PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO PARANÁ

MARIA JOSE CANTILLO MOLINA

# SOBRE A ANÁLISE DINÂMICA DE ESTRUTURAS SUBMETIDAS A ABALOS SÍSMICOS: APLICAÇÃO AO CASO DE TRANSPORTADORES DE CORREIAS

CURITIBA Agosto - 2011

# PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO PARANÁ

## MARIA JOSE CANTILLO MOLINA

# SOBRE A ANÁLISE DINÂMICA DE ESTRUTURAS SUBMETIDAS A ABALOS SÍSMICOS: APLICAÇÃO AO CASO DE TRANSPORTADORES DE CORREIAS

Dissertação de Mestrado apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Pontifícia Universidade Católica do Paraná, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

## **Orientador: Prof. Roberto Dalledone Machado, D.Eng.**

## CURITIBA Agosto - 2011

Ш

#### AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, pelas graças e oportunidades recebidas durante minha vida, especialmente pela coragem e perseverança no período de realização do curso.

Agradeço minha família, meus pais por sempre terem me apoiado e incentivado em todo momento e meu irmão pelo seu apoio sincero e incondicional.

Aos professores do programa PPGEM e especialmente ao Professor Roberto Dalledone Machado pela oportunidade de realizar o curso, pela sua amizade, pelo seu conhecimento compartilhado pelo suporte e apoio constante ao longo desta caminhada.

Aos meus amigos e companheiros de trabalho, especialmente ao Sr. Honório Zanella que sempre acreditou em mim e me deu a oportunidade de realizar o curso.

Às demais pessoas que fazem parte da minha vida e que de alguma maneira contribuíram para que a conclusão deste trabalho tenha sido possível.

#### **RESUMO**

Transportadores de correia são equipamentos utilizados em indústrias para o manuseio de cavacos de madeira, biomassa, bagaço de cana, minérios, fertilizantes e graneis sólidos em geral. Os mesmos estão presentes também em portos para carregamento de navios e barcaças. Uma das suas principais funções é o transporte destes materiais por longas distâncias. Muitas vezes, existem grandes vãos entre suas estruturas de apoio. Algumas destas estruturas, conforme a região em que se encontram, podem estar submetidas a ações sísmicas, motivo pelo qual seu projeto deve incluir análise dinâmica considerando excitação de base produzida por terremoto.

Rigorosamente, a excitação de abalo sísmico é de natureza dinâmica aleatória e as informações a serem manipuladas estão, em geral, representadas na forma de espectros de frequência. Na análise espectral, a excitação de base pode ser classificada de três formas: a primeira ocorre quando a excitação é aplicada de maneira simultânea em todos os apoios da estrutura, e sua magnitude, direção e sentido são idênticos. Esta abordagem é tratada no método **SPRS** (*Single Point Response Spectrum*). Um segundo enfoque refere-se ao caso em que os suportes são excitados de forma não coincidente. Neste caso, a abordagem é feita pelo método **MPRS** (*Multi-Point-Response-Spectrum*). Ainda é possível uma terceira abordagem considerando uma excitação aleatória que pode ser aplicada em um ou vários pontos da estrutura. O método correspondente neste caso é o **PSD** (*Power Spectral Density*).

No presente trabalho, estruturas de transportadores de correia de grandes vãos, submetidas a abalo sísmico, são analisadas computacionalmente através do Método dos Elementos Finitos. Utiliza-se o software comercial ANSYS Multiphysics, versão 12. São considerados os métodos **SPRS** e **PSD**. Os procedimentos necessários para cada análise são apresentados após revisão teórica sobre os mesmos. Exemplos práticos são desenvolvidos e as simulações são feitas considerando variações dos principais parâmetros que interferem na análise. No método **PSD**, considera-se que há correlação entre as excitações nos apoios por conta da passagem de onda sísmica. As respostas obtidas são em termos de deslocamentos e acelerações máximas, forças internas e, quando for o caso, probabilidades de ocorrência das respostas. O estudo salienta a importância dos métodos citados para a análise sísmica de estruturas de grandes vãos.

**Palavras-Chaves:** Análise Sísmica, **SPRS**, **PSD**, Elementos Finitos, Transportadores de Correia.

#### ABSTRACT

Belt conveyors are mechanical equipment used in industries to convey bulk materials such as wood chips, biomass, sugar bagasse, ore and every solid bulk material in general. They can be installed in ports for carrying ships and barges.

One of their main functions is to convey these materials between long distances. Sometimes, very long spans are needed between the support structures because of the difficulties in the installation site. Some of these structures can be installed in places where a dynamic analysis project must be done considering the base excitation produced by the earthquake.

Strictly, the excitation of the earthquake has a random and dynamic nature and the information to be handled are, in general, represented in a frequency spectra method.

In spectral analysis, the base excitation could be classified in three different ways: the first one occurs when the excitation is applied simultaneously in all the supports, and its magnitude and direction are identical. This approach is treated in the method **SPRS** (*Single Point Response Spectrum*). A second way refers to the case where the supports are excited in a non-coincidental manner. In this case, the approach is made by the method **MPRS** (*Multi-Point-Response-Spectrum*). Still a third approach is possible by considering a random excitation that can be applied in one or several support structures. The corresponding method in this case is the **PSD** (*Power Spectral Density*).

In this paper, belt conveyor structures for large spans, subjected to earthquake excitation, are computationally analyzed using the Finite Element Method. The commercial software ANSYS Multiphysics, version 12, is used, and the methods considered for making the simulations are **SPRS** and **PSD**.

The procedure required for each analysis is presented after the theory review about them. Practical examples are developed and simulations are made, considering variation in the main parameters that interfere in result of the analysis. In **PSD** method, has been considered that the existent correlation between the supports excitations is because of the seismic wave passage effect. The results are in terms of maximum accelerations and displacements, internal forces and, where appropriate, the probabilities of occurrence of responses. This research highlights the importance of the mentioned methods for the seismic analysis of structures for large spans.

Key-words: Seismic analysis, SPRS, PSD, Finite Element Method, Belt Conveyor

## **SUMARIO**

AGRADECIMENTOS	iv
RESUMO	v
ABSTRACT	vi
SUMARIO	vii
Lista de figuras	X
Lista de tabelas	xii
Lista de Abreviaturas	xiii
CAPÍTULO 1	14
INTRODUÇÃO	14
1.1 Motivação e contextualização	14
1.2 Estruturas Transportadoras de Correias	16
1.3 Técnicas de Aplicação da Excitação Sísmica	
1.4 Objetivos do Trabalho	
1.4.1. Objetivos principais	
1.4.2. Objetivos secundários	
1.5 Revisão Bibliográfica	
1.6 Organização deste trabalho	
CAPÍTULO 2	
SISMOLOGIA	
2.1 Ondas Sísmicas	
2.2 Medições de Sismos	
2.3 Escalas sísmicas	
2.3.1 Escala de Mercalli (MM56)	
2.3.2 Escala de Richter	

CAPÍTULO 3			
DINÂMICA DAS ESTRUTURAS	34		
3.1 Excitações de Base	35		
3.2 Excitações Aleatórias	39		
3.2.1 Variáveis e processos estocásticos	40		
3.2.2 Distribuição Normal	48		
3.2.3 Distribuição de Rayleigh	49		
CAPITULO 4	52		
METODOLOGIA	52		
4.1 Método "Single Point Response Spectrum (SPRS)"	52		
4.2. Método da Densidade Espectral de Potência para vibrações randômicas (PSD – Power			
Spectral Density)	55		
CAPITULO 5	61		
APLICAÇÕES	61		
5.1. Exemplo I: Pórtico Plano	61		
5.1.1 Método Aplicado - Single Point Response Spectrum	61		
5.1.1.1 Análise Pórtico Plano – Caso I (L1 = 4.000mm)	64		
5.1.1.2 Análise Pórtico Plano – Caso II (L1 = 7.000mm)	67		
5.1.1.3 Análise Pórtico Plano – Caso III (L1 = 10.000mm)	69		
5.1.2 Método Aplicado – Power Spectral Density	71		
5.2. Exemplo - Estrutura de Transportadores de Correia	75		
5.2.1 Análise Estática	79		
5.2.2 Método Aplicado - Single Point Response Spectrum	80		
5.2.2.1 Análise Treliça – Caso I (Ct = 28.500mm)	80		
5.2.2.2 Análise Treliça – Caso II (Ct=32.250mm)	81		
5.2.2.3 Análise Treliça – Caso III (Ct=28.000mm – com carregamento)	82		
5.2.2.4 Análise Treliça – Caso IV (32.250mm de vão entre torres – com carregamento	)83		
5.2.2.5 Resposta para uma excitação do tipo SPRS no sentido horizontal	85		
5.2.2.6 Resposta para uma excitação do tipo SPRS no sentido vertical	89		
5.2.3 Método Aplicado - Power Spectral Density (PSD)	93		

CAPITULO 6	
CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	95
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	97
APENDICE I	100
APENDICE II	106

# Lista de figuras

Figura 1.1 – Viaduto destruído pelo terremoto no Chile em 2010 (8.8 na escala Richter) 16
Figura 1.2 - Queda da uma passarela de concreto após terremoto no Chile em 2010 (8.8 na
escala Richter)16
Figura 1.3 - Edificações danificadas pelo terremoto Haiti -Porto Príncipe 2010 (7,0 pontos na
Escala de Richter)
Figura 1.4 – (a) Prédio destruído na cidade de Sukagawa17
Figura 1.5- Transportadores de Correia instalados numa fabrica de MDF e MDP em Cabrero -
Chile
Figura 2.1- Mapa de Zoneamento Sísmico Global (www.lpi.tel.uva.es)
Figura 2.2- Zoneamento Sísmico América do SuL.(geografiaatualidade.blogspot.com)
Figura 2.3- Identificação do foco ou hipocentro e do epicentro de um terremoto
(www.geocities.ws)
Figura 2.4 – Ondas Primarias (Observatório Sismológico UNB– Instituto de Geociências) 27
Figura 2.5 – Ondas Secundarias (Observatório Sismológico UNB – Instituto de Geociências). 28
Figura 2.6 – Ondas Rayleigh (Observatório Sismológico UNB – Instituto de Geociências) 29
Figura 2.7 – Ondas Love (Observatório Sismológico UNB – Instituto de Geociências)
Figura 2.8 – Tipo de Sismógrafos – Movimentos Verticais e Horizontais (www.ualg.pt) 30
Figura 3.1 – SPRS (Single Point Response Spectra) (Ansys Structural Analysis Guide)
Figura 3.2 – MPRS (Multi Point Response Spectra) (Ansys Structural Analysis Guide)
Figura 3.3 – <b>PSD</b> (Power Spectral Density)
Figura 3.4 – Processo Estocástico formado por um conjunto $x_k(t)$ de registros em função de (t)
Figura 3.5 – Função Aleatória de Tempo
Figura 3.6 – Exemplos de realizações ou amostras estocásticas
Figura 3.7 (a) – Função amostra de um processo aleatório (b) – Função de autocorrelação 46
Figura 3.8 (a) - Realização ou função amostra de um processo estocástico (b) - Função de
autocorrelação do processo
Figura 3.9 – Função densidade de probabilidade da normal (Mario Paz, 2004)
Figura 3.10 – Função densidade de probabilidade da normal (Mario Paz, 2004)
Figura 3.11 – Função densidade probabilidade de Rayleigh (Mario Paz, 2004)51
Figura 4.1 – Exemplo do diagrama valores espectrais (SV) × frequência (neste caso, tomando-se
SV como valores constantes

Figura 4.2 Espectro de resposta de aceleração (ARS) de dois registros conhecidos e de norma
técnica. (LIANG SU et al, (2007))
Figura 5.1 – Modelo de pórtico simulado mostrando comprimentos e numeração de nós 63
Figura 5.2 – Cantoneira de abas iguais
Figura 5.3 – Exemplo de Valores espectrais vs Frequência para a condição de SV constantes. 64
Figuras 5.4 (a) – (f) – Modos de vibrar pórtico plano
Figura 5.5 - Comportamento da estrutura após combinação dos modos de vibrar e aplicação de
excitação de base nos sentido horizontal (a) e vertical (b)
Figura 5.6 - Comportamento da estrutura após combinação dos modos de vibrar e aplicação de
excitação de base nos sentido horizontal (a) e vertical (b)69
Figura 5.7 - Comportamento da estrutura após combinação dos modos de vibrar e aplicação de
excitação de base (Caso III)
Figura 5.8 – Espectro de resposta de aceleração (ARS) de dois registros conhecidos e de norma
técnica. (LIANG SU et al, (2007))
Figura 5.9 - Transportador de correia utilizado como exemplo real para simulação de abalo
sísmico76
Figura 5.10 – Modelo de Treliça plana a ser analisada77
Figura 5.11 – Cantoneira de abas iguais
Figura 5.12 – Perfil Viga W
Figura 5.13 – Deformada da estrutura produzida pelo peso próprio (análise estática) 80
Figura 5.14 – Distribuição forças axiais – Análise Estática – Caso I 80
Figuras 5.15 (a) – (d) – Modos de vibração da Treliça
Figura 5.16 - (a) Comportamento da estrutura após combinação dos modos de vibração e
aplicação de excitação de base na direção X - (b) Comportamento da estrutura após combinação
dos modos de vibração e aplicação de excitação de base na direção Y
Figura 5.17 – Componentes de um transportador de correia
Figura 5.18 (a) - (c) – Distribuição forças axiais para espectro de 250, 150 e 50 mm – direção X
(Ct=28.000mm)
Figura 5.19 (a) - (c) - Distribuição forças axiais para espectro de 250, 150 e 50mm - direção X
(Ct=32.250mm)
Figura 5.20 (a) - (c) - Distribuição forças axiais para espectro de 250, 150 e 50mm - direção Y
(Ct=28.000mm)91
Figura 5.21 (a) - (c) - Distribuição forças axiais para espectro de 250, 150 e 50mm - direção Y
(Ct=32.250mm

## Lista de tabelas

Tabela 2.1 – Escala de Mercalli (www.apolo11.com)
Tabela 2.2 – Escala de Richter (www.apolo11.com)
Tabela 3.1 – Probabilidades de ocorrência de x conforme o valor $\lambda \sigma$ (Distribuição de Gauss). 50
Tabela 3.2 Probabilidade do valor <i>A</i> ser maior do que $\lambda \sigma e \lambda \sigma_A$
Tabela 4.1 – Organização dos Resultados de uma análise <b>PSD</b> 60
Tabela 5.1 – Propriedades e diferentes casos de aplicação
Tabela 5.2 – Frequências naturais de vibração (Pórtico plano – Caso I)
Tabela 5.3– Fatores de Participação Modal para a excitação vertical
Tabela 5.4 – Fatores de Participação Modal para a excitação horizontal
Tabela 5.5 – Frequências naturais de vibração (Pórtico plano – Caso II)
Tabela 5.6 – Frequências naturais de vibração (Pórtico plano – Caso III)
Tabela 5.7 – Valores de deslocamentos máximos para os casos dos pórticos analisados
Tabela 5.8 – Valores de Frequência e PSD utilizados para calculo do 1σ
Tabela 5.9 – Velocidades de onda e valores de $1\sigma$ de deslocamento e aceleração74
Tabela 5.10 – Velocidades de onda e valores de $1\sigma$ de deslocamento e aceleração74
Tabela 5.11 – Propriedades e diferentes casos de aplicação para Treliça77
Tabela 5.12 – Propriedades de seção para cada caso de aplicação para Treliça
Tabela 5.13 – Valores máximos de deformação para cada excitação de base
Tabela 5.14 -Valores máximos de deslocamentos para cada excitação de base simulando o
transportador carregado
Tabela 5.15 – Valores de Frequência e PSD utilizados para calculo do 1σ
Tabela 5.16 – Velocidades de onda e valores de $1\sigma$ de deslocamento e aceleração95

#### Lista de Abreviaturas

ARS Aceleration Response Spectrum CQC Complete Quadratic Combination DSUM Double Sum GRP Grouping MEF Método dos Elementos Finitos **MPRS** Multi Point Response Spectrum NRLSUM Naval Research Laboratory Sum PSD Power Spectral Density RFM Random Factor Method ROSE Rosenblueth RVA Random Vibration Approach SPRS Single Point Response Spectrum SRSS Square Root of Sum of Squares SV Valores espectrais Time-History Method THM

# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Motivação e contextualização

Na atualidade, é importante que o projeto de estruturas, tais como, edifícios, pontes, galpões, estruturas metálicas em geral, leve em consideração, sempre que necessário, as ações de origem sísmica. Se as estruturas estiverem localizadas em regiões de atividade sísmica, essa consideração é essencial para a sua estabilidade e segurança. Entretanto, mesmo se forem localizadas em regiões de registro sismográfico desprezível, dependendo do grau de importância ou responsabilidade estrutural, como no caso de usinas nucleares ou hidrelétricas, ainda assim devem ser consideradas hipóteses de excitação sísmica em projeto.

Terremotos são excitações dinâmicas que ocorrem a todo instante em diferentes locais do globo terrestre. Alguns terremotos, pelo seu poder devastador, têm sido documentados pela imprensa nos últimos anos, sendo que os mais catastróficos foram os do Haiti (7.0 pontos na escala Richter em 2010, ver Fig. 1.3), Chile (8.8 pontos na escala Richter em 2010, ver Fig. 1.1 e 1.2), e Japão (8.9 pontos na escala Richter em 2011, ver Fig. 1.4). É indiscutível que, nas regiões não preparadas tecnicamente para suportar este tipo de excitação dinâmica, os efeitos de um abalo sísmico são muito mais devastadores. Entretanto, em países como o Japão, que atingiram estágios avançados na tecnologia de estruturas sismo-resistentes, mesmo com abalos de grande magnitude, como o que ocorreu recentemente, os colapsos estruturais são muito reduzidos. Este fato demonstra que o projeto de estruturas sismo-resistentes pode evitar grandes perdas econômicas e humanas e, por isto é indiscutível a importância de um estudo adequado das reações das estruturas metálicas submetidas a abalos sísmicos.



Figura 1.1 – Viaduto destruído pelo terremoto no Chile em 2010 (8.8 na escala Richter)



Figura 1.2 – Queda da uma passarela de concreto após terremoto no Chile em 2010 (8.8 na escala Richter)



Figura 1.3 – Edificações danificadas pelo terremoto Haiti –Porto Príncipe 2010 (7,0 pontos na Escala de Richter)



Figura 1.4 – (a) Prédio destruído na cidade de Sukagawa; (b) Estrada destruída na cidade de Mito após terremoto no Japão, 2011 (8,9 na Escala de Richter)

### **1.2 Estruturas Transportadoras de Correias**

As perdas e consequências dos sismos não somente atingem áreas urbanas, mas também muitas áreas industriais e fábricas que dependem do funcionamento de seus equipamentos e podem sofrer grandes perdas econômicas se estes equipamentos não forem calculados corretamente para suportar a excitações sísmicas. Exemplos destes equipamentos são os Transportadores de Correias que podem ser empregados desde a movimentação de alimentos, minérios, biomassa, etc. até a alimentação de caldeiras geradoras de vapor para cogeração de energia.

