

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO PARANÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA DE PRODUÇÃO E SISTEMAS

LIARA JULIANE MINIKOVSKI

**OTIMIZAÇÃO DO PLANEJAMENTO MESTRE DA PRODUÇÃO POR COLÔNIA
DE FORMIGAS E UMA COMPARAÇÃO COM PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA**

CURITIBA
2008

LIARA JULIANE MINIKOVSKI

**OTIMIZAÇÃO DO PLANEJAMENTO MESTRE DA PRODUÇÃO POR COLÔNIA
DE FORMIGAS E UMA COMPARAÇÃO COM PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção e Sistemas da Pontifícia Universidade Católica do Paraná como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção e Sistemas.

Orientador: Prof. Dr. Guilherme E. Vieira

CURITIBA
2008

AGRADECIMENTOS

Agradeço a minha mãe, Iolanda, e ao meu pai, Eloi, pelos ensinamentos, orientações dos caminhos certos a serem seguidos em momentos difíceis, apoiando-me sempre em todas as decisões.

Ao professor Dr. Guilherme Ernani Vieira pela orientação fornecida, grande dedicação e apoio, fundamentais para a execução deste trabalho.

Aos professores do mestrado que se dedicaram fielmente ao ensinamento durante todo o curso.

À colega Viviane Cristhyne Bini Conte pelos conselhos, apoio e ajuda.

Aos colegas de curso que, durante a realização dos estudos, muito me apoiaram.

A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio financeiro.

E às pessoas que, de alguma forma, direta ou indiretamente, auxiliaram neste trabalho.

RESUMO

O Planejamento Mestre da Produção (MPS – *Master Production Scheduling*) transforma a previsão de vendas em um plano de produção possível de ser executado, o que permite a verificação dos recursos críticos existentes para cumprir o programa proposto por uma empresa. Este trabalho apresenta um estudo comparativo do uso de programação matemática com uso da abordagem não linear inteira mista (MINLP – *Mixed Integer Nonlinear Programming*) e da meta heurística colônia de formigas (ACO - *Ant Colony Optimization*) na resolução de problemas de MPS. A otimização por colônia de formigas é uma técnica estocástica de busca populacional que define propriedades de interações de vários agentes (formigas). O conjunto dessas formigas constitui um sistema inspirado na busca a fontes de alimento. A comparação realizada visa identificar o método mais viável na solução do planejamento mestre da produção e essa identificação se dá através da comparação das funções objetivo que quantifica os índices de desempenho (tais como demanda não atendida, estoques e capacidade extra de mão de obra) do planejamento obtido por cada método. Neste contexto, o algoritmo de colônia de formigas apresenta-se como uma técnica viável à solução de problemas deste tipo.

Palavras-chave: Programação Matemática. Algoritmo de Colônia de Formigas. Planejamento Mestre da Produção.

ABSTRACT

Master Production Scheduling (MPS) transforms the forecasting of sales into a plan of possible production to be executed, so it opens the possibility to find the critical facilities necessary to accomplish the production program. This work presents a comparative study of mathematical programming between the Mixed Integer Nonlinear Programming (MINLP) and the Metaheuristic Ant Colony algorithm. Ant colony optimization (ACO) is a technique of population search that defines interactions properties of several agents (ants). The set of these ants constitutes a system of search to a food source. The comparison of both method permits the identification of the most optimal method in the solution of the master production scheduling and this identification occurs through the comparison of the objective function that quantifies the index of performance of the planning achieved for each method (like requirements not met, inventory and over capacity). The ant colony algorithm presents as a feasible technique to the solution of problems of this type.

Keywords: Mathematical Programming. Ant Colony Optimization. Master Production Scheduling.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	10
1.1	Objetivo do Trabalho.....	11
1.2	Organização do Trabalho.....	11
2	METODOLOGIA.....	13
2.1	Referencial Conceitual de Metodologia Científica	13
2.2	Classificação desta Pesquisa.....	14
2.3	Etapas da Pesquisa.....	14
3	ENTENDENDO O PROBLEMA	16
3.1	Planejamento e Controle da Produção.....	16
3.2	Caracterizando um Problema de Otimização	19
3.2.1	Programação matemática.....	20
3.2.2	Programação linear	20
3.2.3	Programação linear inteira mista	21
3.2.4	Método <i>branch and bound</i>	22
3.2.5	Programação não linear	24
3.2.6	Meta heurísticas	25
3.3	Planejamento Mestre da produção.....	32
3.3.1	Um exemplo de MPS.....	37
3.4	Formulação Matemática do MPS	38
4	CONFIGURAÇÃO DOS EXPERIMENTOS E ANÁLISES	43
4.1	Fase 1 – Efeitos de Configuração	44
4.2	Fase 2 – Comparação Entre os Métodos	45
4.3	Estratégias ACO MPS Implementadas.....	47
4.3.1	ACO_NR	47
4.3.2	ACO_HÍBRIDO	49
4.4	Cenários MPS de Ilustração	50
4.4.1	Cenário 2_2_4	50
4.4.2	Cenário 4_4_7	51
4.4.3	Cenário 10_4_7	51
5	IMPLEMENTAÇÃO E VALIDAÇÃO DO ACO PARA MPS EM C++	54
5.1	Classes e Funções Implementadas no ACO para MPS	60
6	RESULTADOS E ANÁLISES	64
6.1	Resultados da Fase 1	64
6.2	Resultados da Fase 2	65
6.3	Tabela Resumo dos Resultados	67
6.3.1	Melhores soluções encontradas para o cenário 2_2_4.....	67
6.3.2	Melhores soluções encontradas para o cenário 4_4_7.....	68
6.3.3	Melhores soluções encontradas para o cenário 10_4_7.....	70
7	CONCLUSÃO.....	74
	REFERÊNCIAS	76
	APÊNDICE 1 – RESULTADOS DA FASE 1	80
	APÊNDICE 2 – CENÁRIOS	83

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1 - Hierarquia das funções do PCP (Koth, 2005).....	17
Figura 3.2 - Fluxograma B & B (Zionts, 1974).....	23
Figura 3.3 - Funções não lineares.....	25
Figura 3.4 - Comportamento das formigas.....	28
Figura 3.5 – Fluxograma do ACO (Faria <i>et al.</i> , 2007).....	31
Figura 3.6 - Passos do Planejamento (Bertaglia, 2006).....	32
Figura 3.7 - Sistema de Planejamento e Controle da Produção (Vollmann <i>et al.</i> , 2006).....	35
Figura 5.1 – Fluxograma do ACO para MPS.....	58
Figura 5.2 - Fluxograma da função Move().	59
Figura 5.3 - Fluxograma da função que atualiza os nós agendáveis.	59
Figura 5.4 – Classes de ACO.	63

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 - Planejamento	37
Tabela 4.1 - Combinações de experimentos.....	43
Tabela 4.2 - Passo 1.....	44
Tabela 4.3 - Passo 2.....	44
Tabela 4.4 - Análise de variância.....	44
Tabela 4.5 - Dados para um experimento com único fator (Calegare, 2001).....	46
Tabela 4.6 – Demanda do cenário 212.....	48
Tabela 4.7 – Demanda.....	50
Tabela 4.8 - Taxa de produção.....	50
Tabela 4.9 – Demanda.....	51
Tabela 4.10 - Taxa de produção.....	51
Tabela 4.11 - Estoque inicial.....	51
Tabela 4.12 - Estoque de segurança.....	52
Tabela 4.13 - Lote padrão.....	52
Tabela 4.14 – Demanda.....	52
Tabela 4.15 - Taxa de produção.....	53
Tabela 6.1 - Valores de configuração.....	64
Tabela 6.2 - Quadro ANOVA.....	65
Tabela 6.3 – Valores das funções objetivo.....	65
Tabela 6.4 – Dados normalizados para a análise de variância.....	66
Tabela 6.5 - Quadro ANOVA.....	66
Tabela 6.6 - Tempo de execução.....	67
Tabela 6.7 - Quadro ANOVA.....	67
Tabela 6.8 - MPS PM.....	68
Tabela 6.9 - MPS ACO NR.....	68
Tabela 6.10 - MPS Híbrido.....	68
Tabela 6.11 – MPS obtido por PM.....	68
Tabela 6.12 – MPS obtido por ACO NR.....	69
Tabela 6.13 – MPS obtido por ACO híbrido.....	69
Tabela 6.14 – MPS obtido por PM.....	71
Tabela 6.15 – MPS obtido por ACO NR.....	72
Tabela 6.16 – MPS obtido por ACO híbrido.....	73

LISTA DE ABREVIATURAS

ACO – Algoritmo Colônia de Formigas (*Ant Colony Optimization*)

B&B – Algoritmo *Branch and Bound*

GRASP – *Greedy Randomized Adaptive Search Procedures*

LSD - *Least Significant Difference*

MOMPA – *Multi Objective Master Planning Algorithm*

MPS – Planejamento Mestre de Produção (*Master Production Scheduling*)

PCP – Planejamento e Controle da Produção

PI – Programação Inteira

PIM – Programação Inteira Mista

PL – Programação Linear

PM – Programação Matemática

PNLIM – Programação Não Linear Inteira Mista

PNL – Programação Não Linear

PO – Pesquisa Operacional

SKU – *Stock keeping Unit*

VND – *Variable Neighborhood Descent*

VNS – *Variable Neighborhood Search*

1 INTRODUÇÃO

O processo de produção se tornou mecanizado durante a revolução industrial iniciada na Inglaterra no século XVIII. A produção ficou maior porque deixou de ser artesanal, e, por isso, os produtos ficaram com preços mais acessíveis e o volume de vendas aumentou consideravelmente. Já no Brasil, a transição entre a era agrícola e a era industrial só iniciou no período entre as duas grandes guerras visando substituir as importações, mas não houve crescimento acelerado devido à falta das indústrias de base, que preparariam os recursos naturais para a produção.

No final do século XX, a globalização criou uma instabilidade econômica, obrigando as indústrias do mundo todo a tornarem seus processos mais eficientes para sobreviverem à concorrência. Logo, desenvolver formas de organizar a produção e minimizar os custos tornou-se vital para a permanência da empresa no mercado. Neste contexto, surge a necessidade de se otimizar funções do Planejamento e Controle da Produção (PCP) para administrar da melhor forma o processo produtivo e também a busca por técnicas que melhorem a produtividade.

O planejamento mestre é uma das etapas envolvidas no planejamento, programação e controle da produção. É ele quem define a quantidade de produtos acabados a serem produzidos, considerando um horizonte de planejamento de médio prazo e as capacidades produtivas disponíveis, como linhas de produção, por exemplo. A elaboração de um MPS é um processo complexo, que depende do número de produtos, de recursos envolvidos e do horizonte de tempo, definido em termos de períodos de tempo; um problema difícil de ser resolvido quando os recursos e capacidades são limitados. Para Corrêa (2001), o desafio é tentar planejar a produção de forma a manter suas taxas de produção o mais estáveis possível, com mínima formação de estoque e levando em conta os custos envolvidos.

Neste contexto, esse trabalho de pesquisa torna-se importante porque aplica uma nova forma de se resolver o planejamento mestre da produção e estuda sua viabilidade. A técnica usada é a meta heurística bioinspirada na colônia de formigas que é baseada no comportamento das formigas que buscam o menor caminho entre o ninho e a fonte de comida. Essa busca pelo menor caminho é análoga a busca por um planejamento onde a demanda não

atendida, os níveis de estoque, a capacidade extra e estoque abaixo do estoque de segurança sejam os menores possíveis.

1.1 Objetivo do Trabalho

O objetivo principal deste trabalho é implementar e analisar a aplicabilidade da meta heurística colônia de formigas na solução de problemas de planejamento mestre da produção.

Para esse propósito, objetivos específicos podem ser descritos como:

- Realizar um levantamento bibliográfico sobre a teoria envolvida no MPS, programação matemática e otimização por ACO;
- Analisar a eficiência deste método ACO com base na comparação com programação matemática (PM);
- Analisar os resultados obtidos, comparando-os em termos das soluções encontradas e do tempo de processamento;
- Verificar qual método (ACO ou PM) apresenta melhor desempenho em relação aos objetivos específicos, isto é, qualidade de solução obtida (plano mestre) e esforço computacional.

1.2 Organização do Trabalho

Esta dissertação está organizada em seis capítulos. No primeiro capítulo tem-se a introdução do trabalho e a descrição dos objetivos. O segundo capítulo apresenta algumas definições sobre metodologia científica e apresenta a metodologia adotada. O capítulo três define o problema estudado e expõe a teoria envolvida no trabalho. Nesse capítulo são definidos os problemas de planejamento mestre da produção, problemas de otimização, programação matemática e também a teoria sobre o algoritmo colônia de formigas. No capítulo quatro são mostradas as configurações do programa baseado em ACO e as duas estratégias de criação dos nós utilizadas no programa. O capítulo quatro também apresenta as análises feitas para se comprovar o efeito dos parâmetros utilizados, o teste usado para comparar os métodos e os cenários de produção que foram testados nos três métodos. No

capítulo cinco tem-se a implementação do ACO para o problema do planejamento mestre da produção. Nele são declaradas as classes e funções do programa. O capítulo seis apresenta os resultados obtidos para os cenários estudados e também os resultados da fase de comprovação dos efeitos dos parâmetros de configuração e também da fase de comparação entre os métodos. No capítulo sete tem-se as conclusões do trabalho e as sugestões para trabalhos futuros são apresentadas.

2 METODOLOGIA

De acordo com Rodrigues (2007), a metodologia científica é um conjunto de abordagens, técnicas e processos utilizados pela ciência para formular e resolver problemas de aquisição objetiva do conhecimento, de uma maneira sistemática.

Qualquer trabalho a ser desenvolvido no campo científico exige métodos adequados para facilitar a consecução de seus objetivos, e sua comprovação científica (PARRA-FILHO e SANTOS, 1998).

As sessões a seguir apresentam os conceitos da metodologia científica utilizada e a classificação do trabalho.

2.1 Referencial Conceitual de Metodologia Científica

Pesquisa é um conjunto de ações, propostas para encontrar a solução para um problema, que têm por base procedimentos racionais e sistemáticos. A pesquisa é realizada quando se tem um problema e não se tem informações para solucioná-lo (Silva e Menezes, 2001).

As etapas envolvidas na pesquisa científica, segundo Rodrigues (2007), são:

1. Escolha do tema;
2. Revisão da literatura;
3. Justificativa;
4. Formulação do problema;
5. Determinação de objetivos;
6. Metodologia;
7. Coleta de dados;
8. Tabulação dos dados;
9. Análise e discussão dos resultados;
10. Conclusão e análise dos resultados;
11. Redação e apresentação do trabalho científico.

2.2 Classificação desta Pesquisa

Este trabalho de pesquisa busca comprovar a aplicabilidade da meta heurística de colônia de formigas na solução do problema de planejamento mestre da produção. Assim, segundo a classificação das pesquisas de Silva e Menezes (2001), esse trabalho pode ser qualificado como pesquisa:

- **Aplicada:** objetiva gerar conhecimentos para aplicação prática dirigidos à solução de problemas específicos. Envolve verdades e interesses locais.
- **Quantitativa:** considera que tudo pode ser quantificável, o que significa traduzir em números opiniões e informações para classificá-las e analisá-las. Requer o uso de recursos e de técnicas estatísticas (percentagem, média, moda, mediana, desvio-padrão, coeficiente de correlação, análise de regressão, etc.).
- **Explicativa:** visa identificar os fatores que determinam ou contribuem para a ocorrência dos fenômenos. Aprofunda o conhecimento da realidade porque explica a razão, o “porquê” das coisas. Quando realizada nas Ciências Naturais, requer o uso do método experimental, e nas Ciências Sociais requer o uso do método observacional. Assume, em geral, a formas de Pesquisa Experimental e Pesquisa *Expost-facto*.
- **Descritiva:** visa descrever as características de determinada população ou fenômeno ou o estabelecimento de relações entre variáveis. Envolve o uso de técnicas padronizadas de coleta de dados: questionário e observação sistemática. Assume, em geral, a forma de Levantamento.

2.3 Etapas da Pesquisa

Para atingir o objetivo do trabalho, esse estudo é realizado em algumas etapas: primeiramente é feita uma pesquisa sobre a teoria envolvida no MPS, programação matemática e algoritmo colônia de formigas que são os assuntos envolvidos no trabalho.

Na etapa seguinte, é encontrada a solução do problema através de programação matemática. O modelo de MPS proposto por Morelli (2006) é um problema de programação

não linear inteira mista e a solução será obtida através de um *software* que usa o método *branch and bound* para resolver problemas de programação inteira.

Para a obtenção dos resultados serão utilizados oito cenários de tamanhos distintos (três cenários considerados pequenos, três cenários médios e dois cenários grandes) que serão utilizados também nos testes com o programa computacional que implementa a técnica de colônia de formigas.

Assim que os resultados forem obtidos por PM, o próximo passo será a programação do método ACO em linguagem C++. Nessa etapa também serão feitos os testes de configuração para se verificar o efeito dos parâmetros.

Com os resultados obtidos será feita a comparação entre programação matemática e colônia de formigas. Como a meta era minimizar a função objetivo formada por índices de desempenho como a demanda não atendida, a capacidade extra utilizada e os níveis de estoque médio e de segurança, os valores comparados serão os da função objetivo e também o tempo de execução para todos os cenários.

3 ENTENDENDO O PROBLEMA

Segundo Graves (1991), o planejamento da produção tem por finalidade a alocação dos recursos disponíveis de produção, ao longo do tempo, para um conjunto já estabelecido de objetivos. A alocação de recursos é influenciada por uma série de fatores, tais como: capacidade das máquinas, regra de precedência, requisitos e disponibilidade de recursos, níveis de produção, prioridades, datas e custos. Os critérios de desempenho ou a determinação de prioridades envolvem compromissos conflitantes entre níveis de produção, frequências de variações da produção e grau de atendimento às datas de entrega. Assim sendo, torna-se essencial o estabelecimento de um plano de produção que leve à finalização do produto, estabelecendo as necessidades de recursos (tanto de matéria prima quanto de fabricação) e determinando o tempo de início e fim de cada operação que atenda aos objetivos gerais do empreendimento.

A seguir têm-se uma revisão bibliográfica sobre o MPS e sua contextualização no PCP, além de algumas aplicações de meta heurísticas e de programação matemática em problemas de programação da produção.

3.1 Planejamento e Controle da Produção

De acordo com os objetivos da empresa, deve-se formular um plano de como atingi-los. É essa a função do PCP. O planejamento e controle da produção coordena o processo produtivo e controla os suprimentos e a produção

Zacarelli (1979) definiu o planejamento e controle da produção como um conjunto de funções inter-relacionadas que objetivam comandar o processo produtivo e coordená-lo com os demais setores administrativos da empresa.

Burbidge (1988) define o Planejamento e Controle da Produção como a função da administração relacionada com o planejamento, direção e controle do suprimento de materiais e das atividades de processo em uma empresa.

Para Slack (2002), o PCP visa garantir que os processos da produção ocorram eficaz e eficientemente e que produzam produtos e serviços conforme requeridos pelos consumidores.

Para Moreira (1993), o processo de programar e controlar a produção segue alguns objetivos:

- Permitir que os produtos tenham a qualidade especificada;
- Fazer com que as máquinas e as pessoas operem com os níveis desejados de produtividade;
- Reduzir os estoques e os custos operacionais;
- Manter ou melhorar o nível de atendimento aos clientes.

Para Tubino (1997), com base no plano-mestre de produção e nos registros de controle de estoques, a programação da produção está encarregada de definir quanto e quando comprar, fabricar ou montar cada item necessário à composição dos produtos acabados propostos pelo plano.

A Figura 3.1 mostra a hierarquia das funções no planejamento e controle da produção.



Figura 3.1 - Hierarquia das funções do PCP (Koth, 2005).

De acordo com Corrêa (2001) a partir do planejamento mestre pode-se consolidar um planejamento e controle de produção (PCP), administrar os estoques, administrar a capacidade da empresa, obter o cálculo das necessidades de materiais (MRP), bem como ter uma poderosa ferramenta para remodelar o seu *layout* para o melhor seqüenciamento das operações.

Tubino (1997) cita quatro atividades típicas do PCP. São elas:

- Planejamento estratégico da produção: onde é definida a estratégia de produção a ser adotada e que deverá estar compatível com o planejamento estratégico da corporação, bem como em sintonia com os planejamentos estratégicos de *marketing* e finanças. No planejamento estratégico da produção é definido o plano de produção que é estabelecido em função do plano de vendas da empresa. O PCP deverá participar da definição da estratégia de produção.
- Planejamento mestre da produção: onde são definidas as quantidades de produtos que deverão ser produzidas em cada período.
- Programação de produção: onde são emitidas as ordens de compra, de fabricação e montagem.
- Acompanhamento de produção: consiste na verificação da execução do planejamento.

