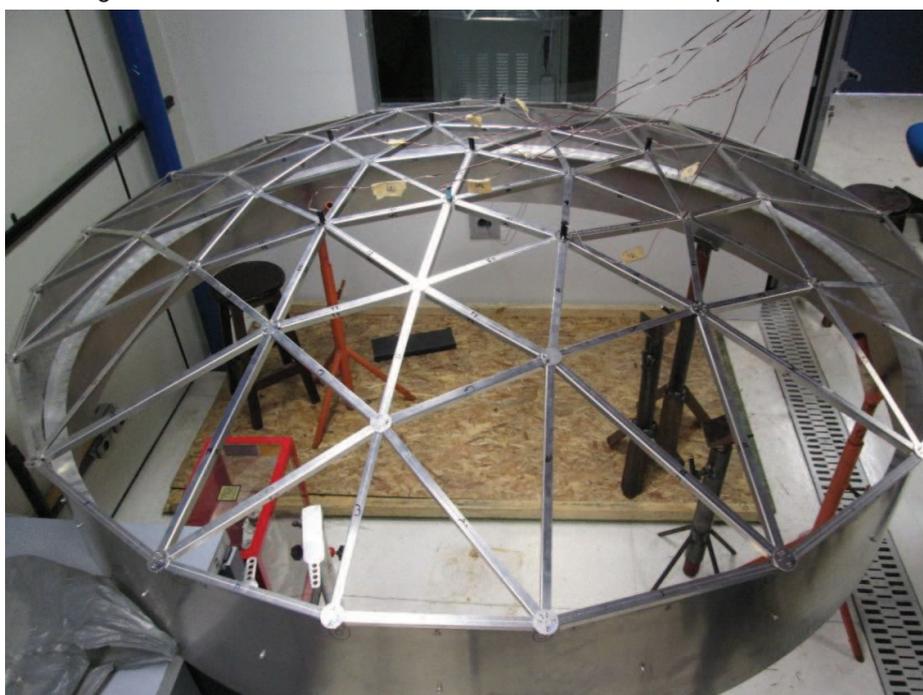
Modo	Frequência (Hertz)						
1	118.93	39	180.81	77	219.39	115	276.45
2	119.23	40	181.12	78	219.44	116	277.69
3	119.33	41	181.76	79	219.55	117	279.54
4	119.57	42	182.00	80	220.33	118	280.32
5	119.66	43	183.08	81	220.58	119	281.63
6	142.29	44	183.36	82	220.90	120	281.90
7	142.34	45	184.61	83	222.19	121	282.56
8	142.86	46	185.30	84	222.23	122	282.65
9	142.95	47	186.48	85	223.29	123	285.34
10	143.31	48	186.92	86	224.60	124	285.53
11	143.52	49	187.39	87	225.44	125	286.41
12	151.26	50	188.61	88	226.38	126	286.78
13	151.46	51	189.45	89	226.66	127	288.72
14	152.65	52	192.11	90	227.02	128	289.91
15	152.79	53	192.12	91	227.54	129	293.19
16	153.12	54	192.87	92	227.56	130	294.90
17	156.09	55	193.21	93	236.24	131	300.82
18	156.17	56	196.12	94	239.62	132	301.14
19	156.27	57	196.18	95	242.83	133	305.53
20	156.35	58	196.96	96	243.14	134	306.31
21	157.51	59	198.17	97	247.28	135	307.14
22	164.27	60	198.27	98	247.84	136	307.22
23	164.33	61	199.42	99	248.03	137	311.83
24	165.30	62	199.99	100	250.59	138	312.00
25	165.44	63	200.16	101	251.30	139	314.60
26	167.11	64	200.34	102	251.48	140	316.68
27	170.23	65	203.41	103	252.75	141	317.58
28	170.28	66	203.72	104	253.02	142	318.05
29	170.41	67	204.80	105	254.14	143	318.67
30	170.57	68	204.87	106	254.23	144	318.94
31	170.64	69	213.06	107	255.73	145	319.88
32	172.02	70	213.09	108	259.59	146	321.17
33	172.12	71	216.65	109	259.84	147	321.35
34	174.32	72	216.76	110	263.22	148	323.56
35	174.55	73	217.29	111	263.25	149	323.61
36	176.48	74	217.31	112	268.44	150	327.09
37	179.45	75	218.87	113	268.63	-	-
38	179.95	76	219.30	114	275.05	-	-

Fonte: Adaptado de Rossot, 2014.

Para os ensaios experimentais, Rossot (2014) posicionou estrategicamente alguns acelerômetros, conforme mostra a Figura 41, e promoveu a excitação da

estrutura em diversos nós de ligação com a utilização de um martelo de impacto para 0-500 libras, modelo 086C03, número de série 10643 e sensibilidade igual a 2,13 mV/N.

Figura 41 – Modelo de laboratório com os acelerômetros posicionados



Fonte: Rossot, 2014.

As características dos acelerômetros empregados nos ensaios são apresentadas na Tabela 3.

Tabela 3 – Modelos dos acelerômetros

Modelo do Acelerômetro	Número de Série	Sensibilidade (mV/g)
333A	2098	84,0
333B	5265	109,9
333B	5266	94,5
333B	5267	109,2
333B	5268	101,1
333B	5269	107,9
333B	5270	111,8
333B	5271	111,5

Fonte: Adaptado de Rossot, 2014.

O primeiro modo de vibração obtido experimentalmente apresentou frequência de ressonância igual a 108,25 Hz, o que equivale a 91,02% do valor obtido no MCC. Esta divergência, segundo Rossot (2014), pode ser atribuída a algumas variáveis, como por exemplo, o aperto dos parafusos, a folga das ligações ou até mesmo alguma eventual não uniformidade do material empregado. De toda forma, o autor destaca a maior rigidez encontrada no modelo computacional completo, o que segundo ele já era esperado.

A partir deste ponto, Rossot (2014) realizou reduções no módulo de elasticidade do material utilizado para fabricação da estrutura, neste caso a liga de alumínio 1060 ($E = 70.000 \text{ MPa}$), com o objetivo de diminuir a divergência entre os valores encontrados para a frequência de ressonância do primeiro modo de vibração dos modelos computacional e experimental. Com uma redução de 15% neste módulo de elasticidade, o valor obtido experimentalmente foi de 110,95 Hz e com uma redução de 20% a frequência de ressonância encontrada foi de 107,93 Hz, ou seja, um valor bastante próximo ao determinado através do MCC.

Além da análise dinâmica, Rossot (2014) também apresenta a determinação da carga crítica de flambagem das barras constituintes do domo geodésico, a partir da aplicação de carregamentos estáticos, mais especificamente três casos de carga que estariam representando a existência de bocais de operação, plataformas e o agitador do tanque.

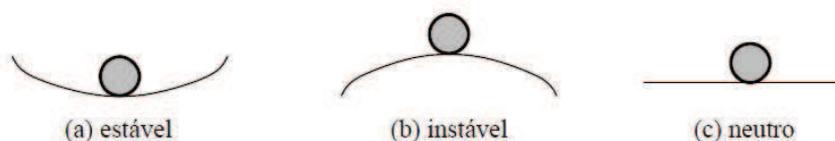
3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O embasamento técnico para a presente dissertação leva em consideração aspectos como a estabilidade estrutural e o fenômeno da flambagem. E, uma vez os estudos tendo sido desenvolvidos com base no método dos elementos finitos, é feita uma breve descrição sobre o assunto e também sobre as particularidades da análise não linear.

3.1 ESTABILIDADE ESTRUTURAL

Pode-se definir estabilidade como a capacidade de uma dada estrutura permanecer em uma posição de equilíbrio após a introdução de um estado de perturbação provocado por qualquer meio externo, como por exemplo, uma força ou a imposição de um deslocamento. Uma vez retirada tal perturbação, caso a estrutura retorne à sua posição inicial é possível dizer que esta apresenta equilíbrio estável. Do contrário, caso a estrutura não retorne à sua posição inicial, ou ainda, encontre uma nova posição de equilíbrio, pode-se afirmar que tal estrutura apresenta equilíbrio instável. Contudo, se a mesma atingir uma nova posição deformada e mantiver o seu equilíbrio e resistência, é possível afirmar que o equilíbrio neutro foi alcançado. A Figura 42, de maneira simplificada, ilustra estes três estados de equilíbrio:

Figura 42 – Configurações de equilíbrio



Fonte: Adaptado de Castro e Silva, 2006.

A posição de equilíbrio neutro pode corresponder a uma posição de transição entre o equilíbrio estável e o instável, uma vez que a posição inicial passaria a ser a posição deformada e a aplicação de qualquer nova perturbação externa implicaria em aceleração na passagem para o equilíbrio instável (CASTRO E SILVA, 2006).

Em uma análise estrutural, o estudo da estabilidade se aplica às situações em que há tensões de compressão. Aos fenômenos que envolvem conceitos de estabilidade pode-se dar o nome de instabilidade estrutural, ou também flambagem

estrutural (REIS, CAMOTIM, 2000), uma vez que a forma original de determinada estrutura é tida como resultado da deformação.

Os problemas de instabilidade podem ser divididos em duas categorias principais, a saber: aqueles relacionados ao fenômeno da bifurcação de equilíbrio e aqueles nos quais a instabilidade ocorre quando o sistema como um todo atinge uma carga limite sem que tal bifurcação tenha ocorrido.

3.2 ESTABILIDADE DE BARRAS

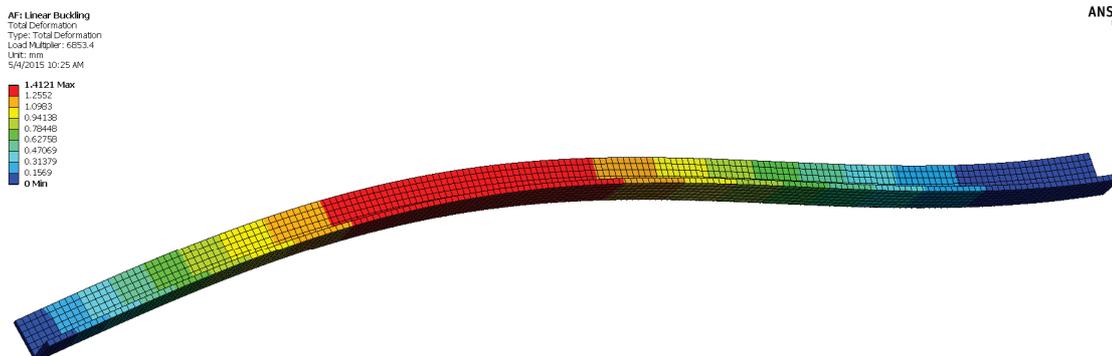
No caso de uma barra axialmente comprimida por uma força gradualmente crescente, dado certo instante ela poderá se romper por esmagamento da seção transversal. No entanto, se esta barra for suficientemente esbelta a instabilidade poderá ocorrer sem que o processo de ruptura por compressão da seção inicie. Este fenômeno é conhecido como flambagem e o mesmo pode ser dividido em flambagem global e local.

Com base nestas definições, ao observar o comportamento de barras axialmente comprimidas, onde as seções transversais são sólidas ou compostas por placas relativamente espessas, o colapso poderá ocorrer por esmagamento da seção ou por instabilidade global, ou seja, um modo de flambagem que corresponde ao movimento de corpo rígido de toda a seção transversal da barra. Nos casos em que as seções transversais são compostas por placas esbeltas, poderá ocorrer também a flambagem local destas, ou em outras palavras, a flambagem de um ou mais elementos da seção transversal sem o movimento desta como um todo.

A situação da flambagem local corresponde à boa parte das barras comprimidas de aço e alumínio, as quais, de modo geral, possuem seções transversais compostas por placas planas, delgadas e unidas entre si ao longo de uma ou duas de suas bordas longitudinais. Dessa forma, quando submetidas à compressão, evidencia-se um estado de equilíbrio instável, seja por instabilidade global da barra (flambagem global), por flambagem local dos elementos planos constituintes de sua seção transversal ou, em uma última hipótese, pela ocorrência destes dois fenômenos conjuntamente.

Na Figura 43 é possível identificar um dos primeiros modos de instabilidade global de uma cantoneira de abas iguais, o qual é caracterizado pela deformação do eixo da barra e apenas deslocamentos de corpo rígido da seção transversal.

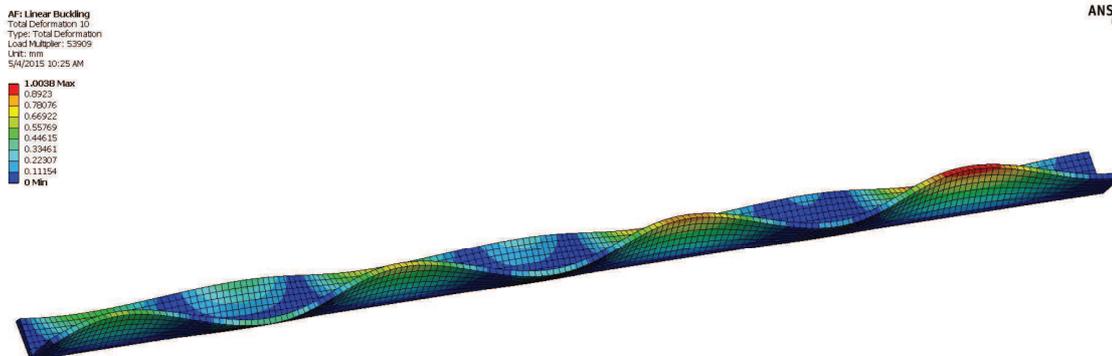
Figura 43 – Exemplo de flambagem global em cantoneira



Fonte: O autor, 2015.

Na Figura 44 é possível identificar um dos vários modos de flambagem local de uma cantoneira de abas iguais, o qual é caracterizado pela distorção da seção transversal enquanto o eixo da barra permanece indeformado.

Figura 44 – Exemplo de flambagem local em cantoneira



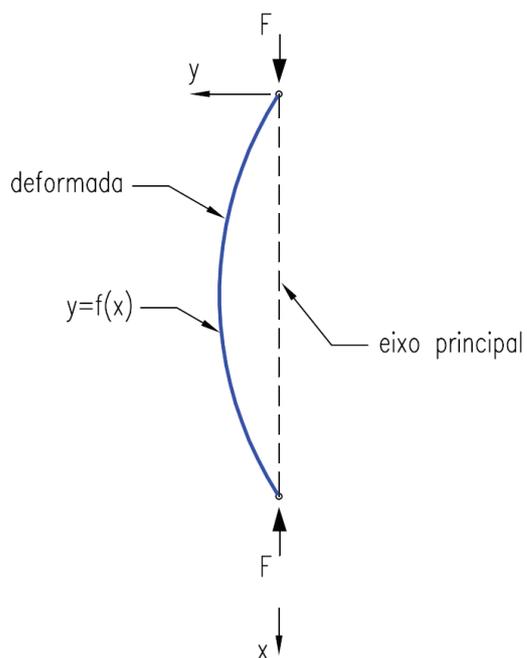
Fonte: O autor, 2015.

3.2.1 Flambagem elástica de barras

Bastante consagrada e utilizada até os dias atuais é a Teoria de Euler, a qual discorre sobre o fenômeno da flambagem. Para uma barra rotulada em ambas as extremidades, de comprimento L , submetida a um par de cargas axiais de

compressão aplicadas nas extremidades, não apresentando inicialmente nenhum tipo de deformação inicial, após a aplicação da carga F a mesma irá se deformar de maneira semelhante a mostrada na Figura 45.

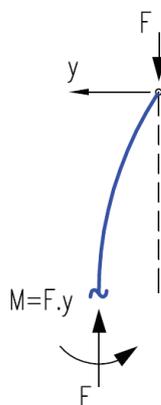
Figura 45 – Barra bi-rotulada com carga de compressão centrada



Fonte: O autor, 2015.

O equilíbrio em qualquer seção transversal da barra representada na Figura 45 pode ser expresso pela equação mostrada na Figura 46.

Figura 46 – Equação de equilíbrio em uma seção transversal genérica



Fonte: O autor, 2015.

Segundo Timoshenko e Gere (1961), o caso da barra rotulada em ambas as extremidades é, talvez, a condição mais assumida na prática. E para tal condição, a carga crítica de flambagem é dada por:

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (12)$$

onde F_{cr} é a carga de flambagem crítica, E é o módulo de *Young*, I é o menor momento de inércia da seção transversal e L é o comprimento da barra considerada.

Para outras condições de vinculação da extremidade da barra e seguindo a mesma analogia apresentada pelos autores em seu livro, tem-se:

a) Barras com uma extremidade engastada e outra livre:

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{4L^2} \quad (13)$$

b) Barras com uma extremidade engastada e outra rotulada:

$$F_{cr} = \frac{\sqrt{2}\pi^2 EI}{L^2} \quad (14)$$

c) Barras com ambas as extremidades engastadas:

$$F_{cr} = \frac{4\pi^2 EI}{L^2} \quad (15)$$

Para cada um das condições apresentadas, assume-se que a barra está livre para flambar em qualquer direção e, portanto, EI representa a menor rigidez à flexão. Se a barra é restringida de tal maneira que a flambagem é possível em somente uma direção principal, então EI irá representar a rigidez à flexão nesta direção.

Nas considerações supracitadas, considera-se que as barras são suficientemente esbeltas, de modo que a tensão de compressão máxima que ocorre durante a flambagem permanece dentro do limite de proporcionalidade do material, e somente nestas condições as Eqs. (12) a (15) serão válidas. Para estabelecer o limite de aplicabilidade destas equações, é considerado o caso fundamental nesta dissertação, ou seja, uma barra bi-rotulada conforme apresenta a Figura 45.

Dividindo a carga crítica de flambagem dada na Eq. (12) pela área da seção transversal da barra e definindo o raio de giração r como:

$$r = \sqrt{\frac{I}{A}} \quad (16)$$

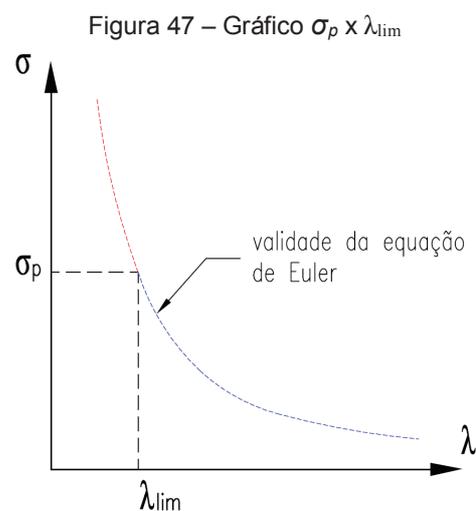
o valor crítico da tensão de compressão será igual a:

$$\sigma_{cr} = \frac{F_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 E}{(L/r)^2} \quad (17)$$

sendo que $(L/r)^2$ é definido com o índice de esbeltez da barra, representado por λ . Portanto, a expressão da tensão crítica de Euler terá a seguinte forma:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad (18)$$

Como se observa, essa tensão depende apenas do módulo de elasticidade E do material e do índice de esbeltez, sendo que quanto maior for este índice menor será a tensão crítica necessária para causar flambagem da barra. Esta expressão é válida enquanto a tensão crítica de flambagem permanecer dentro do limite de proporcionalidade do material, o que equivale à tensão σ_p para o limite de esbeltez λ_{lim} , ambos representados na Figura 47.



Fonte: O autor, 2015.

3.3 DIMENSIONAMENTO DE ELEMENTOS ESTRUTURAIS EM ALUMÍNIO

No campo das estruturas metálicas, o dimensionamento de elementos estruturais em aço apresenta-se muito bem conhecido por parte dos projetistas e pesquisadores, possuindo ampla bibliografia disponível para consulta (BUZINELLI, 2000). Além disso, as Normas Brasileiras que regulamentam o dimensionamento de estruturas de aço formadas por perfis laminados e por perfis formados a frio recentemente foram revisadas (NBR 8800: 2008 e NBR 14762: 2010, respectivamente).

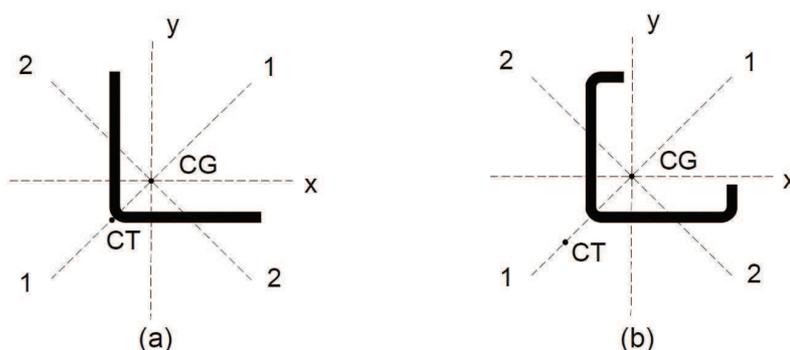
Com relação ao alumínio, a realidade é um pouco diferente; não há Norma Brasileira sobre o dimensionamento destas estruturas e as normas internacionais existentes podem ser consideradas relativamente recentes, como é o caso, por exemplo, do Eurocode 9 que foi publicado pela primeira vez em 1999 (BUZINELLI, 2000). De fato, até os dias atuais a bibliografia voltada ao dimensionamento de elementos estruturais de alumínio também não apresenta grandes contribuições. O que há disponível são normas e referências voltadas ao estudo do material em si, com mais enfoque metalúrgico do que estrutural.

3.3.1 Cantoneiras de alumínio de abas iguais submetidas à compressão

As especificações da *Aluminum Association* (AA) estabelecem que as tensões críticas no caso de barras comprimidas devem ser calculadas em função do escoamento da seção transversal, do modo de falha da barra (flambagem global) e do modo de falha dos elementos que compõem a seção transversal desta barra (flambagem local), de maneira bastante semelhante às verificações necessárias nas estruturas de aço.

As cantoneiras de alumínio de abas iguais constituem seções abertas monossimétricas (Figura 48). Com isso, dois modos de flambagem global podem ocorrer: a flambagem por flexão e a flambagem por flexo-torção.

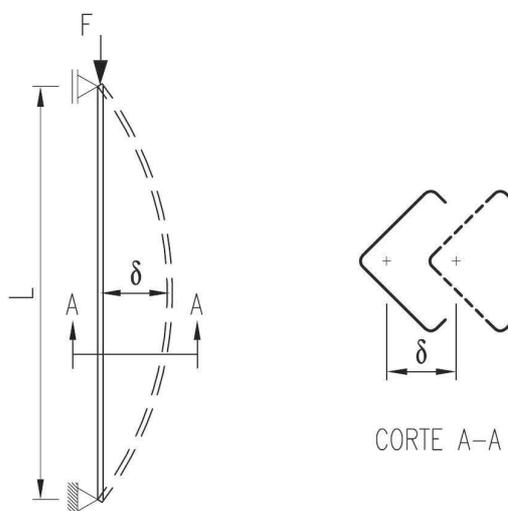
Figura 48 – Seção transversal de a) cantoneira simples e b) cantoneira enrijecida



Fonte: Maia, 2012.

A flambagem por flexão, mostrada na Figura 49, é caracterizada pelo movimento de corpo rígido da seção em resposta ao deslocamento transversal do eixo da barra, o qual assume uma configuração curva. Tal comportamento de flexão ocorre em relação ao eixo principal de não-simetria (eixo 2, Figura 48).

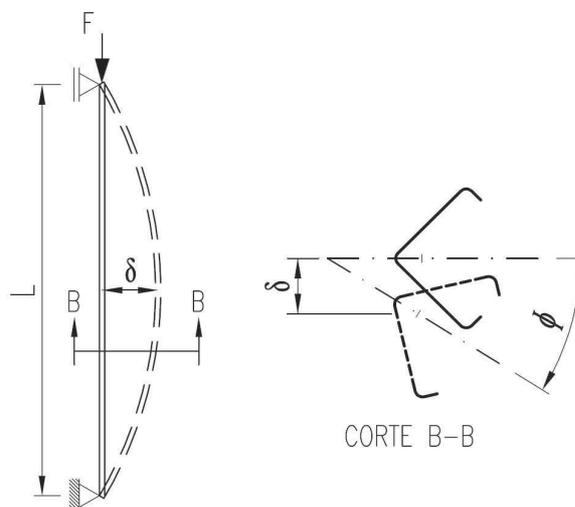
Figura 49 – Instabilidade por flexão



Fonte: O autor, 2015.

A flambagem por flexo-torção ocorre em situações em que o centro de gravidade (CG) não coincide com o centro de torção (CT), que é justamente o caso de barras com seções monossimétricas, como as cantoneiras de abas iguais. Este comportamento apresenta flexão em relação ao eixo de simetria (neste caso o de maior inércia) e, simultaneamente, torção da seção transversal em relação ao CT, como apresentado na Figura 50.

Figura 50 – Instabilidade por flexo-torção



Fonte: O autor, 2015.

Contudo, estas considerações supostamente são válidas apenas para o caso de compressão centrada e carregamento imposto através das duas abas. Mas considerando que em grande parte das estruturas que utilizam cantoneiras como elementos estruturais a conexão é feita por apenas uma aba, pesquisas já foram realizadas sob o comportamento à compressão nesta situação, ou seja, quando a carga de compressão é introduzida excêntrica.

Como exemplo, pode-se citar o trabalho de Sun e Butterworth (1998), os quais afirmam que a excentricidade resultante desta carga introduz momentos fletores de extremidade nas cantoneiras, o que torna a análise mais complexa quando se combina estes momentos com a carga axial de compressão. Os autores também destacam que isso cria dificuldades na análise do comportamento à flambagem e também na escolha de um modelo computacional que represente adequadamente esta condição. Como resultados, Sun e Butterworth (1998) afirmam que os sete montantes de treliça testados por eles apresentaram, predominantemente, flambagem local da aba conectada juntamente com flambagem torsional da cantoneira em torno do eixo paralelo à aba não afetada. Além disso, os autores informam que em cinco cantoneiras a flambagem local ocorreu próxima à ligação de extremidade e em outras duas este fenômeno se manifestou longe da região de ligação, praticamente na metade do comprimento das cantoneiras.

Em outro trabalho, Elgaaly et al (1991) testaram várias cantoneiras conectadas por apenas uma aba, com diferentes quantidades de parafusos e com variados índices de esbeltez. Uma das conclusões dos autores é que os modos de falha de cantoneiras fixadas desta forma dependem, principalmente, de fatores como: condição de vinculação da extremidade, excentricidade do carregamento aplicado e relação largura *versus* espessura da aba conectada. Além disso, Elgaaly et al (1991) mostraram que modos combinados de flambagem podem ocorrer, envolvendo a flambagem local da aba conectada, a flambagem global por flexão e também a flambagem global torsional da cantoneira.

3.4 O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

3.4.1 Generalidades e princípios básicos

O Método dos Elementos Finitos, doravante designado por MEF, é atualmente a técnica numérica mais popular para a resolução de problemas de Mecânica Estrutural. Muito desta popularidade e utilização generalizada se deve, em grande parte, à sua robustez.

Este método é uma técnica numérica bastante versátil que pode ser adaptada às diferentes geometrias dos sistemas estruturais encontrados na prática e aos variados regimes de comportamento. No entanto, a utilização do MEF está associada à obtenção de soluções aproximadas, de modo que a sua utilização deve ser feita de maneira cautelosa.

De acordo com Cook et al (1989), o MEF, como o conhecemos hoje, teve sua origem na década de 40. Os primeiros elementos foram concebidos por engenheiros aeronáuticos, em meados da década de 50, para a análise da distribuição de tensões nas chapas componentes das asas de avião (SORIANO, 2003). Em 1963, o método tornou-se bastante respeitado quando foi julgado como tendo uma base matemática sólida na solução do problema variacional pela minimização de um funcional (COOK et al., 1989). Com o avanço da engenharia computacional, o MEF tem sido cada vez mais difundido e utilizado, com inúmeras aplicações no âmbito acadêmico, para fins didáticos ou de pesquisa, e também industrial. Pode-se dizer que a sua aplicação nos dias atuais abrange diversas áreas do conhecimento, com grande foco nas engenharias, na matemática e mais recentemente na biomedicina.

Grande parte dos problemas de engenharia estrutural envolve a busca de uma solução para tensões, deformações, deslocamentos, reações de apoio e outras variáveis. A solução exata para estes problemas requer que o equilíbrio, tanto das forças quanto dos momentos, seja mantido durante a solicitação em qualquer ponto da estrutura. Todavia, nem sempre isso é trivial uma vez que, normalmente, são considerados diversos parâmetros e a solução pode vir a se tornar bastante complicada para ser obtida analiticamente. Partindo desta premissa, é necessário, então, buscar métodos aproximados, porém, capazes de fornecer respostas com algum nível de acuidade, as quais irão depender fundamentalmente do número de simplificações adotadas e das ferramentas computacionais disponíveis.

Existe um extenso grupo de métodos aproximados que envolvem a representação da estrutura original, a qual é normalmente contínua e por conta disso apresenta um número infinito de graus de liberdade, por uma estrutura mais simples que tenha um número finito de graus de liberdade. Duas possíveis abordagens, ambas descritas em Zienkiewicz e Morgan (1983), são:

- a) A análise é feita considerando que a deformação da estrutura real pode ser aproximada pela superposição de um conjunto de curvas de forma definida, mas de amplitude não especificada. Estas amplitudes é que irão representar as coordenadas generalizadas do sistema simples. Dois métodos importantes podem ser citados, nos quais as aproximações usam funções contínuas de deslocamento: Método de Rayleigh-Ritz e Método de Galerkin;
- b) A análise é feita pela simplificação da estrutura real através da sua subdivisão em pequenos elementos. O método mais importante de aproximações pela subdivisão da estrutura é o MEF, no qual a estrutura é subdividida em elementos, os quais estão unidos uns aos outros através de nós. Assim, o comportamento da estrutura pode ser descrito em termos dos deslocamentos destes nós, que são considerados como as coordenadas generalizadas do sistema. Esse pode ser considerado o modelo mais simples e mais utilizado do MEF, conhecido como Modelo de Deslocamentos, podendo ser formulado a partir do princípio da estacionariedade da energia potencial.

Como a teoria básica do MEF com a aplicação do Modelo de Deslocamentos é bastante conhecida e largamente difundida na literatura técnica (ZIENKIEWICZ, TAYLOR, 2000), a mesma será descrita de forma sucinta. Para estudos mais aprofundados, sugere-se Bathe (1995) e Zienkiewicz e Taylor (2000).

A equação algébrica fundamental que descreve o problema estático linear pelo modelo de compatibilização dos deslocamentos é expressa por:

$$[K] \cdot \{D\} = \{F\} \quad (19)$$

onde $[K]$ é a matriz de rigidez da estrutura, sendo esta quadrada, simétrica e positiva definida após a introdução das condições de contorno, $\{D\}$ é o vetor de deslocamentos globais da estrutura e $\{F\}$ é o vetor de forças atuantes na direção dos deslocamentos globais da estrutura.

Impostas as condições de contorno, o sistema formado é resolvido para as equações correspondentes aos deslocamentos desconhecidos. Para a resolução, obtêm-se, de forma geral, dois tipos de métodos numéricos: diretos ou iterativos.

Os métodos diretos apresentam a solução exata (desconsiderando erros de arredondamento) em um número finito de operações aritméticas. Em sua grande maioria são variações da eliminação Gaussiana, sendo as versões conhecidas como Métodos de Cholesky as mais utilizadas em análise estrutural. Em grande parte das aplicações em problemas lineares os métodos diretos são os mais utilizados.

Os métodos iterativos fornecem a sequência de soluções aproximadas que geralmente convergem para a solução exata quando o número de iterações tende para o infinito. Estas técnicas são utilizadas em problemas com elevados números de graus de liberdade, lineares ou não lineares.

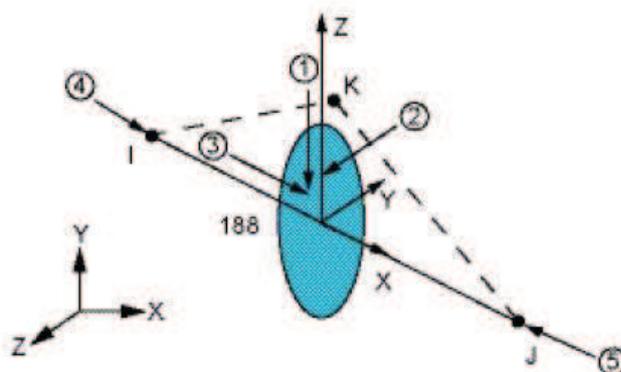
Para a abordagem numérica de problemas não lineares, é necessária a utilização de formulação incremental. Neste caso, são obtidas as soluções do sistema ao longo do tempo, considerando a atualização dos parâmetros e variáveis em cada etapa do processo. A última configuração conhecida é adotada como referência e, considerando que o processo em cada intervalo de tempo é infinitesimal, o problema pode ser tratado como um problema linear de domínio submetido às condições iniciais existentes no início de um dado intervalo. Para estas abordagens, o método de Newton e suas variações são largamente empregados.

3.4.2O elemento BEAM188

O BEAM188 é um elemento de viga do ANSYS® adequado para análise de barras prismáticas com paredes delgadas, como é o caso de grande parte das cantoneiras em alumínio. Trata-se de um elemento de viga unidimensional, baseado na teoria de vigas de Timoshenko, na qual a deformação causada por efeitos de esforços de cisalhamento é considerada.

Este elemento pode ser linear, quadrático ou cúbico de dois nós, que apresenta sete graus de liberdade em cada nó, sendo três translações nas direções de X, Y e Z, três rotações em torno destes mesmos eixos e um sétimo grau de liberdade que permite a consideração ou não dos efeitos do empenamento da seção transversal. Por conta destas características, o BEAM188 é indicado para análises lineares, com grandes rotações e/ou não lineares com grandes deformações. A Figura 51 representa a sua configuração.

Figura 51 – Elemento BEAM188



Fonte: Ansys, 2012.

O elemento BEAM188 admite várias formas de seção transversal, incluindo o formato em “L”. A definição deste tipo de elemento parte do princípio de atribuir dimensões à seção transversal considerada.

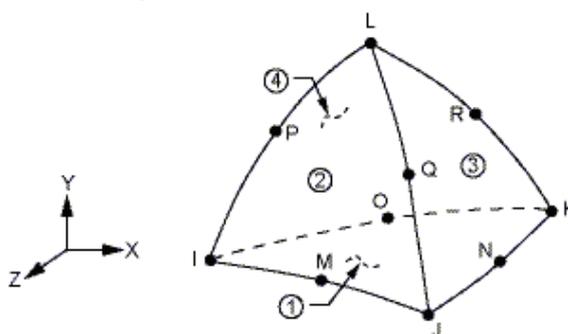
3.4.3O elemento SOLID187

O SOLID187 é um elemento tetraédrico do ANSYS®, de elevada ordem, definido por 10 nós. Ele apresenta interpolação quadrática dos deslocamentos e é

considerado um elemento adequado para a modelagem de malhas irregulares ou que possuem muitos pontos de refino.

Cada um dos 10 nós possui três graus de liberdade (translações nas direções de X, Y e Z). O SOLID187 também permite a consideração de plasticidade, hiperelasticidade, *creep*, enrijecimento, grandes deslocamentos e grandes deformações. Na Figura 52 é mostrada a sua configuração.

Figura 52 – Elemento SOLID187



Fonte: Ansys, 2012.