Transportadores de correia são estruturas mecânicas destinadas à movimentação de materiais brutos, graneis sólidos, minérios, entre outros. Têm grande aplicação e maior enfoque para utilização em estruturas de grande porte, nas fabricas de papel e celulose, chapas de fibra, serrarias, indústrias moveleiras, portos etc, onde a necessidade de transporte de material em grandes quantidades e por longas distancias é maior. Na Fig 1.5 mostra-se um exemplo de transportadores de correia instalados na cidade de Cabrero no Chile numa fabrica de MDF e MDP, os quais, após análise estrutural para sismos, suportaram sem danos operacionais e estruturais o terremoto de 2010 de 8.8 pontos da escala Richter.

A operação continua deste tipo de equipamento é essencial, pois em alguns casos, garante a produção de fábrica sem maiores perdas ou interrupções. A ocorrência de acidentes nestas estruturas pode causar a paralisação da operação e, em situações extremas, levar ao colapso da mesma, gerando prejuízos econômicos significativos.



Figura 1.5– Transportadores de Correia instalados numa fabrica de MDF e MDP em Cabrero – Chile

Os transportadores de correias são equipamentos de fácil operação e capazes de transportar grandes capacidades de material com baixo consumo de energia por longas distâncias. Desse modo, muitas vezes também são instalados em áreas sujeitas a abalos sísmicos. Nestas circunstâncias o projeto estrutural deve considerar os efeitos dinâmicos decorrentes de ações externas às quais são submetidas. Em geral, a análise de abalo sísmico para estas estruturas é feita de modo simplificado, tratando-se o problema como se fosse uma ação estática equivalente, tal como permitido em inúmeras normas técnicas. A consideração de um abalo sísmico como se fosse uma ação estática equivalente deve ser aplicada com ressalvas, pois somente será aceitável se a estrutura for muito rígida e apresentar frequências fundamentais elevadas (acima de 30 Hz), o que não ocorre na maioria das vezes. Devem-se também considerar dois outros fatores importantes: (a) com a massa de material transportado, os efeitos inerciais tornam-se pronunciados; (b) os grandes vãos tornam essas estruturas mais susceptíveis a vibrações e deformações sísmicas.

Pretende-se, no presente trabalho, apresentar e comparar outras técnicas de solução, e verificar a pertinência dos modelos usualmente empregados em situações de abalo sísmico previstas em normas e regulamentos técnicos para transportadores de correias.

Existem poucos estudos na literatura que analisam transportadores de correia através de métodos dinâmicos para análises sísmicas. Um fator agravante é que tais estruturas se estendem por longas distâncias, transportando grandes quantidades de material, e são apoiadas algumas

vezes em torres esbeltas, muito afastadas entre si, e que precisam um dimensionamento adequado para suportar abalos sísmicos que possam ocorrer nas respectivas regiões. Essa condição é semelhante à observada em arcos metálicos com grandes vãos (LIANG SU *et al*, 2007) ou em torres de transmissão de energia elétrica (LI TIAN *et al*, 2010), trabalhos que inspiram o presente estudo.

#### 1.3 Técnicas de Aplicação da Excitação Sísmica

Conforme a literatura e as normas técnicas propõem, ações sísmicas podem ser tratadas dinamicamente como excitações de base, as quais podem atuar simultaneamente ou não em todos os apoios da estrutura (CHOPRA,1995; RAO, 1990, PAZ, 2004, ETC). As principais normas e regulamentos internacionais de projeto para estruturas submetidas a ações sísmicas, tais como a norma Chilena NCh 2369, 2003, sugerem tratar o problema aplicando-se, sob certas condições, forças horizontais e verticais equivalentes, e permitindo que o problema seja tratado como estaticamente equivalente. Tal simplificação é aceitável para estruturas mais rígidas, cujas frequências naturais de vibração sejam superiores a 30 Hz.

Um dos fatores mais importantes na análise dinâmica é o modo como se aplica a excitação de base. Isto pode ocorrer de diferentes maneiras: (a) excitação uniforme em todos os apoios ao mesmo instante de tempo, sendo esta excitação idêntica em magnitude e sentido para todos os apoios e, neste caso, a análise pode ser feita por meio do método **SPRS** (*Single Point Response Spectrum*); (b) excitações diferentes nos vários apoios da estrutura, tanto em direção quanto em magnitude, e a análise pode ser feita pelo método **MPRS** (*Multi Point Response Spectrum*); (c) excitação da estrutura que leva em consideração a passagem de uma onda sísmica, com certa velocidade, que atinge os diferentes apoios em instantes de tempo sucessivos. Nesta última alternativa, emprega-se a técnica que considera a densidade espectral de potência - Power Spectral Density – **PSD**. A propagação da onda sísmica ao longo da estrutura é um fator importante quando se considera a excitação sucessiva de múltiplos apoios.

Técnicas de excitações sísmicas em apoios múltiplos são aplicadas para obter a resposta dinâmica da estrutura levando-se em consideração as reações nos diferentes pontos de apoio. Um exemplo de excitação multi-suporte é o que acontece com o chassi de um automóvel que, recebe, através de cada roda, a excitação transmitida pelas irregularidades do pavimento.

### 1.4 Objetivos do Trabalho

Os objetivos do presente trabalho podem ser divididos em:

#### 1.4.1. Objetivos principais

Analisar o comportamento dinâmico de estruturas transportadoras de correias sujeitas a abalos sísmicos.

#### 1.4.2. Objetivos secundários

- a) Apresentar uma breve revisão da formação e propagação de um terremoto;
- b) Apresentar, de modo organizado, uma revisão teórica e bibliográfica dos métodos de análise de abalo sísmico em estruturas, especialmente os métodos estático equivalente, bem como os métodos SPRS, MPRS e PSD;
- c) Aplicar e comparar, em algumas situações práticas, os métodos SPRS e PSD, em alguns casos simples e em estruturas transportadoras de correias, empregando-se o software comercial ANSYS 12.0.
- d) Estudar diferentes técnicas de análise estrutural para simulação dinâmica de abalo sísmico em estruturas com grandes vãos
- e) Determinar deslocamentos máximos, tensões máximas e probabilidades de ocorrência conforme o método aplicado.

#### 1.5 Revisão Bibliográfica

Os terremotos sempre foram responsáveis por inúmeras perdas humanas e danos materiais. Por este motivo e para garantir a integridade das diversas estruturas, ao longo do tempo, tem aumentado a importância das análises dinâmicas aplicadas a estruturas grande porte, prédios, barragens, complexos industriais, transportadores de correias, entre outras.

Uma das preocupações que se observam nas pesquisas recentes é a passagem da onda sísmica por diferentes apoios em instantes sucessivos de tempos. Tal tratamento foi aplicado no estudo da Ponte de Humber em Grã Bretanha a qual conecta as cidades de Barton e Hessle com o vão principal de 1410mts e os vãos secundários de 280 e 530mts, cuja excitação sísmica aplicada foi do tipo de múltiplos suportes. Para o estudo foi empregado o programa comercial SAP IV, onde a propagação da onda de um suporte ao outro foi considerada em instantes de

tempo diferentes, e os resultados de deslocamentos máximos foram obtidos para várias distâncias entre apoios (M, RASSEM *et al*,1996)

A mesma técnica foi proposta preliminarmente por DUMANOGLU E SEVERN (1985) onde foi aplicada propagação de onda nos diferentes apoios da Ponte de Bosporus na Turquia e da Ponte Humber em Grã Bretanha, com vãos principais de 1074 e 1410 metros respectivamente.

Em vista de que excitações de base induzidas por terremotos podem ser tratadas como excitações aleatórias, a teoria e métodos de vibrações randômicas podem ser utilizados para ter a resposta sísmica da estrutura. O método **RFM** (*Random Factor Method*) é utilizado para cálculos dinâmicos de vibrações randômicas em estruturas treliçadas, sua principal função é analisar as características dinâmicas e a resposta das estruturas com parâmetros aleatórios. (WEI GAO, 2007).

Diferentes métodos de resposta espectral estão sendo desenvolvidos por pesquisadores para calcular a resposta sísmica de estruturas com excitações em múltiplos suportes, as quais podem variar por causa de dois efeitos importantes: 1) o tempo de chegada da onda sísmica nos diferentes suportes, é conhecido como efeito de passagem de onda; 2) a perda de coerência do movimento devido a reflexões e refrações da onda em diferentes tipos de solos assim como também as diferentes formas de sobreposição das ondas, este fenômeno é conhecido como efeito de incoerência. (LIANG SU *et al*, 2007).

A análise dinâmica de uma estrutura sujeita a uma excitação sísmica pode ser feita por diversos métodos. Um dos que usualmente é empregado é o **THM** (*Time-History Method*), que avalia a resposta dinâmica a cada intervalo de tempo. Uma das dificuldades deste método é que a excitação deve ser tratada como um carregamento variável no tempo, o que, a priori, não se conhece, dada às características aleatórias do abalo sísmico. Em termos práticos, o método só pode ser considerado quando se aplicam os registros de abalos sísmicos anteriores.

É importante salientar que, o fato de a estrutura resistir a um abalo conhecido não garante a sua segurança para futuros abalos sísmicos. É também importante considerar que uma análise do tipo **THM** requer grande esforço computacional para obter os resultados desejados.

Uma alternativa mais realista é a considerada pelo método **RVA** (*Random Vibration Approach*) que é baseado na caracterização estatística das forças nos pontos de apoio e proporciona uma medição estatística da resposta. (LIANG SU, 2006). As mesmas vibrações aleatórias podem atingir a estrutura de qualquer maneira, em qualquer direção e magnitude nos diferentes pontos de apoio. Portanto, devem ser considerados os efeitos estocásticos do problema, o que foge do escopo do presente trabalho.

Outro método e o motivo desta pesquisa é a resposta dinâmica através do **PSD** (*Power* Spectral Density Method) que considera certa distribuição de excitações nos diferentes apoios conforme a densidade de potência espectral. Por este método, é possível, por exemplo, considerar a passagem de uma onda sísmica nos diferentes apoios da estrutura, respeitando o diagrama de densidade espectral. Tal procedimento pode ser considerado como uma hipótese mais realista, especialmente em estruturas de grandes vãos. Respostas randômicas sísmicas são usualmente calculadas a partir da aceleração de base **PSD** (LIN, *et al, 2004*), mas segundo recomendação de algumas normas para cálculo sísmico como o Eurocode 8 e o Código sísmico para edificações na China, para gerar a curva equivalente **PSD** é necessário levar em consideração a resposta espectral de aceleração de base (**ARS**) para a partir da mesma chegar na curva **PSD** correspondente à excitação.

## 1.6 Organização deste trabalho

Esta dissertação está estruturada da seguinte forma: o segundo capítulo faz uma breve introdução e uma explicação sucinta da geração e propagação dos sismos, conceitos básicos e necessários para conhecimento do comportamento de um sismo e suas consequências. O terceiro capítulo apresenta fundamentação teórica sobre a dinâmica das estruturas, método de análise modal, pois o mesmo é utilizado para a resolução do problema nos dois casos a serem estudados (**SPRS** e **PSD**) para extração de frequências naturais de vibração e modos de vibrar do sistema. Ainda neste capitulo serão apresentados os métodos aleatórios que servem de base para o **PSD**.

O quarto capítulo apresenta a metodologia sugerida para a aplicação dos métodos, **SPRS** e **PSD**, anteriormente mencionados. O quinto capitulo mostra algumas aplicações em casos simples e em estruturas transportadoras de correias.

No sexto capítulo finalmente se apresentam as conclusões do trabalho e propostas para trabalhos futuros.

Ao final do trabalho, são apresentados os Apêndices I e II que contém, respectivamente, uma breve revisão teórica do Método da Superposição Modal, e listagem com a sequência de comandos de dois exemplos apresentados neste trabalho.

# Capítulo 2

# Sismologia

Este capítulo visa reunir os conceitos básicos sobre sismologia e os efeitos de propagação de ondas produzidos por um terremoto. O texto está baseado em diversos materiais encontrados na Internet como a matéria feita pelo Observatório Sismológico da Universidade de Brasília, e no Laboratório de Procesado de Imagen de Espanha, e também em publicações especializadas no assunto, como a norma NBR 15421 – Projeto de estruturas resistentes a sismos - Procedimento, 2006 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, ABNT 2006) e livros como Fundamentos da Engenharia Sísmica (Newmark, 1971).

A crosta terrestre divide-se em placas tectônicas, que são extensas porções de rocha limitadas por bordas ou contornos que são regiões de atrito e/ou regiões de deslizamento. Nas regiões de contato entre elas, podem acontecer interações mais ou menos violentas que seriam responsáveis pela liberação de enorme quantidade de energia e pela geração de ondas mecânicas conhecidas por sismos ou terremotos.

Na figura 2.1 apresenta-se o zoneamento sísmico global, podendo ser observado que as zonas mais propicias à atividade sísmica são as margens do Oceano Pacífico, algumas regiões da Ásia e em alguns paises próximos ao Mar Mediterrâneo.



Figura 2.1- Mapa de Zoneamento Sísmico Global (www.lpi.tel.uva.es)

O Brasil, por estar situado no interior da placa Sul-Americana, não está sujeito a grandes atividades sísmicas. Mesmo assim, pequenos tremores ocorrem com frequência no território brasileiro, causados por forças denominados como esforços intraplacas.<sup>(\*)</sup>

Embora a atividade sísmica no território brasileiro seja considerada baixa, em obras e estruturas de maior responsabilidade, tais como barragens e usinas nucleares, ações sísmicas devem ser levadas em consideração.

Recentemente foi publicada a norma Brasileira para Projeto de estruturas resistentes a sismos (norma Brasileira ABNT NBR 15421, 2006) na qual são estabelecidos procedimentos para avaliar as ações dinâmicas conforme as diferentes regiões sísmicas definidas no Brasil.

Procedimentos adequados para projetar estruturas sismo-resistentes são bem detalhados nas normas técnicas para este tipo de projeto, as quais estão adaptadas segundo o país e a região de atuação. Para determinação da intensidade da atividade sísmica as normas estabelecem zonas sísmicas determinadas sobre o mapa de cada pais.

A atividade sísmica no Brasil só começou a ser detectada com precisão a partir de 1968, quando houve a instalação de uma rede mundial de sismologia. Brasília foi escolhida para sediar o arranjo sismográfico de América do Sul. Atualmente existem 40 estações sismográficas em todo o país.

Segundo dados levantados a partir da análise de mapas topográficos e geológicos, as regiões que apresentam a maior atividade sísmica no Brasil são a região setentrional, quase toda a fronteira ocidental e parte do nordeste, conforme ilustra a Figura 2.2 onde a escala representa a probabilidade de incidência sísmica em cada região.

Embora grande parte dos sismos brasileiros seja de pequena magnitude (4,5 graus na Escala Richter), a história tem mostrado que, mesmo em "regiões tranquilas" podem acontecer grandes terremotos. Apesar de não ser alarmante, o nível de sismicidade brasileira precisa ser considerado em determinados projetos de engenharia, como centrais nucleares, grandes barragens e outras construções de grande porte, assim como também pontes, dutos, prédios e estruturas em geral que necessitem apresentar algum nível de segurança para o ser humano e estiverem situadas em áreas de maior risco. Nestes casos, as estruturas devem ser dimensionadas rigorosamente de acordo com as normas técnicas para esta finalidade.

<sup>&</sup>lt;sup>(\*)</sup> Veja-se, por exemplo, http://www.correiodoestado.com.br/noticias/terremoto-de-5-pontos-atinge-centro-oeste-do-brasil\_78904/



Figura 2.2- Zoneamento Sísmico América do Sul. (geografiaatualidade.blogspot.com)

Os sismos são vibrações, muitas vezes violentas, da superfície da terra que são seguidas por uma liberação de energia na crosta terrestre. Esta energia pode ser gerada por um movimento súbito de segmentos de crosta, por erupções vulcânicas e/ou eventos explosivos esporádicos. Quando a tensão gerada pelas movimentações terrestres é maior que a força das rochas, uma ruptura é ocasionada e uma nova posição das rochas é alcançada. Neste processo de quebra, vibrações chamadas de "ondas sísmicas" são geradas, as ondas se propagam pela superfície da terra a partir do ponto de inicio do terremoto, variando sua velocidade em função do tipo de material e solo no qual se deslocam.

O ponto na crosta terrestre onde se inicia a ruptura do material rochoso ocorrendo a liberação de energia em forma de ondas sísmicas é chamado de Foco sísmico ou hipocentro, sua projeção vertical na superfície da terra corresponde ao Epicentro do terremoto.



Figura 2.3- Identificação do foco ou hipocentro e do epicentro de um terremoto (www.geocities.ws)

## 2.1 Ondas Sísmicas

Todo sismo libera dois tipos de ondas sísmicas, elas são classificadas como Ondas Internas ou Ondas de Corpo quando se propagam pelo interior da Terra e como Ondas de Superfície quando se propagam próximo à superfície terrestre.

No primeiro caso, Ondas de Corpo, são as ondas P (primarias) e S (secundarias). As ondas P são longitudinais ou de compressão, são mais rápidas e conseguem se propagar em todos os meios. A Figura 2.4 ilustra a propagação das ondas P. As vibrações de partículas são paralelas à direção de propagação da onda e corresponde a sucessivas compressões e dilatações do meio por onde passam.



Figura 2.4 - Ondas Primárias (Observatório Sismológico UNB- Instituto de Geociências)

Em um meio isótropo e homogêneo a velocidade de propagação das ondas P pode ser definida por:

$$v_p = \sqrt{\frac{K + \frac{4}{3}G}{\rho}}$$
(2.1)

Onde:

K é o modulo de compressibilidade (bulk modulus);

G é módulo de elasticidade transversal

 $\rho$  é a densidade do material a través do qual se propaga a onda mecânica.

Ondas S são ondas Secundárias, transversais ou cisalhantes, não conseguem se propagar no meio liquido (pastoso) uma vez que este tipo de meios não suportam forças de cisalhamento. As vibrações de partículas seguem movimentos cisalhantes que são perpendiculares à direção de propagação da onda. Sua propagação é mais lenta que as ondas Primárias, as mesmas provocam alterações morfológicas, contudo não há alterações de volume. A Figura 2.5 mostra uma ilustração das ondas secundarias.



Figura 2.5 - Ondas Secundarias (Observatório Sismológico UNB - Instituto de Geociências)

A velocidade de propagação das ondas S em meios isótropos e homogêneos depende do módulo de elasticidade transversal G e da densidade  $\rho$  do material.

$$V_{s} = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$
(2.2)

Com a chegada das ondas interiores (primárias e secundarias) à superfície da terra, geram-se as ondas superficiais que são, em geral, as causadoras das destruições provocadas pelos sismos de grande intensidade. Nas ondas superficiais distinguem-se dois tipos, L (love) e R (Rayleigh);

As ondas de Rayleigh resultam da interferência das ondas P e S e são caracterizadas porque o movimento das partículas se dá em um plano vertical à direção de propagação da onda, descrevendo uma elipse retrógrada alinhada no plano vertical, tal como ilustrado na Figura 2.6.



Figura 2.6 – Ondas Rayleigh (Observatório Sismológico UNB – Instituto de Geociências)

Outro tipo de ondas superficiais são as ondas de Love, estas produzem um movimento horizontal de corte na superfície da terra, tal como representado na Figura 2.7. A velocidade das ondas Love é 90% da velocidade das ondas S e é ligeiramente superior das ondas Reyleigh.