Como existe uma série de fatores influenciando o desempenho do MPS e do PCP, tem-se como objetivo encontrar a combinação de fatores que proporcione o melhor desempenho possível para estes sistemas.

Para atingir esses objetivos, pode-se modelar o planejamento mestre e o controle da produção como problemas de busca e otimização. Para Kreipl e Pinedo (2004), o que diferenciam os modelos de MPS dos modelos de PCP são as características a seguir:

- Modelos de otimização envolvem, freqüentemente, múltiplos estágios e otimizam em um horizonte de tempo médio, enquanto que os modelos de programação da produção são geralmente desenvolvidos para um só estágio e otimizam a produção para um horizonte de tempo pequeno.
- Modelos de planejamento usam muitas informações agregadas, normalmente consideram produtos finais (acabados ou SKU – *Stock Keeping Unit*), enquanto que modelos de programação da produção utilizam informações detalhadas tais como itens ou comportamentos;

- O objetivo no modelo de planejamento está centrado tipicamente na minimização do custo total, enquanto que o objetivo da programação da produção se preocupa em minimizar o tempo para a conclusão das tarefas.

3.2 Caracterizando um Problema de Otimização

Um problema de otimização começa com um conjunto de variáveis ou parâmetros independentes, e frequentemente incluem condições que definem valores aceitáveis para as variáveis. Esses problemas podem ser modelados como problemas de maximizar (ou minimizar) uma função cujas variáveis devem ou não obedecer a certas restrições. A função matemática de maximização (ou minimização) é chamada de função objetivo e é através dela que se define a qualidade da solução. A função objetivo $F(.)$ é calculada em função das variáveis de decisão que são as incógnitas determinadas pela solução do modelo. As restrições do modelo são criadas para limitar as variáveis de restrição de forma que elas tenham valores que respeitem as limitações físicas do problema, como por exemplo, quantidade de matéria prima disponível, espaço disponível para estoque, capacidade de produção, etc.

A função objetivo e as restrições podem ser lineares ou não lineares e as variáveis de decisão podem ser inteiras ou contínuas, além dos dados de entrada do problema que podem ser probabilísticos ou determinísticos.

Assim, devido a essa variedade, há a necessidade de se desenvolver técnicas que resolvam cada tipo de modelo matemático. Dentro da programação matemática, tem-se a programação linear para a solução de modelos onde tanto a função objetivo quanto as restrições são lineares, a programação não linear onde a função objetivo ou pelo menos uma de suas restrições são não lineares, programação inteira onde uma ou mais variáveis de decisão devem ser inteiras, programação dinâmica para os problemas que podem ser divididos em subproblemas e programação estocástica para os casos em que os parâmetros são descritos por funções probabilísticas.

Nas sessões a seguir serão descritas a programação matemática além dos problemas de programação linear, inteira mista e não linear.

3.2.1 Programação matemática

A Programação Matemática (PM) pode ser vista como um conjunto de técnicas matemáticas utilizadas na modelagem e solução de problemas de otimização, o qual visa a obter de um resultado satisfatório, via de regra, possa ser implementado na prática.

Segundo Goldberg (2000), o campo da programação matemática é amplo e suas técnicas consagram-se em face à sua grande utilidade na solução de problemas de otimização. Em virtude das várias peculiaridades inerentes aos diversos contextos de programação (planejamento), os métodos de solução sofreram especializações e particularizações. O processo de modelagem matemática, em si, pouco varia, contudo as técnicas de solução acabaram agrupadas em várias subáreas como: programação linear (PL), programação não linear (PNL) e programação inteira (PI).

3.2.2 Programação linear

A programação linear tornou-se a primeira técnica da Pesquisa Operacional (PO) utilizada para a otimização de problemas e diz respeito ao problema de achar um vetor x que minimize (ou maximize) uma dada função linear $c^t x$, onde x é um vetor que satisfaz um dado sistema de desigualdades lineares $Ax \leq b$. Então, dentre todos os vetores x que satisfaçam o sistema $Ax \leq b$ quer-se encontrar o que gere o maior (ou menor) valor $c^t x$. Isto é,

$$\begin{array}{ll} \text{Minimizar} & z(x) = c^t x \\ \text{s.a} & Ax \leq b \\ & x \geq 0 \end{array} \quad (P2)$$

onde, $z(x)$ é a função objetivo que deve ser minimizada ou maximizada (no exemplo anterior o objetivo é minimizar z), A é uma matriz $m \times n$ com os coeficientes das variáveis, b é um vetor de tamanho m com os recursos disponíveis, c é um vetor de tamanho n contendo os custos unitários (se a função objetivo for maximização c representará os lucros unitários, se minimização c representará os custos unitários) e x representa um vetor com o conjunto de variáveis do problema. Geralmente um problema desse tipo ocorre em uma variedade de situações práticas, e o mesmo é resolvido utilizando-se métodos de rápida solução.

O mais notável e utilizado até hoje como a mais útil das técnicas de PO é o Método Simplex, desenvolvido por G.B. Dantzig (DANTZIG, 1963).

O Método Simplex é utilizado para obter a solução ótima de um modelo de programação linear. A partir de uma solução factível, o algoritmo procura a solução ótima explorando as propriedades de um problema linear. A região das soluções factíveis é representada geometricamente pelo poliedro formado pelas restrições do problema. No caso da solução ótima ser única, ela estará num dos vértices deste poliedro. Caso contrário a solução será representada por uma aresta do poliedro.

O Método Simplex pode ser utilizado para obter soluções ótimas em um modelo de programação linear, porém, não é possível garantir valores inteiros para as variáveis do modelo (as variáveis assumem valores \mathfrak{R}_+). Se algumas das variáveis do modelo assumirem valor inteiro ou binário (0 ou 1), este deve ser tratado como um modelo de Programação Linear Inteira Mista (MILP), o qual é apresentado a seguir.

3.2.3 Programação linear inteira mista

Na programação inteira tem-se a restrição de que as variáveis são inteiras e positivas. Desse modo, além da aplicação do Algoritmo Simplex para obter a solução, é necessário métodos adicionais para tornar a solução factível, pois os valores devem ser inteiros. A maior dificuldade destes problemas está na natureza combinatória dos modelos.

Em função da natureza combinatória dos modelos de MILP, alguns algoritmos foram desenvolvidos com o objetivo de se examinar apenas um subconjunto das soluções viáveis.

Os problemas de *scheduling* possuem normalmente variáveis contínuas e discretas e a representação algébrica possui a forma:

$$\begin{array}{ll}
 \text{Minimizar} & Z = f(x, y) \\
 \text{s.a} & \\
 & h(x, y) = 0 \\
 & g(x, y) \leq 0 \\
 & x \in \mathfrak{R}_+ \\
 & y \in \{0,1\}^m
 \end{array}$$

onde $f(x,y)$ é a função objetivo que se deseja otimizar e $h(x,y)$ e $g(x,y)$ são as restrições do problema. As variáveis x são do tipo contínuas, enquanto as variáveis y são do tipo discretas (geralmente são variáveis binárias) (STEBEL, 2006).

Um problema de programação inteira mista (PIM) possui variáveis discretas e contínuas interligadas por restrições lineares, denominado programação linear inteira mista (MILP) ou não lineares, denominado programação não linear inteira mista (MINLP). Se existem somente variáveis contínuas o problema PIM passa a ser programação linear ou programação não linear (PNL), dependendo se existem ou não funções não lineares. O que diferencia os problemas entre lineares e não lineares é a linearidade ou não das restrições ou funções objetivo.

Ainda dentro da Programação Linear Inteira, tem-se a Programação Binária (BP), onde além de inteiras, as variáveis devem assumir somente os valores 0 ou 1. A programação binária é muito usada em modelos matemáticos onde as variáveis são variáveis de decisão (verdadeiro ou falso).

Existem vários métodos que podem ser utilizados na solução de problemas de programação inteira como o método *Branch and Bound*, algoritmo de corte de Gomery e relaxação lagrangeana. Neste trabalho será descrito apenas o método B & B por ser o método utilizado no *software* pelo qual se obteve as soluções por programação matemática.

3.2.4 Método *branch and bound*

Land e Doig (1960) foi o primeiro a utilizar o método *Branch and Bound* (B & B) que é um algoritmo exato para busca de soluções ótimas globais para problemas de programação e baseia-se na idéia de dividir para conquistar, ou seja, gera uma árvore de nós com subproblemas do problema original e pode resolver qualquer problema de programação linear inteira (PPI). O fluxograma a seguir descreve o método:

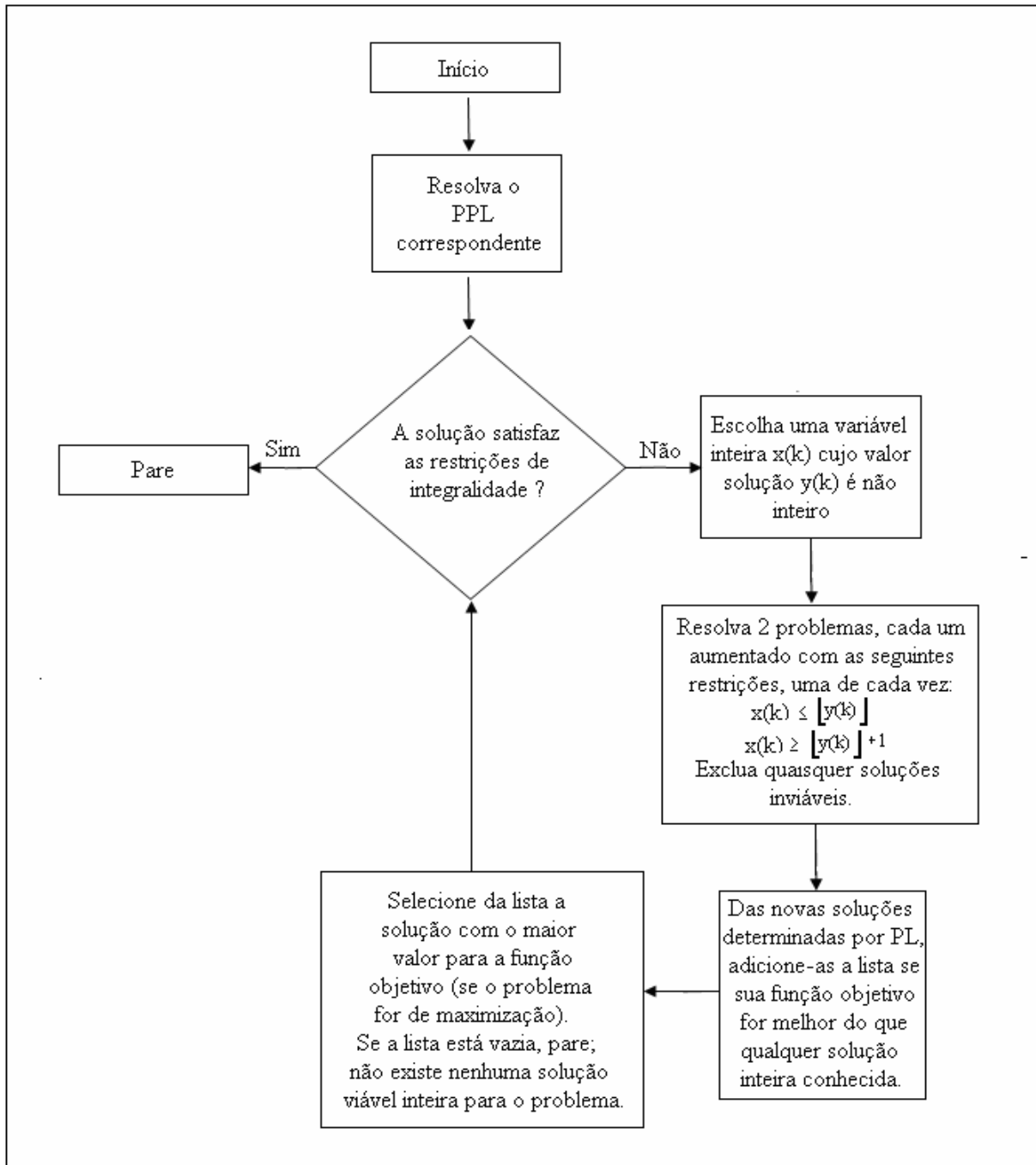


Figura 3.2 - Fluxograma B & B (Zionts, 1974).

O algoritmo B & B consiste primeiramente na solução do problema sem a restrição de integralidade. Caso a solução encontrada seja inteira, então ela também é solução para o PPI. Caso contrário, duas operações básicas são efetuadas:

Branching: o problema principal é dividido em subproblemas menores eliminando soluções inviáveis.

Bounding: soluções viáveis, porém ruins, são eliminadas através da comparação com limitantes superiores ou inferiores, dependendo do problema. No problema de minimização (caso do modelo de MPS utilizado nesse trabalho) o limitante é superior e é um valor viável da função objetivo não necessariamente o valor ótimo, e serve como parâmetro de comparação, ou seja, soluções com valores maiores que o limitante superior são descartadas e sempre que uma nova solução inteira menor do que o limitante é encontrada, o valor do limitante superior é atualizado. Vale ressaltar que o valor do limitante superior é sempre maior ou igual ao valor da função objetivo encontrada na solução não inteira do problema.

O processo de bifurcação (*branch*) diminui a região viável do problema eliminando a solução não inteira do problema, mas preservando todas as possíveis soluções inteiras do problema inicial.

No problema de minimização, por exemplo, o *branch* continua até que a primeira aproximação inteira seja encontrada e o valor dessa solução torna-se o primeiro limite (*bound*) superior do problema e todas as soluções, inteiras ou não, cujo valor da função objetivo seja maior que o limite superior são descartadas. O processo continua até que não haja mais aproximações a serem consideradas.

A próxima sessão introduzirá o assunto de meta heurísticas e também a teoria envolvida no algoritmo colônia de formigas

3.2.5 Programação não linear

Os problemas não lineares têm como característica a não linearidade da função objetivo ou de uma das restrições do modelo. A formulação do problema de programação não linear também segue o modelo de (P1) onde a função $F(.)$ é chamada função objetivo ou função custo e as restrições são de desigualdade e um ponto x que satisfaça todas as restrições é chamado de solução viável do problema. O conjunto de todas as soluções forma a região viável.

Assim, a programação não linear procura encontrar um ponto x^* tal que $F(x) \geq F(x^*)$ (nos problemas de minimização e $F(x) \leq F(x^*)$ para os problemas de maximização) para todo x pertencente ao conjunto das soluções factíveis. Esse ponto é chamado de solução ótima, ou simplesmente de solução.

De forma geral, a dificuldade dos problemas de PNL é a existência de mínimos (ou máximos) locais que dificulta consideravelmente a determinação do mínimo (ou máximo) global desejado. A Figura 3.3 ilustra essa situação através de 2 funções não lineares; uma sem mínimos locais e a outra com mínimos locais.

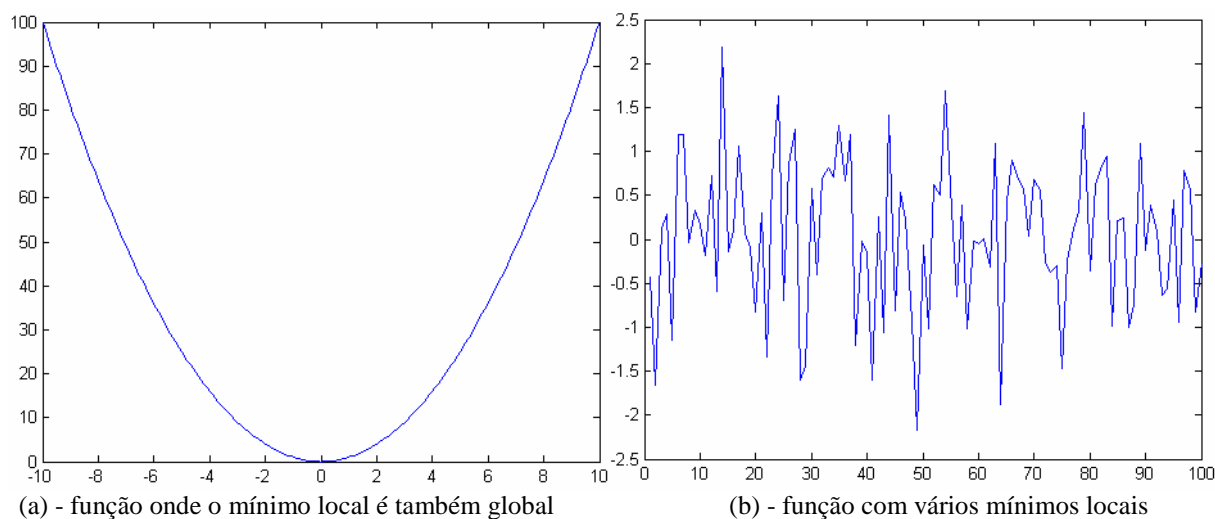


Figura 3.3 - Funções não lineares

3.2.6 Meta heurísticas

Uma heurística é um conjunto de regras usadas na geração de uma solução para um problema, baseada na experiência, entretanto não podendo garantir a geração de uma solução ótima. O termo meta heurística pode ser definido como um processo de geração iterativa que guia uma heurística pela combinação inteligente de diferentes conceitos de exploração do espaço de busca, em que estratégias de aprendizado são usadas para encontrar soluções ótimas, ou próximas, de forma eficiente (Blum e Roli, 2003).

Para Gendreau e Potvin (2005), o termo meta heurística foi criado por Glover (1986) para denotar heurísticas especializadas na resolução de problemas complexos de otimização combinatorial, problemas que geralmente envolvem um grande número de variáveis de decisão, como por exemplo, problemas de agrupamento, ordenação ou seleção de objetos discretos.

Blum e Roli (2003) citam também as propriedades fundamentais que caracterizam as meta heurísticas:

- As meta heurísticas são estratégias que guiam o processo de busca;

- A finalidade é de explorar de forma eficiente o espaço de busca ao invés de procurar a solução ótima;
- As técnicas que constituem as meta heurísticas podem variar desde um simples procedimento de busca local até um processo de aprendizagem complexo;
- As meta heurísticas são técnicas aproximadas e geralmente não-determinísticas;
- Podem ser incorporados mecanismos que evitem que a busca permaneça em uma única região do espaço de busca;
- O conceito básico da meta heurística permite um nível de descrição abstrata;
- A meta heurística não é uma técnica desenvolvida para um único problema em específico;
- A meta heurística é uma estratégia de alto nível que controla uma heurística.

Existem várias técnicas classificadas como metaheurísticas, entre elas estão:

- *Simulated annealing*;
- GRASP (*greedy randomized adaptive search procedures*);
- VNS (*variable neighborhood search*);
- VND (*variable neighborhood descent*);
- Busca tabu;
- Algoritmos genéticos;
- Colônia de formigas.

Essas técnicas meta heurísticas são usadas na solução de problemas de otimização combinatória. A seguir tem-se a descrição da técnica colônia de formigas utilizada nesse trabalho.

3.2.6.1 Otimização por colônia de formigas

A otimização por colônia de formigas é inspirada no comportamento de algumas espécies de formigas que depositam feromônio (hormônio que permite o reconhecimento mútuo entre as espécies) no caminho do ninho até a fonte de comida para guiar as outras formigas da colônia.

Primeiramente as formigas procuram o alimento aleatoriamente e quando o encontram formam a trilha de feromônio quando retornam ao ninho. As outras formigas quando têm que escolher um caminho, identificam o cheiro do feromônio e o caminho com a quantidade maior do hormônio tem mais probabilidade de ser escolhido. A trilha de feromônio serve tanto para ajudar a formiga a encontrar o caminho de volta, quanto para ajudar as outras formigas a encontrarem o alimento.

Deneubourg *et al.* (1990) realizou um experimento para estudar o comportamento das formigas na busca pelo alimento. Primeiramente, as formigas são deixadas livres para escolher o caminho; ainda não há feromônio. Após algum tempo as formigas convergem para apenas um dos caminhos. O próximo passo foi a utilização de pontes com distâncias diferentes. O caminho mais curto é percorrido em menos tempo o que faz com que mais formigas percorram esse caminho e assim mais feromônio seja depositado. Tendo mais feromônio, o caminho mais curto é escolhido com maior probabilidade.

O algoritmo de colônia de formiga proposto por Dorigo *et al.* (1991), surgiu da observação da capacidade de adaptação das formigas frente às mudanças em seu meio. A experiência foi feita colocando-se um obstáculo no caminho de busca da comida, surgindo assim dois caminhos de comprimentos diferentes. Após uma fase inicial, percebeu-se que as formigas percorriam sempre o caminho mais curto. A Figura 3.4 mostra a reação das formigas quando o obstáculo é posto no caminho (comportamento já observado no experimento de Deneubourg).