3.5 O MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON

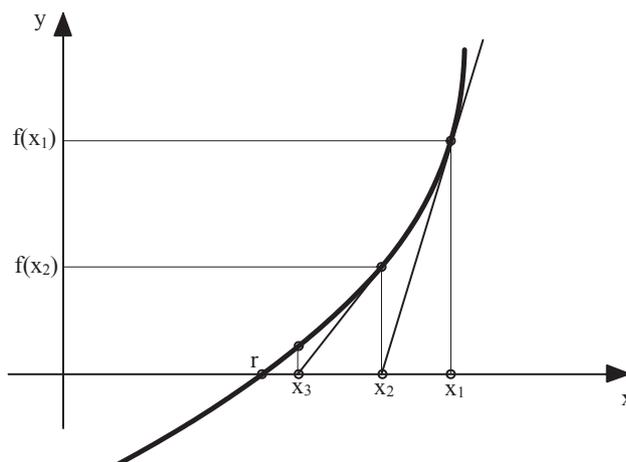
A análise da estabilidade de sistemas estruturais esbeltos, como por exemplo, as coberturas em forma de domos, envolve a aplicação do MEF em grande parte dos casos. Como consequência, um sistema de equações algébricas não lineares é gerado e sua solução é obtida, em geral, através de procedimentos incrementais-iterativos. Nestes casos, a matriz de rigidez da estrutura não permanece constante ao longo do histórico do carregamento e a resposta é obtida através de métodos de solução não diretos (FERREIRA et al., 2009). Dentre eles é possível citar o método de Newton-Raphson, que procura resolver as equações não lineares passo a passo. Tal método é considerado um dos mais utilizados e mais robustos para a solução de equações algébricas não lineares (BELYTCHKO et al., 2014).

Os métodos de solução aproximados são conhecidos desde a antiguidade (FERREIRA, 2009). Um exemplo deste é o método de Newton-Raphson, o qual usa a ideia do cálculo diferencial para generalizar aquele método e encontrar raízes ou “zeros” de uma equação arbitrária:

$$f(x) = 0 \quad (20)$$

O objetivo é aproximar o gráfico da função $f(x)$ por meio de linhas tangentes, como mostrado na Figura 53. Seja r a raiz (ou “zero”) de $f(x)$, ou seja, $f(r)=0$. Seja x_1 um número próximo de r , o qual pode ser obtido observando o gráfico de $f(x)$. A reta tangente ao gráfico de $f(x)$ em $[x_1; f(x_1)]$ intercepta o eixo x em x_2 .

Figura 53 – Ilustração do método de Newton-Raphson



Fonte: Ferreira, 2009.

É possível perceber através do gráfico da Figura 53 que x_2 se aproximou do ponto r . A partir daí, é possível determinar x_2 por:

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} \quad (21)$$

Assumindo que $f'(r) \neq 0$, se x_2 não estiver próximo o suficiente de r , uma nova tentativa é feita através de uma equação similar:

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)} \quad (22)$$

E x_3 tenderá a estar mais próximo de r . Genericamente as Eqs. (21) e (22) podem assumir a forma da Eq. (23) e este processo irá gerar uma sequência de números $\{x_n\}$ que se aproximará de r .

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad (23)$$

A solução não linear de um sistema sujeito à perda de estabilidade pode ser alcançada de maneira incremental-iterativa através do método ora apresentado. Para tanto, duas diferentes fases podem ser identificadas:

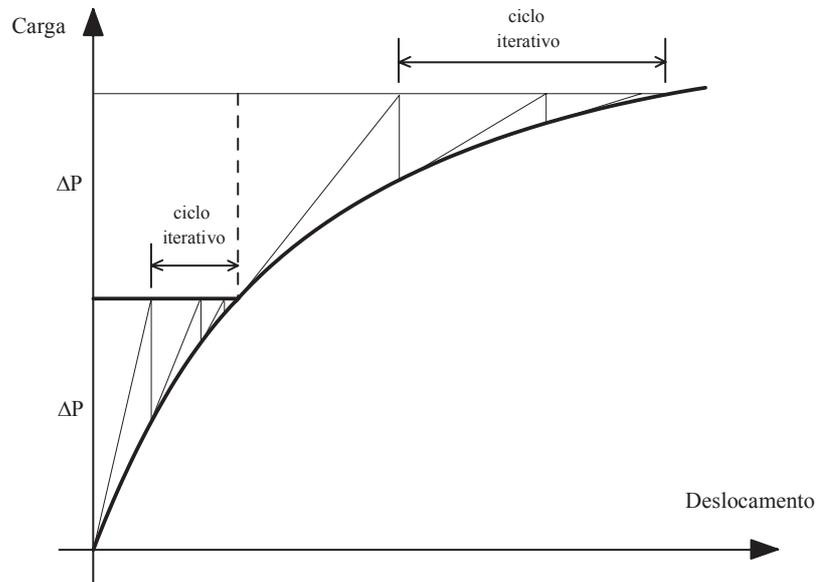
- a) Fase predita, a qual envolve a obtenção dos deslocamentos incrementais a partir de um determinado acréscimo de carregamento (SILVA et al., 2008). No caso particular de problemas não lineares geométricos, como o caso de barras sujeitas à compressão, esta fase envolverá somente acréscimo de carga;
- b) Fase corretiva, a qual tem por objetivo a correção das forças internas incrementais obtidas dos acréscimos de deslocamentos para utilização do processo iterativo (SILVA et al., 2008). Tais forças internas são, portanto, comparadas com o carregamento externo para quantificar o desequilíbrio existente entre forças internas e externas. O processo de correção será refeito até que, pela imposição de um critério de convergência, a estrutura esteja em equilíbrio, ou seja, quando:

$$F_{int} - F_{ext} \cong 0 \quad (24)$$

onde F_{int} é a força interna, função dos deslocamentos obtidos, e F_{ext} é a força externa.

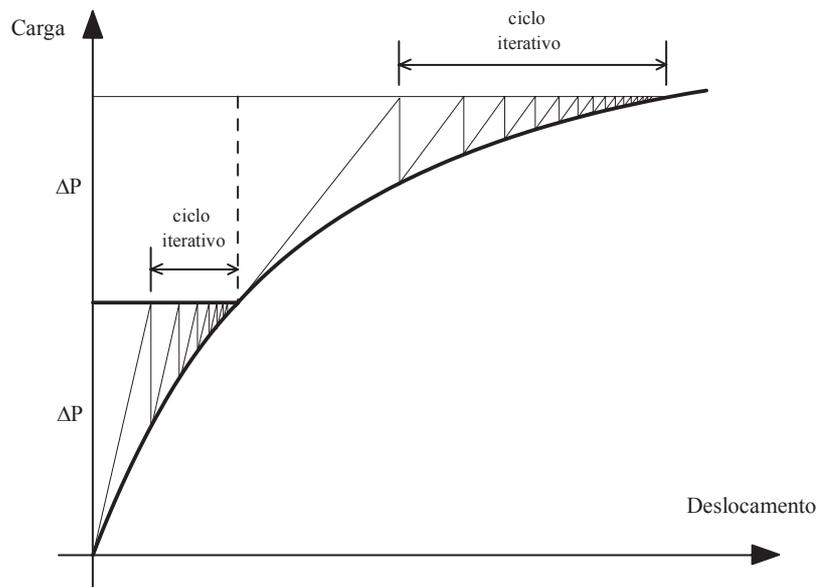
Por fim, é importante observar que o método de Newton-Raphson possui duas formas: a padrão e a modificada. Na forma padrão, a segunda derivada (que representa a matriz de rigidez no MEF) é atualizada a cada ciclo iterativo, sendo interpretada geometricamente pela tangente à curva mostrada no gráfico da Figura 54. Na forma modificada, a atualização da segunda derivada não é realizada no ciclo iterativo, apenas na atualização da carga, como ilustra o gráfico da Figura 55.

Figura 54 – Ilustração do método de Newton-Raphson padrão



Fonte: Ferreira, 2009.

Figura 55 – Ilustração do método de Newton-Raphson modificado



Fonte: Ferreira, 2009.

4 MODELO PARA ANÁLISE

As análises numérico-computacionais serão desenvolvidas tendo como base a geometria e características do modelo experimental construído por Rossot (2014), conforme Figuras 20, 34 e 35, o qual foi concebido a partir do Cadre GEO®, um software gerador de coordenadas de nós de domos e esferas geodésicas. Todas as etapas necessárias para a sua geração estão descritas de maneira bastante abrangente no trabalho do autor supracitado.

O domo geodésico do modelo físico objeto deste estudo possui aproximadamente 2.000 mm de diâmetro e 250 mm de altura, foi construído com cantoneiras de alumínio liga 1060 formadas a frio, as quais estão vinculadas umas as outras através de chapas de nó circulares, como mostra a Figura 56:

Figura 56 – Detalhe inferior do nó de ligação

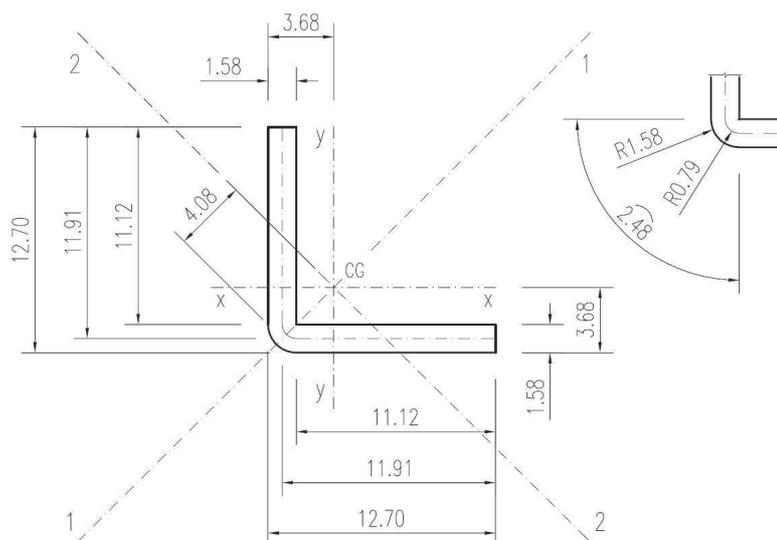


Fonte: O autor, 2015.

As chapas de nó possuem diâmetro igual a 33 mm e espessura igual a 1,50 mm; o que as diferencia são as posições de suas furações para fixação das

cantoneiras que formam o domo geodésico. Estas cantoneiras possuem seções transversais todas iguais, suas dimensões principais são 12,70 x 1,58 mm (largura da aba *versus* espessura da aba) e a sua geometria completa, bem como suas propriedades, são mostradas na Figura 57 e na Tabela 4:

Figura 57 – Geometria da cantoneira 12,70 x 1,58 mm



Fonte: O autor, 2015.

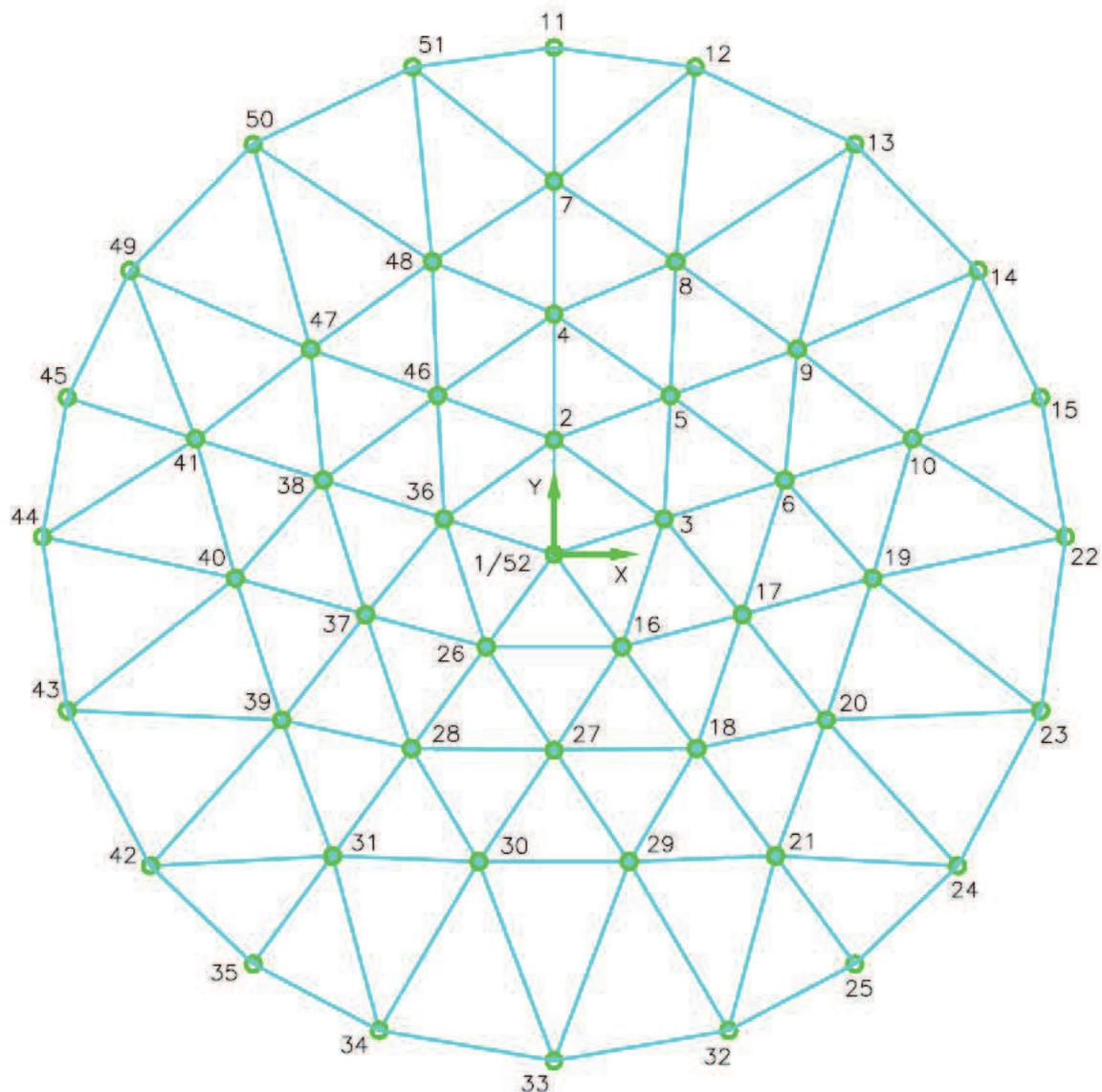
Tabela 4 – Propriedades da cantoneira 12,70 x 1,58 mm

Material	Alumínio Liga 1060	
γ	2710	kg/m ³
E	70000	MPa
ν	0.33	-
F_y	21	MPa
F_u	82	MPa
A	39.06	mm ²
$I_x = I_y$	564.09	mm ⁴
$r_x = r_y$	3.80	mm
I_1	889.00	mm ⁴
r_1	4.77	mm
I_2	239.19	mm ⁴
r_2	2.47	mm

Fonte: O autor, 2015.

A geometria do domo estudado, juntamente com a numeração dos nós, é apresentada na Figura 58, na forma de uma vista superior:

Figura 58 – Numeração dos nós



Fonte: Adaptado de Rossot, 2014.

Na Tabela 5 são mostradas as coordenadas de cada um dos 52 nós que formam a estrutura, sendo que o nó 1 é apenas o nó de origem do espaço tridimensional e não faz parte da mesma.

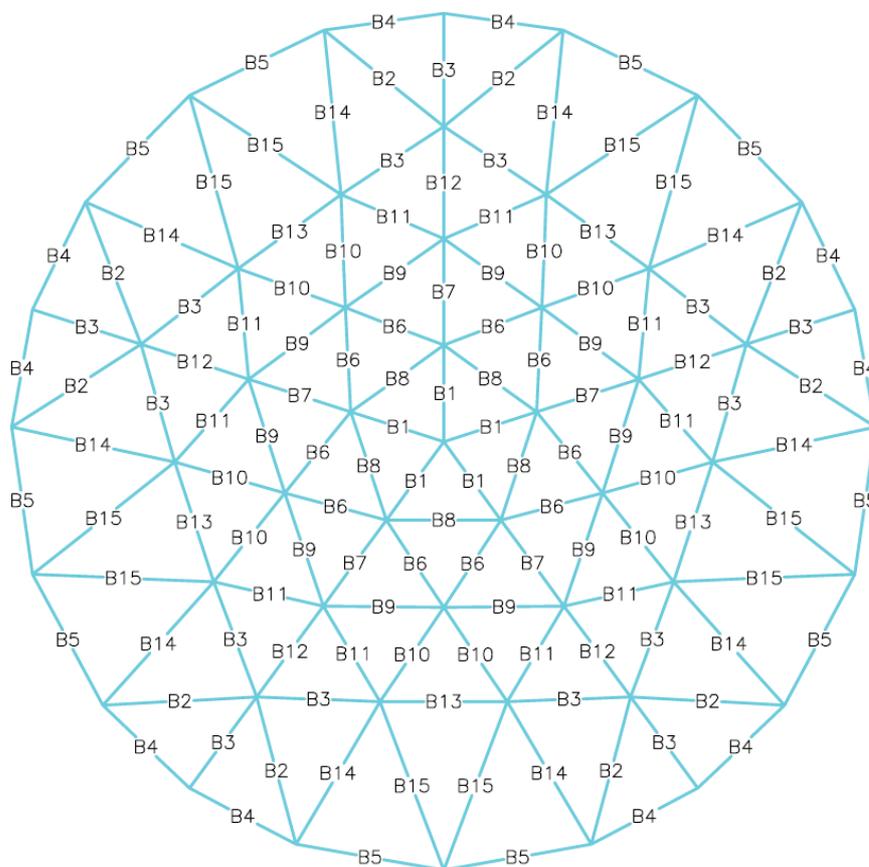
Tabela 5 – Coordenadas dos nós do domo geodésico

Nó	Pos. X (mm)	Pos. Y (mm)	Pos. Z (mm)	Nó	Pos. X (mm)	Pos. Y (mm)	Pos. Z (mm)
1	0	0	0	27	0	-389.78	213.88
2	0	227.61	237.29	28	-280.80	-386.48	195.86
3	216.47	70.34	237.29	29	148.09	-611.50	155.72
4	0	477.72	195.86	30	-148.09	-611.50	155.72
5	229.11	315.34	213.88	31	-436.17	-600.34	117.95
6	454.34	147.62	195.86	32	344.11	-947.24	0
7	0	742.06	117.95	33	0	-1007.81	0
8	239.62	581.76	155.72	34	-344.11	-947.24	0
9	479.24	407.67	155.72	35	-592.38	-815.34	0
10	705.74	229.31	117.95	36	-216.47	70.34	237.29
11	0	1007.81	0	37	-370.71	-120.45	213.88
12	278.39	968.60	0	38	-454.34	147.62	195.86
13	592.38	815.34	0	39	-535.81	-329.81	155.72
14	835.16	564.08	0	40	-627.34	-48.12	155.72
15	958.49	311.43	0	41	-705.74	229.31	117.95
16	133.79	-184.14	237.29	42	-794.55	-619.98	0
17	370.71	-120.45	213.88	43	-958.49	-311.43	0
18	280.80	-386.48	195.86	44	-1007.22	34.55	0
19	627.34	-48.12	155.72	45	-958.49	311.43	0
20	535.81	-329.81	155.72	46	-229.11	315.34	213.88
21	436.17	-600.34	117.95	47	-479.24	407.67	155.72
22	1007.22	34.55	0	48	-239.62	581.76	155.72
23	958.49	-311.43	0	49	-835.16	564.08	0
24	794.55	-619.98	0	50	-592.38	815.34	0
25	592.38	-815.34	0	51	-278.39	968.60	0
26	-133.79	-184.14	237.29	52	0	0	249.31

Fonte: Adaptado de Rossot, 2014.

Na Figura 59 e na Tabela 6 são mostradas as dimensões e as quantidades de cada uma das 130 barras do modelo construído por Rossot (2014).

Figura 59 – Tipos das barras



Fonte: Adaptado de Rossot, 2014.

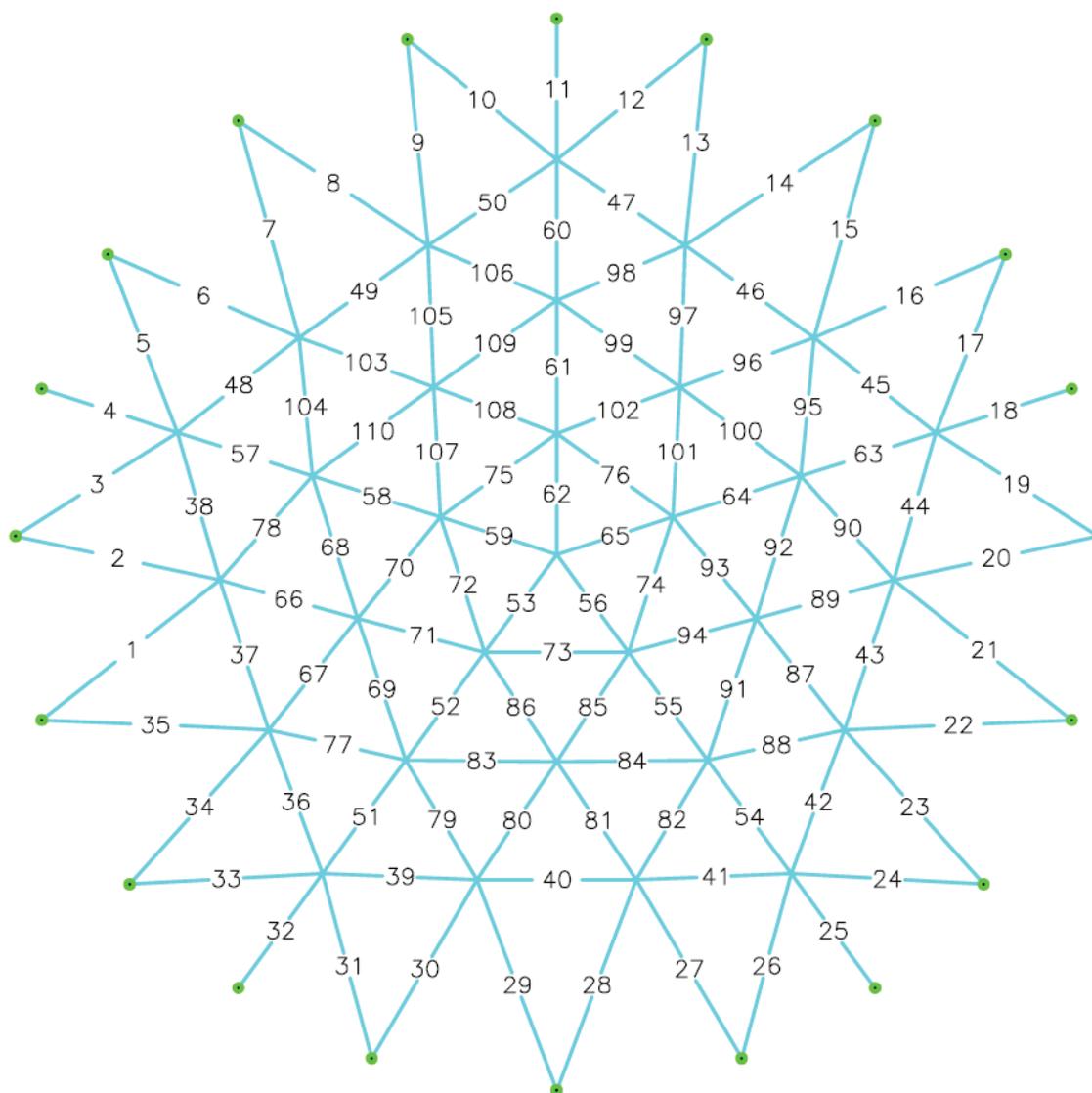
Tabela 6 – Dimensões e quantidades das barras

Barra	L_{pt} (mm)	Quantidade
B1	227.93	5
B2	377.80	10
B3	290.75	15
B4	281.14	10
B5	349.40	10
B6	246.44	10
B7	253.51	5
B8	267.58	5
B9	281.40	10
B10	272.90	10
B11	264.30	10
B12	275.58	5
B13	296.19	5
B14	418.80	10
B15	450.82	10
Total		130

Fonte: Adaptado de Rossot, 2014.

O modelo numérico concebido desconsidera as barras B4 e B5, uma vez que ambas estão localizadas entre apoios supostamente indeslocáveis e, por consequência, não apresentam nenhum tipo de esforço interno e/ou contribuição na estabilidade da estrutura. Dessa maneira, na Figura 60 é apresentada a numeração das 110 barras que compõem o modelo numérico a ser estudado.

Figura 60 – Numeração das barras

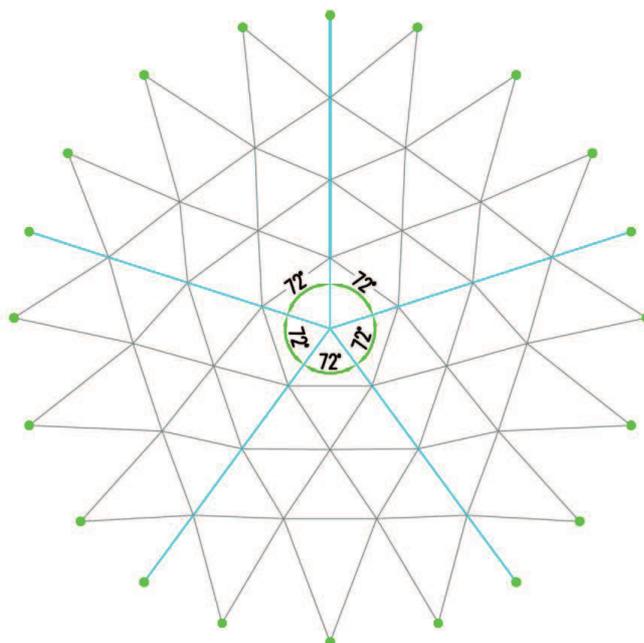


Fonte: O autor, 2015.

A massa teórica total desta estrutura, desconsiderando o elemento que simula o costado do tanque mostrado na Figura 20, é aproximadamente igual a 4,50 kg.

Um ponto a destacar é o padrão de repetibilidade existente neste domo geodésico, o qual faz com que existam cinco grupos de barras idênticas a cada 72° , conforme mostra a Figura 61.

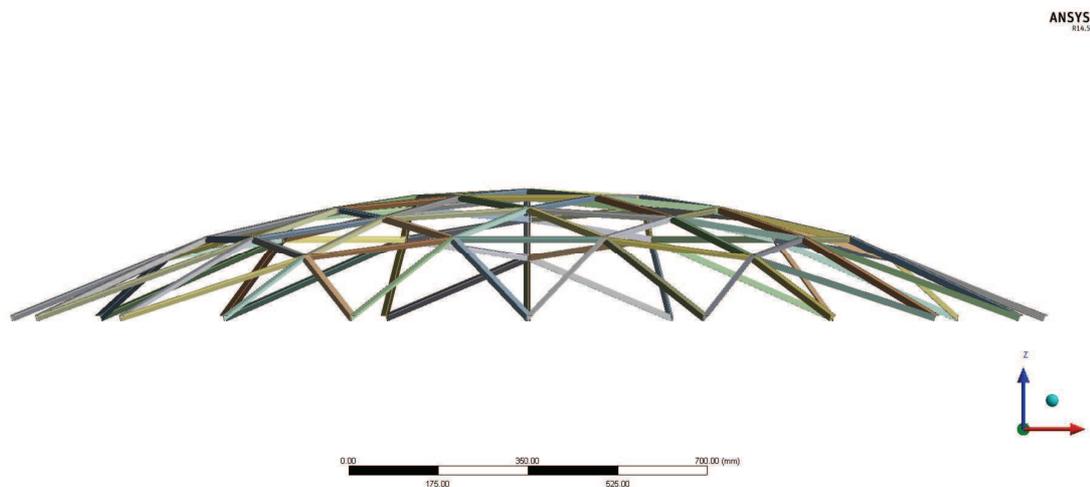
Figura 61 – Padrão de repetibilidade do domo geodésico



Fonte: O autor, 2015.

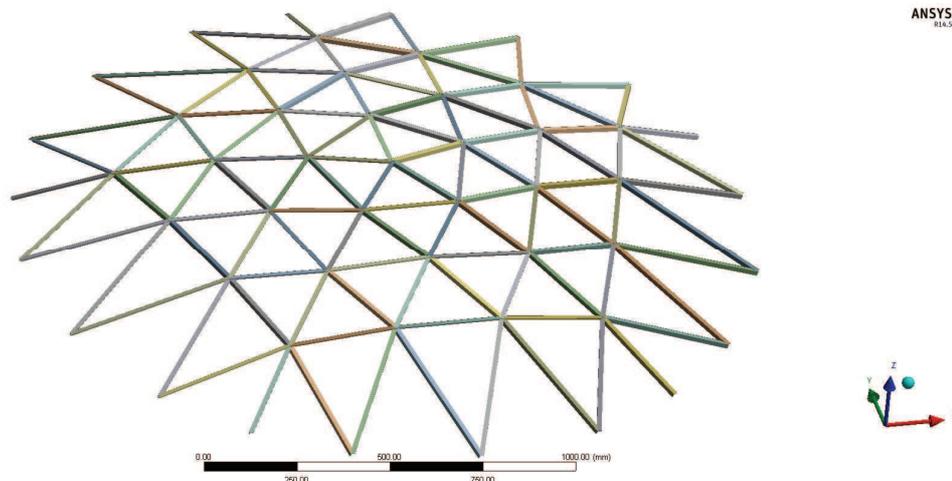
E, finalmente, nas Figuras 62 e 63 tem-se a geometria final do modelo computacional para realização das análises.

Figura 62 – Vista lateral do modelo computacional



Fonte: O autor, 2015.

Figura 63 – Vista tridimensional do modelo computacional



Fonte: O autor, 2015.

Aspectos referentes ao projeto, fabricação e montagem desta estrutura podem ser encontrados em detalhes no trabalho de Rossot (2014).

5 ANÁLISES NUMÉRICO-COMPUTACIONAIS

Neste capítulo, serão apresentados os resultados obtidos nas análises realizadas. Para todas as análises computacionais, foi utilizado o software ANSYS®, versão 14.5.

Na seção 5.1, é realizada a análise de flambagem linear do domo geodésico, sem a consideração do seu peso próprio, levando em conta a atuação de cargas gravitacionais. Nesta análise, o domo será estudado com os seus nós de apoio rotulados e também engastados;

Na seção 5.2, procede-se uma análise de flambagem não linear geométrica considerando a introdução de uma pequena carga em um elemento crítico da estrutura, com o objetivo de simular uma imperfeição geométrica, a fim de verificar o quanto a mesma influencia na redução do carregamento gravitacional aplicado ao domo geodésico. Da mesma forma como na análise de flambagem linear, o domo também terá seu peso próprio desconsiderado e serão estudadas as duas condições de vinculação da estrutura;

A seção 5.3 é dedicada às análises comparativas entre os resultados de dois trabalhos considerados relevantes na revisão bibliográfica e os resultados obtidos através do presente estudo. Adicionalmente, outras análises estáticas e dinâmicas são realizadas com o objetivo de comparar os seus resultados com aqueles apresentados por Rossot (2014).

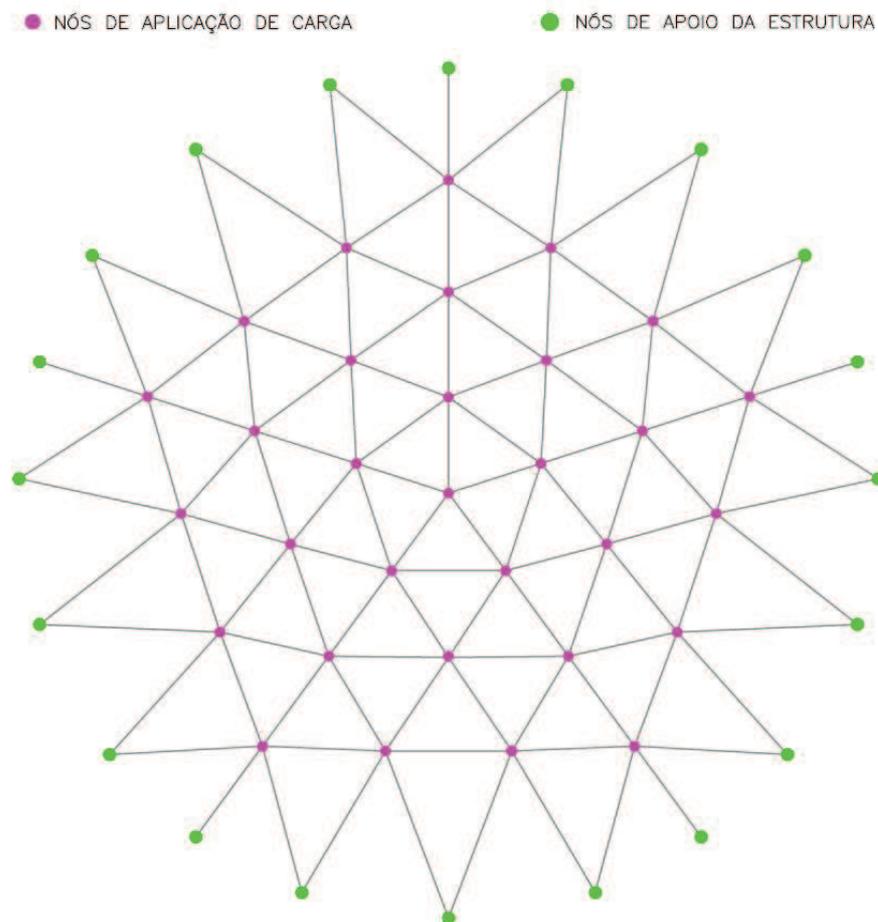
Uma análise individual das cantoneiras que formam o domo geodésico é realizada na seção 5.4, com o propósito de identificar e compreender o seu comportamento quando as cargas são introduzidas por apenas uma aba, através da tensão de contato entre parafusos e furos.

Por fim, a seção 5.5 apresenta a análise de um dos nós de ligação da estrutura, a fim de analisar o seu comportamento quando sujeito aos esforços provenientes dos elementos que nele estão conectados.

5.1 ANÁLISE DE FLAMBAGEM LINEAR

A análise de flambagem linear do domo geodésico considera a atuação de carregamentos gravitacionais. Para tanto, foram aplicadas cargas unitárias em todos os nós internos, conforme mostra a Figura 64.

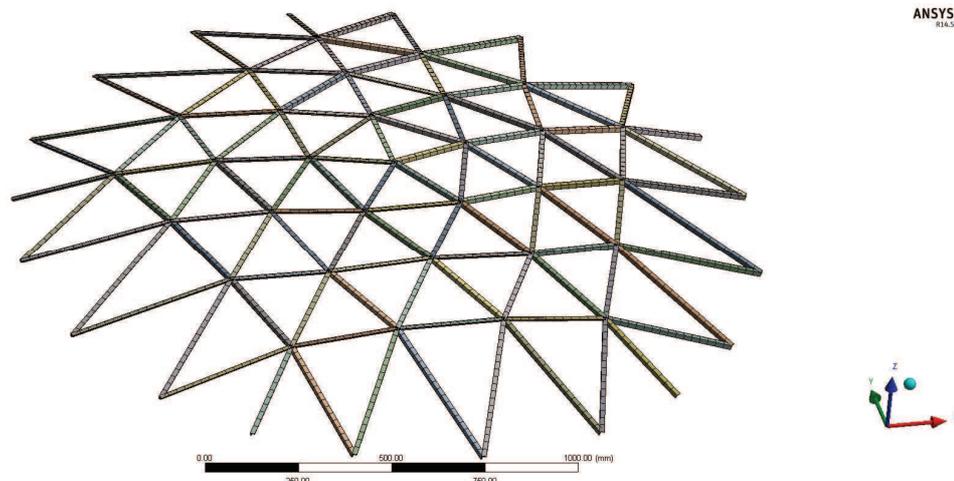
Figura 64 – Condições de contorno



Fonte: O autor, 2015.

Na geração da malha com elementos finitos foram utilizados elementos de viga BEAM188, sendo sua maior dimensão limitada em 25 mm. Dessa forma, a configuração final da malha, conforme Figura 65, apresenta 2781 nós e 1420 elementos.

