

**Pontifícia Universidade Católica do Paraná**  
Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica

---

Dissertação

Apresentada à PUCPR como requisito para obtenção do título de

Mestre em Ciências

por

Key Fonseca de Lima

---

**ANÁLISE NUMÉRICA E EXPERIMENTAL  
DE SILENCIADORES VEICULARES**

---

Banca Examinadora

Orientador:

Prof.: Dr. Nilson Barbieri PUCPR

Co-orientador

Prof.: Dr. Renato Barbieri PUCPR

Examindores

Prof.: Dr. Moyses Zindeluk UFRJ

Prof.: Dr. Paulo Henrique Trombeta Zannin UFPR

Curitiba, 22 de Junho de 2001



**KEY FONSECA DE LIMA**

**ANÁLISE NUMÉRICA E EXPERIMENTAL DE  
SILENCIADORES VEICULARES**

**Dissertação apresentada como requisito  
à obtenção do grau de Mestre em  
Engenharia Mecânica, do curso de pós-  
graduação em Engenharia Mecânica da  
Pontifícia Universidade Católica do  
Paraná - PUCPR.**

**Orientador: Prof. Dr. Nilson Barbieri.**

**CURITIBA  
2001**

## *Dedicatória*

A Eloisa, fonte eterna de minha inspiração.

## *Agradecimentos*

- Aos meus PAIS que me deram condições para que eu pudesse concluir os meus estudos;
- Aos meus orientadores, Prof. Nilson Barbieri e Renato Barbieri, não somente pela paciência, dedicação e orientação prestada, mas sim, pela grande amizade formada nesses 2 anos de trabalho;
- Ao Prof. João Elias Abdalla Filho pelo companheirismo e orientação;
- Aos meus companheiros do mestrado, professores, funcionários e mestrandos que contribuíram direta ou indiretamente para conclusão deste trabalho;
- A Wiest Escapamentos pelo fornecimento dos modelos estudados;
- A G&J pelo fornecimento de modelos e moldes em fibra;
- À DEUS por me dar força nesta etapa de minha vida.

## *Lista de Figuras*

Figura 3.1.	Silenciador reativo.	11
Figura 3.2.	Silenciador dissipativo.	11
Figura 3.3.	Silenciador ativo.	12
Figura 3.4.	Perda de inserção.	13
Figura 3.5.	Perda de transmissão.	13
Figura 3.6.	Redução de ruído.	14
Figura 4.1.	Sistema de coordenadas cartesianas num duto retangular.	20
Figura 4.2.	Sistema de coordenadas cilíndricas num duto circular.	23
Figura 4.3	Linhas nodais para distribuição transversal de pressão num duto retangular para $m=3$ e $n=3$ modos de ordem superior.	26
Figura 4.4	Linhas nodais para distribuição transversal de pressão num duto retangular para $m=3$ e $n=3$ modos de ordem superior.	27
Figura 5.1.	Referencial de coordenadas cilíndricas.	29
Figura 5.2.	Elemento triangular linear.	35
Figura 5.3.	Elemento triangular quadrático.	36
Figura 5.4.	Elemento hexaédrico linear de 8 nós.	41
Figura 5.5.	Elemento hexaédrico quadrático de 20 nós.	42
Figura 5.4.	Elemento hexaédrico quadrático de 27 nós.	43
Figura 6.1.	Fluxograma de avaliação da perda de transmissão, TL.	46
Figura 6.2.	Método dos Quatro Parâmetros.	47
Figura 7.1.	Método dos Dois Microfones.	52
Figura 7.2.	Método dos Três-pontos.	57
Figura 8.1.	Comportamento da pressão sonora num meio unidimensional.	63
Figura 8.2.	Modelo estudado por Kimura (1995).	65
Figura 8.3.	Malha de elementos triangulares.	66

Figura 8.4. Malha de elementos hexaédricos quadráticos (detalhe do contorno) e propriedades do meio.	66
Figura 8.5. Comparativo dos resultados.	67
Figura 8.6. Comparativo das respostas de elementos finitos.	68
Figura 8.7. Pressão sonora no interior do silenciador estudado por Kimura (1995).	69
Figura 8.8. Pressão sonora no interior do silenciador estudado por Kimura (1995).	70
Figura 8.9. Pressão sonora no interior do silenciador estudado por Kimura (1995).	71
Figura 8.10. Pressão sonora no interior do silenciador estudado por Kimura (1995).	72
Figura 8.11. Pressão sonora no interior do silenciador estudado por Kimura (1995).	73
Figura 8.12. Pressão sonora no interior do silenciador estudado por Kimura (1995).	74
Figura 8.13. Silenciador de câmara de expansão simples.	75
Figura 8.14. Malha de elementos finitos e propriedades do meio.	76
Figura 8.15. Comparativo entre os resultados para o modelo 1.	78
Figura 8.16. Pressão sonora no interior do modelo 1.	79
Figura 8.17. Pressão sonora no interior do modelo 1.	80
Figura 8.18. Pressão sonora no interior do modelo 1.	81
Figura 8.19. Pressão sonora no interior do modelo 1.	82
Figura 8.20. Pressão sonora no interior do modelo 1.	83
Figura 8.21. Pressão sonora no interior do modelo 1.	84
Figura 8.22. Silenciador com duto interno perfurado com furos de diâmetro 5 mm.	85
Figura 8.23. Silenciador com duto interno perfurado com furos de diâmetro 10 mm.	85
Figura 8.24. Malha de elementos hexaédricos quadráticos (detalhe do contorno) e propriedades do meio – modelo 2.	86

Figura 8.25. Malha de elementos hexaédricos quadráticos (detalhe do contorno) e propriedades do meio – modelo 3.	87
Figura 8.26. Perda de transmissão para o modelo 2.	88
Figura 8.27. Perda de transmissão para o modelo 3.	89
Figura 8.28. Pressão sonora no interior do modelo 2 – vista posterior.	90
Figura 8.29. Pressão sonora no interior do modelo 2 – vista frontal.	91
Figura 8.30. Pressão sonora no interior do modelo 2 – detalhe do início do duto perfurado.	92
Figura 8.31. Pressão sonora no interior do modelo 2 – vista posterior.	93
Figura 8.32. Pressão sonora no interior do modelo 2 – vista frontal.	94
Figura 8.33. Pressão sonora no interior do modelo 2 – detalhe do início do duto perfurado.	95
Figura 8.34. Pressão sonora no interior do modelo 2 – detalhe do final do duto perfurado.	96
Figura 8.35. Pressão sonora no interior do modelo 2 – vista posterior.	97
Figura 8.36. Pressão sonora no interior do modelo 2 – vista frontal.	98
Figura 8.37. Pressão sonora no interior do modelo 2 – detalhe do início do duto perfurado.	99
Figura 8.38. Pressão sonora no interior do modelo 2 – detalhe do final do duto perfurado.	100
Figura 8.39. Pressão sonora no interior do modelo 3 – vista posterior.	101
Figura 8.40. Pressão sonora no interior do modelo 3 – vista frontal.	102
Figura 8.41. Pressão sonora no interior do modelo 3 – detalhe do início do duto perfurado.	103
Figura 8.42. Pressão sonora no interior do modelo 3 – detalhe do final do duto perfurado.	104
Figura 8.43. Pressão sonora no interior do modelo 3 – vista posterior.	105
Figura 8.44. Pressão sonora no interior do modelo 3 – vista frontal.	106
Figura 8.45. Pressão sonora no interior do modelo 3 – detalhe do início do duto perfurado.	107

Figura 8.46. Pressão sonora no interior do modelo 3 – detalhe do final do duto perfurado.	108
Figura 8.47. Pressão sonora no interior do modelo 3 – vista posterior.	109
Figura 8.48. Pressão sonora no interior do modelo 3 – vista frontal.	110
Figura 8.49. Pressão sonora no interior do modelo 3 – detalhe do início do duto perfurado.	111
Figura 8.50. Pressão sonora no interior do modelo 3 – detalhe do final do duto perfurado.	112
Figura 8.51. Esquema simplificado do sistema de medição utilizado.	113
Figura 8.52. Sistema de medição.	115
Figura 8.53. Comparativo FEM × Medição experimental para o modelo 1.	117
Figura 8.54. Comparativo FEM × Medição experimental para o modelo 2.	117
Figura 8.55. Comparativo FEM × Medição experimental para o modelo 2.	118
Figura 8.56. Comparativo FEM × Medição experimental para o modelo 3.	118
Figura 8.57. Comparativo FEM × Medição experimental para o modelo 3.	119

## *Lista de Tabelas*

Tabela 8.1.	Comparativo do Erro% na amplitude em $x=L$ .	64
Tabela 8.2.	Aspectos computacionais utilizados.	114
Tabela 8.3.	Frequência de corte dos modelos utilizados.	115

## ***Resumo***

Com o aumento da densidade de veículos e conseqüentemente da poluição sonora urbana, faz-se a necessidade de projetar silenciadores mais compactos e eficientes. Nesta dissertação, apresenta-se o estudo do desempenho de algumas configurações de silenciadores automotivos com ênfase especial para silenciadores perfurados.

Utiliza-se da análise computacional através de um aplicativo próprio desenvolvido, que usa como ferramenta o Método dos Elementos Finitos. O aplicativo avalia o desempenho do silenciador através do Método dos Quatro Parâmetros Modificado, fazendo a análise com elementos bidimensionais e tridimensionais; lineares e quadráticos. A validação do aplicativo foi realizada através do estudo de silenciadores de câmara de expansão simples.

Dados experimentais foram obtidos através do Método dos Dois Microfones e da Técnica de Medição dos Três Pontos para avaliar a perda de transmissão dos silenciadores. Tal estudo tem a finalidade de comparar os resultados experimentais com a análise computacional para validação dos modelos numéricos.

## ***Abstract***

With the increasing vehicles density and the urban sound pollution, the exhaust mufflers require be more compact and efficient. In this dissertation, the mufflers performance of some configurations, with special emphasis for perforated ducts is verified. This study utilizes the computational analysis through a own computer program developed to predict the acoustical performance. The computer program uses the Finite Element Method (FEM) to numerical simulation, with the improved method for deriving the four-pole parameter. In addition, the FEM analysis is made with two-dimensional and three-dimensional investigation using linear and quadratic elements. The validation of the computer program was verified with the study of concentric expansion chamber.

Experimental data are obtained through the Two Microphones Method and Three-Point Method to evaluate the transmission loss of the mufflers. This study has the purpose of evaluate the experimental results obtained with the different techniques of measurements. In another study, the experimental results were compared with the computational analysis that utilizes the Finite Element Method to validate the numerical models.

# *Capítulo 1*

## *Introdução*

Com o aumento da densidade de veículos e conseqüentemente da poluição sonora urbana, o estudo da redução de ruído de motores automotivos tornou-se de grande importância. Para isto, é necessário inserir um filtro acústico na saída do sistema de exaustão de gases do motor, chamado de silenciador ou abafador acústico.

Na concepção do projeto de um veículo, o sistema de exaustão é o último a ser considerado, e por esta razão, o silenciador deve ser adaptado ao espaço destinado a sua colocação. Isto faz a necessidade de modelos mais compactos e eficientes. Tais silenciadores devem, também, atender os requisitos da legislação ambiental, que cada vez são mais rigorosos.

Têm-se conseguido muitos avanços na teoria dos filtros acústicos e no projeto de silenciadores automobilísticos nestas quatro últimas décadas. Porém, os modelos teóricos são limitados à geometrias relativamente simples e à propagação de ondas planas no interior do silenciador, ou seja, na faixa de frequência em que o comprimento de onda é maior que a maior dimensão da seção transversal. Esta teoria tem sido amplamente utilizada na análise unidimensional. Atualmente, os silenciadores possuem grandes dimensões transversais e as mais complexas formas. Possuem algumas regiões em que a teoria unidimensional não pode ser aplicada para se obterem as propriedades características, devido ao fato de que existe a propagação de ondas não planas. Tal efeito, causa uma considerável diferença entre os resultados da teoria de onda plana e os resultados experimentais. Os métodos analíticos envolvem

uma álgebra complexa e não são aplicáveis para silenciosos com geometrias irregulares e complexas.

Com o avanço tecnológico ocorreu o surgimento de uma grande variedade de técnicas computacionais que tornaram possível a solução de inúmeros problemas de engenharia. Com isto, tornou-se possível prever a eficiência de um silenciador na fase de projeto através da análise numérica, o que possibilitou a fabricação de silenciadores mais eficientes, compactos e de menor custo aliados a um menor tempo de desenvolvimento, o que é um requisito fundamental.

Os métodos numéricos não são restritos a modelos unidimensionais e podem ser adaptados facilmente para silenciadores com qualquer geometria. O Método dos Elementos Finitos (FEM) é o mais empregado, e pode ser utilizado para prever a performance acústica de dutos e silenciadores. Pode-se através da utilização do FEM atingir uma maior faixa de frequências de estudo, sendo que a precisão dos resultados está relacionada com a discretização adequada do modelo e a correta implementação das condições de contorno.

Este trabalho consiste na utilização de um aplicativo próprio desenvolvido, que utiliza como ferramenta computacional o Método dos Elementos Finitos, para prever o desempenho de algumas configurações de silenciadores, descrito no Capítulo 6. Somente utilizando a análise computacional não se pode assegurar a precisão dos resultados. Desta forma, uma bancada de teste foi construída para realizar a medição acústica dos silenciadores afim de que os resultados experimentais pudessem ser obtidos. Os métodos de medição adotados neste trabalho são o Método dos Dois Microfones e a Técnica dos Três-Pontos, descritos no Capítulo 7.

Na análise final, comparam-se os resultados provenientes da simulação numérica e das medições experimentais para verificação da precisão das predições obtidas.

## ***Capítulo 2***

### ***Revisão Bibliográfica***

#### ***2.1 Introdução***

Os sistema de exaustão de motores de combustão interna é um dos maiores responsáveis pela poluição sonora ambiental. Entretanto, somente a partir dos anos 50 foi alcançado algum progresso no estudo de silenciadores veiculares com o desenvolvimento de novas teorias e sistemas de medição.

Com o desenvolvimento de técnicas computacionais e com computadores com alta capacidade de processamento, tornou-se possível predizer o desempenho acústico de silenciadores com maior rapidez e precisão. O desenvolvimento tecnológico trouxe também modernos sistemas eletrônicos de medição que tornaram os experimentos mais simples, rápidos e eficientes.

Neste capítulo será feita uma breve revisão das técnicas numéricas disponíveis e das técnicas de medição desenvolvidas para predizer o desempenho de silenciadores veiculares.

#### ***2.2 Método dos Elementos Finitos (FEM)***

A análise acústica através do método de elementos finitos (FEM, “*Finite Element Method*”) foi primeiramente utilizado por Gladwell (1965). Entretanto, a análise de propagação de ondas em silenciadores para um meio estacionário com o FEM foi realmente iniciada por Young e Crocker (1975), na predição da perda de

transmissão de uma câmara de expansão simples. Os resultados numéricos foram considerados bons quando comparados com as predições da teoria da onda plana. Seus resultados mostraram que com o aumento do número de elementos usados na discretização do modelo os resultados via FEM tendem a convergir. Mais tarde, Young e Crocker (1976) estudaram câmaras de fluxo reverso com elementos retangulares com espessura variável e obtiveram bons resultados comparando-se os resultados numéricos com medições experimentais.

Neste mesmo ano Craggs (1976), utilizando uma formulação com elementos hexaédricos, analisou diversas configurações de silenciadores. Craggs (1977) utilizou o FEM para analisar câmaras de expansão simples com paredes internas revestidas de materiais absorventes.

Mais tarde, Craggs (1986) apresentou uma nova formulação para materiais absorventes, na qual a resistividade e a densidade efetiva do ar se movendo no interior dos poros do material podiam variar com a frequência. Nesse estudo foi modelada uma sala retangular, com uma das paredes recoberta com material absorvente, obtendo uma boa concordância entre os resultados numéricos e experimentais.

A maioria dos silenciadores automotivos faz uso de elementos perfurados para melhorar seu desempenho. Ross (1981), propôs uma expressão de energia aplicada à análise de elementos finitos, baseado num sistema adjunto que ganha a energia que o sistema real perde, em componentes de silenciadores perfurados. Nesse trabalho foram analisados numericamente e experimentalmente escapamentos veiculares obtendo-se uma boa concordância entre os resultados.

Sahasradube et al. (1991), desenvolveram uma técnica para solução de elementos finitos. Utilizaram o princípio da subestrutura, a técnica da matriz de transferência e a técnica da matriz rigidez condensada numa análise tridimensional de um silenciador de câmara de expansão simples. Nesta análise foram utilizados elementos isoparamétricos hexaédricos de 20 nós e prismáticos de 15 nós, para modelar os silenciadores. Os resultados provenientes desse estudo foram comparados a uma análise experimental e apresentaram boa concordância.

Kimura et al. (1994) conseguiram ótimos resultados na predição da perda de transmissão no estudo de um silenciador de câmara de expansão simples, através do método dos elementos finitos e com o método dos elementos de contorno, BEM (“*Bondary Element Method*”). Tais resultados foram validados experimentalmente com o método de um microfone. Novamente, Kimura (1995) analisou a perda de transmissão estudando diversas formas de silenciadores automotivos, incluindo os silenciadores com dutos internos perfurados. Tal estudo foi validado com uma análise experimental através do método de um microfone obtendo boa concordância entre os resultados.

Peat e Rathi (1995), neste mesmo ano, apresentaram duas formulações para o estudo de silenciadores dissipativos. Nesse trabalho analisaram o campo sonoro de um duto com fluxo com alta velocidade, recoberto em seu contorno com material poroso, absorvente, anisotrópico e não homogêneo.

Mais recentemente, Betts (1998), analisou através do método dos elementos finitos a influência do refino de malha, da distorção do elemento, da ordem das funções de interpolação e das condições de contorno sobre a resposta numérica em dutos circulares com elementos retangulares de 4 e 8 nós.

### ***2.3 Matriz de Transferência***

Somente no final dos anos 50, em trabalhos publicados por Igarashi et al. (1958-60), é que os cálculos das propriedades de silenciadores começaram a ser feitos utilizando a analogia eletro-acústica. Nesses estudos, a pressão sonora e a velocidade de volume são relacionadas antes e após o silenciador através de uma multiplicação de matrizes referente a cada elemento básico formador do silenciador. Também conhecida como matriz dos quatro parâmetros ou matriz dos quatro pólos, são compostas de quatro elementos que representam cada seção básica. Algumas matrizes para elementos básicos de silenciadores foram obtidas por Igarashi et al. (1958-60), e por Fukuda et al. (1963-70). A partir daí muitos trabalhos foram publicados na obtenção dessa matrizes.

Mais recentemente, na década de 90, foram publicados muitos estudos utilizando a matriz de transferência na predição da perda de transmissão em silenciadores com a simulação numérica através do método dos elementos de contorno. Cheng et al. (1991) estudaram a predição do desempenho de silenciadores automotivos. Ji et al. (1992) modelaram silenciadores com dutos internos perfurados reativos. Novamente, Ji et al. (1994) estudaram silenciadores de câmara de expansão simples com fluxo de gases em seu interior. Wang et al. (1993) estudaram ressonadores com dutos concêntricos. Todos estes trabalhos esbarraram no fato de que o BEM necessita de duas condições de contorno diferentes no dutos de saída, velocidade e pressão. Isto leva à necessidade de se resolver a matriz de conectividade dos elementos duas vezes, consumindo muito tempo de processamento.

Wu et al. (1998), utilizaram um método mais rápido, derivado do método dos quatro parâmetros chamado de “método dos quatro parâmetros modificado”. Nesse método a matriz de conectividade só necessita ser resolvida uma vez em virtude de se permutar as condições de contorno na saída de modo que somente é utilizada a condição velocidade no contorno. Em seu estudo utilizaram modelos de tubos perfurados concêntricos e paralelos obtendo uma excelente concordância com os resultados experimentais. Este método foi primeiramente apresentado por Kim e Soedel (1989-90).

Thieme (2000), recentemente, analisou a perda de transmissão sonora em silenciadores automotivos através de uma análise numérica com o método da matriz de transferência e comparou seus resultados com uma análise experimental obtendo bons resultados. Nesse estudo foram desenvolvidos métodos que possibilitam uma melhor otimização das características acústicas dos silenciadores para motores de combustão interna.

## ***2.4 Técnicas de Medição***

Um método clássico para medição das propriedades sonoras de um material é o método do tubo de impedância. Embora este seja um método muito confiável e de

grande precisão, é por outro lado muito lento, devido ao fato de se avaliarem separadamente as inúmeras frequências de interesse e à necessidade de se obter a posição e magnitude de sucessivos máximos e mínimos através da movimentação de um microfone no interior do duto. Outra deficiência do método é que para frequências muito baixas é necessário o emprego de dutos longos para as medições.

Seybert e Ross (1977) publicaram um novo método de medição para determinação das propriedades acústicas de um duto, considerando o efeito do escoamento de gases em seu interior, chamado de método dos dois microfones. Esta técnica consiste em usar uma fonte sonora gerando um sinal randômico de banda relativamente pequena, para medição da densidade auto-espectral e da densidade espectral-cruzada, entre os sinais de dois microfones alocados em posições estacionárias conhecidas no duto. Com isso, os valores medidos são substituídos num conjunto de equações para se obterem as funções espectrais necessárias ao cálculo das propriedades acústicas desejadas do duto. Nesse trabalho, apresentaram também a medição de um protótipo de um silenciador automotivo que consistia basicamente de uma câmara de expansão simples, cuja entrada e a saída estavam interligadas por um duto perfurado, sem nenhum fluxo de gases no seu interior. Seybert e Ross (1977), conseguiram bons resultados em comparação ao método do tubo de impedância para o mesmo silenciador.

Num trabalho posterior, Chung e Blaser (1980) desenvolveram expressões para o coeficiente de reflexão complexo, para a impedância complexa, para o coeficiente de absorção sonora de materiais e para a perda de transmissão em silenciadores. Isto se deu através da decomposição matemática de uma onda acústica randômica estacionária de banda larga, usando-se a função de transferência entre dois microfones junto à parede do duto.

Fahy (1984) demonstrou a possibilidade de se obter a função de transferência com apenas um microfone. Mais tarde, num trabalho apresentado por Chu (1986), considerando um sinal pseudo-randômico periódico como fonte de excitação e, aproveitando-se do fato do mesmo ser estacionário, foi proposto somente o uso de um microfone na medição da função de transferência. Desta forma, eliminou-se qualquer

erro associado à diferença de fase entre os microfones e entre os canais de medição, e também a necessidade de calibrar os microfones para cada medição. Nessa análise feita por Chu (1986), foi proposta a inclusão da atenuação do duto, que em análises anteriores fora ignorada.

Uma investigação dos erros que podem ocorrer durante as medições com a técnica dos dois microfones foi desenvolvida por Chung e Blaser (1980), e os efeitos desses erros no cálculo das propriedades acústicas foi realizado por Bodén e Abom (1984-86). Foram estudados, através de análise numérica e experimental, erros na medição da função de transferência, erros provenientes da separação dos microfones e da distância entre o microfone e o sistema a ser medido. Através deste estudo foram traçadas algumas conclusões sobre como minimizar a influência desses erros no método desenvolvido por Chung e Blaser (1980). A maioria das conclusões observadas nesse estudo, podem também, ser estendidas aos outros métodos descritos anteriormente. Mais tarde, Bodén e Abom (1988), realizaram um novo estudo da influência desses erros considerando o escoamento de gases.

Uma técnica alternativa de medição das características de silenciadores foi proposta por Singh e Katra (1978). Nesta técnica, um pulso acústico de curta duração é utilizado para excitar o sistema, sendo que este sinal é capturado através de microfones em posições específicas antes e após o silenciador. Uma média de vários pulsos é feita no domínio do tempo para eliminar componentes de ruído devido ao fluxo de gases. Então as propriedades do silenciador são calculadas no domínio da frequência, através da transformada de Fourier das partes referentes às ondas incidente e transmitida no domínio do tempo. Nesse trabalho, foi apresentado um experimento usando um silenciador de compressor, com e sem fluxo de gases, mostrando que sem escoamento a perda de transmissão é um pouco maior.