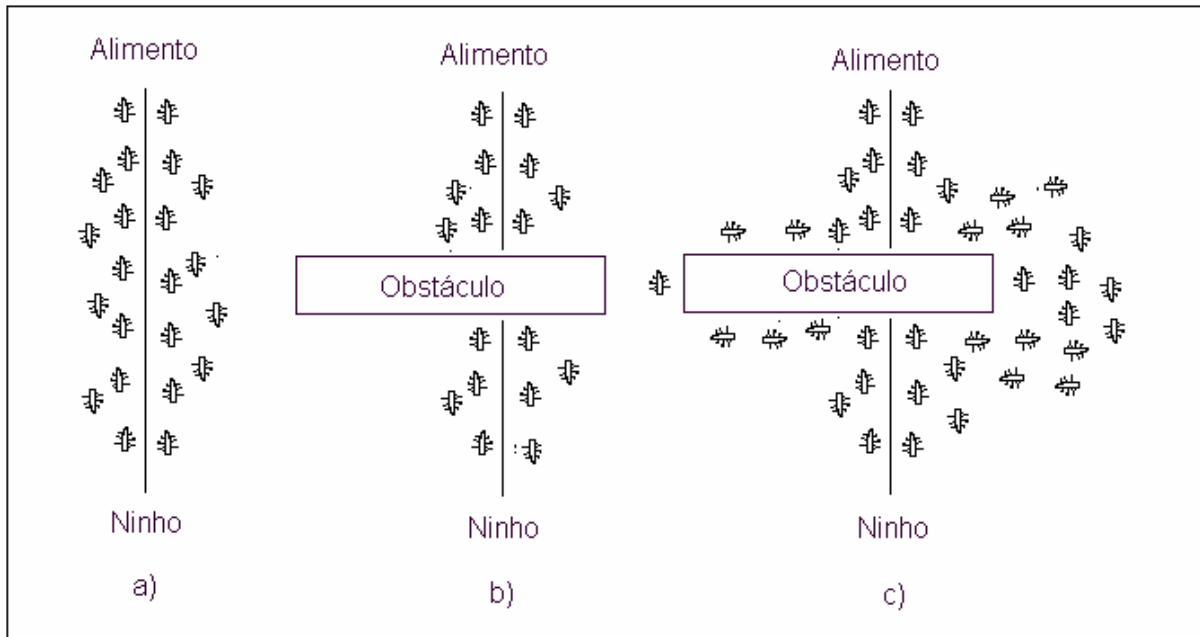


Figura 3.4 - Comportamento das formigas.

No problema de MPS, dados todas as possibilidades de produção representadas por nós de um grafo, o objetivo é encontrar o menor custo de produção minimizando índices de desempenho como demanda não atendida, estoque médio e horas extras além de tentar manter o estoque de segurança. A distância entre o nó atual da formiga e os nós possíveis de serem agendados é dada pelos índices de desempenho que seriam obtidos caso o próximo nó fosse sorteado.

Cada formiga é um agente simples do algoritmo que seguem as seguintes características:

- Quando vão do nó i para o nó j elas depositam uma substância chamada feromônio no caminho entre esses nós.
- A escolha do próximo nó é feita pela formiga através de sorteio. A probabilidade de cada nó ser sorteado é calculada em função dos índices de desempenho e da quantidade de feromônio existente no caminho entre os nós.
- Para que a formiga apenas visite nós factíveis, é criada uma lista tabu com todos os nós já agendados e com os que não são agendáveis.

A quantidade de feromônio depositada pela formiga no caminho também é proporcional a qualidade da solução encontrada, ou seja, no problema de minimização, quanto

menores forem os índices de desempenho, maior será a quantidade de feromônio a ser depositada.

À medida que um caminho deixe de ser percorrido pelas formigas, a quantidade de feromônio diminui através da “evaporação”. É a evaporação que diminui a probabilidade de caminhos ruins serem percorridos pela formiga.

No ACO, a formiga constrói a solução percorrendo um grafo inteiramente conectado $G_c(\mathbf{V}, \mathbf{E})$, onde \mathbf{V} é o número de vértices, \mathbf{E} o número de arestas e \mathbf{C} o conjunto de todas as soluções possíveis. Este grafo pode ser obtido a partir dos caminhos do conjunto de soluções \mathbf{C} de duas formas: esses caminhos podem ser representados pelos vértices ou pelas arestas. As formigas se movem de vértice a vértice pelas arestas do grafo, construindo uma solução parcial. Enquanto isso, as formigas depositam certa quantidade de feromônio no caminho, ou seja, nos vértices ou nas arestas do seu trajeto, para guiá-la na direção da região mais promissora do espaço de busca. A quantidade $\Delta\tau$ de feromônio depositada depende da qualidade da solução encontrada (Dorigo *et al.*, 2006).

Para Socha e Dorigo (2008), o ACO consiste de três algoritmos que formam a construção do *ScheduleActivities* (agendamento de atividades). Esses três blocos de algoritmos são explicados a seguir.

Ant Colony Optimization metaheuristic

```

enquanto o critério de parada não for satisfeito
  ScheduleActivities
  AntBasedSolutionConstruction( )
  PheromoneUpdate( )
  DaemonActions ( )           {opcional}
  End {ScheduleActivities}
end {enquanto}

```

AntBasedSolutionConstruction(): O conjunto s^p de soluções parciais de cada formiga no início é vazio e os caminhos pertencentes ao conjunto $\mathbf{C} = \{c_{ij}\}$ e ao grafo $G_c = (\mathbf{V}, \mathbf{E})$ vão sendo acrescentados a medida que as soluções são sorteadas seguindo a equação (1).

$$p(c_{ij} | s^p) = \frac{\tau_{ij}^\alpha \times \eta(c_{ij})^\beta}{\sum_{c_{ij} \in N(s^p)} \tau_{ij}^\alpha \times \eta(c_{ij})^\beta}, \quad \forall c_{ij} \in N(s^p) \quad (1)$$

onde τ_{ij} é a quantidade de feromônio associada ao caminho c_{ij} e $\eta(\cdot)$ função associada a distância heurística entre os vértices ou as arestas do conjunto c_{ij} . Os valores α e β são parâmetros positivos que determinam a relação entre o feromônio e a distância heurística.

No problema de MPS as soluções parciais representam o melhor planejamento encontrado pela formiga até o momento, ou seja, a formiga pode não ter chegado a fonte de alimento, mas já encontrou um planejamento factível.

PheromoneUpdate(): O objetivo dessa função é aumentar o feromônio associado a soluções boas ou promissoras (pertencentes ao conjunto s_{ch}) e diminuir o feromônio de soluções ruins. A atualização é feita de forma que o feromônio de todas as soluções seja diminuído, mas as soluções associadas ao conjunto s_{ch} são acrescidas de $\Delta\tau$ conforme a equação de evaporação de feromônio:

$$\tau_{ij} \leftarrow \begin{cases} (1 - \rho) \times \tau_{ij} + \rho \times \Delta\tau, & \text{se } \tau_{ij} \in s_{ch} \\ (1 - \rho) \times \tau_{ij}, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (2)$$

onde $\rho \in (0, 1]$ é a taxa de evaporação. A evaporação do feromônio é necessária para evitar a rápida convergência do algoritmo.

DaemonActions(): A função *DaemonActions* pode ser usada para implementar ações que não podem ser executadas por uma única formiga, como por exemplo, a aplicação de busca local ou a decisão de ser útil ou não o depósito de feromônio adicional.

A Figura 3.5 mostra a representação do ACO através de um fluxograma.

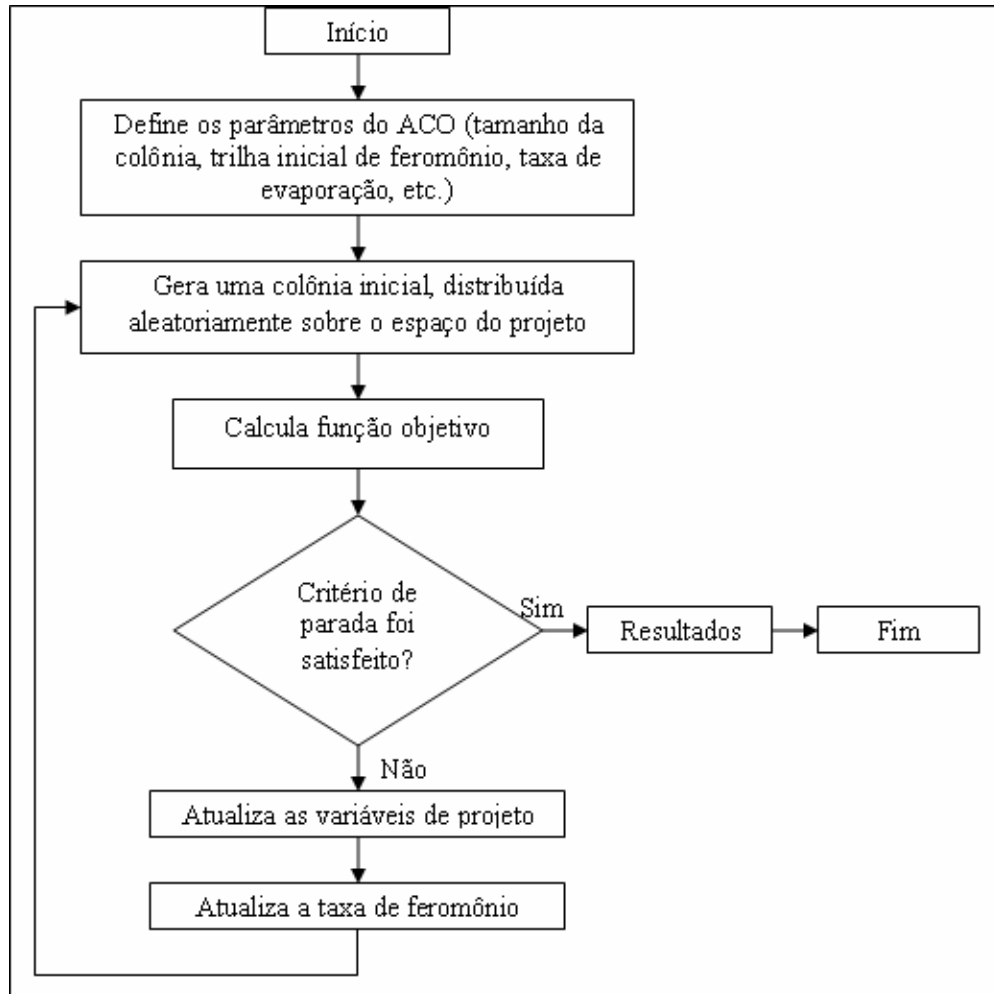


Figura 3.5 – Fluxograma do ACO (Faria *et al.*, 2007).

3.2.6.2 Algoritmo ACO

O algoritmo colônia de formigas é dado no quadro a seguir:

```

Início ( $i, f(i)$ )
enquanto (critério de parada)
  repita até que todas as  $k$  formigas encontrem uma solução completa  $j$ 
    selecione o próximo elemento da solução, seguindo uma regra probabilística
  fim {repita}
  calcular o valor da função  $f(j)$  para cada uma das  $k$  formigas
  se ( $f(j) < f(i)$ ) (nos problemas de minimização)
    então  $i = j$ 
     $f(i) = f(j)$ 
  senão rejeitar  $j$  e fazer  $k = k+1$ 
  fim {se}
  atualizar o processo de depósito e evaporação do feromônio
fim {enquanto}
Fim
  
```

Algoritmo 1 - Colônia de formigas.

3.3 Planejamento Mestre da produção

O planejamento mestre da produção (MPS – *Master Production Scheduling*) é um processo que determina o que, quanto, quando e como produzir. Com esse planejamento, é possível atender as necessidades dos clientes e os prazos de entrega.

É o MPS que declara quais itens serão produzidos e a quantidade de cada produto para um determinado período, ou seja, quanto e quando deve ser produzido. Para Bertaglia (2006), o planejamento de produção corresponde ao desenvolvimento das ações que orientarão os recursos da produção em relação às necessidades de produção especificadas pela demanda (Figura 3.6).

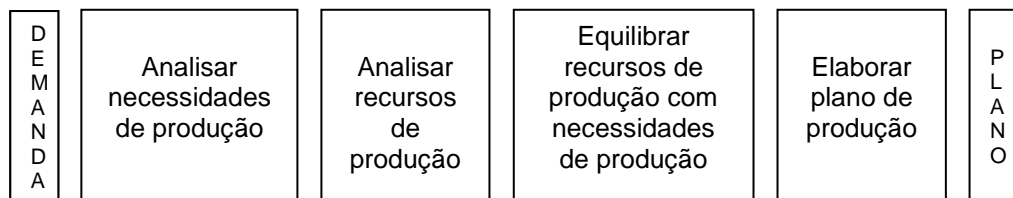


Figura 3.6 - Passos do Planejamento (Bertaglia, 2006)

Para Arruda *et al.* (2006) qualquer empresa, independente do seu nível organizacional ou porte terá, em algum momento, que tomar decisões quanto à determinação dos produtos que deseja produzir, com suas respectivas quantidades e tempos.

Para Arnold (1999), as informações necessárias para desenvolver um MPS são:

- Plano de produção;
- Previsões de demanda detalhadas por itens finais por períodos dentro do horizonte de planejamento;
- Encomendas recebidas dos clientes, ordens de reposição de estoque e carteira de pedidos;
- Níveis de inventário;
- Restrições de capacidade.

O MPS permite oferecer aos clientes um adequado nível de serviço, dentro das restrições impostas pelos níveis de estoques, recursos produtivos e tempo disponível. Pela provisão de informações atualizadas sobre a situação presente dos programas da empresa e sobre sua condição de comprometer-se com pedidos ou solicitações de clientes, permite que o escalão gerencial da empresa concentre-se onde mais interessa em tempos de concorrência acirrada: num melhor atendimento ao cliente (Corrêa, 2001).

Para Campos (2000), existem três restrições às quais o planejador deve se sujeitar. São elas:

- Restrições tecnológicas: são as restrições mais rígidas e devem ser, obrigatoriamente, seguidas pelo programador na geração do planejamento. O não segmento dessas restrições invalida o planejamento porque inviabiliza, por algum motivo inexorável, a produção de produtos. Essas restrições estão relacionadas às características dos produtos e das linhas de produção.
- Restrições de disponibilidade: quando o programador da produção for gerar o planejamento deve levar em consideração a alocação de recursos já realizada ou até mesmo a manutenção preventiva das máquinas que pode deixar os equipamentos indisponíveis para a produção.
- Restrições econômicas: são restrições que caso não sejam obedecidas podem levar a um consumo maior de energia, a um tempo de ajuste elevado, a uma diminuição da produtividade e a outros problemas que podem impactar nos custos de produção e na lucratividade da empresa.

Chegar a um MPS que compatibilize as necessidades de produção com a capacidade disponível pode se revelar uma tarefa complexa, principalmente se os produtos envolvidos exigirem muitas operações, em regime intermitente, ou seja, com a utilização do mesmo equipamento para diversos produtos (Moreira, 1993).

Garey e Johnson (1979) provaram que os problemas de planejamento mestre da produção, quando consideradas restrições de capacidade e tempo de preparação, são da classe *NP-Hard*, ou seja, é improvável que exista algum algoritmo que encontre a solução ótima do problema em tempo polinomial.

A partir do momento em que o plano mestre da produção diz o que vai ser feito – quais produtos e quanto de cada um deles – começa então o problema de programar e controlar a produção (Moreira, 1993).

O MPS não deve ser confundido com previsões. As previsões representam a procura de fontes externas ao passo que o planejamento mestre é um plano para a produção interna.

De acordo com CORRÊA (2001) para que a empresa obtenha sucesso o plano mestre de produção deve ser bem gerenciado. A partir dele pode-se consolidar um Planejamento e Controle de Produção, administrar os estoques, administrar a capacidade da empresa, obter o cálculo das necessidades de materiais, bem como ter uma poderosa ferramenta para remodelar o seu *layout* para o melhor seqüenciamento das operações.

A Figura 3.7 apresenta um diagrama esquemático de um sistema de planejamento e controle da produção. O MPS está envolvido com outros sistemas e depende de outros planejamentos. É ele que irá orientar as atividades no chão de fábrica.

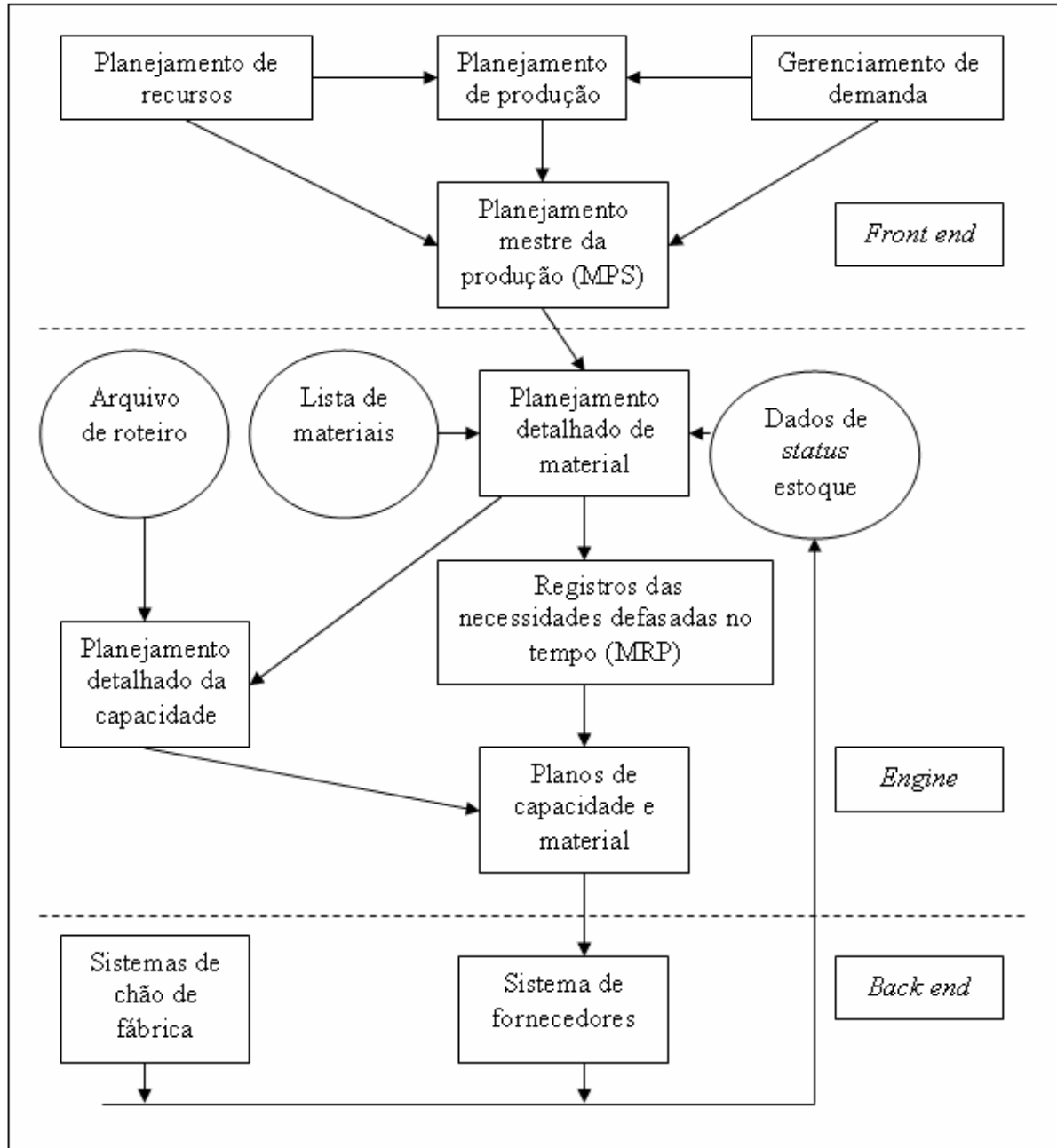


Figura 3.7 - Sistema de Planejamento e Controle da Produção (Vollmann *et al.*, 2006).

A seguir são apresentados alguns trabalhos sobre planejamento mestre da produção e as técnicas utilizadas da solução do problema.