Figura 2.7 - Ondas Love (Observatório Sismológico UNB - Instituto de Geociências)

## 2.2 Medições de Sismos

Para medição de um sismo são utilizados sismógrafos, os quais mostram uma representação gráfica das movimentações do solo, através das ondas produzidas pelas movimentações da terra.

Quando acontece algum terremoto, um sismógrafo, que é o instrumento para registrar abalos sísmicos, mostra as flutuações de movimentação do solo, que podem durar de alguns segundos até vários minutos, dependendo da intensidade do terremoto. A altura das ondas gravadas em um sismograma (amplitude da onda) é uma representação amplificada do movimento da terra. Esta amplificação pode chegar a 100 mil vezes ou mais, conforme a sensibilidade do sismógrafo. Desse modo, pequenas trepidações na superfície terrestre podem ser capturadas por tais equipamentos. Alguns filtros devem ser aplicados para permitir a distinção de simples trepidações, como as produzidas por vibrações de veículos, quedas de equipamentos, etc, das produzidas por verdadeiros terremotos. Outra alternativa é a interligação da rede mundial sismográfica que, trabalhando na forma consorciada, permite identificar e localizar qualquer tremor de terra, em qualquer região do planeta, praticamente em tempo real.

A gravação de um terremoto tem características reconhecidas. Tipicamente um terremoto é distinguido primeiramente pela chegada das ondas "P", que se deslocam mais rapidamente e logo em seguidas pelas ondas "S" e das ondas de superfície.

O principio de funcionamento do sismógrafo mecânico de movimento horizontal é idêntico ao do movimento vertical. Tal como nesse caso, a massa inercial é montada numa barra horizontal, mas seu fulcro esta quase na vertical, de tal modo que a massa está propicia a mover-se apenas num plano quase horizontal.



Figura 2.8 – Tipo de Sismógrafos – Movimentos Verticais e Horizontais (www.ualg.pt)

Existem também sismógrafos eletromagnéticos que respondem ao movimento relativo entre um imã, que esta solidário com o solo, e uma bobina de fio condutor enrolada em torno de uma massa inercial suspensa por uma pequena mola. Qualquer movimento da bobina no interior do corpo magnético induz uma voltagem na bobina, proporcional à taxa de variação do fluxo magnético. Durante a passagem da onda sísmica, a vibração do solo relativamente à bobina é transformada num sinal elétrico que posteriormente é amplificado e registrado.

## 2.3 Escalas sísmicas

Como descrito anteriormente os sismos correspondem a efeitos de movimentos bruscos ao longo das falhas geológicas, que ocorrem mais frequentemente nos limites das Placas Tectônicas. Quando esta movimentação ocorre é libertada uma grande quantidade de energia e a "dimensão" dos sismos é avaliada segundo dois tipos de escalas, por intensidade e magnitude.

#### 2.3.1 Escala de Mercalli (MM56)

Estabelecida por Giuseppe Mercalli, sismólogo italiano em 1902, a intensidade de um sismo é o parâmetro que caracteriza os efeitos produzidos nas pessoas, objetos, estruturas e meio ambiente, num determinado local. A escala de Mercalli é uma escala de intensidade, pois avalia os efeitos dos sismos sobre cada ponto do território atingido, por isto seus valores variam em função da distancia à região epicentral, levando ainda em consideração características geo-estruturais dos terrenos atingidos pelas ondas sísmicas, tipo de povo e características das construções.

Após o levantamento, é possível traçar as isossistas do sismo, ou seja linhas que delimitam no território as áreas onde o sismo foi sentido com igual intensidade sendo esta, uma forma de apresentar uma carta de risco sísmico para uma área da superfície terrestre.

A escala Mercalli foi uma alteração, feita por Giuseppe Mercalli em 1902, da escala Rossi-Forel de dez graus. Esta alteração visou dar maior precisão aos conceitos e criar uma divisão entre graus que correlacionasse melhor as características geofísicas dos sismos e seus efeitos. Ao longo de quase um século de utilização, a escala de Mercalli foi alvo de múltiplas alterações, algumas locais ou regionais, visando sua adequação às características construtivas dos edifícios de um determinado país ou região.

Com o tempo e com as melhorias dos conhecimentos, dos efeitos sísmicos sobre os edifícios, a escala Mercalli foi substituída na atualidade pela Escala Mercalli Modificada, cujos graus de intensidade sísmica são mostrados na Tabela 2.1.

ESCALA DE MERCALLI		
GRAU	DESCRIÇÃO	
I. Imperceptível	Nenhum movimento é percebido, apenas registrado pelos Sismógrafos	
II. Muito Fraco	Sentido por um muito reduzido numero de pessoas em	
	repouso, em especial pelas que habitam em andares elevados.	
III. Fraco	Sentido por pequeno numero de pessoas. Bem sentido nos andares elevados	
	Sentido dentro das habitações, podendo despertar do sono um	
IV. Moderado	pequeno número de pessoas. Nota-se a vibração de portas e	
	janelas e das louças dentro dos armários.	
	Praticamente sentido por toda a população, fazendo acordar	
V. Forte	muita gente. Há queda de alguns objetos menos estáveis e	
	param os pêndulos dos relógios. Abrem-se pequenas fendas	
	nos estuques das paredes.	
	Provoca início de pânico nas populações. São produzidos	
VI. Bastante Forte	leves danos nas habitações, caindo algumas chaminés. O	
	mobiliário menos pesado é deslocado.	
	Caem muitas chaminés. Há estragos limitados em edifícios de	
	boa construção, mas importantes e generalizados nas	
VII. Muito Forte	construções mais frágeis. Facilmente perceptível pelos	
	condutores de veículos automóveis em trânsito. Desencadeia	
	pânico geral nas populações.	
	Danos acentuados em construções sólidas. Os edifícios de	
VIII. Ruinoso	muito boa construção sofrem alguns danos. Caem	
	campanários e chaminés de fabricas.	
IX Desastroso	Desmoronamento de alguns edifícios. Há danos consideráveis	
IA. Desusu 050	em construções muito sólidas.	
	Abrem-se fendas no solo. Há cortes nas canalizações, torção	
X. Destruidor		
	nas vias de caminho de ferre e fissuração nas estradas.	
XI. Catastrófico	Destruição da quase totalidade dos edifícios, mesmo os mais	
	sólidos. Caem pontes, diques e barragens. Destruição das	
	redes de canalização e das vias de comunicação. Formam-se	
	grandes fendas no terreno. Há grandes escorregamentos de	
	terrenos.	

## Tabela 2.1 – Escala de Mercalli (www.apolo11.com)

#### 2.3.2 Escala de Richter

A Escala Richter quantifica a magnitude sísmica de um terremoto e foi desenvolvida em 1935 após coletar inúmeros dados de ondas sísmicas. Para isto foi criado um sistema para cálculo de magnitude de ondas.

Esta fórmula matemática combina as amplitudes das ondas e a distância ao epicentro de modo a medir a quantidade de energia libertada durante o sismo naquela área, e corresponde ao logaritmo da medida da amplitude das ondas sísmicas de tipo P e S a 100 km do epicentro.

A fórmula utilizada para estas determinações é

$$M_L = \log A - \log A_0 \tag{2.3}$$

Onde:

A = amplitude máxima medida no sismógrafoA0= amplitude de referencia

A escala Richter é uma escala infinita ou aberta, e as forças naturais envolvidas limitam o topo da escala em aproximadamente 10. Teoricamente não existe energia em um terremoto capaz de superar esta marca.

ESCALA DE RICHTER	
MAGNITUDE	DESCRIÇÃO
1	Não é sentido pelas pessoas. Só os sismógrafos registram
2	É sentido nos andares mais altos dos edifícios
3	Lustres podem balançar. A Vibração é igual à de um caminhão passando perto
3.5	Carros parados balançam, peças feitas em louça vibram e fazem barulho
4.5	Pode acordar as pessoas que estão dormindo, abrir portas, parar relógios de pêndulos e cair rebocos de paredes
5	É percebido por todos. As pessoas caminham com dificuldades, livros caem de estantes; os móveis podem ficar virados
5.5	As pessoas tem dificuldade de caminhar, as paredes racham, louças quebram
6	Dificil dirigir automóveis, forros desabam, casas de madeiras são arrancadas de fundações. Algumas paredes caem
7	Pânico geral, danos nas fundações dos prédios, encanamentos se rompem, fendas no chão, danos em represas e queda de pontes
7.5	Maioria dos prédios desabam, grandes deslizamentos de terra, rios transbordam, represas e diques são destruídos
8.5	Trilhos retorcidos nas estradas de ferro, tubulações de água e esgoto totalmente destruídas
9	Destruição total. Grandes pedaços de rochas são deslocados, objetos são lançados no ar.

# Tabela 2.2 – Escala de Richter (www.apolo11.com)

# Capítulo 3

## Dinâmica das estruturas

Para entendimento das técnicas de análise de abalo sísmico, torna-se importante uma revisão dos conceitos básicos da dinâmica das estruturas. Estes conceitos básicos são mostrados brevemente no Apêndice I. Neste capitulo são apresentados os métodos de análise para excitações do tipo aleatório.

A dinâmica de estruturas apresenta metodologias para analisar tensões e deslocamentos desenvolvidos por um sistema estrutural quando o mesmo está sujeito a um carregamento dinâmico arbitrário. Este carregamento consiste em qualquer tipo de carregamento cuja magnitude, direção e/ou posição varia no tempo.

A realização de um projeto de estruturas sismo-resistentes exige a avaliação da resposta da estrutura ao movimento do solo provocado pelo terremoto. Desta maneira, a estrutura e seus componentes poderão ser devidamente dimensionados com a finalidade de resistir ao carregamento sísmico e aos demais carregamentos que a estrutura estará submetida, sempre levando em consideração os limites de projeto.

Quando um sistema com múltiplos graus de liberdade é submetido a uma excitação sísmica, representada usualmente por uma aceleração na base, as equações do movimento devem ser consideradas da seguinte forma:

$$mu + cu + ku = p_{eff}(t) \tag{3.1}$$

Onde:

..

.. .

$$p_{ef}(t) = -m \, u_g(t) \tag{3.2}$$

u, u, u - Representam os vetores de aceleração, velocidade e deslocamento relativos à base.

A formulação para um sistema estrutural descrito por múltiplos graus de liberdade e sujeito à ação sísmica pode ser feita com o auxilio do MEF (*Método dos Elementos Finitos*), resolvendo-se um sistema de equações que pode ser representado por:

$$M u(t) + C u(t) + K u(t) = p_{ef}(t)$$
(3.3)

Onde:

..

M é a matriz de massa da estrutura

C é a matriz de amortecimento da estrutura

K é a matriz de rigidez da estrutura

Cujos elementos  $m_{ij} - c_{ij} - k_{ij}$  que compõem as matrizes de massa, amortecimento e de rigidez, respectivamente, representam as forças generalizadas que ocorrem no grau de liberdade *i* quando, no grau de liberdade *j*, é imposta uma aceleração, uma velocidade ou um deslocamento unitário, respectivamente.

## 3.1 Excitações de Base

Existem várias maneiras de excitar uma estrutura ou um sistema pela base. Para que o calculo dinâmico seja feito corretamente, considerações gerais e pontuais devem ser feitas para cada caso.

A maneira como uma estrutura está sendo excitada influencia diretamente no seu comportamento, no desempenho da função e principalmente na sua resistência contra colapso quando submetidas a excitações quaisquer. Ao excitar um sistema ou estrutura pela base, nota-se que a estrutura tem um comportamento que muitas vezes pode não ser o esperado ou estimado quando o calculo for feito de forma a utilizar uma força equivalente horizontal. Para que o resultado do cálculo dinâmico da estrutura seja mais preciso é necessário o conhecimento de vários fatores, incluindo tipo de excitação, direção, magnitude e a forma como estas forças estão incidindo na estrutura.

O método estático equivalente é muitas vezes permitido em algumas normas ou especificações sísmicas (CHOPRA, 1995) para determinação dos esforços que surgem por ação sísmica. Para esta análise, devem ser levados em consideração fatores referentes às características do solo sobre o qual a estrutura será instalada, a zona sísmica de cada país, determinada pelo risco da

ocorrência de um sismo em cada uma das regiões, altura da estrutura, e geometria da mesma, entre outros. Em geral, métodos estáticos equivalentes são aceitáveis apenas em estruturas suficientemente rígidas (por exemplo, quando a frequência fundamental é superior a um valor de 30 Hz).

O cálculo final é feito estaticamente considerando que a componente horizontal ou vertical corresponde a um valor proporcional à força peso da estrutura, que deve ser aplicada na direção que produz o efeito mais desfavorável para cada elemento.

Rigorosamente, a excitação sísmica é uma ação dinâmica de natureza probabilística. É conveniente a aplicação de análise espectral, uma vez que o comportamento da estrutura em termos de deslocamentos máximos, velocidades e acelerações, pode ser representado em um gráfico que mostra os valores dos picos destas propriedades para cada uma das frequências de vibração que a estrutura experimenta.

Diferentes tipos de excitações de base podem ocorrer numa estrutura:

a) Mesma excitação em todos os apoios.

Esta situação ocorre quando a excitação é idêntica em magnitude, direção e sentido em todos os apoios, tal como ilustrado na Figura 3.1. Esta condição será tratada nesta pesquisa e o método correspondente é conhecido como **SPRS** - *Single Point Response Spectra*.



Figura 3.1 – SPRS (Single Point Response Spectra) (Ansys Structural Analysis Guide)

Neste método, é necessária uma análise modal do sistema, o que permite a determinação das frequências e dos modos de vibração da estrutura mais significativos para seu comportamento final após aplicação da força. A força será aplicada conforme mostrado sendo <u>S</u>o valor espectral e <u>f</u>o valor da frequência.
#### b) Múltiplas excitações nos apoios

A segunda forma de excitação ocorre quando a excitação incidente é diferente nos vários apoios da estrutura. Este tipo de excitação é conhecido como excitação em múltiplos apoios - **MPRS** (*Multi-Point-Response-Spectrum*).

A Figura 3.2 demonstra a forma como é aplicada a carga nos diferentes apoios da estrutura quando esta condição é estudada.



Figura 3.2 – MPRS (Multi Point Response Spectra) (Ansys Structural Analysis Guide)

A equação do equilíbrio dinâmico para todos os graus de liberdade pode ser escrita como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{m} & \mathbf{m}_{g} \\ \mathbf{m}_{g}^{T} & \mathbf{m}_{gg} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}^{t} \\ \mathbf{u}_{g} \\ \mathbf{u}_{g} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{c} & \mathbf{c}_{g} \\ \mathbf{c}_{g}^{T} & \mathbf{c}_{gg} \\ \mathbf{u}_{g} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{k} & \mathbf{k}_{g} \\ \mathbf{k}_{g}^{T} & \mathbf{k}_{gg} \\ \mathbf{u}_{g} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{u}_{g} \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{p}_{g}(t) \end{Bmatrix}$$
(3.4)

Onde  $\mathbf{u}^t$ são os graus de liberdades livres e  $\mathbf{u}_g$ são os graus de liberdades restritos que são excitados por excitações aleatórias.

c) Excitação aleatória sobre os apoios.

Uma outra forma de excitação ou aplicação de uma força é conhecida como **PSD** (*Power* Spectral Density) onde uma excitação aleatória (Figura 3.3) pode ser aplicada em um ou vários pontos específicos da estrutura ou em diferentes pontos de apoio. Quando mais de um ponto é excitado com estas funções, pode existir ou não uma correlação entre eles. No presente trabalho, considera-se que a correlação que existe entre as excitações dos apoios decorre da passagem de uma onda sísmica entre dois pontos de apoio. Assim, a estrutura será analisada conforme a velocidade de onda aplicada.



Figura 3.3 – **PSD** (Power Spectral Density)

Os conceitos relacionados às excitações aleatórias e determinação de uma função PSD numa estrutura serão apresentados na seção 3.3 a seguir.

## 3.2 Excitações Aleatórias

A propagação das ondas sísmicas se apresenta de forma aleatória, tanto em magnitude, quanto em direção e em tempos de aplicações diferentes. A análise aleatória é conhecida por considerar a incerteza destas grandezas. Conceitos relativos às análises de vibrações aleatórias ou randômicas são encontrados em inúmeras referências bibliográficas como, por exemplo, RAO (1990), PAZ (2008), MEIROVITCH (2002), LIMA (2007) ETC. Na presente seção, serão apresentados os principais conceitos relativos ao tema.

Quando algumas características da resposta estrutural às excitações dinâmicas, como deslocamentos, acelerações e tensões, são conhecidas como função do tempo, então a vibração é conhecida como determinística. Rigorosamente, vibrações determinísticas ocorrem somente quando todas as propriedades e variáveis estruturais do sistema são conhecidas. Na prática, existem muitos fenômenos e carregamentos externos que não podem ser conhecidos nem estimados *à priori*, como incidência de forças sísmicas, movimentos de ondas, propagação da onda de choque de uma explosão, ações do vento, etc. Todos estes processos onde nem todas as variáveis são conhecidas são chamados de processos aleatórios ou estocásticos.



Figura. 3.4 – Processo Estocástico formado por um conjunto  $x_k(t)$  de registros em função de (t).

Para uma melhor aproximação da resposta de um sistema dinâmico aleatório, é necessário coletar um número suficientemente grande de realizações para que os valores amostrais sejam considerados precisos estatisticamente na avaliação dos parâmetros. Os registros de dados a serem tratados, no caso, por exemplo, de estruturas sujeitas a abalos sísmicos, podem ser relativos a deslocamentos, velocidade ou acelerações. A Figura 3.4 ilustra um conjunto de k variáveis randômicas x<sub>i</sub>(t), que podem estar ou não correlacionadas.

## 3.2.1 Variáveis e processos estocásticos

Alguns processos e conceitos que fazem parte de uma análise dinâmica estocástica são descritos a seguir, assim como também sua relação com a resposta produzida pelo sistema estrutural.

Uma variável aleatória X, pertencendo a um intervalo entre  $-\infty < x < \infty$ , e com

P(x) denotando a função distribuição de probabilidade de x, e pode ser definida como:

$$P(x) = \lim_{n \to \infty} \frac{\tilde{n}}{n}$$
(3.5)

A função probabilidade pode ser definida como uma função do tempo. Para isto considere uma função aleatória conforme mostrado na Figura 3.5. Em certo período de tempo t, a variável X(t) apresenta valores inferiores a x nos intervalos  $\Delta t_1, \Delta t_2, \Delta t_3$  e  $\Delta t_4$ . Portanto a probabilidade de X(t) ser menor ou igual do que x é dado por

$$\operatorname{Prob}[X(t) \le \underline{x}] = \frac{1}{t} \sum_{i} \Delta t_{i}$$
(3.6)



Figura. 3.5 – Função Aleatória de Tempo.

Se X(t) se refere a uma quantidade física, a magnitude de X(t) sempre será um número finito, e for definição de função distribuição tem-se que  $\operatorname{Prob}[X(t) < -\infty] = P(-\infty) = 0$ , e  $\operatorname{Prob}[X(t) < \infty] = P(\infty) = 1$ .