Figura 65 – Malha em elementos finitos BEAM188

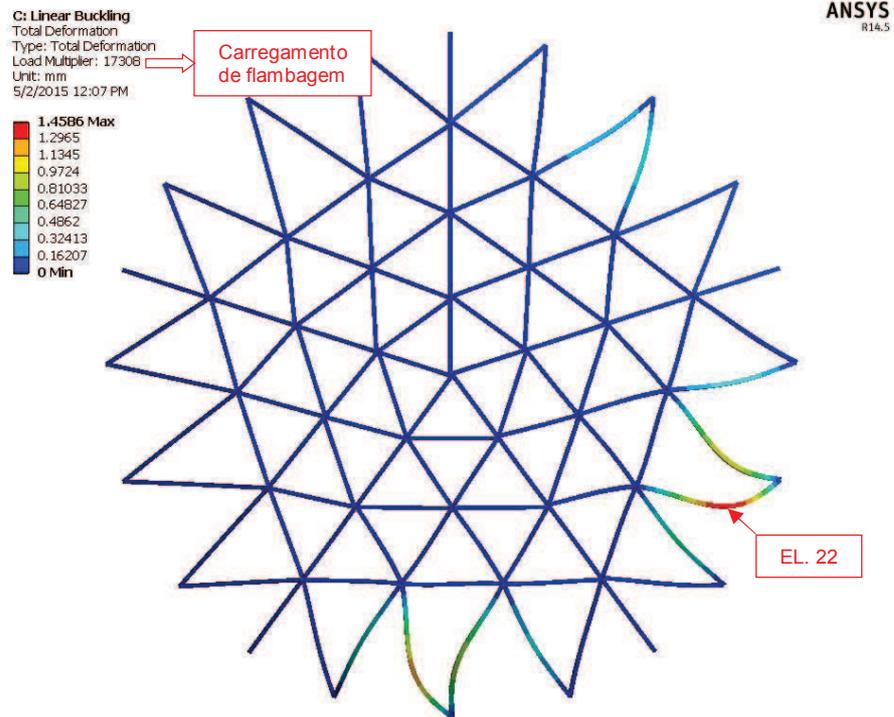


Fonte: O autor, 2015.

A partir da aplicação das condições de contorno e geração da malha, foi realizada uma análise de flambagem linear a fim de prever o comportamento à flambagem bem como os respectivos carregamentos críticos.

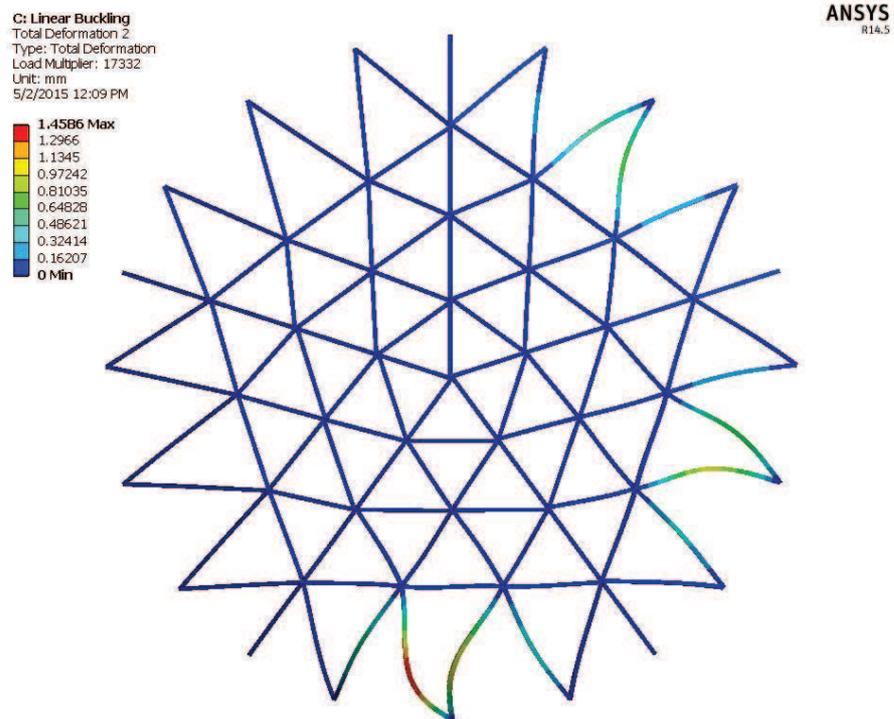
Os primeiros modos de flambagem se manifestaram a partir da flambagem de barras individuais. Este comportamento é observado tanto para o modelo com apoios rotulados quanto engastados. Nas Figuras 66 a 75 são apresentados os cinco primeiros modos de flambagem para cada condição de apoio da estrutura e o valor da carga gravitacional aplicada em cada um dos nós a partir da qual tais modos são iniciados. Estas cargas são indicadas em cada uma destas figuras e, a título de exemplo, nas Figuras 66 e 71 é dado destaque ao local onde se encontram as mesmas, com valores em Newton.

Figura 66 – 1º modo de flambagem – Apoios rotulados



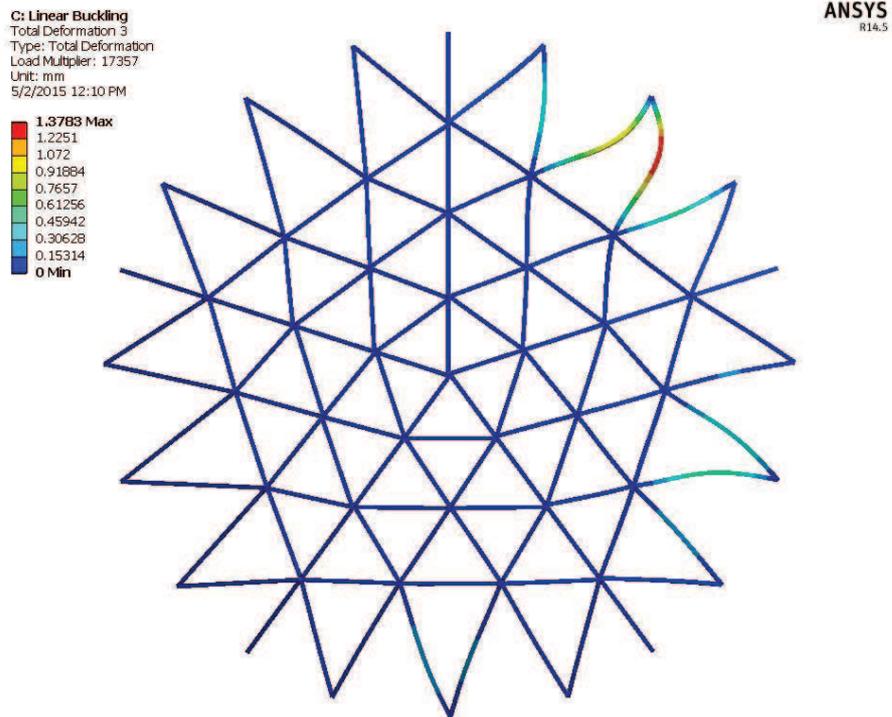
Fonte: O autor, 2015.

Figura 67 – 2º modo de flambagem – Apoios rotulados



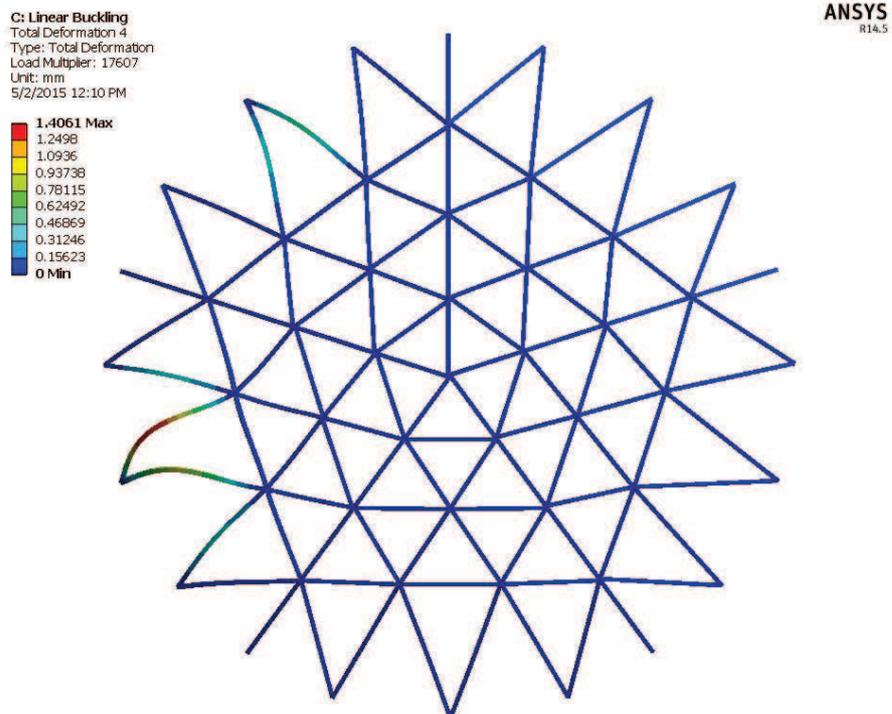
Fonte: O autor, 2015.

Figura 68 – 3º modo de flambagem – Apoios rotulados



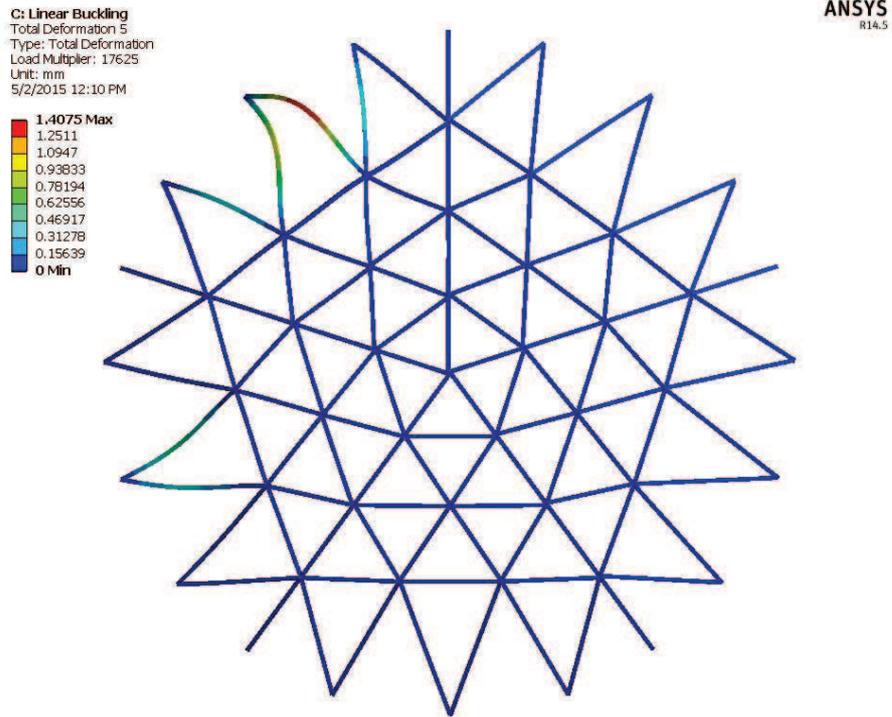
Fonte: O autor, 2015.

Figura 69 – 4º modo de flambagem – Apoios rotulados



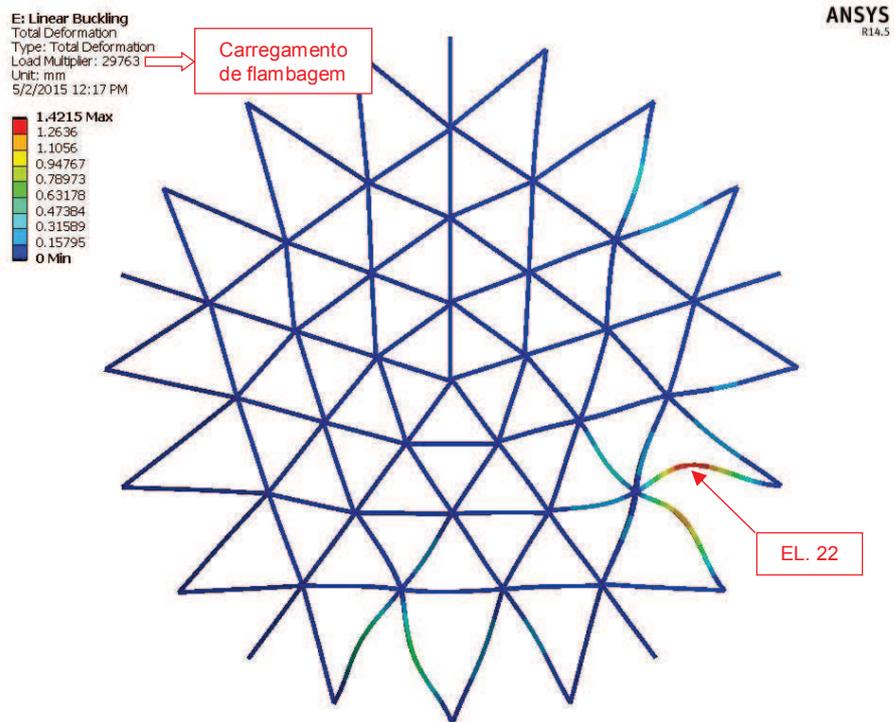
Fonte: O autor, 2015.

Figura 70 – 5º modo de flambagem – Apoios rotulados



Fonte: O autor, 2015.

Figura 71 – 1º modo de flambagem – Apoios engastados

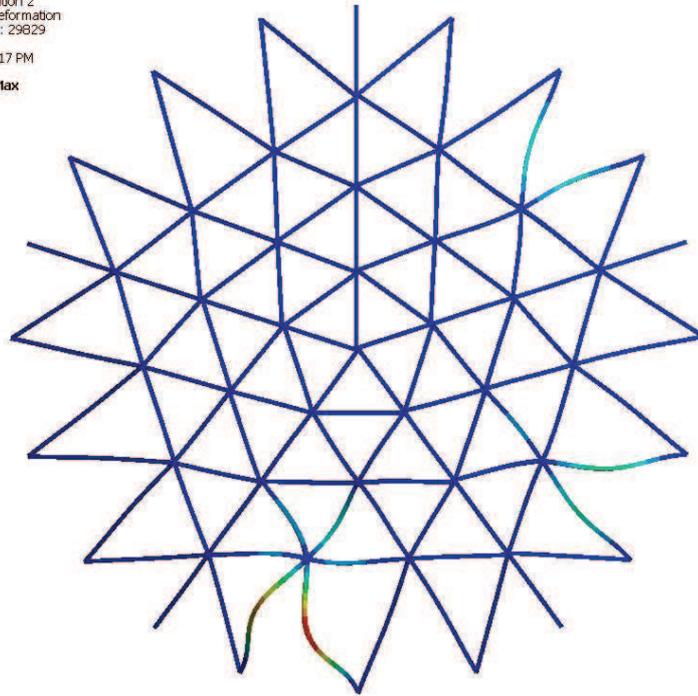
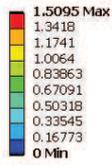


Fonte: O autor, 2015.

Figura 72 – 2º modo de flambagem – Apoios engastados

E: Linear Buckling
 Total Deformation 2
 Type: Total Deformation
 Load Multiplier: 29829
 Unit: mm
 5/2/2015 12:17 PM

ANSYS
 R14.5

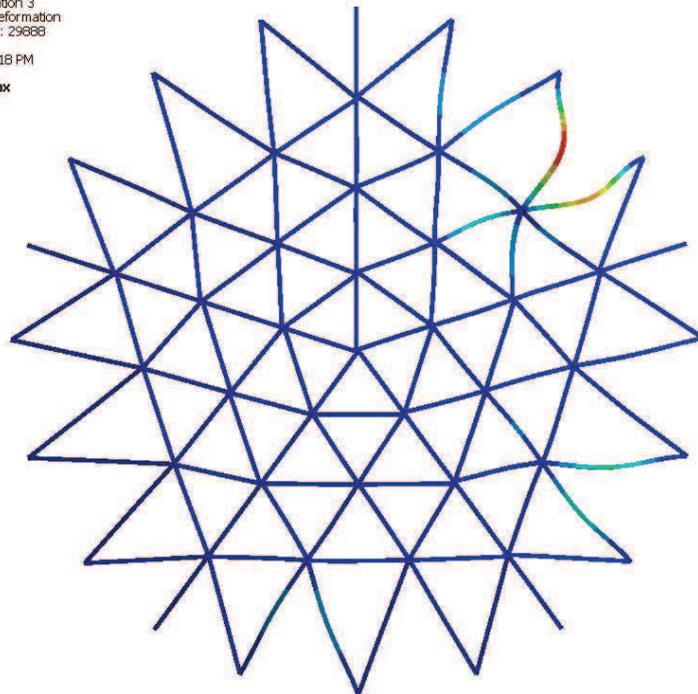
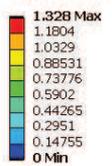


Fonte: O autor, 2015.

Figura 73 – 3º modo de flambagem – Apoios engastados

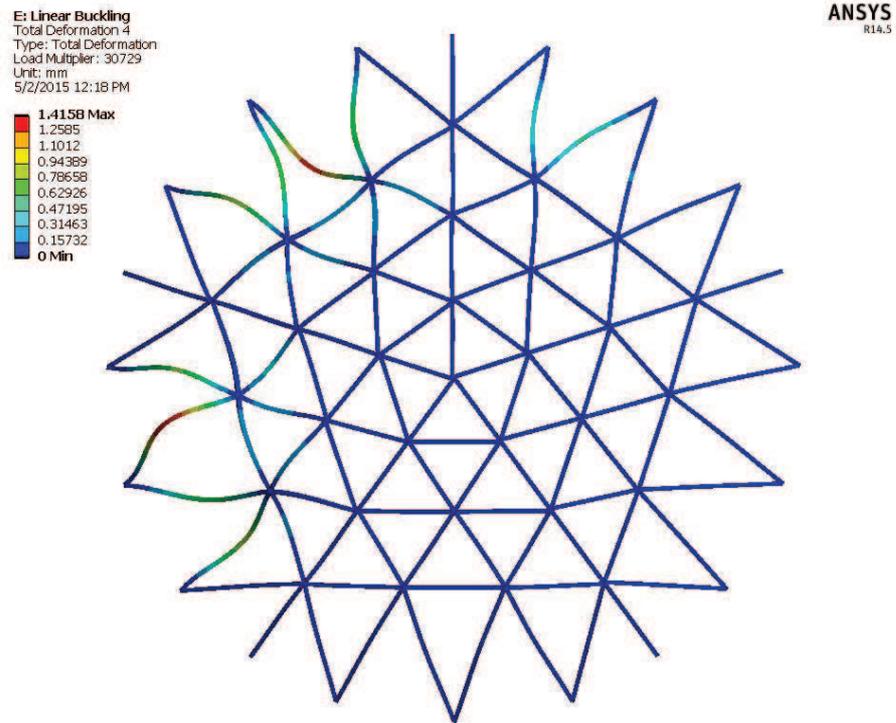
E: Linear Buckling
 Total Deformation 3
 Type: Total Deformation
 Load Multiplier: 29868
 Unit: mm
 5/2/2015 12:18 PM

ANSYS
 R14.5



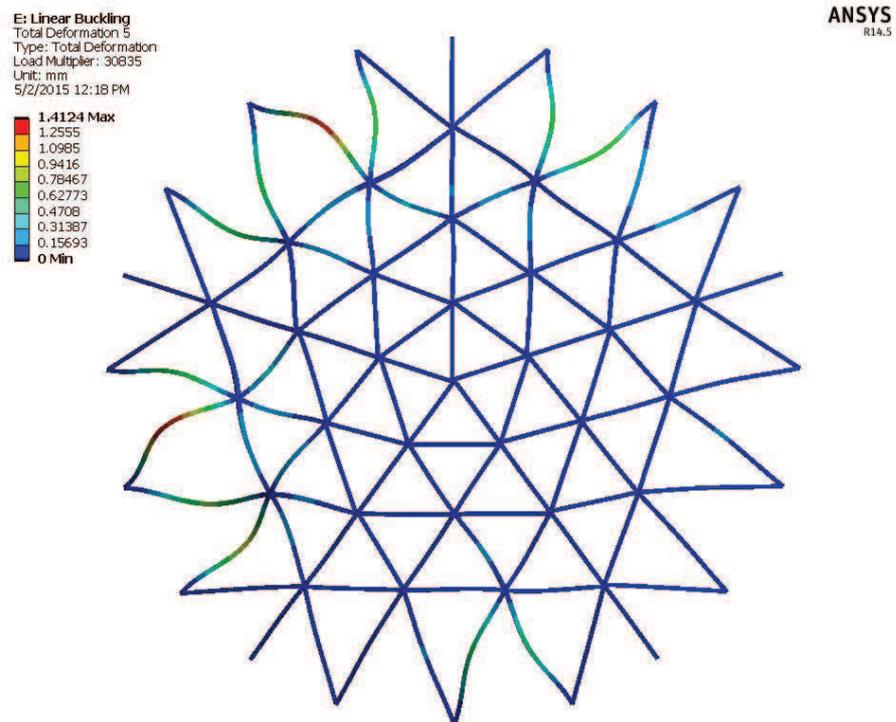
Fonte: O autor, 2015.

Figura 74 – 4º modo de flambagem – Apoios engastados



Fonte: O autor, 2015.

Figura 75 – 5º modo de flambagem – Apoios engastados



Fonte: O autor, 2015.

Como evidenciado nas Figuras 66 a 75, os cinco primeiros modos de flambagem para cada condição de apoio ocorrem em barras onde uma de suas extremidades é o nó de apoio da estrutura, nestes casos as barras B15, com variação apenas do grupo de barras no qual estas se encontram (conforme os cinco grupos mostrados na Figura 61). Este comportamento poderia ser interpretado também como sendo o mesmo modo de flambagem ocorrendo em barras diferentes, mas por questões de nomenclatura optou-se por definir cada modo de flambagem em função da localização onde ocorre tal fenômeno.

Um ponto importante a destacar é que os cinco primeiros modos de flambagem praticamente ocorrem com o mesmo carregamento, ou seja, a variação entre os valores de cargas gravitacionais que produzem estes modos de flambagem é de 1,83% para a situação de apoios rotulados e 3,60% para a situação de apoios engastados, conforme mostra a Tabela 7.

Tabela 7 – Valores dos carregamentos dos 5 primeiros modos de flambagem

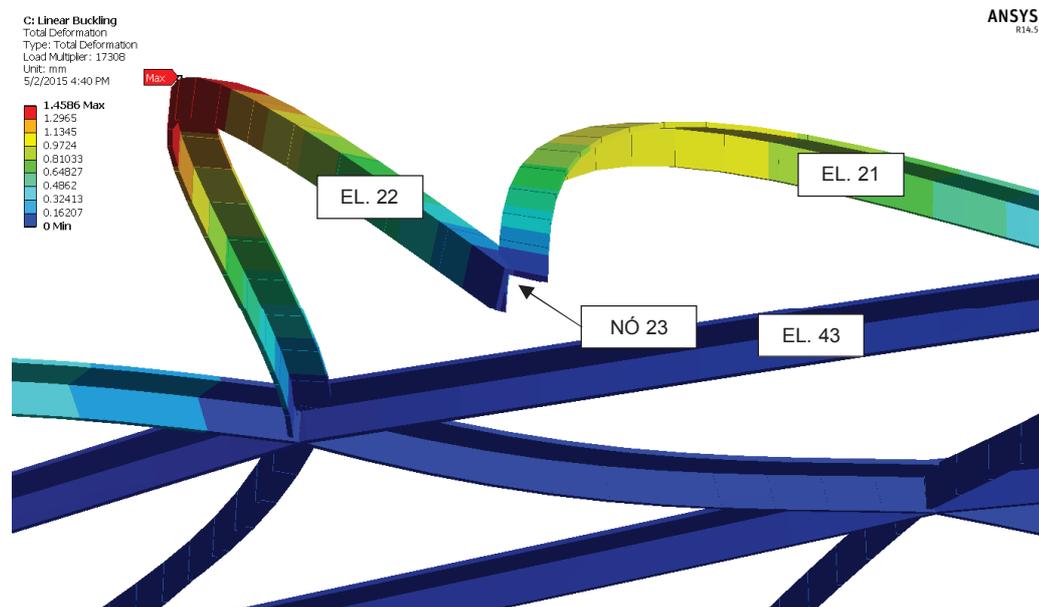
Modo	Carregamento Gravitacional (N)	
	Apoios Rotulados	Apoios Engastados
M1	17308	29763
M2	17332	29829
M3	17357	29888
M4	17607	30729
M5	17625	30835
Razão M5/M1	1.0183	1.0360

Fonte: O autor, 2015.

Além disso, percebe-se também que os carregamentos gravitacionais que produzem os primeiros modos de flambagem considerando o domo geodésico com seus apoios engastados são superiores a 70% quando comparados com os valores obtidos na condição de apoios rotulados.

Outro comportamento evidenciado, apesar deste já ser previsto, é a flambagem das barras em torno do seu menor eixo de inércia, conforme mostra a Figura 76.

Figura 76 – Flambagem das barras em torno do eixo de menor inércia

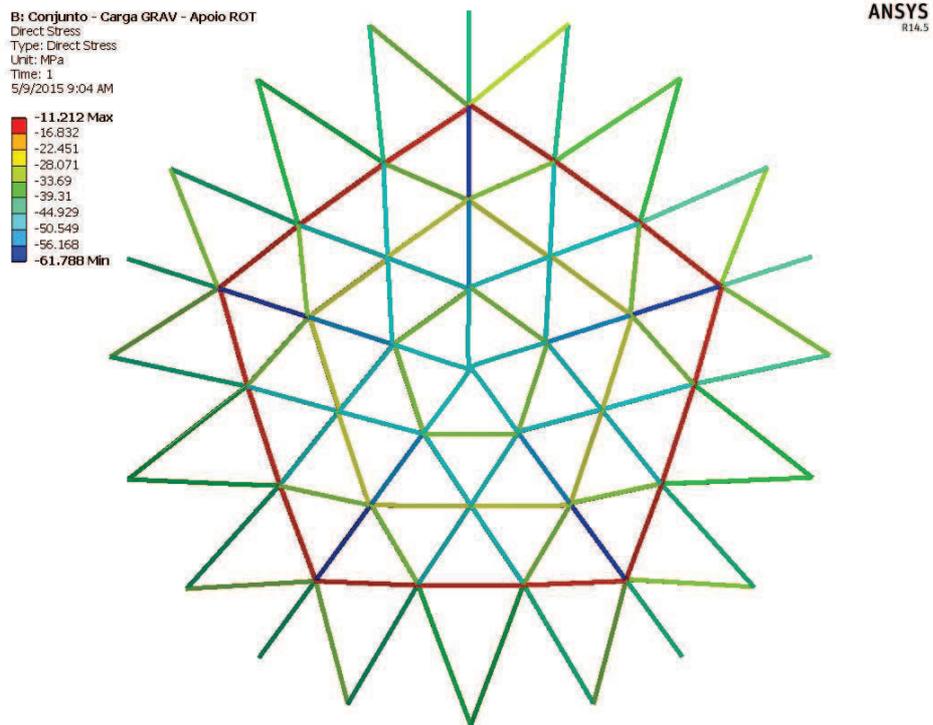


Fonte: O autor, 2015.

Nas Figuras 77 a 86 são apresentadas as tensões normais atuantes, bem como a combinação linear destas, provocadas pelo carregamento gravitacional que produz o primeiro modo de flambagem em cada condição de apoio da estrutura.

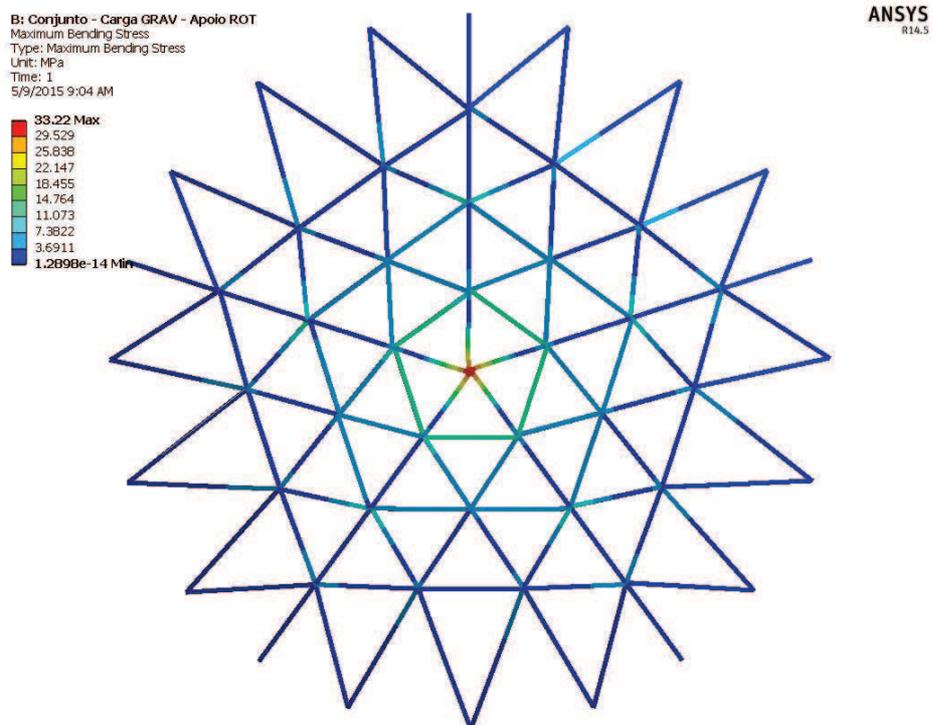
As tensões combinadas consideram a superposição das tensões normais provenientes das cargas axiais e momentos fletores. Todas estas tensões podem ser identificadas na escala de cores apresentada no canto esquerdo das figuras, sendo que seus valores são dados na unidade Megapascal (MPa).

Figura 77 – Tensões normais devido às cargas axiais – Apoios rotulados



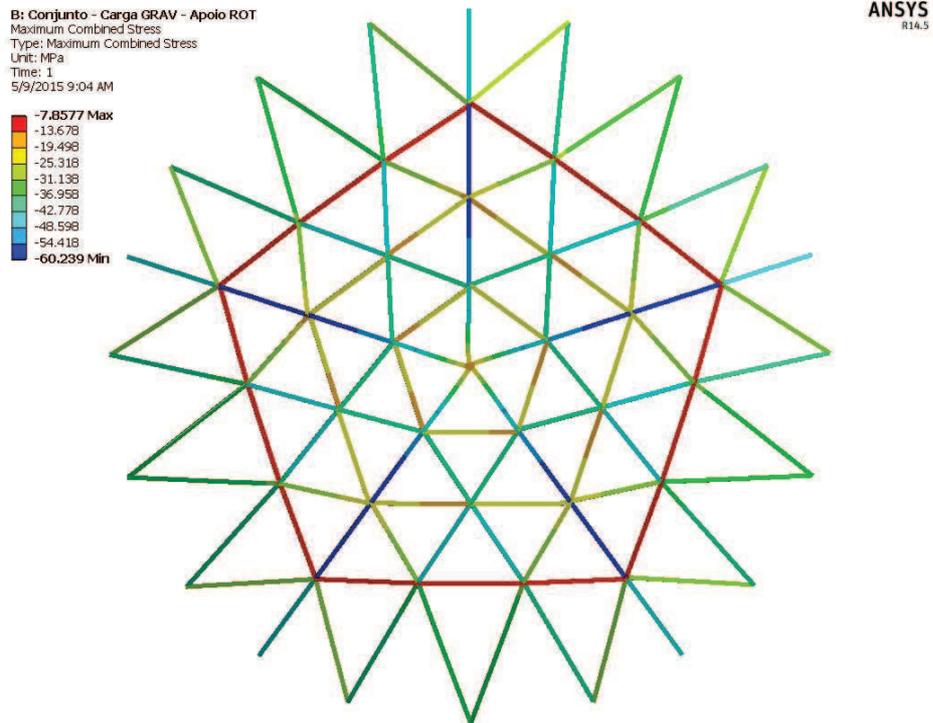
Fonte: O autor, 2015.

Figura 78 – Tensões normais máximas devido à flexão – Apoios rotulados



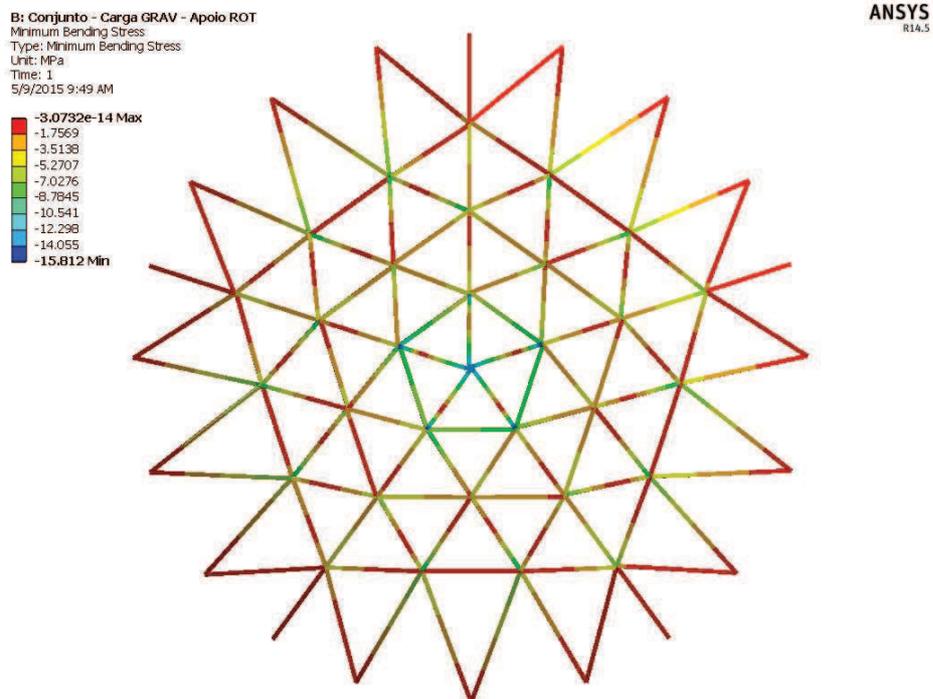
Fonte: O autor, 2015.

Figura 79 – Tensões normais mínimas combinadas – Apoios rotulados



Fonte: O autor, 2015.

Figura 80 – Tensões normais mínimas devido à flexão – Apoios rotulados

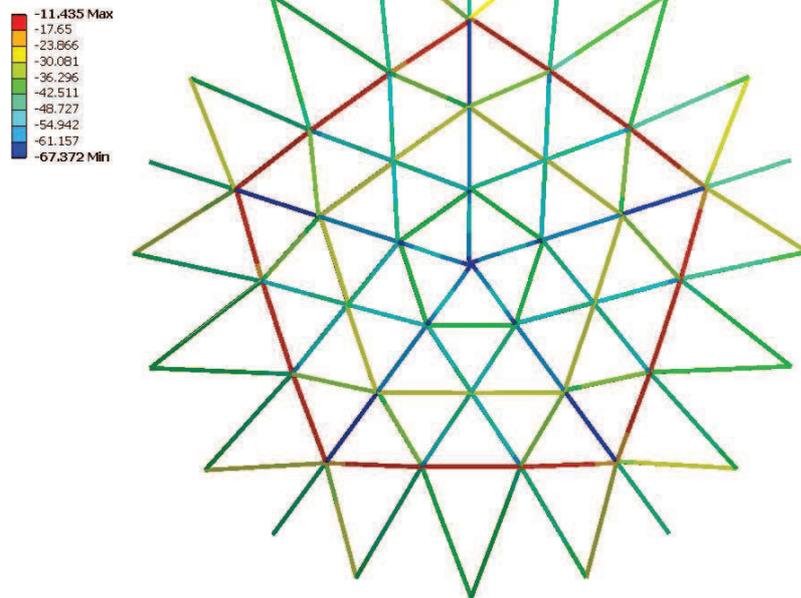


Fonte: O autor, 2015.