Wan (1995) apresentou o método dos três-pontos para verificar a perda de transmissão sonora em silenciadores com dutos perfurados calculada através do método dos elementos de contorno-BEM. Tal técnica consiste na medição da pressão sonora em dois pontos conhecidos na parede do duto antes do silenciador e um terceiro ponto no duto de saída, após o silenciador, considerando-se que este apresenta

uma terminação anecóica. Wu e Wan (1996), realizaram a verificação do método comparando os resultados numéricos com experimentos realizados por Sullivan e Crocker (1978), de um pequeno ressonador concêntrico, apresentando resultados concordantes.

Selamet e Radavich (1997) realizaram um estudo analítico, computacional e experimental com o método dos dois microfones, sobre a propagação de ondas não planas em uma câmara de expansão simples. Nesse estudo, verificou-se que ondas multi-dimensionais são excitadas para todas as frequências onde existem descontinuidades de área na cavidade. Entretanto, notaram que para frequências abaixo da frequência de corte da câmara há um decaimento dessas ondas multi-dimensionais numa distância curta ocasionando pequenos efeitos sobre a perda de transmissão. Para altas frequências, os efeitos da propagação multi-dimensional começam a dominar causando problemas na medição.

Lai (2000), recentemente, analisou experimentalmente diversos modelos para os dutos de saída de silenciadores com o objetivo de determinar a influência da pulsação do gás com diferentes terminações, anecóicas ou não. Seus resultados mostram que sem uma terminação anecóica apropriada as medições realizadas com a técnica de dois microfones e de um microfone não apresentam resultados confiáveis, devido a grande influência das ondas sonoras refletidas. Com base nesse estudo, Munjal (2001) fez uso da analogia elétrico-acústica unidimensional e verificou que o método dos dois microfones sem uma satisfatória terminação anecóica não apresenta bons resultados.

## ***Capítulo 3***

### ***Conceitos Básicos***

#### ***3.1 Introdução***

Um dos grandes problemas encontrados em motores de combustão interna é o elevado nível de ruído produzido pelo mecanismo de combustão. Desta forma, é necessário atenuar o nível de ruído com a inserção de um filtro acústico no sistema de exaustão, chamado de silenciador ou abafador.

No projeto de um veículo, o silenciador deve reduzir ao máximo o ruído emitido pelos motores e permitir que os gases desprendidos do processo de combustão escoem livremente pelo seu interior, para que não haja perda de potência do motor e nem cause regiões de contra-pressão que o danifiquem. Além disso, os sistemas de exaustão devem ser: compactos, resistentes a corrosão, terem as mesmas propriedades durante sua vida e com grande eficiência para atender a legislação ambiental.

Neste capítulo serão apresentados a classificação e os principais critérios de avaliação dos silenciadores automotivos.

#### ***3.2 Classificação dos Silenciadores***

Os silenciadores são classificados como passivos ou ativos. Os silenciadores passivos ainda são subdivididos em reativos ou dissipativos, dependendo se a energia acústica é refletida para a fonte devido a descontinuidades de área ou se é dissipada como calor.

Os silenciadores reativos (Fig. 3.1), consistem de um conjunto de elementos tubulares de dimensões transversais variadas, com câmaras de volumes e formas diferentes. Tais elementos são unidos para causar, em toda junção, impedâncias distintas e conseqüentemente refletir parte da energia acústica incidente para a fonte.

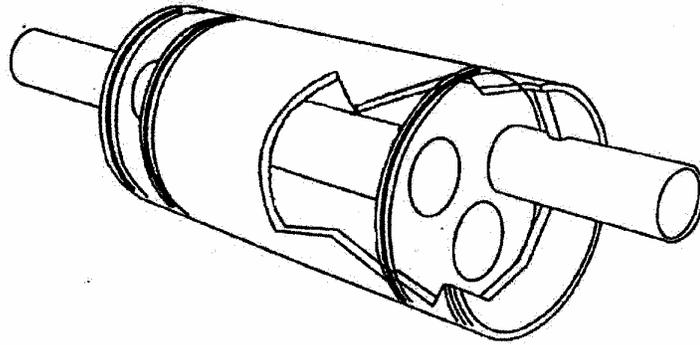


Figura 3.1. Silenciador reativo.

Os silenciadores dissipativos (Fig. 3.2), são fabricados com dutos internos perfurados revestidos ou não com materiais absorventes onde a energia sonora incidente é transformada irreversivelmente em calor. Quando usados em veículos, perdem a eficiência gradualmente pela ação do craqueamento térmico. Existem ainda os silenciadores compostos pela combinação dos tipos reativo e dissipativo.

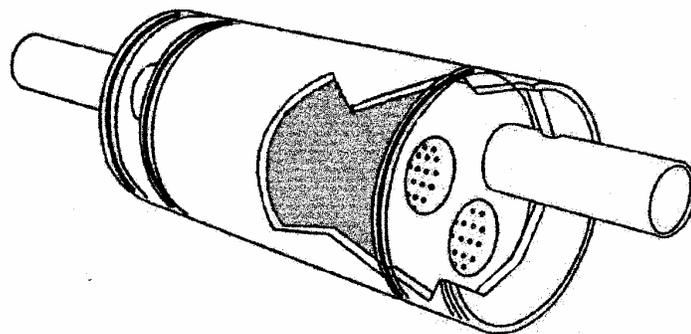


Figura 3.2. Silenciador dissipativo.

Os silenciadores ativos (Fig 3.3), utilizam o princípio da interferência destrutiva de ondas. Uma onda de pressão inversa é gerada através de dispositivos eletrônicos para atenuar o ruído proveniente do motor. Estes silenciadores ainda estão em fase de

pesquisa e possuem a grande vantagem de não causarem perda de potência pelo seu emprego.

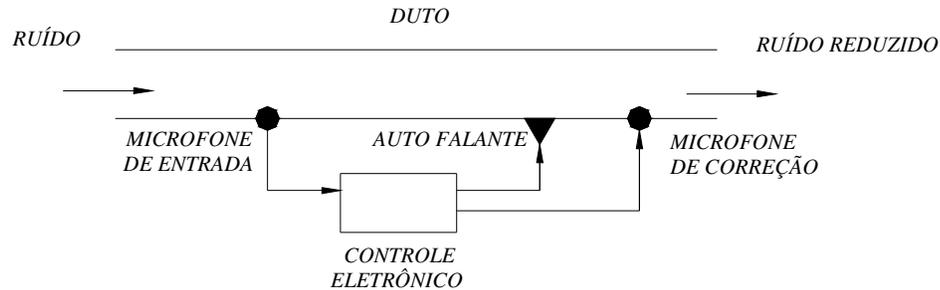


Figura 3.3. Silenciador ativo.

### 3.3 Parâmetros de Desempenho Acústico

O desempenho acústico de um silenciador é medido e caracterizado através da análise da Perda de Inserção (*IL-Insertion Loss*), Perda de Transmissão (*TL-Transmission Loss*) e da Redução de Ruído (*NR-Noise Reduction*).

A perda de inserção (*IL*), é definida como a diferença entre a potência acústica radiada num mesmo ponto do sistema de exaustão sem silenciador e com silenciador (Fig. 3.4). A perda de inserção pode ser calculada por (Munjal, 1987):

$$IL = L_{W_1} - L_{W_2} \quad (3.1)$$

$$IL = 10 \log \left( \frac{W_1}{W_2} \right) \quad [\text{dB}] \quad (3.2)$$

onde,

$L_{W_1}$  é o nível de potência sonora radiada sem silenciador [dB];

$L_{W_2}$  é a nível de potência sonora radiada com silenciador [dB];

$W_1$  é a potência sonora sem silenciador [W];

$W_2$  é a potência sonora com silenciador [W];

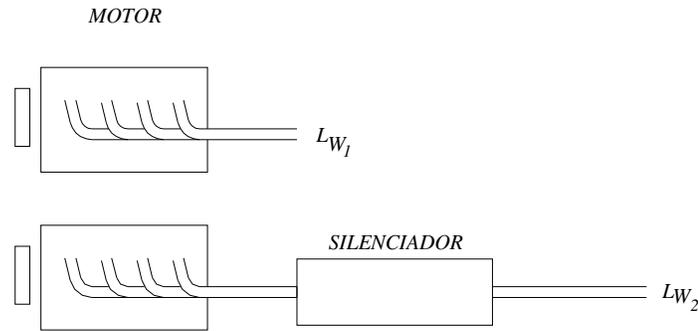


Figura 3.4. Perda de inserção.

A perda de transmissão ( $TL$ ) é dada pela diferença entre a potência incidente no silenciador e a potência transmitida após o silenciador. Neste critério, presume-se que a terminação da saída seja anecóica, ou seja, não haja reflexão no duto de saída (Fig. 3.5). A perda de transmissão pode ser calculada por (Munjal, 1987):

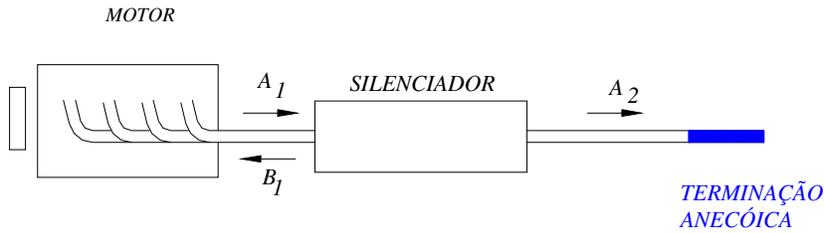


Figura 3.5. Perda de transmissão.

$$TL = L_{W_i} - L_{W_t} \quad (3.3)$$

$$TL = 10 \log \left| \frac{S_1 A_1^2}{S_2 A_2^2} \right| \quad [\text{dB}] \quad (3.4)$$

onde,

$W_i$  é a potência sonora incidente na entrada do silenciador [W];

$W_t$  é a potência sonora transmitida após o silenciador [W];

$|A_1|^2$  é a amplitude da onda complexa na entrada do silenciador;

$|A_2|^2$  é a amplitude da onda complexa na saída do silenciador;

$B_1$  é a amplitude da onda complexa refletida na entrada do silenciador;

$S_1$  é a área do duto de entrada [ $m^2$ ];

$S_2$  é a área do duto de saída [ $m^2$ ].

A redução de ruído (NR), é a diferença entre os níveis de pressão sonora medidos em dois pontos arbitrários, um ponto antes do silenciador,  $p_1$  e outro após  $p_2$  (Fig. 3.6). A redução de ruído pode ser obtida por (Munjal, 1987):

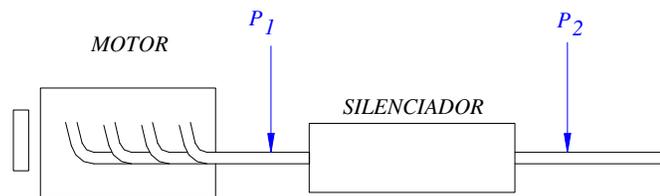


Figura 3.6. Redução de ruído.

$$NR = 20 \log \left| \frac{p_1}{p_2} \right| \quad [\text{dB}] \quad (3.5)$$

onde,

$p_1$  é a pressão sonora antes do silenciador;

$p_2$  é a pressão sonora após o silenciador.

## ***Capítulo 4***

### ***Teoria da Onda Plana***

#### ***4.1 Introdução***

O tubo, cano ou duto é o elemento essencial e básico no projeto de um silenciador. Portanto, a análise da propagação de ondas em dutos e de suas características de transmissão é a principal área de interesse neste estudo.

Neste capítulo, estudam-se as características da propagação de ondas planas em condições ideais: ondas se propagando num tubo de paredes rígidas de dimensões transversais relativamente pequenas (itens 4.3 e 4.4), num meio estacionário e não-viscoso, e também as limitações desta teoria para o estudo da propagação de ondas no meio tridimensional.

#### ***4.2 Propagação de Ondas Planas Num Meio Estacionário Não-viscoso***

Considerando um tubo, de paredes rígidas e de pequenas dimensões transversais preenchido com um fluido estacionário não-viscoso, ondas de pequena amplitude viajam como ondas planas. Conseqüentemente, a pressão sonora,  $p$ , e a velocidade de partícula,  $u$ , em todos os pontos de uma determinada seção transversal (um plano normal a direção de propagação), têm a mesma amplitude e fase (a superfície de fase ou “*wave front*” é plana). No caso de um tubo, a direção de propagação é o eixo longitudinal. Com estas hipóteses, as equações linearizadas básicas para o caso são (Munjal, 1987; Sahasrabudhe et al., 1991; Brewer, 1992 e Bets, 1998):

Equação da conservação de massa (Eq. da Continuidade)

$$\rho_0 \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (4.1)$$

Equação do equilíbrio dinâmico (Eq. de Euler)

$$\rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad (4.2)$$

Equação da energia (isoentrópico) (Eq. de Estado)

$$\left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s = \frac{\gamma(p_0 + p)}{\rho_0 + \rho} \cong \frac{\gamma p_0}{\rho_0} = c^2 \quad (4.3)$$

onde,

$\gamma$  é a razão entre a calor específico a pressão constante e o calor específico a volume constante;

$c$  é a velocidade do som no meio;

$z$  é a coordenada axial ou longitudinal;

$p$  é a flutuação da pressão instantânea;

$p_0$  é a pressão ambiente;

$\rho$  é a flutuação instantânea da densidade;

$\rho_0$  é a densidade do meio.

$p/p_0 \ll 1$  para pequenas perturbações;

$\rho/\rho_0 \ll 1$  para um meio estacionário.

As equações (4.1), (4.2) e (4.3), após manipulações algébricas, resultam em apenas uma equação em função da pressão. Esta equação é obtida através da substituição da eq. (4.3) na eq. (4.1) e pela eliminação da velocidade de partícula  $u$  através da diferenciação da eq. (4.1) em relação ao tempo e da eq. (4.2) em relação a  $z$ .

Subtraindo as equações resultantes, obtém-se a equação unidimensional da onda, (Munjal, 1987; Sahasrabudhe et al., 1990; Brewer, 1992 e Bets, 1998):

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] p = 0 \quad (4.4)$$

A eq. (4.4) é uma equação diferencial linear, unidimensional, homogênea com coeficientes constantes, onde  $c$  é independente de  $z$  e  $t$ .

Usando a técnica de separação de variáveis e considerando uma função harmônica, a solução da eq. (4.4) é da forma:

$$p(z, t) = \left( A e^{-jkz} + B e^{+jkz} \right) e^{j\omega t} \quad (4.5)$$

onde,

$k_0 = \omega / c = 2\pi / \lambda$  é o número de onda ou constante de propagação;

$\omega$  é a frequência angular [rad/s];

$\lambda$  é o comprimento de onda [m].

A eq. (4.5) representa a superposição de duas ondas progressivas com amplitudes  $A$  e  $B$  movendo-se em direções opostas. A velocidade de partícula  $u$  que satisfaz a eq. (4.4) é:

$$u(z, t) = \left( C e^{-jkz} + D e^{+jkz} \right) e^{j\omega t} \quad (4.6)$$

Substituindo as equações (4.5) e (4.6) na equação do equilíbrio dinâmico (4.2), obtêm-se:

$$C = \frac{A}{\rho_0 c} \quad e \quad D = -\frac{B}{\rho_0 c} \quad (4.7a,b)$$

conseqüentemente

$$u(z, t) = \frac{1}{Z_0} (Ae^{-jkz} - Be^{+jkz}) e^{j\omega t} \quad (4.8)$$

onde  $Z_0$  é a impedância característica do meio que é definida como:

$$Z_0 = \rho_0 c \quad (4.9)$$

Para uma onda plana harmônica movendo-se ao longo de um tubo, podemos definir velocidade de massa acústica, como:

$$v(z, t) = \frac{1}{Y_0} (Ae^{-jkz} - Be^{+jkz}) e^{j\omega t} \quad (4.10)$$

e a impedância característica para a velocidade de massa acústica é dada por (Munjal, 1987):

$$Y_0 = \frac{c}{S} \quad (4.11)$$

onde  $S$  é a área da seção transversal do tubo.

As constantes  $A$  e  $B$  das equações (4.5), (4.8) e (4.10) podem ser determinadas através da implementação das condições de contorno para o problema em estudo (itens (4.4) e (4.5)).

### ***4.3 Ondas Tridimensionais Num Meio Estacionário e Não-viscoso***

Para estudar as limitações da teoria de onda plana é necessário considerar a propagação de ondas tridimensionais em tubos, que para um sistema tridimensional obedece às seguintes equações:

Equação da conservação de massa (Eq. da Continuidade)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_o (\nabla \cdot \mathbf{u}) = 0 \quad (4.12)$$

Equação do equilíbrio dinâmico (Eq. de Euler)

$$\rho_o \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla p = 0 \quad (4.13)$$

Substituindo a eq. (4.3) na eq. (4.12) e derivando em relação ao tempo:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial t} + \rho_o \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \mathbf{u}) = 0 \quad (4.14)$$

Aplicando o operador  $\nabla$  na eq. (4.13) e subtraindo este resultado da eq. (4.14), resulta a conhecida equação tridimensional da onda, (Munjaj, 1987; Sahasrabudhe et al., 1991; Brewer, 1992 e Bets, 1998):

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (4.15)$$

onde, o Laplaciano é dado em coordenadas cartesianas por:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (4.16a)$$

e em coordenadas cilíndricas por:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (4.16b)$$

### 3.4 Dutos Retangulares

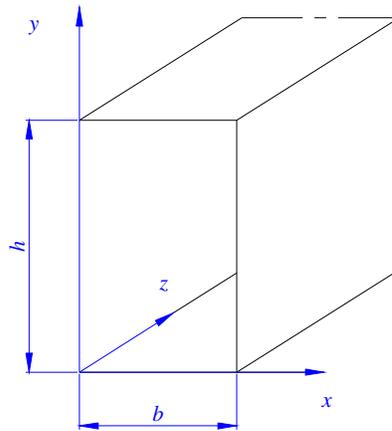


Figura 4.1. Sistema de coordenadas cartesianas num duto retangular.

Usando a técnica de separação de variáveis e considerando  $p$  uma função harmônica para um duto retangular de paredes rígidas (Fig. 4.1), a eq (4.15) admite a solução (Munjal, 1987):

$$p(x, y, z, t) = (Ae^{-jk_z z} + Be^{+jk_z z})(e^{-jk_x x} + Ce^{+jk_x x})(e^{-jk_y y} + De^{+jk_y y})e^{j\omega t} \quad (4.17)$$

com a condição de compatibilidade

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k_0^2 \quad (4.18)$$

As condições de contorno para um duto de paredes rígidas são:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad \text{para} \quad x=0 \text{ e } x=b, \quad (4.19)$$

e

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad \text{para} \quad y=0 \text{ e } y=h \quad (4.20)$$

e substituindo-as na eq. (4.17), tem-se

$$C = 1 \quad k_x = \frac{m\pi}{b} \quad \text{com } m=0,1,2,\dots \quad (4.21)$$

e

$$D = 1 \quad k_y = \frac{n\pi}{h} \quad \text{com } n=0,1,2,\dots \quad (4.22)$$

Desta forma, a eq. (4.17) pode ser escrita como:

$$p(x, y, z, t) = \sum_n \sum_m \left[ \left\{ A_{m,n} e^{-jk_{z,m,n}z} + B_{m,n} e^{+jk_{z,m,n}z} \right\} \cos \frac{m\pi x}{b} \cos \frac{n\pi y}{h} \right] e^{j\omega t} \quad (4.23)$$

onde,

$$k_{z,m,n}^2 = k_0^2 - (m\pi/b)^2 - (n\pi/h)^2; \quad (4.24)$$

$k_{z,m,n}$  é o número da onda transmitida para o modo (m,n).

Pode-se determinar a velocidade axial da partícula correspondente ao modo (m,n), usando a equação da conservação de massa, (4.12):

$$u_{z,m,n} = \frac{k_{z,m,n}}{k_0} \left\{ A e^{-jk_{z,m,n}z} - B e^{+jk_{z,m,n}z} \right\} \cos \frac{m\pi x}{b} \cos \frac{n\pi y}{h} e^{j\omega t} \quad (4.25)$$

A velocidade de massa acústica também pode ser determinada através de (4.12) por integração:

$$v_{z,m,n} = \int_0^b \cos \frac{m\pi x}{b} dx \int_0^h \cos \frac{n\pi y}{h} dy \frac{k_{z,m,n}}{\omega} \left\{ A e^{-jk_{z,m,n}z} - B e^{+jk_{z,m,n}z} \right\} e^{j\omega t} \quad (4.26)$$

que fornece

$$v_{z,m,n} = 0 \quad \text{para } m \neq 0, n \neq 0 \quad (4.27)$$

e

$$v_{z,m,n} = \frac{bh}{c} \{Ae^{-jk_0z} - Be^{+jk_0z}\} e^{j\omega t} \quad \text{para } m=n=0 \quad (4.28)$$

Assim, a velocidade de massa acústica não é nula apenas para o modo (0,0), ou seja, somente para ondas planas. Conseqüentemente o conceito de velocidade de massa acústica não tem nenhum significado para modos de maior ordem. A eq. (4.25), mostra que, para uma mesma pressão, a amplitude da velocidade de uma partícula para o modo (m,n) decresce  $k_{z,m,n}/k_0$  vezes da onda plana. Para o modo (0,0),  $k_{z,m,n}=k_0$  e a eq. (4.23) iguala-se à eq. (4.5). Portanto, qualquer modo (m,n) deverá se propagar sem atenuação, se (Eriksson, 1980 e Munjal, 1987):

$$k_0^2 - \left(\frac{m\pi}{b}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{h}\right)^2 > 0 \quad (4.29)$$

ou

$$\frac{4}{\lambda^2} - \left(\frac{m}{b}\right)^2 - \left(\frac{n}{h}\right)^2 > 0 \quad (4.30)$$

ou

$$\lambda < \frac{2}{\left[\left(\frac{m}{b}\right)^2 - \left(\frac{n}{h}\right)^2\right]^{1/2}} \quad (4.31)$$

Conseqüentemente, qualquer onda plana propaga-se sem atenuação, enquanto modos de maior ordem podem se propagar somente se a inequação (4.29) for satisfeita. Portanto, quando  $h > b$ , o primeiro modo (0,1) propagará se a frequência de excitação for maior que a frequência de corte, ou seja:

$$\lambda > 2h \quad \text{ou} \quad f > \frac{c}{2h} \quad (4.32)$$

Desta forma, os modos de maior ordem, mesmo se presentes, serão atenuados exponencialmente, (Munjaj, 1987). Então, somente a onda plana propagará para frequências menores que:

$$\lambda < 2h \quad \text{ou} \quad f < \frac{c}{2h} \quad (4.33)$$

onde  $h$ , é a maior dimensão transversal do duto retangular.

#### 4.5 Dutos Circulares

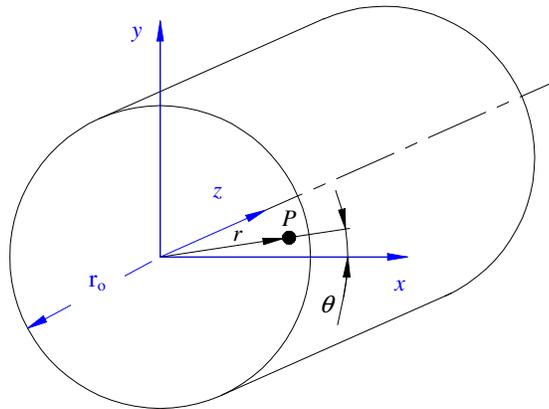


Figura 4.2. Sistema de coordenadas cilíndricas num duto circular.