A função P(x)é chamada de função distribuição de probabilidade de *x*. A derivada de P(x) em relação à *x* é conhecida como função densidade de probabilidade:

$$p(x) = \frac{dP(x)}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{P(x + \Delta x) - P(x)}{\Delta x}$$
(3.7)

A expressão  $P(x + \Delta x) - P(x)$  representa a probabilidade de que x(t) esteja no intervalo entre os valores de x e  $x + \Delta x$ . Sabendo-se que p(x) é a derivada de P(x) tem-se que:

$$P(x) = \int_{-\infty}^{x} p(x) dx$$
(3.8)

Como  $P(\infty) = 1$  a equação (3.8) resulta em:

$$P(\infty) = \int_{-\infty}^{\infty} p(x)dx = 1$$
(3.9)

Concordando com a definição de função densidade de probabilidade.

Considere agora f(x) como sendo uma função de uma variável aleatória X. O valor médio ou valor esperado da variável aleatória X é definido como

$$E(\mathbf{x}) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x} = \mathbf{u} \tag{3.10}$$

Se f(x) = x, os valores esperados mais utilizados na análise de excitações aleatórias são o valor médio, o valor quadrático médio e a variância (desvio padrão é a raiz quadrada positiva da variância). Os dois primeiros parâmetros são definidos respectivamente por:

$$\mu_{x} = E[(X)] = \overline{X} = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$$
(3.11)

$$\mu_{x^{2}} = E[(X^{2})] = \overline{X^{2}} = \int_{-\infty}^{\infty} x^{2} f(x) dx$$
(3.12)

Já a variância de X pode ser representada como  $\sigma_x^2$  e é definida conforme expressão que segue e mede a dispersão dos valores em relação a media,

$$\sigma_x^2 = E[(x-\mu)^2] = \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 f(x) \, dx \tag{3.13}$$

Quando duas ou mais variáveis aleatórias estão sendo consideradas simultaneamente, seu comportamento aleatório em conjunto é determinado por uma função de distribuição de probabilidade para o conjunto das variáveis. Esta função tem as seguintes propriedades:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x_1, x_2) dx_1 dx_2 = 1 \quad \text{e} \qquad f(x_1, x_2) \ge 0$$
(3.14)

A função distribuição conjunta de  $x_1 e x_2 é$ :

$$F(x_1, x_2) = \operatorname{Prob}[X_1 < x_1, X_2 < x_2] = \int_{-\infty}^{x_1} \int_{-\infty}^{x_2} f(x_1, x_2) dx_1 dx_2$$
(3.15)

As distribuições marginais ou individuais podem ser obtidas para cada variável a partir das seguintes equações:

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} p(x, y) dy$$
(3.16)

$$f(y) = \int_{-\infty}^{\infty} p(x, y) dx$$
(3.17)

Utilizando de modo similar os conceitos anteriormente introduzidos para uma variável, conclui-se que as variâncias de x e y podem ser definidas por:

$$\sigma_x^2 = E[(x - \mu_x)^2] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_x)^2 f(x) dx$$
(3.18)

$$\sigma_{y}^{2} = E[(y - \mu_{y})^{2}] = \int_{-\infty}^{\infty} (y - \mu_{y})^{2} f(y) dy$$
(3.19)

A covariância entre x e y,  $\sigma_{xy}$  mede a variação conjunta das variáveis aleatórias x e y e é definida por:

$$\sigma_{xy} = E[(x - \mu_x)(y - \mu_y)] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_x)(y - \mu_y) f(x, y) dx dy = E[xy] - \mu_x \mu_y$$
(3.20)

onde:

$$\mu_x = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} xf(x, y) dx dy$$
(3.21)

$$\mu_{y} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} yf(x, y) dx dy$$
(3.22)

Quando a função densidade de probabilidade conjunta de x e y é igual ao produto das distribuições marginais f(x) e f(y), então as duas variáveis são consideradas estatisticamente independentes.

Um processo estocástico é formado por uma família de *n* realizações de variáveis aleatórias. A sua realização, do ponto de vista da teoria das probabilidades, requer o conhecimento de todas as realizações até a ordem n.

Para o caso em que existam varias variáveis aleatórias no sistema,  $X_i$  (i = 1, 2, ...n), com médias  $\mu_i$ , variâncias  $\sigma_i^2$  e covariâncias  $\sigma_{x_i,x_j}$ , a média e a variância de uma nova variável aleatória X definida pela combinação linear

$$\mathbf{y} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{a}_{i} \mathbf{x}_{i}$$
(3.23)

onde  $a_i$  são parâmetros constantes são definidas por:

$$\mu_{y} = E[\sum_{i}^{n} a_{i} x_{i}] = \sum_{i=1}^{n} a_{i} E(x_{i}) = \sum_{i=1}^{n} a_{i} \mu_{i}$$
(3.24)

$$\sigma_{\gamma}^{2} = E[(\sum_{i}^{n} a_{i} \mathbf{x}_{i} - \sum_{i}^{n} a_{i} \mu_{i}^{2}) = \sum_{i}^{n} \sum_{j}^{n} a_{i} a_{j} \operatorname{cov}(\mathbf{x}_{i}, \mathbf{x}_{j})$$
(3.25)

Para a condição em que as variáveis aleatórias  $x_i$  são estatisticamente independentes (cov $(x_i, x_j) = 0, i \neq j$ ) a expressão (3.25) se reduz a

$$\sigma_{\gamma}^{2} = \sum_{i=1}^{n} a_{i}^{2} \operatorname{cov}(\mathbf{X}_{i}, \mathbf{X}_{i}) = \sum_{i=1}^{n} a_{i}^{2} \sigma_{i}^{2}$$
(3.26)

Tomando-se como referência a Figura 3.4, se  $t_1, t_2...$  são valores fixos de t, é possível utilizar  $x_1, x_2...$  para determinar valores de X(t) nos tempos  $t_1, t_2...$ , respectivamente. Sabendo-se que existem vários valores aleatórios  $x_1, x_2...$ , é possível realizar o produto das variáveis aleatórias  $x_1, x_2...$  (valores de x(t) em diferentes tempos) para descrever a relação estatística entre os valores de x(t) como:

$$K(t_1, t_2) = E[x(t_1)x(t_2)] = E[x_1x_2]$$
(3.27)

Um processo estocástico é conhecido como estacionário quando ocorrer estacionariedade na media, a variância e a função de covariância depender apensa da diferencia entre os "lags", ou seja,

$$E[x(t_1)] = E[x(t_1+t)] \text{ para qualquer } t$$
(3.28)

e a função de auto correlação tornar-se independente do tempo t, passando a depender somente da diferença entre  $t_1$  e  $t_2$  designada por  $\tau$ , isto é:

$$R(t_1, t_2) = E[x_1 x_2] = E[x(t)x(t+\tau)] = R(\tau)$$
(3.29)

para qualquer t onde  $\tau = t_2 - t_1$ . A função de autocorrelação tem as seguintes características:



Figura 3.6 - Exemplos de realizações ou amostras estocásticas

1. Se  $\tau = 0$ ,  $R(\tau)$  corresponde ao valor quadrático médio de X(t), isto é:

$$R(0) = E[x^2] \tag{3.30}$$

2. Se o processo X(t) tem média igual a zero e é extremamente irregular como mostrado na Figura 3.7 (a), sua função de autocorrelação terá valores muito baixos com exceção ao instante  $\tau = 0$  como mostrado na Figura 3.7 (b)



Figura 3.7 (a) – Função amostra de um processo aleatório (b) – Função de autocorrelação.

3. Se  $x(t) \cong x(t + \tau)$ , então a função de auto correlação  $R(\tau)$  assume um valor constante como mostrado na Figura 3.8



Figura 3.8 (a) – Realização ou função amostra de um processo estocástico (b) – Função de autocorrelação do processo

Um processo estocástico estacionário é conhecido como ergódigo, quando cada registro for estatisticamente equivalente aos demais, ou seja, qualquer um dos valores esperados, calculados sobre o conjunto dos registros, será igual ao calculado sobre o mesmo registro. Admite-se, com isto, que os fenômenos físicos de caráter aleatório que serão estudados neste trabalho podem ser representados por processos aleatórios estacionários e ergódigos.

Em algumas situações é possível estudar um fenômeno físico decompondo-o em duas parcelas, a estática (invariante no tempo), caracterizada pela média  $\mu_x$ , e a outra parte dinâmica caracterizada pela variância  $\sigma_x^2$  (definida como a média das flutuações em torno da média).

Para realização de uma análise dinâmica deve-se considerar a média igual a zero para as seguintes condições do valor médio, valor quadrático médio e a variância:

- Valor médio ou media:

$$\mu_{\mathbf{x}} = \lim_{\mathbf{T} \to \infty} \frac{1}{2\mathbf{T}} \int_{-\mathbf{T}}^{\mathbf{T}} \mathbf{x}(t) \, dt \tag{3.31}$$

- Valor quadrático médio

$$E(\mathbf{x}^{2}) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} \mathbf{x}^{2}(t) dt$$
(3.32)

- Variância

$$\sigma^{2} = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} (x(t) - \bar{x})^{2} dt = \bar{x}^{2} - (\bar{x})^{2}$$
(3.33)

Após a consideração da parte estática como sendo zero tem-se:

$$\mu_{x} = 0$$
 e  $\sigma^{2} = E(x^{2})$  (3.34)

Por tanto, para verificações das flutuações em torno da média, a variância é igual ao valor quadrático médio.

Da definição da *função da auto correlação e da densidade espectral de potência* é possível escrever:

$$\mathbf{R}(\tau) = E[x(t) \cdot x(t+\tau)] = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} x(t) \cdot x(t+\tau) dt$$
(3.35)

Um parâmetro importante na análise randômica é a função de densidade espectral de potência  $S(\omega)$ . A determinação dessa função é a seguir discutida, conforme apresentado por PRATES (1977).

Sejam,  $x_1(t) e x_2(t)$  duas funções reais, cada uma representando um processo estacionário ergódigo e satisfazendo:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left| x_1(t) \right| dt < \infty, \quad \int_{-\infty}^{\infty} \left| x_2(t) \right| dt < \infty$$
(3.36)

O teorema de Parseval (PRATES, 1977) fornece:

$$\int_{-\infty}^{\infty} x_1(t) x_2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{x}_1(\omega) \dot{x}_2^*(\omega) d\omega$$
(3.37)

onde  $\hat{x}(\omega)$  é a transformada de Fourier de x(t) e  $\hat{x}^*(\omega)$  é o complexo conjugado de  $\hat{x}(\omega)$ .

Levando em consideração a equação que define o valor médio quadrático de x(t), a partir de (3.37) tem-se:

$$\overline{x}^{2}(t) = \lim_{\mathrm{T}\to\infty} \int_{-\mathrm{T}}^{\mathrm{T}} x^{2}(t) dt = \lim_{\mathrm{T}\to\infty} \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \dot{x}(\omega) \right|^{2} d\omega$$
(3.38)

Pode-se observar que a expressão  $\left| \dot{x}(\omega) \right|^2$  é função par de  $\omega$  e, consequentemente, a expressão (3.38) pode ser reescrita como:

$$\overline{x}^{2}(t) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{\infty} \frac{\left| \widehat{x}(\omega) \right|^{2}}{T} d\omega$$
(3.39)

Assim, a função

$$S(\omega) = \lim_{T \to \infty} \frac{\left| \stackrel{\wedge}{x(\omega)} \right|^2}{T} = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \left| \int_{-T}^{T} x(t) e^{-i\omega T} dt \right|^2$$
(3.40)

é definida como densidade espectral de potência de x(t). Pode-se observar que (3.40) é uma função par de  $\omega$  quando x(t) é uma função real. Por tanto, pode-se definir  $S(\omega)$  como:

$$S(\omega) = \lim_{T \to \infty} \frac{2}{T} \left| \int_0^T x(t) e^{-i\omega T} dt \right|^2$$
(3.41)

Levando em consideração o indicado anteriormente, a definição de densidade espectral de potencia poderá, finalmente ser escrita como

$$\overline{x}^{2}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{\infty} S(\omega) d\omega = \int_{0}^{\infty} S(f) df$$
(3.42)

onde f é a frequência em ciclos/seg.

## 3.2.2 Distribuição Normal

A função densidade probabilidade mais conhecida é a da distribuição normal, também conhecida como distribuição de Gauss, e é definida por:

$$p(\mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{x}-\mu)^2/\sigma^2}$$
(3.43)

A Figura 3.9 ilustra a forma desta função. Pode ser observado que a distribuição normal da variável aleatória é simétrica em relação ao valor médio  $\mu$ . Na figura 3.10 apresenta-se, a distribuição normal padrão, ou seja,  $(x - \mu)/\sigma$ . A probabilidade de *x* estar entre os valores de  $\mu - \lambda \sigma$  e  $\mu + \lambda \sigma$  onde  $\lambda$  é um número positivo, é dada pela equação.

$$P[\mu - \lambda \sigma < \mathbf{x} < \mu + \lambda \sigma] = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \int_{\mu - \lambda\sigma}^{\mu + \lambda\sigma} e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{x} - \mu)^2 / \sigma^2} d\mathbf{x}$$
(3.44)

A tabela 3.1 representa os valores numéricos para a distribuição normal associada a  $\lambda = 1, 2 \text{ e } 3$ 



Figura 3.9 - Função densidade de probabilidade da normal (Mario Paz, 2004)



Figura 3.10 – Função densidade de probabilidade da normal (Mario Paz, 2004)

Tabela 3.1 – Probabilidades de ocorrência de *x* conforme o valor  $\lambda \sigma$  (Distribuição de Gauss)

λ	$P[\mu - \lambda \sigma < x < \mu + \lambda \sigma]$	$P[x-\mu] > \lambda \sigma$
1	68,3%	31,7%
2	95,4%	4,6%
3	99,7%	0,3%

## 3.2.3 Distribuição de Rayleigh

Variáveis positivas, como o valor absoluto de *A* dos picos de vibração para uma função randômica X(t), em geral seguem a distribuição de Rayleigh e então sua função distribuição normal é:

$$p(A) = \frac{A}{\sigma^2} e^{-A^2/2\sigma^2}, \quad A > 0$$
(3.45)

onde  $\sigma$  é um parâmetro que pode ser interpretado como sendo o desvio padrão da função X(t).

A densidade probabilidade p(A) é zero para A < 0 e pode ser representada como mostrado na Figura 3.11.

Os valores da média e da média quadrática para a distribuição de Rayleigh são dados pelas seguintes expressões:

$$\mu_{A} = \int_{0}^{x} A p(A) \, dA = \int_{0}^{x} \frac{A^{2}}{\sigma^{2}} e^{-A^{2}/2\sigma^{2}} \, dA = \sqrt{\frac{\pi}{2}\sigma}$$
(3.46)

$$E(A^{2}) = \int_{0}^{x} A^{2} p(A) \, dA = \int_{0}^{x} \frac{A^{3}}{\sigma^{2}} e^{-A^{2}/2\sigma^{2}} \, dA = 2\sigma^{2}$$
(3.47)

Portanto, a raiz do valor quadrático médio de uma variável aleatória A (RMS<sub>A</sub>) é dada por:

$$RMS_A = \sigma\sqrt{2} \tag{3.48}$$

A variância associada com a função de Rayleigh é:

$$\sigma_{A}^{2} = E(A^{2}) - E^{2}(A) = E(A^{2}) - \mu_{A}^{2} = 2\sigma^{2} - (\sqrt{\frac{\pi^{2}}{2}\sigma})^{2} = 2\sigma^{2} - (\sqrt{\frac{\pi^{2}}{2}\sigma})^{2} = 2\sigma^{2} - (\sqrt{\frac{\pi^{2}}{2}\sigma})^{2} = \frac{4\sigma^{2} - \pi\sigma^{2}}{2} = \frac{4-\pi}{2}\sigma^{2} = 0,429\sigma^{2}$$
(3.49)



Figura 3.11 - Função densidade probabilidade de Rayleigh (Mario Paz, 2004)

A probabilidade de que A ultrapasse o valor especificado  $\lambda \sigma$ ,  $P(A > \lambda \sigma)$  é definida como

$$P(A > \lambda \sigma) = \int_{\lambda \sigma}^{\infty} p(A) dA$$
(3.50)

Substituindo na Equação (3.50) o valor de P(A) apresentado na Equação (3.45) resulta em:

$$P(A > \lambda \sigma) = \int_{\lambda \sigma}^{\infty} \frac{A}{\sigma^2} e^{-A^2/2\sigma^2} dA$$
(3.51)

Esta expressão pode ser reescrita como:

$$P(A > \lambda \sigma) = \int_{\lambda \sigma}^{\infty} e^{-A^2/2\sigma^2} d(-A^2/2\sigma^2)$$
(3.52)

$$P(A > \lambda \sigma) = e^{-A^2/2}$$
(3.53)

Também a probabilidade do valor de pico *A* ultrapassar o valor especificado  $\lambda \sigma$ ,  $P(A > \lambda \sigma)$  pode ser encontrada substituindo-se na Equação (3.49) o valor  $\sigma^2 = \sigma_A^2 / 0,429$  e, integrando-se, resulta em:

$$P(A > \lambda \sigma) = e^{-0.429A^2/2}$$
(3.54)

A Tabela 3.2 apresenta os valores para a probabilidade de *A*, calculada a partir das Equações (3.53) e (3.54), de ultrapassar  $\lambda \sigma$ , ou  $\lambda \sigma_A$  para  $\lambda = 1, 2, 3, e 4$ .

λ	$P[A > \lambda \sigma]\%$	$P[A > \lambda \sigma_A] \%$
1	60,65	80,69
2	13,53	42,40
3	1,11	14,15
4	0,03	3,23

Tabela 3.2 Probabilidade do valor A ser maior do que  $\lambda \sigma$  e  $\lambda \sigma_A$ 

# **Capitulo 4**

# Metodologia

Neste capítulo se apresenta o procedimento metodológico para aplicação dos métodos de cálculo discutidos anteriormente, visando a análise sísmica de estruturas: **SPRS** (*Single Point Response Spectrum*) e **PSD** (*Power Spectral Densiry*). O texto é conduzido no sentido da aplicação do software comercial ANSYS Multiphysic, versão 12.0.

## 4.1 Método "Single Point Response Spectrum (SPRS)"

Como mencionado anteriormente na análise **SPRS** a estrutura é excitada por um espectro em direções e com frequências conhecidas, atuando uniforme e simultaneamente em todos os pontos de apoio da estrutura. Por este método é possível a aplicação da excitação não apenas pela base da estrutura, mas também em qualquer ponto da mesma.

Para aplicação do método SPRS, as seguintes etapas são necessárias:

- 1. Definição de materiais, propriedades gerais e geometria da estrutura;
- Definição do tipo de elemento que vai ser utilizado para a análise; em todos os exemplos presentes neste documento, esta sendo utilizado o BEAM 4 – elemento 3D elástico;
- Aplicação de cargas: neste estágio devem ser definidas as condições de contorno da estrutura, cargas ou forças externas a serem aplicadas nos diferentes pontos da estrutura ou simplesmente aplicar a força do peso próprio da estrutura para analisar seu comportamento;
- 4. Nesta etapa é recomendável fazer uma análise estática para verificação do comportamento da estrutura e se a mesma está conforme as cargas aplicadas;
- 5. A etapa seguinte corresponde a uma análise modal para a determinação dos modos e das frequências naturais de vibração. É importante determinar o maior número de modos de vibrar para que se possam identificar os mais relevantes na análise. A técnica de identificação dos modos relevantes é apresentada no Apêndice I.