Figura 81 – Tensões normais máximas combinadas – Apoios rotulados

B: Conjunto - Carga GRAV - Apoio ROT
 Minimum Combined Stress
 Type: Minimum Combined Stress
 Unit: MPa
 Time: 1
 5/9/2015 9:51 AM

ANSYS
 R14.5

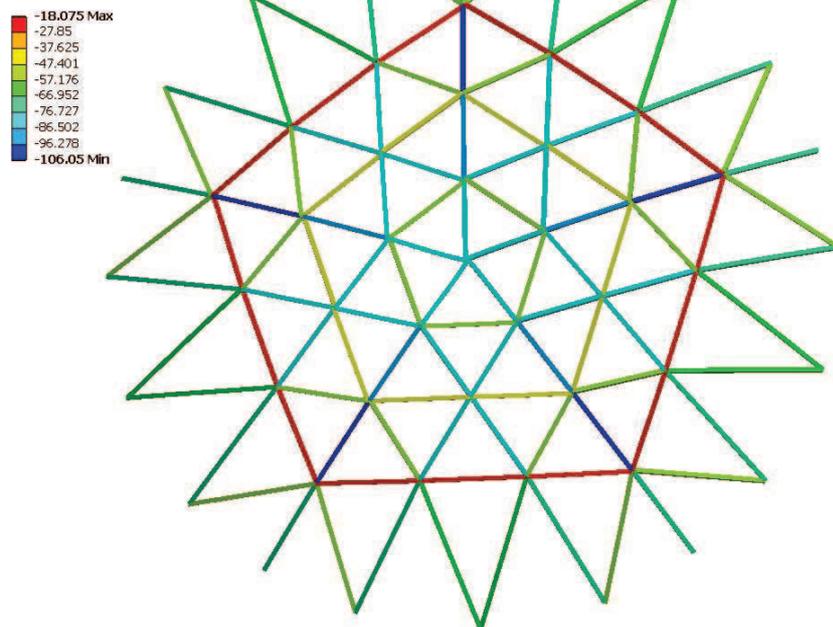


Fonte: O autor, 2015.

Figura 82 – Tensões normais devido às cargas axiais – Apoios engastados

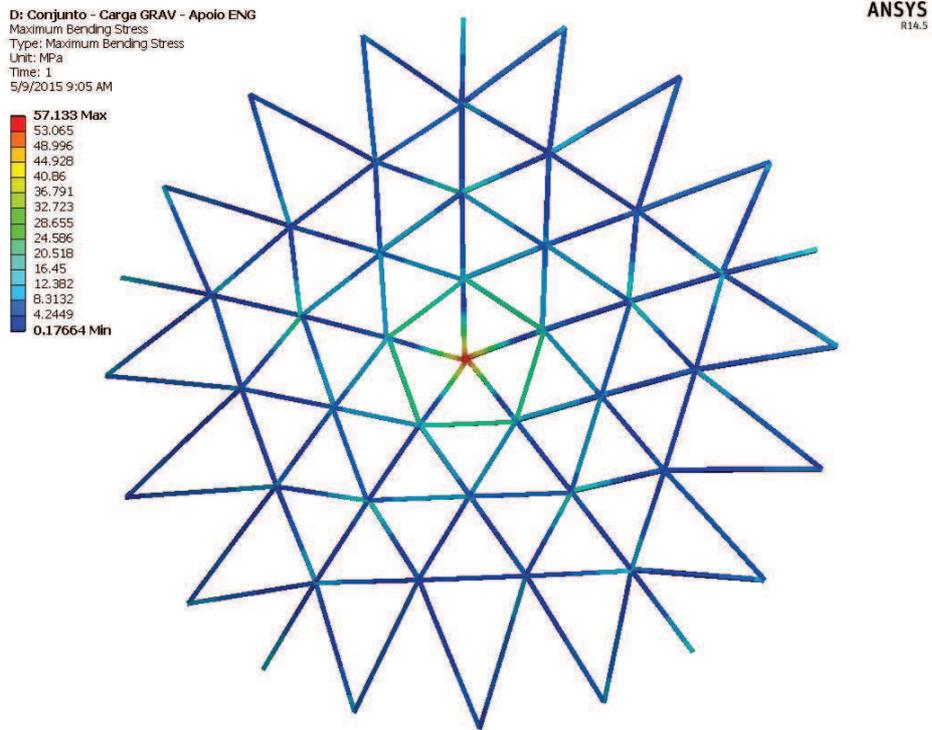
D: Conjunto - Carga GRAV - Apoio ENG
 Direct Stress
 Type: Direct Stress
 Unit: MPa
 Time: 1
 5/9/2015 9:04 AM

ANSYS
 R14.5



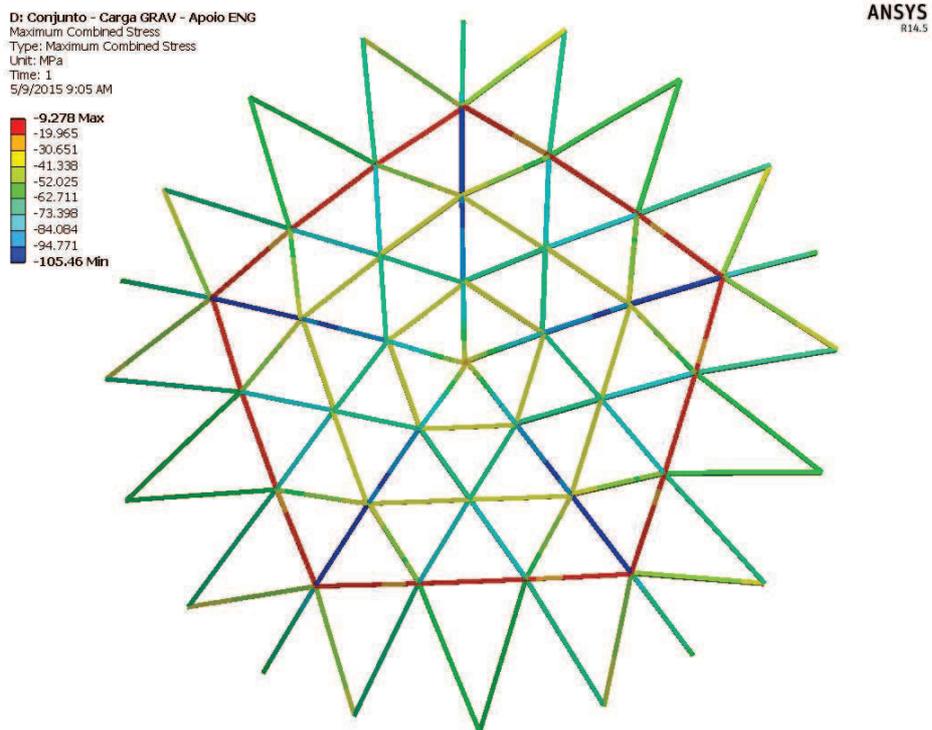
Fonte: O autor, 2015.

Figura 83 – Tensões normais máximas devido à flexão – Apoios engastados



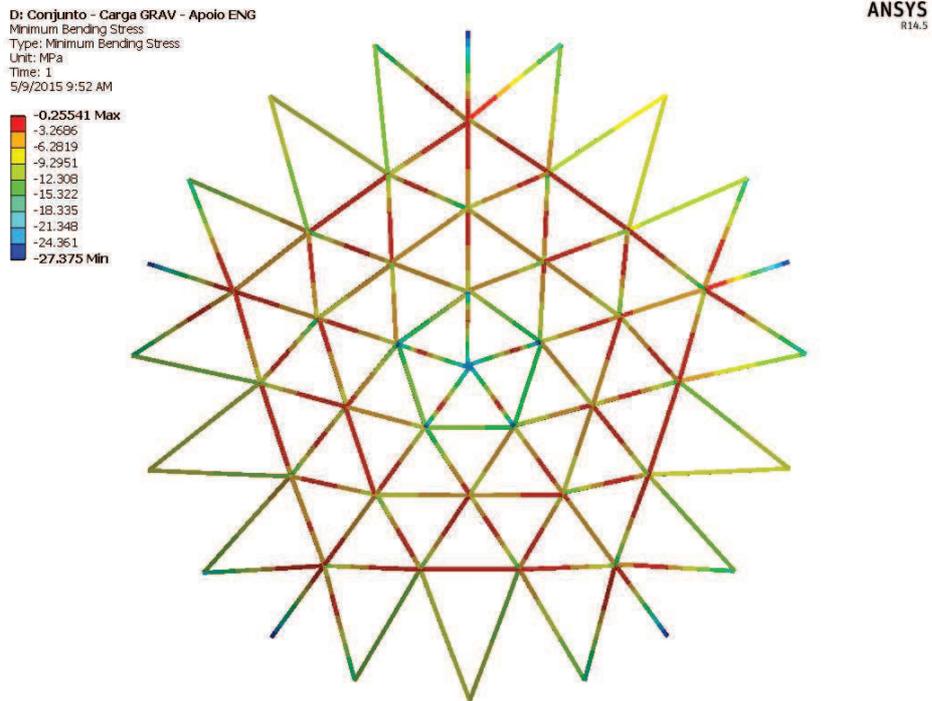
Fonte: O autor, 2015.

Figura 84 – Tensões normais mínimas combinadas – Apoios engastados



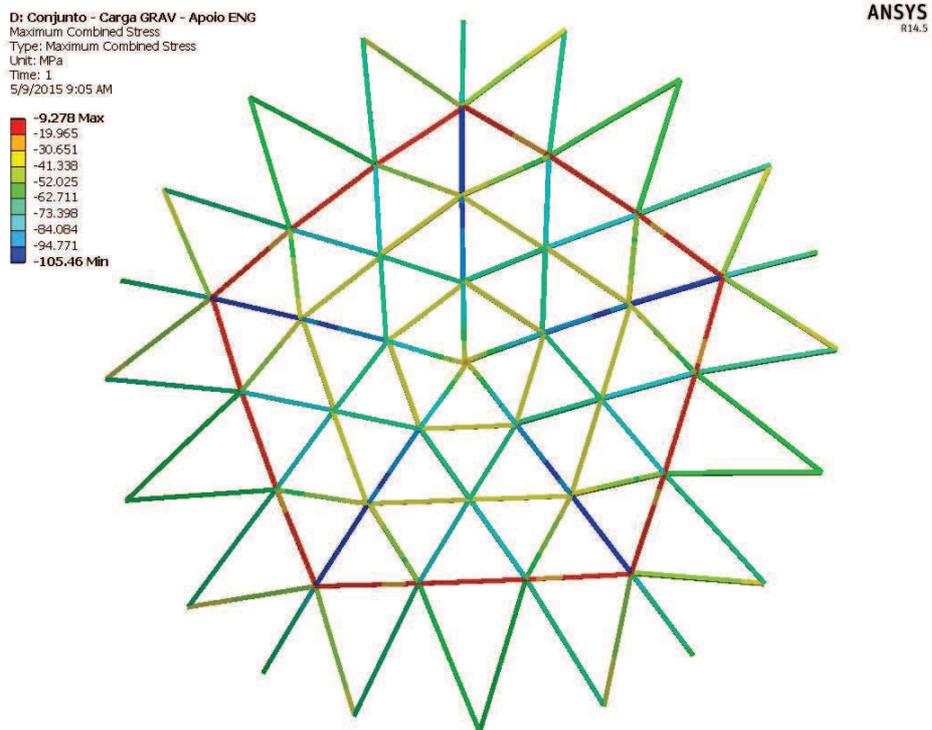
Fonte: O autor, 2015.

Figura 85 – Tensões normais mínimas devido à flexão – Apoios engastados



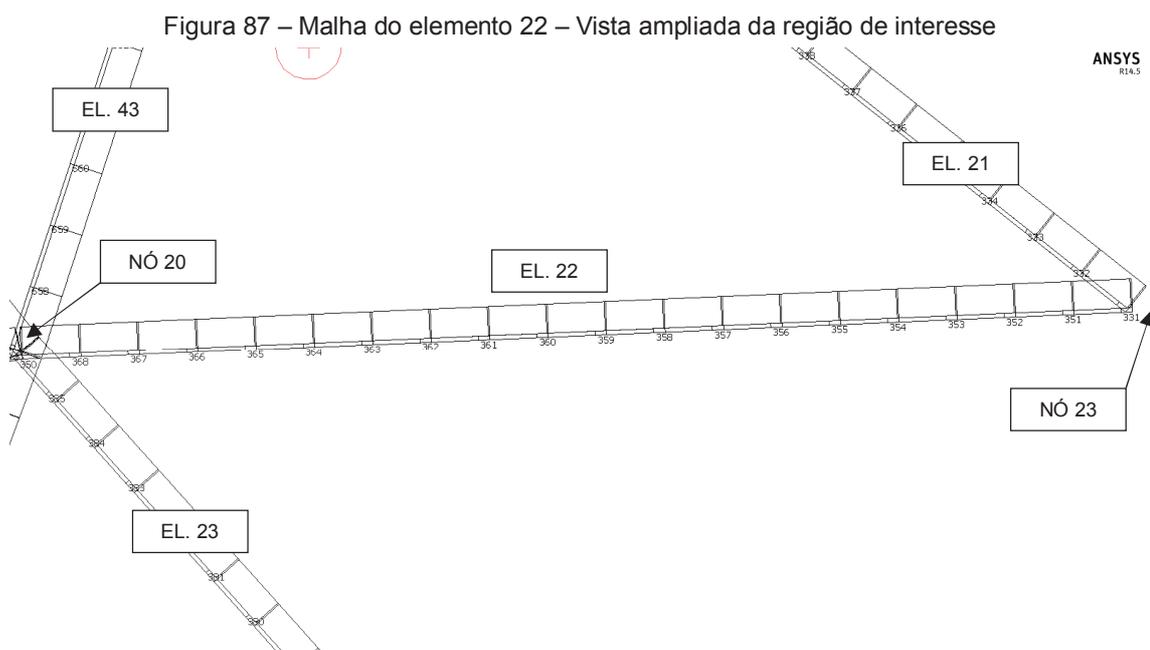
Fonte: O autor, 2015.

Figura 86 – Tensões normais máximas combinadas – Apoios engastados



Fonte: O autor, 2015.

Nas Tabelas 8 e 9, conforme numerações da malha mostradas na Figura 87, são apresentadas as tensões atuantes ao longo do elemento 22, que é o primeiro elemento da estrutura a apresentar flambagem tanto na condição de apoios rotulados quanto engastados, como destacado nas Figuras 66 e 71.



Fonte: O autor, 2015.

Tabela 8 – Tensões (MPa) atuantes no elemento 22 – Apoios rotulados

Nó	Apoios Rotulados				
	Axial	Máxima de Flexão	Combinada (Axial Mínima)	Mínima de Flexão	Combinada (Axial Máxima)
351	-36.85	1.22	-35.63	-0.61	-37.46
352	-36.85	1.21	-35.65	-0.86	-37.71
353	-36.85	1.19	-35.67	-1.11	-37.96
354	-36.85	1.17	-35.69	-1.35	-38.21
355	-36.85	1.15	-35.71	-1.60	-38.46
356	-36.85	1.13	-35.72	-1.85	-38.70
357	-36.85	1.11	-35.74	-2.10	-38.95
358	-36.85	1.09	-35.76	-2.35	-39.20
359	-36.85	1.09	-35.77	-2.59	-39.45
360	-36.85	1.19	-35.66	-2.84	-39.70
361	-36.85	1.30	-35.56	-3.09	-39.95
362	-36.85	1.40	-35.45	-3.34	-40.19
363	-36.85	1.51	-35.35	-3.59	-40.44
364	-36.85	1.61	-35.24	-3.84	-40.69
365	-36.85	1.71	-35.14	-4.08	-40.94
366	-36.85	1.82	-35.04	-4.33	-41.19
367	-36.85	1.92	-34.93	-4.58	-41.43
368	-36.85	2.03	-34.83	-4.83	-41.68

Fonte: O autor, 2015.

Tabela 9 – Tensões (MPa) atuantes no elemento 22 – Apoios engastados

Nó	Apoios Engastados				
	Axial	Máxima de Flexão	Combinada (Axial Mínima)	Mínima de Flexão	Combinada (Axial Máxima)
351	-63.58	6.31	-57.28	-8.92	-72.51
352	-63.58	5.97	-57.62	-8.80	-72.38
353	-63.58	5.63	-57.95	-8.67	-72.26
354	-63.58	5.29	-58.29	-8.55	-72.13
355	-63.58	4.96	-58.63	-8.42	-72.01
356	-63.58	4.62	-58.97	-8.30	-71.88
357	-63.58	4.28	-59.31	-8.17	-71.76
358	-63.58	3.94	-59.64	-8.05	-71.63
359	-63.58	3.60	-59.98	-7.92	-71.51
360	-63.58	3.27	-60.31	-7.80	-71.38
361	-63.58	3.22	-60.37	-7.67	-71.26
362	-63.58	3.17	-60.42	-7.55	-71.13
363	-63.58	3.11	-60.47	-7.42	-71.01
364	-63.58	3.06	-60.52	-7.30	-70.88
365	-63.58	3.01	-60.58	-7.17	-70.76
366	-63.58	2.96	-60.63	-7.05	-70.63
367	-63.58	2.90	-60.68	-6.92	-70.51
368	-63.58	2.85	-60.73	-6.80	-70.38

Fonte: O autor, 2015.

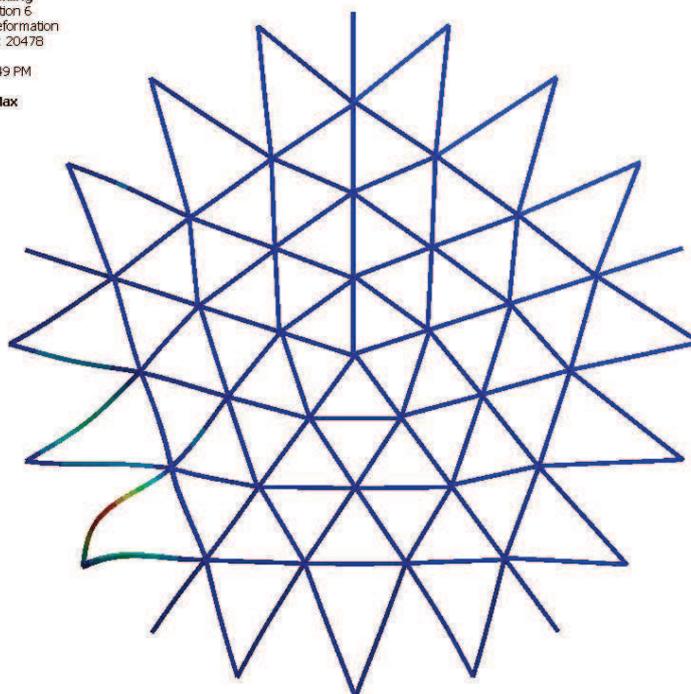
Para os cinco modos de flambagem subsequentes em cada condição de apoio é possível observar um comportamento semelhante, ou seja, os mesmos ocorrem somente em barras nas quais uma extremidade é o nó de apoio da estrutura. A diferença é que estes modos passam a ocorrer em outras barras de mesmo comprimento dentro de um mesmo grupo, conforme ilustram as Figuras 88 a 97.

Figura 88 – 6° modo de flambagem – Apoios rotulados

C: Linear Buckling
 Total Deformation 6
 Type: Total Deformation
 Load Multiplier: 20478
 Unit: mm
 5/2/2015 12:49 PM

1.3479 Max
 1.1982
 1.0484
 0.89861
 0.74884
 0.59908
 0.44931
 0.29954
 0.14977
 0 Min

ANSYS
 R14.5



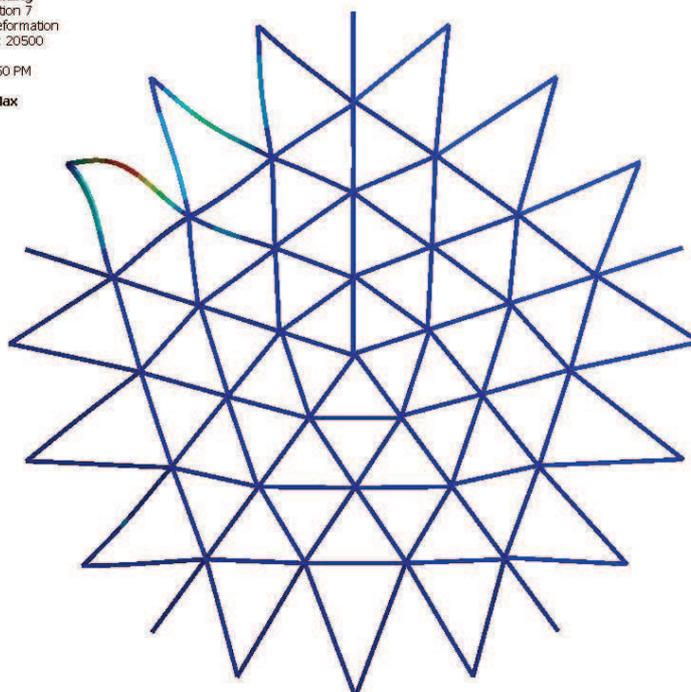
Fonte: O autor, 2015.

Figura 89 – 7° modo de flambagem – Apoios rotulados

C: Linear Buckling
 Total Deformation 7
 Type: Total Deformation
 Load Multiplier: 20500
 Unit: mm
 5/2/2015 12:50 PM

1.3448 Max
 1.1954
 1.046
 0.89657
 0.74714
 0.59771
 0.44828
 0.29886
 0.14943
 0 Min

ANSYS
 R14.5

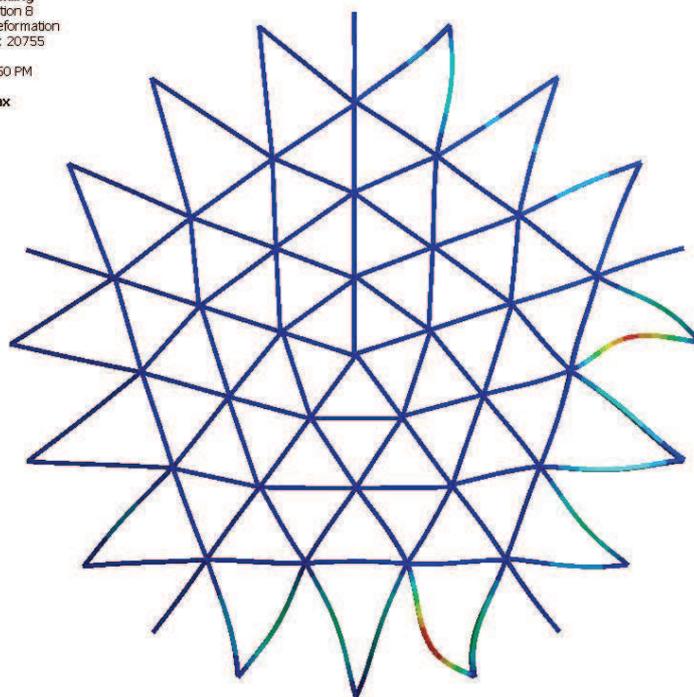


Fonte: O autor, 2015.

Figura 90 – 8º modo de flambagem – Apoios rotulados

C: Linear Buckling
 Total Deformation 8
 Type: Total Deformation
 Load Multiplier: 20755
 Unit: mm
 5/2/2015 12:50 PM

1.398 Max
 1.2427
 1.0674
 0.93203
 0.77669
 0.62136
 0.46602
 0.31068
 0.15534
 0 Min

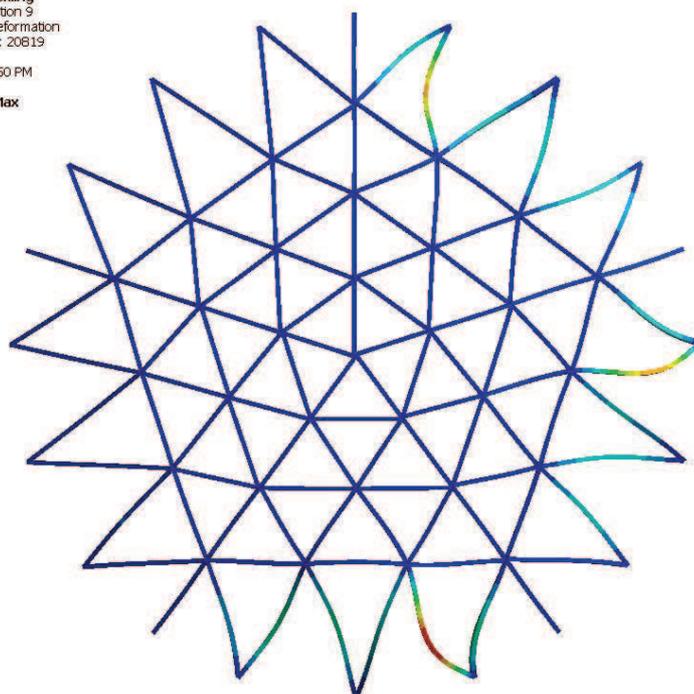


Fonte: O autor, 2015.

Figura 91 – 9º modo de flambagem – Apoios rotulados

C: Linear Buckling
 Total Deformation 9
 Type: Total Deformation
 Load Multiplier: 20819
 Unit: mm
 5/2/2015 12:50 PM

1.3911 Max
 1.2365
 1.062
 0.9274
 0.77283
 0.61827
 0.4637
 0.30913
 0.15457
 0 Min



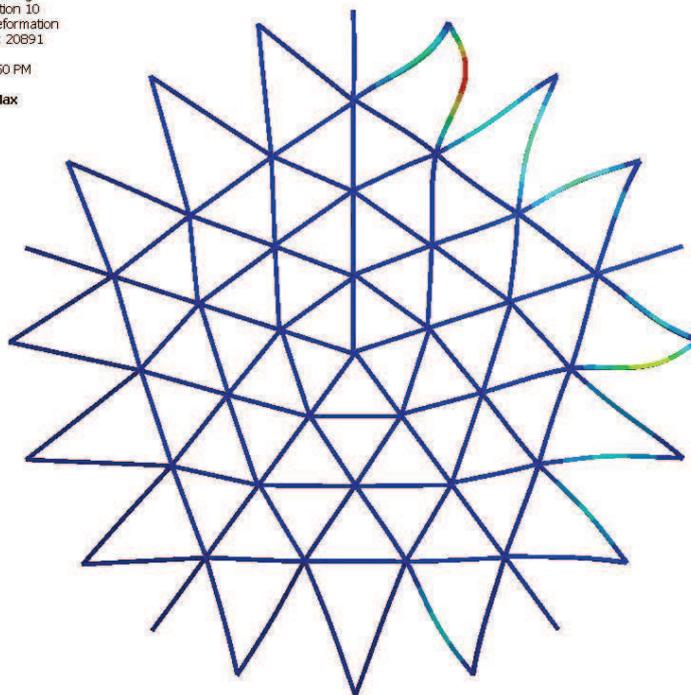
Fonte: O autor, 2015.

Figura 92 – 10º modo de flambagem – Apoios rotulados

C: Linear Buckling
 Total Deformation 10
 Type: Total Deformation
 Load Multiplier: 20891
 Unit: mm
 5/2/2015 12:50 PM

ANSYS
 R14.5

1.3895 Max
 1.2351
 1.0607
 0.92633
 0.77194
 0.61755
 0.46316
 0.30878
 0.15439
 0 Min



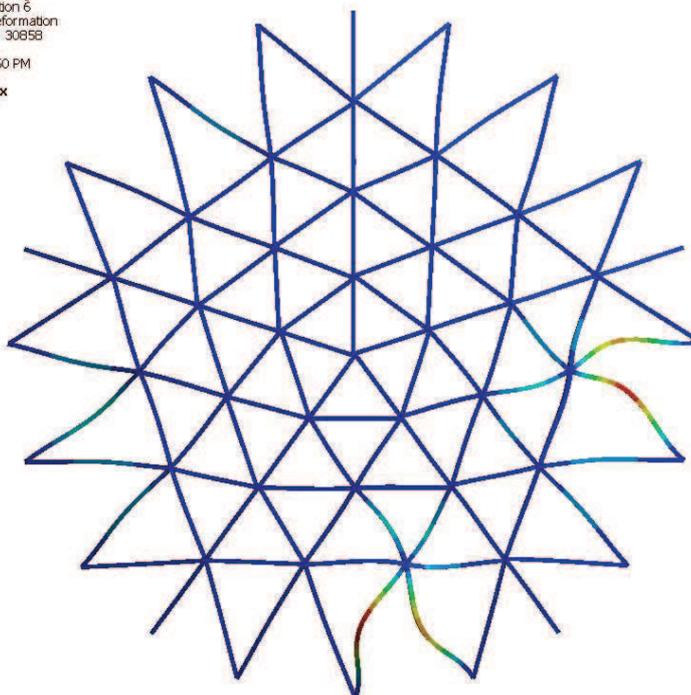
Fonte: O autor, 2015.

Figura 93 – 6º modo de flambagem – Apoios engastados

E: Linear Buckling
 Total Deformation 6
 Type: Total Deformation
 Load Multiplier: 30858
 Unit: mm
 5/2/2015 12:50 PM

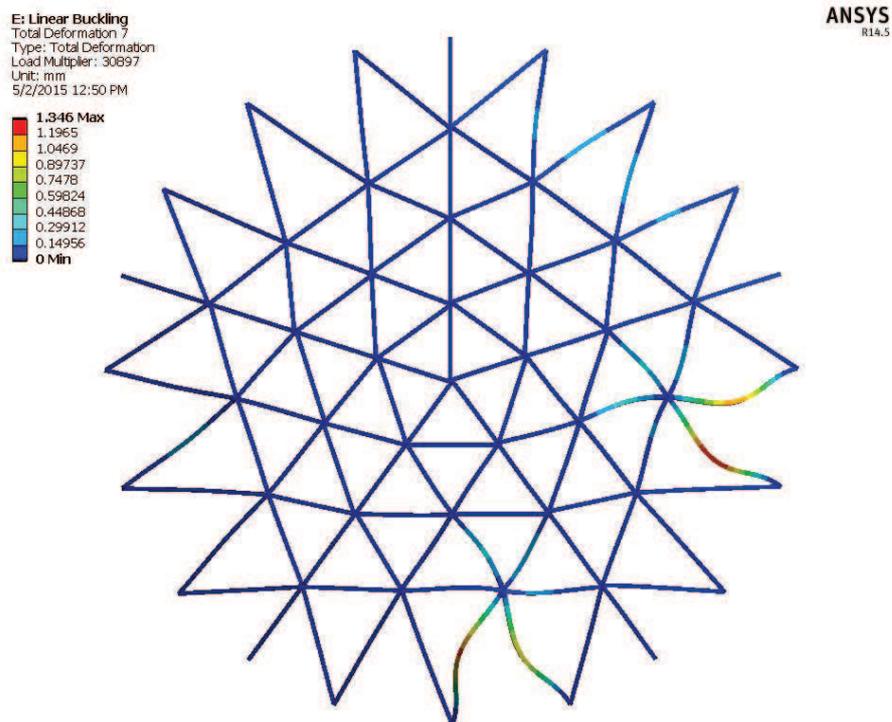
ANSYS
 R14.5

1.344 Max
 1.1947
 1.0454
 0.89602
 0.74668
 0.59734
 0.44801
 0.29867
 0.14934
 0 Min



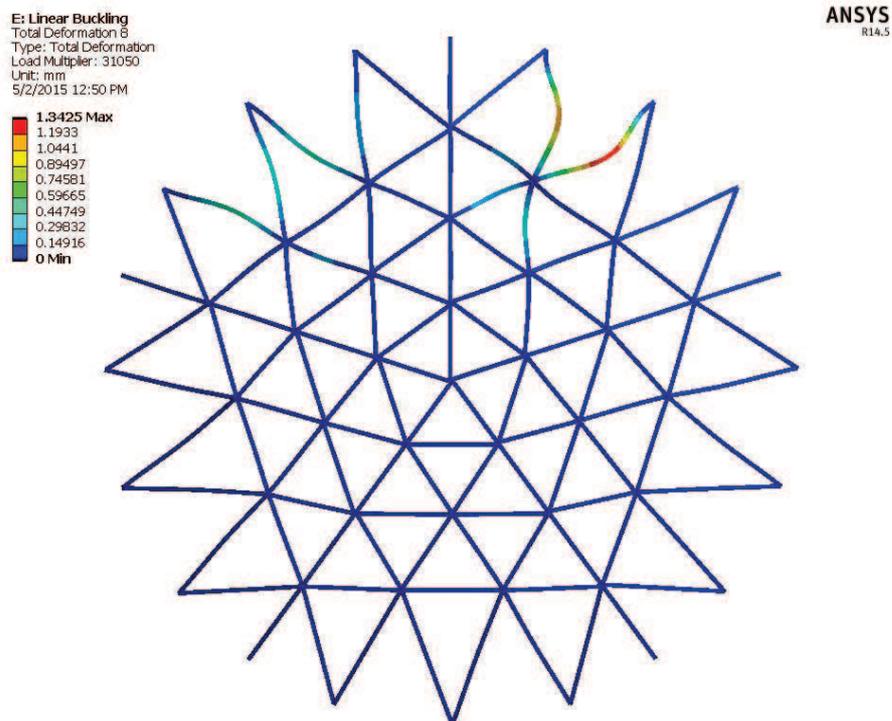
Fonte: O autor, 2015.

Figura 94 – 7º modo de flambagem – Apoios engastados



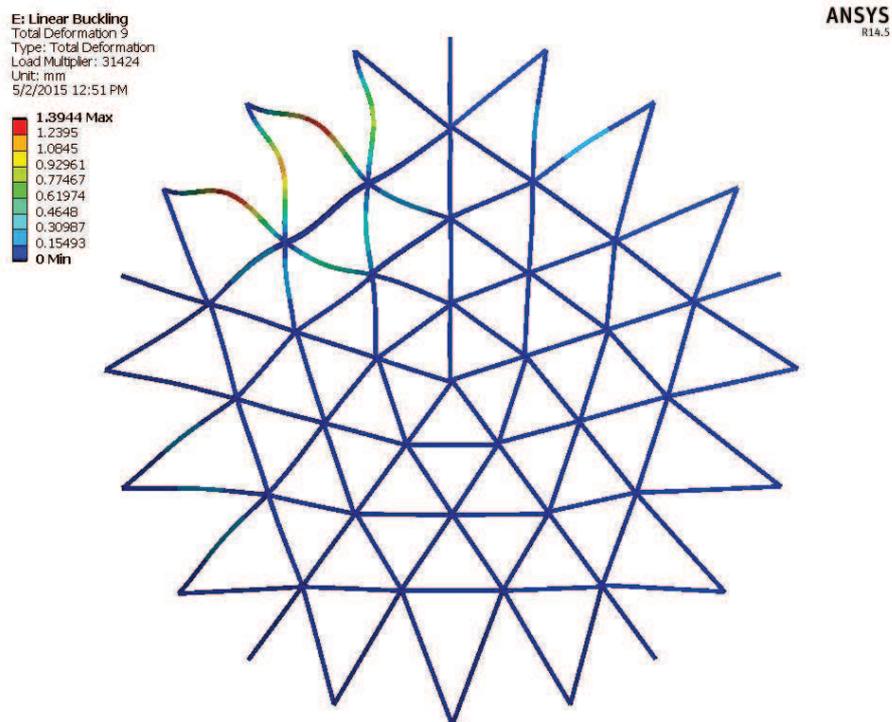
Fonte: O autor, 2015.

Figura 95 – 8º modo de flambagem – Apoios engastados



Fonte: O autor, 2015.

Figura 96 – 9º modo de flambagem – Apoios engastados



Fonte: O autor, 2015.