A equação da onda (4.14) juntamente com o Laplaciano dado pela eq. (4.16b), governa a propagação em dutos circulares, Fig. 4.2 (Munjaj, 1987). Utilizando o técnica da separação de variáveis e considerando  $p$  uma função harmônica dependente do tempo e  $\theta$  uma função harmônica, tem-se:

$$p(r, \theta, z, t) = \sum_m R_m(r) e^{jm\theta} Z(z) e^{j\omega t} \quad (4.34)$$

A função  $Z(z)$  é assumida semelhante à da eq. (4.17):

$$\frac{d^2 Z}{dz^2} = -k_z^2 Z \quad (4.35)$$

Desta forma, substituindo as equações (4.34) e (4.35) na equação da onda (4.14), tem-se a equação de Bessel para  $R(r)$ :

$$\frac{d^2 R_m}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR_m}{dr} + \left( k_0^2 - k_z^2 - \frac{m^2}{r^2} \right) R_m = 0 \quad (4.36)$$

A eq. (4.36) tem como solução geral

$$R_m = C J_m(k_r r) + D N_m(k_r r) \quad (4.37)$$

onde,

$$k_r^2 = k_0^2 - k_z^2 \quad (4.38)$$

Quando  $r=0$ ,  $N_m(k_r r)$  tende para o infinito (Munjál, 1987), mas a pressão sonora em qualquer ponto do plano considerado tende para um número finito. Portanto, a constante  $D$  deve ser zero. Novamente, a velocidade radial na parede ( $r=r_0$ ) deve ser zero, então:

$$\frac{dJ_m(k_r r)}{dr} = 0 \quad \text{para} \quad r=r_0 \quad (4.39)$$

Conseqüentemente,  $k_r$  assume somente os valores discretos que satisfazem a equação abaixo:

$$J_m'(k_r r_0) = 0 \quad (4.40)$$

onde  $J_m'$  é a derivada da Função de Bessel de ordem “m”.

Denotando o valor de  $k_r$  correspondente a  $n$ -ésima raiz da equação acima como  $K_{r,m,n}$ , tem-se:

$$p(r, \theta, z, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} J_m(k_{r,m,n}) e^{jm\theta} e^{j\omega t} (A_{m,n} e^{-jk_{z,m,n}z} + B_{m,n} e^{+jk_{z,m,n}z}) \quad (4.41)$$

onde o número da onda é dado por:

$$k_{z,m,n}^2 = k_0^2 - k_{r,m,n}^2 \quad (4.42)$$

Como o primeiro zero de  $J_0'$  (ou  $J_1$ ) é zero e  $k_{r,0,1}=k_0$ , para o modo (0,1), a eq. (4.41) reduz-se à eq. (4.5), que é a equação de propagação da onda plana. Conseqüentemente, o modo (0,1) corresponde à onda plana que se propaga sem atenuação. Nos dutos circulares,  $n$  representa o número de zeros da derivada  $J_m'(k_r r_0)$ . Para dutos retangulares,  $m$  e  $n$  representam o número de nós da distribuição da pressão na direção transversal, Fig. 4.3. A Fig. 4.4, mostra a distribuição de pressão na direção transversal para dutos circulares onde  $n$  corresponde ao número de nós circulares.

Os modos (1,0) e (0,1) possuem freqüências de corte se  $k_{z,1,0}$  e  $k_{z,0,1}$  assumirem valores reais, isto é, se  $k_0$  for maior que  $k_{r,1,0}$  e  $k_{r,0,1}$ . Assim, o primeiro zero de  $J_1'$  ocorre para 1,84 e o segundo zero de  $J_0'$  ocorre para 3,83. Portanto, os números de onda para as freqüências de corte serão  $1,84/r_0$  e  $3,83/r_0$ , respectivamente. Em outras palavras o primeiro modo diâmetral começará a se propagar quando  $k_0 r_0 = 1,84$ ; e o primeiro modo axissimétrico para  $k_0 r_0 = 3,84$ . Então, se a freqüência de excitação é suficientemente pequena, somente ondas planas poderão se propagar, isto é, somente quando respeitadas as inequações, (Eriksson, 1980 e Munjal 1987):

$$k_0 r_0 < 1,84 \quad (4.43)$$

ou

$$\lambda > \frac{\pi}{1,84}d \tag{4.44}$$

ou

$$f < \frac{1,84}{\pi d}c \tag{4.45}$$

onde  $d$ , é o diâmetro  $2r_0$ .

As frequências de interesse para silenciadores de motores de combustão interna são suficientemente baixas, de tal modo que, as condições para uma máxima dimensão transversal determinada pelas equações (4.43), (4.44) e (4.45) são geralmente satisfeitas. Portanto, a análise de tais sistemas através dos conceitos de onda plana tem sido utilizada (Munjal, 1987).

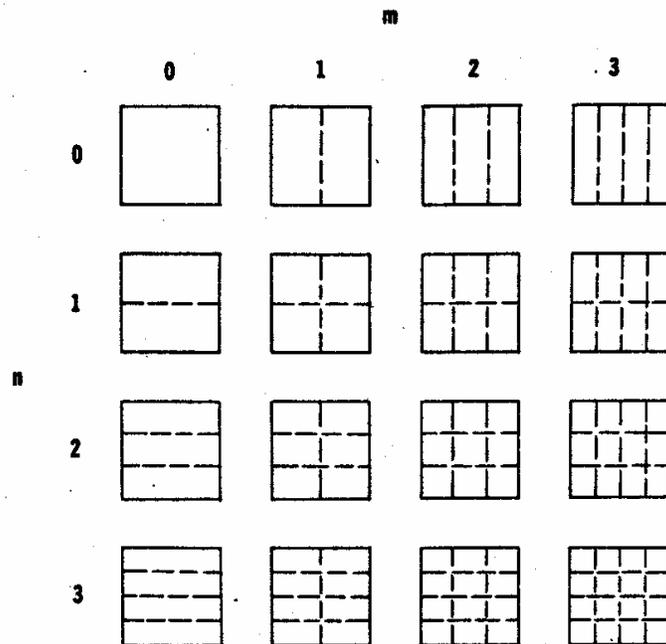


Figura 4.3. Linhas nodais para a distribuição transversal de pressão num duto retangular para  $m=3$  e  $n=3$  modos de ordem superior.

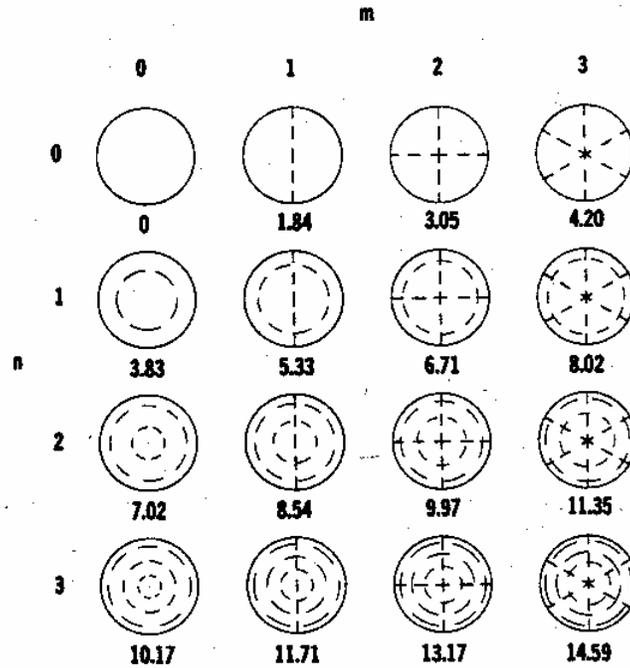


Figura 4.4. Linhas nodais para distribuição transversal de pressão num duto circular para  $m=3$  e  $n=3$  modos de ordem superior.

A velocidade de partícula é encontrada através da substituição da eq. (4.41), na equação do equilíbrio dinâmico, eq. (4.2).

$$u_{z,m,n} = J_m(k_{r,m,n}r)e^{jm\theta}e^{j\omega t} \frac{k_{z,m,n}}{k_0\rho_0c} (A_{m,n}e^{-jk_{z,m,n}z} + B_{m,n}e^{+jk_{z,m,n}z}) \quad (4.46)$$

Desta forma, a velocidade de partícula para o modo  $(m,n)$  difere por um fator  $k_{z,m,n}/k_0$  da onda plana. A velocidade de massa acústica, da mesma maneira que em tubos retangulares, não faz nenhum sentido para modos de ordem superior.

## ***Capítulo 5***

### ***Elementos Finitos***

#### ***5.1 Introdução***

As equações de elementos finitos podem ser derivadas diretamente das equações diferenciais que governam o problema.

Mostram-se neste capítulo as etapas necessárias para a implementação dos elementos finitos para análise axissimétrica e tridimensional de silenciadores reflexivos e dissipativos com dutos internos perfurados. Estes elementos são calculados utilizando o conhecido Método de Galerkin aplicado ao elemento finito, Galerkin-FEM. Devido ao fato de que existe extensa bibliografia a respeito deste assunto nos livros clássicos de elementos finitos este detalhamento não será feito neste texto. Se necessário o leitor pode consultar algumas das seguintes referências: Segerlind, (1984); Grandin (1986); Cook, Malkus e Plesha (1989); Heubner (1995); Bathe (1996); Zienkiewicz e Taylor (2000).

Uma outra maneira de obterem estas mesmas equações é com o uso do Princípio de Hamilton. Detalhes deste procedimento para aplicações em silenciadores podem ser encontrados nas referências: Gladwell (1965-71); Desai, (1972); Young e Crocker, (1975); Chung (1978), Ross, (1981) e Munjal, (1987).

#### ***5.2 Formulação de Elementos Finitos***

A equação que rege a propagação tridimensional de ondas acústicas em meios estacionários e não viscosos é a conhecida equação da onda, (4.15) (Munjal, 1987;

Sahasrabudhe et al., 1990; Brewer, 1992 e Bets, 1998):

$$\nabla^2 P - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = 0 \quad (5.1)$$

onde  $t$  é o tempo,  $c$  é a velocidade de propagação da onda no meio analisado e  $\nabla^2$  é o operador Laplaciano.

### 5.2.1 Problemas Axissimétricos

Em coordenadas cilíndricas (Fig. 5.1) a equação da onda é escrita na forma:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 P}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial P}{\partial t} = 0 \quad (5.2)$$

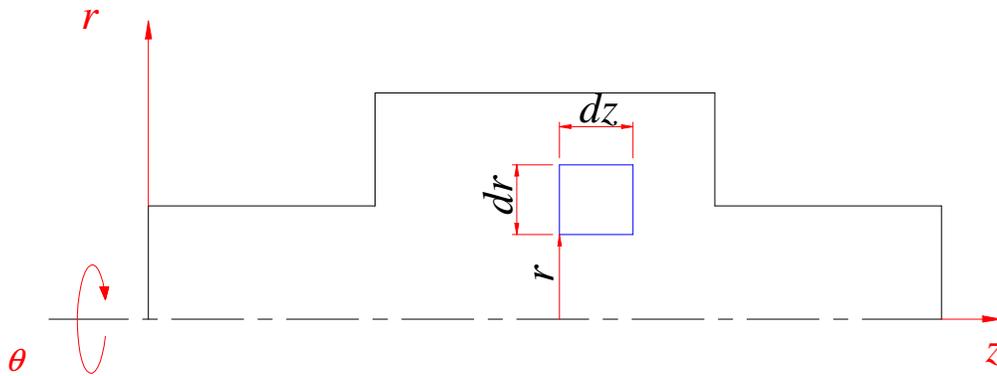


Figura 5.1- Referencial de coordenadas cilíndricas.

Para problemas axissimétricos assume-se que a pressão sonora não depende da coordenada  $\theta$ . Assim, a eq. (5.2) reduz-se a:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial P}{\partial t} = 0 \quad (5.3)$$

ou

$$\frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} \left( r \frac{\partial P}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial P}{\partial t} = 0 \quad (5.4)$$

Utilizando a técnica de separação de variáveis, assume-se que a pressão sonora pode ser expressa como sendo:

$$P(r, z, t) = P^*(r, z) e^{j\omega t} \quad (5.5)$$

onde  $j = \sqrt{-1}$ ,  $\omega$  é a frequência de propagação da onda de pressão e  $P^*(r, z)$  é uma função que só depende das coordenadas espaciais  $(r, z)$ .

Substituindo esta aproximação de  $P(r, z, t)$  na eq. (4.13) resulta:

$$\left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial P^*}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 P^*}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{c^2} P^* \right] e^{j\omega t} = 0, \quad (5.6)$$

que será sempre satisfeita quando

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial P^*}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 P^*}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{c^2} P^* = 0 \quad (\text{Eq. de Helmholtz}) \quad (5.7)$$

Usando o conjunto das funções de interpolação de elementos finitos,  $[\phi]$ , e os valores nodais de  $P^*(r, z)$ ,  $\{p\}$ , para aproximar  $P^*(r, z)$ ,  $P^* \cong [\phi]\{p\} = \phi_i p_i$ , e utilizando o Método de Galerkin para minimizar o resíduo gerado na eq. (5.7) devido a esta aproximação, obtém-se:

$$\int_{\Omega} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial^2 P^*}{\partial r^2} \right) + \frac{\partial^2 P^*}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{c^2} P^* \right] \phi_j d\Omega = 0 \quad (5.8)$$

Como  $d\Omega$  pode ser escrito como sendo igual a  $2\pi r dr dz$ , então a eq. (5.8) pode ser reescrita como:

$$\left[ \int_{\Omega^*} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial^2 P^*}{\partial r^2} \right) \phi_j r dr dz + \int_{\Omega^*} \frac{\partial^2 P^*}{\partial z^2} \phi_j r dr dz + \int_{\Omega^*} \frac{\omega^2}{c^2} P^* \phi_j r dr dz \right] 2\pi = 0 \quad (5.9)$$

onde  $d\Omega^* = r dr dz$ .

Integrando por partes os dois primeiros termos da eq. (5.9) tem-se:

$$\int_{\Omega^*} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial^2 P^*}{\partial r^2} \right) \phi_j r dr dz = \int_{\Gamma} \frac{\partial P^*}{\partial r} \phi_j n_r r d\Gamma - \int_{\Omega^*} \frac{\partial P^*}{\partial r} \frac{\partial \phi_j}{\partial r} r dr dz \quad (5.10)$$

e

$$\int_{\Omega^*} \frac{\partial^2 P^*}{\partial z^2} \phi_j r dr dz = \int_{\Gamma} \frac{\partial P^*}{\partial z} \phi_j n_z r d\Gamma - \int_{\Omega^*} \frac{\partial P^*}{\partial z} \frac{\partial \phi_j}{\partial z} r dr dz \quad (5.11)$$

onde  $(n_r, n_z)$  são as componentes do vetor normal ao contorno,  $\mathbf{n}$ .

Substituindo estes dois resultados na eq. (5.9) e reagrupando os termos comuns, resulta:

$$\int_{\Gamma} \left[ \frac{\partial P^*}{\partial r} n_r + \frac{\partial P^*}{\partial z} n_z \right] \phi_j r d\Gamma + \int_{\Omega^*} \frac{\partial P^*}{\partial r} \frac{\partial \phi_j}{\partial r} r dr dz - \int_{\Omega^*} \frac{\partial P^*}{\partial z} \frac{\partial \phi_j}{\partial z} r dr dz + \frac{\omega^2}{c^2} \int_{\Omega^*} P^* \phi_j r dr dz = 0 \quad (5.12)$$

Da equação do equilíbrio dinâmico, Eq. (3.12), tem-se:

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{u}(\mathbf{r}, z, t)}{\partial t} + \nabla P(\mathbf{r}, z, t) = 0 \quad (5.13)$$

Novamente, admitindo que a velocidade também pode ser expressa como sendo o produto de uma parcela que depende da posição e outra do tempo, isto é,

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}, z, t) = \mathbf{u}^*(\mathbf{r}, z) e^{j\omega t}, \quad (5.14)$$

então, equação do equilíbrio dinâmico pode ser reescrita na seguinte forma:

$$\left[ j\rho_0 \omega \mathbf{u}^* + \nabla P^* \right] e^{j\omega t} = 0, \quad (5.15)$$

que será sempre satisfeita quando:

$$j\rho_0 \omega \mathbf{u}^* + \nabla P^* = 0 \quad (5.16)$$

Nota-se que na primeira parcela da eq. (5.12) aparecem as derivadas de  $P^*$  no contorno. Então, fazendo a projeção da eq. (5.16) na direção normal ao contorno,  $\mathbf{n}=(n_r, n_z)$ , calcula-se esta derivada da seguinte forma:

$$\left[ j\rho_0 \omega \mathbf{u}^* + \nabla P^* \right] \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (5.17)$$

ou

$$j\rho_0 \omega u_n + \frac{\partial P^*}{\partial n} = 0 \quad (5.18)$$

onde  $u_n$  é a velocidade normal ao contorno.

Substituindo este resultado na Eq.(5.12) tem-se:

$$-j\rho_o\omega \int_{\Gamma} u_n \phi_j r d\Gamma - \int_{\Omega^*} \left[ \frac{\partial P^*}{\partial r} \frac{\partial \phi_j}{\partial r} + \frac{\partial P^*}{\partial z} \frac{\partial \phi_j}{\partial z} \right] r dr dz + \frac{\omega^2}{c^2} \int_{\Omega^*} P^* \phi_j r dr dz = 0 \quad (5.19)$$

que é a equação básica para o cálculo das matrizes características de elementos finitos para os problemas em estudo.

Ainda, substituindo nesta expressão a aproximação de elementos finitos para  $P^*$  resulta:

$$-j\rho_o\omega \int_{\Gamma} u_n \phi_j r d\Gamma - \int_{\Omega^*} \left[ \frac{\partial \phi_i}{\partial r} \frac{\partial \phi_j}{\partial r} + \frac{\partial \phi_i}{\partial z} \frac{\partial \phi_j}{\partial z} \right] r dr dz p_i + \frac{\omega^2}{c^2} \int_{\Omega^*} \phi_i \phi_j r dr dz p_i = 0, \quad (5.20)$$

que pode ser convenientemente reescrita na forma matricial como:

$$[[\mathbf{K}] - k_0^2 [\mathbf{M}]]\{p\} = \{f\} \quad (5.21)$$

onde  $k_0 = \omega/c$ ;  $[\mathbf{K}]$ ,  $[\mathbf{M}]$  e  $\{f\}$  são as matrizes e vetor força característicos de elementos finitos para o problema em estudo. Explicitamente, tem-se:

$$[\mathbf{K}] = \int_{\Omega^*} \left[ \frac{\partial \phi_i}{\partial r} \frac{\partial \phi_j}{\partial r} + \frac{\partial \phi_i}{\partial z} \frac{\partial \phi_j}{\partial z} \right] r dr dz, \quad (5.22)$$

$$[\mathbf{M}] = \frac{\omega^2}{c^2} \int_{\Omega^*} \phi_i \phi_j r dr dz \quad (5.23)$$

e

$$\{f\} = j\rho_o\omega \int_{\Gamma} u_n \phi_j r d\Gamma \quad (5.24)$$

### 5.2.1.1 Elemento Triangular Linear

Usando as coordenadas de área,  $L_i(r,z)$ , a aproximação de  $P^*(r,z)$  em cada elemento é feita utilizando a aproximação linear (Fig. 5.2):

$$P^* \cong [\Phi]\{p\} = \phi_i p_i \quad (5.25)$$

onde  $\{p\}$  é o vetor com os valores nodais de  $P^*$  e

$$\phi_i(r,z) = L_i(r,z) = a_i + b_i r + c_i z \quad i=1,2,3 \quad (5.26)$$

sendo que as constantes  $a_i$ ,  $b_i$  e  $c_i$  valem:

$$L_1(r,z) = \frac{A_1}{A} = \frac{1}{2A} \begin{vmatrix} 1 & r & z \\ 1 & r_2 & z_2 \\ 1 & r_3 & z_3 \end{vmatrix} = \frac{1}{2A} [r(z_2 - z_3) + z(r_3 - r_2) + (r_2 z_3 - r_3 z_2)], \quad (5.27a)$$

$$L_2(r,z) = \frac{A_2}{A} = \frac{1}{2A} \begin{vmatrix} 1 & r_1 & z_1 \\ 1 & r & z \\ 1 & r_3 & z_3 \end{vmatrix} = \frac{1}{2A} [r(z_1 - z_3) + z(r_3 - r_1) + (r_1 z_3 - r_3 z_1)], \quad (5.27b)$$

$$L_3(r,z) = \frac{A_3}{A} = \frac{1}{2A} \begin{vmatrix} 1 & r_1 & z_1 \\ 1 & r_2 & z_2 \\ 1 & r & z \end{vmatrix} = \frac{1}{2A} [r(z_1 - z_2) + z(r_2 - r_1) + (r_1 z_2 - r_2 z_1)] \quad (5.27c)$$

e

$$A = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & r_1 & z_1 \\ 1 & r_2 & z_2 \\ 1 & r_3 & z_3 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} [r_1(z_2 - z_3) + r_2(z_3 - z_1) + r_3(z_1 - z_2)] \quad (5.27d)$$

Conseqüentemente,

$$a_1 = \frac{r_2 z_3 - r_3 z_2}{2A} \quad a_2 = \frac{r_1 z_3 - r_3 z_1}{2A} \quad a_3 = \frac{r_1 z_2 - r_2 z_1}{2A} \quad (5.28a,b,c)$$

$$b_1 = \frac{(z_2 - z_3)}{2A} \quad b_2 = \frac{(z_1 - z_3)}{2A} \quad b_3 = \frac{(z_1 - z_2)}{2A} \quad (5.29a,b,c)$$

$$c_1 = \frac{(r_3 - r_2)}{2A} \quad c_2 = \frac{(r_3 - r_1)}{2A} \quad c_3 = \frac{(r_2 - r_1)}{2A} \quad (5.30a,b,c)$$

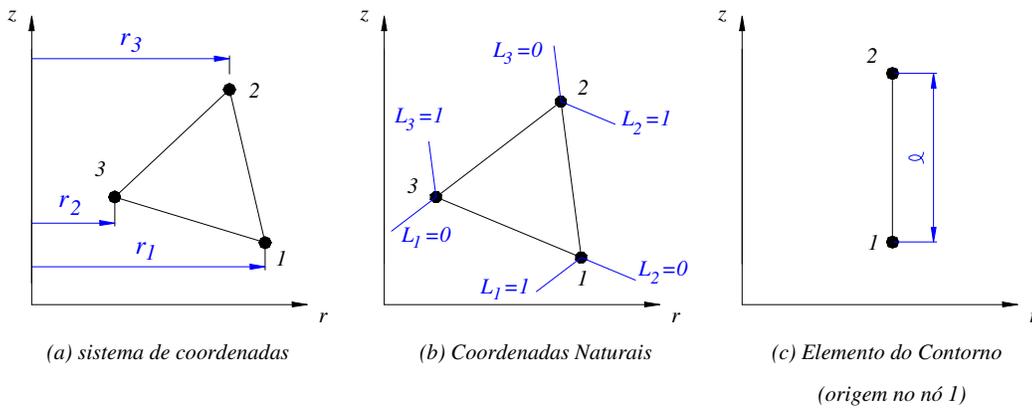


Fig.5.2. Elemento triangular linear.

Com estas aproximações e utilizando a fórmula clássica para integração em domínios bidimensionais de lados retos, detalhada por Chung (1978);

$$\int_A L_1^m L_2^n L_3^q dA = \frac{m!n!q!}{(m+n+q+2)!} 2A, \quad (5.31)$$

as matriz  $[K]$  e  $[M]$  para este elemento podem ser calculadas e valem:

$$[K] = \frac{rA}{3} \begin{bmatrix} b_1^2 + c_1^2 & b_1 b_2 + c_1 c_2 & b_1 b_3 + c_1 c_3 \\ b_1 b_2 + c_1 c_2 & b_2^2 + c_2^2 & b_2 b_3 + c_2 c_3 \\ \text{sim.} & b_2 b_3 + c_2 c_3 & b_3^2 + c_3^2 \end{bmatrix} \quad (5.32)$$

$$[\mathbf{M}] = \frac{A}{60} \begin{bmatrix} 6r_1 + 2r_2 + 2r_3 & 2r_1 + 2r_2 + r_3 & 2r_1 + r_2 + 2r_3 \\ \text{sim.} & 2r_1 + 6r_2 + 2r_3 & r_1 + 2r_2 + 2r_3 \\ & & 2r_1 + 2r_2 + 6r_3 \end{bmatrix} \quad (5.33)$$

sendo  $\bar{r} = \frac{r_1 + r_2 + r_3}{3}$ .