Conforme o tamanho do modelo computacional, do tipo de elemento escolhido, e do método de análise, é recomendável a seleção dos graus de liberdade "masters", para que se possam determinar apenas os graus de liberdade relevantes no problema. A utilização de elementos do tipo "master" é habitual, conforme indicado em CHOPRA (1995), RAO (1990), PAZ (2004).

No Apêndice I apresenta-se o processo básico para obtenção dos modos de vibrar de uma estrutura.

6. Uma vez determinada a resposta modal, deve-se partir para a solução espectral onde se escolhe o tipo de análise desejada (no caso, a opção é o SPRS) fornecendo-se os dados do espectro de entrada, que podem ser em função da velocidade, da aceleração ou dos deslocamentos.

Nesta etapa é que se define o tipo de espectro a ser empregado, assim como a direção da excitação, o seu ponto de aplicação, considerando se a excitação se dá pela base ou em qualquer outro ponto da estrutura.

Um exemplo de espectro utilizado nas aplicações do **SPRS** é mostrado na Figura 4.1, com valores espectrais constantes em relação às frequências. Os valores espectrais podem ser apresentados em relação a deslocamentos, velocidades ou acelerações.



Figura 4.1 – Exemplo do diagrama valores espectrais  $(SV) \times$  frequência (neste caso, tomando-se SV como valores constantes

- 7. Nesta etapa deve ser especificada a taxa de amortecimento que governa o tipo de resposta da estrutura.
- 8. Como última etapa do processo, após a determinação e expansão dos modos de vibrar, ativase novamente a opção de método espectral para a combinação dos modos de vibrar.

Na maioria dos softwares comerciais, como no caso do ANSYS, a combinação modal é feita pelo Método da Superposição Modal, tal como descrito no Apêndice I. Isto restringe a análise a problemas lineares onde é possível a sobreposição dos efeitos. Nem todos os modos são incluídos na combinação modal, dentre outros motivos, por economia de esforço computacional. A escolha dos principais modos de vibrar se dá através do Fator de Participação Modal, que é apresentado no Apêndice I.

Em todas as análises, exceto para o método **PSD**, a combinação dos modos permite obter as máximas respostas para as variáveis desejadas, incluindo os resultados dos elementos e as reações de apoio. Como os valores máximos dos diferentes modos não acontecem simultaneamente, há diversos métodos na literatura que combinam apropriadamente os modos de vibrar. Entre eles podem ser mencionados (CHOPRA, 1995; RAO 1990, PAZ, 2004):

- Square Root of Sum of Squares (SRSS);
- Complete Quadratic Combination (CQC);
- Double Sum (DSUM);
- Naval Research Laboratory Sum (NRLSUM);
- Grouping (GRP);
- Rosenblueth (ROSE).

No presente trabalho, a combinação modal é realizada através do método **SRSS** (*Square Root of the Squares*).

Para a determinação da resposta final da estrutura, o método **SRSS** combina os valores absolutos máximos obtidos em cada modo como segue:

$$u_{1\max} = \sqrt{(\phi_{11}z_{1\max})^2 + (\phi_{12}z_{2\max})^2 + (\phi_{13}z_{3\max})^2 + \dots + (\phi_{mn}z_{n\max})^2}$$
(4.1)

onde Z<sub>i,max</sub> é o valor modal máximo de resposta.

Após a combinação dos modos, pode-se resolver a análise espectral e buscar por resultados como deformações máximas, tensões nos elementos, entre outros, baseados nos dados de entrada para velocidade, aceleração ou deslocamento.

# 4.2. Método da Densidade Espectral de Potência para vibrações randômicas (PSD – Power Spectral Density)

Conforme mencionado no Capítulo 3, uma das informações relevantes para a análise randômica é a determinação do diagrama de densidade espectral de potência, **PSD**. Este diagrama deve ser fornecido ao programa como dado de entrada. O procedimento é baseado em cálculo estatístico de cada resposta modal e na combinação entre elas. No software ANSYS, utilizado no presente trabalho, é possível fornecer múltiplas tabelas do tipo **PSD** (até 10 tabelas), considerando-se a excitação como um processo randômico estacionário.

As etapas necessárias para o método PSD são as seguintes:

- 1. Definição de materiais, propriedades gerais e geometria da estrutura;
- Definição do tipo de elemento que vai ser utilizado para a análise; em todos os exemplos presentes neste documento, está sendo utilizado o elemento BEAM 4 – elemento 3D elástico;
- Aplicação de cargas: neste estágio devem ser definidas as condições de contorno da estrutura, cargas ou forças externas a serem aplicadas nos diferentes pontos da estrutura ou simplesmente aplicar a força do peso próprio da estrutura para analisar seu comportamento;
- 4. Nesta etapa é recomendável fazer uma análise estática para verificação do comportamento da estrutura e se a mesma está conforme as cargas aplicadas;
- 5. Deve ser feita uma análise modal na estrutura, que vai determinar os modos de vibrar da estrutura. É importante relacionar o maior número de modos possíveis para melhorar a precisão da resposta. Entretanto, deve-se ter em mente que o esforço computacional cresce com o aumento do número de modos incluídos na análise.
- \* Até este passo tudo é realizado conforme descrito no SPRS.
  - 6. Nesta etapa, deve-se decidir sobre a expansão dos modos de vibrar, definindo quantos modos serão combinados ou para qual faixa de frequências se dará a combinação dos modos. Caso seja do interesse do usuário saber as tensões causadas pelo espectro, neste estágio deve ser selecionada a opção para calcular as tensões, caso contrário não se terá como resposta nenhum valor de tensão.

- Após a finalização da análise modal, parte-se para a análise espectral onde se deve escolher a opção desejada - neste caso **PSD**, e lembrar que, caso haja interesse em resultados de tensões, deve ser escolhida esta opção.
- 8. Uma das dificuldades na análise randômica é a determinação do diagrama densidade espectral de potência. Em termos práticos, é mais comum encontrar, gerar ou trabalhar com diagramas do tipo ARS (*Aceleration Response Spectrum*). Tais diagramas podem ser obtidos a partir de transformadas de Fourier (PAEZ, 2009). Torna-se, então necessária uma adaptação de um diagrama do tipo ARS para o diagrama PSD. Um dos métodos encontrados na literatura é o proposto por KAUL (1978 ap ud LIN et al, 2004). Recentemente a precisão desta transformação foi questionada por XIA et al (2003). SUN et al (1990) propuseram um método alternativo que foi apresentado por LIN et al (2004) para a transformação de um diagrama ARS em outro PSD. Este procedimento foi também adotado no presente trabalho.

Para a determinação do diagrama **PSD** emprega-se outro diagrama **ARS**, tal como ilustrado na Figura 4.2. Diagramas **ARS** como o ilustrado, são muito encontrados em normas e especificações técnicas (LIANG SU *et al*, 2007). A seguir, apresentam-se os passos para o cálculo da curva desejada. Para o procedimento proposto, serão consideradas as seguintes variáveis:

 $S(\omega)$  - valor de **PSD**;

- $\theta_i$  frequências naturais de vibração;
- $A_m(\theta_i)$  é a resposta máxima de aceleração esperada;
- p o fator de pico;
- $\nu$  frequência angular em rad/seg;
- au tempo de duração do terremoto;

A sequência de passos para o método de SUN (2004) é a seguinte:

a. Entrar com um valor inicial arbitrário de **PSD**,  $S_i^0(\omega_i), i = 0, 1, ..., n$ , onde *n* é o número de frequências que serão utilizadas para cada ponto **PSD** e para a determinação da curva no domínio da frequência;

b. Para achar o valor absoluto máximo de resposta de aceleração de um processo randômico estacionário devido ao **PSD**,  $S(\omega)$ , dado anteriormente, é necessário o conhecimento das frequências naturais  $\theta_i$  e da taxa de amortecimento  $\varsigma$ . Estes dados serão aplicados como segue:

$$A_m(\theta_i) = p\sigma_0(\theta_i) \tag{4.2}$$

Onde p é o fator de pico, é um parâmetro que depende de  $\nu$ , a frequência angular em rad/seg, e do tempo  $\tau$  de duração do terremoto, tal como se apresenta na Eq. (4.3).

$$p = \sqrt{2\ln(\nu\tau)} + 0.577 / \sqrt{2\ln(\nu\tau)}$$
(4.3)

 $v \approx \theta_i / \pi$ 

$$\sigma_0(\theta_i) = \left[2\int_0^\infty S(\omega) \frac{1+4\varsigma^2(\omega/\theta_i)^2}{\left[1-(\omega/\theta_i)^2\right]^2+4\varsigma^2(\omega/\theta_i)^2}d\omega\right]^{(1/2)}$$
(4.4)

c. Após ter os valores representados acima para cada i = 0, 1, ..., n, e fazendo  $\theta_i = \omega_i$ , é necessária a verificação do erro, comparando este valor com uma resposta de aceleração obtida através de um ARS já conhecido. (Figura 4.2).

$$E(\omega_i) = \frac{\left| R(\omega_i) - A_m(\omega_i) \right|}{R(\omega_i)} \times 100\%$$
(4.5)

Através da Eq. 4.5 pode ser obtida o valor de resposta de aceleração para cada uma das frequências.

d. O processo iterativo deve ser interrompido quando, para todas as *i* frequências escolhidas,  $E(\omega_i) < 1,0\%$ . Caso contrário, deve-se modificar e ajustar o valor de  $S(\omega_i)$  utilizando:

$$S_{i}^{k+1}(\omega_{i}) = S_{i}^{(k)}(\omega_{i})R_{a}^{2}(\omega_{i}) / A_{m}^{2}(\omega_{i}),$$
  
 $i = 0, 1, ..., n$ 
(4.6)

Os passos (b)-(d) devem ser repetidos até que o erro atinja um valor inferior a 1%.



Figura 4.2. - Espectro de resposta de aceleração (**ARS**) de dois registros conhecidos e de norma técnica. (LIANG SU et al, (2007))

O procedimento adotado no presente trabalho permite a determinação do diagrama **PSD**, a partir do qual se gera uma tabela de dados a ser fornecida ao software empregado. Deve-se salientar que a mesma taxa de amortecimento utilizada para achar os valores do diagrama **PSD** deve ser utilizada na análise espectral.

Na sequência, ainda são necessários as seguintes etapas:

- Aplicação da excitação PSD: escolher os pontos de ação da excitação sendo estes na base ou em outro ponto qualquer da estrutura. Deve-se indicar qual a direção da excitação na análise, ou seja, direção X, Y ou Z.
- Determinação da correlação e fatores de participação modal. Se a excitação PSD é aplicada em mais do que um ponto na estrutura, uma correlação entre estes pontos deve ser determinada.

No presente trabalho, considera-se que há correlação entre as excitações aplicadas nos apoios por conta do efeito da propagação de onda sísmica, que atinge os diferentes apoios em instantes de tempo distintos. Para isto é necessário estabelecer qual a velocidade de passagem da onda deve ser considerada na análise.

11. Especificação dos parâmetros de resposta, que podem ter relação aos deslocamentos, velocidades ou acelerações, e os mesmos podem ser relativos à base ou em valores absolutos.

As respostas provenientes da análise randômica, PSD, estão relacionadas a:

Modos de vibrar e frequências naturais de vibração, decorrentes da análise modal.
 Assim, a solução modal poderá ser estabelecida para cada modo isoladamente.

ii. Solução estática em relação à aplicação da excitação na base, considerando a combinação dos modos. Entende-se, neste caso, como "solução estática", o fato da resposta estar associada aos valores máximos combinados, não sendo possível estabelecer uma solução variável no tempo.

- Se a combinação dos modos foi solicitada durante a análise modal podem ser obtidos ainda os seguintes parâmetros estatísticos:

- 1σ para solução de deslocamentos (deslocamento, tensões, forças)
- 1σ para solução de velocidades (velocidades, velocidades de tensões)
- 1σ para solução de acelerações (acelerações, tensões de aceleração, força de aceleração)

Para serem determinados os resultados através do ANSYS, versão 12.0, é necessária uma sequência de comandos conforme Tabela 4.1 a seguir:

Tabela de organização dos Resultados para uma Analise PSD					
Load Step	Substep	Conteudo da resposta			
	1	Solução modal para 1 modo expandido			
1	2	Solução modal para 2 modo expandido			
1	3	Solução modal para 3 modo expandido			
	п	Solução modal para <i>n</i> modo expandido			
2 (resultados para	1	Solução estatica para a tabela PSD 1			
analise de excitação de	2	Solução estatica para a tabela PSD 2			
base)	п	Solução estatica para a tabela PSD <i>n</i>			
3	1	Valor de 1 $\sigma$ para solução deslocamento			
4	1	Valor de $1\sigma$ para solução velocidade (se solicitado)			
5	1	Valor de 1o para solução aceleração (se solicitado)			

Tabela 4.1 – Organização dos Resultados de uma análise PSD.

- 12. Armazenamento da resposta: a resposta **PSD** desejada deve ser armazenada numa variável não existente. Para isto, devem-se indicar ao programa os seguintes comandos:
  - STORE,PSD,1 Armazena na variável 1, o vetor de frequências da tabela PSD que está sendo utilizada;
  - NSOL,2,1,U,X Resposta armazenada na variável 2 referente ao nó 1, de deslocamento (U), na direção de X.

NSOL,3,4,U,X Analogamente ao exemplo anterior

RPSD,4,2,3,1,2
 Este comando calcula a resposta PSD conforme segue: armazena na variável 4, as respostas armazenadas nas variáveis 2 e 3 definidas nos comandos NSOL, considerando o caso de deslocamento (1) relativo a base (2). Caso se deseja avaliar velocidades ao invés de deslocamentos, usar (2); se a opção for aceleração, usar (3).

13. Respeitando esta sequência de comandos pode-se encontrar os valores de  $1\sigma$  para as respostas desejadas, deslocamentos, velocidades ou acelerações entre os pontos escolhidos na sequência anterior.

# Capitulo 5.

# Aplicações

Este capítulo tem por finalidade aplicar os procedimentos detalhados anteriormente para a simulação de abalo sísmico em estruturas de barras (pórticos e treliças), examinando a influência de diferentes parâmetros na resposta dinâmica. As análises são desenvolvidas pelos métodos **SPRS** e **PSD**. São determinados os deslocamentos máximos e as tensões para cada método utilizando o software comercial ANSYS, versão 12.0. Para a análise randômica, são discutidas também as respostas em termos probabilísticos.

São considerados dois diferentes tipos de estruturas planas. O primeiro caso trata-se de um pórtico simples, com duas colunas verticais engastadas na base e interligadas no topo por uma viga horizontal. No segundo caso, analisa-se uma estrutura de um transportador de correia, constituída por uma treliça horizontal apoiada em colunas verticais.

Os métodos **SPRS** e **PSD** são aplicados em ambos os casos. Examina-se o comportamento de cada estrutura diante de uma excitação produzida simultaneamente em todos os apoios ou admitindo-se certa defasagem do movimento entre os vínculos, em decorrência da passagem da onda sísmica. Nos dois tipos de exemplos (pórtico e treliça) são consideradas as variações do comprimento dos vãos e da velocidade de passagem da onda.

# 5.1. Exemplo I: Pórtico Plano

## 5.1.1 Método Aplicado - Single Point Response Spectrum

O modelo do pórtico plano que está sendo utilizado para aplicação dos métodos de estudo (**SPRS** e **PSD**) é o mostrado na Figura 5.1 com medidas H e  $L_1$  em mm.



Figura 5.1 – Modelo de pórtico simulado mostrando comprimentos e numeração de nós.

Foi escolhido um modelo simples e com poucos elementos, para melhor construção do conceito de cada um dos métodos de estudo. Para isto, serão exemplificados 3 casos de aplicação nesta geometria, nos quais serão alteradas as distancias entre os vãos de apoio e características geométricas quando necessário para garantir a integridade da estrutura.

As propriedades e características gerais de cada um destes casos estão descritas na tabela 5.1

			Seção Transversal	Propriedades aplicadas a todos os elementos		
Caso	H [mm]	L <sub>1</sub> [mm]		Área [mm²]	I <sub>xx</sub> [mm <sup>4</sup> ]	I <sub>zz</sub> [mm <sup>4</sup> ]
Ι	5.000	4.000	Cantoneira	929	500.000	500.000
II	5.000	7.000	3''x ¼''	929	500.000	500.000
III	5.000	10.000	Cantoneira	1845	1.830.000	1.830.000
			4" x 3/8			

Tabela 5.1 - Propriedades e diferentes casos de aplicação.

Em todos os três casos foram consideradas também as seguintes características:

- Tipo de elemento utilizado: elemento de viga elástica 3-D (BEAM4). Embora o a estrutura seja plana, o modelo utilizado é 3D, motivo pelo qual a representação da estrutura passa a ser em 3D.

- Momentos de inércia nos eixos locais Y e Z do elemento BEAM4 relativos a uma cantoneira de abas iguais conforme mostrado na Figura 5.2.



Figura 5.2 – Cantoneira de abas iguais.

- Modulo de elasticidade: 210.000 MPa;

- Condições de contorno: restrições em todos os sentidos foram atribuídas aos nós 1 e 4, simulando um engastamento perfeito em cada apoio;

- Carregamento estático: peso próprio da estrutura;

- Carga dinâmica: será aplicado um espectro de deslocamento com valores constantes conforme Figura 4.1, a qual estamos reproduzindo novamente abaixo para melhor visualização do tipo de espectro que foi aplicada na estrutura.



Figura 5.3 – Exemplo de Valores espectrais vs Frequência para a condição de SV constantes.

A aplicação deste deslocamento será realizada nos sentidos vertical e horizontal sendo que a magnitude dos valores espectrais (parâmetro c da Figura 5.3) é de 250, 150 e 50mm.

## 5.1.1.1 Análise Pórtico Plano – Caso I (L1 = 4.000mm)

Após modelagem e atribuição das propriedades de material e aos elementos, através da análise modal, podem-se obter as frequências naturais de vibração da estrutura, assim como também os modos de vibrar da mesma. As frequências naturais estão registradas na Tabela 5.2.

Modo de Vibrar	Freqüência [Hz]	
1	0,052245	
2	0,10835	
3	0,12771	
4	0,49288	
5	0,58582	
6	0,85937	
7	1,01008	
8	1,1961	
9	2,7268	
10	6,7441	
11	7,3532	
12	15,029	

Tabela 5.2 - Frequências naturais de vibração (Pórtico plano - Caso I)

As seis primeiras frequências foram desconsideradas por estarem relacionadas ao movimento de corpo rígido.

As Figuras 5.4 (a) - (f) mostram os modos de vibrar da estrutura associados às frequências de 7 a 12.



(e) – Décimo primeiro (11º) modo

(f) – Décimo segundo (12º) modo

Figuras 5.4 (a) – (f) – Modos de vibrar pórtico plano

A Tabela 5.3 (a) apresenta os Fatores de Participação Modal dos modos 7 a 12 considerando uma excitação vertical (direção Y) simultânea nos apoios 1 e 4. Por meio desses fatores, é possível identificar quais modos de vibrar são os mais influentes no comportamento final da estrutura.

A Tabela 5.4 apresenta of Fatores de Participação Modal dos modos 7 a 12 considerando uma excitação horizontal (direção X) simultânea nos apoios 1 e 4. Por meio desses fatores, é possível identificar quais modos de vibrar são os mais influentes no comportamento final da estrutura.