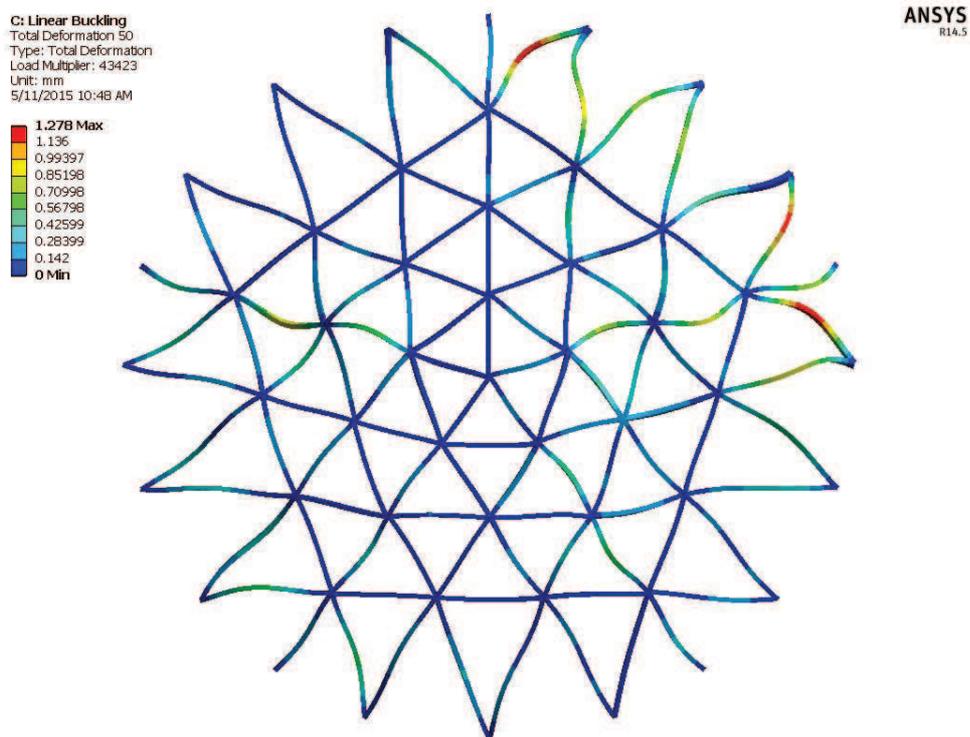
Figura 97 – 10º modo de flambagem – Apoios engastados



Fonte: O autor, 2015.

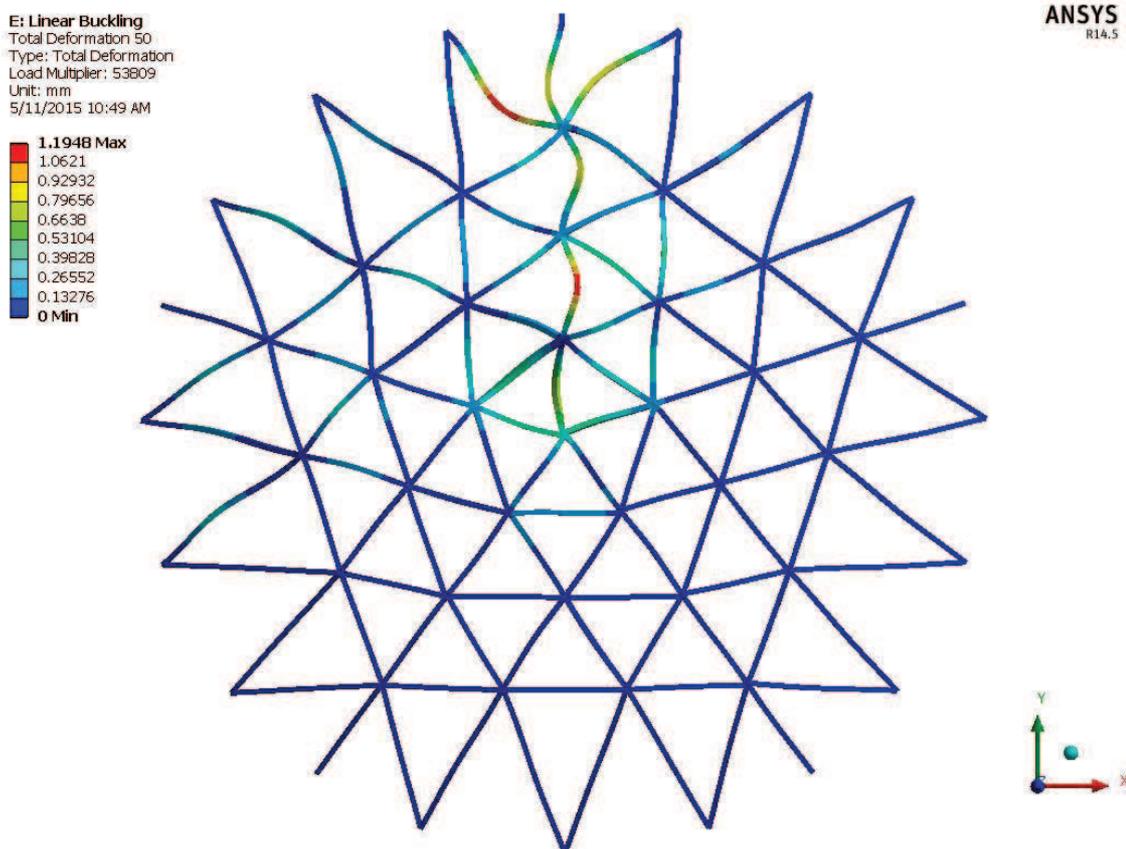
Esta análise linear foi realizada até o 50º modo de flambagem e foi observado que em nenhum deles, para ambas as condições de apoio do domo geodésico, foi encontrado um modo que viesse a causar o colapso da estrutura como um todo, o que permite afirmar que para estas condições de contorno a flambagem ocorrerá inicialmente a partir da falha individual de uma ou mais barras individuais simultaneamente, como mostram as Figuras 98 e 99.

Figura 98 – 50º modo de flambagem – Apoios rotulados



Fonte: O autor, 2015.

Figura 99 – 50° modo de flambagem – Apoios engastados



Fonte: O autor, 2015.

Considerando que as barras B15 são as que apresentaram flambagem nos primeiros modos apresentados, uma comparação das cargas críticas destas barras obtidas no modelo numérico com as cargas críticas de flambagem de acordo com a Teoria de Euler é apresentada nas Tabelas 10 e 11.

Tabela 10 – Cargas críticas de flambagem obtidas via MEF – Barras B15

Apoios Rotulados				Apoios Engastados			
Carga Gravitacional (N)	F_{cr} (N)	Barra	Elemento	Carga Gravitacional (N)	F_{cr} (N)	Barra	Elemento
17308	1387.00	B15	22	29763	2393.00	B15	22

Fonte: O autor, 2015.

A Tabela 10 mostra as cargas críticas de flambagem (F_{cr}) das barras B15 considerando a aplicação do carregamento gravitacional necessário para produzir o

primeiro modo de flambagem do domo geodésico em cada condição de apoio (Figuras 66 e 71).

Tabela 11 – F_{cr} de acordo com a Teoria de Euler

Barra	Barra bi-rotulada (N)	Barra engastada-rotulada (N)	Barra bi-engastada (N)
B15	813.07	1149.85	3252.28

Fonte: O autor, 2015.

As cargas críticas de flambagem indicadas na Tabela 11 foram obtidas a partir das Eqs. (12), (14) e (15), respectivamente.

Considerando que o domo geodésico estudado foi concebido com suas ligações entre barras sendo do tipo rígidas, no caso do modelo com apoios rotulados as barras B15 possuem uma extremidade rotulada e a outra rígida; já no modelo com apoios engastados, as mesmas barras possuem uma extremidade engastada e a outra rígida. E com base nos valores das tensões atuantes fornecidas nas Tabelas 8 e 9, bem como as cargas críticas de flambagem apresentadas nas tabelas 10 e 11, observa-se que:

- a) No modelo com apoios rotulados, o valor de F_{cr} para as barras B15 encontra-se um pouco acima do valor encontrado pela Teoria de Euler para barras engastada-rotuladas;
- b) No modelo com apoios engastados, o valor de F_{cr} para as barras B15 encontra-se numa faixa intermediária dos valores encontrados pela Teoria de Euler para barras engastada-rotuladas e barras bi-engastadas.

Cabe salientar que as tensões axiais produzidas pela flexão das barras não estão sendo levadas em conta nesta comparação. Entretanto, sabe-se que as mesmas exercem influência na carga crítica de flambagem.

Independentemente da rigidez das ligações, todas as colocações feitas até aqui partem do princípio de que as barras constituintes do modelo computacional estão isentas de imperfeições, o que na prática nem sempre é a condição real da estrutura.

Para avaliar qual é o efeito de uma imperfeição geométrica no comportamento à flambagem, análises não lineares foram realizadas.

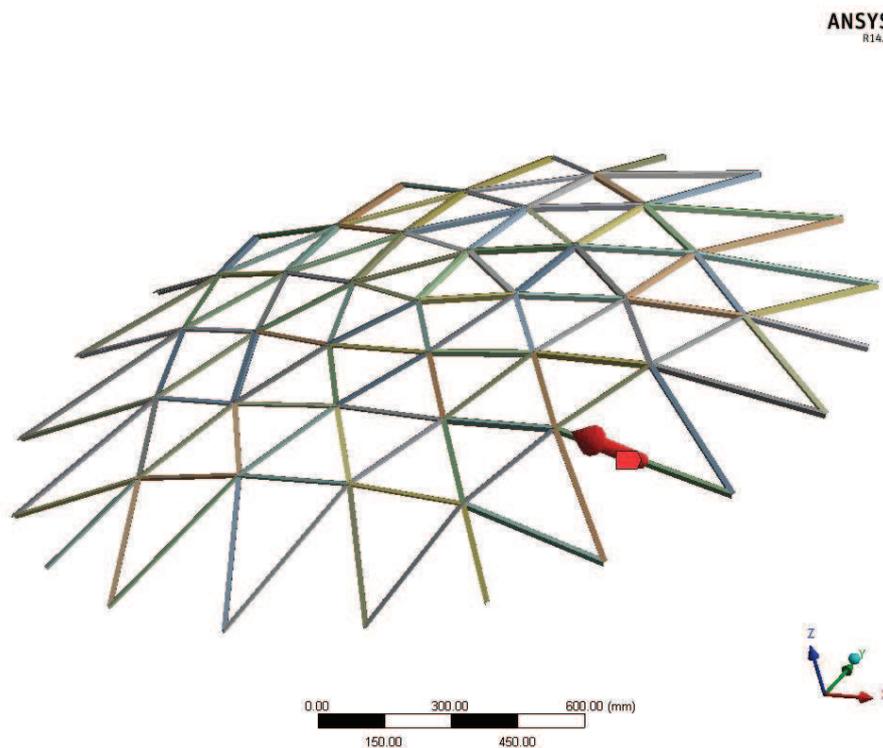
5.2 ANÁLISE DE FLAMBAGEM NÃO LINEAR

Apesar de haver algum consenso no meio acadêmico e científico quanto à importância de avaliar o comportamento de determinadas estruturas fazendo uso de análises não lineares, em grande parte da indústria e escritórios de cálculo esta não é uma prática comumente adotada. Os fatores que levam os profissionais a negligenciar este procedimento vão desde a falta de conhecimento até a insegurança e indisponibilidade de tempo para a sua realização. Todavia, as análises não lineares permitem a obtenção de resultados mais realistas.

As cantoneiras a partir das quais o modelo do domo geodésico foi construído são peças relativamente flexíveis, sendo que o seu próprio peso ou até mesmo o acúmulo de variáveis do processo fabril podem vir a causar deformação durante o processo de montagem. Esta deformação, a qual pode ser entendida como um leve desvio em relação ao eixo longitudinal da barra, pode ser simulada através da introdução de uma pequena carga aplicada em sentido perpendicular a este eixo. E justamente este é o procedimento utilizado na análise do modelo em questão.

Considerando que o primeiro modo de flambagem linear ocorre nas barras B15, mais especificamente no elemento 22 para as duas condições de apoio do domo geodésico, uma parcela pequena, definida aleatoriamente igual a 0,5 N, é introduzida no elemento como carga de instabilidade para simular uma imperfeição geométrica, conforme mostra a Figura 100.

Figura 100 – Carga pontual no elemento 22



Fonte: O autor, 2015.

Esta carga de 0,5 N atuando no sentido de menor inércia da cantoneira, como mostrado na Figura 100, produz uma flecha igual a:

$$\delta = \frac{P \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I_2} \quad (25)$$

$$\delta = \frac{0.5 \cdot (450.82)^3}{48 \cdot 70000 \cdot 239.19} \rightarrow \delta = 0.057 \text{ mm}$$

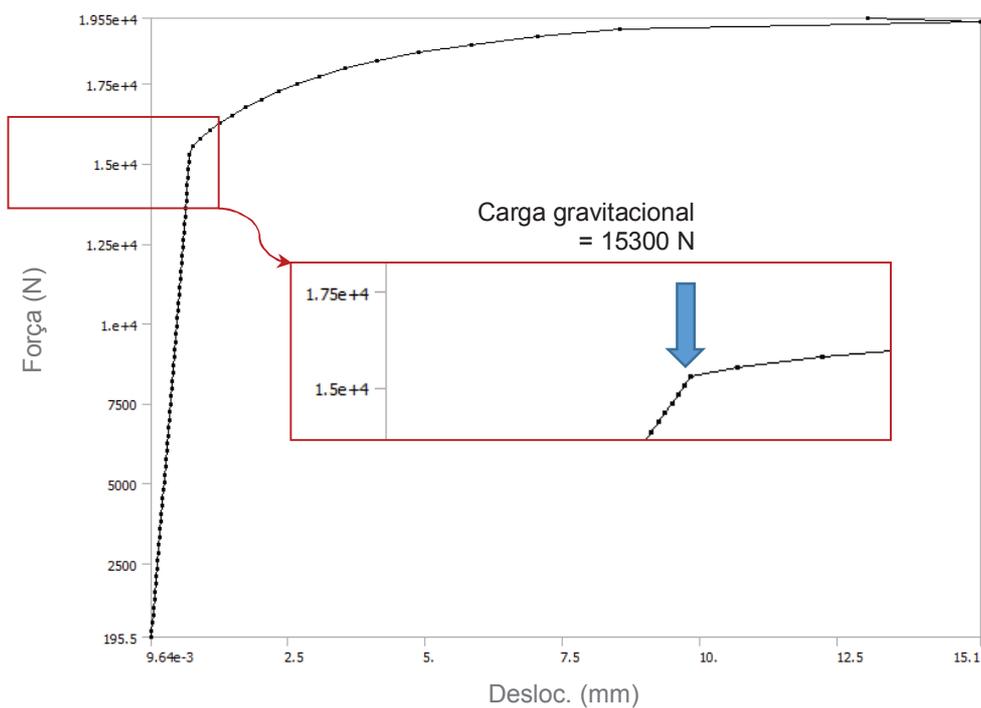
A flecha obtida considera a equação da estática para um elemento simplesmente apoiado. O valor corresponde a aproximadamente 1/7909 do comprimento do elemento 22, o que pode ser considerado pequeno quando comparado ao valor, por exemplo, da norma brasileira NBR 8800: 2008, a qual estabelece para barras comprimidas o limite de 1/1000 para imperfeições devidas ao processo de fabricação.

Para esta análise não linear, a condição de grandes deslocamentos bem como o estabelecimento de um número mínimo de passos de carga, ou seja,

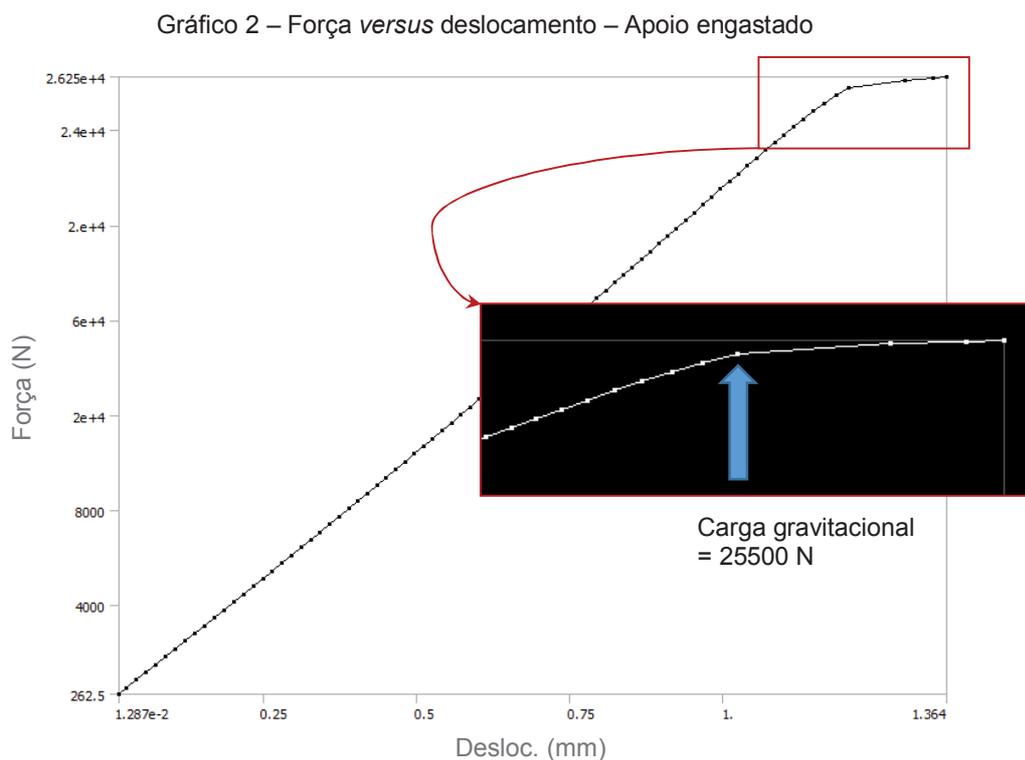
quantos ciclos são necessários para que o carregamento varie de zero até o seu valor máximo, são considerados. Esta etapa, dita iterativa, é realizada pelo método de Newton-Raphson.

Os Gráficos 1 e 2 mostram os carregamentos que provocam a flambagem do elemento 22, considerando as duas condições de apoio da estrutura.

Gráfico 1 – Força *versus* deslocamento – Apoio rotulado



Fonte: O autor, 2015.



Com base nestes gráficos, os valores dos carregamentos gravitacionais que produzem a carga crítica de flambagem quando da consideração da imperfeição inicial no elemento 22 são apresentados na Tabela 12.

Tabela 12 – Cargas gravitacionais (N) críticas para flambagem não linear

Apoios Rotulados		Apoios Engastados	
Carga gravitacional	Elemento	Carga gravitacional	Elemento
15300	22 - B15	25500	22 - B15

Fonte: O autor, 2015.

Comparando os valores da Tabela 12 com os valores apresentados na Tabela 7, observa-se que a carga gravitacional que produz a flambagem não linear do elemento 22 é equivalente a 88,40% da carga gravitacional que produz flambagem linear do mesmo elemento, considerando os apoios do domo geodésico rotulados. No caso destes apoios serem considerados engastados, esta carga corresponde a 85,68% da carga gravitacional que produz flambagem linear do elemento 22.

Tendo em vista tais resultados, para o domo geodésico ora estudado a análise não linear mostrou-se mais conservadora do que a análise linear.

Não obstante os resultados das análises linear e não linear servirem de base para o melhor entendimento do comportamento deste tipo de estrutura, há que se considerar o fato de que o modelo em elementos finitos utilizado até aqui considera a tensão atuando uniformemente em toda a seção transversal das cantoneiras, mas na realidade todo o esforço é introduzido por apenas uma aba, através da tensão de contato provocada pelos parafusos nos furos. Por conta desta particularidade, as cantoneiras serão estudadas isoladamente na seção 5.4.

5.3 ANÁLISES COMPARATIVAS

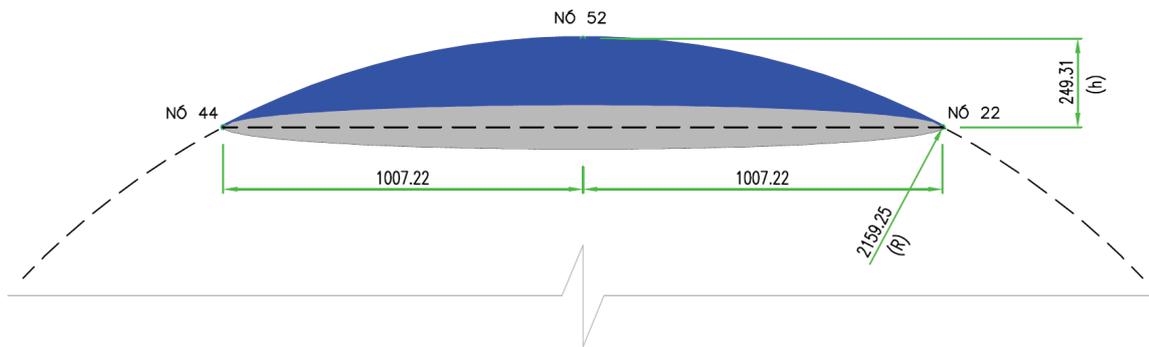
Nesta seção, serão comparados os resultados obtidos na seção 5.1 com os valores obtidos a partir das formulações propostas por Zamanzadeh et al (2010) e Zhu et al (2012). Adicionalmente, serão feitas análises para determinação das frequências naturais de vibração (frequências de ressonância) do domo geodésico em estudo, bem como análises de flambagem linear para duas hipóteses de carregamento adotadas por Rossot (2014), visando também a comparação entre os resultados.

5.3.1 Zamanzadeh et al (2010) e Zhu et al (2012)

Como visto na revisão bibliográfica, os trabalhos realizados por estes autores consideram apenas domos geodésicos de malha triangular equilátera, compostos por elementos de mesma seção transversal e rigidamente ligados entre si. Além disso, Zamanzadeh et al (2010) consideram os domos geodésicos simplesmente apoiados (rotulados) enquanto Zhu et al (2012) os consideram engastados.

As dimensões básicas do domo em estudo, o qual foi apresentado em detalhes no capítulo 4, podem ser representadas na forma de uma calota esférica, conforme mostra a Figura 101.

Figura 101 – Dimensões básicas do domo geodésico (mm)



Fonte: O autor, 2015.

A área superficial desta calota esférica pode ser calculada por:

$$A_c = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot h \quad (26)$$

onde R e h são o raio e a altura do domo geodésico, respectivamente.

A partir da Eq. (26), obtém-se:

$$A_c = 2 \cdot \pi \cdot 2159,25 \cdot 249,31$$

$$A_c = 3382380,76 \text{ mm}^2$$

Considerando o carregamento que provoca o primeiro modo de flambagem linear do domo com seus apoios rotulados, indicado na Tabela 7, e levando em conta que o mesmo é aplicado aos 31 nós mostrados na Figura 64, o valor total do carregamento gravitacional incidente no domo geodésico equivale a:

$$P = 17308 \cdot 31$$

$$P = 536548 \text{ N}$$

Transformando este carregamento total em uma carga uniformemente distribuída, tem-se:

$$q_{cr} = \frac{P}{A_c} \quad (27)$$

$$q_{cr} = 0,159 \text{ N/mm}^2$$

Dessa maneira, supõe-se para efeito de comparação que o valor de q_{cr} pode ser entendido como a carga uniformemente distribuída que provoca o primeiro modo de flambagem do domo com seus apoios rotulados.

Supondo também, para tornar válida a Eq. (1), que o domo geodésico em estudo tivesse todas as suas barras com mesmo comprimento, neste caso tomando o comprimento médio das cantoneiras apresentadas na Tabela 6, ou seja, $L = 303,64$ mm, bem como considerando o menor raio de giração destas cantoneiras (r_2), definido na Tabela 4, o fator de esbeltez S apresentado por Zamanzadeh et al (2010) na Eq. (1) seria igual a:

$$S = \frac{303,64}{\sqrt{2,47 \cdot 2159,25}}$$

$$S = 4,16$$

Como $S > 3,0$, a Eq. (5) proposta pelos autores seria aplicável e, assim, a partir das demais propriedades da cantoneira definidas na Tabela 4, tem-se o valor crítico do carregamento de flambagem elástica do domo geodésico segundo Zamanzadeh et al (2010):

$$q_{cr} = (1,264904 \cdot 4,16^2 - 9,9861 \cdot 4,16 + 22,21036) \cdot 70000 \cdot \frac{\sqrt{39,06 \cdot 238,30}}{2159,25^2 \cdot 303,64}$$

$$q_{cr} = 0,0122 \text{ N/mm}^2$$

Percebe-se, portanto, que o valor de q_{cr} obtido da Eq. (27), referente à análise apresentada na seção 5.1, é praticamente 13 vezes maior do que o valor obtido a partir do emprego da formulação apresentada por estes autores.

No que diz respeito às formulações apresentadas por Zhu et al (2012) através das Eqs. (10) e (11), o domo geodésico do presente estudo possui as seguintes espessuras de membrana equivalente (t_m) e de flexão equivalente (t_b):

$$t_m = \frac{2 \cdot 39,06}{\sqrt{3 \cdot 303,64}}$$

$$t_m = 2,59 \text{ mm}$$

$$t_b = \left(\frac{8\sqrt{3} \cdot 238,30}{303,64} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$t_b = 2,22 \text{ mm}$$

A partir destas espessuras, a carga de flambagem, conforme estabelecem os autores, para a constante C igual a 0,377 definida por Wright (1965), é igual a:

$$q_{cr} = 0,377 \cdot \frac{70000}{2159,25^2} \cdot 2,59^{0,5} \cdot 2,22^{1,5}$$

$$q_{cr} = 0,0301 \text{ N/mm}^2$$

E para a constante C igual a 0,365 definida por Buchert (1976):

$$q_{cr} = 0,365 \cdot \frac{70000}{2159,25^2} \cdot 2,59^{0,5} \cdot 2,22^{1,5}$$

$$q_{cr} = 0,0292 \text{ N/mm}^2$$

Porém, neste caso a comparação deve ser feita considerando o carregamento que provoca o primeiro modo de flambagem linear do domo com seus apoios engastados (Tabela 7), uma vez que Zhu et al (2012) assim o definiram. Dessa maneira, o valor total do carregamento aplicado ao domo equivale a:

$$P = 29763 \cdot 31$$

$$P = 922653 \text{ N}$$

Transformando este carregamento total no que pode ser entendido como a carga uniformemente distribuída que provoca o primeiro modo de flambagem do domo com seus apoios engastados, tem-se a partir da Eq. (27):

$$q_{cr} = 0,273 \text{ N/mm}^2$$

Da mesma forma como na comparação com as formulações de Zamanzadeh et al (2010), este valor também diverge dos valores obtidos com o emprego da formulação apresentada por Zhu et al (2012). A razão entre eles é de aproximadamente 9,07 (com C igual a 0,377) e 9,35 (com C igual a 0,365).

A Tabela 13 apresenta o resumo dos resultados apresentados nesta seção:

Tabela 13 – Carregamentos críticos de flambagem (N/mm²)

Apoios Rotulados		Apoios Engastados	
Zamanzadeh et al (2010)	Giacomitti Junior (2015)	Zhu et al (2012)	Giacomitti Junior (2015)
0.0122	0.159	0.0301 / 0.0292	0.273

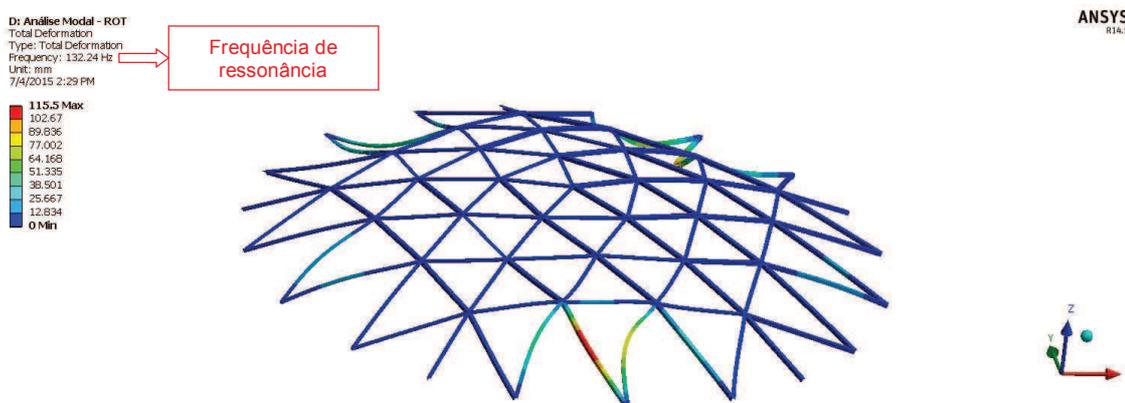
Fonte: O autor, 2015.

Um último ponto a mencionar sobre estas análises comparativas é que a razão entre os valores obtidos com o emprego da formulação de Zhu et al (2012) e de Zamanzadeh et al (2010) é de aproximadamente 2,47 (com C igual a 0,377) e 2,39 (com C igual a 0,365).

5.3.2 Rossot (2014)

O trabalho deste autor teve como principal objetivo a análise dinâmica, conforme mostrado na revisão da literatura. Tendo isso em vista, para o modelo em estudo foram determinadas as suas frequências de ressonância considerando-o com seus apoios rotulados e também engastados, conforme mostram as Figuras 102 a 113 e as Tabelas 14 e 15. A fim de comparar estes valores com aqueles obtidos por Rossot (2014), na presente análise também foram obtidos os primeiros 150 modos de vibração.

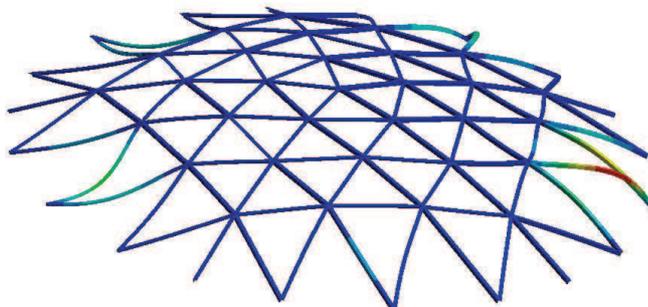
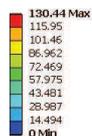
Figura 102 – 1º modo de vibração – Apoios rotulados



Fonte: O autor, 2015.

Figura 103 – 2º modo de vibração – Apoios rotulados

D: Análise Modal - ROT
 Total Deformation 2
 Type: Total Deformation
 Frequency: 132.33 Hz
 Unit: mm
 7/4/2015 2:29 PM



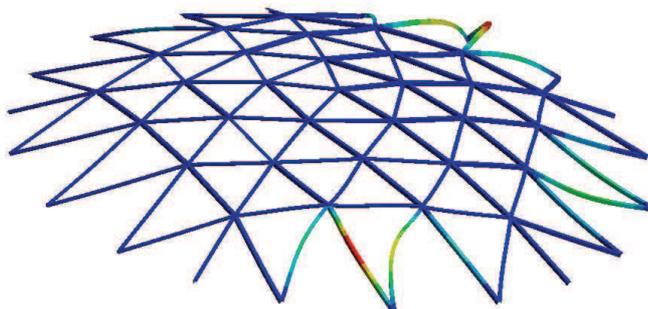
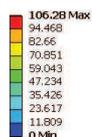
ANSYS
R14.5



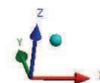
Fonte: O autor, 2015.

Figura 104 – 3º modo de vibração – Apoios rotulados

D: Análise Modal - ROT
 Total Deformation 3
 Type: Total Deformation
 Frequency: 132.7 Hz
 Unit: mm
 7/4/2015 2:29 PM



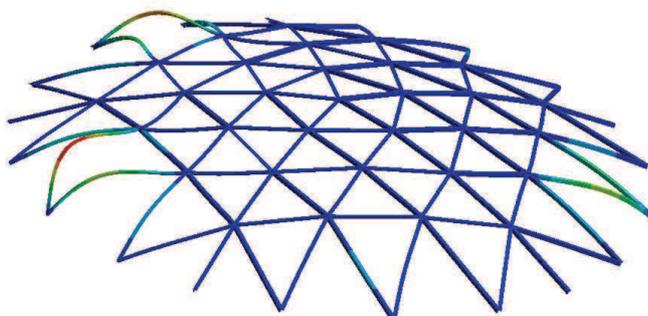
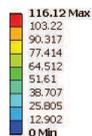
ANSYS
R14.5



Fonte: O autor, 2015.

Figura 105 – 4º modo de vibração – Apoios rotulados

D: Análise Modal - ROT
 Total Deformation 4
 Type: Total Deformation
 Frequency: 132.95 Hz
 Unit: mm
 7/4/2015 2:30 PM



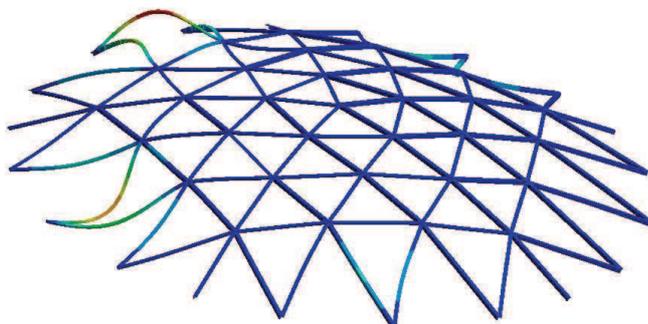
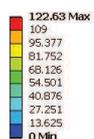
ANSYS
R14.5



Fonte: O autor, 2015.

Figura 106 – 5º modo de vibração – Apoios rotulados

D: Análise Modal - ROT
Total Deformation 5
Type: Total Deformation
Frequency: 133.09 Hz
Unit: mm
7/4/2015 2:30 PM

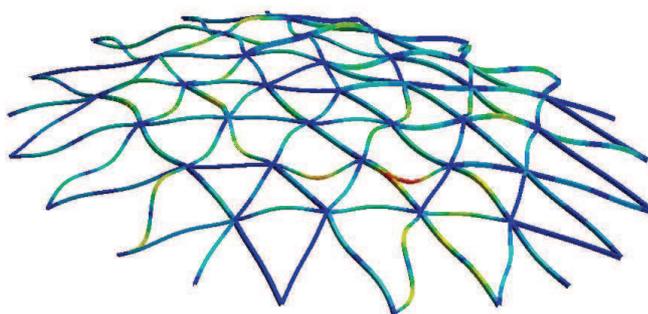
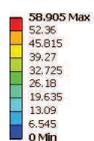


ANSYS
R14.5

Fonte: O autor, 2015.

Figura 107 – 150º modo de vibração – Apoios rotulados

D: Análise Modal - ROT
Total Deformation 150
Type: Total Deformation
Frequency: 546.04 Hz
Unit: mm
7/4/2015 2:27 PM



ANSYS
R14.5

Fonte: O autor, 2015.

Tabela 14 – Frequências de ressonância do modelo com apoios rotulados

Modo	Frequência (Hertz)						
1	132.24	39	234.19	77	336.67	115	444.25
2	132.33	40	235.00	78	340.34	116	447.06
3	132.70	41	235.39	79	343.58	117	451.57
4	132.95	42	237.00	80	345.22	118	457.09
5	133.09	43	239.30	81	345.55	119	463.21
6	151.37	44	240.19	82	349.06	120	467.48
7	151.69	45	243.42	83	349.78	121	469.92
8	152.27	46	247.42	84	359.09	122	471.32
9	152.35	47	252.33	85	362.52	123	474.94
10	152.50	48	253.79	86	363.89	124	477.27
11	169.70	49	255.11	87	365.79	125	480.55
12	170.50	50	257.30	88	367.93	126	482.12
13	171.09	51	265.48	89	373.28	127	485.03
14	172.45	52	269.19	90	374.36	128	488.04
15	173.23	53	270.71	91	376.21	129	489.52
16	179.67	54	273.77	92	378.66	130	494.40
17	180.40	55	279.89	93	381.74	131	497.06
18	182.12	56	281.00	94	387.54	132	497.69
19	182.74	57	281.98	95	392.08	133	500.67
20	184.49	58	283.86	96	395.29	134	502.46
21	198.37	59	286.66	97	401.11	135	505.62
22	200.04	60	288.88	98	410.30	136	507.75
23	200.18	61	293.13	99	411.16	137	510.13
24	202.14	62	293.82	100	413.77	138	514.37
25	202.72	63	302.12	101	414.45	139	516.03
26	204.19	64	305.78	102	416.33	140	517.53
27	208.74	65	307.57	103	416.51	141	520.20
28	209.04	66	314.71	104	418.03	142	521.51
29	210.81	67	315.80	105	418.58	143	528.99
30	212.24	68	317.99	106	419.67	144	531.02
31	215.78	69	318.48	107	421.38	145	532.96
32	216.01	70	321.30	108	421.73	146	533.62
33	222.65	71	324.05	109	425.44	147	538.43
34	222.85	72	326.84	110	427.29	148	540.06
35	224.00	73	329.82	111	429.62	149	543.58
36	229.34	74	330.23	112	431.71	150	546.04
37	232.08	75	330.62	113	434.59	-	-
38	233.09	76	333.75	114	436.38	-	-

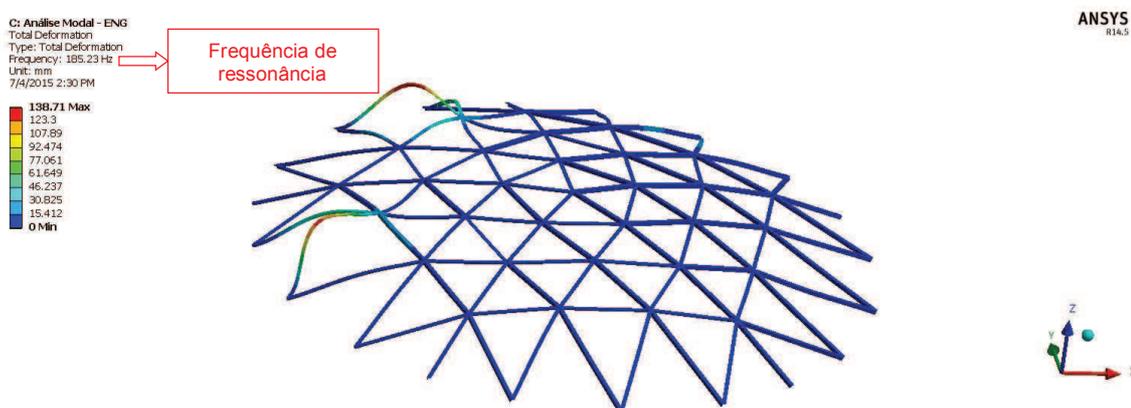
Fonte: O autor, 2015.