### 5.2.1.2 Elemento Triangular Quadrático

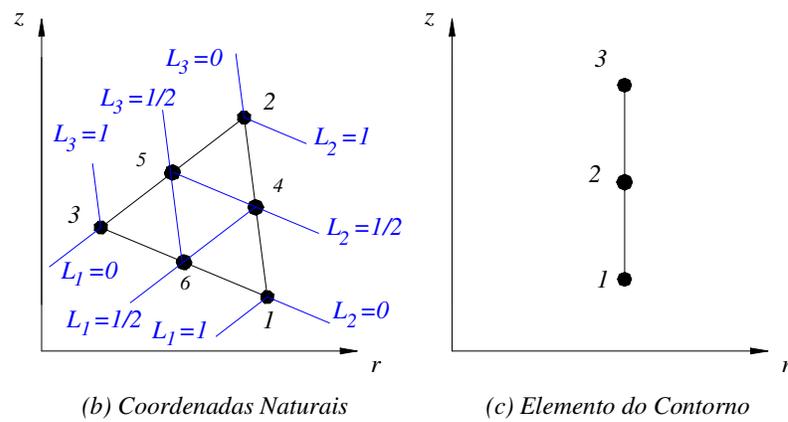


Figura 5.3. Elementos triangular quadrático.

As funções de interpolação para o elemento triangular quadrático (Fig. 5.3) em coordenadas naturais são dadas por:

$$\phi_1 = L_1 (2L_1 - 1) \quad (5.34a)$$

$$\phi_2 = L_2 (2L_2 - 1) \quad (5.34b)$$

$$\phi_3 = L_3 (2L_3 - 1) \quad (5.34c)$$

$$\phi_4 = 4L_1L_2 \quad (5.34d)$$

$$\phi_5 = 4L_2L_3 \quad (5.34e)$$

$$\phi_6 = 4L_1L_3 \quad (5.34f)$$

Para calcular as matrizes  $[\mathbf{K}]$  e  $[\mathbf{M}]$  foi utilizada a regra para a integração numérica para domínios triangulares (Cook, Malkus e Plesha, 1989):

$$\int_A \phi dA = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n W_i J_i \phi_i \quad (5.35)$$

onde  $W_i$  são os pesos,  $n$  são os pontos de integração e  $J_i$  é a matriz jacobiana avaliada no  $i$ -ésimo ponto de integração.

Já o vetor força foi calculado explicitamente para  $u_n$  constante no contorno e seu valor analítico é:

$$\{f\} = j\rho_0 \omega \int_{\Gamma} u_n \phi_j r d\Gamma \quad (5.36)$$

### 5.2.2 Problemas Tridimensionais - geometria complexa.

Procedimento análogo ao realizado anteriormente para obter as expressões das matrizes características de elementos finitos é realizado para os problemas tridimensionais (Figuras 5.4, 5.5 e 5.6).

A equação da onda para estes problemas pode ser escrita como sendo:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = 0 \quad (5.37)$$

Utilizando a técnica de separação de variáveis onde a pressão sonora é expressa como sendo:

$$P(x, y, z, t) = P^*(x, y, z) e^{j\omega t} \quad (5.38)$$

onde,  $P^*$  só depende das coordenadas espaciais.

Substituindo esta expressão na eq. (5.41), resulta:

$$\left[ \frac{\partial^2 P^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P^*}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 P^*}{\partial z^2} - \frac{\omega^2}{c^2} P^* \right] e^{j\omega t} = 0 \quad (5.39)$$

que será sempre satisfeita se

$$\frac{\partial^2 P^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P^*}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 P^*}{\partial z^2} - \frac{\omega^2}{c^2} P^* = 0 \quad (\text{Eq. de Helmholtz}) \quad (5.40)$$

Novamente, aplicando o Galerkin-FEM ao resíduo gerado na eq. (5.40) devido às aproximações de elementos finitos, tem-se:

$$\int_{\Omega} \left[ \frac{\partial^2 P^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P^*}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 P^*}{\partial z^2} - \frac{\omega^2}{c^2} P^* \right] \phi_j d\Omega = 0 \quad (5.41)$$

Integrando por partes os três primeiros termos da eq. (5.41) com o Teorema de Gauss, tem-se:

$$\int_{\Omega} \frac{\partial^2 P^*}{\partial x^2} \phi_j dx dy dz = \int_{\Gamma} \frac{\partial P^*}{\partial x} n_x \phi_j dy dz - \int_{\Omega} \frac{\partial P^*}{\partial x} \frac{\partial \phi_j}{\partial x} dx dy dz, \quad (5.42a)$$

$$\int_{\Omega} \frac{\partial^2 P^*}{\partial y^2} \phi_j dx dy dz = \int_{\Gamma} \frac{\partial P^*}{\partial y} n_y \phi_j dy dz - \int_{\Omega} \frac{\partial P^*}{\partial y} \frac{\partial \phi_j}{\partial y} dx dy dz \quad (5.42a)$$

e

$$\int_{\Omega} \frac{\partial^2 P^*}{\partial z^2} \phi_j dx dy dz = \int_{\Gamma} \frac{\partial P^*}{\partial z} n_z \phi_j dy dz - \int_{\Omega} \frac{\partial P^*}{\partial z} \frac{\partial \phi_j}{\partial z} dx dy dz \quad (5.42c)$$

onde  $(n_x, n_y, n_z)$  são as componentes do vetor unitários normal ao contorno,  $\mathbf{n}$ .

Substituindo estas integrais na eq.(5.41) e reagrupando os termos, obtém-se:

$$\int_{\Gamma} [\nabla P^* \cdot \mathbf{n}] \phi_j d\Gamma - \int_{\Omega} \nabla P^* \cdot \nabla \phi_j d\Omega + \frac{\omega^2}{c^2} \int_{\Omega} P^* \phi_j d\Omega = 0 \quad (5.43)$$

ou

$$\int_{\Gamma} \frac{\partial P^*}{\partial n} \phi_j d\Gamma - \int_{\Omega} \nabla P^* \cdot \nabla \phi_j d\Omega + \frac{\omega^2}{c^2} \int_{\Omega} P^* \phi_j d\Omega = 0 \quad (5.44)$$

Utilizando a equação do equilíbrio dinâmico (3.12) e o resultado mostrado na eq. (5.44), esta equação também pode ser reescrita na forma:

$$-j\rho_0\omega \int_{\Gamma} u_n \phi_j d\Gamma - \int_{\Omega} \nabla P^* \cdot \nabla \phi_j d\Omega + \frac{\omega^2}{c^2} \int_{\Omega} P^* \phi_j d\Omega = 0 \quad (5.45)$$

Novamente, usando a aproximação de elementos finitos para  $P^*(x,y,z)$  esta equação pode ser reescrita como:

$$-j\rho_0\omega \int_{\Gamma} u_n \phi_j d\Gamma - \int_{\Omega} \nabla \phi_i \cdot \nabla \phi_j d\Omega p_i + \frac{\omega^2}{c^2} \int_{\Omega} \phi_i \phi_j d\Omega p_i = 0 \quad (5.46)$$

Matricialmente esta equação pode ser expressa como sendo:

$$[[\mathbf{K}] - k_0^2 [\mathbf{M}]]\{p\} = \{f\} \quad (5.47)$$

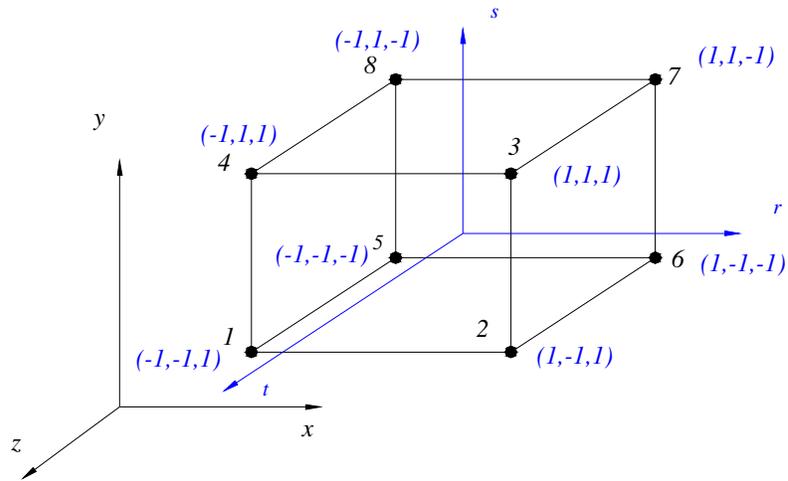
onde

$$[\mathbf{K}] = \int_{\Omega} \nabla \phi_i \cdot \nabla \phi_j \, d\Omega, \quad (5.48)$$

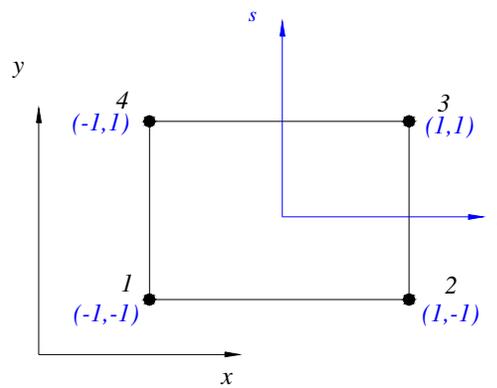
$$[\mathbf{M}] = j\rho_0 \int_{\Omega} \phi_i \phi_j \, d\Omega \quad (5.49)$$

e

$$\{f\} = j\rho_0 \omega \int_{\Gamma} u_n \phi_j \, d\Gamma \quad (5.50)$$



(a) Elemento do domínio  
Elemento hexaédrico de 8 nós



(b) Elemento do contorno  
Elemento retângular de 4 nós

Figura 5.4. Elemento hexaédrico linear de 8 nós.



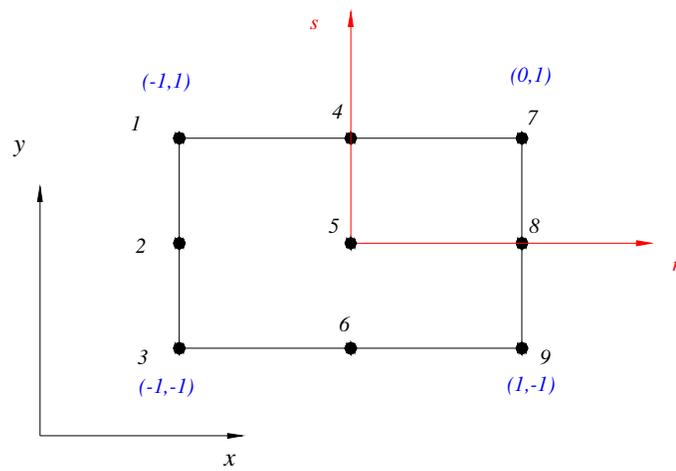
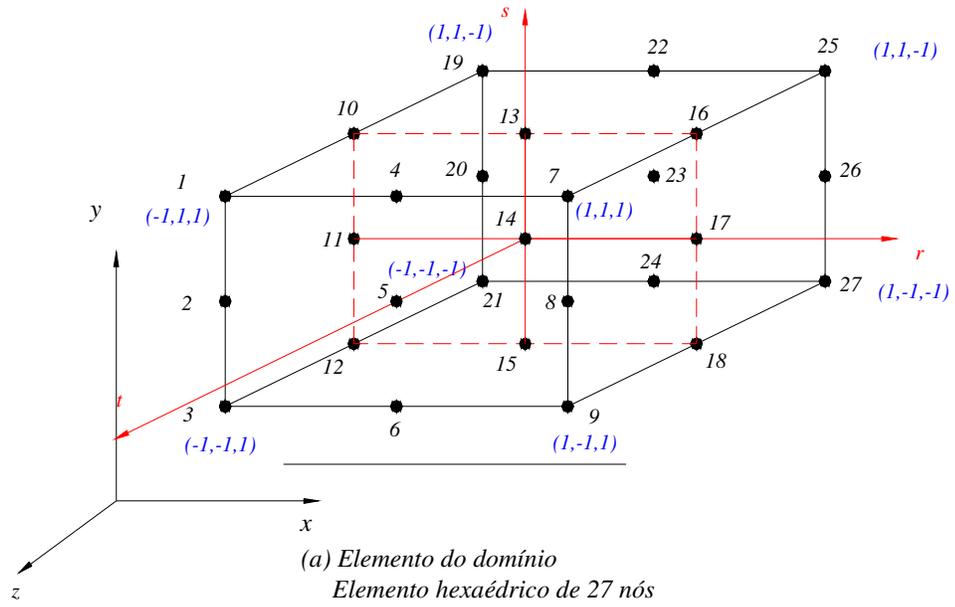


Figura 5.6. Elemento hexaédrico quadrático de 27 nós.

## ***Capítulo 6***

### ***Aplicativo de Elementos Finitos***

#### ***6.1. Introdução***

A perda de transmissão (TL), dos silenciadores é calculada com uso de aplicativo próprio desenvolvido utilizando o método de elementos finitos para a solução da equação da onda.

Este aplicativo calcula automaticamente a perda de transmissão e pode ser utilizado para análises axissimétricas com os elementos triangulares e análises tridimensionais com os elementos hexaédricos.

O processo de análise, desde a criação do modelo até o resultado final, é descrito com detalhes nos próximos ítems.

#### ***6.2 As Análises de Elementos Finitos***

As análises com o Método de Elementos Finitos foram realizadas com aplicativo próprio desenvolvido em Fortran. Cada análise foi realizada de acordo com o fluxograma mostrado na Fig.(6.1).

Os modelos de elementos finitos, desde a criação da geometria até o arquivo final contendo todas as características da malha em formato texto, foram construídos utilizando o aplicativo comercial Algor®. Estes arquivos são gerados apenas para elementos lineares, os nós intermediários e a correção da matriz de conectividade necessários para os elementos quadráticos são acrescentados ao modelo. Esta tarefa é realizada com subrotina desenvolvida para este propósito.

Após estas etapas é realizada a renumeração da malha. Este procedimento é realizado com um aplicativo próprio desenvolvido, tendo como referência o trabalho de Collins (1973) que é voltado para a redução da largura da banda. Muito embora o autor tenha citado que seu aplicativo foi desenvolvido para malhas de elementos de cascas e que não foi testado para elementos sólidos, verificou-se que ele se aplica perfeitamente para este tipo de elemento também.

Dois aplicativos de elementos finitos foram desenvolvidos para a análise de silenciadores: um com armazenamento da matriz na forma de banda e outro na forma de “skyline”. Com este segundo aplicativo obteve-se ganhos sensíveis no tempo de processamento da solução.

Nas paredes rígidas foi utilizada a condição de gradiente da pressão sonora nulo. Na entrada e na saída as condições de contorno são específicas dependendo do método utilizado para o cálculo da perda de transmissão, TL. Detalhamento destas condições de contorno na entrada e saída é feito em seguida.

### 6.3 O Método dos Quatro Parâmetros Modificado

A perda de transmissão, TL, de um silenciador tem sido avaliada aproximadamente através do *Método dos Quatro Parâmetros* (Igarashi e Toyama, 1958-60 e Munjal, 1987).

A pressão sonora e velocidade na entrada do silenciador, Fig.6.2, podem ser relacionadas com a pressão sonora e a velocidade na saída com o uso de quatro parâmetros da seguinte maneira:

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ v_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_2 \\ -v_2 \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

onde os pares  $(p_1, v_1)$  e  $(p_2, v_2)$  representam pressão sonora e velocidade na entrada e saída, respectivamente. A, B, C e D são os quatro parâmetros e sua determinação é feita conforme segue.

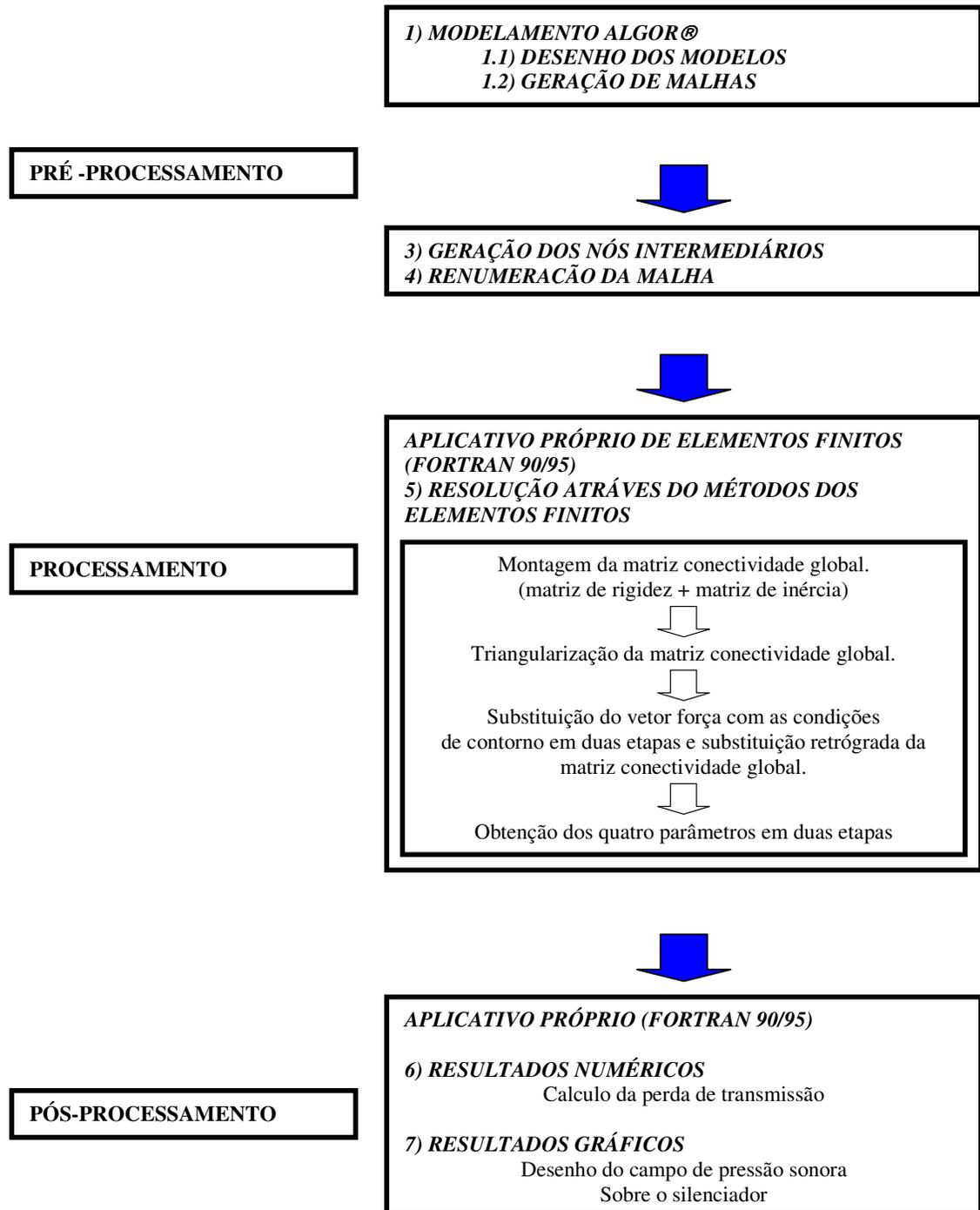


Figura 6.1. Fluxograma de avaliação da Perda de Transmissão, TL.



Figura 6.2. Método dos Quatro Parâmetros.

O parâmetro A é calculado resolvendo a equação da onda com condições de contorno dadas por:  $v_2=0$  e  $v_1=1$ . Seu valor numérico é calculado com os valores da pressão sonora na entrada e saída e expresso como:

$$A = \frac{p_1}{p_2} \Big|_{v_2=0, v_1=1} \quad (6.2a)$$

Os outros parâmetros são calculados de maneira análoga, apenas trocando as condições de contorno para o problema. Desta forma, tem-se:

$$B = \frac{p_1}{-v_2} \Big|_{p_2=0, v_1=1}, \quad (6.2b)$$

$$C = \frac{v_1}{p_2} \Big|_{v_2=0, v_1=1}, \quad (6.2c)$$

e

$$D = \frac{v_1}{-v_2} \Big|_{p_2=0, v_1=1} \quad (6.2d)$$

Após o cálculo desses quatro parâmetros a perda de transmissão (TL) pode ser determinada por (Igarashi e Toyama, 1958-60 e Munjal, 1987):

$$TL = 20 \log \left\{ \frac{1}{2} \left| A + B \frac{1}{\rho c} + C \rho c + D \right| \right\} + 10 \log \left( \frac{S_i}{S_o} \right) \quad (6.3)$$

onde  $S_i$  e  $S_o$  são os valores da área da seção transversal do duto de entrada e de saída, respectivamente.

Uma outra importante propriedade reside no fato que esses quatro parâmetros obedecem o princípio da reciprocidade, portanto, eles estão relacionados por (Sullivan e Crocker, 1978):

$$AD - BC = 1 \quad (6.4)$$

Para implementar este método com uso do FEM são necessárias duas condições de contorno diferentes. Portanto, o problema deve ser resolvido duas vezes. Para análises em alta frequência onde o número de elementos deve ser muito grande, este procedimento é quase impraticável, pois o tempo de processamento torna-se realmente exagerado.

Além disso, na avaliação de B e D é necessário o cálculo das velocidades. Estes cálculos são realizados com a avaliação do gradiente da pressão sonora e, portanto, para elementos de baixa ordem estes cálculos também podem ser bastante imprecisos. Reconhecidamente este é um ponto fraco do FEM.

Wu et al. (1998), utilizaram um método alternativo para obter a perda de transmissão (TL), chamado de *Método dos Quatro Parâmetros Modificados*, sendo que este método foi primeiramente proposto por Kim e Soedel (1989-90). Este método foi derivado do Método dos Quatro Parâmetros e implementado para a solução da equação da onda com o Método de Elementos de Contorno-BEM.

As pressões e velocidades na entrada e saída do silenciador também podem ser relacionadas com a seguinte equação:

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^* & B^* \\ C^* & D^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ -v_2 \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

onde  $A^*$ ,  $B^*$ ,  $C^*$  e  $D^*$  são os quatro parâmetros modificados.

O cálculo destes quatro parâmetros modificados também é feito resolvendo a equação da onda com condições de contorno diferentes e valem:

$$A^* = p_1 \Big|_{v_1=1, v_2=0}, \quad (6.6a)$$

$$B^* = p_1 \Big|_{v_1=0, v_2=-1}, \quad (6.6b)$$

$$C^* = p_2 \Big|_{v_1=1, v_2=0} \quad (6.6c)$$

e

$$D^* = p_2 \Big|_{v_1=0, v_2=-1} \quad (6.6d)$$

Nota-se que as condições de contorno são diferentes, porém só afetam o vetor força. Assim, os cálculos com elementos finitos são realizados uma vez apenas com dois vetores força diferentes. Conseqüentemente, o tempo de processamento fica bastante reduzido com relação ao método dos quatro parâmetros convencionais.

Ainda, nota-se que os cálculos de  $A^*$ ,  $B^*$ ,  $C^*$  e  $D^*$  não envolvem derivadas da pressão sonora e, portanto, a precisão destes cálculos com o FEM é bem melhor.

Finalmente, de posse destes quatro parâmetros modificados podem-se determinar os parâmetros  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  necessários para o cálculo da perda de transmissão (TL) apenas manipulando as equações (6.1) e (6.5). Explicitamente, tem-se:

$$A = \frac{A^*}{C^*}, \quad (6.7a)$$

$$B = B^* - \frac{A^* D^*}{C^*}, \quad (6.7b)$$

$$C = \frac{1}{C^*} \quad (6.7c)$$

e

$$D = \frac{-D^*}{C^*} \quad (6.7d)$$

## **Capítulo 7**

### **Técnicas de Medição**

#### **7.1 Introdução**

Neste capítulo apresentam-se as técnicas de medição utilizadas para avaliar os resultados obtidos pela análise numérica descrita no Cap. 6. Somente a partir da comparação entre os resultados numéricos e experimentais pode-se avaliar a precisão das predições e comprovar a eficiência dos mesmos.

Os critérios mais utilizados para avaliar o desempenho acústico de silenciadores são a perda de inserção (*IL*), redução de ruído (*NR*) e a perda de transmissão (*TL*), ver Cap. 3. Neste trabalho foi adotado o parâmetro da perda de transmissão, uma vez que este é o critério mais objetivo, porque depende somente das características do silenciador, apesar do mesmo ser o mais difícil de ser determinado.

Toda análise experimental realizada neste trabalho foi baseada no Método dos Dois Microfones (Seybert e Ross, 1977) e no Método dos Três-Pontos (Wan, 1995). Estes métodos utilizam os fundamentos da propagação de ondas planas em dutos.