Ribas (2003) utilizou a técnica de têmpera simulada em uma abordagem multiobjetivo do MPS. Essa meta heurística é uma técnica de inteligência artificial baseada no fenômeno físico da têmpera, onde um metal em estado líquido e a alta temperatura é resfriado lentamente buscando atingir um estado de energia mínima, ou seja, a função objetivo é lentamente minimizada procurando atingir um ponto onde a função objetivo seja mínima.

Koth (2005) resolveu o problema de MPS com o uso de programação matemática em uma empresa moveleira. O modelo desenvolvido por Koth no estudo de caso foi um modelo de programação linear e os resultados obtidos foram precisos e se mostraram eficientes.

Morelli (2006) aplicou a meta heurística de algoritmo genético (AG) no problema. O AG é uma técnica baseada no processo de seleção natural. O método se mostrou viável, mas limitado pela dimensão dos cenários em relação aos recursos computacionais.

Campos (2000) também aplica AG na solução do MPS. Os resultados obtidos pela meta heurística foram comparados com os planejamentos manuais efetuados pela empresa pesquisada e segundo a avaliação do responsável pelo escalonamento, houve uma significativa melhoria em termos da qualidade do planejamento e em tempo de trabalho demandado para a produção.

Venkataraman e Nathan (1994) desenvolveram um modelo linear inteiro para o MPS com múltiplas linhas de produção. A metodologia escolhida para resolver o MPS foi programação dinâmica e os resultados propostos pelo modelo em termos de função objetivo tiveram uma melhoria em comparação aos resultados obtidos pela empresa na qual o estudo de caso foi feito.

Arruda (2006) propôs o uso de regras nebulosas onde a abordagem é baseada na formalização do próprio processo decisório do gestor. Esse enfoque ofereceu algumas vantagens em relação aos métodos analíticos como, por exemplo, a transparência das regras decisórias que envolvem decisões diárias do gestor ao invés de um modelo onde o gestor não tem acesso a essas regras.

Cavalcanti e Moraes (1998) estudaram a aplicação prática do MPS na indústria de cervejas e refrigerantes. Com a adoção do MPS foram possíveis efetuar acompanhamentos frequentes do comportamento da demanda e das previsões informadas pelas áreas comerciais. O planejamento foi feito com o uso de programação linear.

Pastor *et al.* (2008) modelou o MPS como um problema de programação inteira mista e o resolveu com programação matemática. Os efeitos principais do planejamento foram a redução do tempo de *setup* das máquinas e de dedicação ao planejamento manual além da redução de custos e também do tempo de produção.

Chern e Hsieh (2006) desenvolveram uma heurística chamada MOMPA (*multi objective master planning algorithm*) para problemas de planejamento com múltiplos produtos. A heurística tem três objetivos: minimizar as penalidades de atraso, o uso de capacidade extra e o custo de materiais, produção, transporte e manutenção de estoque. O algoritmo se mostrou eficiente para problemas de planejamento com soluções iguais às obtidas por programação linear em alguns casos.

3.3.1 Um exemplo de MPS

Considerando-se um plano de produção de um único produto em um horizonte de planejamento de cinco semanas e sem restrição de recursos. Os dados de entrada são: o estoque inicial, a demanda prevista, o lote de produção que é de 200 unidades e o estoque de segurança que deve permanecer em 100 unidades. Os dados de saída são a quantidade produzida e o estoque final. O planejamento está na Tabela 3.1:

	Períodos				
	1	2	3	4	5
Estoque Inicial	0	170	220	120	120
Demanda	430	350	300	200	520
Requerimento Líquido	600	400	200	200	600
Produção	600	400	200	200	600
Estoque Final	170	220	120	120	200

Tabela 3.1 - Planejamento

O primeiro período do estoque inicial é zero. Nos outros períodos o estoque inicial é dado pelo estoque final do mês anterior.

O requerimento líquido é dado pela soma da demanda e do estoque de segurança menos o estoque inicial do período. Como a produção é feita em lotes, o resultado obtido é arredondado para um valor múltiplo do lote de produção.

A produção nesse caso é igual ao requerimento líquido e o estoque final é dado pela soma da produção e do estoque inicial menos a demanda.

A seguir será definido o que é um problema de otimização além dos conceitos importantes de programação matemática envolvidos nesse trabalho

3.4 Formulação Matemática do MPS

Um modelo é um veículo para uma visão bem estruturada da realidade. Um modelo pode também ser visto, com os devidos cuidados, como uma representação substitutiva da realidade, ou seja, os modelos são representações simplificadas da realidade que preservam, para determinadas situações e enfoques, uma equivalência adequada (Goldbarg, 2005).

De acordo com Taube Netto (2002), a modelagem matemática nas empresas trabalha tipicamente com a representação de processos decisórios. Por exemplo: Quanto produzir de cada produto, em cada fábrica, para atendimento mais lucrativo das demandas previstas nos próximos dias e meses, nas várias regiões atendidas pela empresa? Como equilibrar suprimento e demanda sem incorrer em altos custos de estoques de matéria-prima, produtos intermediários e produtos acabados? Como abastecer os centros de distribuição?

Segundo Morelli (2006), o problema de MPS proposto para resolver esse problema pode ser modelado como um problema de programação não linear inteira mista, como descrito a seguir. É esse o modelo que será usado tanto na solução por programação matemática quanto na solução por ACO.

Parâmetros:

k : número de produtos.

p : número de períodos.

r : número de recursos.

GR_{kp} : requerimento bruto previsto de cada produto k para cada período p .

OH_k : estoque inicial do produto k .

BS_{kp} : tamanho do lote padrão do produto k no período p .

SS_{kp} : estoque mínimo de segurança para o produto k no período p .

UR_{kr} : taxa de produção de cada produto k no período p .

TH_p : tempo total disponível por período p .

AC_{rp} : capacidade disponível no recurso r no período p .

Onde $k, p, r, GR_{kp}, OH_k, BS_{kp}$ e $SS_{kp} \in \mathbb{Z}$ e UR_{kr}, TH_p e $AC_{rp} \in \mathbb{R}$.

Variáveis de decisão:

BN_{kpr} : quantidade de produção do produto k no período p no recurso r definida por lotes.

MPS_{kpr} : quantidade total a ser produzida de cada produto k , em cada período p e recurso r .

Onde BN_{kpr} e $MPS_{kpr} \in \mathbb{Z}$.

Variáveis de saída:

$MPST_{kp}$: total a ser produzido em todos os recursos r de cada produto k em cada período p .

BI_{kp} : estoque inicial do produto k no período p .

EI_{kp} : estoque final do produto k no período p .

CUH_{rp} : total de horas utilizadas no recurso r no período p .

OC_{rp} : quantidade de horas extras necessárias no recurso r no período p .

RNM_{kp} : demanda não atendida do produto k no período p .

BSS_{kp} : quantidade média de estoque abaixo do nível de segurança do produto k no período p .

AIL_{kp} : média entre o estoque inicial (BI_{kp}) e final (EI_{kp}) de cada produto k e período p .

BI_{kp} , EI_{kp} , RNM_{kp} e $BSS_{kp} \in Z$ e CUH_{rp} , OC_{rp} e $AIL_{kp} \in R$.

Formulação:

$$\text{Min} \sum_{p=1}^P \left(\sum_{k=1}^K \left(\frac{BSS_{kp}}{BSS_{MAX}} + \frac{AIL_{kp}}{AIL_{MAX}} + \frac{RNM_{kp}}{RNM_{MAX}} \right) + \sum_{r=1}^R \frac{OC_{rp}}{OC_{MAX}} \right), \quad (3)$$

Sujeito a:

$$BI_{kp} \begin{cases} OH_k, & \text{se } p = 1 \\ EI_{kp-1}, & \text{se } p > 1 \end{cases}, \quad (4)$$

$$EI_{kp} = \max\{0, MPST_{kp} + BI_{kp} - GR_{kp}\}, \quad (5)$$

$$AIL_{kp} = \frac{(EI_{kp} + BI_{kp})}{2}, \quad (6)$$

$$MPS_{kpr} = BN_{kpr} \times BS_{kp}, \quad (7)$$

$$MPST_{kp} = \sum_{r=1}^R MPS_{kpr}, \quad (8)$$

$$CUH_{rp} = \sum_{k=1}^K \frac{MPS_{kpr}}{UR_{kr}}, \quad (9)$$

$$CUH_{rp} \leq TH_p, \quad (10)$$

$$OC_{rp} = \max\{0, CUH_{rp} - AC_{rp}\}, \quad (11)$$

$$RNM_{kp} = \max\{0, GR_{kp} - (MPST_{kp} + BI_{kp})\}, \quad (12)$$

$$BSS_{kp} = \max\{0, SS_{kp} - EI_{kp}\}. \quad (13)$$

Para este modelo assume-se que a operação ótima do problema de planejamento mestre da produção é minimizar a função objetivo da equação (3) definida pelos custos de estoque, pela demanda não atendida, o estoque abaixo do nível de segurança e a capacidade

extra utilizada. As condições e restrições caracterizam-se pelas limitações impostas ao planejamento mestre da produção.

A condição (4) é o cálculo do estoque inicial de cada período (BI_{kp}) em função do estoque inicial disponível no início do planejamento (OH_k - no primeiro período), ou em função do estoque final do período anterior (EI_{kp} - nos períodos posteriores).

O estoque final de cada período (EI_{kp}) é declarado (5) como sendo igual ao máximo entre zero, e a soma entre o total a ser produzido em todos os recursos ($MPST_{kp}$), somado ao estoque inicial (BI_{kp}) menos o requerimento bruto de cada produto (GR_{kp}).

A equação (6) calcula o estoque médio para cada período (AIL_{kp}) como sendo a média entre o estoque inicial (BI_{kp}) e final (EI_{kp}).

A quantidade total a ser produzida de cada produto, em cada período e recurso (MPS_{kpr}), é declarada na equação (7) como sendo o produto entre a quantidade de lotes padrão produzidos (BN_{kpr}) e o tamanho do lote padrão definido para cada produto (BS_{kp}).

Tem-se também a declaração (8), onde o total a ser produzido em todos os recursos ($MPST_{kp}$) é igual ao somatório do total produzido em cada recurso.

A equação (9), declara que o total de horas utilizadas de cada recurso (CUH_{rp}) é igual a divisão entre o total de produtos a serem produzidos (MPS_{kpr}) e a taxa de produção de cada produto nesse período (UR_{kr}).

Na restrição (10), o total de horas utilizadas (CUH_{rp}) é limitada pelo tempo disponível (TH_p).

A declaração (11) calcula a quantidade de horas extras necessárias (OC_{rp}) como sendo o máximo entre zero e a subtração entre o total de horas utilizadas (CUH_{rp}) e a capacidade disponível (AC_{rp}).

Na equação (12), a demanda não atendida (RNM_{kp}) é calculada como sendo o máximo entre zero e a soma entre o total de produtos produzidos em todos os recursos ($MPST_{kp}$) e o estoque inicial (BI_{kp}), subtraído da demanda bruta do produto.

E por fim tem-se a declaração (13), onde é calculada a quantidade média de estoque abaixo do nível de segurança (BSS_{kp}) como sendo o máximo entre zero e a subtração do estoque final (EI_{kp}) e o estoque de segurança (SS_{kp}).

4 CONFIGURAÇÃO DOS EXPERIMENTOS E ANÁLISES

A seguir serão apresentados três dos oito cenários utilizados nos testes para a análise comparativa das técnicas aplicadas a resolução de problemas MPS, programação matemática e ACO, descritas anteriormente.

Lembrando que o objetivo dessa pesquisa é descobrir se a meta heurística de colônia de formigas é aplicável a problemas de planejamento mestre. Para isto, este trabalho desenvolveu duas abordagens para o uso de ACO em MPS:

- (a) ACO_NR: usa-se a quantidade de requerimentos líquidos na criação dos nós que formam a região de busca
- (b) ACO_HÍBRIDO: nessa abordagem a criação dos nós é feita com o uso da solução não inteira do problema.

Foram feitos, portanto, 24 categorias de experimentos com as seguintes combinações:

PM	Métodos	
	ACO-NR	ACO-HIB
Cenário 2_1_2	Cenário 2_1_2	Cenário 2_1_2
Cenário 2_2_2	Cenário 2_2_2	Cenário 2_2_2
Cenário 2_2_4	Cenário 2_2_4	Cenário 2_2_4
Cenário 3_2_4	Cenário 3_2_4	Cenário 3_2_4
Cenário 3_3_5	Cenário 3_3_5	Cenário 3_3_5
Cenário 4_3_3	Cenário 4_3_3	Cenário 4_3_3
Cenário 4_4_7	Cenário 4_4_7	Cenário 4_4_7
Cenário 10_4_7	Cenário 10_4_7	Cenário 10_4_7

Tabela 4.1 - Combinações de experimentos.

Para cada uma das categorias relativas ao ACO_NR foram testados os efeitos dos parâmetros de configuração da meta heurística ACO. Assim sendo, como existem sete parâmetros principais do ACO_MPS, para cada uma das oito categorias de experimentos relativos ao ACO foram feitos 128 (2^7) planejamentos.

As análises estatísticas foram feitas em duas fases: a análise do efeito dos parâmetros e a análise comparativa dos métodos.

4.1 Fase 1 – Efeitos de Configuração

O primeiro passo dessa fase é estimar os efeitos de cada parâmetro de configuração. Usando a notação “-“ e “+” para representar o valor mínimo e máximo, respectivamente, de cada configuração e obtendo os resultados para cada uma das 2^k combinações. A seguir tem-se na Tabela 4.2 um exemplo com 2 configurações.

Fator		Resultados
A	B	
-	-	Y_{11}
+	-	Y_{21}
-	+	Y_{12}
+	+	Y_{22}

Tabela 4.2 - Passo 1.

No segundo passo, são feitas réplicas dos resultados obtidos com os principais efeitos e interações (*full model* – modelo completo).

Fator			Resultados – Função Objetivo			Total
A	B		1	2	3	
-	-	(1)	Y_{111}	Y_{112}	Y_{113}	Y_{11}
+	-	A	Y_{211}	Y_{212}	Y_{213}	Y_{21}
-	+	B	Y_{121}	Y_{122}	Y_{123}	Y_{12}
+	+	AB	Y_{221}	Y_{222}	Y_{223}	Y_{22}

Tabela 4.3 - Passo 2.

onde $Y_{ij} = \sum_{k=1}^n Y_{ijk}$ para $i, j = 1, \dots, 2^k$.

No passo três é usada a análise de variância para o teste formal dos efeitos e das interações.

Efeitos	SS	DF
A	SS_A	1
B	SS_B	1
AB	SS_{AB}	1
Erro	SS_E	$2^k - 1 - X$
Total	SS_T	$2^k - 1$

Tabela 4.4 - Análise de variância.

onde DF é o grau de liberdade e SS (*sum of squares*) é dada pela fórmula:

$$SS_A = \frac{[ab + a - b - (1)]^2}{2^k * n} \quad (14)$$

$$SS_B = \frac{[ab + b - a - (1)]^2}{2^k * n} \quad (15)$$

$$SS_{AB} = \frac{[ab + (1) - a - b]^2}{2^k * n} \quad (16)$$

$$SS_{Erro} = \text{soma dos SS dos parâmetros que não terão seus efeitos testados} \quad (17)$$

$$SS_{Total} \text{ é a soma dos SS} \quad (18)$$

e X é a soma dos graus de liberdade dos efeitos.

O passo 4 consiste no cálculo da média dos quadrados (MS). O MS é calculado dividindo o SS de cada efeito pelo seu grau de liberdade

$$MS_{EFEITO} = \frac{SS_{EFEITO}}{GL_{EFEITO}} \quad (19)$$

A partir do MS, pode-se calcular o F crítico de cada efeito. É o F crítico que é comparado com o F calculado da tabela de Snedecor. O F crítico é calculado da seguinte forma:

$$F_{CRÍTICO_EFEITO} = \frac{MS_{EFEITO}}{MS_{ERRO}} \quad (20)$$

Se o F crítico for maior que o F calculado, o parâmetro tem efeito comprovado no programa, caso contrário não há efeito.

4.2 Fase 2 – Comparação Entre os Métodos

A segunda fase do trabalho é a comparação entre os três métodos utilizados nesse trabalho. Essa comparação é feita da seguinte forma (Calegare, 2001):

Cenário	Função Objetivo				valores e médias globais
	Métodos			ACO-HIB	
	PM	ACO-NR			
1	Y_{11}	Y_{21}	Y_{31}		
2	Y_{12}	Y_{22}	Y_{32}		
3	Y_{13}	Y_{23}	Y_{33}		
4	Y_{14}	Y_{24}	Y_{34}		
5	Y_{15}	Y_{25}	Y_{35}		
6	Y_{16}	Y_{26}	Y_{36}		
·	·	·	·		
n	Y_{1n}	Y_{2n}	Y_{3n}		
somatórios	T_j	T_1	T_2	T_3	$T = \sum_i T_i$
médias	$\bar{Y}_i = \frac{T_i}{n}$	\bar{Y}_1	\bar{Y}_2	\bar{Y}_3	$\bar{Y} = \sum_i \bar{Y}_i$
quadrados	T_i^2	T_1^2	T_2^2	T_3^2	$\sum_i T_i^2$
soma dos quadrados	Q_i	Q_1	Q_2	Q_3	$Q = \sum_i Q_i$

Tabela 4.5 - Dados para um experimento com único fator (Calegare, 2001).

Após o preenchimento da Tabela 4.4, calcula-se a variância entre os métodos, a variância residual e a variância total. As fórmulas de cálculo das variâncias são as seguintes:

- Variação “entre” os métodos:

$$S_E^2 = \frac{n}{3-1} \sum_{i=1}^3 \left(\bar{Y}_i - \bar{Y} \right)^2 \quad (21)$$

- Variação “dentro” dos métodos:

$$S_R^2 = Q - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^3 T_i^2 \quad (22)$$

- Variância total:

$$S_T^2 = \frac{\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^n \left(Y_{ij} - \bar{Y} \right)^2}{3 * n - 1} \quad (23)$$

Através das variações pode-se calcular o F crítico que é dado por:

$$F_{crítico} = \frac{S_E^2}{S_R^2} \quad (24)$$

Se o F crítico for maior que o F calculado obtido na tabela “ F ” de Snedecor, os métodos têm diferença entre si.

4.3 Estratégias ACO MPS Implementadas

A seguir serão detalhadas as duas estratégias de criação de nós utilizada nessa pesquisa: ACO_NR e ACO_HÍBRIDO.

4.3.1 ACO_NR

Para essa estratégia, foi necessário calcular o requerimento líquido de cada produto para cada período. O requerimento líquido é dado em função da demanda bruta e dos estoques disponíveis em cada período. Para o primeiro período, o requerimento líquido é dado pela fórmula (25):

$$NR_{k1} = GR_{k1} - OH_k, \quad (25)$$

onde GR_{k1} é a demanda bruta do produto k no primeiro período k e OH_k o estoque inicial do produto k . Para os períodos seguintes, é considerado o estoque final do período anterior e pode ser calculado por

$$NR_{kp} = GR_{kp} - EI_{kp-1}, \quad (26)$$

onde GR_{kp} é o requerimento bruto do produto k no período p e EI_{kp-1} é o estoque final do produto k no período $p-1$. Vale ressaltar que o requerimento líquido deve ser múltiplo do tamanho do lote de produção de cada produto e recurso.

Para um cenário pequeno de 2 produtos, 2 recursos e 1 período com estoque inicial zero, lote padrão de 500 unidades e a demanda dada na Tabela 4.6

	Período	
	1	2
Produto 1	2700	3300
Produto 2	4200	4500

Tabela 4.6 – Demanda do cenário 212.

o cálculo do requerimento líquido é o seguinte:

- Período 1, produto 1:

$$GR_{11} - OH_1 = 2700 - 0 = 2700 \text{ unidades.}$$

Como existe a necessidade de que a produção seja múltipla do tamanho do lote e o lote nesse caso é de 500 unidades, o requerimento líquido do produto 1 no período 1 é de 3000 unidades. E com essa produção tem-se o estoque final de:

$$EI_{kp} = \textit{produção} - GR_{kp}, \quad (27)$$

onde *produção* = 3000 unidades. Então

$$EI_{11} = 3000 - 2700 = 300 \text{ unidades.}$$

- Período 2, produto 1:

$$GR_{12} - EI_{11} = 3300 - 300 = 3000 \text{ unidades.}$$

Nesse caso a necessidade já é múltipla do lote padrão. Nesse caso o estoque final é zero, pois:

$$EI_{12} = 3000 - 3000 = 0 \text{ unidades.}$$

- Período 1, produto 2:

$$GR_{21} - OH_2 = 4200 - 0 = 4200 \text{ unidades.}$$

Arredondando o valor a um valor múltiplo do lote padrão tem-se uma necessidade de 4500 unidades. Assim, o estoque final do produto 2 no período 1 é de:

$$EI_{21} = 4500 - 4200 = 300 \text{ unidades.}$$

- Período 2, produto 2:

$$GR_{22} - EI_{21} = 4500 - 300 = 4200 \text{ unidades.}$$

E novamente tem-se a necessidade de produção de 4500 unidades. O estoque final para o produto 2 no período 2 é igual a:

$$EI_{22} = 4500 - 4200 = 300 \text{ unidades.}$$

4.3.2 ACO_HÍBRIDO

Nessa segunda estratégia chamada de híbrida, a restrição de integralidade do modelo é desconsiderada e o problema é resolvido por programação matemática. Então a quantidade de nós da primeira solução é usada na criação dos nós no ACO.