Para o caso do domo geodésico com seus apoios considerados rotulados (Figuras 102 a 107 e Tabela 14), todas as frequências de vibração encontradas

foram referentes aos modos individuais de um ou mais elementos, não tendo sido identificado nenhum modo de vibração global, onde há movimento de corpo rígido do domo como um todo.

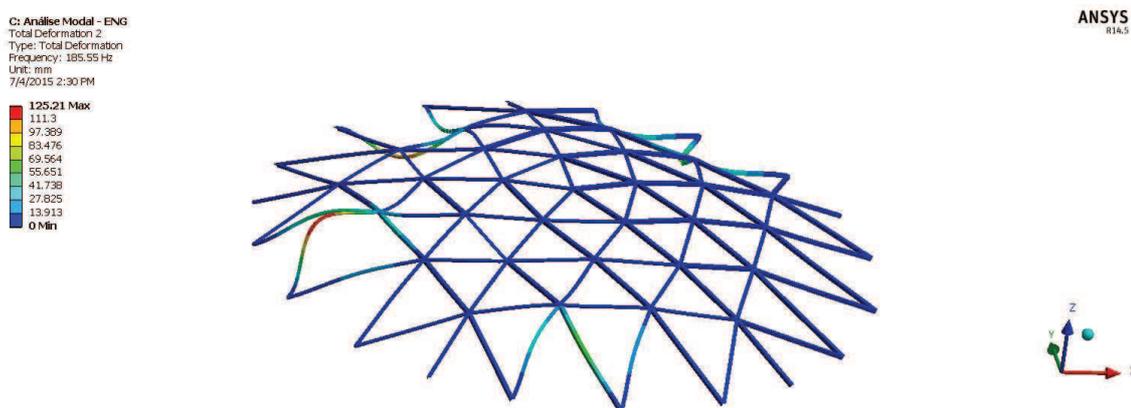
Outro ponto interessante a destacar é que em todos os modos de vibração apresentados há movimento de flexão dos elementos, ao contrário do que mostrou Rossot (2014) em sua análise. De acordo com a Figura 39, ao trabalhar com elementos de treliça no modelo computacional simplificado, o autor identifica modos de vibração onde há movimentação dos nós sem a perda de retilinearidade dos elementos.

Figura 108 – 1º modo de vibração – Apoios engastados



Fonte: O autor, 2015.

Figura 109 – 2º modo de vibração – Apoios engastados

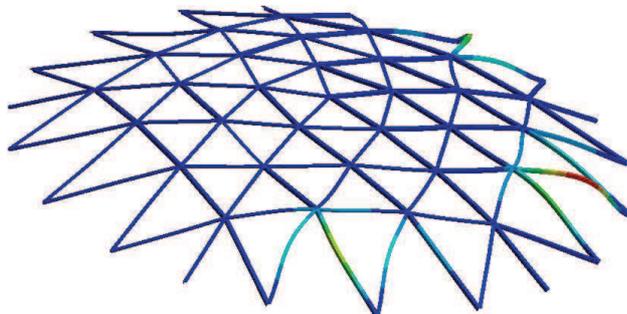


Fonte: O autor, 2015.

Figura 110 – 3º modo de vibração – Apoios engastados

C: Análise Modal - ENG
 Total Deformation 3
 Type: Total Deformation
 Frequency: 185.85 Hz
 Unit: mm
 7/4/2015 2:31 PM

131.07 Max
 116.51
 101.94
 87.381
 72.818
 58.254
 43.691
 29.127
 14.564
0 Min



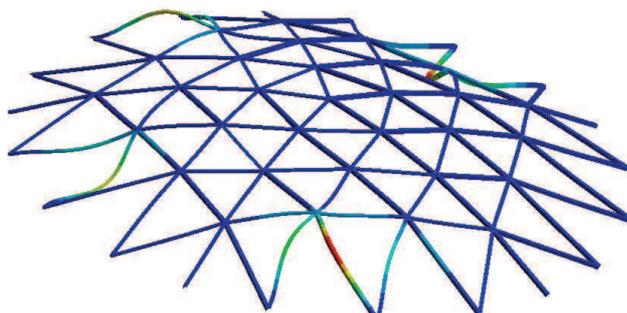
ANSYS
 R14.5

Fonte: O autor, 2015.

Figura 111 – 4º modo de vibração – Apoios engastados

C: Análise Modal - ENG
 Total Deformation 4
 Type: Total Deformation
 Frequency: 186.59 Hz
 Unit: mm
 7/4/2015 2:31 PM

110.66 Max
 96.361
 86.066
 73.771
 61.476
 49.181
 36.885
 24.59
 12.295
0 Min



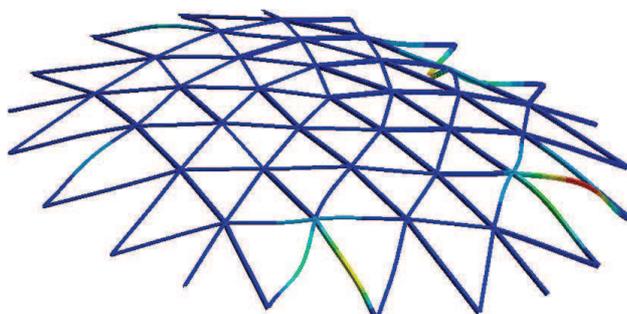
ANSYS
 R14.5

Fonte: O autor, 2015.

Figura 112 – 5º modo de vibração – Apoios engastados

C: Análise Modal - ENG
 Total Deformation 5
 Type: Total Deformation
 Frequency: 187.1 Hz
 Unit: mm
 7/4/2015 2:31 PM

129.91 Max
 110.14
 96.376
 82.608
 68.84
 55.072
 41.304
 27.536
 13.768
0 Min



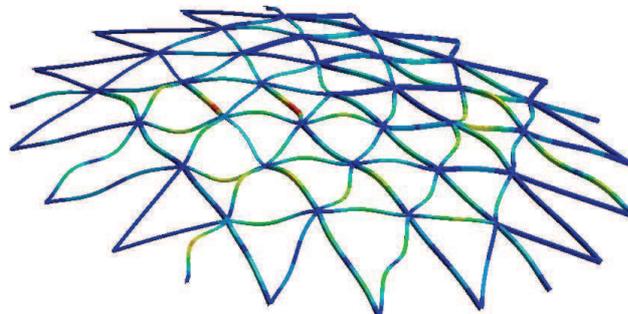
ANSYS
 R14.5

Fonte: O autor, 2015.

Figura 113 – 150° modo de vibração – Apoios engastados

C: Análise Modal - ENG
Total Deformation 150
Type: Total Deformation
Frequency: 572.46 Hz
Unit: mm
7/4/2015 2:30 PM

66.538 Max
59.145
51.752
44.359
36.965
29.572
22.179
14.786
7.3931
0 Min



Fonte: O autor, 2015.

Tabela 15 – Frequências de ressonância do modelo com apoios engastados

Modo	Frequência (Hertz)						
1	185.23	39	273.76	77	382.72	115	487.38
2	185.55	40	273.90	78	383.93	116	488.88
3	185.85	41	276.79	79	391.18	117	490.46
4	186.59	42	281.97	80	393.56	118	493.42
5	187.10	43	284.89	81	395.11	119	495.78
6	190.65	44	288.07	82	399.99	120	496.50
7	190.78	45	288.28	83	400.95	121	502.11
8	190.96	46	293.23	84	404.14	122	504.76
9	193.18	47	294.50	85	406.82	123	506.61
10	193.47	48	295.32	86	408.58	124	510.54
11	205.46	49	295.98	87	412.53	125	515.32
12	211.73	50	298.38	88	413.66	126	516.91
13	211.85	51	301.30	89	416.01	127	518.59
14	221.43	52	303.67	90	417.00	128	520.38
15	222.75	53	304.15	91	418.34	129	523.72
16	226.19	54	308.66	92	424.32	130	527.39
17	226.50	55	310.54	93	426.29	131	529.57
18	229.02	56	323.08	94	427.83	132	532.62
19	230.79	57	324.06	95	428.41	133	536.62
20	232.64	58	331.18	96	430.89	134	541.83
21	234.69	59	332.12	97	433.29	135	543.44
22	235.24	60	336.76	98	434.12	136	544.81
23	236.31	61	339.13	99	437.85	137	545.98
24	236.87	62	340.29	100	439.08	138	550.21
25	237.88	63	344.15	101	444.54	139	551.64
26	242.38	64	347.31	102	447.88	140	552.56
27	242.83	65	349.63	103	448.99	141	553.19
28	244.02	66	353.55	104	450.92	142	554.57
29	244.89	67	361.24	105	452.56	143	558.22
30	247.07	68	361.50	106	454.71	144	558.91
31	247.66	69	362.49	107	460.49	145	561.03
32	249.85	70	363.10	108	462.35	146	562.52
33	251.82	71	364.49	109	466.89	147	565.43
34	253.34	72	367.60	110	469.18	148	569.53
35	262.09	73	372.15	111	470.98	149	570.98
36	264.49	74	373.25	112	474.26	150	572.46
37	265.89	75	374.99	113	477.91	-	-
38	272.59	76	379.03	114	485.40	-	-

Fonte: O autor, 2015.

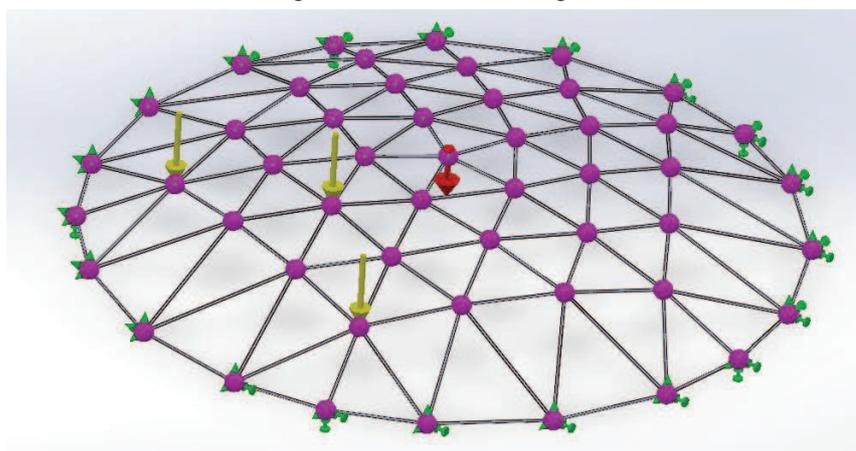
No caso dos nós de apoio considerados como engastados, a Tabela 15 mostra todos os 150 modos de vibração avaliados com frequências naturais superiores àquelas obtidas quando da consideração destes mesmos nós rotulados.

Com respeito às geometrias das barras durante a vibração, as mesmas também apresentaram flexão, a exemplo do que ocorreu quando da consideração dos nós de apoio rotulados (Figuras 102 a 107). Tal comportamento, na situação de apoios engastados, apresentou-se mais coerente com o comportamento identificado por Rossot (2014), conforme mostrado na Figura 40.

Apesar do trabalho de Rossot (2014) dar maior ênfase à análise dinâmica, o autor também realizou uma análise de flambagem linear para determinação da carga crítica a partir da aplicação de carregamentos estáticos, considerando três casos de carga, conforme apresentado na revisão bibliográfica.

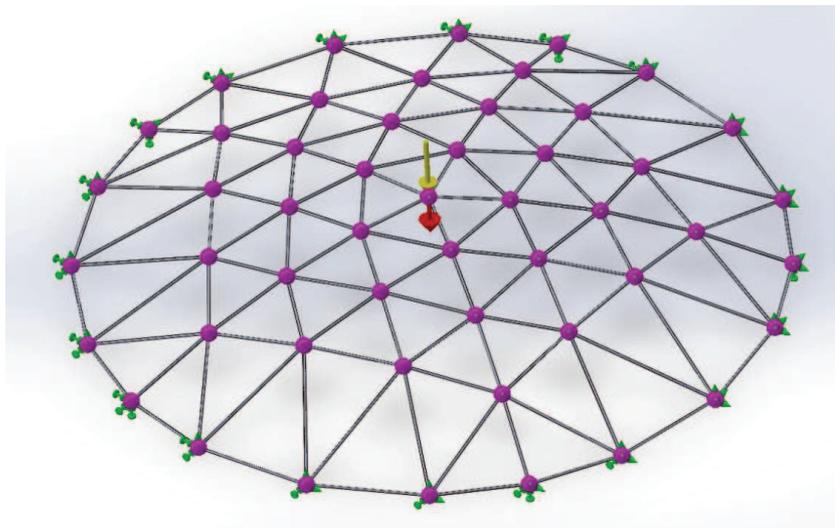
Dos três casos de carga mencionados, no presente estudo será feita uma comparação levando em consideração dois deles: a situação que representa os bocais de operação do tanque e a condição que representa um agitador preso ao nó central do domo geodésico, conforme mostram as Figuras 114 e 115, respectivamente. Para ambas, o peso próprio da estrutura é levado em consideração por Rossot (2014), o qual é representados pelos vetores de cor vermelha, e também será considerado na presente análise.

Figura 114 – Caso de carga 1



Fonte: Rossot, 2014.

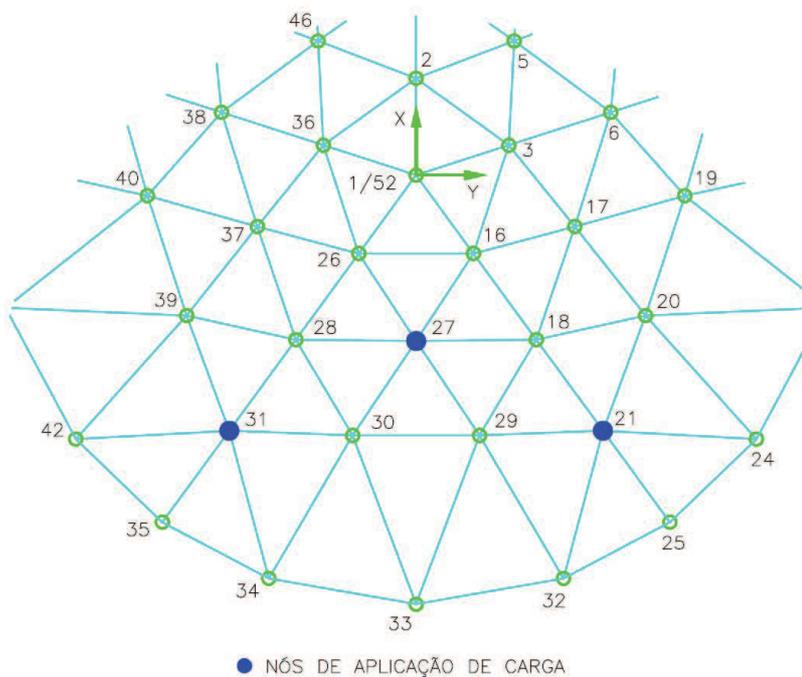
Figura 115 – Caso de carga 2



Fonte: Rossot, 2014.

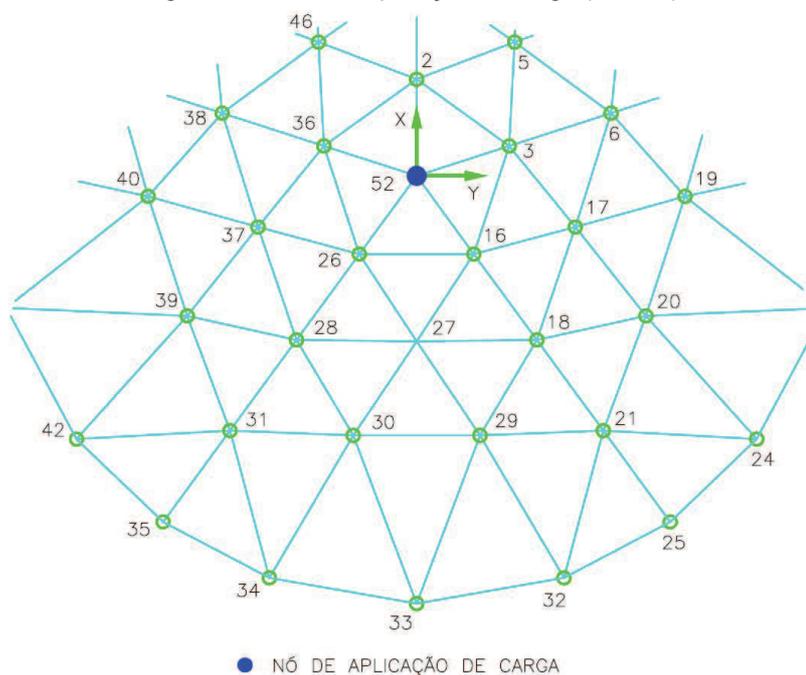
As numerações dos nós onde estão aplicados os carregamentos mostrados nas Figuras 114 e 115 é reproduzida nas Figuras 116 e 117, respectivamente.

Figura 116 – Nós de aplicação de carga (Caso 1)



Fonte: O autor, 2015.

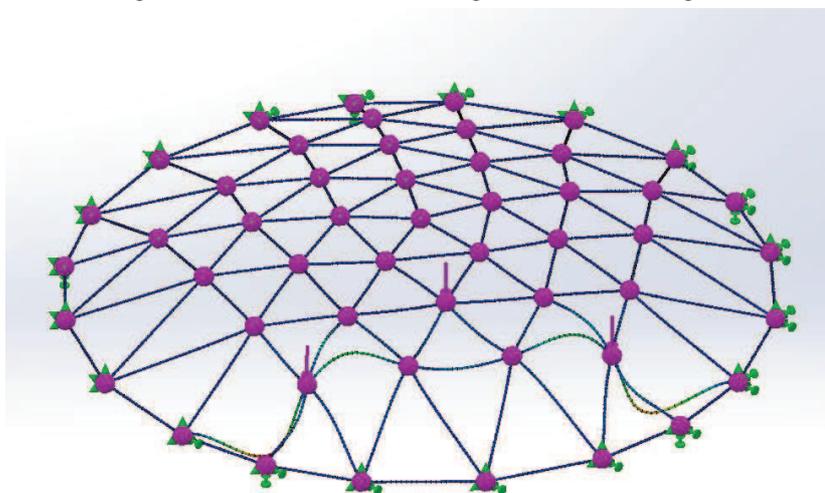
Figura 117 – Nó de aplicação de carga (Caso 2)



Fonte: O autor, 2015.

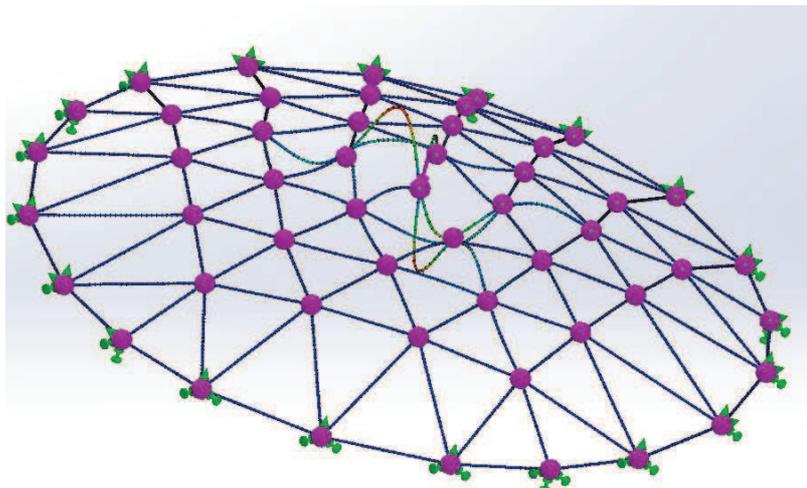
Em sua análise, Rossot (2014) considerou as barras do domo geodésico como elementos de treliça, ou seja, aos nós que unem estas barras não foi imposta nenhuma restrição ao giro. Assim, para os casos de carga representados nas Figuras 114 e 115 o autor encontrou os primeiros modos de flambagem conforme mostram as Figuras 118 e 119:

Figura 118 – 1º modo de flambagem – Caso de carga 1



Fonte: Rossot, 2014.

Figura 119 – 1º modo de flambagem – Caso de carga 2



Fonte: Rossot, 2014.

E os valores das cargas encontradas por Rossot (2014) são mostrados na Tabela 16:

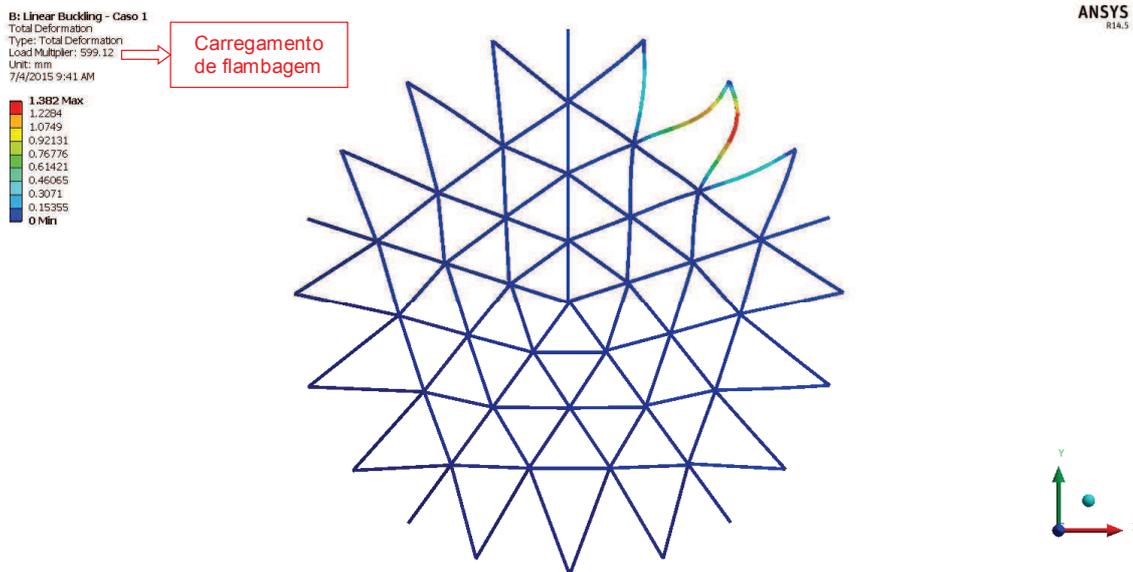
Tabela 16 – Carregamentos críticos de flambagem (N)

Caso 1	561.60
Caso 2	770.00

Fonte: Adaptado de Rossot, 2014.

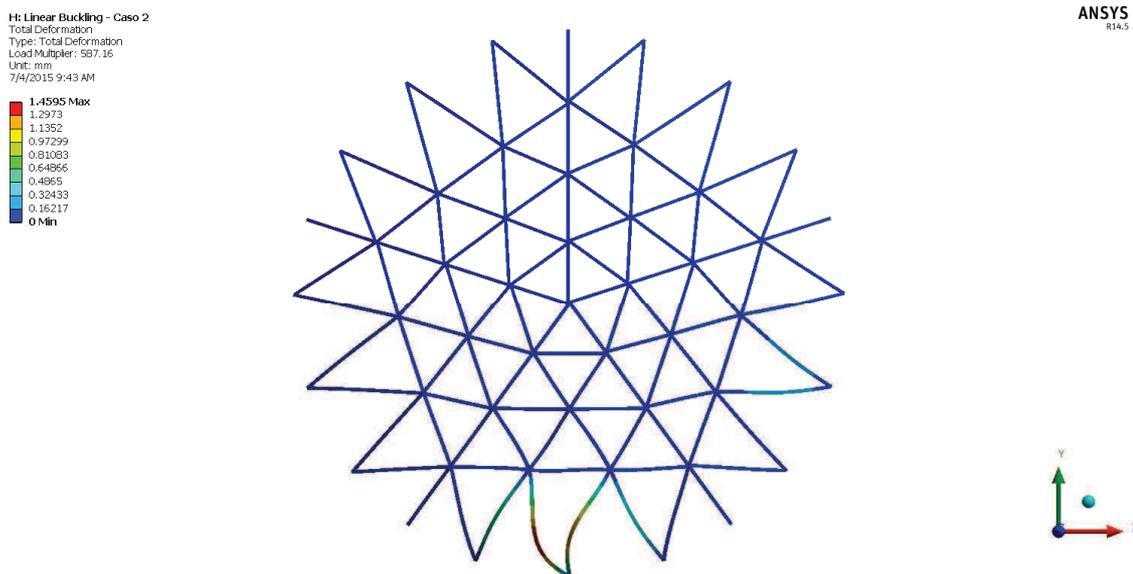
Na análise realizada na presente dissertação, a avaliação das cargas críticas de flambagem para os dois casos de carga mencionados foi feita considerando os apoios do domo geodésico tanto rotulados quanto engastados, totalizando quatro hipóteses de flambagem, as quais são mostradas nas Figuras 120 a 123 e também na Tabela 17.

Figura 120 – 1º modo de flambagem – Caso de carga 1 – Apoios rotulados



Fonte: O autor, 2015.

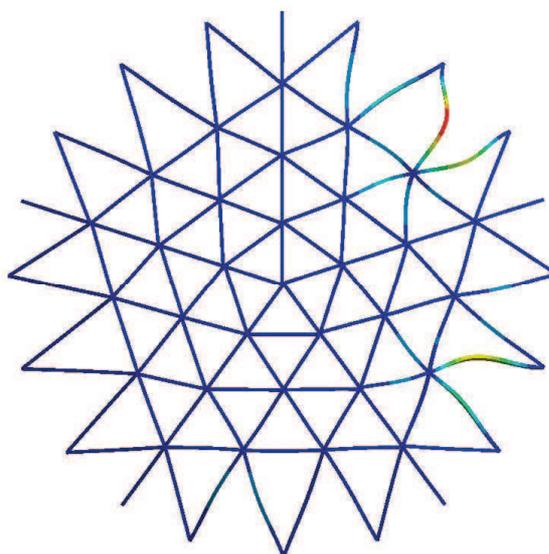
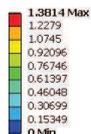
Figura 121 – 1º modo de flambagem – Caso de carga 2 – Apoios rotulados



Fonte: O autor, 2015.

Figura 122 – 1º modo de flambagem – Caso de carga 1 – Apoios engastados

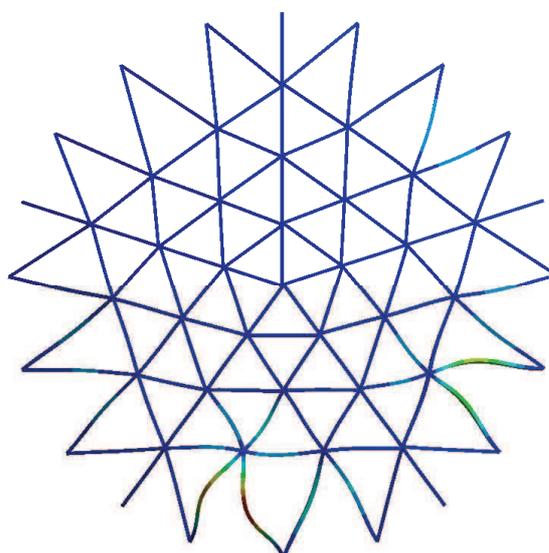
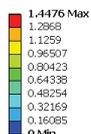
F: Linear Buckling - Caso 1
 Total Deformation
 Type: Total Deformation
 Load Multiplier: 1076.2
 Unit: mm
 7/4/2015 9:42 AM

ANSYS
R14.5

Fonte: O autor, 2015.

Figura 123 – 1º modo de flambagem – Caso de carga 2 – Apoios engastados

D: Linear Buckling - Caso 2
 Total Deformation
 Type: Total Deformation
 Load Multiplier: 1049.7
 Unit: mm
 7/4/2015 9:41 AM

ANSYS
R14.5

Fonte: O autor, 2015.

Tabela 17 – Carregamentos críticos de flambagem (N)

Apoios Rotulados		Apoios Engastados	
Caso 1	599.12	Caso 1	1076.20
Caso 2	587.16	Caso 2	1059.70

Fonte: O autor, 2015.

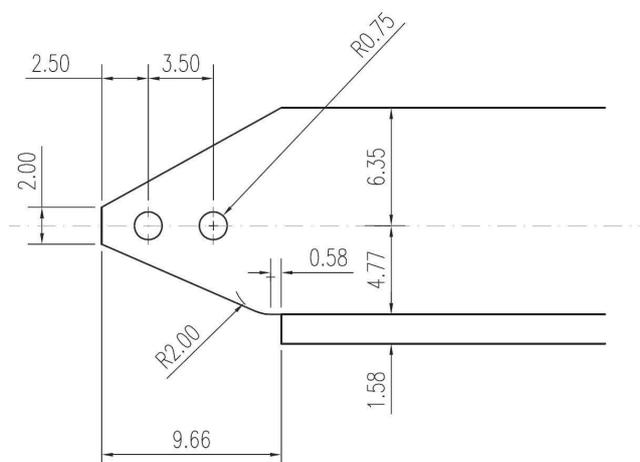
Analisando as Figuras 120 e 123 e a Tabela 17, nota-se que os carregamentos críticos de flambagem considerando o domo geodésico com seus apoios rotulados se aproximaram mais dos valores obtidos por Rossot (2014) do que a consideração de apoios engastados. Contudo, esta situação ocorre somente para o caso de carga 1. Apesar disso, os modos de flambagem apresentados nas Figuras 120 e 123 não se assemelham com os encontrados pelo autor (Figuras 118 e 119).

5.4 ANÁLISE DAS CANTONEIRAS ISOLADAS

Conforme mostra a Tabela 6, o domo geodésico em estudo é composto por 15 tipos de cantoneiras, com comprimentos variando de 227.93 mm a 450.82 mm. O modelo representado pelas Figuras 62 e 63 respeita estes comprimentos, porém não apresenta uma discretização da sua geometria, ou seja, os esforços atuantes produzem tensões praticamente uniformes ao longo de todo o comprimento das barras e esta hipótese é adotada na grande maioria destes casos, por simplificação (REZENDE et al., 2006). Contudo, nas seções transversais da cantoneira em regiões suficientemente afastadas da região de ligação, tal hipótese, de fato, pode ser considerada válida, mas nas proximidades desta região de ligação a distribuição uniforme de tensões não é mais verdadeira e há que se considerar a concentração das tensões nestas regiões por onde o carregamento é introduzido.

As cantoneiras da presente análise possuem extremidades projetadas para receber dois parafusos em uma única aba, conforme mostra a Figura 124.

Figura 124 – Detalhe das extremidades das cantoneiras



Fonte: Adaptado de Rossot, 2014.

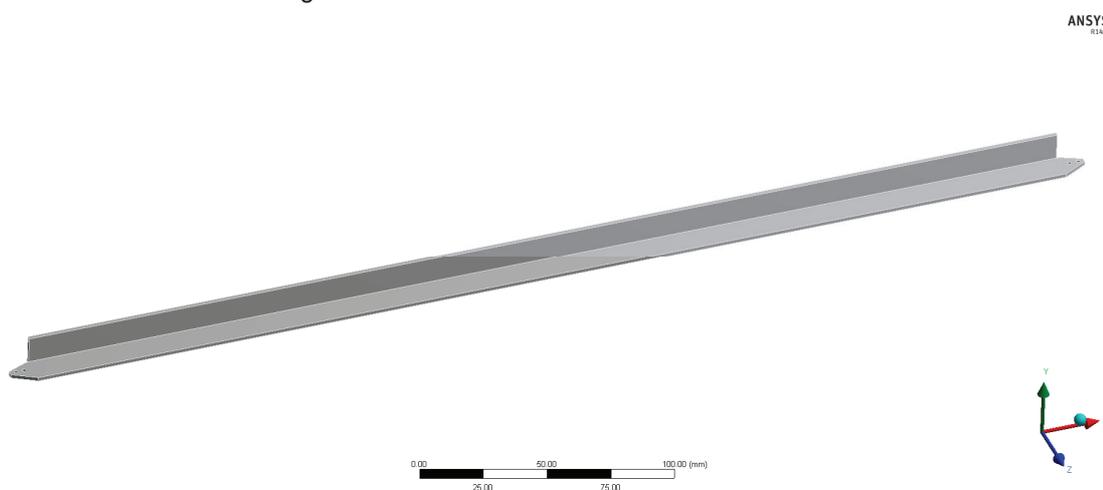
Em outras palavras, em função destas características geométricas supõe-se que as tensões variem ao longo do comprimento e por isso foi desenvolvido um modelo com elementos finitos SOLID187 para avaliar a carga crítica de flambagem linear considerando esta tensão não uniformemente introduzida pelos furos.

A escolha por elementos finitos sólidos está baseada nos bons resultados obtidos por Chung e Ip (2000) e Rezende et al (2006), os quais realizaram análises numéricas e experimentais de ligações parafusadas em perfis formados a frio, constituídos por chapas finas, também utilizando elementos sólidos.

Especificamente no estudo realizado por Rezende et al (2006), dentre alguns modelos numéricos os autores desenvolveram dois modelos constituídos por ligação parafusada em cantoneira de abas iguais formada a frio, com dimensões de 50 x 1,55 mm (largura da aba *versus* espessura da aba) e conectada apenas por uma das abas, sendo um dos modelos com dois parafusos e outro com três parafusos.

Sendo assim, para a análise individual da cantoneira B15 serão utilizados dois modelos: um deles chamado de modelo discreto, apresentado na Figura 125, onde as cargas são introduzidas através dos furos posicionados conforme a Figura 124, e o outro chamado de modelo simplificado, apresentado na Figura 126, por onde as cargas são introduzidas direta e uniformemente nas extremidades da cantoneira. Ambos serão comparados quanto aos seus comportamentos à flambagem.

Figura 125 – Modelo discreto da cantoneira B15



Fonte: O autor, 2015.

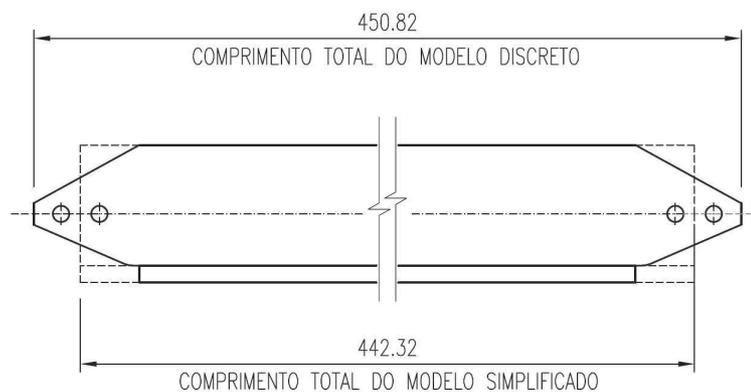
Figura 126 – Modelo simplificado da cantoneira B15

ANSYS
R14.5

Fonte: O autor, 2015.