#### **7.2 Método dos Dois Microfones**

Define-se o campo sonoro atuante, de acordo com a Fig. (7.1), como:

$$p(x, f) = p_i(f)e^{-jkx} + p_r(f)e^{jkx} \quad (7.1)$$

onde,

$$j = \sqrt{-1}$$

$p$  é a transformada de Fourier da pressão sonora;

$p_i$  é a amplitude da onda sonora incidente;

$p_r$  é amplitude da onda sonora refletida;

$f$  é a frequência;

$k$  é o número da onda.

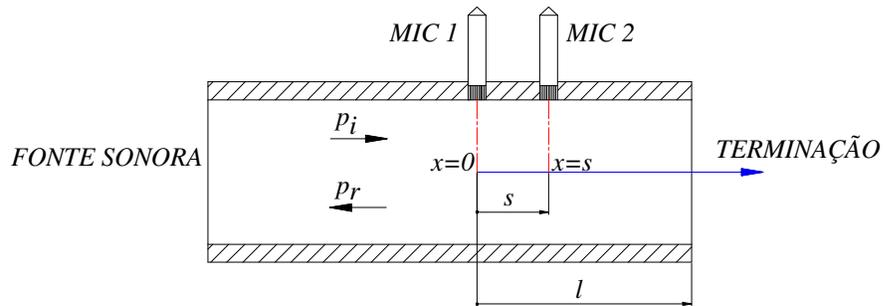


Figura 7.1. Método dos Dois Microfones.

A eq. (7.1) considera que não há fluxo de gases e nem atenuação das ondas devido à rugosidade das paredes. Portanto, as pressões sonoras no microfone 1 e no microfone 2 estão relacionadas pelas seguintes equações:

$$p_1(f) = p_i(f) + p_r(f) \quad (7.2)$$

e

$$p_2(f) = p_i(f)e^{-jks} + p_r(f)e^{jks} \quad (7.3)$$

onde  $s$  é distância que separa os dois microfones.

Se o duto é reto, pode-se assumir que o sistema acústico passivo é linear e então, existe uma relação linear entre  $p_i$  e  $p_r$ . Assumindo que a direção do eixo  $x$  é positiva na direção passiva do duto, define-se o coeficiente de reflexão complexo para a pressão sonora, como sendo:

$$R(f) = \frac{p_r}{p_i}, \quad (7.4)$$

onde

$$|R| \leq 1 \quad (7.5)$$

Através das equações (7.2) a (7.5), obtém-se uma expressão para o coeficiente de reflexão sonora:

$$R(f) = \frac{H_{12}(f) - e^{-jks}}{e^{jks} - H_{12}(f)} \quad (7.6)$$

e

$$H_{12}(f) = \frac{p_2(f)}{p_1(f)} = \frac{G_{p_1 p_2}(f)}{G_{p_1 p_1}(f)} \quad (7.7)$$

onde

$H_{12}(f)$  é a função de transferência do microfone 1 em relação ao 2;

$G_{p_1 p_2}(f)$  é densidade espectral cruzada de  $p_1$  em relação a  $p_2$ ;

$G_{p_1 p_1}(f)$  é a densidade auto-espectral de  $p_1$ .

Desta forma:

$$G_{p_1 p_2}(f) = \frac{1}{2} [p_1^*(f) p_2(f)] \quad (7.8)$$

e

$$G_{p_1 p_1}(f) = \frac{1}{2} [p_1^*(f) p_1(f)] \quad (7.9)$$

onde (\*) denota o conjugado da pressão sonora.

A eq. (7.6) é o resultado dos estudos de Chung e Blaser (1980) e serve como base para o cálculo da perda de transmissão sonora de um silenciador. A condição singular:

$$H_{12}(f) - e^{-jks} = 0, \quad (7.10)$$

mostra que o coeficiente de reflexão  $R$  torna-se indeterminado quando:

$$ks = m\pi \quad \text{para} \quad m = 1, 2, 3... \quad (7.11)$$

Portanto, a fim de evitar estes pontos durante as medições (para uma determinada frequência de interesse,  $f_m$ ), a distância  $s$  entre microfones deve ser escolhida de maneira que:

$$s < \frac{c}{2f_m} \quad (7.12)$$

Em virtude desta limitação, a escolha distância entre microfones,  $s$  e a distância do primeiro microfone à terminação,  $l$ , são de grande importância na precisão das medições. Seybert e Soenarko (1981), mostraram analiticamente que com o uso de valores de  $s$  pequenos, erros aleatórios podem ser minimizados em virtude da alta coerência entre os sinais captados pelos dois microfones. Entretanto, uma pequena distância entre microfones pode diminuir a precisão das medições para baixa frequências, porquê a magnitude do valor da função de transferência se aproxima da unidade, quando o comprimento de onda é muito maior que  $s$ .

Em análises experimentais, Seybert e Soenarko verificaram que quando um microfone está localizado num ponto nodal do campo sonoro a alta coerência pode não ser atingida.

Uma modificação do método dos dois microfones foi apresentada primeiramente por Fahy (1984) e Chu (1986), que demonstraram a possibilidade de se

usar um único microfone na medição da função de transferência. A eq. (7.7) pode ser rescrita como:

$$H_{12}(f) = \frac{p_2(f)p_1^*(f)S(f)S^*(f)}{|p_1(f)|^2|S(f)|^2} \quad (7.13)$$

ou

$$H_{12}(f) = \frac{G_{p_1s}(f)G_{sp_2}(f)}{G_{p_1p_1}(f)G_{ss}(f)} \quad (7.14)$$

onde

- $S(f)$             é o espectro de potência da fonte sonora;
- $G_{p_1s}$             é a densidade espectral cruzada de  $p_1$  em relação a fonte sonora;
- $G_{sp_2}$             é a densidade espectral cruzada da fonte sonora em relação  $p_2$ ;
- $G_{ss}$                 é a densidade auto-espectral da fonte sonora.

Conseqüentemente, para processos estacionários,  $G_{p_1s}(f)$  e  $G_{sp_2}(f)$  não precisam ser determinados simultaneamente. Assim, somente um único microfone pode ser utilizado para medir a pressão nos dois pontos. Portanto, qualquer erro sistemático devido a mudança de fase entre os dois microfones pode ser minimizado ou eliminado. Entretanto, é necessário o uso de um sinal determinístico para excitar o sistema. O sinal mais recomendado é o sinal pseudo-randômico periódico.

### 7.2.1 Perda de Transmissão

A perda de transmissão de um silenciador pode ser determinada através do coeficiente de reflexão complexo, medido em duas diferentes posições nos dutos de entrada e de saída. Então, a potência sonora incidente ( $W_i$ ) e transmitida ( $W_o$ ) pode ser escrita como (Chung e Blaser, 1980):

$$W_i = \frac{G_{ii}S_i}{\rho c|1 + R_i|^2} \quad (7.15a)$$

e

$$W_o = \frac{G_{oo}S_o}{\rho c |1 + R_o|^2} \quad (7.15b)$$

onde,

$G_{ii}$  é a densidade auto-espectral de potência antes do silenciador;

$G_{oo}$  é a densidade auto-espectral de potência após o silenciador;

$R_i$  é o coeficiente de reflexão complexo antes do silenciador;

$R_o$  é o coeficiente de reflexão complexo após o silenciador;

$S_i$  é a área do duto antes do silenciador;

$S_o$  é a área do duto após o silenciador;

$\rho$  é a densidade do meio.

Por definição, a perda de transmissão sonora ( $TL$ ) de um silenciador pode ser obtida por (Seybert e Ross, 1977; Chung e Blaser, 1980 e Munjal, 1987):

$$TL = 10 \log_{10} \left( \frac{W_i}{W_o} \right) \quad (7.16)$$

Pela substituição das equações (7.6), (7.15a) e (7.15b) na eq. (7.16), tem-se:

$$TL = 20 \log_{10} \left| \frac{e^{jks} - H_{12i}}{e^{jks} - H_{12o}} \right| + 20 \log_{10} \left| \frac{G_{ii}}{G_{oo}} \right|^{1/2} + 10 \log_{10} \left( \frac{S_i}{S_o} \right) \quad (7.17)$$

onde  $H_{12i}$  e  $H_{12o}$  são as funções de transferência antes e depois do silenciador, respectivamente.

### 7.3 Método dos Três-Pontos

Este método foi proposto primeiramente por Wan (1995) para avaliar a perda de transmissão ( $TL$ ) em silenciadores através do BEM. Mais tarde, Wu e Wan (1996),

obtiveram ótimos resultados na análise numérica de silenciadores.

Desde que a terminação seja anecóica na saída (impedância= $\rho c$ ), a onda acústica somente terá a parcela transmitida,  $p_3$ , no duto de saída (Fig. 7.2). A onda na entrada possui uma parcela incidente,  $p_i$ , e outra refletida,  $p_r$ . Nesta técnica, escolhem-se arbitrariamente dois pontos na entrada (ponto 1 e 2) e um na saída (ponto 3).

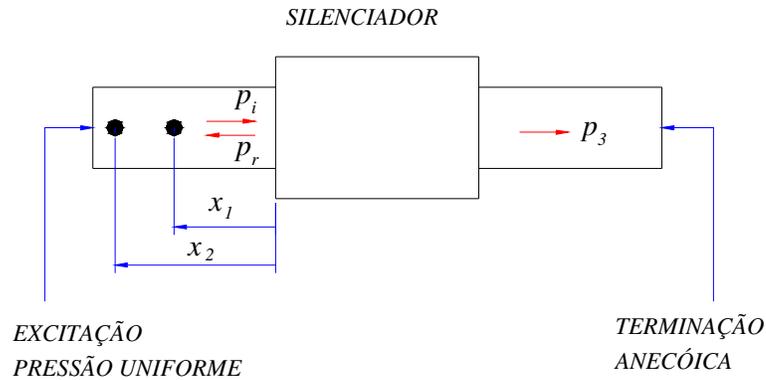


Figura 7.2. Método dos Três-pontos.

As pressões sonoras nos pontos 1 e 2 podem ser escritas como:

$$p_1 = p_i e^{jkx_1} + p_r e^{-jkx_1} \quad (7.18)$$

e

$$p_2 = p_i e^{jkx_2} + p_r e^{-jkx_2} \quad (7.19)$$

onde  $p_i$  e  $p_r$  representam as amplitudes da onda incidente e da onda refletida, respectivamente.

Resolvendo as equações (7.18) e (7.19) para a parcela incidente, tem-se:

$$p_i = \frac{1}{2i \operatorname{sen}[k(x_1 - x_2)]} (p_1 e^{-jkx_2} - p_2 e^{-jkx_1}) \quad (7.20)$$

desde que,

$$\text{sen}[k(x_1 - x_2)] \neq 0 \quad (7.21)$$

O procedimento para obtenção de  $p_i$ , da pressão sonora em dois pontos diferentes é similar ao método dos dois microfones descrito no item anterior.

### 7.3.1 Perda de Transmissão

A perda de transmissão ( $TL$ ) é definida pela eq. (7.16). Pode-se dizer que o nível da potência sonora na entrada e na saída valem (Munjaj, 1987):

$$W_i = \frac{p_i^2 S_i}{\rho c} \quad (7.22a)$$

e

$$W_i = \frac{p_3^2 S_o}{\rho c} \quad (7.22b)$$

Com a substituição das equações (7.21a) e (7.21b) na eq. (7.16), resulta:

$$TL = 20 \log_{10} \frac{|p_i|}{|p_3|} + 10 \log_{10} \frac{S_i}{S_o} \quad (7.23)$$

onde  $p_3$  é a amplitude da onda sonora num ponto qualquer localizado na saída do silenciador.

### 7.4 Erros nas Medições

Com base em estudos feitos por, Chung e Blaser (1980), Seybert e Soenarko (1981), Bodén e Abom (1984-88) e confirmado por Kimura (1995) em sua dissertação de mestrado, devem-se tomar alguns cuidados com o objetivo de minimizar os erros durante as medições:

a) o comprimento do duto na entrada e na saída deve ser mantido em torno de 5 a 10 vezes o diâmetro interno do duto;

b) os microfones devem ser posicionados o mais próximo possível da terminação, mas esta distância não deve ser menor que 10 mm, a fim de evitar influência de campos próximos;

c) nas frequências onde um ponto nodal coincide com o posicionamento de um dos microfones a coerência diminuirá, ocasionando grandes erros. A melhor maneira de se evitar tal situação é fazer novas medições em pontos diferentes.

d) com a finalidade de evitar a sensibilidade a erros associados aos dados de entrada, as medições podem dar melhores resultados na faixa de frequência entre:

$$\frac{0,1c}{2s} < f < \frac{0,8c}{2s} \quad (7.24)$$

e) com o uso de dois microfones, pode-se utilizar um par casado (como o par de intensimetria), ou comparar diferentes distâncias entre microfones ( $s$ ), fases e amplitudes para as medições.

### 7.5 Calibração

Chung e Blaser (1980), desenvolveram um método de calibração para eliminar os problemas provenientes da diferença de fase entre os microfones durante as medições. Neste procedimento a medição da função de transferência é realizada numa configuração inicial, e uma segunda medição é feita, trocando-se a posição dos dois microfones nesta mesma configuração. O resultado final desta medição é obtida pela média resultados medidos.

Seybert e Ross (1977), na medição das propriedades acústicas de um tubo, mostraram a necessidade da calibração do sistema de medição para eliminar erros relativos provenientes da diferença de sensibilidade entre os microfones e dos amplificadores utilizados. Neste procedimento os microfones devem ser montados numa mesma posição e portanto, fornecerão a mesma amplitude de pressão com uma

diferença de fase igual a zero. Sabendo-se que a função de transferência entre os microfones pode ser obtida pela eq. (7.7):

$$H_{12}(f) = \frac{G_{p_1 p_2}(f)}{G_{p_1 p_1}(f)} \quad (7.25)$$

Desde que  $G_{p_1 p_2}$  seja um quantidade complexa, então  $H_{12}(f)$  e  $|H_{12}(f)|$  são os ganhos entre microfones. A diferença de fase entre os dois microfones,  $\phi_{12}(f)$ , é dada por:

$$\phi_{12}(f) = \tan^{-1} \frac{\text{Im} [H_{12}(f)]}{\text{Re} [H_{12}(f)]} \quad (7.26)$$

onde Im e Re referem-se a parte real e a parte imaginária de  $H_{12}(f)$ .

O espectro do microfone será corrigido pela resposta em frequência do microfone de calibração, de acordo com as equações abaixo:

$$G_{p_1 p_1}(f) = \left[ G_{p_1 p_1}(f) \right]_u \quad (7.27)$$

$$G_{p_2 p_2}(f) = \frac{\left[ G_{p_2 p_2}(f) \right]_u}{|H_{12}(f)|^2} \quad (7.28)$$

$$G_{p_1 p_2}(f) = \frac{\left[ G_{p_1 p_2}(f) \right]_u}{H_{12}(f)} \quad (7.29)$$

onde o índice u, refere-se as densidades auto-espectral e espectral cruzada dos microfones não corrigidos. Desde que o microfone 1 seja selecionado arbitrariamente como microfone de referência,  $\left[ G_{p_1 p_1}(f) \right]_u$  não necessita ser corrigido.

### **7.6 Terminação Anecóica**

É reconhecida a necessidade de uma terminação anecóica para eliminar as ondas sonoras refletidas durante as medições acústicas. Entretanto, isto não é usual e nem viável em aplicações práticas na indústria. Lai (2000), analisou experimentalmente diversos modelos para os dutos de saída de silenciadores com o objetivo de determinar a influência da pulsação do gás com diferentes terminações (não-anecóicas e anecóicas). Seus resultados mostram que sem uma terminação anecóica apropriada as medições realizadas com a técnica de dois microfones e de um microfone não apresentam resultados confiáveis, devido à grande influência das ondas sonoras refletidas.

Munjal (2001), com base nos estudos de Lai, fez uso da analogia elétrico-acústica unidimensional e também verificou que o método dos dois microfones sem uma terminação anecóica satisfatória não apresenta bons resultados.

## ***Capítulo 8***

### ***Resultados Numéricos e Experimentais***

#### ***8.1 Introdução***

Neste Capítulo, é realizado o estudo do desempenho de algumas configurações de silenciadores (silenciadores com câmara de expansão simples e com dutos perfurados internos) e do comportamento da pressão sonora em seus interiores, Figuras 8.13, 8.22 e 8.23.

A análise computacional é realizada com o aplicativo de elementos finitos descrito no Cap. 6. Após a análise numérica é realizado um estudo experimental com o objetivo de validar o resultados obtidos na análise de elementos finitos com as técnicas de medição dos dois microfones e dos três-pontos, Cap. 7.

Em uma última etapa, é realizada a comparação entre os resultados experimentais provenientes das duas técnicas de medição.

#### ***8.2 Análise de Convergência: Número de Elementos $\times$ Comprimento de Onda***

A primeira etapa realizada nas análises numéricas foi determinar o número de elementos por comprimento de onda em função do erro pontual da amplitude da onda. Para realizar esta tarefa foi utilizado um duto circular, ilustrado na Fig.8.1.

Para esta geometria e usando as condições de contorno:

$$x = 0 \Rightarrow p(0) = 1 \tag{8.1a}$$

e

$$x = L \Rightarrow \frac{\partial p(L)}{\partial x} = 0 \quad (8.1b)$$

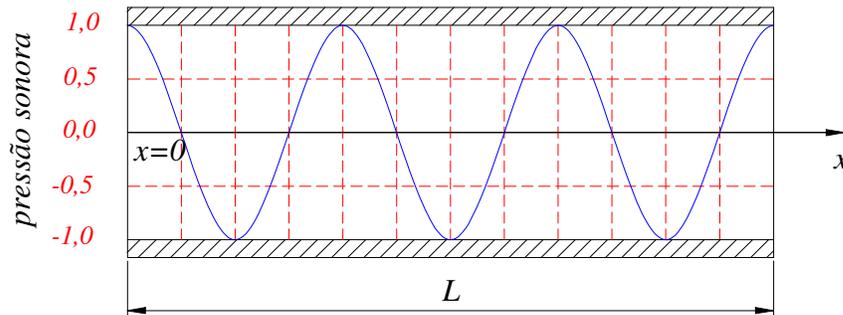


Figura 8.1. Comportamento da pressão sonora num meio unidimensional.

A onda de pressão sonora (solução clássica) propaga-se sem atenuação e pode ser escrita somente em função da coordenada x, isto é:

$$p(x) = \cos(kx) \quad (8.2)$$

onde,

- k é o número da onda;
- L é o comprimento do duto aberto.

Este problema unidimensional é utilizado como parâmetro analítico para a comparação de resultados. Na Tab. 8.1 são apresentados comparativos com os resultados obtidos com elementos finitos bidimensionais e tridimensionais e a solução analítica.

Tabela 8.1- Comparativo do Erro% na amplitude em  $x=L$ .

Elementos triangulares				Elementos hexaédricos			
linear 3 nós		quadrático 6 nós		linear 8 nós		Quadrático 20 nós	
$\frac{\text{elementos}}{\lambda}$	Erro [%]						
5	45,159	1	200,40	5	102,32	1	217,40
7	7,695	2	145,63	7	34,022	2	8,662
10	1,665	3	1,184	10	19,604	3	1,939
11	0,397	4	0,504	11	3,152	4	0,257
12	0,295	5	0,160	12	2,238	5	0,045
13	0,091	6	0,106	13	1,626	6	0,011
14	0,021	7	0,050	14	1,217	7	0,003
15	0,360	8	0,021	15	0,927	8	0,002
16	0,143			16	0,717		
17	0,134			17	0,568		
20	0,043			20	0,302		
23	0,043			23	0,172		
25	0,025			25	0,126		

Tomando como referência os resultados da Tab.8.1 é possível estabelecer uma regra para a geração da malha de elementos finitos. Assim, definindo o erro percentual (numérico) máximo na amplitude como 0,4 % tem-se:

Elementos Triangulares:

$$\text{Linear} \quad \ell_{\text{elemento}} \leq 0,09 \times \lambda_{\text{mínimo}} \quad (8.3a)$$

$$\text{Quadrático} \quad \ell_{\text{elemento}} \leq 0,2 \times \lambda_{\text{mínimo}} \quad (8.3b)$$

Elementos Hexaédricos:

$$\text{Linear} \quad \ell_{\text{elemento}} \leq 0,05 \times \lambda_{\text{mínimo}} \quad (8.3c)$$

$$\text{Quadrático} \quad \ell_{\text{elemento}} \leq 0,25 \times \lambda_{\text{mínimo}} \quad (8.3d)$$

Tais resultados também foram observados por Betts (1998) para elementos lineares e para elementos quadráticos por Sahasrabudhe et al. (1991).

### 8.3 Validação Numérica

Após determinada as dimensões máximas dos elementos, realizou-se a validação do aplicativo de elementos finitos com a modelagem de um silenciador de câmara de expansão simples apresentado por Kimura (1995) em sua dissertação de mestrado. Este silenciador aparece ilustrado na Fig. 8.2.

Kimura (1995), realizou uma simulação numérica utilizando um aplicativo de elementos finitos comercial (SYSNOISE®) e validou seus resultados com uma análise experimental de seu modelo.

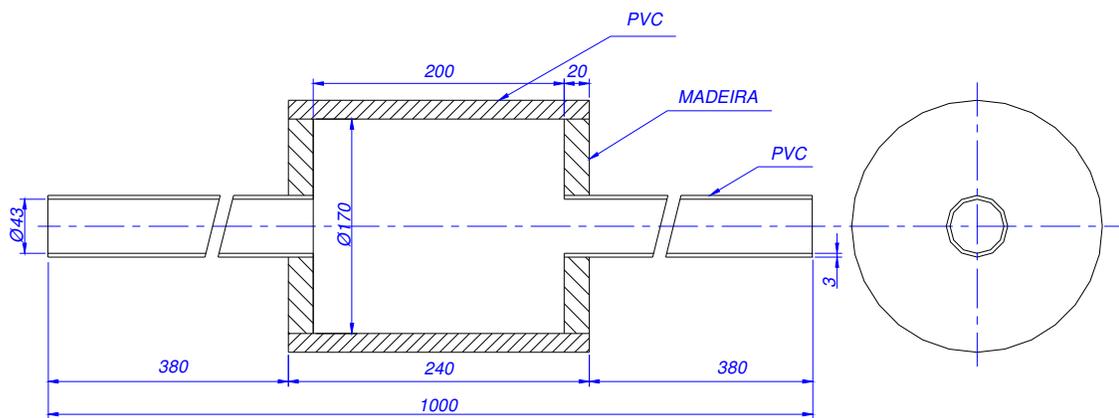
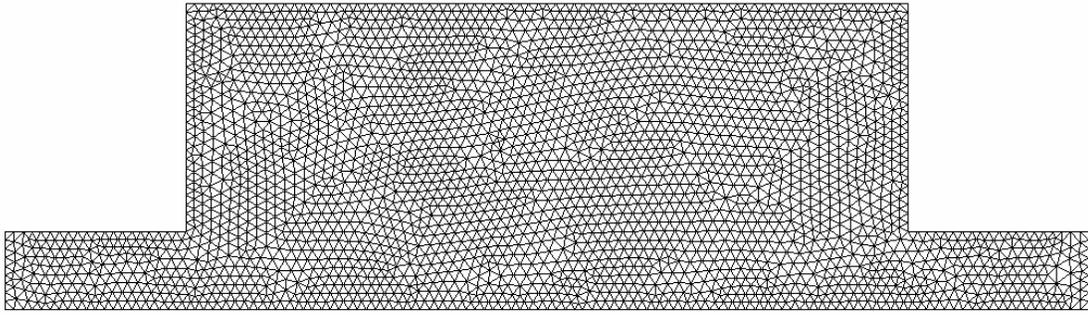


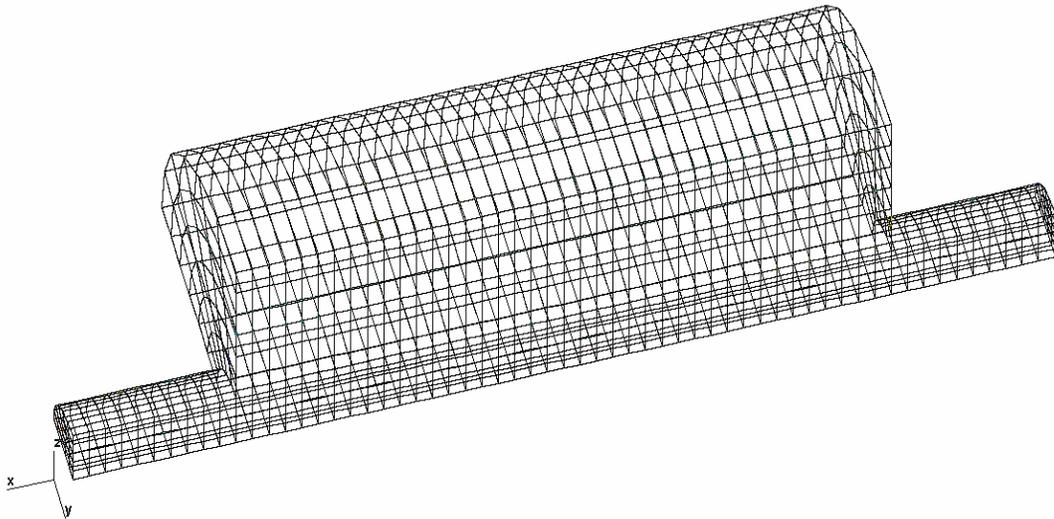
Figura. 8.2. Modelo estudado por Kimura (1995) – dimensões em [mm].