Modo de Vibrar	Frequência	Fator de Participação Modal
7	1.01009	0.11999E-13
8	1.19615	-0.66613E-14
9	2.72686	-0.14600E-16
10	6.74414	6.4385
11	7.35322	0.35527E-14
12	15.0247	0.62146

Tabela 5.3- Fatores de Participação Modal para a excitação vertical

Tabela 5.4 – Fatores de Participação Modal para a excitação horizontal

Modo de Vibrar	Frequência	Fator de Participação Modal
	Trequenera	r ator de r articipação triodar
7	1.01009	-0.10246E-12
8	1.19615	-0.35213
9	2.72686	0.11322E-16
10	6.74414	-0.52180E-14
11	7.35322	-0.21145E-02
12	15.0247	0.30198E-13

A Tabela 5.3 mostra que, diante de uma excitação vertical simultânea dos apoios, o modo de vibrar mais relevante é o 10°, seguido do 12° modo. Dessa forma, é possível afirmar que a resposta final da estrutura é governada pela combinação destes dois modos.

Após a análise modal, serão aplicados espectros de deslocamento simulando uma excitação de base simultânea nos pontos de apoio do pórtico (**SPRS**). As Figuras 5.5 (a) e (b) mostram de que maneira o pórtico vai se deformar para cada um dos sentidos de aplicação dos espectros após combinação dos modos de vibrar mais relevantes.



Figura 5.5 – Comportamento da estrutura após combinação dos modos de vibrar e aplicação de excitação de base nos sentido horizontal (a) e vertical (b).

O procedimento realizado é repetido para os casos II ( $L_1 = 7.000$  mm) e III ( $L_1 = 10.000$  mm). Os valores máximos de deslocamentos calculados para os três casos são apresentados na Tabela 5.7 mostrada adiante.

#### 5.1.1.2 Análise Pórtico Plano – Caso II (L1 = 7.000mm)

Conforme indicado na Tabela 5.1, o Caso II trata do aumento no vão entre as colunas verticais de apoio considerando que as propriedades dos materiais da estrutura continuam as mesmas. As freqüências naturais para este caso estão registradas na Tabela 5.5. Em comparação com a estrutura do Caso I, percebe-se que os valores das freqüências naturais foram reduzidos, indicando que houve uma diminuição da rigidez da estrutura.

Modo de Vibrar	Freqüência [Hz]
1	0,04242
2	0,08531
3	0,88479
4	0,27868
5	0,30619
6	0,6219
7	0,69173
8	0,74142
9	1,7686
10	6,6037
11	7,0726
12	9,2509

Tabela 5.5 – Frequências naturais de vibração (Pórtico plano – Caso II)

Para estas condições, o comportamento da estrutura será conforme mostrado nas Figuras 5.6 (a) e (b) quando um espectro de deslocamento nos sentidos X e Y são aplicados respectivamente.



Figura 5.6 – Comportamento da estrutura após combinação dos modos de vibrar e aplicação de excitação de base nos sentido horizontal (a) e vertical (b).

A representação dos modos de vibrar deste caso não é mostrada por serem semelhantes aos do Caso I ilustrados na Figura 5.4. Valores máximos de deslocamento para aplicação dos espectros nos sentidos X e Y estão sintetizados na Tabela 5.7.

#### 5.1.1.3 Análise Pórtico Plano – Caso III (L1 = 10.000mm)

Neste caso, com o aumento do vão do pórtico para 10.000 mm, modificou-se a seção transversal das barras adotando-se cantoneiras de 4" x 3/8".

A Figura 5.7 mostra a deformada da estrutura quando são aplicados os espectros de deslocamento nos sentidos X e Y respectivamente com valores de 250, 150 e 50mm. A configuração deformada da estrutura é a mesma nos três casos analisados, porém os valores são diferentes, conforme sintetizados na Tabela 5.7.



Figura 5.7 – Comportamento da estrutura após combinação dos modos de vibrar e aplicação de excitação de base (Caso III)

A representação dos modos de vibrar desta estrutura não serão mostrados por serem muito semelhantes aos apresentados no Caso I. A tabela 5.6 mostra as frequências naturais de vibração desta estrutura.

Modo de Vibrar	Freqüência [Hz]
1	0,05914
2	0,07522
3	0,1121
4	0,1939
5	0,2618
6	0,5182
7	0,6759
8	1,058
9	1,355
10	5,978
11	7,075
12	7,499
	.,.,,

Tabela 5.6 – Frequências naturais de vibração (Pórtico plano – Caso III)

A Tabela 5.7 sintetiza os resultados finais obtidos para cada um dos três casos estudados conforme os diferentes espectros e suas respectivas direções.

Tabela 5.7 - Valores de deslocamentos máximos para os casos dos pórticos analisados.

Direção do	Intervalo de	Valor espectral de	Valor maximo de deslocamento [mm]		
espectro	Frequências	deslocamento [mm]	Caso I	Caso II	Caso III
X	0,1 - 20	250	257,815	257,223	254,688
Y		250	243,11	236,787	250,976
Х		150	154,724	154,318	152,798
Y		150	146,131	142,08	150,593
Х		50	51,569	51,434	50,972
Y		50	48,712	48,712	50,2

Os resultados mostram que o deslocamento máximo encontrado na estrutura quando o espectro é aplicado no sentido Y é menor do que o valor espectral do deslocamento aplicado na mesma direção. Por exemplo, um deslocamento espectral de 250 mm na direção Y resulta num deslocamento vertical máximo de 243,11 mm (Caso I). Por outro lado, o mesmo deslocamento espectral de 250 mm aplicado na direção X, resulta num deslocamento máximo de 257,815 mm (Caso I). Percebe-se que a resposta na direção Y foi afetada pelo carregamento do peso próprio da estrutura. Já no sentido horizontal, o deslocamento máximo observado é maior do que o espectral, por conta dos efeitos inerciais produzidos pela excitação dinâmica.

Com relação às respostas das estruturas dos casos I a III, percebe-se que, com o aumento do vão, as respostas dinâmicas foram potencializadas.

#### 5.1.2 Método Aplicado – Power Spectral Density

Para simulação de excitações aleatórias no pórtico, aplica-se o procedimento apresentado na seção 4.2, com o qual podem-se encontrar os valores do diagrama de **PSD** para as respectivas frequências naturais de vibração, a partir de um dado diagrama **ARS** (*Aceleration Response Spectrum*). Vale salientar que, em termos práticos, é mais fácil e usual trabalhar com os diagramas **ARS** do que os **PSD** que, dificilmente, são disponibilizados para uso imediato.

Para realizar a transformação de um diagrama **ARS** para um **PSD**, aplicou-se o procedimento apresentado por LIANG SU et al, (2007) onde, a partir de um **ARS** determinado extraem-se os valores de aceleração espectral para cada frequência. Estes valores são inseridos em rotina desenvolvida em MATLAB no presente trabalho para determinação dos valores da densidade espectral de potências, **PSD**. O diagrama ARS, mostrado na Figura 5.8, foi considerado em todos os exemplos deste trabalho. É deste diagrama que se extraíram os valores necessários para a determinação da curva PSD.



Figura 5.8 – Espectro de resposta de aceleração (**ARS**) de dois registros conhecidos e de norma técnica. (LIANG SU et al, (2007))

Uma vez determinados os diagramas **PSD**, são geradas tabelas que servem como entrada de dados para o modelo computacional. O passo seguinte é a aplicação dos espectros nos diferentes apoios. É possível considerar diferentes espectros para os diversos apoios. Entretanto, no presente trabalho, considera-se o mesmo espectro aplicado em diferentes instantes de tempo. Dessa forma, simula-se o efeito de passagem de uma onda sísmica. O espectro **PSD** será então aplicado nos pontos de apoio da estrutura, nós 1 e 4, para simular excitação de base como sendo uma passagem de onda.

Sendo um método probabilístico, as respostas do método **PSD**, são relacionadas ao valor de  $1\sigma$ , que pode ser encontrado como sendo relativo à base ou a um valor absoluto. No presente estudo foi considerada a determinação do valor de  $1\sigma$  relativo a base.

Aplicando este procedimento e análise no ANSYS, podem ser obtidos valores de  $1\sigma$  relativos a deslocamentos, velocidades e acelerações entre dois pontos escolhidos na estrutura.

Baseados em especificações técnicas para cálculos sísmicos e em algumas normas e especificações técnicas, foi considerado no presente exemplo um tempo de duração do sismo de 10s. Esta consideração foi aplicada no software desenvolvido no MATLAB para a determinação do espectro densidade de potência. Considerou-se também que a taxa de amortecimento é de 2%.

Os valores de frequência e valores espectrais **PSD** para os Casos I, II e III são os mostrados na tabela 5.8 os quais foram determinados a partir do programa MATLAB.

Caso I		Caso II		Caso III	
Frequência	Valor PSD	Frequência	Valor PSD	Frequência	Valor PSD
1,01009	1.720,40	0,60324	3.331,20	0,68775	4.840,60
1,19615	1.119,30	0,6885	4.831,40	1,05685	4.082,00
2,72686	3.648	1,13606	5.290,90	1,38139	3.569,90
6,74412	1.166,70	6,60208	1.194,50	5,97959	1.332,40
7,35322	1.055,30	7,07066	1.104,90	7,07808	1.104,00
15,0247	298,4	9,2506	770,09	7,5	1.030,20

Tabela 5.8 – Valores de Frequência e PSD utilizados para calculo do 1 $\sigma$ .

Diferentes valores de velocidade de onda sísmica foram aplicadas na estrutura: 1,0 mm/s; 4000 mm/s; e 120.000 mm/s. A Tabela 5.9 mostra os valores de 1 $\sigma$  para deslocamento e aceleração determinados para os nós 3 e 4 do pórtico.
	Velocidade de onda	Valo	ores 1σ
	[mm/s]	Deslocamento	Aceleração *g
	1	1,407	0,0288 *g
Caso I	4000	1,99	0,0407 *g
	120000	1,99	0,0407 *g
	1	14,598	0,1218 *g
Caso II	4000	20,63	0,086 *g
	120000	20,63	0,086 *g
Caso III	1	19,42	0,13 *g
	4000	27,47	0,186 *g
	120000	27,47	0,186 *g

Tabela 5.9 – Velocidades de onda e valores de  $1\sigma$  de deslocamento e aceleração

Por se tratar de uma análise probabilística, a resposta obtida a partir desta análise será deste gênero. Conforme explicado na seção 3.2.2, a resposta segue a distribuição de Gauss e pode ser interpretada como a seguir:

Tabela 5.10 – Velocidades de onda e valores de  $1\sigma$  de deslocamento e aceleração

	Velocidade de onda	Valo	Valores 1o		
	[mm/s]	Deslocamento	Aceleração *g	$P[X] > \lambda O$	$P[A] > \lambda O$
	1	1,407	0,0288 *g		
Caso I	4000	1,99	0,0407 *g		
	120000	1,99	0,0407 *g		
	1	14,598	0,1218 *g		
Caso II	4000	20,63	0,086 *g	31,70%	60,65%
	120000	20,63	0,086 *g		
	1	19,42	0,13 *g		
Caso III	4000	27,47	0,186 *g		
	120000	27,47	0,186 *g		

Pelo resultado apresentado na Tabela 5.10, percebe-se que, o efeito dinâmico para a passagem de ondas lentas (1,0 mm/s) é praticamente desprezível. Na medida em que a velocidade da onda se acentua, cresce a magnitude dos efeitos dinâmicos em termos de deslocamentos e de acelerações.

Outro aspecto a se destacar é o relacionado à distância entre os apoios. Estruturas com maiores vãos, como o caso III, são muito mais suscetíveis à passagem da onda do que as estruturas com menores vãos. Este resultado torna relevante o estudo e a simulação de abalo sísmico para estruturas de grandes vãos, como no caso dos transportadores de correias.

Os resultados anteriormente mostrados na Tabela 5.10 podem ser interpretados como sendo que há uma probabilidade de 31,7% de que a aceleração entre os nós 3 e 4 do pórtico seja, de fato, maior do que o valor mostrado, e de que 60,65% das vezes o pico de aceleração vai ser maior do que o valor indicado. Por exemplo: para o Caso II já apresentado, o deslocamento máximo após incidência de um espectro de deslocamento com valor de 250mm, é de 257,223mm e através da análise **PSD** pode-se perceber que a probabilidade de que este valor de deslocamento seja ultrapassado é de 31,7%.

Para encontrar valores equivalentes a  $2\sigma$  e  $3\sigma$  deve-se multiplicar o valor encontrado por 2 ou 3 e levar em consideração os percentuais das tabelas 3.1 e 3.2 mostrados anteriormente.

### 5.2. Exemplo - Estrutura de Transportadores de Correia

Transportadores de correias são equipamentos destinados à movimentação de graneis sólidos, e sua principal estrutura de sustentação é uma treliça ao longo do comprimento total quando o transportador vai ser instalado em níveis altos ou quando a distância entre as torres de apoio são muito elevadas.

Para este trabalho, examinou-se um trecho de um transportador de correia que foi instalado numa planta de compensados com vãos de 28.500mm. A análise foi efetuada também considerando que o vão seja alterado para 32.000mm.



Figura 5.9 - Transportador de correia utilizado como exemplo real para simulação de abalo sísmico

Um dos objetivos do presente trabalho é a aplicação dos métodos **SPRS** e **PSD** em estruturas de transportadores de correia. A Figura 5.10 mostra um modelo de treliça que suporta uma correia transportadora. Baseados neste modelo, alguns parâmetros para aplicação dos métodos anteriormente descritos serão variados para realizar diferentes estudos.



Figura 5.10 – Modelo de Treliça plana a ser analisada.

A Tabela 5.11 mostra as características geométricas para cada caso de estudo da treliça conforme indicações na figura 5.10. Os Casos I e III referem-se a uma estrutura com 28500 mm de vão, enquanto que os Casos II e IV referem-se a uma estrutura com 32250 mm de vão. Os casos I e II são relativos à estrutura com as esteiras descarregadas, considerando-se, portanto, apenas o peso próprio da estrutura. Já os casos III e IV são idênticos aos casos I e II, respectivamente, apenas acrescentando-se um peso adicional produzido pelo transporte de carga sobre as esteiras.

	Hp [mm]	Ct [mm]	Lt [mm]	Ht [mm]
Caso I *	15.000	28.500	750	500
Caso II	15.000	32.250	750	500
Caso III	15.000	28.500	750	500
Caso IV	15.000	32.250	750	500

Tabela 5.11 - Propriedades e diferentes casos de aplicação para Treliça

A Tabela 5.12 mostra as características e propriedades dos materiais utilizados para cada um dos casos deste estudo.

Caso	Banzo Superior e Inferior			Contraventamentos		Torres de Apoio			
Caso	Banzo Superior e Interior			Contraventamentos		Torres de Apolo			
-	,	n		,		1			
	Área	$I_{xx} - I_{zz}$	Seção	Área	$I_{xx} - I_{zz}$	Seção	Área	$I_{xx} - I_{zz}$	Seção
	[mm <sup>2</sup> ]	[mm <sup>4</sup> ]	Transversal	[mm <sup>2</sup> ]	[mm <sup>4</sup> ]	Transversal	[mm <sup>2</sup> ]	[mm <sup>4</sup> ]	Transversal
Ι	929	500.000	Cantoneira	606	146.000	Cantoneira	2.900	1.420.000 /	Viga W
			3''x 1/4''			2''x1/4''		20.290.000	200 x 22,5
II	1845	1.830.000	Cantoneira	606	146.000	Cantoneira	4.960	5.940.000 /	Viga W
			4''x 3/8''			2''x1/4''		60.570.000	250 x 38,5

Tabela 5.12 - Propriedades de seção para cada caso de aplicação para Treliça

Abaixo serão relacionadas as propriedades que serão mantidas iguais para os 4 casos de análise da treliça.

 Propriedades atribuídas todos os elementos: Elemento utilizado no ANSYS – Viga Elástica 3D (BEAM4)

Para o banzo superior e inferior estão sendo utilizadas cantoneiras de abas iguais conforme mostra a figura 5.11.



Figura 5.11 – Cantoneira de abas iguais.

Para as torres de apoio foi considerado o mesmo tipo de elemento BEAM4, o material de construção que está sendo considerado é viga W conforme mostrado na Figura 5.12.



Figura 5.12 – Perfil Viga W

- Modulo de elasticidade: 210.000 MPa;

-Restrições em todos os sentidos foram atribuídas aos nós 118 e 119 localizados na base das torres de apoio;

- Carga estática: está sendo considerado o peso próprio da estrutura;

- Carga dinâmica: será aplicado um espectro de deslocamento com valores constantes conforme Figura 4.1.A aplicação destes deslocamentos será no sentido vertical e horizontal para conferir o comportamento da estrutura nestes dois sentidos para valores espectrais de 250, 150 e 50mm.

Forças axiais nos banzos superior e inferior serão apresentadas assim como também a distribuição das forças no contraventamento da treliça.

#### 5.2.1 Análise Estática

Para efeito de comparação e estudo, é interessante mostrar o resultado do deslocamento máximo da estrutura (Figura 5.13) e das forças axiais nos banzos superior, inferior e nos contraventamentos, levando-se em consideração que a estrutura está somente sob ação do peso próprio.



Figura 5.13 – Deformada da estrutura produzida pelo peso próprio (análise estática)

O valor de deslocamento máximo para esta análise foi de 73,959mm para o caso I. A figura 5.14 mostra a distribuição das forças axiais nos banzos superior e inferior e no contraventamento para uma análise estática.



Figura 5.14 - Distribuição forças axiais - Análise Estática - Caso I

Como seria de se esperar em uma análise estática, a Figura 5.14 mostra que as barras do banzo inferior da treliça estão tracionadas, as do banzo superior estão comprimidas, e as de contraventamento podem estar ou tracionadas ou comprimidas para o carregamento de peso próprio.

### 5.2.2 Método Aplicado - Single Point Response Spectrum

### 5.2.2.1 Análise Treliça – Caso I (Ct = 28.500mm)

Durante a análise modal foram determinadas as frequências naturais de vibração da estrutura, assim como também os modos de vibração da mesma. As Figuras 5.15 (a) - (d) mostram os modos de vibração mais significativos para esta estrutura quando um espectro de deslocamento é aplicado no sentido Y.



(a) – Sétimo (7°) modo de vibração

(b) –Vigésimo-primeiro (10°) modo vibração



(c) –32° modo de vibração

(d) – 43° modo de vibração

Figuras 5.15 (a) – (d) – Modos de vibração da Treliça.

Um espectro de deslocamentos, tal como ilustrado na Figura 5.3, com valores constantes de 250, 150 e 50 mm é aplicado nos pontos de apoio da estrutura para os 4 casos. As figuras 5.16 (a) e (b) mostram o comportamento da treliça no caso I após combinação dos modos de vibração pelo método **SRSS** e aplicação do espectro de deslocamento nos sentidos X e Y.



Figura 5.16 – (a) Comportamento da estrutura após combinação dos modos de vibração e aplicação de excitação de base na direção X - (b) Comportamento da estrutura após combinação dos modos de vibração e aplicação de excitação de base na direção Y.

Na tabela 5.13, apresentada adiante, estão sintetizados os resultados de deslocamentos máximos da estrutura, tanto para este exemplo como para os demais casos analisados.