A solução obtida para o mesmo cenário do item 4.3 é:

- Período 1, produto 1, recurso 1:

$$MPS_{111} = 2200 \text{ unidades.}$$

Adaptando essa quantidade ao lote padrão, a produção seria de 2500 unidades.

- Período 2, produto 1, recurso 1:

$$MPS_{121} = 2000 \text{ unidades.}$$

Essa quantidade já é múltipla do lote e não requer arredondamento.

- Período 1, produto 2, recurso 1:

$$MPS_{211} = 4200 \text{ unidades.}$$

Mais uma vez há a necessidade de arredondar a quantidade para 4500 unidades.

- Período 2, produto 2, recurso 1:

$$MPS_{221} = 4500 \text{ unidades.}$$

Assim como o produto 1 nesse período, a quantidade a ser produzida do produto 2 nesse período não precisa ser arredondada.

Essas quantidades de lotes, tanto definidas pelos requerimentos líquidos quanto pela solução não inteira são usadas nos cenários descritos a seguir.

4.4 Cenários MPS de Ilustração

Três dos oito cenários utilizados nessa pesquisa são descritos a seguir. Os outros cinco cenários restantes estão em anexo (Apêndice 2).

4.4.1 Cenário 2_2_4

O primeiro cenário foca um MPS para um horizonte de planejamento de dois produtos, dois recursos e quatro períodos (que podem ser máquinas ou linhas de produção, por exemplo). Cada um desses recursos tem 35 horas de capacidade disponível durante a semana. Considera-se que não há estoque inicial para nenhum produto e mil unidades a serem mantidas como estoque de segurança ao final de cada período. O tamanho do lote padrão é de quinhentas unidades para todos os produtos. Os requerimentos brutos para todos os produtos estão descritos na Tabela 4.7 e na Tabela 4.8 a taxa de produção para os produtos em seus respectivos recursos.

	Período			
	1	2	3	4
Produto 1	2700	3300	4000	4300
Produto 2	4200	4500	4950	6300

Tabela 4.7 – Demanda.

	Recurso	
	1	2
Produto 1	100	100
Produto 2	150	150

Tabela 4.8 - Taxa de produção.

4.4.2 Cenário 4_4_7

O segundo cenário considera um MPS com um horizonte de planejamento de 4 produtos, 4 recursos produtivos e 7 períodos. Como antes, 35 horas de cada recurso estão disponíveis por semana, o estoque inicial é nulo, o estoque de segurança se mantém em 1000 produtos e o lote padrão continua sendo de 500 unidades. A demanda de cada produto e a taxa de produção estão na Tabela 4.9 e Tabela 4.10 respectivamente.

	Período						
	1	2	3	4	5	6	7
Produto 1	2700	3300	4000	4300	5300	7000	6000
Produto 2	4200	4500	4950	6300	6300	9050	8500
Produto 3	6400	6000	6400	8400	7600	8000	8000
Produto 4	2500	2150	1850	1600	4600	7000	8000

Tabela 4.9 – Demanda.

	Recurso			
	1	2	3	4
Produto 1	100	100	100	100
Produto 2	150	150	150	150
Produto 3	200	200	200	200
Produto 4	500	500	500	500

Tabela 4.10 - Taxa de produção.

4.4.3 Cenário 10_4_7

O terceiro cenário considera um MPS com um horizonte de planejamento de 10 produtos, 4 recursos produtivos e 7 períodos. Os recursos têm 40 horas disponíveis por semana, o estoque inicial, o estoque de segurança e o lote padrão além da demanda de cada produto e a taxa de produção estão descritos nas Tabela 4.12 a Tabela 4.15.

	Produto									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	10	0	30	05	10	0	30	05	10	05

Tabela 4.11 - Estoque inicial.

	Período						
	1	2	3	4	5	6	7
Produto 1	300	500	100	300	500	100	300

Produto 2	300	500	100	300	500	100	300
Produto 3	300	500	100	300	500	100	300
Produto 4	300	500	100	300	500	100	300
Produto 5	300	500	100	300	500	100	300
Produto 6	300	500	100	300	500	100	300
Produto 7	300	500	100	300	500	100	300
Produto 8	300	500	100	300	500	100	300
Produto 9	300	500	100	300	500	100	300
Produto 10	300	500	100	300	500	100	300

Tabela 4.12 - Estoque de segurança.

	Período						
	1	2	3	4	5	6	7
Produto 1	500	500	500	500	500	500	500
Produto 2	500	500	500	500	500	500	500
Produto 3	500	500	500	500	500	500	500
Produto 4	500	500	500	500	500	500	500
Produto 5	500	500	500	500	500	500	500
Produto 6	500	500	500	500	500	500	500
Produto 7	500	500	500	500	500	500	500
Produto 8	500	500	500	500	500	500	500
Produto 9	500	500	500	500	500	500	500
Produto 10	500	500	500	500	500	500	500

Tabela 4.13 - Lote padrão.

	Período						
	1	2	3	4	5	6	7
Produto 1	4000	2000	2000	4000	200	2000	4000
Produto 2	2000	1400	2000	2000	140	2000	2000
Produto 3	2000	3000	0	2000	300	0	2000
Produto 4	1500	0	5000	1500	0	5000	1500
Produto 5	4000	2000	2000	4000	200	2000	4000
Produto 6	2000	1400	2000	2000	140	2000	2000
Produto 7	2000	3000	0	2000	300	0	2000
Produto 8	1500	0	5000	1500	0	5000	1500
Produto 9	4000	2000	2000	4000	200	2000	4000
Produto 10	2000	1400	2000	2000	140	2000	2000

Tabela 4.14 – Demanda.

	Recurso			
	1	2	3	4
Produto 1	100	100	100	0
Produto 2	100	0	100	0
Produto 3	100	0	0	100
Produto 4	0	100	100	100

Produto 5	100	100	100	0
Produto 6	100	0	100	0
Produto 7	100	0	0	100
Produto 8	0	100	100	100
Produto 9	100	100	100	0
Produto 10	100	0	100	0

Tabela 4.15 - Taxa de produção.

5 IMPLEMENTAÇÃO E VALIDAÇÃO DO ACO PARA MPS EM C++

As etapas da programação do ACO para resolver o problema de MPS seguem os seguintes passos:

i. Parâmetros de entrada:

Os parâmetros de inicialização do programa são: modo de geração dos nós, variação no número de lotes de produção, número de formigas, número de viagens, quantidade inicial de feromônio, quantidade de feromônio depositada durante a execução, valorização da melhor solução e taxa de evaporação.

A geração dos nós do grafo é feita de duas formas diferentes: a primeira leva em conta o requerimento líquido de cada cenário e a segunda se baseia na quantidade de lotes produzidos obtidos através da programação matemática. Esse segundo modo de criação de nós (através da programação matemática) utiliza a solução do modelo matemático através de PM sem a restrição de integralidade.

As duas maneiras de criação de nós levam em conta apenas uma quantidade definida de lotes de produção e é por isso que a variação no número de lotes de produção é usada. Assim, se o requerimento líquido de certo cenário pede a produção de 4 lotes para determinado produto e período, pode-se ampliar as possibilidades de fabricação através da alteração do número de lotes para mais ou para menos, ou seja, se for usada a variação de -2 e +3, as possibilidades de produção tornam-se 2 a 7 lotes.

O número de viagens é utilizado como critério de parada. Mesmo com a convergência do algoritmo, o programa termina quando todas as formigas tiverem feito o número determinado de viagens do ninho até a comida.

O valor da quantidade inicial de feromônio é usado na criação das arestas. Todas as arestas são criadas com valores iguais de feromônio de forma que na primeira iteração a probabilidade de que cada caminho seja escolhido leve em conta apenas o valor da função objetivo até aquele ponto.

O depósito de feromônio é feito cada vez que a formiga encontra comida. Portanto, a partir da segunda iteração, a quantidade de feromônio é considerada no cálculo da probabilidade de sorteio de cada nó.

O parâmetro de valorização da melhor resposta tem como objetivo o aumento da quantidade de feromônio depositada quando a solução encontrada for a melhor até o momento ou quando está próxima da melhor.

E por fim, tem-se a taxa de evaporação. A evaporação é responsável por diminuir a quantidade de feromônio nos caminhos de solução ruim que não são mais percorridos pelas formigas e também para sair de mínimos locais.

ii. Criação das formigas:

Inicialmente o conjunto de formigas é criado com a quantidade de formigas definida como parâmetro de entrada. Cada formiga carrega consigo algumas informações como o caminho percorrido (*way_taken*), os nós já visitados (*tabu_nodes*) e os nós que poderão ser visitados (*feasible_nodes*).

Após a criação das formigas, o próximo passo do programa é a criação da lista de *feasible_nodes*. Essa lista é criada verificando a possibilidade ou não de cada nó ser visitado respeitando-se as seguintes restrições:

Se a formiga ainda estiver no ninho, o nó com a fonte de alimento não pode ser agendado.

Se o período de produção do planejamento do nó candidato for maior que (período + 1) do último nó alocado, esse nó não pode ser agendado.

Se a soma entre a capacidade necessária para a produção do nó candidato e a capacidade já utilizada pelo planejamento for maior que a capacidade total, o nó também não pode ser agendado.

E finalmente, se o nó candidato tiver o mesmo produto, recurso e período de produção igual a algum nó já agendado, esse nó também não poderá entrar na lista de *feasible_nodes*.

Definida a lista dos nós visitáveis, o próximo passo da formiga é escolher um desses nós. A escolha é feita através de sorteio e a probabilidade de cada nó ser sorteado é calculada

em função dos índices de desempenho do planejamento (incluindo o nó candidato) e da quantidade de feromônio depositada anteriormente no caminho percorrido.

Na primeira iteração todos os nós recebem a probabilidade baseada apenas na função objetivo. Cada iteração consiste em uma ‘viagem’ que a formiga faz do ninho até a fonte de comida.

Depois de sorteado, o nó é incluído pela formiga na lista *way_taken* e na *tabu_nodes*. A lista *way_taken* é a “memória” da formiga que guarda a relação de todos os nós visitados pela formiga, ou seja, o caminho que ela percorreu na atual iteração e a *tabu_nodes* também guarda esses nós, mas com o intuito de que eles não sejam mais agendados. Quando a formiga chega a fonte de alimento os índices de desempenho são atualizados e as lista *way_taken* e *tabu_nodes* são apagadas de forma que ela possa guardar o novo caminho percorrido.

iii. Criação dos nós, arestas e grafo:

Baseado no problema de planejamento mestre da produção, os nós são criados com algumas informações específicas a esse tipo de problema, ou seja, os nós têm como informação o produto, a quantidade a ser produzida, o recurso utilizado e em qual período será feita à produção.

Na definição da quantidade de produção em cada nó, é considerado o tamanho do lote padrão para cada produto e a capacidade de produção de cada recurso, além da quantidade de produção que pode ser definida como o requerimento líquido ou como a solução não inteira do planejamento obtida por programação não linear.

Cada vez que um nó é sorteado para ser visitado, uma aresta ligando esse nó ao nó visitado anteriormente pela formiga é criado com uma quantidade inicial de feromônio. Caso a aresta já exista, a formiga apenas “deposita” mais feromônio nesse caminho.

Por fim, o grafo é formado pelo conjunto de todos os nós criados na inicialização do programa e por todas as arestas criadas durante a execução.

iv. Escolha do próximo nó:

A escolha do próximo nó é sempre feita através de sorteio. A probabilidade é calculada em função da quantidade de feromônio depositada pelas formigas e dos índices de

desempenho de cada planejamento. Na primeira iteração todos os caminhos têm a mesma quantidade de feromônio, logo, apenas o valor da função objetivo é considerado.

Nas iterações seguintes, a probabilidade é influenciada pela quantidade de feromônio existente no caminho. Ou seja, quanto mais formigas percorrerem o caminho mais feromônio será depositado. Como a qualidade da solução também interfere na probabilidade de sorteio, as melhores soluções têm mais chances de serem sorteadas e portanto mais formigas percorrerão o caminho das melhores soluções. Assim, o feromônio valoriza as boas soluções. A equação a seguir mostra como é calculada a probabilidade de cada nó ser sorteado:

$$\text{Probabilidade} = \frac{\left(\frac{1}{1+FO}\right)^\alpha \times \left(\frac{QF}{FO}\right)^\beta}{\sum \left(\frac{1}{1+FO}\right)^\alpha \times \left(\frac{QF}{FO}\right)^\beta} \quad (28)$$

onde FO é o valor das somas dos índices de desempenho, QF é a quantidade de feromônio depositada em cada caminho e os expoentes α e β são valores fixos.

No problema de MPS, o objetivo é minimizar a função objetivo, ou seja, quanto maior for o valor da função objetivo menor deve ser a probabilidade de o caminho ser percorrido. O mesmo raciocínio vale para a quantidade de feromônio depositada. QF tem valor fixo, mas é dividido por FO para que os caminhos com valor alto de função objetivo recebam menos feromônio.

v. Atualização do feromônio:

A atualização do feromônio tem a finalidade de valorizar soluções boas e de fazer com que o algoritmo saia de ótimos locais. Cada vez que a formiga percorre um caminho ela deposita feromônio e como as melhores soluções têm mais chances de serem sorteadas mais feromônio é acrescentado a esse caminho. Quando soluções melhores são encontradas, outras soluções piores encontradas anteriormente são pouco percorridas ou deixam de ser percorridas e então o seu feromônio evapora de modo que a chance desse caminho ser sorteado diminua.

vi. Critério de parada:

O programa deve finalizar as buscas quando todas as formigas realizarem todas as viagens definidas nos parâmetros de entrada. A convergência não é utilizada como critério de parada. Todas as vezes que o programa converge, ou seja, todas as formigas encontraram a

mesma solução, a quantidade de feromônio de todos os caminhos é igualada e assim o programa pode sair de soluções que são mínimos locais.

A Figura 5.1 esquematiza o algoritmo utilizado e também os passos descritos anteriormente. O primeiro passo é a geração da solução inicial referente à abordagem híbrida; na abordagem de requerimentos líquidos esse passo não existe. A Figura 5.2 descreve os passos da função *Move* desde a criação da lista de nós agendáveis (*ListOfFeasibleNodes*) até o agendamento do nó. A Figura 5.3 mostra os critérios para o agendamento do nó na lista de nós agendáveis (*ListOfFeasibleNodes*).

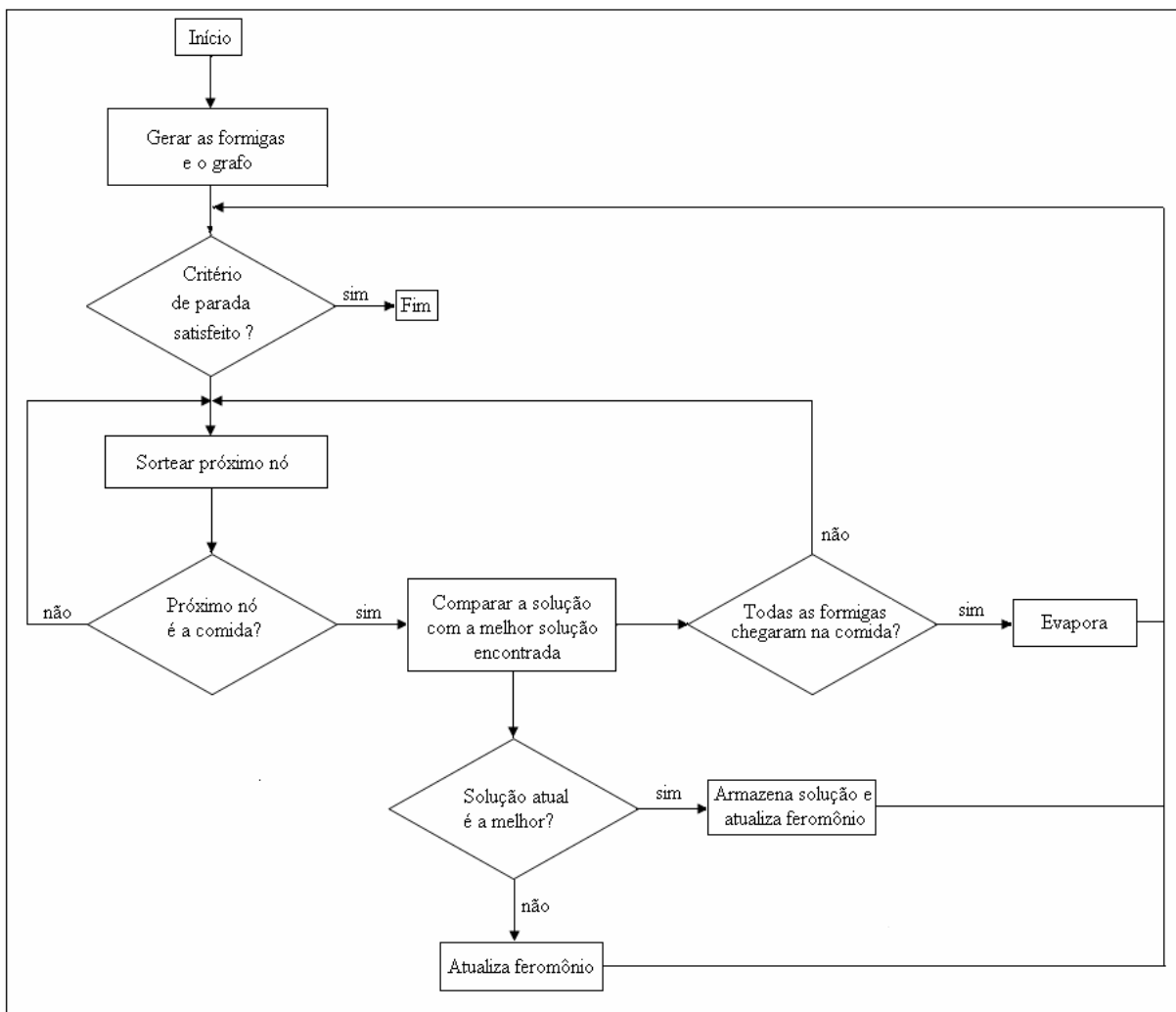


Figura 5.1 – Fluxograma do ACO para MPS.

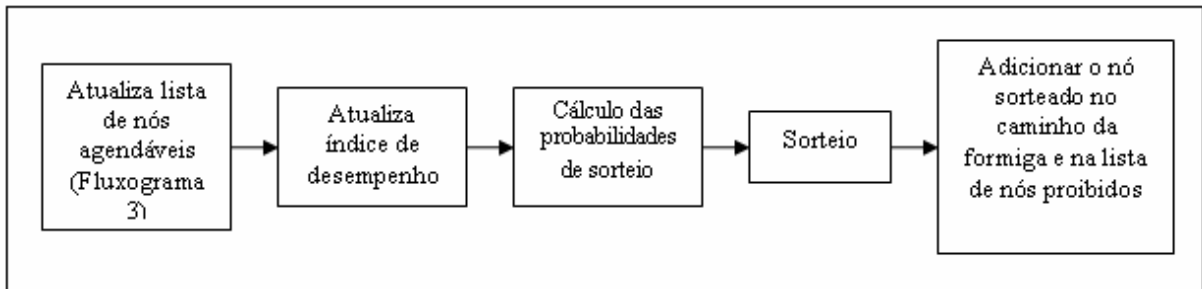


Figura 5.2 - Fluxograma da função Move().