A malha de elementos triangulares lineares utilizada nesta modelagem está mostrada na Fig.8.3. Embora o problema possa ser resolvido utilizando apenas a formulação axissimétrica, sua solução também foi realizada utilizando elementos tridimensionais e a malha empregada nesta análise está mostrada na Fig. 8.4.



n° de nós = 2833      n° de elementos = 5356

Figura 8.3. Malha de elementos triangulares.



n° de nós = 13282      n° de elementos = 2700  
 $\rho = 1,21 \text{ kg/m}^3$        $c = 343 \text{ m/s}$        $T = 20^\circ\text{C}$

Figura 8.4. Malha de elementos hexaédricos quadráticos (detalhe do contorno) e propriedades do meio.

Para completar esta análise comparativa, os resultados analíticos também são calculados utilizando a teoria da onda plana, onde a perda de transmissão (TL) para expansão em câmara simples é dada por (Igarashi e Toyama, 1958-60):

$$TL = 10 \log_{10} \left[ \cos^2 \left( \frac{\pi f}{2fn} \right) + \frac{1}{4} \left( \frac{S_2}{S_1} + \frac{S_1}{S_2} \right)^2 \times \text{sen}^2 \left( \frac{\pi f}{2fn} \right) \right] \quad (8.4)$$

onde,

$$f_n = c / (4L)$$

$f$  é a frequência de excitação;

$S_1$  é a área da seção transversal no duto de entrada e saída;

$S_2$  é a área da seção transversal da câmara de expansão;

$L$  é o comprimento da câmara de expansão.

Os resultados para a perda de transmissão de Kimura (1995), da solução analítica e do presente trabalho, estão mostrados na Fig. 8.5. Nota-se claramente que todas as respostas numéricas apresentam ótima concordância com os resultados obtidos através da teoria da onda plana, para baixas frequências. Como esperado, para frequências maiores estes resultados já não são mais verificados.

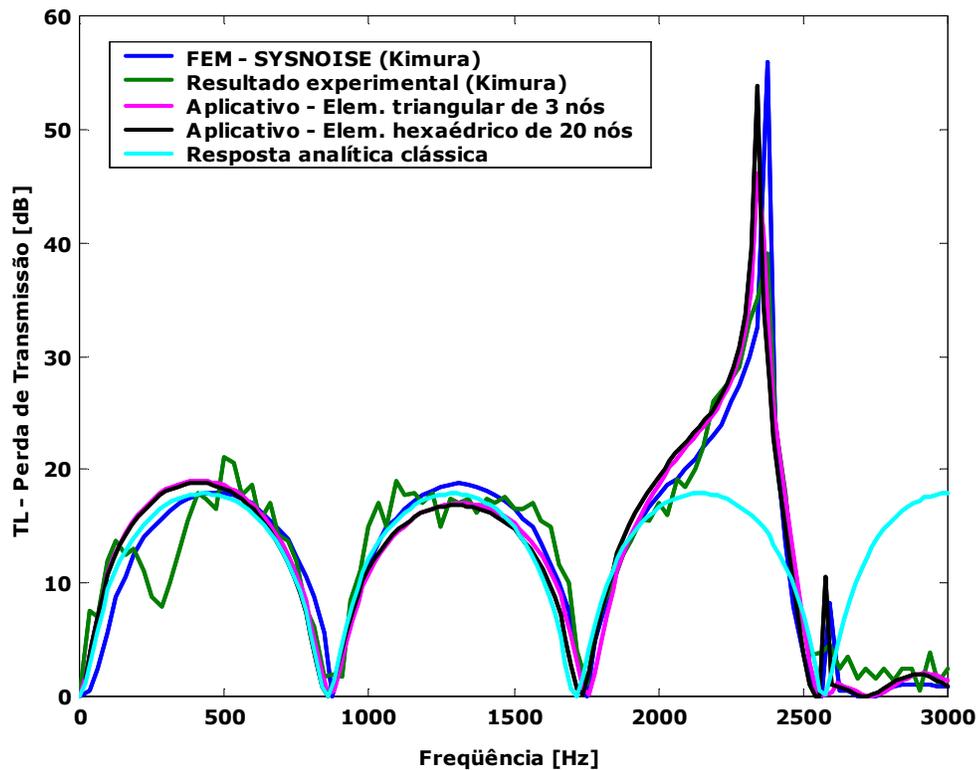


Figura 8.5. Comparativo dos resultados.

Ainda, os resultados de elementos finitos deste trabalho apresentam ótima concordância com os obtidos por Kimura, mesmo para alta frequência. A Fig.8.6 é mostrada com o objetivo de detalhar as diferenças entre as soluções bidimensionais (axissimétricas) e tridimensionais. Nota-se que, praticamente, não existe diferença alguma de resultado.

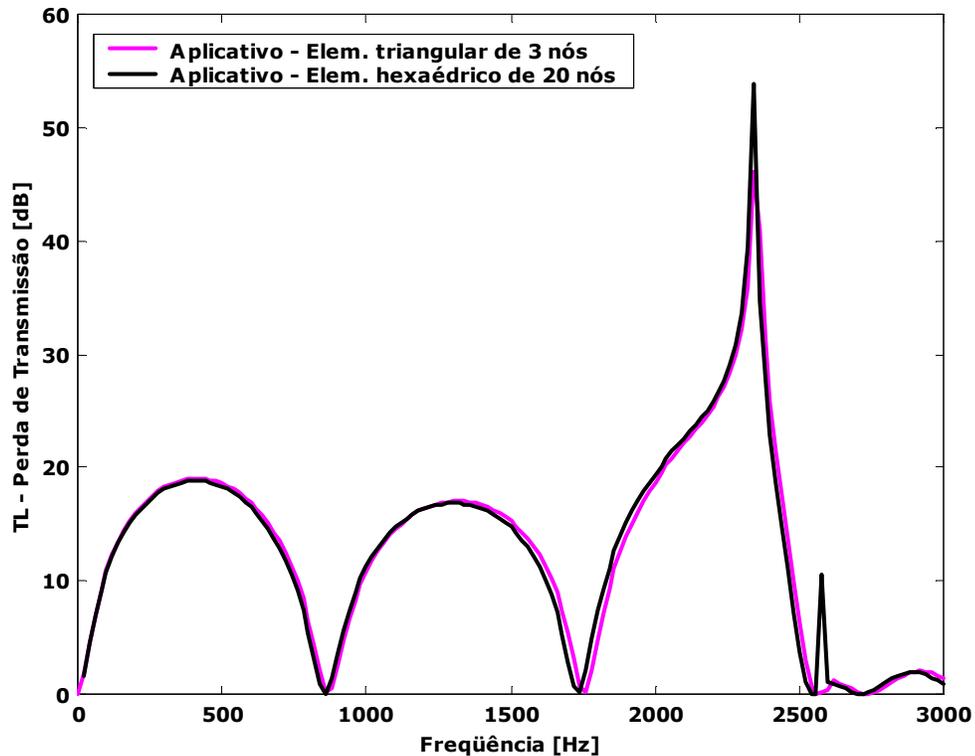


Figura 8.6. Comparativo das respostas de elementos finitos.

Mostra-se a seguir, Figuras. 8.7 a 8.12, alguns resultados obtidos para a pressão sonora adimensional normalizada em função da frequência de excitação. Tais resultados foram obtidos com velocidade unitária na entrada.

Nota-se claramente que dentro da cavidade a onda não se propaga com a forma plana para excitação acima da frequência de corte da câmara. Mesmo para frequências abaixo deste valor, nas discontinuidades, verifica-se que a onda também perde esta propriedade. Este fenômeno também foi observado por Selamet e Radavich (1997) no estudo de silenciadores de câmara de expansão simples.













#### 8.4 Análise Numérica do Silenciador de Câmara de Expansão Simples.

Uma outra análise de silenciador com uma câmara de expansão é realizada com o objetivo de comparar resultados experimentais e numéricos. Este silenciador está mostrado na Fig. 8.13.

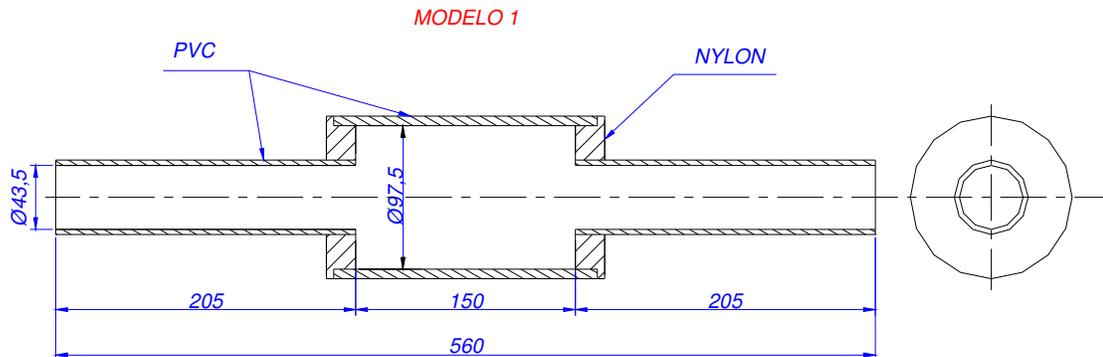


Figura 8.13. Silenciador de câmara de expansão simples – dimensões em [mm].

As malhas de elementos finitos utilizadas para a simulação numérica deste silenciador estão mostradas na Figura. 8.14. Embora os resultados com os modelos bidimensionais e tridimensionais mostrados anteriormente sejam bastantes próximos, existe uma ligeira discordância ao redor de 2500 Hz (Fig. 8.6). Por este motivo a análise tridimensional com elementos quadráticos também foi executada por precaução.



As características do meio ambiente necessárias para o cálculo das matrizes de elementos finitos foram determinadas de acordo com as seguintes equações (Beranek, 1992 e Brewer, 1992 e Kimura, 1995):

$$c(T) = c_0 \sqrt{\frac{173 + T}{293}} \quad [\text{m/s}] \quad (8.5)$$

e

$$\rho(T) = \rho_0 \left( \frac{293}{273 + T} \right) \quad [\text{kg/m}^3] \quad (8.6)$$

onde,

- $T$  é a temperatura do meio °C;  
 $c_0 = 343 \text{ m/s}$  é a velocidade do som à temperatura de 20 °C;  
 $\rho_0 = 1,21 \text{ m/s}$  é a densidade do ar à temperatura de 20 °C.

Os resultados para a perda de transmissão deste modelo e da solução clássica estão mostrados na Fig. 8.15. Posteriormente servirão como base de comparação para os resultados experimentais.

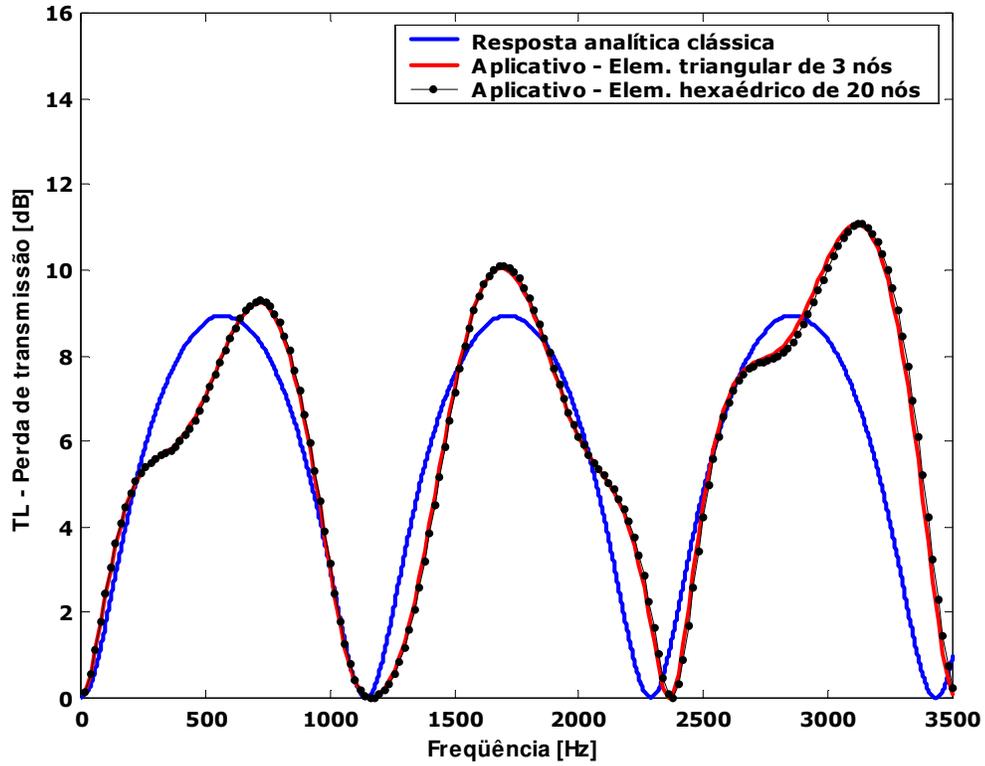


Figura 8.15. Comparativo entre os resultados para o modelo 1.

Mostram-se a seguir, Figuras. 8.16 a 8.21, alguns resultados obtidos para a pressão sonora adimensional normalizada em função da frequência de excitação. Tais resultados foram obtidos com velocidade unitária na entrada.













### 8.5 Análise Numérica de Silenciadores com Dutos Internos Perfurados

Para complementar o estudo anterior são analisados dois modelos com tubos internos perfurados, Figuras 8.22 e 8.23.

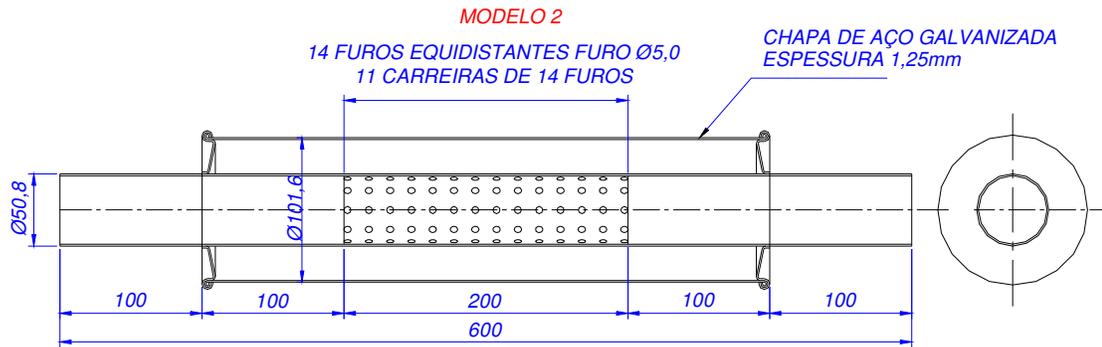


Figura 8.22. Silenciador com ducto interno perfurado com furos de diâmetro 5 mm – dimensões em [mm].

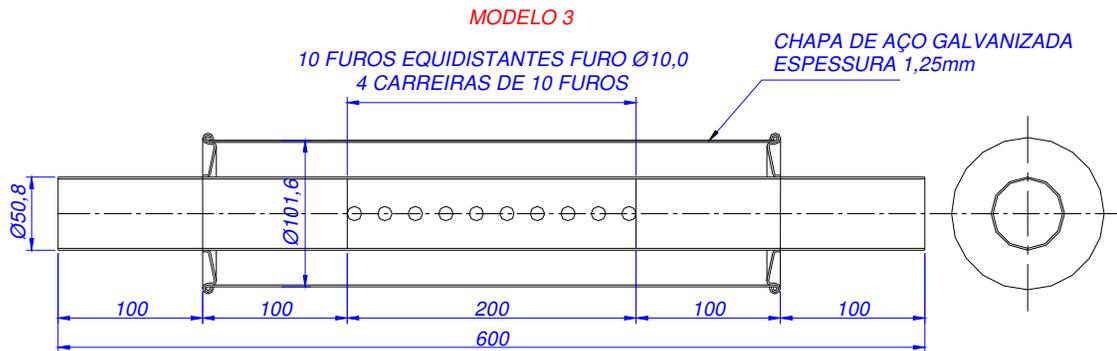
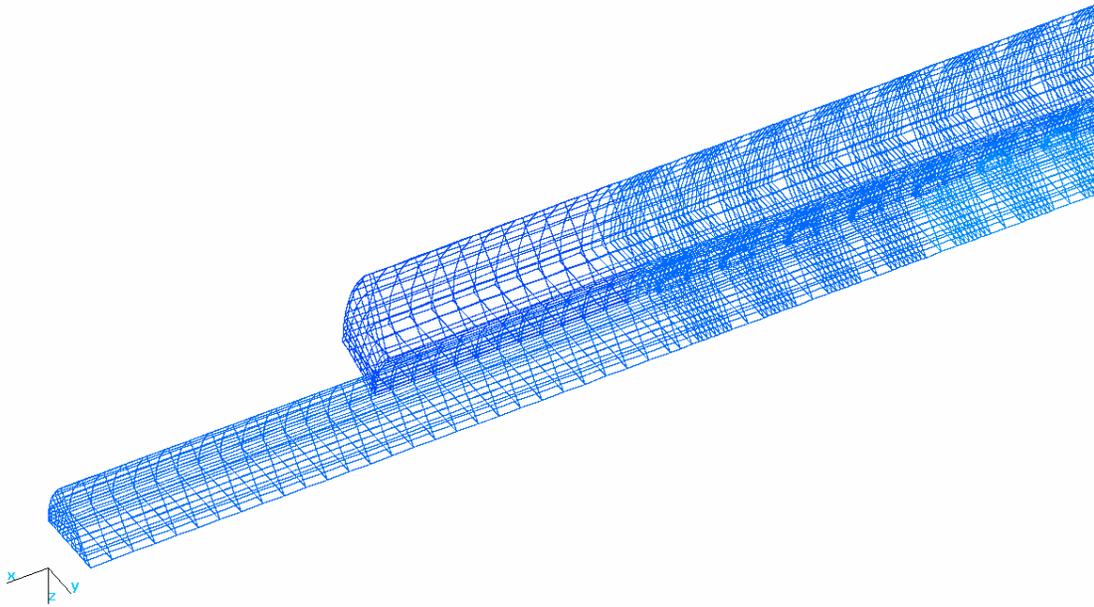
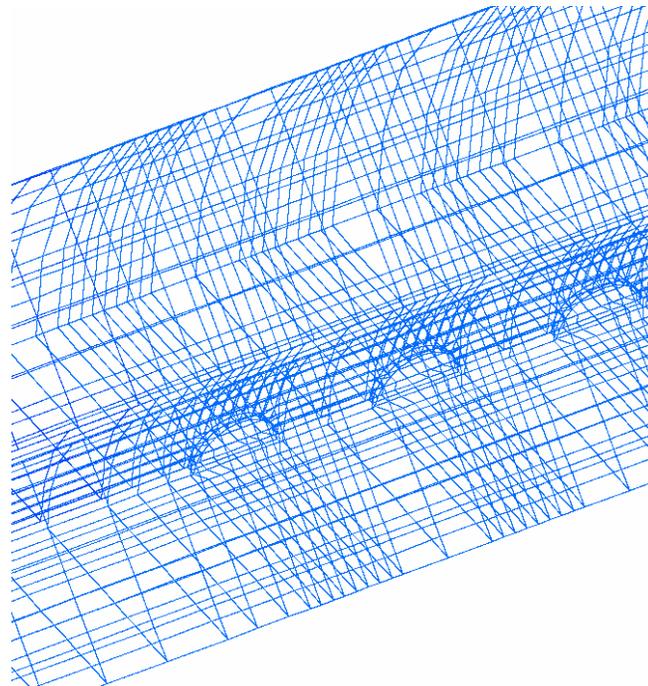


Figura 8.23. Silenciador com ducto interno perfurado com furos de diâmetro 10 mm – dimensões em [mm].

O que difere estes modelos é o diâmetro dos furos do tubo interno perfurado. Tais modelos em virtude de suas geometrias apresentarem um certo grau de complexidade serão estudados com elementos tridimensionais. As malhas de elementos finitos utilizadas para a simulação numérica destes silenciadores estão mostradas nas Figuras 8.24 e 8.25. Nota-se também que existe uma certa simetria entre estes modelos, o que torna desnecessário a discretização total de seus volumes e sim de apenas da porção simétrica.



(a) Aspecto geral.



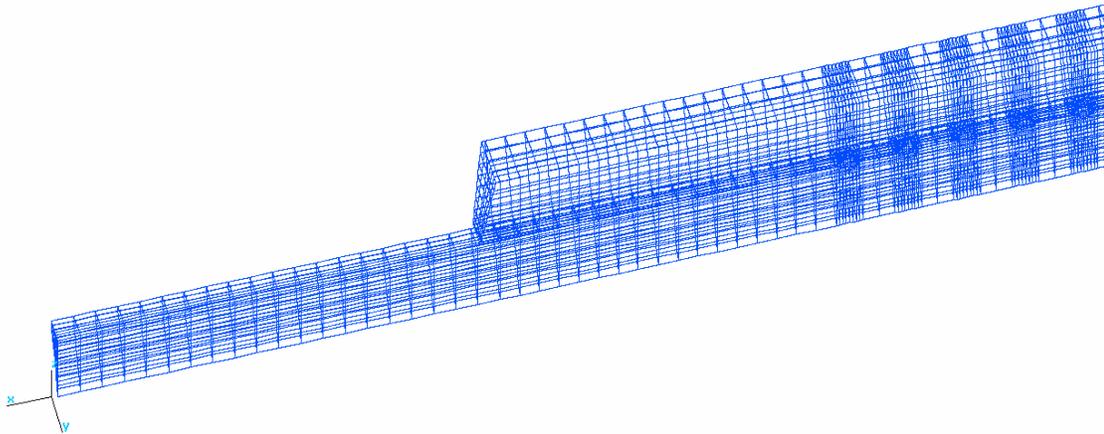
(b) Detalhe do duto perfurado.

$$\rho = 1,182 \text{ kg/m}^3$$

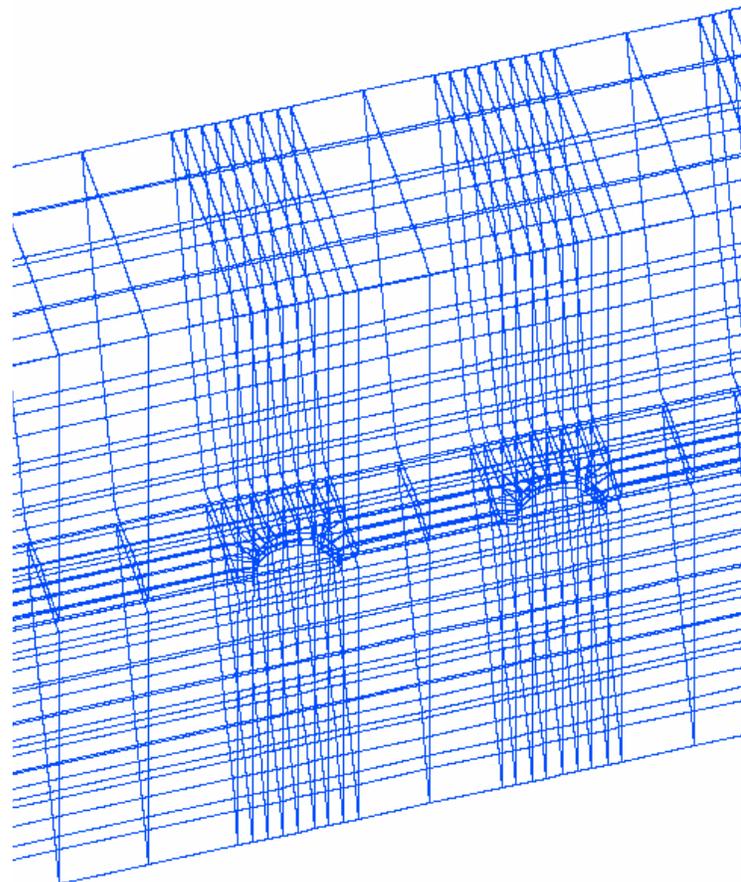
$$c = 347,1 \text{ m/s}$$

$$T = 27^\circ\text{C}$$

Figura 8.24. Malha de elementos hexaédricos quadráticos (detalhe do contorno) e propriedades do meio – modelo 2.