#### 5.2.2.2 Análise Treliça – Caso II (Ct=32.250mm)

Para efeito de comparação com o exemplo real apresentado anteriormente, foram alteradas características e propriedades dos materiais utilizados neste caso II para suportar o vão de 32.250mm entre torres de apoio.

Os modos de vibração e o comportamento da estrutura quando um espectro de deslocamento é aplicado são similares aos anteriormente mostrados na seção 5.2.2.1.

Conforme indicado anteriormente na tabela 5.13 serão armazenados os resultados finais de deslocamento máximo para os Casos I e II.

Direção do	Intervalo de	Valor espectral de	Valor maximo de	deslocamento
espectro	Freqüências	deslocamento [mm]	Caso I	Caso II
Х		250	256,040	250,324
Y		250	353,684	347,758
Х	0.01 10	150	153,500	150,195
Y	0,01 - 10	150	212,21	208,655
Х		50	51,167	50,065
Y		50	70,737	69,552

Tabela 5.13 - Valores máximos de deformação para cada excitação de base

#### 5.2.2.3 Análise Treliça – Caso III (Ct=28.000mm – com carregamento)

A treliça que suporta um transportador de correia deve estar dimensionada para vencer o vão entre as torres e para suportar o peso do material que será transportado e o peso dos componentes que compõe este equipamento. Entre eles se encontram a correia transportadora (lona), cavaletes de carga e retorno posicionados a cada 1.500mm e 3.000mm respectivamente, cobertura superior, etc.

Na figura 5.17 podem-se observar alguns componentes que são essenciais para o bom funcionamento de um transportador de correia e que estão sendo levados em consideração para esta análise conforme a seguir:

#### - Material transportado: Cavaco de madeira;

- Peso especifico: 350kg/m<sup>3</sup>;
- Vazão: 150m<sup>3</sup>/h;
- Velocidade: 1,5m/s;
- Componentes: cavaletes de carga: 6,5 kg/m;

Correia transportadora (lona): 10kg/m;

Cobertura: 7,5 kg/m;



Figura 5.17 – Componentes de um transportador de correia.

Para simular o carregamento do transportador, foram inseridos na análise elementos de massa (MASS21) em todos os nós ao longo do transportador. Com os dados acima expostos é possível calcular o peso que deverá ter cada elemento de massa. O valor de cada elemento de massa para estas condições é de 30Kg.

Deslocamentos máximos também foram encontrados para aplicação de um espectro de deslocamento no sentido horizontal e vertical levando em consideração esta nova condição.

Os resultados de deslocamentos máximos desta análise serão apresentados na tabela 5.14.

#### 5.2.2.4 Análise Treliça – Caso IV (32.250mm de vão entre torres – com carregamento)

Um vão maior do que o fabricado e instalado está sendo proposto para efeito de comparação do comportamento desta estrutura com a existente.

Para isto, propriedades dos materiais de construção da treliça foram alteradas conforme tabela 5.12. É importante lembrar que os dados dos componentes do transportador e material transportado continuam iguais aos do exemplo anterior.

Valores de deslocamentos finais para os dois casos das treliças carregadas estão sendo mostrados na Tabela 5.14.

Direção do	Intervalo de	Valor espectral de	Valor maximo de	deslocamento
espectro	Freqüências	deslocamento [mm]	Caso III	Caso IV
Х		250	267,398	255,194
Y		250	349,698	342,76
Х	0.01 10	150	228,313	157,85
Y	0,01 - 10	150	209,141	205,656
Х		50	76,105	62,039
Y		50	69,714	68,5

Tabela 5.14 – Valores máximos de deslocamentos para cada excitação de base simulando o transportador carregado

Como pode ser observado através dos resultados de deslocamentos nos sentidos X e Y, o efeito inercial do elemento de massa tem influência no deslocamento final máximo no sentido X motivo pelo qual os valores encontrados são maiores que os valores encontrados para a treliça sem carga. Em contrapartida o efeito do peso dos elementos de massa transportada faz com que os resultados em Y sejam menores do que os apresentados para a treliça sem carga.

#### 5.2.2.5 Resposta para uma excitação do tipo SPRS no sentido horizontal

O efeito estrutural por causa da incidência de uma excitação do tipo **SPRS** no sentido horizontal está sendo mostrado nesta seção. Picos e distribuição de forças axiais no banzo superior e inferior e nos contraventamentos para casos em que um espectro de deslocamento com valores de 250, 150 e 50mm é aplicado no sentido horizontal nos pontos em que a treliça está sendo apoiada serão mostrados abaixo.

As Figuras 5.18 (a) - (c) mostram a distribuição das forças axiais para a aplicação dos espectros anteriormente determinados para a treliça com vão de 28.000mm.



Figura 5.18 (a) – Distribuição forças axiais para espectro de 250 mm na direção X.



Figura 5.18 (b) – Distribuição forças axiais para espectro de 150 mm na direção X..



Figura 5.18 (c) – Distribuição forças axiais para espectro de 50 mm na direção X.

Figura 5.18 (a) - (c) – Distribuição forças axiais para espectro de 250, 150 e 50 mm – direção X (Ct=28.000mm)

Pode-se notar que a magnitude dos picos de forças axiais para a estrutura diminui proporcionalmente ao valor do deslocamento aplicado. As forças dos banzos superior e inferior se movem de forma semelhante para a uma aplicação de uma força nos apoios de forma uniforme. Como era de se esperar os esforços aos quais os banzos superior e inferior estão sendo submetidos são maiores do que os esforços do contraventamento.

Para todos os exemplos, o contraventamento da estrutura tem a finalidade de amenizar o esforço total final nos banzos. Por isto as forças às quais eles são submetidos são menores.

O contraventamento de uma estrutura pode ser realizado de várias maneiras visando uma maior estabilidade da estrutura. Para isto o projeto de uma treliça de um transportador de correia deve ser equilibrado quanto à escolha dos materiais para os banzos e o contraventamento. Montantes verticais entre as barras diagonais do contraventamento ou um contraventamento inteiro em forma de X, são comuns para este tipo de estruturas.



As Figuras 5.19 (a) – (c) mostram a distribuição das forças axiais para a aplicação dos espectros anteriormente determinados para a treliça com vão de 32.250mm

Figura 5.19 (a) – Distribuição forças axiais para espectro de 250mm na direção X para a treliça com vão de 32.250mm



Figura 5.19 (b) – Distribuição forças axiais para espectro de 150mm na direção X para a treliça com vão de 32.250mm



Figura 5.19 (c) – Distribuição forças axiais para espectro de 50mm na direção X para a treliça com vão de 32.250mm

Figura 5.19 (a) - (c) – Distribuição forças axiais para espectro de 250, 150 e 50mm – direção X (Ct=32.250mm)

#### 5.2.2.6 Resposta para uma excitação do tipo SPRS no sentido vertical

O efeito estrutural por causa da incidência de uma excitação do tipo **SPRS** no sentido vertical, esta sendo mostrado nesta seção. Picos e distribuição de forças axiais no banzo superior e inferior e nos contraventamentos para casos em que um espectro de deslocamento com valores de 250, 150 e 50mm é aplicado no sentido vertical nos pontos em que a treliça esta sendo apoiada serão mostrados abaixo.

As Figuras 5.20 (a) - (c) mostram a distribuição das forças axiais para a aplicação dos espectros anteriormente determinados para a treliça com vão de 28.000mm.



Figura 5.20 (a) – Distribuição forças axiais para espectro de 250mm na direção Y



Figura 5.20 (b) - Distribuição forças axiais para espectro de 150m na direção Y



Figura 5.20 (c) - Distribuição forças axiais para espectro de 50mm na direção Y

Figura 5.20 (a) - (c) – Distribuição forças axiais para espectro de 250, 150 e 50mm – direção Y (Ct=28.000mm)

As Figuras 5.21 (a) – (c) mostram a distribuição das forças axiais para a aplicação dos espectros anteriormente determinados para a treliça com vão de 32.250mm na direção Y



Figura 5.21 (a) – Distribuição forças axiais no sentido vertical para espectro de 250mm na direção Y para a treliça com vão de 32.250mm



Figura 5.21 (b) – Distribuição forças axiais no sentido vertical para espectro de 150mm para a treliça com vão de 32.250mm



Figura 5.21 (c) – Distribuição forças axiais no sentido vertical para espectro de 50mm para a treliça com vão de 32.250mm.

Figura 5.21 (a) - (c) – Distribuição forças axiais para espectro de 250, 150 e 50mm – direção Y (Ct=32.250mm

Assim como na aplicação de força no sentido horizontal, quando aplicamos deslocamentos de magnitudes diferentes no sentido vertical, a distribuição das forças aumenta e diminui proporcionalmente à excitação aplicada.

Para todos os exemplos o contraventamento continua sendo exigido menos do que os banzos superior e inferior.

Para os exemplos com vão de 28.000mm, pode-se notar que o comportamento das forças dos banzos superior e inferior é semelhante em forma e magnitude, e os pontos máximos de solicitação coincidem para os dois banzos ao longo da treliça.

Nos exemplos com vão de 32.250mm, nota-se que o comportamento das forças dos banzos superior e inferior é semelhante ao longo da treliça em forma e em magnitude, mas seus valores máximos de força axial estão distribuídos e intercalados ao longo da treliça para os respectivos banzos.

#### 5.2.3 Método Aplicado - Power Spectral Density (PSD)

Conforme descrito na seção 5.1.2, o procedimento para aplicação do método PSD será o apresentado na seção 4.2. Será utilizado novamente o software desenvolvido no MATLAB durante este trabalho, para determinação da curva **PSD** de cada um dos casos da treliça.

Uma vez determinados as curvas **PSD**, as tabelas com os respectivos valores de frequência e **PSD** serão geradas e servem como entrada para o modelo computacional. O efeito da passagem da onda será simulado aplicando o espectro **PSD** nos pontos de apoio das torres de sustentação da treliça.

Parâmetros como o tempo de duração do sismo e a taxa de amortecimento foram mantidas conforme anteriormente indicado, 10s e 2% respectivamente.

Os valores de frequência e valores espectrais **PSD** para os Casos I, II, III e IV são os mostrados na Tabela 5.15.

Por se tratar de um sistema com muitos graus de liberdade, somente algumas frequências naturais de vibração foram escolhidas para fazer parte da tabela PSD. Isto foi determinado levando em consideração o fator de participação modal.;

Ca	Caso I Caso II		Caso III		Caso IV		
Freqüência		Freqüência		Freqüência		Freqüência	
[Hz]	Valor PSD	[Hz]	Valor PSD	[Hz]	Valor PSD	[Hz]	Valor PSD
0,61833	1.866,2	0,74508	2.110,60	0,64042	3.970,40	0,594897	3.670,80
1,0269	3.527,1	1,31716	2.973,10	1,33407	3.627,50	1,14373	2.678,40
1,51019	4.227,2	1,84688	3.335,00	2,11354	3.247,40	1,89831	3.802,30
2,35196	4.366,30	1,94901	4.058,00	2,7359	3.631,40	2,27753	4.439,80
3,75178	2.416,10	2,59152	3.912,80	3,65066	2.474,20	3,94155	2.230,90
6,06346	1.312,20	3,17056	2.979,00	6,4653	1.178,20	5,6173	1.410,50
7,75894	987,50	3,81739	2329,8	7,5548	966.1	8,40201	746,10

Tabela 5.15 – Valores de Frequência e PSD utilizados para calculo do 1 $\sigma$ .

Diferentes valores de velocidade de onda sísmica foram aplicadas na estrutura: 4.000 mm/s; 16.000 mm/s; e 56.000 mm/s. A Tabela 5.16 mostra os valores de  $1\sigma$  para deslocamento e aceleração determinados para os nós 41 e 119 para a treliça com vão de 28.000mm e para os nós 123 e 129 do da treliça com vão de 32.250mm.

Conforme exposto na seção 3.2.3, a resposta probabilística para deslocamento e aceleração seguem a distribuição de Gauss, para os valores de  $1\sigma$ ,  $2\sigma$  e  $3\sigma$ . Já a probabilidade do pico de aceleração ser ultrapassado segue a distribuição de Rayleigh.

	Velocidade de onda	Valo	res 1σ		
	[mm/s]	Deslocamento	Aceleração *g	$P[x] > \lambda \sigma$	$P[A] > \lambda \sigma$
	400	7,9809	0,0015 *g		
Caso I	16.000	24,8088	0,02*g		
	56.000	24,8088	0,02*g		
	400	17,18	0,0018*g		
Caso II	16.000	20,5224	0,018 *g		
	56.000	20,5224 0,018 *g 21,700		21 700/	60 650/
	400	9,318	0,30 *g	51,70%	00,03%
Caso III	16.000	77,4055	0,65 *g		
	56.000	77,4055	0,65 *g		
	400	29,14	0,035 *g		
Caso IV	16.000	91,76	0,57 *g		
	56.000	91,76	0,57 *g		

Tabela 5.16 – Velocidades de onda e valores de  $1\sigma$  de deslocamento e aceleração

Na tabela pode-se observar que os valores de deslocamento são valores absolutos relativos à base, e os valores de aceleração estão em termos de g motivo pelo qual para obter o seu valor absoluto existe a necessidade de se multiplicar esta constante pelo g.

# Capitulo 6.

# **Conclusões e Trabalhos Futuros**

Para análises sísmicas de estruturas em geral e, em particular, para estruturas de transportadores de correias de grandes vãos, é necessário levar em consideração métodos e modelos computacionais que melhor representem a realidade. Nesse sentido, é justificável a busca por métodos que permitam a avaliação dos efeitos dinâmicos a partir de espectros de excitação de forma aleatória. Por este motivo, o presente trabalho procurou o entendimento e a aplicação dos métodos **SPRS** e **PSD**.

As diversas simulações computacionais realizadas mostraram que o efeito dinâmico da ação de um sismo implica em resultados totalmente diferentes do de uma análise estática, gerando um aumento considerável na magnitude das forças axiais nas barras (e até inversão de sinais dos esforços) quando aplicado um espectro e deslocamento simulando uma excitação de base.

A influência do espectro no sentido horizontal é menor do que a influência do mesmo espectro no sentido vertical. As forças axiais nos banzos aumentam proporcionalmente ao efeito da passagem de uma onda quando aplicado em estruturas com vãos maiores.

Observou-se que deslocamentos máximos nos sentidos horizontais aumentam quando se considera a simulação de uma carga sobre o transportador. A aplicação do espectro no sentido horizontal leva a um aumento das forças inerciais que interferem nos deslocamentos do transportador e do material transportado. Já quando um espectro é aplicado no sentido vertical, com ou sem material transportado, pode-se notar uma diminuição no deslocamento vertical devido à soma dos pesos da estrutura e do material sobre ele.

O modelo baseado no método PSD trás uma dificuldade adicional por manipular espectros e gerar resultados em termos probabilísticos. Entretanto, trata-se de uma técnica a ser melhor explorada, tendo em vista as incertezas que estão implícitas numa análise sísmica.

Deve-se salientar que, para a simulação da estrutura de correia com material sendo transportado, foi considerado que, diante de um espectro de deslocamento, o material não se desprende da lona. Não se levou também em consideração a influência da movimentação da carga durante o sismo, isto é, tratou-se o carregamento como se a correia estivesse desligada.

Como sugestão de trabalhos futuros, torna-se conveniente uma comparação dos métodos estudados nesta dissertação com o **MPRS.** Seria também interessante a comparação com os métodos equivalentes utilizados em normas técnicas.

Outro efeito que precisa ser melhor investigado é a influência da carga transportada na resposta dinâmica da estrutura se a correia estiver em movimento. Possíveis saltos que a carga possa sofrer durante a passagem da onda podem acarretar em cargas de impacto na estrutura após o retorno à esteira.

# **Referências Bibliográficas**

Ansys Structural Analysis Guide, Manual online Chapter 6, Spectrum Analysis

< http://www.ansys.stuba.sk/html/guide\_55/g-str/GSTR6.htm

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. "NBR 15421: Projeto de estruturas resistentes a sismos – Procedimento". Rio de Janeiro, ABNT 2006

BLANDON, Norma Auxiliadora Rodriguez, "*Dissipação de Energia Sísmica em Estruturas de Edifícios*". Rio de Janeiro, 2003. Tese de Doutorado Engenharia Civil, COPPE/UFRJ.

CHOPRA, Anil K.. "Dynamic of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering".2. ed. 1995

CORBANI, Silvia. "Análise Dinâmica Elasto-Plástica de Estruturas Metálicas Sujeitas a Excitação Aleatória de Sismos". São Paulo, 2006. Tese Mestrado Engenharia de Estruturas

DUMANOGLU, A.A and SEVERN R.T, "Asynchronous seismis analysis of modern suspension brdges", Research Report, Departmente of Civil Engineering, University of Bristol, Bristol, UK, 1985.

EDISON PRATES DE LIMA, "Lorane Dina – Uma linguagem orientada para análise dinâmica de estruturas", Tese de Doutorado. COPPE/UFRJ. Rio de Janeiro 1977

GUADALUPE, Ulises Babadilla. "Análise Dinâmica Modal Espectral de Pórticos Planos." Campinas, 1996. Dissertação de Mestrado Engenharia Civil, UNICAMP, 1996.

GUERREIRO, Luís. "Revisões de Análise Modal e Análise Sísmica por espectros de resposta." Março 1999 HONG HAO – "Torsional response of building structures to spatial random ground excitations", Engineering Structures Vol 19, No 2 pp 105 - 112 1997

J. H. LIN, Y. H. Zhang, Q. S. Li, F. W. Williams, "Seismic spatial effects for long-span bridges, using the pseudo excitation method", ; Engineering Structures 26 (2004) 1207 -1216

KAUL, MK, "Stochastic characterization of eathquakes through their response spectrum." Earthq. Eng. Struct. Dynam 1978; 6(5): 497-510;

Laboratorio de Procesado de Imagen -

http://www.lpi.tel.uva.es/~nacho/docencia/ing\_ond\_1/trabajos\_06\_07/io3/public\_html/Mapas/Mapas .html (19/07/2011)

LIANG SU et al, "Seismic design for steel trussed arch to multi-support excitations." Journal of Constructional Steel Research, 63 (2007), 725-734.

LI TIAN et al, "Seismic Response of Power Transmission Tower-Line System Subjected to Spatially Varying Ground Motions." Mathematical Problems in Engineering, Vol 2010, Article ID 587317, pp 20.

LIANG SU, et al, "A new average response spectrum method for linear response analysis of structures to spacial earthquake ground motions", Engineering Structures 28 (2006) 1835 – 1842.

MEIROVITHC, L. "Fundamentals of vibrations". McGraw-Hill, 2002.

M, RASSEM, A Ghobarah and A.C. Heidebrecht, "Site effects on the seismic response of a suspension bridge", Engineering Structures, Vol 18 No. 5 pp 363 – 370, 1996.

M. L. WANG, G. Heo, D. Satpathi – "*Dynamic characterization of a long span bridge - A finite element based approach*" Soil Dynamics and Earthquake Enginering, 16(1997) 503-512.

NEWMARK, M, Nathan & ROSENBLUETH, Emilio, "*Fundamentals of Earthquake Engineering*", 1971.