O comprimento total de cada um dos modelos adotados é apresentado na Figura 127.

Figura 127 – Comprimentos adotados para a cantoneira B15



Fonte: O autor, 2015.

Para esta análise, quatro modelos de cantoneiras individuais são adotados, sendo:

- 1) Modelo 1A: Modelo discreto com uma extremidade rotulada, a fim de representar a vinculação de apoio da estrutura, e a outra extremidade

com possibilidade de movimento apenas no sentido longitudinal da cantoneira, a fim de representar a ligação de nó rígida.

- 2) Modelo 1B: Modelo simplificado com as mesmas condições de vinculação do Modelo 1A.
- 3) Modelo 2A: Modelo discreto com uma extremidade engastada, a fim de representar a vinculação de apoio da estrutura, e a outra extremidade com possibilidade de movimento apenas no sentido longitudinal da cantoneira, a fim de representar a ligação de nó rígida.
- 4) Modelo 2B: Modelo simplificado com as mesmas condições de vinculação do Modelo 2A.

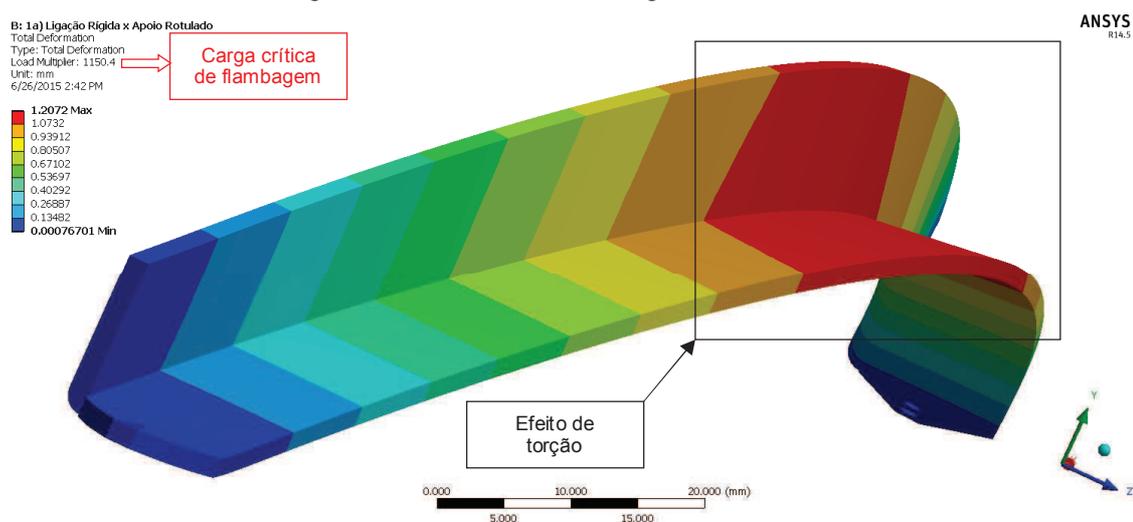
As cargas críticas de flambagem para as quatro condições de contorno são apresentadas na Tabela 18 e nas Figuras 128 a 131.

Tabela 18 – Cargas críticas de flambagem para a cantoneira B15

Modelo	F_{cr} (N)
1A	1150.40
1B	1610.50
2A	1566.90
2B	3080.50

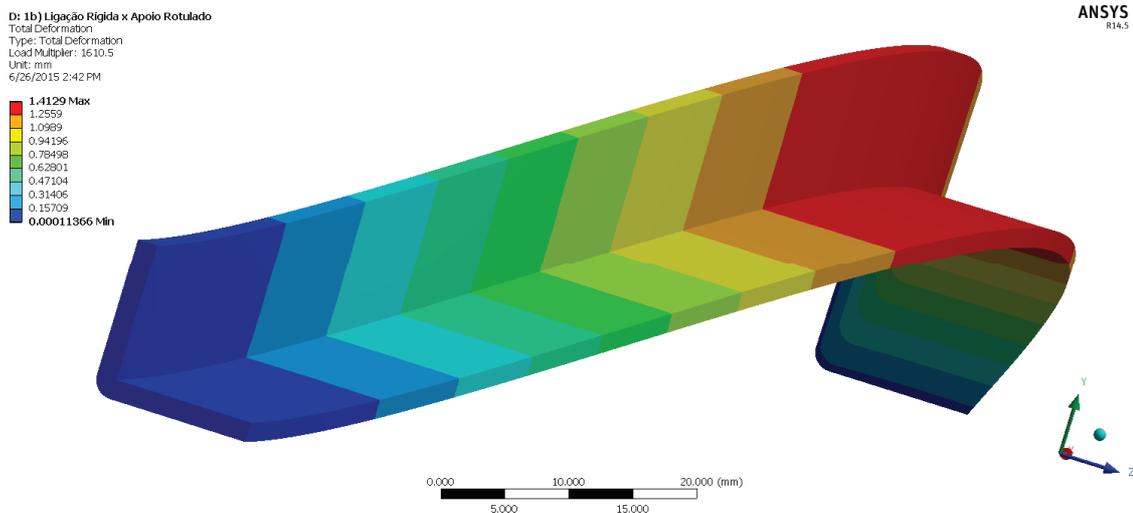
Fonte: O autor, 2015.

Figura 128 – 1º modo de flambagem do Modelo 1A



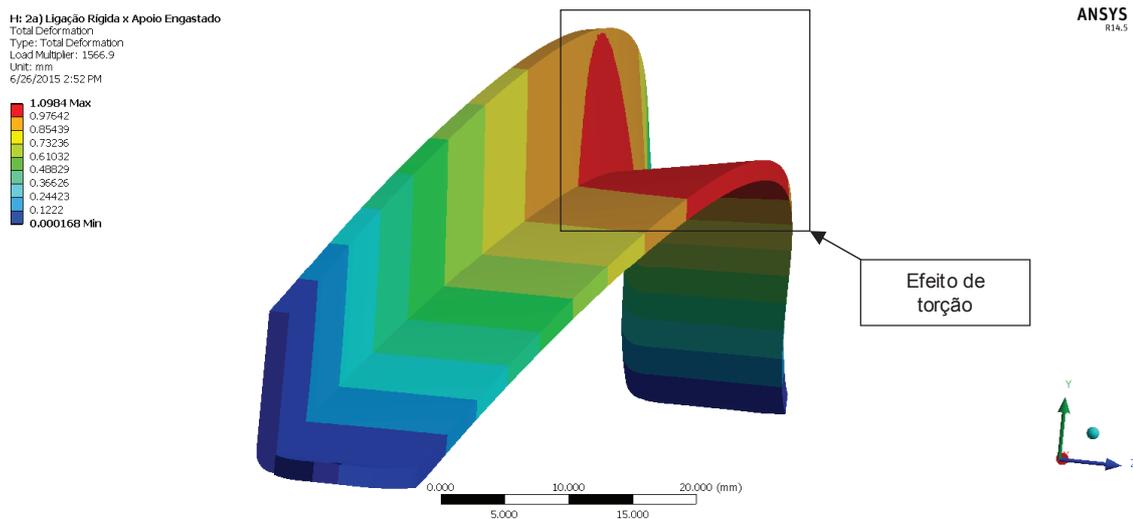
Fonte: O autor, 2015.

Figura 129 – 1º modo de flambagem do Modelo 1B



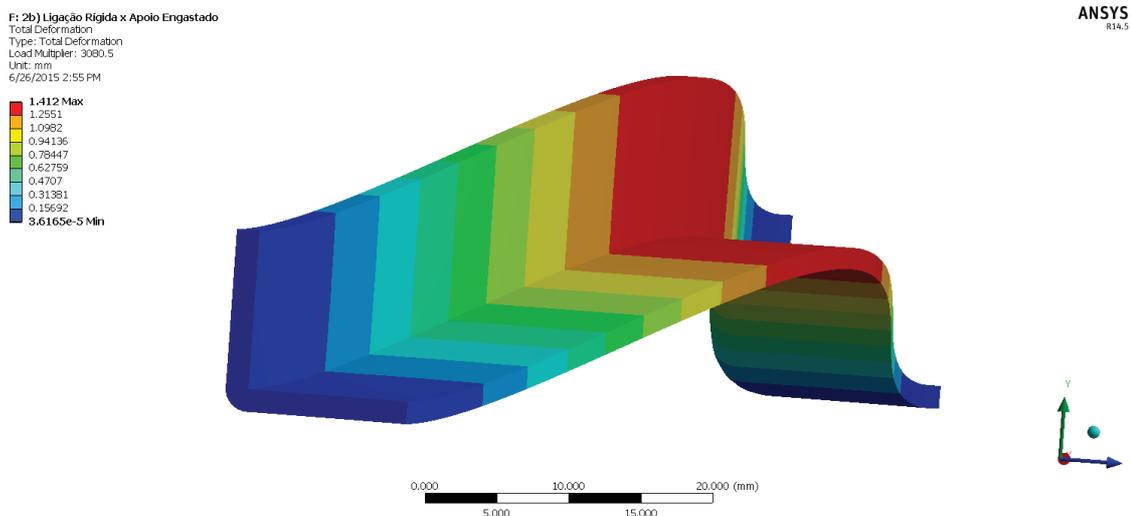
Fonte: O autor, 2015.

Figura 130 – 1º modo de flambagem do Modelo 2A



Fonte: O autor, 2015.

Figura 131 – 1º modo de flambagem do Modelo 2B



Fonte: O autor, 2015.

Da mesma forma que o modo de flambagem apresentado na Figura 76 para as cantoneiras modeladas como elementos de viga BEAM188, os primeiros modos de flambagem mostrados nas Figuras 128 a 131 também se apresentaram em torno do seu eixo de menor inércia, como já era esperado.

Um ponto que merece atenção especial é o fato de que as cargas críticas de flambagem obtidas nos modelos discretos nas condições de contorno 1A e 2A, apresentadas na Tabela 18, são significativamente menores do que os valores encontrados na análise das barras B15 (Tabela 10) modeladas juntamente com todos os demais elementos da estrutura.

Uma das justificativas para estas diferenças pode estar na consideração da condição de contorno da cantoneira analisada isoladamente, pois para esta não é considerada a contribuição da rigidez do nó de ligação, mesmo esta sendo relativamente pequena.

Outro motivo que poderia vir a justificar tal divergência é justamente o fato das cargas estarem sendo introduzidas através dos furos e não de maneira uniformemente distribuída na extremidade da cantoneira, tanto é que os modelos simplificados nas condições de contorno 1B e 2B apresentaram carga crítica de flambagem muito superior aos modelos nas condições de contorno 1A e 2A, todas mostradas na Tabela 18. Neste caso, ambos os modelos, discreto e simplificado, não consideram a contribuição da rigidez do nó de ligação, ou seja, a diferença entre eles é somente a maneira com o carregamento é introduzido.

Outro ponto a destacar nesta análise individual da cantoneira B15 é que os modos de flambagem 1A e 2A (Figuras 128 e 130, respectivamente) se apresentam não somente em torno do eixo de menor inércia, mas também tendendo a flambar em torno de um eixo paralelo à aba por onde o carregamento é introduzido, gerando um efeito de torção no elemento.

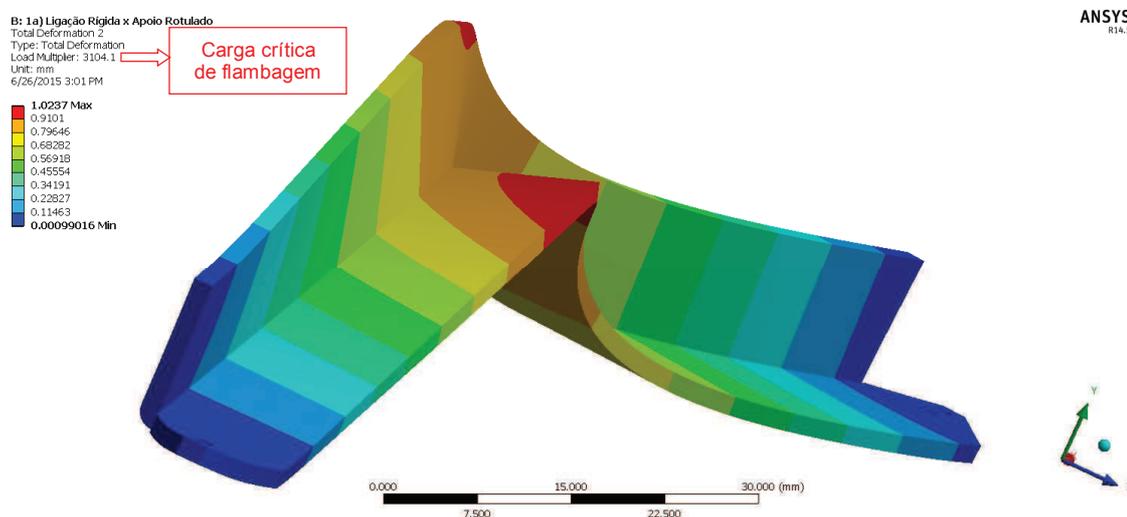
Os segundos modos de flambagem para as situações acima também são caracterizados por movimento de corpo rígido, porém os mesmos ocorrem para um valor de F_{cr} no mínimo duas vezes maior que do que o valor de F_{cr} responsável pelo primeiro modo de flambagem (Tabela 18), conforme mostram a Tabela 19 e as Figuras 132 a 135.

Tabela 19 – Cargas críticas para o 2º modo de flambagem da cantoneira B15

Modelo	F_{cr} (N)
1A	3104.10
1B	4585.90
2A	4044.10
2B	6238.70

Fonte: O autor, 2015.

Figura 132 – 2º modo de flambagem do Modelo 1A

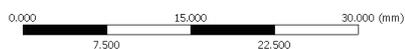
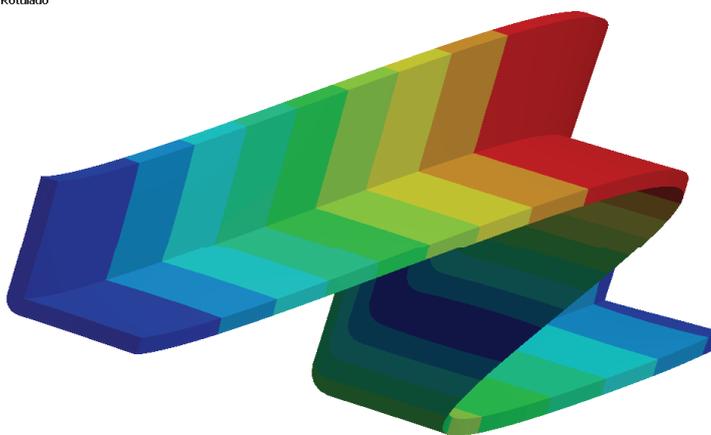


Fonte: O autor, 2015.

Figura 133 – 2º modo de flambagem do Modelo 1B

D: 1b) Ligação Rígida x Apoio Rotulado
 Total Deformation 2
 Type: Total Deformation
 Load Multiplier: 4555.9
 Unit: mm
 6/26/2015 3:01 PM

1.4095 Max
 1.253
 1.0964
 0.93991
 0.78337
 0.62683
 0.4703
 0.31376
 0.15722
 0.00068837 Min



ANSYS
R14.5

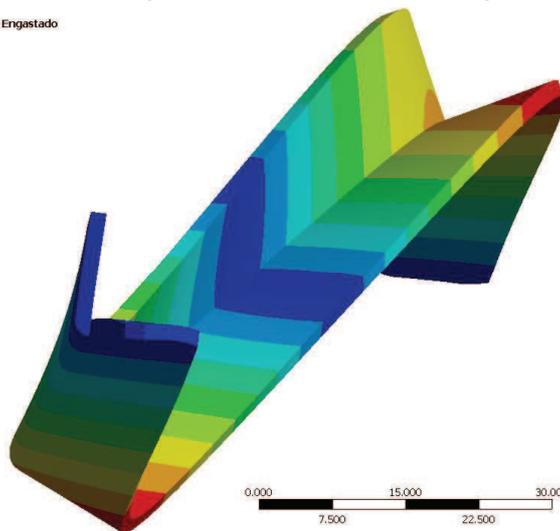


Fonte: O autor, 2015.

Figura 134 – 2º modo de flambagem do Modelo 2A

H: 2a) Ligação Rígida x Apoio Engastado
 Total Deformation 2
 Type: Total Deformation
 Load Multiplier: 4044.1
 Unit: mm
 6/26/2015 3:02 PM

1.1581 Max
 1.0294
 0.9008
 0.77216
 0.64352
 0.51488
 0.38623
 0.25759
 0.12895
 0.00031321 Min

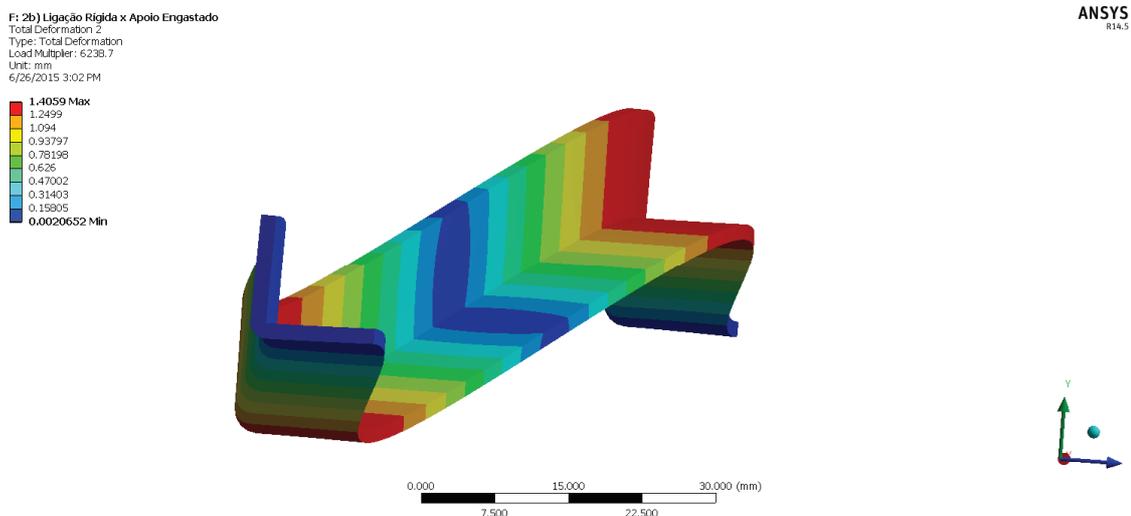


ANSYS
R14.5



Fonte: O autor, 2015.

Figura 135 – 2º modo de flambagem do Modelo 2B



Fonte: O autor, 2015.

No que diz respeito às tensões atuantes, diferentemente da situação onde a cantoneira B15 foi modelada com elementos finitos BEAM188 e apresentou tensões praticamente iguais ao longo de todo o seu comprimento (Tabelas 8 e 9), a análise nas condições de introdução do carregamento pelos furos mostrou elevada concentração de tensões nestas regiões e adjacências.

Para que fosse possível captar a concentração das tensões nestas regiões, uma malha com elementos finitos SOLID187 foi gerada. Cabe destacar que esta malha foi criada, inicialmente, com elementos de dimensões entre 2 e 3 mm e, com o seu refino gradual, a convergência para a solução exata (solução do modelo matemático) foi sendo avaliada. Este processo de redução das dimensões dos elementos é definido por Soriano (2003) como a busca pelo atendimento ao critério da completez, o qual é fundamentado em dois outros critérios:

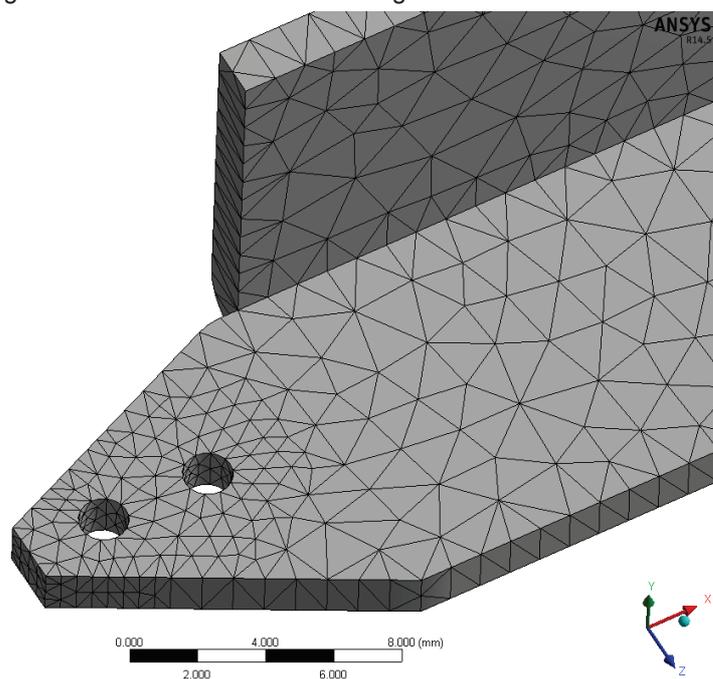
- a) Critério dos deslocamentos de corpo rígido: os deslocamentos nodais em elementos devidos aos deslocamentos de corpo rígido não devem provocar deformação neste.
- b) Critério dos estados de tensão constantes: à medida que os elementos se tornam pequenos por conta do refino da malha, o estado de tensões no interior de cada elemento deve tender a ser constante.

Os elementos que atendem aos critérios supracitados são chamados de completos (SORIANO, 2003).

Dessa maneira, os elementos finitos utilizados na análise da cantoneira isolada possuem dimensões finais entre 1 e 1,5 mm e, na região dos furos, uma malha mais refinada foi adotada até o instante em que as diferenças de tensões nestas regiões não se mostraram significantes quando se comparou a malha analisada e a malha imediatamente anterior.

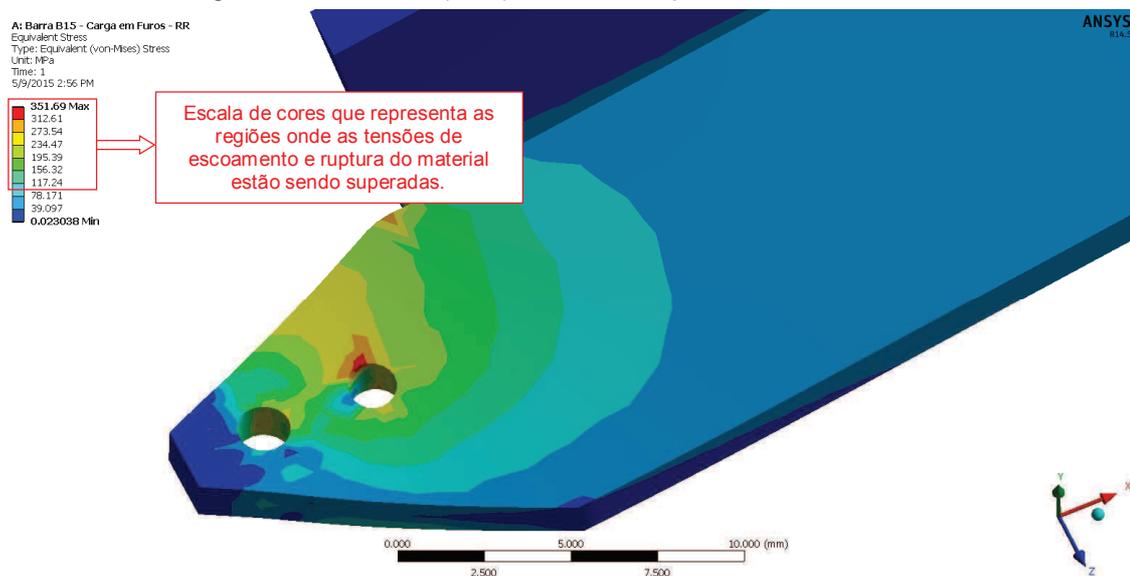
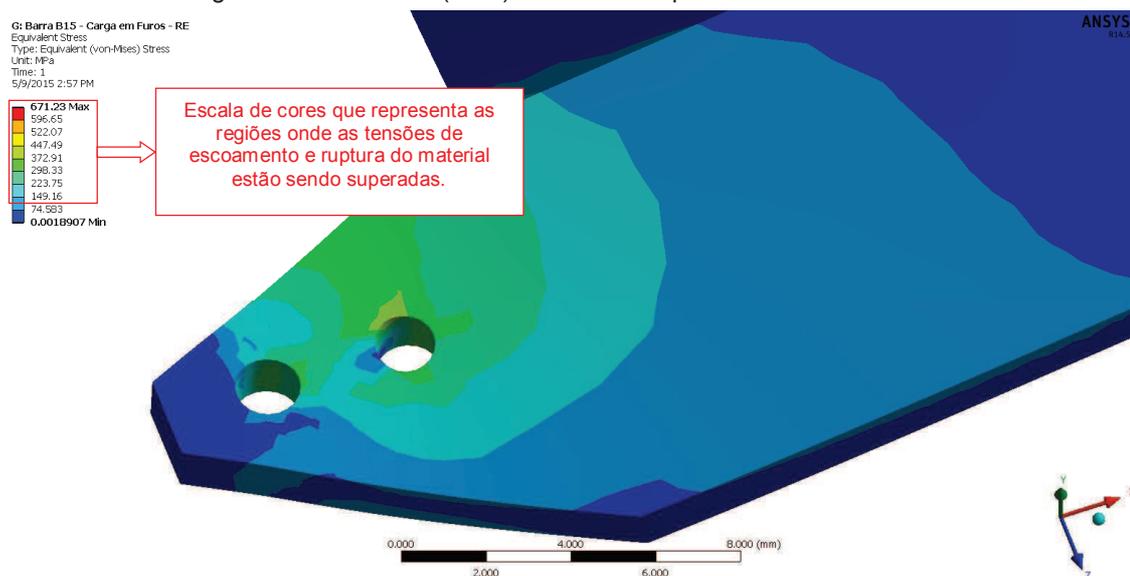
A configuração final da malha é mostrada na Figura 136.

Figura 136 – Detalhe da malha na região dos furos



Fonte: O autor, 2015.

Nas Figuras 137 e 138, respectivamente, estão mostradas as tensões nos arredores da região de introdução do carregamento, provenientes da carga crítica que produz o primeiro modo de flambagem dos modelos 1A e 2A.

Figura 137 – Tensões (MPa) de von Mises para o F_{CR} do Modelo 1AFigura 138 – Tensões (MPa) de von Mises para o F_{CR} do Modelo 2A

Como pode ser evidenciado a partir do destaque dado às tensões apresentadas nas Figuras 137 e 138, há diversos pontos onde ocorre a plastificação do material devido à tensão de compressão causada pelo contato entre parafuso e furo. Além disso, em praticamente toda a região de ligação da cantoneira as tensões atingem valores superiores à tensão de escoamento e de ruptura do material, sendo

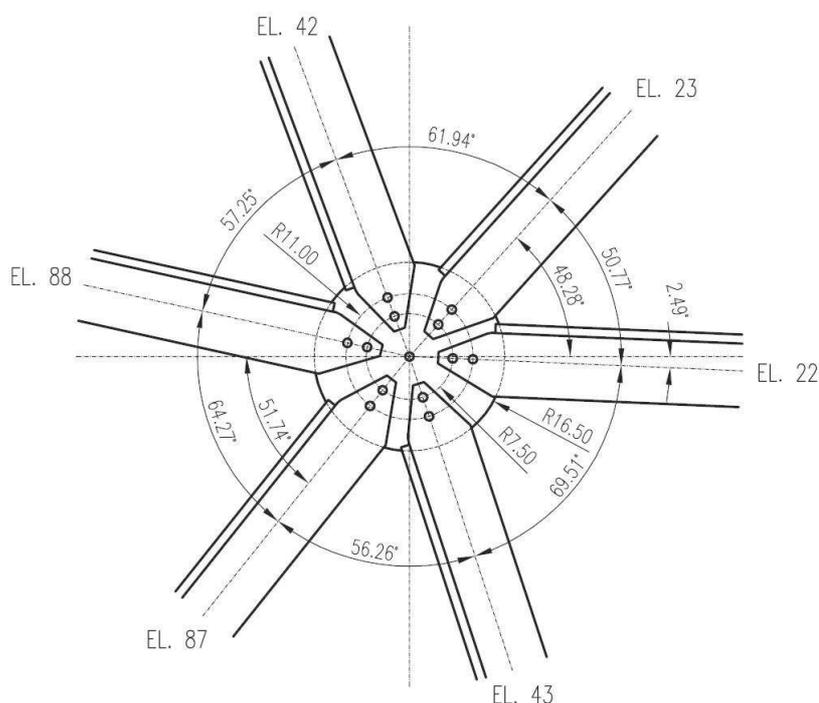
possível afirmar que nestes pontos ocorrerá a ruptura por esmagamento antes mesmo de ocorrer a flambagem global da cantoneira.

5.5 ANÁLISE DO NÓ DE LIGAÇÃO

Nesta análise, devido ao fato de existirem elevadas tensões nas regiões de introdução do carregamento e a fim de avaliar a distribuição destas também na chapa que compõe o nó de ligação, um destes nós da estrutura foi discretizado, mais especificamente o nó 20 que é responsável por conectar o elemento 22 aos demais.

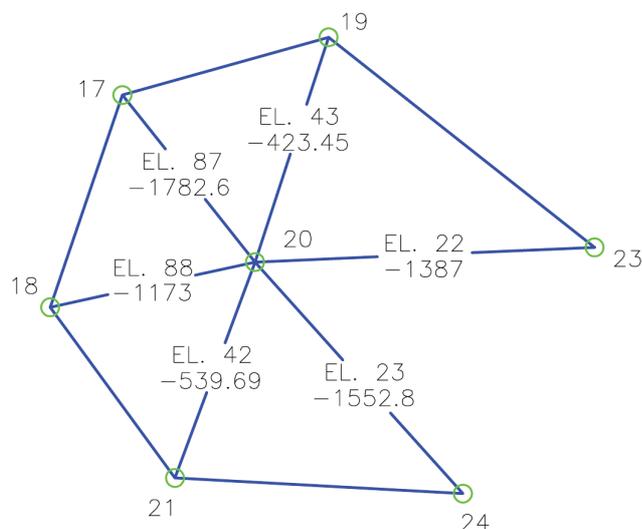
A Figura 139 mostra a geometria deste nó e as Figuras 140 e 141 mostram a região utilizada para sua discretização, bem como as cargas axiais atuantes em cada barra para o primeiro modo de flambagem nas duas condições de apoio do domo geodésico. Os esforços de flexão também foram desconsiderados nesta análise devido à sua baixa representatividade em relação aos esforços axiais.

Figura 139 – Vista inferior do nó 20



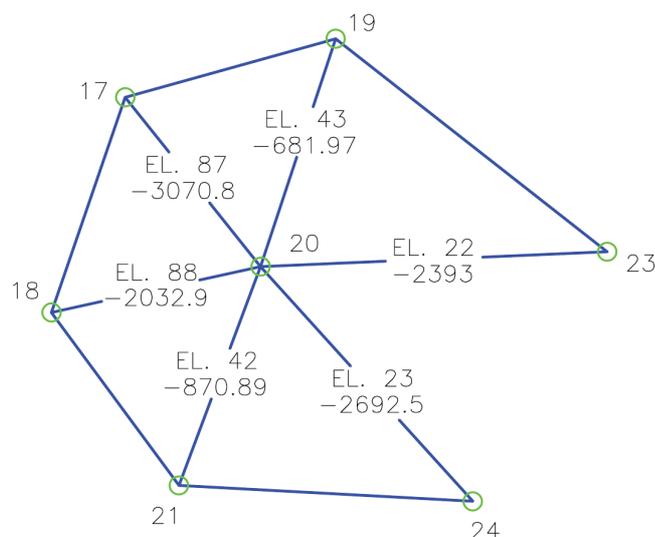
Fonte: O autor, 2014.

Figura 140 – Esforços axiais (N) – Vista superior – Apoios rotulados



Fonte: O autor, 2015.

Figura 141 – Esforços axiais (N) – Vista superior – Apoios engastados



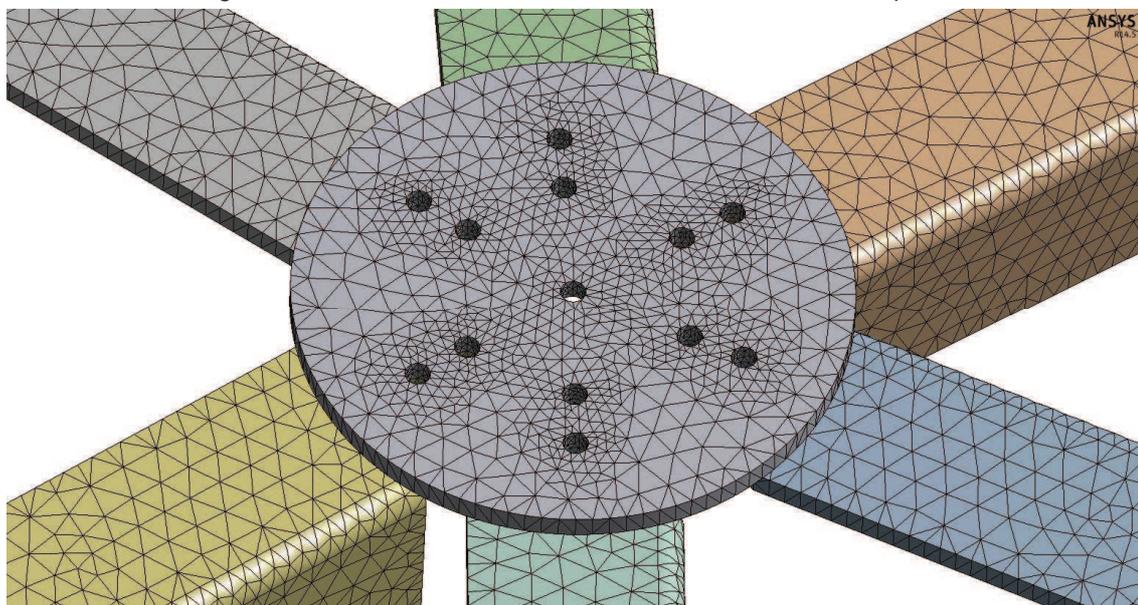
Fonte: O autor, 2015.

O modelo numérico para análise do nó em questão foi elaborado a partir de sete elementos sólidos distintos, sendo seis elementos para representação das cantoneiras e um elemento para representação da chapa circular de nó. Em todos eles foram utilizados elementos finitos SOLID187.

Para a geração e avaliação da malha, os mesmos critérios descritos na seção 5.4 foram adotados, sendo que os elementos finitos para a análise do nó de ligação também possuem dimensões finais entre 1 e 1,5 mm e, na região dos furos, tanto

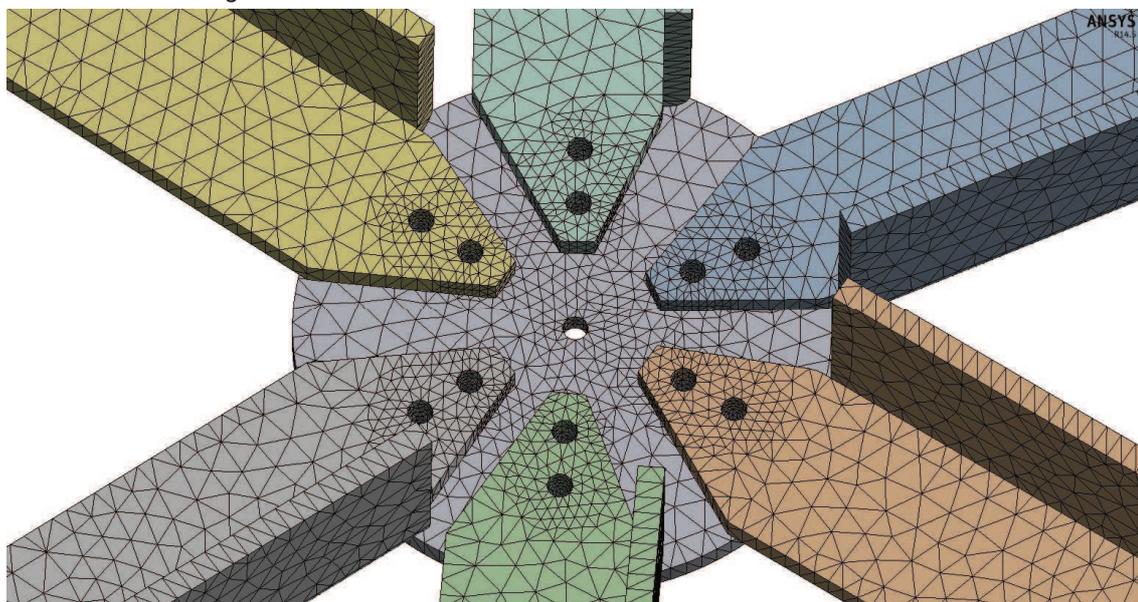
das cantoneiras quanto das chapas, foi definida uma malha refinada. A configuração final desta malha é apresentada nas Figuras 142 e 143.