(a) Aspecto geral.



(b) Detalhe do duto perfurado.

$$\rho = 1,182 \text{ kg/m}^3$$

$$c = 347,1 \text{ m/s}$$

$$T = 27^\circ\text{C}$$

Figura 8.25. Malha de elementos hexaédricos quadráticos (detalhe do contorno) e propriedades do meio – modelo 3.

Os resultados para a perda de transmissão destes modelos são mostrados nas Figuras 8.26 e 8.27. Posteriormente servirão como base de comparação para os resultados experimentais.

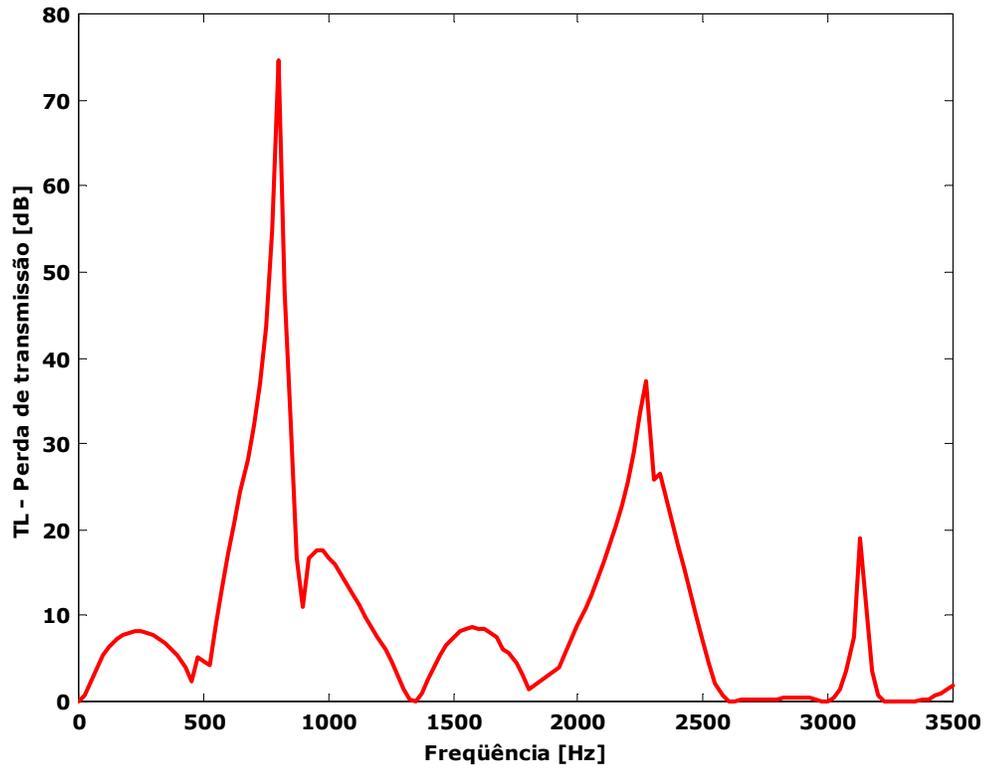


Figura 8.26. Perda de transmissão para o modelo 2.

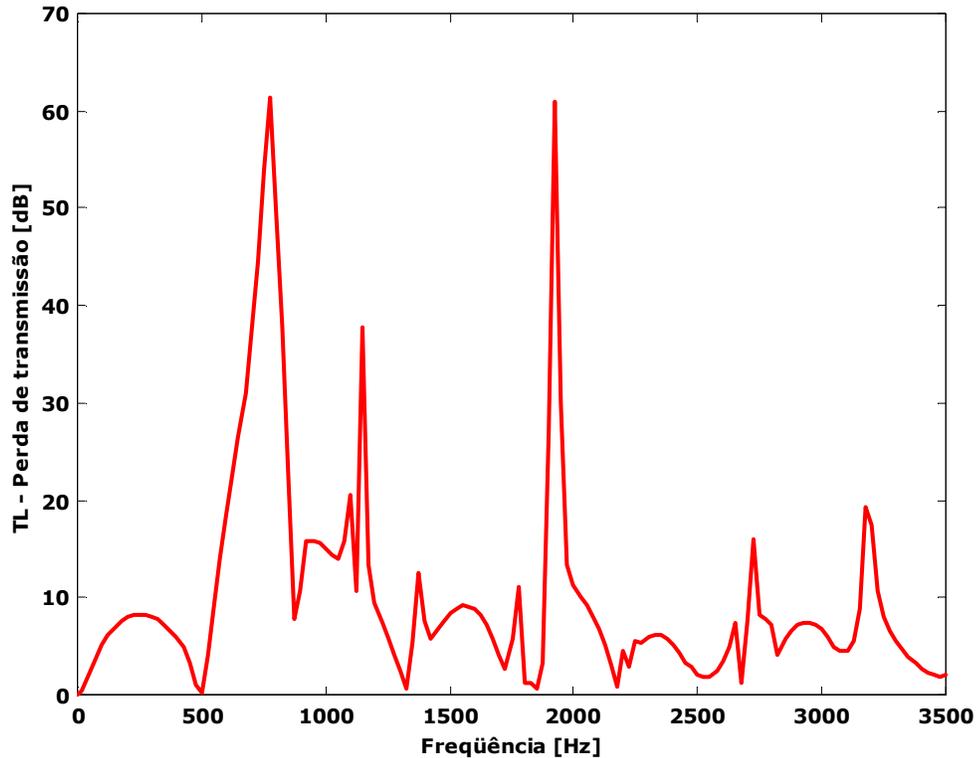


Figura 8.27. Perda de transmissão para o modelo 3.

Mostram-se a seguir, Figuras. 8.28 a 8.50, alguns resultados obtidos para a pressão sonora adimensional normalizada em função da frequência de excitação. Tais resultados foram obtidos com velocidade unitária na entrada.

Na análise das figuras pode-se notar que em determinadas regiões existe uma diferença da pressão na passagem da onda sonora do duto para a cavidade através dos furos internos. Tal comportamento é mais acentuado para altas frequências. Kimura (1995) no estudo de silenciadores através do SYSNOISE® descreve que uma das condições de contorno a serem impostas no estudo de silenciadores perfurados em seu aplicativo é que a diferença de pressão na superfície do duto e da cavidade devem tender a zero. Neste estudo mostra-se que essa condição pode comprometer a confiabilidade das análises uma vez que os resultados obtidos mostram que há regiões em que esta condição não é atingida.















































### 8.6 Aspectos Computacionais

As características dos modelos de elementos finitos utilizados na análise computacional são apresentados na Tabela 8.2. Para as etapas de pré-processamento, processamento e pós-processamento foi utilizado um Pentium II - 233MHz com 124 Mbytes de memória RAM e 10 Gbytes de memória em disco rígido.

### 8.7 Descrição do Experimento

Para avaliar experimentalmente o desempenho acústico dos modelos 1, 2 e 3, e validar os resultados da análise de elementos finitos, foram utilizadas as técnicas dos dois microfones e dos três-pontos. Todas as medições foram realizadas a temperatura ambiente de 27°C.

Como fonte de ruído utilizou-se um auto falante em caixa de madeira e o espaçamento entre microfones utilizado foi de 55 mm para os três modelos, ver Figuras 8.13, 8.22 e 8.23. A Fig. 8.51 mostra um esquema simplificado e a Fig. 8.52 mostra uma fotografia do sistema de medição utilizado.

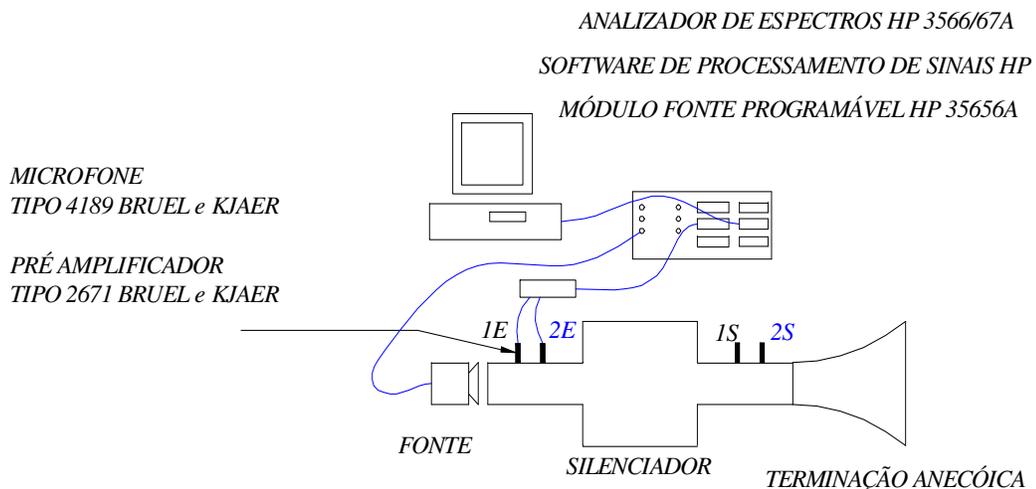


Figura 8.51. Esquema simplificado do sistema de medição utilizado.



Da eq. (7.24), nota-se que em relação ao espaçamento de microfones utilizado, são esperados bons resultados para todos os modelos, na faixa de frequência entre:

$$315 \text{ Hz} < f < 2525 \text{ Hz} \quad (8.7)$$

As medições dos modelos 1, 2 e 3 são válidas até a primeira frequência de corte de seus dutos de entrada e de saída. A Tabela 8.3 mostra as frequências de corte dos dutos e de suas câmaras internas, de acordo com a eq. (4.45).

Tabela 8.3. Frequências de corte dos modelos utilizados.

Modelo	Duto de entrada e de saída [Hz]	Câmara Interna [Hz]
1	4673,4	2085,1
2	4209	2051,4
3		

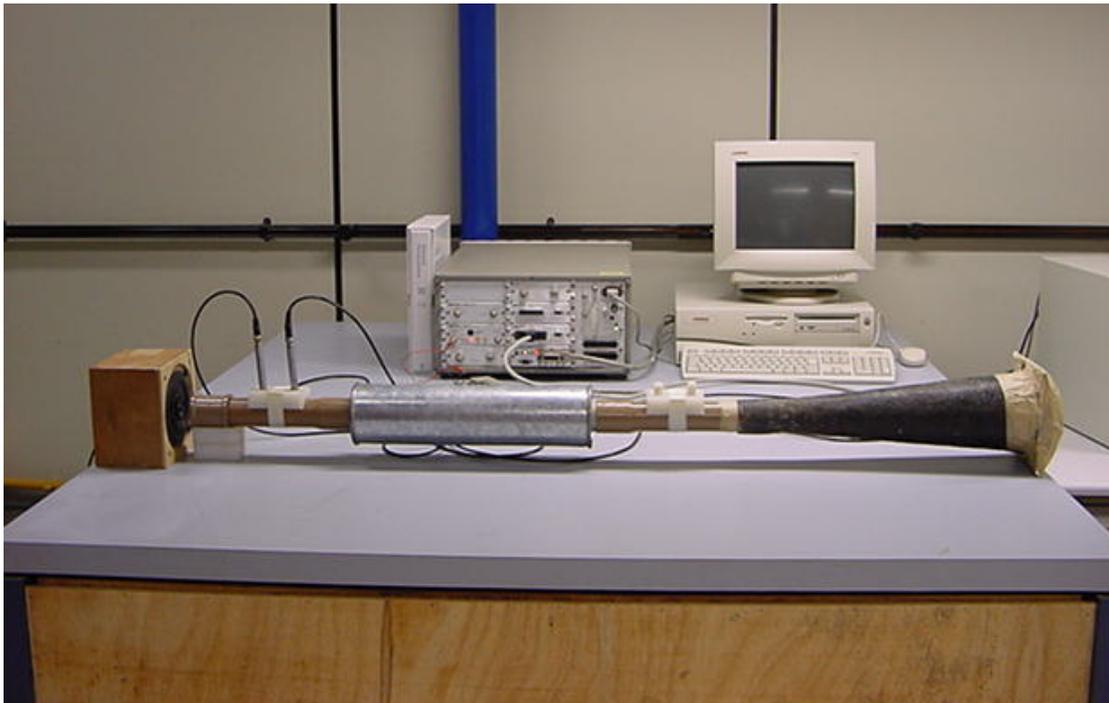


Figura 8.52. Sistema de medição.

### 8.8 Procedimentos de Medição

Para verificação da perda de transmissão através do método dos dois microfones, é necessária a determinação da função de transferência, equação (7.17). Executa-se assim, a medição da pressão sonora em dois pontos no duto de entrada  $1E$  e  $2E$ , e dois pontos no duto de saída,  $1S$  e  $2S$  (Fig. 8.52). A partir disso, calcula-se a perda de transmissão através da equação (7.17) com a determinação da função de transferência e a densidade auto-espectral da entrada e da saída do silenciador. Pode-se também avaliar a função de transferência com um único microfone, conforme descrito por Fahy (1984) e Chu (1986).

Para medição com o método dos três-pontos, é realizada a medição da pressão sonora em dois pontos na entrada  $1E$  e  $2E$  (Fig. 8.51). Com os valores das pressões nodais, calcula-se o valor da pressão incidente na entrada  $p_{i_1}$ , e assim, determina-se o valor da potência sonora incidente no silenciador. Para a medição no duto de saída há necessidade somente da tomada de pressão em um único ponto (ponto 3), desde que a terminação seja perfeitamente anecóica. Considerando que a terminação não seja perfeitamente anecóica, pode-se obter a potência sonora na saída utilizando-se o mesmo procedimento adotado no duto de entrada. Desta forma, avalia-se a pressão incidente na saída  $p_{i_0}$ , através das medições em dois pontos,  $1S$  e  $2S$ . Desta forma, a perda de transmissão sonora pode ser obtida pela eq. (7.23) modificada:

$$TL = 20 \log \frac{|p_{i_1}|}{|p_{i_0}|} + 10 \log \frac{S_i}{S_o} \quad (8.8)$$

### 8.9 Resultados Experimentais

Mostram-se nas Figuras 8.53 a 8.57 um comparativo entre os resultados obtidos com a análise numérica e com os resultados experimentais.

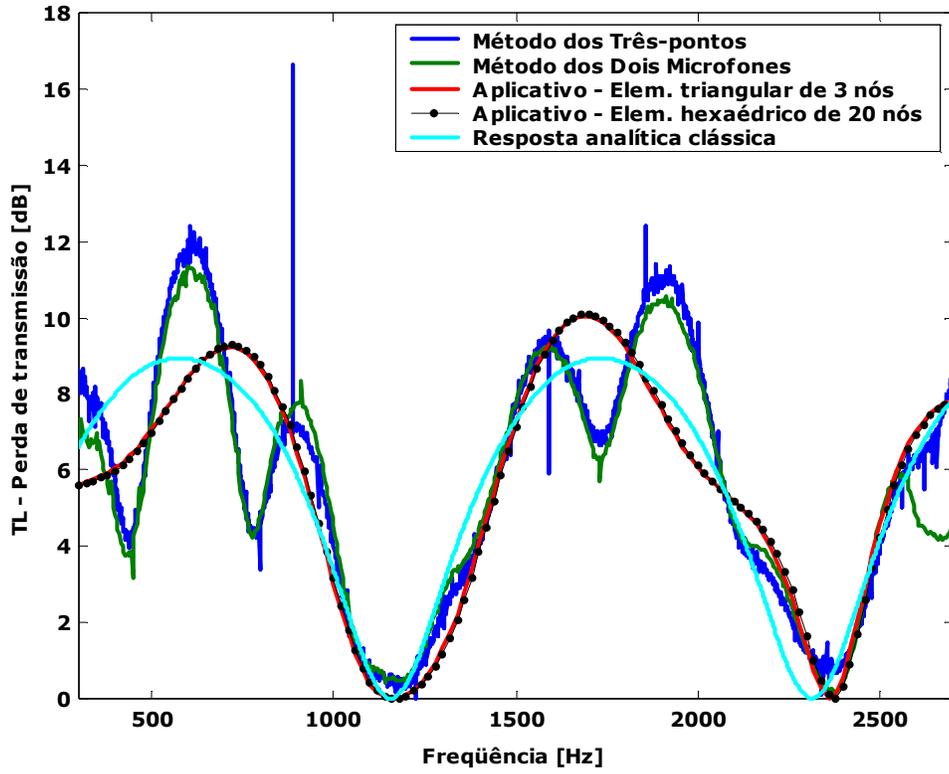


Figura 8.53. Comparativo MEF x Medição experimental para o modelo 1.

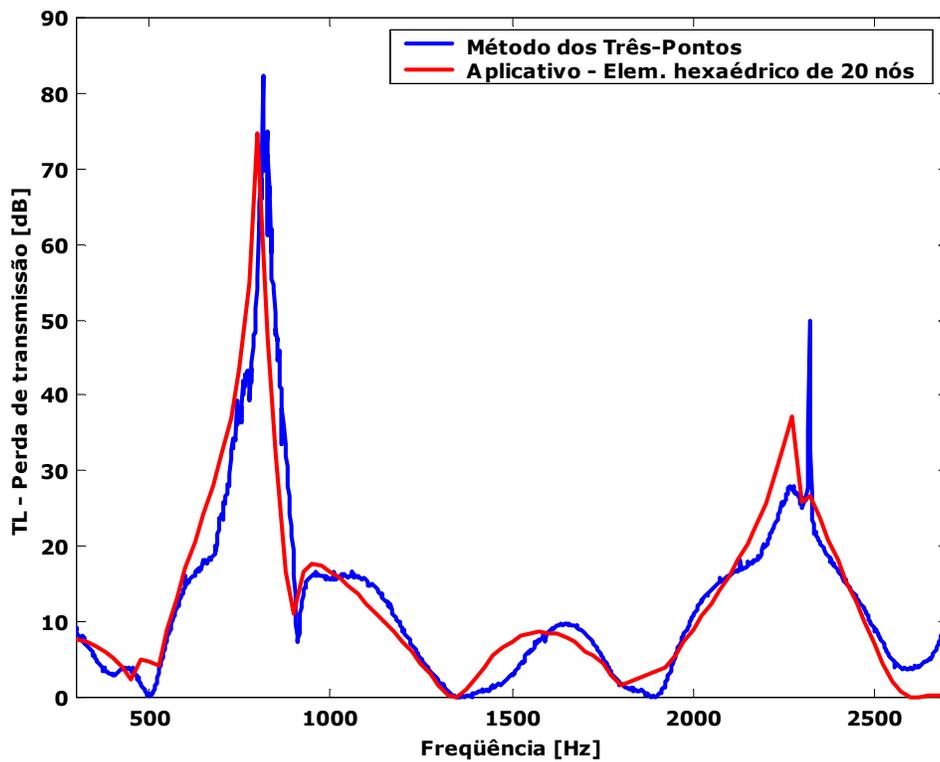


Figura 8.54. Comparativo MEF x Medição experimental para o modelo 2.

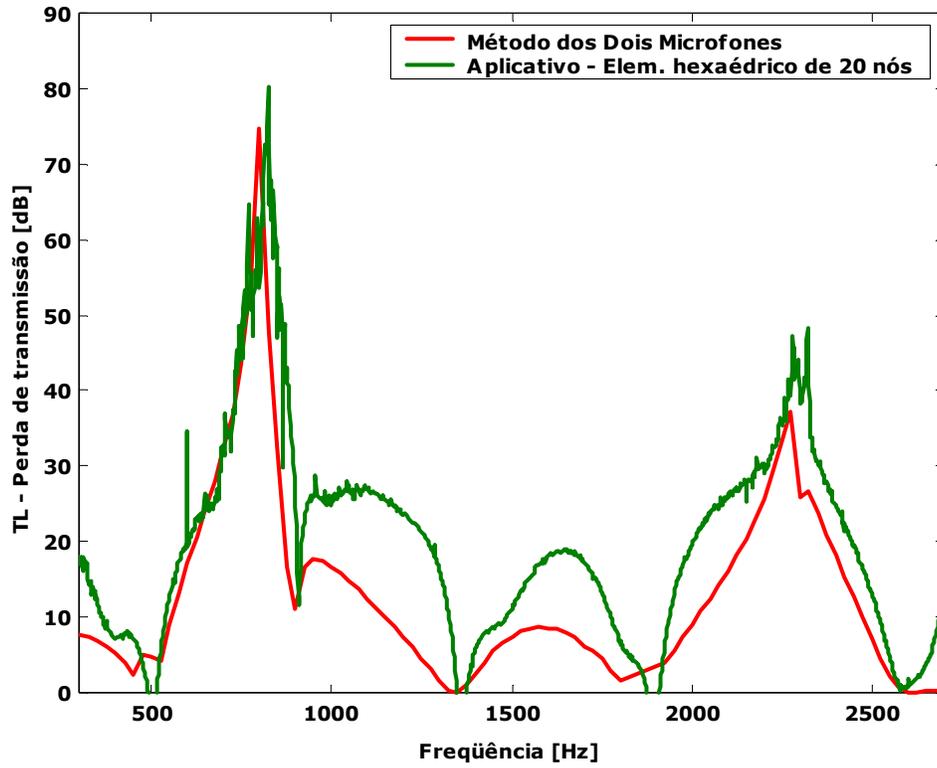


Figura 8.55. Comparativo MEF × Medição experimental para o modelo 2.

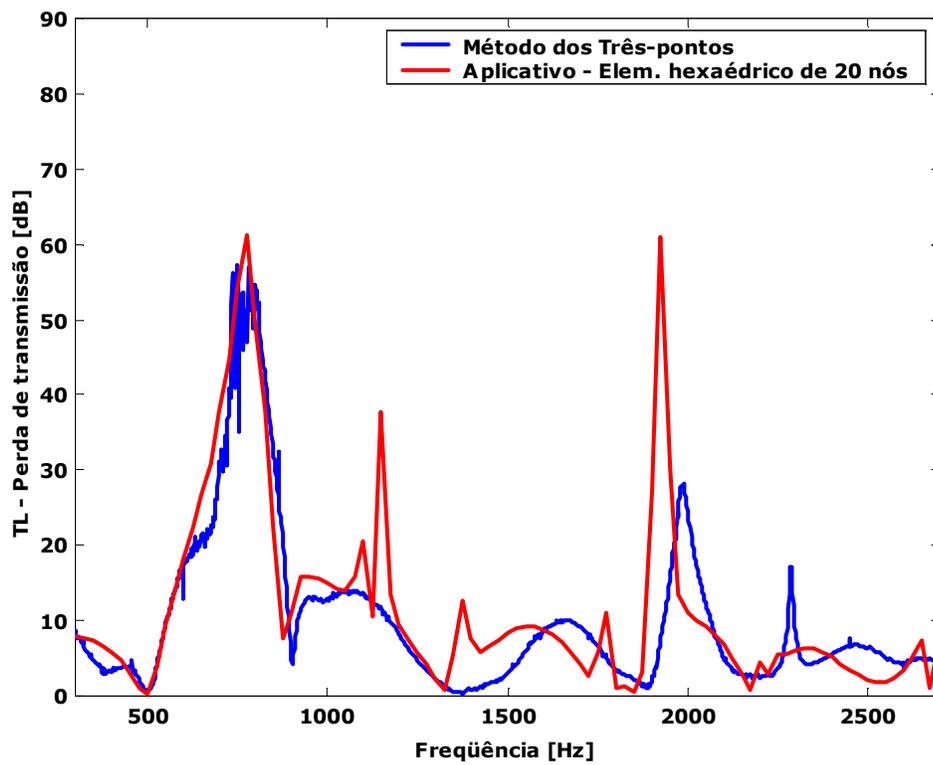


Figura 8.56. Comparativo MEF × Medição experimental para o modelo 3.