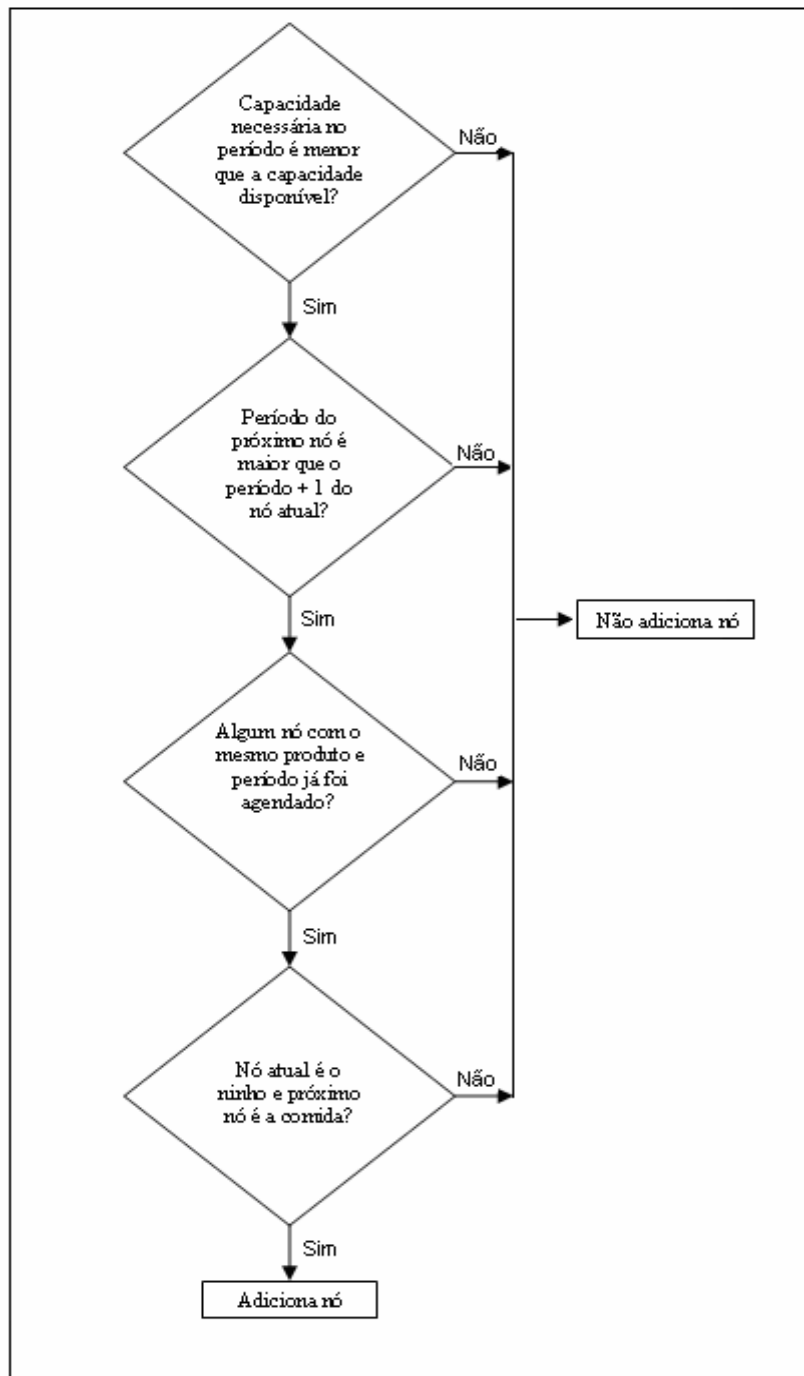
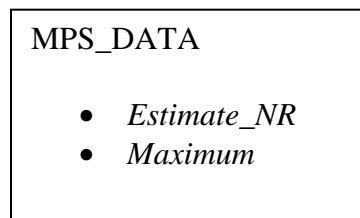


Figura 5.3 - Fluxograma da função que atualiza os nós agendáveis.

5.1 Classes e Funções Implementadas no ACO para MPS

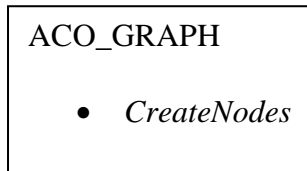
Algumas classes de programação foram criadas a fim de facilitar a implementação do ACO. Essas classes, além das funções utilizadas em cada uma delas, são descritas a seguir:

- Classe **MPS_DATA**: é a classe onde estão os dados de entrada do problema, como o número de produtos, períodos e recursos, além da demanda, taxas e capacidade de produção. É nessa classe também que são calculados os máximos usados na normalização da função objetivo e os requerimentos líquidos de cada produto em função da demanda.



- *Estimate_NR*: a função *estimate_NR* calcula o requerimento líquido dos produtos em todos os períodos. Os valores do requerimento líquido são usados na construção dos nós.
- *Maximum*: função que calcula o valor máximo que os índices de desempenho podem ter em função de cada cenário. Esses valores normalizam a função objetivo.
 - Classe **MPS_OUT_DATA**: classe que armazena os dados de saída de cada formiga, como o valor da função objetivo, a quantidade de produção e os índices de desempenho calculados a partir do planejamento. Esses valores são zerados a cada viagem da formiga e apenas os dados da “melhor” formiga são guardados, ou seja, no caso de um problema de minimização, a formiga com a menor função objetivo.
 - Classe **MPS_NODE**: no problema de MPS, os nós são equivalentes às cidades no problema do caixeiro viajante (principal problema combinatório resolvido por ACO). As informações que a formiga tem em relação a cada nó são: o produto, a quantidade de produto a ser produzida e em qual recurso e período será realizada a produção. Essas informações são importantes porque a alocação dos nós é que dirá qual o planejamento feito pela formiga. Os nós são criados apenas uma vez e usados durante toda a execução do programa.

- Classe **ACO_EDGE**: é nessa classe que os arcos são declarados. Os *edges* são os caminhos percorridos pela formiga e são eles que recebem os depósitos de feromônio. Os dados utilizados em cada *edge* são os nós de origem e chegada do arco e a quantidade de feromônio acumulada.
- Classe **ACO_GRAPH**: o grafo é uma estrutura comum a todas as formigas. Ele é composto pelo conjunto de nós e arestas pelos quais a formiga pode “caminhar” em busca da melhor solução. O grafo é criado uma única vez e usado em todas as interações. O que muda a cada interação é a quantidade atualizada de feromônio em cada *edge* do grafo.

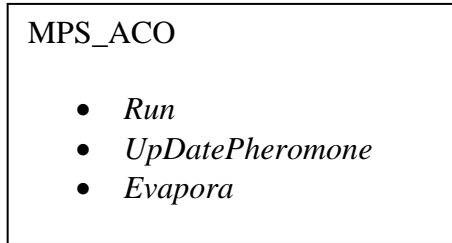


- *CreateNodes*: função que cria os nós do grafo. Cada nó é criado com as seguintes informações: código do produto a ser produzido, a quantidade de produção, o recurso utilizado e em qual período será feita a produção.
- Classe **ACO_FEASIBLE_NODE**: cada nó incluído na lista de nós factíveis recebe algumas informações adicionais pertencentes à classe **ACO_FEASIBLE_NODE**. Essa classe armazena a probabilidade dos nós serem sorteados além de um ponteiro para os dados de entrada do problema (classe **MPS_IN_DATA**) e outro para a classe **MPS_OUT_DATA** que armazena todos os dados do planejamento da formiga até aquele nó.
- Classe **ACO_WAY**: é a classe do caminho percorrido pelas formigas. É através dela que se obtêm todos os nós e arestas percorridas entre o ninho e a fonte de alimento de cada formiga.
- Classe **ACO_ANT**: classe que define as formigas e os ponteiros de que cada formiga precisa. Os ponteiros permitem que a formiga tenha acesso aos dados de entrada do cenário aplicado, aos dados de saída e às listas *way_taken* (lista que guarda o caminho percorrido por cada formiga), à *list_of_feasible_nodes* que a cada passo da formiga guarda o endereço dos nós visitáveis e à *list_of_tabu_nodes* que armazena o endereço dos nós já visitados.

ACO_ANT

- *CanSchedule*
- *Move*
- *Probability*
- *UpdateListOfFeasibleNodes*
- *UpdatePerformanceMeasures*
- *UpdateProbabilityAtListOfFeasibleNodes*

- *CanSchedule*: essa função retorna a possibilidade ou não de um nó ser agendado, respeitando as restrições de capacidade.
- *Move*: função que sorteia o próximo nó a ser agendado e inclui esse nó no caminho da formiga, ou seja, faz a formiga “andar”.
- *Probability*: é nessa função que é calculada a probabilidade de um nó ser sorteado. O cálculo da probabilidade é baseado nos índices de desempenho do planejamento e também na quantidade de feromônio depositada no “caminho” que forma o planejamento.
- *UpdateListOfFeasibleNodes*: é onde a inclusão de nós agendáveis é feita na lista de nós factíveis. Para saber quais nós podem ser incluídos, essa função chama a função *CanSchedule*. Então a função que calcula os índices de desempenho é executada para que as probabilidades possam ser calculadas.
- *UpdateperformanceMeasures*: função que calcula os índices de desempenho do planejamento feito por todas as formigas.
- *UpdateProbabilityAtListOfFeasibleNodes*: é ela que faz a distribuição das probabilidades entre os nós agendáveis.
- Classe **MPS_ACO**: é a classe que contém a função principal do programa. Essa função contém os critérios de parada e os comandos para iniciar a procura das formigas pelo alimento.



▪ *Run*: é a função principal do programa. É essa função que contém o critério de parada do algoritmo, além de controlar o número de viagens de cada formiga e a evaporação do feromônio.

▪ *Up_Date_Pheromone*: função que atualiza o feromônio de todos os *edges* sempre que a formiga encontra a fonte de alimento. A quantidade de feromônio depositada é fixa e seu valor é dividido pela distância do caminho encontrado entre o ninho e o alimento. O valor utilizado como sendo a distância é o valor da função objetivo.

▪ *Evapora*: é essa função que diminui a quantidade de feromônio em todos os *edges* sempre que alguma formiga encontra alimento. Através da função *Evapora* o programa pode sair de soluções locais e também desvalorizar soluções ruins.

A seguir são declaradas as classes e funções utilizadas no programa.

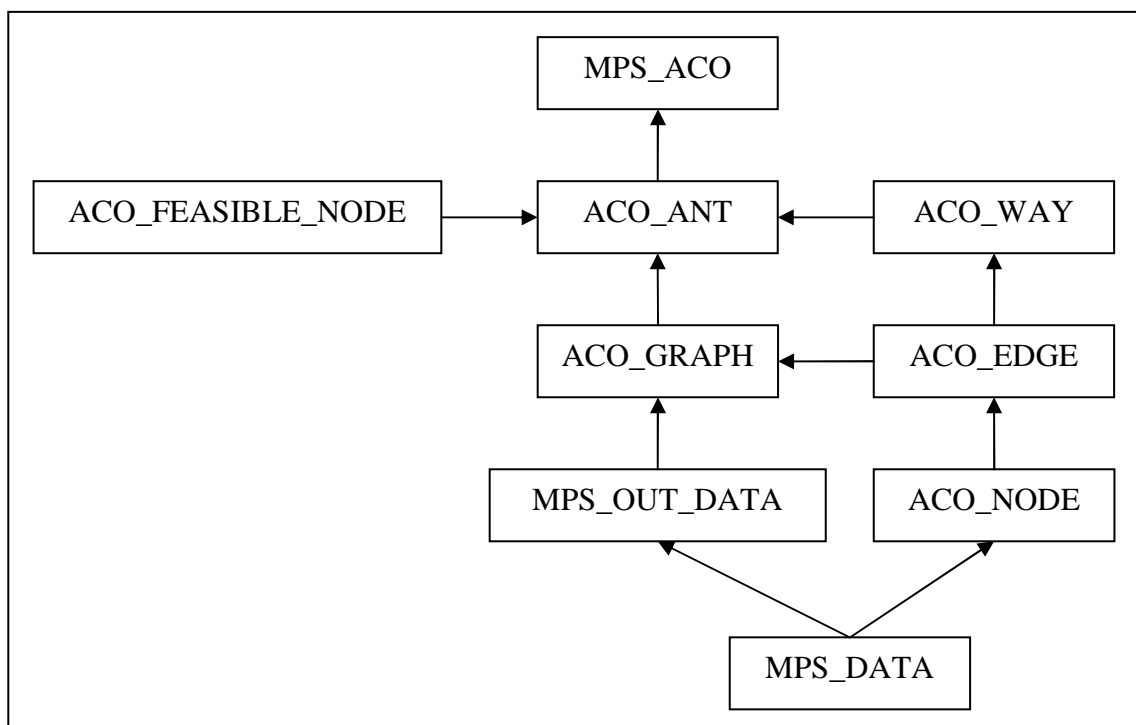


Figura 5.4 – Classes de ACO.

6 RESULTADOS E ANÁLISES

Os resultados obtidos na duas fases onde foram comprovadas o efeito dos parâmetros de configuração do programa e das comparações são descritos a seguir.

6.1 Resultados da Fase 1

A fase de análise dos parâmetros de configuração é feita a partir da obtenção dos resultados com cada uma das combinações de configurações que resulta em 128 resultados (2^7 onde 2 é o número de níveis de cada parâmetro e 7 é o número de parâmetros) para cada um dos 8 cenários. As configurações utilizadas foram:

- Porcentagem de valorização da melhor resposta;
- Número de formigas;
- Quantidade de feromônio inicial comum a todos os caminhos percorridos;
- Quantidade de feromônio depositado pelas formigas durante a execução do programa;
- Número de viagens que é usado como critério de parada;
- Porcentagem de evaporação do feromônio;
- Número de nós a mais e a menos que o requerimento líquido ou que a solução não inteira do problema.

Os valores utilizados nos testes foram escolhidos de forma empírica, baseados na experiência dos pesquisadores. Esses valores são dados na Tabela 6.1.

Parâmetros	Min	Max
Valorização da melhor resposta (A)	5	10
Número de formigas (B)	50	100
Quantidade de feromônio inicial (C)	1	10
Quantidade de feromônio depositada (D)	5	50
Número de viagens (E)	100	1000
Evaporação (F)	1%	5%
Variação do número de lotes mínimo (G)	2	5
Variação do número de lotes máximo (G)	2	5

Tabela 6.1 - Valores de configuração.

Parâmetros	ANOVA				
	SS	GL	MS	Fo	Fcrítico
A	0,01	1	0,01	0,13	3,92
B	0,15	1	0,15	2,44	3,92
C	3,29	1	3,29	51,37	3,92
D	0,35	1	0,35	5,603	3,92
E	0,74	1	0,74	11,62	3,92
F	1,22	1	1,22	19,11	3,92
G	2,17	1	2,17	33,99	3,92
ERRO	7,68	120	0,06		
T	15,64	127			

Tabela 6.2 - Quadro ANOVA.

Os parâmetros C, D, E, F e G se mostraram significantes no programa, ou seja, têm efeito nos resultados. Os parâmetros A e B não tiveram efeito nos resultados encontrados.

6.2 Resultados da Fase 2

O desempenho da meta heurística e da programação matemática foi avaliado pelo seu tempo de processamento e pela diferença média entre as soluções ótimas. A Tabela 6.3 foi construída a partir dos resultados obtidos através de programação matemática, colônia de formigas com estratégia de requerimentos líquidos e colônia de formigas com estratégia híbrida e Tabela 6.6 com os tempos de execução de cada cenário em cada método.

Cenário	Função Objetivo		
	Métodos		
	PM	ACO-NR	ACO-HIB
2_1_2	154,82	143,99	143,99
2_2_2	2,86	2,86	2,86
2_2_4	2,22	2,55	2,22
3_2_4	44,64	67,16	42,78
3_3_5	2,52	5,22	4,35
4_3_3	8,28	47,4	9,23
4_4_7	1,81	16,63	5,93
10_4_7	84,33	216,84	84,09

Tabela 6.3 – Valores das funções objetivo.

Para a comparação dos métodos através das soluções, os valores da função objetivo foram normalizados de modo que todos tivessem a mesma grandeza. A normalização foi feita dividindo as soluções encontradas pelo maior valor de solução encontrado dentre os três métodos para cada cenário. A Tabela 6.4 mostra os valores já normalizados.

Cenário	Função Objetivo		
	Métodos		
	PM	ACO-NR	ACO-HIB
2_1_2	1	0,93	0,93
2_2_2	1	1	1
2_2_4	0,87	1	0,87
3_2_4	0,66	1	0,63
3_3_5	0,48	1	0,83
4_3_3	0,17	1	0,19
4_4_7	0,10	1	0,35
10_4_7	0,38	1	0,38
Somatórios	4,69	7,93	5,21
Médias	0,58	0,99	0,65
Quadrados	22	62,88	27,15
Soma dos quadrados	3,62	7,86	4,03

Tabela 6.4 – Dados normalizados para a análise de variância.

Quadro ANOVA					
Fonte de variação	Soma dos quadrados	Graus de liberdade	Quadrados médios	Fcalc	Fcritico
Entre	0,75	2	0,37	5,20	3,47
Residual	1,52	21	0,07		
Total	2,28	23			

Tabela 6.5 - Quadro ANOVA.

Através do teste “T” ou LSD de Fisher calculou-se a diferença mínima significativa (dms) entre as médias amostrais. Os resultados encontrados foram os seguintes:

$$dms = 0,280383$$

PM - ACO_HIB	0,06	< 0,28	não há diferença
ACO_NR - ACO_HIB	0,33	>0,28	existe diferença

Os métodos PM e ACO_HIB não possuem diferença entre si e como as médias desses métodos são menores que as do ACO_NR, PM e ACO_HIB são melhores que ACO_NR.

Quanto ao tempo computacional, os resultados são os seguintes:

cenário	Tempo Computacional (s)		
	Métodos		
	PM	ACO-NR	ACO-HIB
2_1_2	0	12	1
2_2_2	106	14	1
2_2_4	72	304	1
3_2_4	2368	1369	21
3_3_5	6300	167	207
4_3_3	390	487	158
4_4_7	3900	6301	9717
10_4_7	41040	2763	22330
Somatórios	54176	11417	32436
Médias	6772	1427,125	4054,5
Quadrados	$2,93 \times 10^9$	$1,3 \times 10^8$	$1,05 \times 10^9$
Soma dos quadrados	$1,74 \times 10^9$	49568745	$5,93 \times 10^8$

Tabela 6.6 - Tempo de execução.

Quadro ANOVA					
Fonte de variação	Soma dos quadrados	Graus de liberdade	Quadrados médios	Fcalc	Fcrítico
entre	0,78	2	0,39	2,43	3,47
residual	3,36	21	0,16		
total	4,14	23			

Tabela 6.7 - Quadro ANOVA.

Quanto ao tempo de execução, o teste “T” não constatou diferença significativa entre os métodos.

6.3 Tabela Resumo dos Resultados

A seguir são apresentados os resultados obtidos para os cenários estudados. Esses cenários estão declarados na sessão 4.4.

6.3.1 Melhores soluções encontradas para o cenário 2_2_4

- Programação matemática – valor da função objetivo: 2,22

Produto	Recurso	Período			
		1	2	3	4
1	1	2000	3000	1000	3500
	2	1000	0	3000	1000

2	1	0	0	4500	1500
	2	4500	4500	500	4500

Tabela 6.8 - MPS PM.

- **ACO requerimento líquidos - valor da função objetivo: 2,55**

Produto	Recurso	Período			
		1	2	3	4
1	1	3000	3500	0	0
	2	0	0	3500	4500
2	1	0	0	5000	6000
	2	4500	4500	0	0

Tabela 6.9 - MPS ACO NR.

- **ACO híbrido - valor da função objetivo: 2,55**

Produto	Recurso	Período			
		1	2	3	4
1	1	2000	2000	4000	4500
	2	1000	1000	0	0
2	1	3000	2000	0	0
	2	1500	2500	5000	6000

Tabela 6.10 - MPS Híbrido.

6.3.2 Melhores soluções encontradas para o cenário 4_4_7

- **Programação matemática - valor da função objetivo: 1,81**

Produto	Recurso	Período						
		1	2	3	4	5	6	7
1	1	1500	2000	500	4000	0	1500	1500
	2	1500	1000	3500	1500	2000	0	4500
	3	0	0	0	0	4000	4000	0
	4	0	0	0	0	0	0	0
2	1	4500	3000	4500	0	4500	2000	2500
	2	0	0	0	0	2500	6000	0
	3	0	0	1000	6000	0	0	6000
	4	0	1500	0	0	0	0	0
3	1	0	0	0	0	0	0	0
	2	0	0	0	0	0	0	0
	3	0	0	7000	0	0	0	0
	4	6500	6000	0	8000	7500	8000	8000
4	1	0	0	2000	0	4500	7000	8000
	2	0	0	0	1500	0	0	0
	3	2500	2500	0	0	0	0	0
	4	0	0	0	0	0	0	0

Tabela 6.11 – MPS obtido por PM.