Figura 142 – Malha em elementos finitos SOLID187 – Vista superior



Fonte: O autor, 2015.

Figura 143 – Malha em elementos finitos SOLID187 – Vista inferior



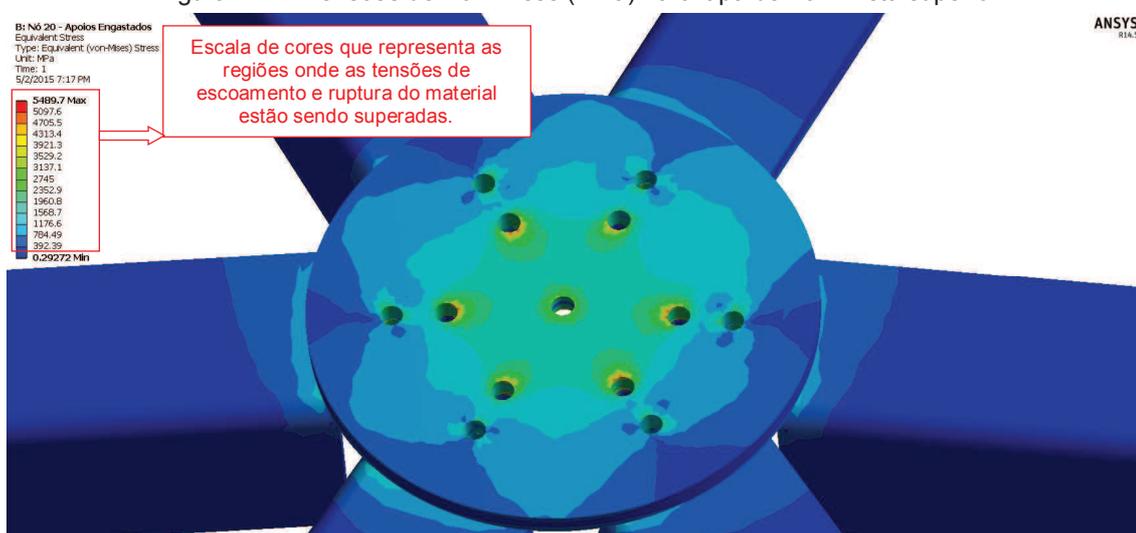
Fonte: O autor, 2015.

Os parafusos de fixação não foram modelados uma vez que o objetivo pretendido foi analisar a distribuição das tensões somente nas cantoneiras e chapa

de ligação. Para tanto, foram consideradas uniões fixas (com todos os graus de liberdade restritos) de comportamento deformável. Cabe destacar também que a análise aqui realizada não levou em consideração o contato entre as superfícies, sendo uma análise estritamente linear.

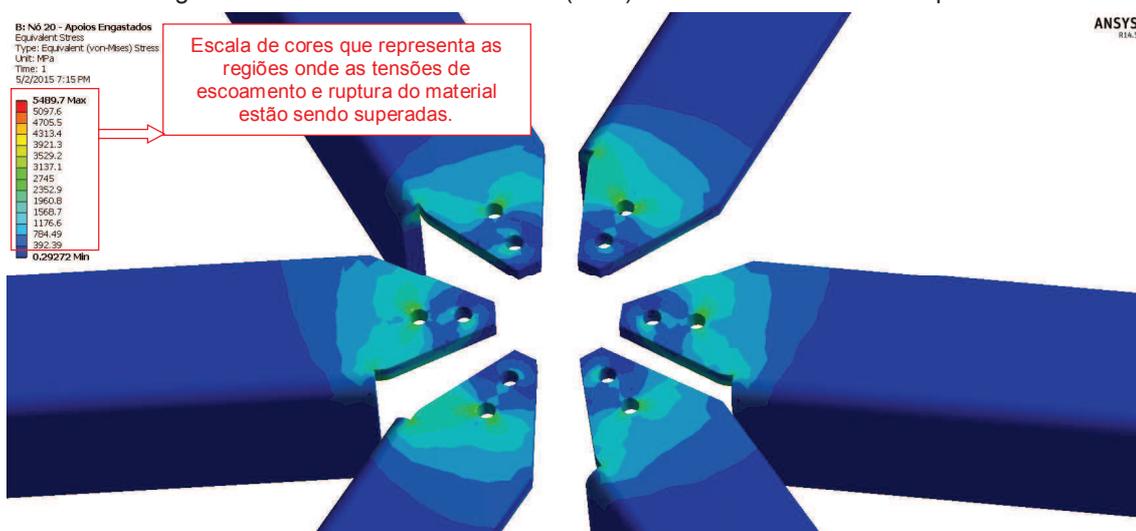
E, finalmente, as Figuras 144 a 149 apresentam as tensões equivalentes (Von Mises) para os elementos do nó analisado, bem como o estado deformado deste, considerando apenas a condição de apoios engastados, uma vez que esta é a que produz as maiores tensões.

Figura 144 – Tensões de Von Mises (MPa) na chapa de nó – Vista superior



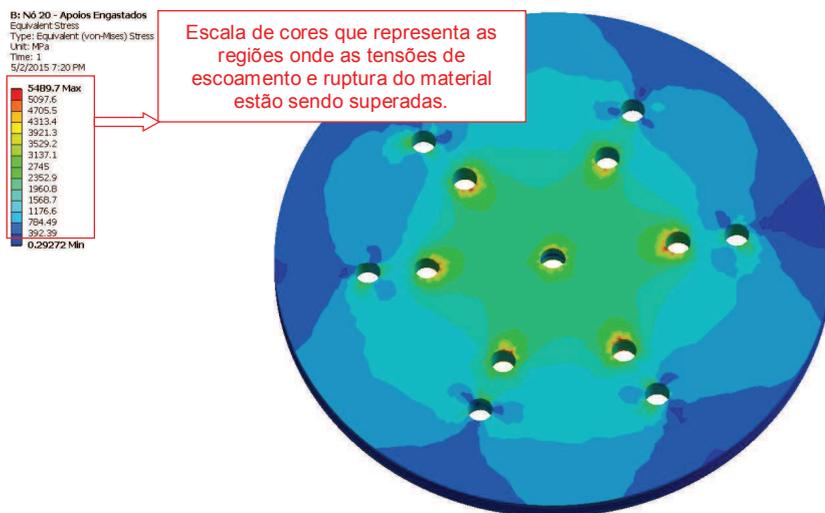
Fonte: O autor, 2015.

Figura 145 – Tensões de Von Mises (MPa) nas cantoneiras – Vista superior



Fonte: O autor, 2015.

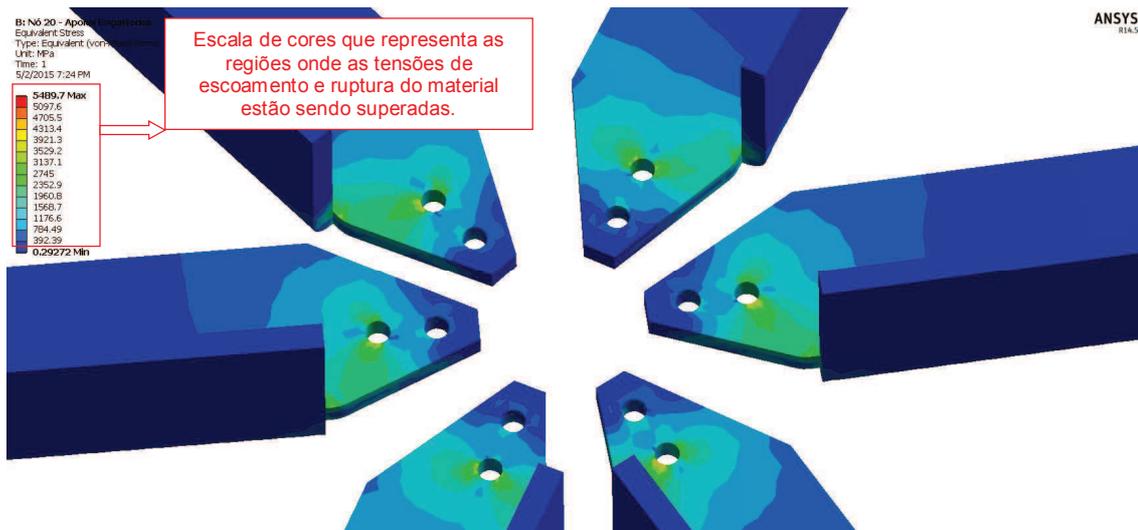
Figura 146 – Tensões de Von Mises (MPa) na chapa de nó – Vista inferior



ANSYS
R14.5

Fonte: O autor, 2015.

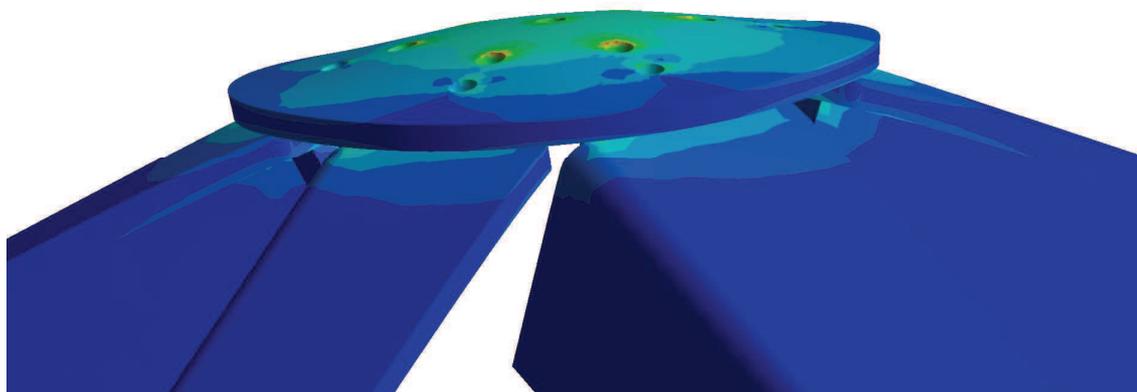
Figura 147 – Tensões de Von Mises (MPa) nas cantoneiras – Vista inferior



ANSYS
R14.5

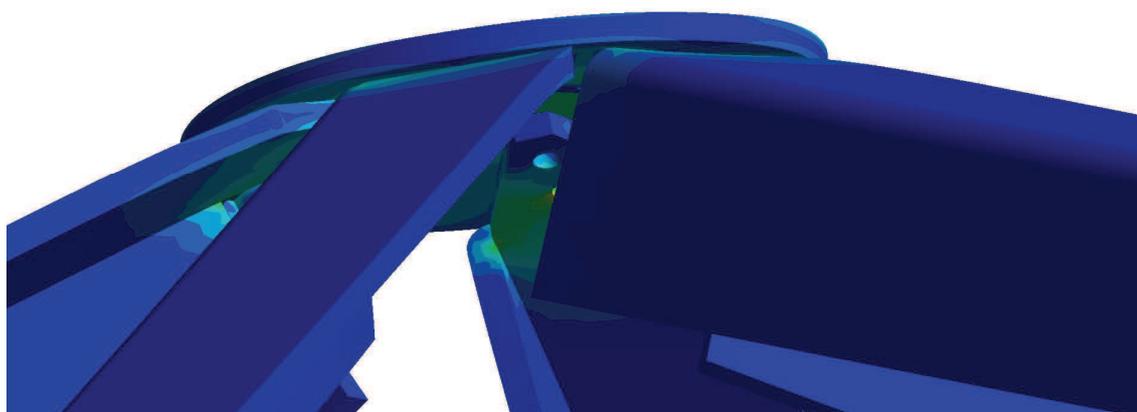
Fonte: O autor, 2015.

Figura 148 – Estado deformado do nó – Vista superior

ANSYS
FLUENT

Fonte: O autor, 2015.

Figura 149 – Estado deformado do nó – Vista inferior

ANSYS
FLUENT

Fonte: O autor, 2015.

Destaca-se o fato de que as Figuras 148 e 149 apresentam-se ampliadas a fim de mostrar com maior riqueza de detalhes o estado deformado do nó.

Da mesma forma como evidenciado na análise da cantoneira isolada, o estudo discreto do nó 20 mostra elevadas tensões em toda a região dos furos e suas adjacências, apresentando uma situação até mesmo pior do que a análise da cantoneira isolada, uma vez que há a contribuição das tensões geradas por todas as barras vinculadas ao nó. A existência destes pontos de plastificação em praticamente toda a região de ligação também sugere a ruptura por esmagamento antes da ocorrência da flambagem do elemento 22.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES

A realização do presente estudo não deve ser entendida como conclusiva. É importante salientar que todas as análises foram realizadas com base em um modelo de laboratório construído a partir de hipóteses simplificadoras, utilizando materiais e recursos físicos que tornassem viável a fabricação do referido modelo. Adicionalmente, pode-se dizer que o domo geodésico estudado difere dos padrões encontrados na revisão bibliográfica apresentada na presente dissertação.

Independentemente do acima exposto, entende-se que a contribuição deste trabalho está embasada na investigação do comportamento estrutural de domos geodésicos, os quais têm sido objeto de estudo somente a partir deste século no Brasil. Ademais, cabe salientar que as análises foram delimitadas por algumas condições de contorno que não englobam todas as possíveis.

Como conclusões que podem ser atribuídas aos domos geodésicos em geral, pode-se destacar:

- a) Mesmo nos últimos 30 anos havendo estudos mais aprofundados envolvendo estes domos, é notável ainda a existência de opiniões divergentes quanto ao seu comportamento estrutural, especialmente no que diz respeito à relevância das análises não lineares para computar os carregamentos críticos de flambagem, bem como a consideração da vinculação dos nós de ligação entre os elementos, ou ainda qual seria a condição que melhor representaria o comportamento da estrutura: nós rígidos ou nós rotulados. Posto isto, percebe-se que a partir deste século boa parte dos autores enfatizam que a modelagem de domos geodésicos como estruturas rigidamente conectadas em seus nós produz uma representação mais realista, tal como descrevem Saka (2007a), Zamanzadeh et al (2010) e Fan et al (2010);
- b) A análise de domos geodésicos a partir de elementos finitos BEAM188 mostrou resultados interessantes no sentido de predizer os modos de flambagem da estrutura. Contudo, as cargas críticas de flambagem e as tensões atuantes nos elementos devem ser analisadas com cautela quando se considera a introdução do carregamento por apenas uma aba e através da tensão de contato entre parafusos e furos, e não de maneira uniforme em toda a seção transversal dos elementos. Esta

afirmação pode ser considerada válida para outros tipos de sistemas estruturais com características semelhantes;

- c) Quando se trata da modelagem numérica de estruturas de alumínio, principalmente aquelas constituídas por perfis formados a frio, é comum realizar análises no espaço bidimensional por meio de elementos finitos do tipo casca para representação dos perfis. Esta é uma simplificação que, geralmente, produz resultados satisfatórios além de reduzir consideravelmente o número de elementos finitos utilizados na geração da malha e, conseqüentemente, o tempo de processamento. Todavia, nos dias de hoje os processadores e programas que utilizam o MEF estão cada vez mais robustos e sofisticados, sendo possível a utilização de malhas maiores e mais refinadas nos modelos numéricos sem afetar consideravelmente o tempo de processamento. Sendo assim, a análise por elementos finitos SOLID187 para os modelos ora estudados mostrou-se, de maneira geral, eficiente para capturar as tensões em regiões onde sua concentração apresentou elevados níveis. Tal conclusão também foi compartilhada por Chung e Ip (2000) e Rezende et al (2006).

E como conclusões específicas para o presente estudo, levando em consideração a geometria e características do domo geodésico analisado, destaca-se:

- a) A análise dos modos de flambagem linear deste domo, nos quais as tensões apresentam-se praticamente iguais ao longo de todo o comprimento das cantoneiras, mostrou que os 10 primeiros modos de falha por instabilidade estão relacionados com a flambagem global de um elemento individual e não da estrutura como um todo, sendo tal afirmação válida para ambas as condições de apoio da estrutura. Tal comportamento também foi observado por Fan et al (2010);
- b) Complementarmente, na análise linear até o 50º modo foram identificados apenas modos de flambagem a partir da instabilidade de um ou mais elementos, não existindo também um modo que viesse a causar flambagem global do domo geodésico;

- c) Com relação aos cinco primeiros modos de flambagem que apresentaram pequenas variações entre os valores de cargas gravitacionais que produziram tais modos, considerando o padrão de repetibilidade apresentado na Figura 61 o esperado era que estes carregamentos fossem idênticos. No entanto, um dos motivos que possivelmente justifique estas pequenas diferenças é a modelagem da estrutura, uma vez que os elementos foram definidos a partir das coordenadas dos nós no espaço com precisão equivalente a um centésimo de milímetro, o que pode ter representado diferenças mínimas no comprimento das barras de mesmo tipo e, conseqüentemente, diferentes cargas críticas de flambagem para estas;
- d) Ao contrário da conclusão apresentada por Fan et al (2010), onde os autores afirmam que a diferença entre os carregamentos críticos de flambagem para apoio engastado e rotulado é inferior a 5% e que tais condições de apoio podem ser negligenciadas para avaliação da estabilidade de domos geodésicos, para o modelo analisado no presente estudo os carregamentos gravitacionais considerados que produziram os primeiros modos de flambagem para apoio engastado e rotulado foram divergentes em mais de 70%;
- e) A análise não linear mostrou que a existência de uma pequena imperfeição geométrica, a qual produz uma flecha da ordem de 1/7909 do comprimento do elemento analisado, reduziu a carga crítica de flambagem consideravelmente, indicando que este tipo de análise apresenta-se mais conservadora considerando as características do domo geodésico analisado;
- f) No que diz respeito aos carregamentos críticos de flambagem (q_{cr}) obtidos no estudo ora realizado e aqueles obtidos por Zamanzadeh et al (2010) e Zhu et al (2012), sugere-se que os prováveis motivos da substancial divergência estejam relacionados ao tipo e comprimento dos elementos empregados no domo geodésico, uma vez que estes autores consideram em seus estudos a malha do domo geodésico como sendo triangular equilátera, composta por elementos de seção transversal circular, e não cantoneiras com comprimentos variados;

- g) As primeiras 150 frequências de vibração obtidas na análise do domo geodésico com seus nós de apoio rotulados foram referentes aos modos individuais de um ou mais elementos, não tendo sido identificado nenhum modo de vibração global. Para estes modos, movimentos de flexão das barras foram observados, diferentemente do que apresentou Rossot (2014) em sua análise, onde só há movimentação dos nós sem a perda de retilidade dos elementos. Sugere-se que esta divergência de comportamento é devido ao fato do autor, de acordo com a Figura 39, trabalhar com elementos de treliça em seu modelo computacional simplificado e, conseqüentemente, não existir restrição alguma para o giro das barras nos nós que as conectam;
- h) No caso dos nós de apoio considerados como engastados, a Tabela 15 mostrou todos os 150 modos de vibração avaliados com frequências naturais superiores àquelas obtidas quando da consideração destes mesmos nós rotulados, o que permite afirmar que com apoios engastados a estrutura do domo geodésico analisado apresentou mais oscilações dentro do intervalo de tempo de um segundo. Para esta análise, as geometrias das barras durante a vibração apresentaram flexão, estando, portanto, mais coerentes com o resultado apresentado por Rossot (2014);
- i) A análise de flambagem linear para determinação da carga crítica a partir da aplicação de dois dos casos de carregamentos estáticos definidos por Rossot (2014) mostrou que os carregamentos críticos de flambagem, considerando os apoios do domo geodésico rotulados, se aproximaram mais dos valores obtidos pelo autor em seu trabalho, apesar de que os modos de flambagem apresentados não foram semelhantes;
- j) A análise por elementos finitos das cantoneiras B15 individualmente, através da utilização de elementos SOLID187, mostrou a significativa diferença na distribuição de tensões ao longo do seu comprimento. As tensões observadas na região dos furos e adjacências mostrou o aparecimento de pontos de esmagamento e ruptura do material antes mesmo da ocorrência da flambagem global da cantoneira.

Adicionalmente, outro modo de flambagem foi identificado, tendendo este a ocorrer em torno do eixo paralelo à aba por onde o carregamento é introduzido na cantoneira e não somente em torno do eixo de menor inércia. Por fim, este comportamento pode ser entendido como uma flambagem torsional e o mesmo também foi identificado por Sun e Butterworth (1998) em seus estudos numéricos e experimentais com mais de uma centena de cantoneiras de abas iguais axialmente carregadas por apenas um aba;

- k) A análise discreta do nó 20 mostrou tensões acima dos limites de resistência do material nas regiões pelas quais as cantoneiras são vinculadas à chapa de ligação, sugerindo que o conceito adotado para a mesma não permite garantir a sua integridade estrutural.

7 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Como a linha de pesquisa em estruturas espaciais de domos geodésicas é bastante recente no Brasil e considerando o seu relevante potencial, sugere-se para trabalhos futuros:

- a) Novos estudos relacionados ao comportamento à flambagem deste modelo de laboratório, procurando identificar outros modos de flambagem para diferentes condições de contorno;
- b) Desenvolver análises que tenham como objetivo avaliar a rigidez do modelo de ligação proposto para o presente domo geodésico, levando em conta a capacidade de restrição ao giro imposta pela ligação;
- c) A realização de ensaios de carga no modelo de laboratório em questão, considerando carregamentos gravitacionais e levando em conta as conclusões obtidas no presente estudo e outros que virão na sequência, com o objetivo de validar, na prática, tais conclusões;
- d) Análises para avaliar o comportamento de domos geodésicos no estágio pós-flambagem;
- e) Análises de tensões levando em conta a união entre chapas de ligação e as cantoneiras do domo geodésico, tais como o contato entre estes elementos e os parafusos de fixação;
- f) Estudos mais aprofundados no sentido de entender e validar o comportamento de diferentes tipos de ligação para diferentes perfis, levando em consideração também as situações onde os nós de ligação da estrutura recebem barras solicitadas à tração e também à compressão;
- g) Avaliar o comportamento de coberturas geodésicas para tanques de armazenamento à luz da engenharia de vento computacional, considerando efeitos da interação fluido-estrutura.

REFERÊNCIAS

ABEDI, K.; PARKE, G. A. R. Progressive collapse of single-layer braced domes. **International Journal of Space Structures**, 1996. Vol. 11, N°. 3, 291-306.

ALUMINUM ASSOCIATION. **Aluminum Standards and Data**. Eleventh Edition, aug. 1993.

ALUMINUM ASSOCIATION. **Aluminum Design Manual**. Ninth Edition, 2010.

ANSYS, ANSYS Mechanical User's Guide. Release 14.5, 2012.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8800: 2008 - Projeto de estrutura de aço e de estrutura mista de aço e concreto de edifícios**. Rio de Janeiro, 2008.

Buckminster Fuller. Disponível em <<https://en.wikipedia.org/wiki/Astrodome>>. Acesso em 20 jun. 2015.

BATHE, K. J. **Finite element procedures**. Editora Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ, 1995.

BELYTSCHKO, T. et al. **Nonlinear finite elements for continua and structures**. Editora John Wiley & Sons, 2ª ed., 2014.

BRADSHAW, Richard et al. Special Structures: Past, Present, and Future. **Journal of Structural Engineering**, 2002. Vol. 128, 691-709.

Astrodome. Disponível em <https://en.wikipedia.org/?title=Buckminster_Fuller>. Acesso em 20 jun. 2015.

BUCHERT, K. P. Shell and shell-like structures. In: JOHNSTON, B. G. **Guide to stability design criteria for metal structures**. 3ª ed. Wiley, New York, 1976.

BUZINELLI, Didiane Victoria. **Dimensionamento de elementos estruturais em alumínio**. 2000. 160 p. Dissertação (Mestrado) - Universidade de São Paulo. São Carlos, 2000.

CASTRO E SILVA, Ana Lydia Reis de. **Análise numérica não-linear da flambagem local de perfis de aço estrutural submetidos à compressão uniaxial**. 2006. 205 p. Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2006.

CLOUGH, R. W. The finite element method after twenty-five years: A personal view. **Computers and Structures**, 1980. Vol. 12, N°. 4, 361-370.

CHEN, Y. et al. Elastic stability of symmetric dome structures using group theory. **Earth and Space**, 2012.

Cinesphere. Disponível em <<https://en.wikipedia.org/wiki/Cinesphere>>. Acesso em 20 jun. 2015.

COOK, R. D.; MALKUS, D. S.; PLESHA, M. E. **Concepts and applications of finite element analysis**. Editora John Wiley & Sons, 3ª ed., 1989.

CHUNG, K. F.; IP, K. H. Finite element modeling of bolted connections between cold-formed steel strips and hot rolled steel plates under static shear loading. **Engineering Structures**. Vol. 22, N°. 10, 1271-1284, oct. 2000.

ÇARBAS, S.; SAKA, M. P. Optimum topology design of various geometrically nonlinear latticed domes using improved harmony search method. **Structural and Multidisciplinary Optimization Journal**, 2012. Vol. 45, 377-399.

DINIZ, João Antônio Valle. **Estruturas geodésicas: Estudos retrospectivos e proposta para um espaço de educação ambiental**. 2006. 143 p. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto, 2006.

DOXEY, M.; TRINIDAD, M. Aluminum geodesic dome roofs for both new tanks and tank retrofit projects. **Materials Forum**, Australia, 2006. Vol. 30, 164-169.

ELGAALY, M., DAGHER, H., DAVIDS, W. Behavior of single-angle-compression members. **Journal of Structural Engineering**, 1991. Vol. 117, 3720-3741.

FAN, F., CAO, Z., SHEN, S. Elasto-plastic stability of single-layer reticulated shells. **Thin-Walled Structures**, 2010. Vol. 48, 827-836.

FERREIRA, W. G. et al. Abordagem didática do método de Newton-Raphson na estabilidade estrutural. In: XXXVII Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia - COBENGE. **Anais...** 27 a 30 de Setembro de 2009, Recife.

HAN, Q.; LIU, X. Behavior of a single layer spherical dome with openings and large depth-to-span ratio. **Advances in Structural Engineering**, 2002. Vol. 5, N°. 3, 137-142.

HASANÇEBI, O.; ERDAL, F.; SAKA, M. P. Optimum design of geodesic steel domes under code provisions using metaheuristic techniques. **International Journal of Engineering and Applied Sciences**, Turquia, 2009. Vol. 2, N°. 2, 88-103.

JUNG, H. M.; KNOWN, Y. H.; YAMADA, M. Buckling characteristics of single layer latticed domes and equipment loading. Proceedings of the second conference on computational structures technology. **Advances in Computational Mechanics**, Topping, B.H.V., ed. Civil-Comp Ltd., UK, 1994.

KAMESHKI, E. S.; SAKA, M. P. Optimum geometry design of nonlinear braced domes using genetic algorithm. **Computer and Structures**, 2007. Vol. 85, 71-79.

KASHANI, M.; CROLL, J. G. A. Lower bounds for overall buckling of spherical space domes. **Journal of Engineering Mechanics**, 1994. N°. 120, 949-970.

KANI, Iradj M.; McCONNEL, Richard E. Collapse of shallow lattice domes. **Journal of Structural Engineering**, 1987. Vol. 113, 1806-1819.

KATO, S. et al. Buckling stress of a member in a rigidly jointed single-layer reticular dome. **Spatial Structures at Turn of Millennium**, 1991. Vol. 3, 109-116.

KATO, S.; UEKI, T.; NAKAZAWA, S. Estimation of buckling loads of elliptic paraboloidal single layer lattice domes under vertical loads. **International Journal of Space Structures**, 2006. Vol. 21, N°. 4, 173-182.

KAVEH, A.; TALATAHARI, S. Geometry and topology optimization of geodesic domes using charged system search. **Structural Multidisciplinary Optimization Journal**, 2011. Vol. 43, 215-229.

KENNER, Hugh. **Geodesic math and how to use it**. The Regents of University of California. 172 p. California, 1976.

KUBIK, Marek. **Structural analysis of geodesic domus**. 2009. 60 p. Trabalho de conclusão de curso (Graduação) - Durham University. Reino Unido, 2009.

LAN, Tien T. Space Frame Structures. In: WAI-FAH, Chen. **Structural engineering handbook**. 2ª ed. Boca Raton: CRC Press LLC, 1999. Cap. 13, p. 943-1000.

LEE, K. S.; GEEM, Z. W. A new structural optimization method based on the harmony search algorithm. **Computers and Structures**, 2004. Vol. 86, 781-798.

LIND, N. C. Local instability analysis of triangular dome framework. **The Structural Engineer**, 1969. Vol. 47, N°. 8, 317-324.

LOON, B. V. Geodesic domes: Demonstrated and explained with cut-out models. Tarking Publications. Norfolk, UK, 1994.

MAIA, Wanderson Fernando. **Análise teórica e experimental de barras em dupla cantoneira de aço formada a frio submetidas à compressão**. 2012. 261 p. Tese (Doutorado) - Universidade de São Paulo. São Carlos, 2012.

MAKOWSKI, Z. S. **Analysis, design and construction of braced domes**. Granada Publishing Ltd., London, 1984.

MORRIS, Nicholas F. Effect of imperfections on lattice shells. **Journal of Structural Engineering**, 1991. Vol. 117, 1796-1814.

Nagoya Dome. Disponível em <https://en.wikipedia.org/wiki/Nagoya_Dome>. Acesso em 20 jun. 2015.

NARAYANAN, S. **Space structures: Principles and practice**. Multi-Science Publishing Co. Ltd., 2006.

RAMASWAMY, G. S.; EEKHOUT, M.; SURESH, G. R. **Analysis, design and construction of steel space frames**. Thomas Telford Ltd. 242 p. London, 2002.

REIS, A.; CAMOTIM, D. **Estabilidade estrutural**. Editora McGraw-Hill. Londres, 2000.

REZENDE, P. G.; MALITE, M.; MUNAIAR NETO, J. Análise numérica de ligações parafusadas em chapas finas e em perfis formados a frio. **Seminário: Ciências Exatas e Tecnológicas**, Londrina. Vol. 27, N°. 1, 23-37, 2006.

ROSSOT, Diogo. **Domos Geodésicas - Abordagem numérica e experimental em um modelo de laboratório**. 2014. 149 p. Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade Católica do Paraná, 2014.

SAKA, M. P. Optimum geometry design of geodesic domes using harmony search algorithm. **Advances in Structural Engineering**, 2007a. Vol. 10, N°. 6, 595-606.

SAKA, M. P. Optimum topological design of geometrically nonlinear single layer latticed domes using coupled genetic algorithm. **Computer and Structures**, 2007b. Vol. 85, 1635-1646.

SANTOS, Luciano Barbosa. **Contribuições ao estudo das cúpulas metálicas**. 2005. 152 p. Tese (Doutorado) – Universidade de São Paulo. São Carlos, 2005.

SARAÇ, Yavuz. **Optimum design of pin-jointed 3D dome structures using global optimization techniques**. 2005. 205 p. Dissertação (Mestrado) - Middle East Technical University. Turquia, 2005.

SEE, T.; McCONNEL, Richard E. Large displacement elastic buckling of space structures. **Journal of Structural Engineering**, 1986. Vol. 112, N°. 5, 1052-1069.

SILVA, A. R. D. et al. Sistema computacional para análise avançada de estruturas metálicas. In: XXIX Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering - CILAMCE. **Anais...** 04 a 07 de Novembro de 2008, Maceió.

SILVA, Kepler Cavalcante. **Análise teórico-experimental de barras comprimidas em estruturas metálicas espaciais**. 1999. 131 p. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto, 1999.

SHIRLEY, William Floyd. **Geodesic Dome Analysis**. 1984. 117 p. Dissertação (Mestrado) - University of Arizona. Arizona, 1984.

SORIANO, Humberto L. **Método de elementos finitos em análise de estruturas**. Editora da Universidade de São Paulo, 2003.

SOUZA, Alex Sander Clemente de. **Contribuição ao estudo das estruturas metálicas espaciais**. 1998. 146 p. Dissertação (Mestrado) - Universidade de São Paulo. São Carlos, 1998.

SUJATHA, A. Geodesic domes and its applications. **Indian Journal of Science and Technology**, Chennai, mar. 2014. Vol. 7(3S), 5-6.

SUN, J.; BUTTERWORTH, W. Behavior of steel single angle compression members axially loaded through one leg. Proc. Australasia Structural and Engineering Conference. Auckland, 1998. 859-866.

TARNAI, Tibor. Geodesic domes: Natural and man-made. **International Journal of Space Structures**, 2001. Vol. 26, N°. 3, 215-227, 2011.

TASK COMMITTEE ON LATTICED STRUCTURES UNDER EXTREME DYNAMIC LOADS. Dynamic considerations in latticed structures. **Journal of Structural Engineering**, oct. 1984. N°. 110, 2547-2550.

TIMOSHENKO, S. P.; GERE, J. M. **Theory of elastic stability**. Editora McGraw-Hill. Londres, 1963.

ZAMANZADEH, Z.; ABDOLPOUR, H.; BEHRAVESH, A. Investigating the buckling behavior of single layer dome form of space structures. **Challenges, Opportunities and Solutions in Structural Engineering and Construction**. Taylor & Francis Group. Londres, 2010. 399-403.

ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L. **The finite element method**. Editora Butterworth-Heinemann, 5ª ed., Vol. 1, 2000.

ZIENKIEWICZ, O. C.; MORGAN, K. **Finite elements and approximation**. Editora John Wiley & Sons, 1983.

ZHU, Enchun; KHAKINA, Peter Nyongesa; ZHOU, Huazhang. Buckling load of thin spherical shells and single-layer reticulated spherical shells. **Information Engineering Letters**. Vol. 2, N°. 3, 35-42, sep. 2012.

YAMADA, M. et al. Theoretical and experimental study on the buckling of rigidly jointed single layer latticed spherical shells under external pressure. **Shells, Membrane and Space Frames**, 1986. Vol. 3, 113-120.

YAMADA, M.; YAMADA, S. Agreement between theory and experiment on large-deflection behavior of clamped shallow spherical shells under external pressure. Proc., IUTAM Symp. on Collapse, Cambridge University Press. London, 1983. 431-441.

YAMADA, S.; CROLL, J. G. A. Buckling and postbuckling characteristics of pressure loaded cylinders. **Journal of Applied Mechanism**, 1993. N°. 60, 290-299.

YAMADA, S.; CROLL, J. G. A. Buckling behavior of pressure loaded cylindrical panels. **Journal of Engineering Mechanics**, 1989. N°. 115(5), 327-344.

YAMADA, S.; CROLL, J. G. A. Contributions to understanding the behavior of axially compressed cylinders. **Journal of Applied Mechanism**, 1999. N°. 66, 299-309.

YAMADA, Seishi et al. Imperfection-sensitive overall buckling of single-layer lattice domes. **Journal of Engineering Mechanics**, 2001. N°. 127, 382-386.

Y'MECH, Amila. Geodesic Unlimited, England. Disponível em <<http://www.geodesics-unlimited.com>>. Acesso em 01 nov. 2014.

WEINGARDT, Richard G. Engineering Legends: Richard Buckminster Fuller and Srinivasa Iyengar. **Leadership and Management in Engineering**, 2003. Vol. 3, 104-107.

WRIGHT, D. T. Membrane forces and buckling in reticulated shells. **Journal of the Structural Division**, ASCE, 1965. Vol. 91, 173-201.