Observatório Sismológico Universidade de Brasilia - Instituto de Geociências

http://www.obsis.unb.br/index.php?option=com\_content&view=article&id=55&Itemid=66&lang=pt (24/03/2010)

PAZ, MARIO and E. LEIGH William, "Structural Dynamics Theory and Computation", 5<sup>th</sup> Edition, 2004.

RAO, SINGIRESU,- "Mechanical Vibrations", 4th Edition, 1990

SUN JJ, JIANG JR. Parameters of Kanai-Tajimi power spectrum according to the response pectrum of Chinese code. J World Earthq Eng 1990;8(1):42–8 (in Chinese)

WEI GAO, "Random seismic response analysis of truss structures with uncertain parameters", Engineering Structures 29 (2007) 1487-1498.

XIA J. "Seismic spatial effect of long-span bridges." MSc degree thesis, Dalian University of Technology, 2003 (in Chinese)

# **APENDICE I**

Durante uma incidência sísmicas a principal preocupação da engenharia no que se refere à dinâmica estrutural é o comportamento das mesmas quando estão sob a ação de movimentos de base. O deslocamento da base é denominado  $u_g$ , o deslocamento total é descrito por  $u^t$  e o deslocamento relativo entre massa e o solo é u. Figura A-1



Figura A-1 – Sistema submetido a uma excitação de base (Chopra, 1995)

As equações do movimento referentes as N massas podem ser agrupadas em forma de vetor:

$$u^{t}(t) = u(t) + u_{g}(t)l$$
 (A.1)

Onde 1 é um vetor de ordem N onde cada elemento é igual a unidade.

Pelo conceito de equilíbrio dinâmico, temos que o diagrama de forças que descreve o movimento como sendo:

$$\mathbf{f}_I + \mathbf{f}_D + \mathbf{f}_s = \mathbf{0} \tag{A.2}$$

Somente o movimento relativo *u* entre a massa e a base em relação à deformação da estrutura produz forças elásticas e de amortecimento.

Para um sistema linear a relação entre a força lateral aplicada  $f_s$  e a deformação resultante u, é linear, de tal forma que:

$$f_s = ku \tag{A.3}$$

Onde:

k =Rigidez do sistema [força/comprimento]

Para sistemas nos quais é necessária uma diminuição da vibração livre é preciso pensar numa força de amortecimento. No amortecimento a energia da vibração do sistema é dissipada por vários mecanismos.

Esta força de amortecimento relaciona diretamente a velocidade u e o coeficiente de amortecimento do sistema c. Com isto tem-se que:

$$f_D = c \, u \tag{A.4}$$

A força de inércia esta relacionada com a aceleração da massa assim:

$$f_I = m\ddot{u} \tag{A.5}$$

Substituindo (A.3), (A.4) e (A.5) em (A.2) tem-se:

$$mu + cu + ku = -mu(t) \tag{A.6}$$

Ou

$$-mlu_g = p_{eff}(t)$$
(A.7)

quando se trata de forças sísmicas.

Onde  $u_g$  é o deslocamento do solo.

## Vibrações Livres não amortecidas

Vibração livre de sistemas lineares de múltiplos graus de liberdade são governados pela equação Eq. A.8 quando p(t) = 0, e se consideramos que o sistema é sem amortecimento temos

 $\mathbf{m}\mathbf{u} + \mathbf{k}\mathbf{u} = 0$ 

(A.8)

A Equação (A.8) representa N equações diferenciais homogêneas que estão acopladas na matriz de massa, na matriz rigidez ou nas duas onde N é o numero de graus de liberdade. Na Equação anterior desejamos encontrar a solução para u(t) que satisfaça as condições iniciais de

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}(0) \qquad \qquad u = u(0) \tag{A.9}$$

para um determinado tempo t=0.

Toda estrutura, para umas determinadas condições de contorno, possui uma freqüência natural de vibração, que é a inversa do período natural de vibração.

O período natural de vibração  $T_n$  para um sistema de múltiplos graus de liberdade é o tempo requerido para completar um ciclo de movimento harmônico simples num destes modos de vibrar. A freqüência natural circular de vibração correspondente é  $\omega_n$  e a freqüência natural cíclica de vibração é  $f_n$  onde:

$$T_n = \frac{2\pi}{\omega_n} \qquad \qquad f_n = \frac{1}{T_n} \tag{A.10}$$

Problemas de autovalores têm como solução freqüências naturais e modos de vibrar dos sistemas. A vibração livre de um sistema sem amortecimento é um dos seus modos de vibrar e pode se descrito por

$$\mathbf{u}(t) = q_n(t)\phi_n \tag{A.11}$$

Onde  $\phi_n$  forma deformada não varia com o tempo, mas o deslocamento varia com o tempo seguido a equação harmônica

$$q_n(t) = A_n \cos \omega_n t + B_n \sin \omega_n t \tag{A.12}$$

Onde  $A_n$  e  $B_n$ são constantes de integração que podem ser determinadas a partir das condições iniciais do movimento. Realizando a combinação das Eqs (A.11) e (A.12) temos

$$\mathbf{u}(t) = \phi_n (A_n \cos \omega_n t + B_n \operatorname{sen} \omega_n t)$$
(A.13)

Onde  $\phi_n$  e  $\omega_n$  são desconhecidos.

Substituindo esta formula na Eq. (A.8)

$$\left[-\omega_n^2 \mathbf{m}\phi_n + \mathbf{k}\phi_n \right] q_n(t) = 0 \tag{A.14}$$

Esta equação pode ser validada de duas formas diferentes, se  $q_n(t) = 0$ , o que implica que

 $\mathbf{u}(t) = 0$  e que no existe movimento no sistema (esta é a chamada solução trivial), ou que a freqüência natural e os modos de vibrar devem satisfazer a equação

$$\mathbf{k}\boldsymbol{\phi}_n = \boldsymbol{\omega}_n^2 \mathbf{m}\boldsymbol{\phi}_n \tag{A.15}$$

A qual da uma condição legal à solução. Este tipo de problema é conhecido como problema da matriz de autovalores. Os matrizes de massa **m** e de rigidez **k** são conhecidas; o problema é determinar o valor do escalar  $\omega_n$  e o vetor  $\phi_n$ . Para indicar uma solução formal da Eq. (A.15), pode ser re-escrita

$$[\mathbf{k} - \omega_n^2 \mathbf{m}] \phi_n = 0 \tag{A.16}$$

Para que haja solução não trivial da Equação (A.16) é necessário que o seguinte determinante seja nulo:

$$\det[\mathbf{k} - \omega_n^2 \mathbf{m}] = 0 \tag{A.17}$$

O determinante da Equação (3.22) corresponde a um polinômio de ordem N, cujas raízes são os valores das freqüências naturais de vibração,  $\omega_n^2$ . A equação (3.22) é conhecida como equação característica ou equação de freqüência. Esta equação tem N raízes reais e positivas para  $\omega_n^2$  porque **m** e **k**, as matrizes de massa e rigidez, são simétricas e positivas. A propriedade positiva definida da matriz de rigidez **k** é garantida desde que as estruturas estejam devidamente suportadas de forma que não apresentem um comportamento de corpo rígido. A propriedade positiva definida da massa **m** também esta garantida, pois as massas no sistema são diferentes de zero em todos dos graus de liberdade na análise.

As N raízes do polinômio característicos de Equação (A.17) determinam as N freqüências naturais  $\omega_n$  (n=1,2,..., N) de vibração, estas raízes da equação característica são os autovalores.

Em correspondência às N freqüências naturais de vibrar  $\omega_n$ , existem N vetores independentes  $\phi_n$  que são conhecidos como *modos naturais de vibração* ou *autovetores*.

Os autovalores (freqüências naturais) e os correspondentes modos de vibrar podem ser agrupados em matrizes. O modo de vibrar  $\phi_n$  corresponde a uma freqüência natural  $\omega_n$  e tem elementos  $\phi_{jn}$ , onde j

indica os graus de liberdade. Os *N* autovetores podem ser reunidos numa única matriz quadrada, onde cada coluna corresponde a um modo de vibrar:

$$\boldsymbol{\Phi} = [\phi_{jn}] = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \cdots & \phi_{1N} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \cdots & \phi_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{N1} & \phi_{N2} & \cdots & \phi_{NN} \end{bmatrix}$$
(A.18)

A matriz  $\Phi$ é denominada por *matriz modal* para um problema de autovalores. Os autovalores  $\omega_n^2$  podem ser armazenados numa matriz diagonal,  $\Omega^2$ , conhecida como matriz espectral.

$$\boldsymbol{\Omega}^{2} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_{1}^{2} & & \\ & \boldsymbol{\omega}_{2}^{2} & & \\ & & \ddots & \vdots \\ & & & \boldsymbol{\omega}_{N}^{2} \end{bmatrix}$$
(A.19)

Se cada autovalor e autovetor deve satisfazer a Equação (3.20), que pode ser re-escrita como

$$\mathbf{k}\phi_n = \mathbf{m}\phi_n\omega_n^2 \tag{A.20}$$

Então, uma solução que inclua simultaneamente todos os autovalores e autovetores utiliza as matrizes modal e espectral tal como se segue:

$$\mathbf{k}\boldsymbol{\Phi} = \mathbf{m}\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\Omega}^2 \tag{A.21}$$

Esta equação representa uma forma compacta de relacionar todos os autovalores e autovetores.

Os modos de vibrar formam um conjunto de N vetores independentes que podem ser usados como base vetorial para representar qualquer outro vetor de ordem N. Assim, a expansão modal para qualquer vetor de deslocamento **u** tem a forma:

$$\mathbf{u} = \sum_{r=1}^{N} \phi_r q_r = \mathbf{\Phi} \mathbf{q} \tag{A.22}$$

onde  $q_r$  são multiplicadores escalares chamados *coordenadas modais* ou *coordenadas normais*. Quando  $\phi_r$  são conhecidos, para um dado **u** é possível avaliar o  $q_r$  multiplicando os dois lados da Eq.(A.22)por  $\phi_n^T m$ :

$$\boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{m} \mathbf{u} = \sum_{r=1}^{N} (\boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{m} \boldsymbol{\phi}_r) \boldsymbol{q}_r$$
(A.23)

Sabe-se que a matriz de massa é ortogonal aos altovetores, tal como indicado nas Equações (A.25):

$$\boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{m} \boldsymbol{\phi}_r = 0 \tag{A.24}$$

Assim, todos os termos do somatório da Equação (A.23) são eliminados exceto os que correspondem à condição r=n. Nesse caso, a expansão resulta em:

$$\boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{m} \mathbf{u} = (\boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{m} \boldsymbol{\phi}_n) \boldsymbol{q}_n \tag{A.25}$$

A expansão modal do vetor deslocamento **u**, Eq (A.22), é utilizada para obter soluções para problemas de vibração livre, assim como também representa uma parte importante para a reposta sísmica para sistemas de múltiplos graus de liberdade.

Para solucionar estas equações diferenciais desacopladas podem ser utilizados métodos numéricos aplicados em um sistema de um grau de liberdade.

# **APENDICE II**

Dois exemplos de execução no ANSYS dos procedimentos utilizados neste trabalho estão sendo mostrados neste apêndice.

### 1. Exemplo de programação do método SPRS para o Pórtico

!\*\*\*\* PASSO 1 - Características geométricas e propriedades material \*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

/NOPR

/PMETH,OFF,0 KEYW, PR\_SET, 1 KEYW,PR\_STRUC,1 KEYW,PR\_THERM,0 KEYW,PR\_FLUID,0 KEYW, PR\_ELMAG, 0 KEYW,MAGNOD,0 KEYW,MAGEDG,0 KEYW, MAGHFE, 0 KEYW,MAGELC,0 KEYW,PR\_MULTI,0 KEYW,PR\_CFD,0 /GO /PREP7 !Escolha do elemento 3D beam 4 ET,1,BEAM4 R,1,929,500000,500000,1,1,, !cantoneira 3 x 1/4 pol. A, Izz, Iyy, espessuras RMORE, , , , , , , MPTEMP,,,,,,, MPTEMP,1,0 !Modulo Elasticidade 210.000N/mm<sup>2</sup> MPDATA,EX,1,,210000 MPDATA, PRXY, 1,,0.3 MPTEMP,,,,,,

MPTEMP,1,0

MPDATA, DENS, 1,, 0.00000785	!Densidade kg/mm <sup>3</sup>
!*	
N,1,0,0,0,,,,	!Criação dos nós e suas coordenadas
N,2,0,5000,0,,,,	
N,3,4000,5000,0,,,,	!medidas em mm
N,4,4000,0,0,,,,,	
!*	
FLST,2,2,1	
FITEM,2,1	!Criação dos elementos
FITEM,2,2	
E,P51X	
FLST,2,2,1	
FITEM,2,2	
FITEM,2,3	
E,P51X	
FLST,2,2,1	
FITEM,2,3	
FITEM,2,4	
E,P51X	
FLST,2,2,1,ORDE,2	!Condições de contorno
FITEM,2,1	!Travando nó 1 e 4 em todos os sentidos
FITEM,2,4	
/GO	
D,P51X, , , , , , ,ALL, , , , ,	!Aplicando globalmente ação da gravidade
ACEL,0,9810,0,	!mm/s² para força dar em N
FINISH	
!*	

!\*\*\* PASSO 1.1 - Análise Estatica (somente para verificação do comportamento da estrutura)\*\*\*\*\* /SOL ANTYPE,0 !/STATUS,SOLU SOLVE FINISH /SOL ANTYPE,2 MODOPT,REDUC,50 !Modo Reducido, expandir 50 modos MXPAND,50, , ,1 LUMPM,0 PSTRES,0 !\* MODOPT,REDUC,50,0,0,50,OFF FLST,2,4,1,ORDE,2 FITEM,2,1 FITEM,2,-4 !Escolher todos os Mastes DOFs M,P51X,ALL, , , !/STATUS,SOLU SOLVE FINISH /SOL ANTYPE,8 SVTYP,3,0, !Escolhido deslocamento SED,1,0,0, !Direção X ROCK,0,0,0,0,0,0,0, FREQ,0.1,20,0,0,0,0,0,0,0 !Definindo tabela Frequencia vs Valores Espectrais !\* SV,0,250,250, !Valor de deslocamento 250mm
!/STATUS,SOLU

SOLVE

### FINISH

### /SOLUTION

### ANTYPE,2

### EXPASS,1

!Expandir

# MXPAND,50,0,0,1,0.001, par.sig 0.001

zzpanom

!Expansão dos modos, calculo de resultados de elementos,

!/STATUS,SOLU

SOLVE

### FINISH

### /SOLUTION

ANTYPE,8

SRSS,0.001,DISP

!/STATUS,SOLU

SOLVE

FINISH

## 2. Exemplo de programação do método PSD para o Pórtico.

# /NOPR /PMETH,OFF,0 KEYW,PR\_SET,1 KEYW,PR\_STRUC,1 KEYW,PR\_THERM,0 KEYW,PR\_FLUID,0 KEYW,PR\_ELMAG,0 KEYW,MAGNOD,0

KEYW,MAGEDG,0 KEYW, MAGHFE, 0 KEYW, MAGELC, 0 KEYW, PR\_MULTI, 0 KEYW,PR\_CFD,0 /GO /PREP7 ET,1,BEAM4 !Escolha do elemento 3D beam 4 R,1,929,500000,500000,10,10,, !cantoneira 3 x 1/4 pol. A, Izz, Iyy, espessuras RMORE, , , , , , , !\* MPTEMP,,,,,,, MPTEMP,1,0 MPDATA,EX,1,,210000 MPDATA, PRXY, 1,, 0.3 MPTEMP,,,,,,, MPTEMP,1,0 MPDATA, DENS, 1,, 0.00000785 !\* N,1,0,0,0,,,, !Criação dos nós e suas coordenadas N,2,0,5000,0,,,, N,3,4000,5000,0,,,, N,4,4000,0,0,,,,, !\* FLST,2,2,1 FITEM,2,1 !Criação dos elementos FITEM,2,2 E,P51X FLST,2,2,1 FITEM,2,2

FITEM,2,3	
E,P51X	
FLST,2,2,1	
FITEM,2,3	
FITEM,2,4	
E,P51X	
!*	
FLST,2,2,1,ORDE,2	!Condições de contorno
FITEM,2,1	!Travando nó 1 e 4 em todos os sentidos
FITEM,2,4	
/GO	
D,P51X, , , , , , , , ALL, , , , ,	!Aplicando globalmente ação da gravidade
İ*	
ACEL,0,9810,0,	!GRAVIDADE mm/s <sup>2</sup>
FINISH	
!** * PASSO 1.1 - Análise Estatica (so	mente para verificação do comportamento da estrutura) ****
/SOL	
ANTYPE,0	
!/STATUS,SOLU	
SOLVE	
FINISH	
!***** PASSO 2 - Análise Modal - Modo reducido e expansao dos modos *************	
/SOLU	
ANTYPE,2	
MODOPT,REDUC,50	!Escolher modo reducido (50 modos )
MXPAND,50, , ,1	
LUMPM,0	
PSTRES,0	
İ*	

```
MODOPT,REDUC,50,0,0,50,OFF
FLST,2,4,1,ORDE,2
FITEM,2,1
FITEM,2,-4
M,P51X,ALL, , ,
!*
MXPAND,50,0,0,1,0.001,
                                      !expansão dos modos
!/STATUS.SOLU
SOLVE
FINISH
!*
/SOLUTION
ANTYPE,8
SPOPT,PSD,50,1
                                            !escolher PSD
PSDUNIT,1,ACEL,9810,
                                            !espectro de aceleraçao
!*
PSDFRQ,1, ,1.0101,1.1961,2.7269,6.7441,7.3532
                                            !valores frequencia
PSDFRQ,1, ,15.025, , , ,
!*
PSDVAL,1,1720.4,1119.3,3648,1166.7,1055.3
                                            !valores PSD
PSDVAL,1,298.4, , , ,
!*
! SAVE, file,db,
                                            !atribuiçao da taxa de amortecimento
ALPHAD,0,
BETAD,0,
DMPRAT,0.02,
                                            !2% conforme matlab tbm
MDAMP,1, , , , , , ,
!*
FLST,2,2,1,ORDE,2
                                            !aplicação da tabela nos 1, 4
FITEM,2,1
```

FITEM,2,4	
D,P51X,UX,1.0	
!*	
PSDWAV,1,4000,0,0,	!velocidade onda 4000mm/s
PFACT,1,BASE,WAVE	!na base
PSDRES,DISP,REL	
PSDRES, VELO, REL	
PSDRES,ACEL,REL	
!*	
!/STATUS,SOLU	
SOLVE	
! SAVE, file,db,	
!*	
FINISH	
!****** **** PASSO 4 - Análise B	Espectral - Combinaçao dos modos ************
/SOLUTION	
ANTYPE,8	
PSDCOM,0.01,50,	
!/STATUS,SOLU	
SOLVE	
FINISH	
!********** PASSO 5 - Resposta	a conform relative 3 - **********************************
/POST26	
NUMVAR,200	
STORE,PSD, 1	!vetor de frequencias armazenada na variavel 1
NSOL,2,3,U,X direçao de X	!NSOL, variavel 2, numero do no 1, u(displacement) na
NSOL,3,4,U,X	!NSOL, variavel 3, no 4
RPSD,4,2,3,1,2 deslocamento, relativo base.	RESPOSTA PSD, armaz em variavel 4, em relaçao a 2,3 de