- **ACO requerimentos líquidos - valor da função objetivo: 16,63**

Produto	Recurso	Período						
		1	2	3	4	5	6	7
1	1	0	5000	0	0	0	0	0
	2	0	0	0	5000	0	0	0
	3	0	0	0	0	0	5000	5000
	4	3500	0	5000	0	4500	0	0
2	1	5500	0	0	0	0	0	0
	2	0	0	0	0	7500	7500	7500
	3	0	0	5000	0	0	0	0
	4	0	4500	0	6500	0	0	0
3	1	0	0	6000	0	0	7000	7000
	2	0	0	0	0	0	0	0
	3	6500	7500	0	9000	8000	0	0
	4	0	0	0	0	0	0	0
4	1	0	0	0	1500	7000	0	0
	2	3500	0	3000	0	0	0	0
	3	0	0	0	0	0	0	0
	4	0	2500	0	0	0	8000	7000

Tabela 6.12 – MPS obtido por ACO NR.

- **ACO requerimentos líquidos - valor da função objetivo: 5,93**

Produto	Recurso	Período						
		1	2	3	4	5	6	7
1	1	0	5000	0	0	0	0	0
	2	0	0	0	5000	0	0	0
	3	0	0	0	0	0	5000	5000
	4	3500	0	5000	0	4500	0	0
2	1	5500	0	0	0	0	0	0
	2	0	0	0	0	7500	7500	7500
	3	0	0	5000	0	0	0	0
	4	0	4500	0	6500	0	0	0
3	1	0	0	6000	0	0	7000	7000
	2	0	0	0	0	0	0	0
	3	6500	7500	1000	9000	8000	0	0
	4	0	0	0	0	0	0	0
4	1	0	0	0	1500	7000	0	1000
	2	3500	0	3000	0	0	0	0
	3	0	0	0	0	0	0	0
	4	0	2500	0	0	0	8000	7000

Tabela 6.13 – MPS obtido por ACO híbrido.

6.3.3 Melhores soluções encontradas para o cenário 10_4_7

- Programação matemática - valor da função objetivo: 84,33

Produto	Recurso	Período						
		1	2	3	4	5	6	7
1	1	0	0	0	0	0	0	0
	2	1500	500	0	4000	500	500	3000
	3	2500	1500	1500	500	2000	0	0
	4	0	0	0	0	0	0	0
2	1	0	0	2500	1000	1000	500	2000
	2	0	0	0	0	0	0	0
	3	0	1500	0	0	0	1000	0
	4	0	0	0	0	0	0	0
3	1	0	500	500	0	0	0	0
	2	0	0	0	0	0	0	0
	3	0	0	0	0	0	0	0
	4	2500	2000	0	1500	0	500	2000
4	1	0	0	0	0	0	0	0
	2	500	1000	1000	500	1000	500	500
	3	0	0	0	0	1500	0	0
	4	1000	0	3500	500	3000	0	0
5	1	1000	0	0	3500	500	2500	500
	2	2000	500	2000	0	0	2000	1000
	3	0	2000	0	0	0	0	0
	4	0	0	0	0	0	0	0
6	1	1500	4500	0	0	500	500	2000
	2	0	0	0	0	0	0	0
	3	0	0	0	0	0	500	0
	4	0	0	0	0	0	0	0
7	1	500	0	0	0	0	0	0
	2	0	0	0	0	0	0	0
	3	0	0	0	0	0	0	0
	4	1500	3000	0	2000	0	1500	500
8	1	0	0	0	0	0	0	0
	2	500	1500	2000	500	1000	2000	0
	3	1000	0	0	0	0	0	0
	4	0	0	1500	1000	0	2000	1500
9	1	2000	0	0	500	2500	500	0
	2	500	1500	0	0	0	0	0
	3	500	0	3500	2500	500	0	2500
	4	0	0	0	0	0	0	0

10	1	0	0	2000	0	500	0	500
	2	0	0	0	0	0	0	0
	3	1000	0	0	2000	500	1500	1000
	4	0	0	0	0	0	0	0

Tabela 6.14 – MPS obtido por PM

- **ACO requerimentos líquidos – valor da função objetivo: 216,84**

Produto	Recurso	Período						
		1	2	3	4	5	6	7
1	1	0	2000	1000	0	500	0	0
	2	2500	1000	2000	0	750	0	3000
	3	0	0	2000	0	750	2000	0
	4	0	0	0	0	0	0	0
2	1	2000	0	1000	2000	0	2000	0
	2	0	0	0	0	0	0	0
	3	0	0	500	500	0	1000	0
	4	0	0	0	0	0	0	0
3	1	1000	0	0	0	750	0	500
	2	0	0	0	0	0	0	0
	3	0	0	0	0	0	0	0
	4	500	2000	0	500	500	0	0
4	1	0	0	0	0	0	0	0
	2	0	0	0	2000	0	3500	1500
	3	500	0	0	1500	0	0	0
	4	2000	0	0	2000	0	0	1000
5	1	0	500	1000	0	500	500	4000
	2	0	0	500	0	0	1500	0
	3	0	1500	1500	0	500	0	2000
	4	0	0	0	0	0	0	0
6	1	500	0	0	1000	500	500	0
	2	0	0	0	0	0	0	0
	3	0	1000	1000	1000	750	1000	0
	4	0	0	0	0	0	0	0
7	1	1500	2000	0	0	0	0	0
	2	0	0	0	0	0	0	0
	3	0	0	0	0	0	0	0
	4	500	2000	0	1000	750	0	2000
8	1	0	0	0	0	0	0	0
	2	1500	0	0	0	0	0	0
	3	0	0	0	1000	0	0	0
	4	1500	0	5000	1500	0	3500	0
9	1	0	500	0	0	750	1000	0
	2	0	2000	2000	3000	500	0	0

	3	4500	500	0	0	750	0	0
	4	0	0	0	0	0	0	0
10	1	0	0	1500	2000	500	500	500
	2	0	0	0	0	0	0	0
	3	0	2000	0	0	0	500	1500
	4	0	0	0	0	0	0	0

Tabela 6.15 – MPS obtido por ACO NR.

- **ACO híbrido - valor da função objetivo: 84,09**

Produto	Recurso	Período						
		1	2	3	4	5	6	7
1	1	500	0	0	0	0	0	0
	2	3500	2500	0	3500	0	1000	2000
	3	500	0	500	500	1000	1000	1500
	4	0	0	0	0	0	0	0
2	1	500	500	2000	0	2500	0	1000
	2	0	0	0	0	0	0	0
	3	2000	500	0	2000	0	1000	0
	4	0	0	0	0	0	0	0
3	1	500	1500	0	0	0	0	0
	2	0	0	0	0	0	0	0
	3	0	0	0	0	0	0	0
	4	2000	1000	0	2500	0	0	2000
4	1	0	0	0	0	0	0	0
	2	0	1000	3500	500	1500	1000	500
	3	0	0	0	500	0	500	0
	4	1500	0	500	500	0	2000	1000
5	1	0	0	1000	3000	0	0	2000
	2	0	1500	1500	0	0	1000	500
	3	500	0	0	0	1000	500	1000
	4	0	0	0	0	0	0	0
6	1	0	0	0	0	2500	0	0
	2	0	0	0	0	0	0	0
	3	0	2500	1500	2000	500	0	1000
	4	0	0	0	0	0	0	0
7	1	500	0	500	0	0	1500	0
	2	0	0	0	0	0	0	0
	3	0	0	0	0	0	0	0
	4	1500	4000	0	500	500	0	0
8	1	0	0	0	0	0	0	0
	2	1500	0	0	0	1500	1500	500
	3	0	500	0	0	0	500	0

	4	0	0	4500	1500	0	2000	500
9	1	0	3000	0	500	0	2500	1500
	2	0	0	0	1000	1000	0	500
	3	2000	500	3000	0	500	500	0
	4	0	0	0	0	0	0	0
10	1	2500	0	1500	1500	0	1000	500
	2	0	0	0	0	0	0	0
	3	0	1000	0	0	1000	0	1500
	4	0	0	0	0	0	0	0

Tabela 6.16 – MPS obtido por ACO híbrido.

7 CONCLUSÃO

O problema estudado nesse trabalho foi o planejamento mestre da produção. Esse problema consiste em decidir o que, quanto, quando e como produzir, ou seja, qual produto será produzido, qual a quantidade a ser produzida, quando será produzido e qual recurso produtivo será utilizado.

O objetivo desse trabalho foi resolver o problema de MPS usando programação matemática e a meta heurística colônia de formigas além de comparar os resultados obtidos procurando-se descobrir se ACO é de fato uma técnica que pode ser usada na solução de problemas de planejamento mestre.

Na implementação do ACO foram utilizadas duas abordagens na criação do espaço de busca: a estratégia baseada em requerimentos líquidos e a baseada na solução não inteira do problema (estratégia híbrida).

Aplicando o teste LSD (*least significant difference*) de Fisher (também chamado de teste “T”) nos resultados dos oito cenários resolvidos com as três técnicas, constatou-se que não existe diferença estatística em relação a qualidade das soluções obtidas através de programação matemática e de colônia de formigas usando a estratégia híbrida e que ACO com a estratégia de requerimentos líquidos mostrou-se pior que as outras duas técnicas. Em relação ao tempo de execução também não existe diferença estatística entre os métodos, mas pode-se notar na Tabela 6.6 que nos cenários pequenos o esforço computacional é menor com o uso da programação matemática, mas esse método é o mais demorado para os cenários maiores.

Também foram feitos testes estatísticos para comprovar o efeito dos parâmetros de configuração usados na programação do ACO. Dos sete parâmetros utilizados, o método atestou o efeito de cinco. São eles: o número de nós que formam o espaço de busca, o número de formigas, o número de viagens e a quantidade de feromônio inicial e a depositada durante a execução do programa. Segundo os testes o efeito evaporação mostrou-se sem efeito e isso pode ter ocorrido porque o programa iguala o feromônio de todos os *edges* quando todas as formigas convergem ou porque não foi encontrado um valor ótimo para essa evaporação. A função desse parâmetro é tirar a solução de um mínimo local.

As dificuldades encontradas durante o trabalho foram principalmente duas: a falta de artigos relacionados ao uso do ACO em problemas de MPS durante a fase de revisão da literatura e o alto tempo de execução dos testes nas máquinas disponíveis, pois o tempo computacional cresce exponencialmente em relação ao número de produtos, recursos e períodos.

Para resolver o problema do tempo computacional, duas soluções são propostas para trabalhos futuros: a quebra do cenário de produção em subcenários menores para resolvê-los separadamente e a criação dos nós de forma mais inteligente para que a região de busca fique mais restrita e o tempo de execução fique menor.

REFERÊNCIAS

- ARRUDA, D.; MARTINS, R.; COSENZA, C. *Modelagem do planejamento mestre da produção através do emprego de regras nebulosas*. XXXVI Encontro Nacional de Engenharia de Produção. 2006.
- BARBOZA, A. *Simulação e técnicas da computação evolucionária aplicadas a problemas de programação linear inteira mista*. 2005. Tese (Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica e Informática Industrial) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, PR.
- BERTAGLIA, P. *Logística e gerenciamento da cadeia de abastecimento*. São Paulo - SP: Saraiva, 2006.
- BLUM, C.; ROLI, A. *Metaheuristics in combinatorial optimization: overview and conceptual comparison*. ACM Computing Surveys v. 35, n. 3, p. 268–308, 2003.
- BRADLEY, S.; HAX, A.C.; MAGNANTI, T.L. *Applied mathematical programming*. Adison-Wesley Publishing Company, Estados Unidos da América, 1977.
- BURBIDGE, J. *Planejamento e controle da produção*. 2ª.ed. São Paulo, Atlas, 1988.
- BUSSIECK, M.; PRUESSNER, A. *Mixed-Integer Nonlinear Programming*. Fonte: <http://www.gamsworld.org/minlp/siagopt.pdf>. Acesso em 25 de fevereiro de 2008.
- CALEGARE, A. *Introdução ao delineamento de experimentos*. São Paulo - SP: Edgard Blücher, 2001.
- CAMPOS, A. *Escalonamento da produção: uma proposta de abordagem*. Dissertação (Programa de Pós Graduação em Engenharia de Produção) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, 2000.
- CAVALCANTE, E.; MORAES, W. *Programa mestre de produção: concepção teórica x aplicação prática na indústria de cervejas e refrigerantes*. Encontro Nacional de Pós Graduação e Pesquisa em Administração. 1998.
- CHERN, C; HSIEH, J. *A heuristic algorithm for master planning that satisfies multiple objectives*. Computers & Operations Research, v. 34, Iss. 11, p. 3491-3513, 2007.
- CORRÊA, C.; CORRÊA, H. *Administração de produção e operações: manufatura e serviços: uma abordagem estratégica*. São Paulo: Atlas, 2004.
- CORRÊA, H.; GIANESI, I.; CAON, M. *Planejamento, programação e controle da produção: MRP II/ ERP: conceitos, uso e implantação*. 4ª. ed. São Paulo - SP: Gianesi Corrêa & Associados, 2001.

- DANTZIG, G. B. (1963). *Linear Programming and extensions*, Princeton University Press, Princeton, N.J.
- DORIGO, M; MANIEZZO, V; COLORNI, A. *The Ant System: Optimization by a colony of cooperating agents*. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, v.26, n.1, p.1-13, 1996.
- DORIGO, M.; CARO, G. *The ant colony optimization: a new metaheuristic*, *Proceedings of the 1999 Congress on Evolutionary Computation - CEC'99*, p. 1470-1477. IEEE Press, 1999.
- FARIA, A; VIANA, F; RADE, D. *Amortecimento passivo de vibrações de materiais compostos laminados utilizando circuitos elétricos Shunt: Otimização dos parâmetros de sintonia dos circuitos Shunt utilizando métodos naturais de otimização*. 17º Simpósio do Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica. Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Mecânica. 2007
- GAITHER, N; FRAZIER, G. *Administração da produção e operações*. 8ª. ed. São Paulo: Pioneira, 2005.
- GAREY M; JOHNSON D, *Computers and Intractability*. Freeman, San Francisco, 1978.
- GOLDBARG, M; LUNA, H; *Otimização combinatória e programação linear*. 2ª. ed. Rio de Janeiro, RJ: Campus, 2005.
- GRAVES, S.C. *A Review of Production Scheduling*. Operations Research, v. 29, n. 4, 646-675, 1991.
- VENKATARAMAN, R; NATHAN, J; *Master Production Scheduling for a Process Industry Environment*. International Journal of Operations & Production Management; v. 14 Iss: 10; 1994.
- KOTH, M. *Programação linear para a elaboração do plano mestre de produção na indústria de moveis*. 2005. Dissertação (Programa de Pós Graduação em Métodos Numéricos) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba - PR.
- KREIPL, S.; PINEDO, M. *Planning and scheduling in supply chain: an overview of issues in practice*. Production and operation management, v. 13, Iss. 1, p 77-92, 2004.
- LÖHL, T.; SCHULZ, C.; ENGELL, S. *Sequencing of batch operations for a highly coupled production process: genetic algorithms versus mathematical programming*. Computers and Chemical Engineering, v. 22, supplement 1, p. 579 – 585. 1998.
- LUNA, H. *Sistemas de apoio à decisão: Manufatura Integrada por Computador*, p.83–100, 1995.
- MEGA, G; AKYAMA, M. *Otimização com colônias de formigas*. 2005. Seminário USP – 5758. São Paulo - SP

- MELO, M.; LIMA D.; PINHEIRO P. *Linear and non linear programming models for the processing of crackerbiscuit*. Congresso Ibero Americano de Tecnologia de Alimentos CIBIA, Valencia, Espanha, 2001.
- MOREIRA, D. *Administração da produção e operações*. São Paulo - SP: Pioneira, 1993.
- MORELLI, M. *Análise do uso de algoritmos genéticos na otimização do planejamento mestre da produção*. 2006. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção e Sistemas) – Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, PR.
- PARDALOS, P; ROMEIJN, H; e TUY H. Recent developments and trends in global optimization. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 124,209–228, 2000.
- PASTOR, R; ALTIMIRAS, J; MATEO, M. *Planning production using mathematical programming: The case of a woodturning company*. *Computers & Operations Research*. 2008.
- PETROVIC, S.; FAYAD, C. *A Genetic algorithm for job shop scheduling with Load balancing*. Australian Conference on Artificial Intelligence 2005: 339-348.
- PLOSSL, G. *Production and inventory control – principles and techniques*. 2nd. ed. Englewood Cliffs, N. J., Prentice-Hall, Inc., 1985. 443p.
- PROUD, J. F. *Master scheduling*. 2nd. ed. New York: John Wiley & Sons, Inc, 1999. 610 p.
- RIBAS, P. *Análise do uso de têmpera simulada na otimização do planejamento mestre da produção*. 2003. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção e Sistemas) – Pontifícia Universidade Federal do Paraná, Curitiba, PR
- RODRIGUES, W. *Metodologia Científica*, 2007. Fonte: http://www.ebras.bio.br/autor/aulas/metodologia_cientifica.pdf. Acesso em 25 de fevereiro de 2008.
- SILVER, E. A. & PETERSON, R., *Decision systems for inventory management and production planning*. New York, John Wiley & Sons, Inc., 1985. 722p.
- SLACK, N.; CHAMBERS, S.; JOHNSTON, R. *Administração da produção*. 2^a. ed. São Paulo, SP: Atlas, Brasil, 2002.
- SOCHA, K.; DORIGO, M. Ant colony optimization for continuous domain. *European Journal of Operational Research*, 185, pp. 1155 – 1173, 2008.
- SPAULDING, K. A. *Natural metaphoric optimization algorithms*. Master of Science in Engineering, The University of Texas at Austin, Austin, Estados Unidos da América.
- STEBEL, S. L. *Técnicas de otimização aplicadas em problemas de scheduling dos recursos de estocagem*, Tese de Doutorado, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba - PR. (2006).

- STÜTZLE, T; HOOS. H.H. *Max-Min ant system*. Future Generation Computer Systems, v. 16, n. 8, p. 889-914. 2000.
- TAUBE NETTO, M. *Matemática para a produtividade*. 2002. Acesso em 27 fev. 2007. Disponível em: <<http://www.comciencia.br/reportagens/modelagem/mod12.htm>>.
- TUBINO, D. F. *Manual de planejamento e controle da produção*. 2^a.ed. São Paulo, SP: Atlas, 1997.
- VAN der ZWAAN, S.; MARQUES, C. *Ant colony optimization for job shop scheduling*, In: Proceedings of the Third Workshop in Genetic Algorithms and Artificial Life (GAAL99). 1999.
- VIEIRA, G. RIBAS, P.C. *A new multi-objective optimization method for master production scheduling problems using simulated annealing*. International Journal Of Production Research, Inglaterra, v. 21, n. 42, p. 4609-4622, 2004.
- VOLLMANN, T. E; BERRY, W. L.; WHYBARK, D. C. e JACOBS, F.R. *Sistemas de planejamento e controle da produção*. 5^a.ed. Porto Alegre, RS: Bookman, 2006.
- ZACARELLI, S.B. *Programação e controle da produção*. 5^a ed. São Paulo: Livraria Pioneira, 1979. 292p.
- WILLIAMS, H. P. *Model building in mathematical programming*. John Wiley & Sons Ltd., Inglaterra, 1999.

APÊNDICE 1 – RESULTADOS DA FASE 1

A seguir estão descritos os resultados encontrados na fase 1 e os cálculos para se comprovar os efeitos de cada parâmetro. As fórmulas e deduções estão na Sessão 4.1.

Exp.	Fatores							Respostas					
	1	2	3	4	5	6	7	212	222	224	324	335	433
1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	156,56	3,44	3,56	176,4	34,75	72,77
2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	156,56	4,08	5,84	162,85	20,64	113,66
3	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	156,56	2,86	3,92	157,73	20,25	153,24
4	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	156,56	2,86	4,27	118,97	39,91	115,39
5	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	156,56	2,86	3,34	119,97	8,78	72,51
6	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	156,56	4,71	3,87	157,1	13,93	113,35
7	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	156,56	4,13	2,89	164,81	6,86	95,42
8	-1	-1	-1	-1	1	1	1	156,56	2,86	2,89	166,37	14,21	72,6
9	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	156,56	5,85	6	148,54	26,21	82,75
10	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	156,56	2,86	5,33	136,58	12,36	75,48
11	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	156,56	2,86	6,33	186,22	26,13	113,69
12	-1	-1	-1	1	-1	1	1	156,56	5,28	4,27	175,85	5,88	114,17
13	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	156,56	4,08	2,89	169,54	15,07	77,76
14	-1	-1	-1	1	1	-1	1	156,56	4,01	4,07	158,08	11,39	105,27
15	-1	-1	-1	1	1	1	-1	156,56	2,86	4,78	165,4	16,67	103,38
16	-1	-1	-1	1	1	1	1	156,56	4,08	3,67	150,03	14,42	119,85
17	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	156,56	3,44	3,56	162,93	13,66	143,19
18	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	156,56	2,86	6,12	174,33	16,13	74,16
19	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	156,56	2,86	4,69	151,48	21,1	74,54
20	-1	-1	1	-1	-1	1	1	156,56	2,86	4,08	158,56	20,78	77,06
21	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	156,56	3,44	3,6	135,56	34,33	103,87
22	-1	-1	1	-1	1	-1	1	156,56	2,86	2,55	141,25	13,34	105,1
23	-1	-1	1	-1	1	1	-1	156,56	2,86	3,6	127,33	9,65	77,55
24	-1	-1	1	-1	1	1	1	156,56	2,86	3,56	147,76	6,04	77,73
25	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	156,56	2,86	6,48	148,28	20,11	77,31
26	-1	-1	1	1	-1	-1	1	156,56	4,08	5,39	150,06	24,7	117,21
27	-1	-1	1	1	-1	1	-1	156,56	3,44	5,44	177,64	18,74	133,69
28	-1	-1	1	1	-1	1	1	156,56	4,08	4,92	128,64	9,72	105,62
29	-1	-1	1	1	1	-1	-1	156,56	5,28	3,03	141,73	23,95	71,89
30	-1	-1	1	1	1	-1	1	156,56	2,86	4,41	173,97	16,56	110,94
31	-1	-1	1	1	1	1	-1	156,56	2,86	3,93	167,09	7,74	118,96
32	-1	-1	1	1	1	1	1	156,56	3,44	2,9	145,35	11,9	112,29
33	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	156,56	2,86	3,22	150,41	8,62	76,78
34	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	156,56	2,86	3	150,22	21,64	83,63
35	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	156,56	2,86	3,22	119,94	8,85	76,83
36	-1	1	-1	-1	-1	1	1	156,56	2,86	4,23	150,73	17,04	104,21
37	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	156,56	2,86	2,55	149,52	7,92	70,14
38	-1	1	-1	-1	1	-1	1	156,56	2,86	4,63	142,67	6,17	107,55
39	-1	1	-1	-1	1	1	-1	156,56	2,86	3,34	142,15	8,03	104,92

Exp.	Fatores							Respostas					
	1	2	3	4	5	6	7	212	222	224	324	335	433
40	-1	1	-1	-1	1	1	1	156,56	2,86	2,89	143,08	11,1	73,78
41	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	156,56	3,44	5,01	143,01	18,65	69,81
42	-1	1	-1	1	-1	-1	1	156,56	3,44	5,84	173,33	19,34	109,79
43	-1	1	-1	1	-1	1	-1	156,56	2,86	3,9	82,94	14,13	87,78
44	-1	1	-1	1	-1	1	1	156,56	2,86	5,12	175,59	17,78	106,13
45	-1	1	-1	1	1	-1	-1	156,56	4,01	3,47	150,37	14,4	74,17
46	-1	1	-1	1	1	-1	1	156,56	2,86	6,46	126,6	11,46	99,03
47	-1	1	-1	1	1	1	-1	156,56	2,86	4,36	150,62	5,22	79,35
48	-1	1	-1	1	1	1	1	156,56	2,86	3,22	151,25	24,67	82,66
49	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	156,56	2,86	4,67	156,82	13,89	72,07
50	-1	1	1	-1	-1	-1	1	156,56	2,86	5,08	144,94	12,39	74,25
51	-1	1	1	-1	-1	1	-1	156,56	3,44	3,2	145,47	10,35	103,93
52	-1	1	1	-1	-1	1	1	156,56	2,86	3,96	182,45	9,79	84,44
53	-1	1	1	-1	1	-1	-1	156,56	2,86	2,55	141,75	15,45	68,82
54	-1	1	1	-1	1	-1	1	156,56	3,44	3,6	142,83	13,51	98,98
55	-1	1	1	-1	1	1	-1	156,56	2,86	2,89	155,08	12,46	100,53
56	-1	1	1	-1	1	1	1	156,56	2,86	3,26	125,85	20,93	109,87
57	-1	1	1	1	-1	-1	-1	156,56	4,13	4,12	158,24	15,66	96,55
58	-1	1	1	1	-1	-1	1	156,56	4,66	10,94	174,37	20,29	96,48
59	-1	1	1	1	-1	1	-1	156,56	3,44	5,43	134,05	13,22	73,72
60	-1	1	1	1	-1	1	1	156,56	3,44	5,12	149,51	21,67	98,6
61	-1	1	1	1	1	-1	-1	156,56	3,44	3,87	143,03	18,97	69,04
62	-1	1	1	1	1	-1	1	156,56	2,86	3,91	135,94	10,26	71,51
63	-1	1	1	1	1	1	-1	156,56	4,71	3	147,45	10,18	69,97
64	-1	1	1	1	1	1	1	156,56	2,86	4,41	134,56	15,3	77,82
65	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	156,14	5,61	7,46	94,37	18,17	215,22
66	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	150,79	6,75	5,98	70,58	14,59	74,21
67	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	150,79	6,75	9,9	112,96	17,13	124,29
68	1	-1	-1	-1	-1	1	1	143,99	9,94	11,21	102,46	14,71	80,88
69	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	143,99	4,58	7,12	76,07	17,4	124,63
70	1	-1	-1	-1	1	-1	1	143,99	2,86	6,22	110,79	15,39	132,35
71	1	-1	-1	-1	1	1	-1	150,79	4,66	4,86	101,48	13,07	60,58
72	1	-1	-1	-1	1	1	1	143,99	5,98	4,17	78,07	15,96	52,79
73	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	143,99	7,25	12,46	94,31	15,93	113,04
74	1	-1	-1	1	-1	-1	1	150,79	6,62	4,49	84,42	17,81	110,2
75	1	-1	-1	1	-1	1	-1	150,79	4,27	11,49	89,95	14,14	75,57
76	1	-1	-1	1	-1	1	1	143,99	6,6	7,09	93,53	16,61	127,39
77	1	-1	-1	1	1	-1	-1	150,79	8,02	3,83	92,41	13,34	162,18
78	1	-1	-1	1	1	-1	1	143,99	4,5	7,13	102,39	11,43	108,73
79	1	-1	-1	1	1	1	-1	143,99	6,05	2,87	88,97	17,06	58,98
80	1	-1	-1	1	1	1	1	143,99	6,55	6,66	74,8	13,93	71,03
81	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	158,76	3,44	5,91	86,87	18,81	100,77
82	1	-1	1	-1	-1	-1	1	143,99	3,7	7,06	119,39	16,69	98,58
83	1	-1	1	-1	-1	1	-1	150,79	2,86	8,37	82,53	17,13	131,69
84	1	-1	1	-1	-1	1	1	150,79	5,4	5,2	78,65	14,71	95,2
85	1	-1	1	-1	1	-1	-1	143,99	6,62	6,29	74,72	17,4	75,55
86	1	-1	1	-1	1	-1	1	143,99	3,44	3,95	85,78	15,39	83,98
87	1	-1	1	-1	1	1	-1	143,99	6,47	4,76	86,06	13,07	53,21

Exp.	Fatores							Resultados					
	1	2	3	4	5	6	7	212	222	224	324	335	433
88	1	-1	1	-1	1	1	1	143,99	5,48	3,35	82,31	15,96	55,8
89	1	-1	1	1	-1	-1	-1	150,79	4,13	4,69	110,86	15,96	130,18
90	1	-1	1	1	-1	-1	1	156,14	6,89	7,01	84,97	17,81	78,64
91	1	-1	1	1	-1	1	-1	150,79	5,33	9,36	108,3	14,14	79,44
92	1	-1	1	1	-1	1	1	150,79	6,32	8,85	79,87	16,61	89,53
93	1	-1	1	1	1	-1	-1	143,99	4,71	7,53	103,82	13,34	49,99
94	1	-1	1	1	1	-1	1	150,79	4,79	7,78	91,46	11,43	51,08
95	1	-1	1	1	1	1	-1	150,79	4,01	5,72	99,54	17,06	77,87
96	1	-1	1	1	1	1	1	143,99	3,85	5,91	82,33	13,93	173,62
97	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	150,79	5,98	5,59	69,13	15,65	97,18
98	1	1	-1	-1	-1	-1	1	150,79	4,71	8,4	95,43	18,35	56,21
99	1	1	-1	-1	-1	1	-1	150,79	4,08	5,3	9133	12,52	89,82
100	1	1	-1	-1	-1	1	1	150,79	6,96	6,24	104,04	13,15	63,24
101	1	1	-1	-1	1	-1	-1	143,99	4,71	3,9	80,84	14,25	74,94
102	1	1	-1	-1	1	-1	1	143,99	3,44	6,08	73,7	14,34	87,95
103	1	1	-1	-1	1	1	-1	143,99	3,85	3,56	86,41	14,71	97,78
104	1	1	-1	-1	1	1	1	143,99	4,22	4,25	72,28	17,4	137,2
105	1	1	-1	1	-1	-1	-1	150,79	5,35	7,07	96,68	16,19	60,25
106	1	1	-1	1	-1	-1	1	150,79	6,62	8,15	102,27	13,46	144,99
107	1	1	-1	1	-1	1	-1	156,14	5,9	7,43	67,16	13,26	79,39
108	1	1	-1	1	-1	1	1	150,79	7,25	6,68	73,67	18,1	79,16
109	1	1	-1	1	1	-1	-1	150,79	5,93	7,6	94,78	15,66	120,86
110	1	1	-1	1	1	-1	1	143,99	8,64	6,81	81,9	14,63	79,23
111	1	1	-1	1	1	1	-1	150,79	4,71	6,43	68,65	13,08	62,66
112	1	1	-1	1	1	1	1	150,79	3,44	8,09	85,53	17,83	75,7
113	1	1	1	-1	-1	-1	-1	150,79	4,55	7,69	93,12	15,65	205,32
114	1	1	1	-1	-1	-1	1	150,79	2,86	8,04	79,83	18,35	115,24
115	1	1	1	-1	-1	1	-1	156,14	3,44	5,82	92,95	12,52	58,31
116	1	1	1	-1	-1	1	1	156,56	2,86	6,56	105,39	13,15	85,25
117	1	1	1	-1	1	-1	-1	143,99	2,86	5,15	77,24	14,25	60,24
118	1	1	1	-1	1	-1	1	143,99	3,44	4,06	80,23	14,34	86,24
119	1	1	1	-1	1	1	-1	143,99	2,86	4,41	83,45	10,67	77,29
120	1	1	1	-1	1	1	1	143,99	2,86	4,29	74,23	12,69	78,84
121	1	1	1	1	-1	-1	-1	150,79	4,13	6,7	77,19	15,2	60,62
122	1	1	1	1	-1	-1	1	158,34	4,66	5,96	86,57	14,06	47,4
123	1	1	1	1	-1	1	-1	143,99	3,44	5,73	98,71	13,06	89,64
124	1	1	1	1	-1	1	1	158,24	3,44	8,44	98,71	15,85	81,37
125	1	1	1	1	1	-1	-1	150,79	3,44	3,22	97,29	16,56	56,38
126	1	1	1	1	1	-1	1	143,99	2,86	5,79	86,65	7,74	59,88
127	1	1	1	1	1	1	-1	143,99	4,71	5,8	79,09	11,9	58,21
128	1	1	1	1	1	1	1	150,79	2,86	5,03	90,3	8,62	75,48

APÊNDICE 2 – CENÁRIOS

Cenário 2_1_2

Número de produtos: 2

Numero de recursos: 1

Numero de períodos: 2

Capacidade de tempo por período:

	Período	
	1	2
Capacidade (h)	50	50

Taxa de produção:

	Produto	
	1	2
Taxa (un/h)	100	150

Estoque inicial:

	Produto	
	1	2
Unidades	0	0

Demanda:

Produto	Período	
	1	2
1	2700	3300
2	4200	4500

Lote de produção:

Produto	Período	
	1	2
1	500	500
2	500	500

Estoque de segurança:

Produto	Período	
	1	2
1	1000	1000
2	1000	1000

Capacidade de tempo por recurso:

	Período	
	1	2
Recurso 1	40	40

Soluções ótimas do cenário 2_1_2

- **Programação matemática** - valor da função objetivo: 154, 82

Produto	Recurso	Período	
		1	2
1	1	2000	2000
2	1	4000	4500

- **ACO requerimentos líquidos** - valor da função objetivo: 143, 99

Produto	Recurso	Período	
		1	2
1	1	2000	2000
2	1	4500	4500

- **ACO híbrido** - valor da função objetivo: 143, 99

Produto	Recurso	Período	
		1	2
1	1	2000	2000
2	1	4500	4500

Cenário 2_2_2

Número de produtos: 2

Numero de recursos: 2

Numero de períodos: 2

Capacidade de tempo por período:

	Período	
	1	2
Capacidade (h)	50	50

Taxa de produção:

Recurso	Produto	
	1	2
1	100	150
2	100	150

Estoque inicial:

	Produto	
	1	2
Unidades	0	0

Demanda:

Produto	Período	
	1	2
1	2700	3300
2	4200	4500

Lote de produção:

Produto	Período	
	1	2
1	500	500
2	500	500

Estoque de segurança:

Produto	Período	
	1	2
1	1000	1000
2	1000	1000

Capacidade de tempo por recurso:

Recurso	Período	
	1	2
1	40	40
2	40	40

Soluções ótimas do cenário 2_2_2

- **Programação matemática** - valor da função objetivo: 2,86

Produto	Recurso	Período	
		1	2
1	1	3000	3000
	2	0	0
2	1	1500	1500
	2	3000	3000

- **ACO requerimentos líquidos** - valor da função objetivo: 2,86

Produto	Recurso	Período	
		1	2
1	1	0	0
	2	3000	3000
2	1	4500	4500
	2	0	0

- **ACO híbrido** - valor da função objetivo: 2,86

Produto	Recurso	Período	
		1	2
1	1	3000	3000
	2	0	0
2	1	4500	4500
	2	0	0

Cenário 3_2_4

Número de produtos: 3

Numero de recursos: 2

Numero de períodos: 4

Capacidade de tempo por período:

	Período			
	1	2	3	4
Capacidade (h)	50	50	50	50

Taxa de produção:

Recurso	Produto		
	1	2	3
1	100	150	200
2	100	150	200

Estoque inicial:

	Produto		
	1	2	3
Unidades	0	0	0

Demanda:

Produto	Período			
	1	2	3	4
1	2700	3300	4000	4300
2	4200	4500	4950	6300
3	6400	6000	6400	8400

Lote de produção:

Produto	Período			
	1	2	3	4
1	500	500	500	500
2	500	500	500	500
3	500	500	500	500

Estoque de segurança:

Produto	Período			
	1	2	3	4
1	1000	1000	1000	1000
2	1000	1000	1000	1000
3	1000	1000	1000	1000

Capacidade de tempo por recurso:

Recurso	Período			
	1	2	3	4
1	40	40	40	40
2	40	40	40	40

Soluções ótimas do cenário 3_2_4

- **Programação matemática** - valor da função objetivo: 44,64

Produto	Recurso	Período			
		1	2	3	4
1	1	0	0	1500	1000
	2	4000	4000	1500	500
2	1	2500	3000	0	6000
	2	1500	1500	5000	0
3	1	6500	6000	6500	0
	2	0	0	0	8500

- **ACO requerimentos líquidos** - valor da função objetivo: 67,16

Produto	Recurso	Período			
		1	2	3	4
1	1	2500	0	1000	1500
	2	2000	1000	0	0
2	1	3500	0	0	0
	2	0	4500	5000	7000
3	1	0	7000	7500	7500
	2	6000	0	0	0

- **ACO híbrido** - valor da função objetivo: 42,78

Produto	Recurso	Período			
		1	2	3	4
1	1	0	0	2000	1000
	2	3500	3500	2000	1000
2	1	3000	3000	0	5500
	2	2000	2000	4500	0
3	1	6000	6000	6000	500
	2	0	0	0	8000

Cenário 3_3_5

Número de produtos: 3

Numero de recursos: 3

Numero de períodos: 5

Capacidade de tempo por período:

	Período				
	1	2	3	4	5
Capacidade (h)	50	50	50	50	50

Taxa de produção:

Recurso	Produto		
	1	2	3
1	100	150	200
2	100	150	200
3	100	150	200

Estoque inicial:

	Produto		
	1	2	3
Unidades	0	0	0

Demanda:

Produto	Período				
	1	2	3	4	5
1	2700	3300	4000	4300	5300
2	4200	4500	4950	6300	6300
3	6400	6000	6400	8400	7600

Lote de produção:

Produto	Período			
	1	2	3	4
1	500	500	500	500
2	500	500	500	500
3	500	500	500	500

Estoque de segurança:

Produto	Período				
	1	2	3	4	5
1	1000	1000	1000	1000	1000
2	1000	1000	1000	1000	1000
3	1000	1000	1000	1000	1000

Capacidade de tempo por recurso:

Recurso	Período			
	1	2	3	4
1	40	40	40	40
2	40	40	40	40
3	40	40	40	40

Soluções ótimas do cenário 3_3_5

- **Programação matemática** - valor da função objetivo: 2,52

Produto	Recurso	Período				
		1	2	3	4	5
1	1	500	2500	1000	500	1500
	2	0	500	2500	3000	0
	3	2500	0	1000	500	4000
2	1	3000	1500	3500	0	0
	2	1000	2500	500	1500	6500
	3	500	500	1500	4000	0
3	1	3000	1000	1500	7000	7000
	2	500	3000	1500	0	500
	3	3000	2000	3500	1500	0

- **ACO requerimentos líquidos** - valor da função objetivo: 5,88

Produto	Recurso	Período				
		1	2	3	4	5
1	1	4000	0	0	0	0
	2	0	0	0	0	0
	3	0	3500	3500	4500	4500
2	1	0	4500	6000	7000	0
	2	5000	0	0	0	7000
	3	0	0	0	0	0
3	1	0	0	0	0	7000
	2	0	6500	6000	8500	0
	3	7000	0	0	0	0

- **ACO híbrido** - valor da função objetivo: 4,35

Produto	Recurso	Período				
		1	2	3	4	5
1	1	500	2500	1000	0	1000
	2	500	1000	2000	3500	0
	3	2500	1500	1500	500	3500
2	1	3500	2000	4000	0	0
	2	1500	2000	500	1500	6500
	3	0	0	1000	4000	0
3	1	3000	1500	1000	6500	7000
	2	1000	2500	1500	0	0
	3	3000	2500	3500	2000	0

Cenário 4_3_3

Número de produtos: 4

Numero de recursos: 3

Numero de períodos: 3

Capacidade de tempo por período:

	Período			
	1	2	3	4
Capacidade (h)	50	50	50	50

Taxa de produção:

Recurso	Produto			
	1	2	3	4
1	100	100	100	100
2	100	100	0	0
3	100	100	0	0

Estoque inicial:

	Produto			
	1	2	3	4
Unidades	10	0	30	5

Demanda:

Produto	Período		
	1	2	3
1	4000	2000	2000
2	2000	14000	2000
3	2000	3000	0
4	1500	0	5000

Lote de produção:

Produto	Período		
	1	2	3
1	100	100	100
2	100	100	100
3	100	100	100
4	100	100	100

Estoque de segurança:

Produto	Período		
	1	2	3
1	3	5	50
2	3	5	50
3	3	5	50
4	3	5	50

Capacidade de tempo por recurso:

Recurso	Período		
	1	2	3
1	40	40	40
2	40	40	40
3	40	40	40

Soluções ótimas do cenário 4_3_4

- Programação matemática - valor da função objetivo: 9,23

Produto	Recurso	Período		
		1	2	3
1	1	0	0	0
	2	5000	1000	1800
	3	0	0	300
2	1	3200	4900	0
	2	0	2800	2000

	3	100	5000	100
3	1	200	0	0
	2	2000	2800	100
	3	0	0	0
4	1	600	0	3500
	2	900	0	1600
	3	0	0	0

- **ACO requerimentos líquidos** - valor da função objetivo: 47,4

Produto	Recurso	Período		
		1	2	3
1	1	0	2000	0
	2	4000	0	2100
	3	0	0	0
2	1	1800	0	0
	2	0	5000	1900
	3	2100	5000	1900
3	1	1900	3000	0
	2	0	0	0
	3	0	0	0
4	1	1300	0	5000
	2	0	0	0
	3	0	0	0

- **ACO híbrido** - valor da função objetivo: 9,23

Produto	Recurso	Período		
		1	2	3
1	1	0	1900	0
	2	100	0	1900
	3	4000	0	300
2	1	200	1000	100
	2	4800	5000	2100
	3	0	5000	100
3	1	3100	2000	0
	2	0	0	0
	3	0	0	0
4	1	1600	100	4800
	2	0	0	0
	3	0	0	0