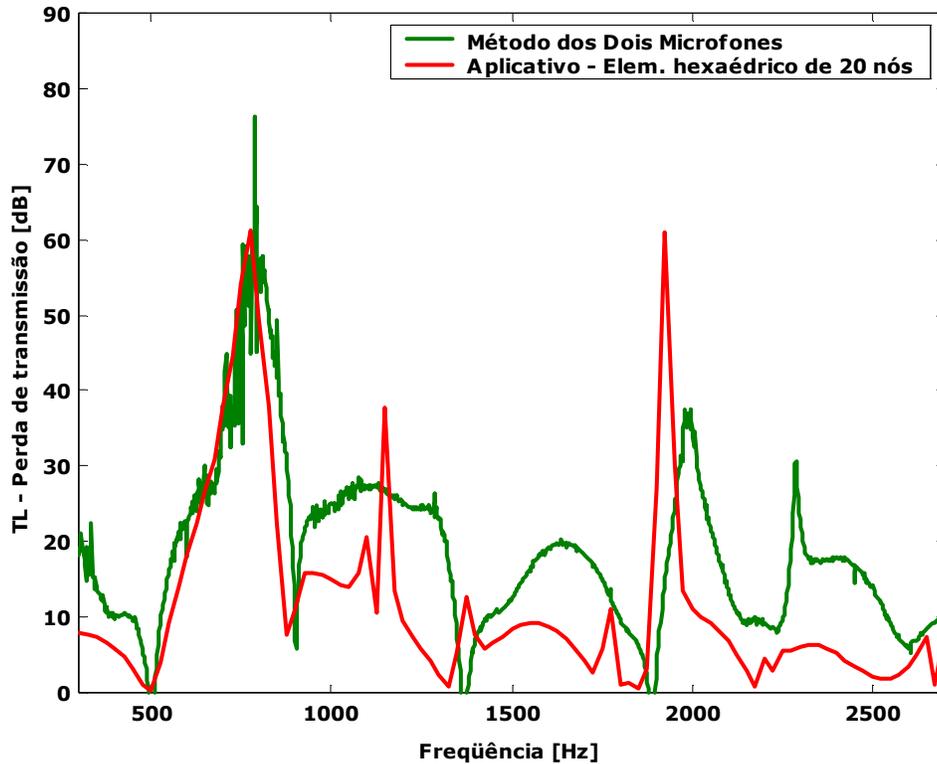


Figura 8.57. Comparativo MEF × Medição experimental para o modelo 3.

Em relação com os métodos experimentais utilizados, pode-se dizer que há uma diferença entre os resultados obtidos através das medições realizadas com o método dos dois microfones e com a resposta numérica via FEM. Encontra-se uma diferença em frequências acima de 900Hz, que atinge mais de 10 dB. Tal erro pode ser explicado em virtude da dificuldade de se manter a mesma fase entre os dois microfones durante as medições para altas frequências devido a diminuição do comprimento de onda.

Para o modelo 1 (Fig. 8.53), os dois métodos experimentais apresentam boa concordância com FEM na faixa de frequência entre 900 e 1600Hz e na faixa de frequência de 2100 a 2600Hz. Fora destas faixas, os resultados não apresentam concordância que podem estar relacionados com a falta de rigidez estrutural do modelo analisado e dos diferentes coeficientes de reflexão dos materiais empregados. Entretanto, a diferença encontrada com a teoria clássica, eq. 8.4, é pouco representativa com o resultado via FEM. Com análise da Fig. 8.54, pode-se verificar a

validade do aplicativo de elementos finitos desenvolvido em razão da boa concordância dos resultados apresentados.

Em relação ao modelo 3 (Fig. 8.56), notamos uma pequena defasagem entre as respostas que pode ter como causa a falta de refino de malha entre os furos do duto interno.

### ***8.9.1 Calibração do Sistema de Medição***

Com relação à calibração do sistema de medição, foram empregadas as recomendações descritas no item (7.5). Numa análise preliminar na medição dos modelos, verificou-se que o sistema de medição devidamente calibrado ou não, apresentavam os mesmos resultados.

## ***Capítulo 9***

### ***Conclusões***

O resultados numéricos obtidos na validação do aplicativo de elementos finitos apresentaram ótima concordância com os resultados de Kimura (1995). A concordância desses resultados garante a confiança nas análises numéricas provenientes do aplicativo desenvolvido para este trabalho.

No estudo das câmaras de expansão, com dutos centrados, o uso de modelos axissimétricos apresentou bons resultados, demonstrando que modos circunferenciais anti-simétricos são pouco excitados não interferindo neste estudo. Pode-se notar tal comportamento nas Figuras 8.7 a 8.12. Com relação às medições, mesmo para frequências acima da frequência de corte da câmara, há somente propagação de ondas planas no duto de saída, não interferindo na análise da perda de transmissão sonora, como prevê Eriksson (1980). Tal comportamento também é observado nos demais modelos estudados.

Com relação aos dutos perfurados, os resultados da análise experimental e o FEM apresentaram bons resultados. As diferenças encontradas com as medições utilizando o método dos dois microfones em relação ao método dos três-pontos e a resposta via FEM, podem ter sido ocasionadas pela dificuldade de se manter a mesma fase entre os microfones, sendo que este método é muito suscetível ao problema de fase. Este problema é agravado com aumento da frequência de excitação em virtude do comprimento de onda ser cada vez menor.

Quanto ao sistema de medição, mostrou-se com boa eficiência na faixa de validade para o espaçamento entre os microfones utilizado ( $s=55$  mm). Lembra-se aqui

que foram utilizadas várias distâncias entre microfones e que a distância escolhida foi a que apresentou os menores erros na determinação dos parâmetros necessários à obtenção da perda de transmissão. Tais resultados podem ser melhorados com o uso de diferentes terminações anecóicas, construídas para faixas específicas de frequência, com a finalidade de melhorar eficiência dos métodos de medição.

Na análise do comportamento da pressão sonora no interior dos silenciadores perfurados nota-se claramente que em determinadas regiões existe uma diferença de pressão na passagem da onda sonora do duto interno para a cavidade através dos furos. Tal comportamento é mais acentuado para altas frequências. Muitas formulações de elementos finitos utilizam como condição de contorno nesta região que a diferença de pressão na superfície interna do duto e da cavidade deve tender a zero. Neste estudo mostra-se que essa condição pode comprometer a confiabilidade das análises uma vez que os resultados obtidos apresentam que há regiões em que esta condição não é atingida.

Os resultados experimentais obtidos através do método dos três-pontos e o FEM apresentaram no geral uma boa concordância. Portanto, essa técnica é válida para avaliar experimentalmente o desempenho de silenciadores automotivos.

Uma propriedade importante observada neste estudo é que a falta de rigidez estrutural e o uso de materiais com diferentes coeficientes de reflexão, podem ocasionar erros nos resultados das medições.

Em relação às malhas utilizadas deve-se observar com cuidado as regiões de transição entre os furos ou de troca de área, porque uma mudança abrupta de dimensões ou de distorção nos elementos podem levar a grandes erros na simulação numérica. Portanto, é aconselhável um refino da malha nesta região. Entretanto, lembra-se que esta condição pode levar ao uso de modelos com grande número de elementos, o que cada vez aumenta o já elevado tempo de processamento. Como consequência desse fato, fazem-se necessários computadores mais rápidos e com grande capacidade de processamento, deixando assim a análise numérica economicamente inviável.

É bom lembrar que em todos os casos analisados não foram considerados o escoamento de gases, o que não acontece em casos reais. Embora existam muitos

estudos teóricos incluindo o escoamento de gases, os trabalhos comparando simulação numérica com resultados experimentais nesta condição são poucos, limitando-se ao estudo de geometrias simples.

### ***9.1 Projetos Futuros***

Baseado em comentários anteriores, pode-se traçar algumas sugestões para trabalhos futuros:

- Análise de silenciadores incluindo o escoamento de gases;
- Estudo das propriedades dos materiais empregados na fabricação de silenciadores;
- Estudo de silenciadores com diferentes terminações anecóicas;
- Análise de silenciadores utilizando-se o BEM;
- Efeito do fluxo de gases nos interior de silenciadores – geração de vórtices.

## *Referências Bibliográficas*

- ABOM, M. and Bodén, H., “**Error Analysis of Two-microphone Measurements in Ducts with Flow**”, Journal of the Acoustical Society of America, vol. 83, n.º 6, pp. 2429-2438 (1988).
- BATHE, Klaus-Jürgen., “**Finite element procedures**”, Ed. Prentice-Hall, 1.º ed., New Jersey, USA, 1038 p. (1996).
- BERANEK, L. L. and Vér I. L., “**Noise and vibration control engineering-principles and applications**”, Ed. John Willey, 1.º ed., New York, USA, 804 p. (1992).
- BETTS, J. F., “**Finite element study of plane wave acoustic phenomena in ducts**”, Thesis submitted to the Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, 69 p. April (1998).
- BODÉN, H. and Abom, M., “**Two-microphone measurements in the plane wave region of ducts**”, Report TRITAK-TAK n.º 8401, Department of Technical Acoustics, Royal Institute of Technology, Stockholm (1984).
- BODÉN, H. and Abom, M., “**Influence of errors on the two-microphone method for measuring acoustic properties in ducts**”, Journal of the Acoustical Society of America, vol. 79, n.º 2, pp. 541-549 (1986).
- BREWER, R. S., “**The physics of acoustic filters**”, A Thesis presented to the Division of Mathematics and Natural Sciences Reed College, 88 p., May (1992).

- CHU, W. T., “**Transfer Function technique for Impedance and Absorption Measurements in an Impedance Tube Using a Single Microphone**”, Journal of the Acoustical Society of America, vol. 80, n.º 2, pp. 555-560 (1986).
- CHUNG, T. J., “**Finite element analysis in fluid dynamics**”, Ed. McGraw-Hill, 1º. ed., New York, USA, 378 p. (1978).
- CHUNG, J. Y. and Blaser, D. A., “**Transfer function method of measuring in-duct acoustic properties. I-Theory**”, Journal of the Acoustical Society of America, vol. 68, n.º 3, pp. 907-913 (1980).
- CHUNG, J. Y. and Blaser, D. A., “**Transfer function method of measuring in-duct acoustic properties. II-Experiment**”, Journal of the Acoustical Society of America, vol. 68, n.º 3, pp. 914-921 (1980).
- CHENG, C. Y. R., Seybert, A. F. and Wu, T. W., “**A multidomain boundary element solution for silencer and muffler performance prediction**”, Journal of Sound and Vibration, vol. 151, pp. 119-129. (1991)
- COOK, R. D., Malkus, D. S. and Plesha, M. E., “**Concepts and applications of finite element analysis**”, Ed. John Wiley, 3º. ed., New York, USA, 630 p. (1989).
- COLLINS, R. J., “**Bandwidth Reduction by Automatic Renumbering**”, International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 6, n.º 3, pp. 345-356 (1973).
- CRAGGS, A., “**A finite element method for damped acoustic systems: An application to evaluate the performance of reactive mufflers**”, Journal of Sound and Vibration, vol. 48, n.º 3, pp. 377-392 (1976).

CRAGGS, A., “**A finite element method for modeling dissipative mefflres with a locally reactive lining**”, *Journal of Sound and Vibration*, vol. 54, n.º 2, pp. 285-296 (1977).

CRAGGS, A., “**A finite element method for acoustically lined small rooms**”, *Journal of Sound and Vibration*, vol. 108, n.º 2, pp. 327-337 (1986).

DESAI, C. S. and J. F. Abel, “**Introduction to the finite element method: A numerical method for engeenering analysis**”, Affiliated East-West Press, New Delhi (1972).

ERIKSSON, L. J., “**Higher order mode effects in circular ducts and expansion chambers**”, *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 68, n.º 2, pp. 545-550 (1980).

FAHY, F. J., “**Rapid method for the measurement of sample acoustic impedance in a standard wave tube**”, *Journal of Sound and Vibration*, vol. 147, n.º 3, pp. 371-394 (1984).

FUKUDA, M. “**A study on the exhaust muffler of internal combustion engines**”, *Bulletin of JSME*, vol. 6, n.º 22, pp. 255-269 (1963).

FUKUDA, M. “**A study on characteristics of cavity-type mufflers**”, *Bulletin of JSME*, vol. 12, n.º 50, pp. 333-349 (1969).

FUKUDA, M. and Okuda, J., “**A study on characteristics of cavity-type mufflers**”, *Bulletin of JSME*, vol. 13, n.º 55, pp. 96-104 (1970).

GLADWELL, G. M. L., “**A Finite element method for acoustic**”, *Proceedings Fifth International Congress Acoustic Liege, L33* (1965).

- GLADWELL, G. M. L., “**A variational formulation of damped acoustic-structural vibration problems**”, *Journal of Sound and Vibration*, vol. 4, n.º 2, pp. 177-186 (1966).
- GLADWELL, G. M. L. and Mason, V., “**Variational finite element calculation of the acoustic response of a rectangular panel**”, *Journal of Sound and Vibration*, vol. 14, n.º 1, pp. 115-1135 (1971).
- GRADIN, H., “**Fundamentals of the finite element method**”, Ed. Macmillan Publishing Company, 1º. ed., New York, USA, 528 p. (1986).
- HUEBNER, K. H., Thornton, E. A., Byron, Ted G., “**The finite element method for engineers**”, Ed. John Wiley, 3º. ed., New York, USA, 628 p. (1995).
- IGARASHI, J. and Toyama, M., “**Fundamentals of acoustic silencers (I)**”, Aeronautical Research Institute, University of Tokyo, Report, pp. 223-241 (1958).
- IGARASHI, J. and Arai, M., “**Fundamentals of acoustic silencers (III)**”, Aeronautical Research Institute, University of Tokyo, Report n.º 351, pp. 17-31 (1960).
- JI, Z. H., Mohanty, A. R. and Seybert, A. F. “**Numerical modeling of reactive perforated mufflers**”, *Proceedings of the Second International Congress on Recent Developments in Air and Structure Borne Sound Vibration*, pp 957-964 (1992).
- JI, Z. H. and Zhang, Z., “**Application of the boundary element method to predicting acoustic performance of expansion chamber mufflers with mean flow**”, *Journal of Sound and Vibration*, vol. 173, pp. 57-71 (1994).

- KIM, J. and Soedel, W., “**General formulation of pole parameters for three dimensional cavities utilizing modal expansion with special attention to annular cylinder**”, Journal of Sound and Vibration, vol. 129, pp. 237- 254 (1989).
- KIM, J. and Soedel, W., “**Analysis of gas pulsation in multiply connected three dimensional acoustic cavity with special attention to nature mode or wave cancellation effects**”, Journal of Sound and Vibration, vol. 131, pp. 103-114 (1989).
- KIM, J. and Soedel, W., “**Development of general procedure to formulate four pole parameters by modal expansion and its application to three dimensional cavities**”, ASME Transaction, Journal of Vibration and Acoustic , vol. 112, pp. 452- 459 (1990).
- KIMURA, M. R. M., Gerges, S. N. Y. e Valber, C., “**Ensaio e simulação acústica de escapamento veicular simples**”, Revista de Vibrações e Acústica, n.º 14, pp. 37-40 (1994).
- KIMURA, M. R. M., 1995,. “**Medição e simulação acústica de silenciadores veiculares**”, Florianópolis, 110 p, Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica, UFSC, dezembro, (1995).
- LAI, P. C. C., “**A study of the acoustical termination on practical gas pulsation measurement**”, Journal of Sound and Vibration, vol. 233, n.º 4, pp. 617-641 (2000).
- MIWA, T. and Igarashi, J., “**Fundamentals of acoustical silencers (II)**”, Aeronautical Research Institute, University of Tokyo, Report n.º 344, pp. 67-85 (1959).

MUNJAL, M. L., “**Acoustics of ducts and mufflers**”, Ed. John Wiley, 1°. ed. New York, USA, 328 p. (1987).

MUNJAL, M. L., “**An error inherent in the use of the two-microphone method for gas pulsation measurement in a reflective environment**”, Journal of Sound and Vibration, vol. 242, n.º 3, pp. 539-541 (2001).

PEAT, K. S. and Rathi, K. L., “**A finite element analysis of the convected acoustic wave motion in dissipative silencers**”, Journal of Sound and Vibration, vol. 184, n.º 3, pp. 529-545 (1995).

ROSS, D. F., “**A finite element method of perforated component acoustic systems**”, Journal of Sound and Vibration, vol. 79, n.º 1, pp. 133-143 (1981).

SAHASRABUDHE, A. D., Ramu, S. A. and Munjal, M. L., “**Matrix condensation and transfer matrix techniques in the 3-D analysis of expansion chamber mufflers**”, Journal of Sound and Vibration, vol. 147, n.º 3, pp. 371-394 (1991).

SEGERLIND, L. J., “**Applied finite element analysis**”, Ed. John Wiley, 2°. ed., New York, USA, 428 p. (1984).

SELAMET, A. and Radavich, P. M., “**The effect of length on the acoustic attenuation performance of concentric expansion chambers: An analytical, computational and experimental investigation**”, Journal of Sound and Vibration, vol. 201, n.º 4, pp. 407-426 (1997).

SEYBERT, A. F. and Ross, D. F., “**Experimental determination of acoustic properties using a two-microphone random-excitation technique**”, Journal of the Acoustical Society of America, vol. 61, n.º 5, pp. 1362-1370 (1977).

- SEYBERT, A. F. and Soenarko, B., “**Error analysis of spectral estimates with application to the measurement of acoustic parameters using random sound fields in ducts**”, Journal of the Acoustical Society of America, vol. 69, n.º 4, pp. 1190-1199 (1981).
- SULLIVAN, J. W. and Crocker, “**Analysis of concentric-tube resonators having unpartitioned cavities**”. Journal of the Acoustical Society of America, vol. 64, pp. 207-215 (1978).
- SINGH, R. and Katra, T., “**Development of an impulse technique for measurements of muffler characteristics**”, Journal of Sound and Vibration, vol. 56, n.º 2, pp.279-298 (1978).
- THIEME, F. A., “**Atenuação de ruído em silenciadores automotivos: análise numérica pelo método das matrizes de transferência e verificação experimental**”, Florianópolis, 151 p., Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica, UFSC, (2000).
- WAN, G. C., “**Prediction and measurement of the acoustic performance of mufflers**”, Proceedings of Inter-Noise 95, Newport Beach, CA. (1995)
- WANG, C. N., Tse, C. C. and Chen, Y. N., “**A boundary element analysis of a concentric tube resonator**”, Engineering Analysis with Boundary Elements, vol. 12, pp. 21-27 (1995).
- WU, W. T., Zhang, P. and Cheng, C. Y. R., “**Boundary element analysis of mufflers with an improved method for deriving the four-pole parameters**”, Journal of Sound and Vibration, vol. 217, n.º 4, pp. 767-779 (1998)

- WU, W. T. and Wan G. C., “**Mufflers performance studies using a direct mixed-body boundary element method and a three-point method for evaluating transmission loss**”, Transactions of The ASME - Journal of Vibration and Acoustics, vol. 118, pp. 479-484 (1996).
- YOUNG, C. I. J. and Croker, M. J., “**Prediction of transmission loss in mufflers by the finite element method**”, Journal of the Acoustical Society of America, vol. 57, n.º 1, pp. 144-148 (1975).
- YOUNG, C. I. J. and Croker, M. J., “**Acoustical analysis, testing, and design of flow-reversing muffler chambers**”, Prediction of transmission loss in mufflers by the finite element method”, Journal of the Acoustical Society of America, vol. 60, n.º 5, pp. 1111-1118 (1976).
- ZIENKIEWICZ, O. C. and Taylor, R. L., “**The finite element method – Vol. 1, The basis**”, Ed. Butterworth Heinemann, 5.º ed., New York, USA, 690 p. (2000).

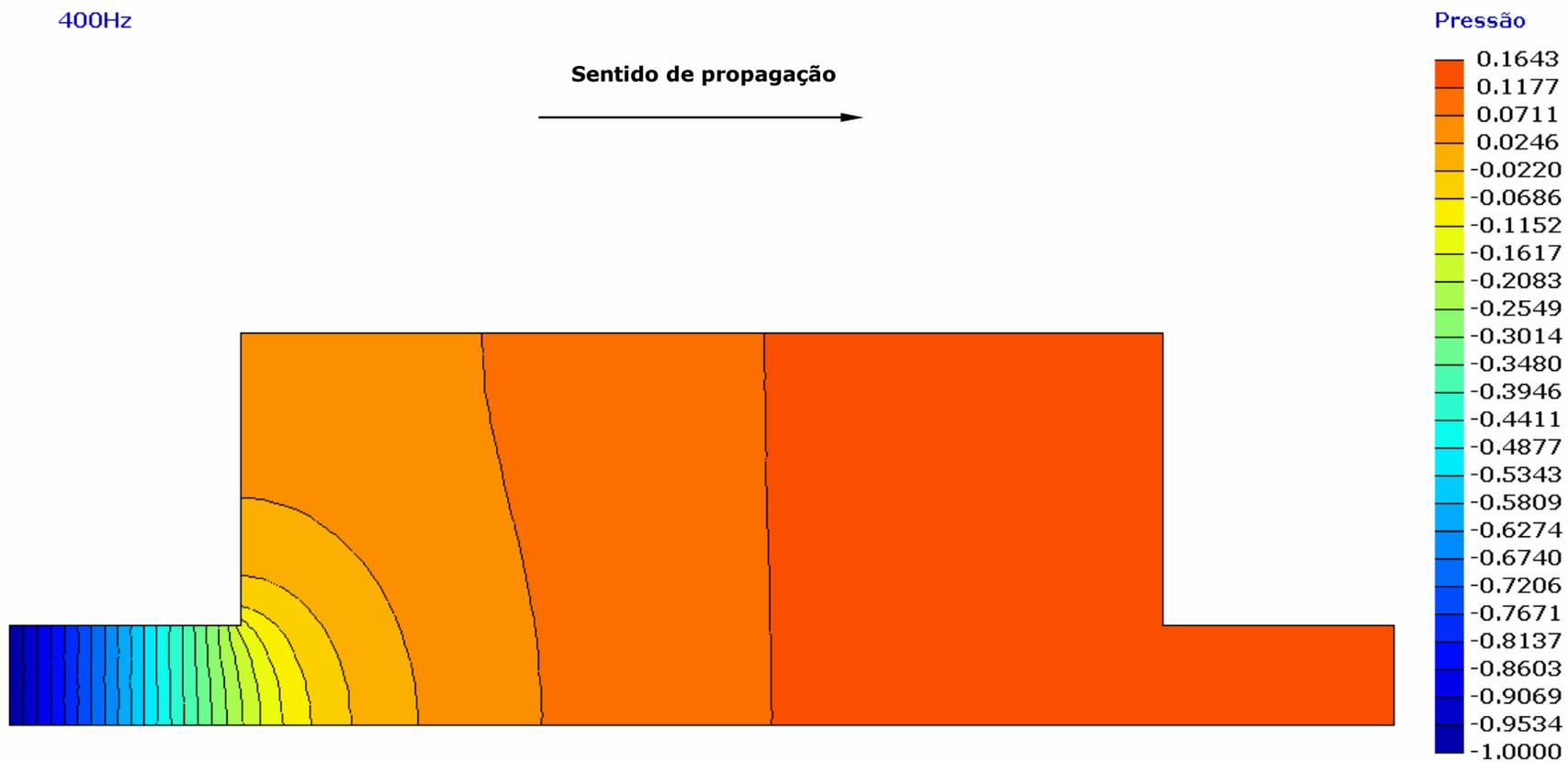


Figura 8.7. Pressão sonora no interior do silenciador estudado por Kimura(1995).

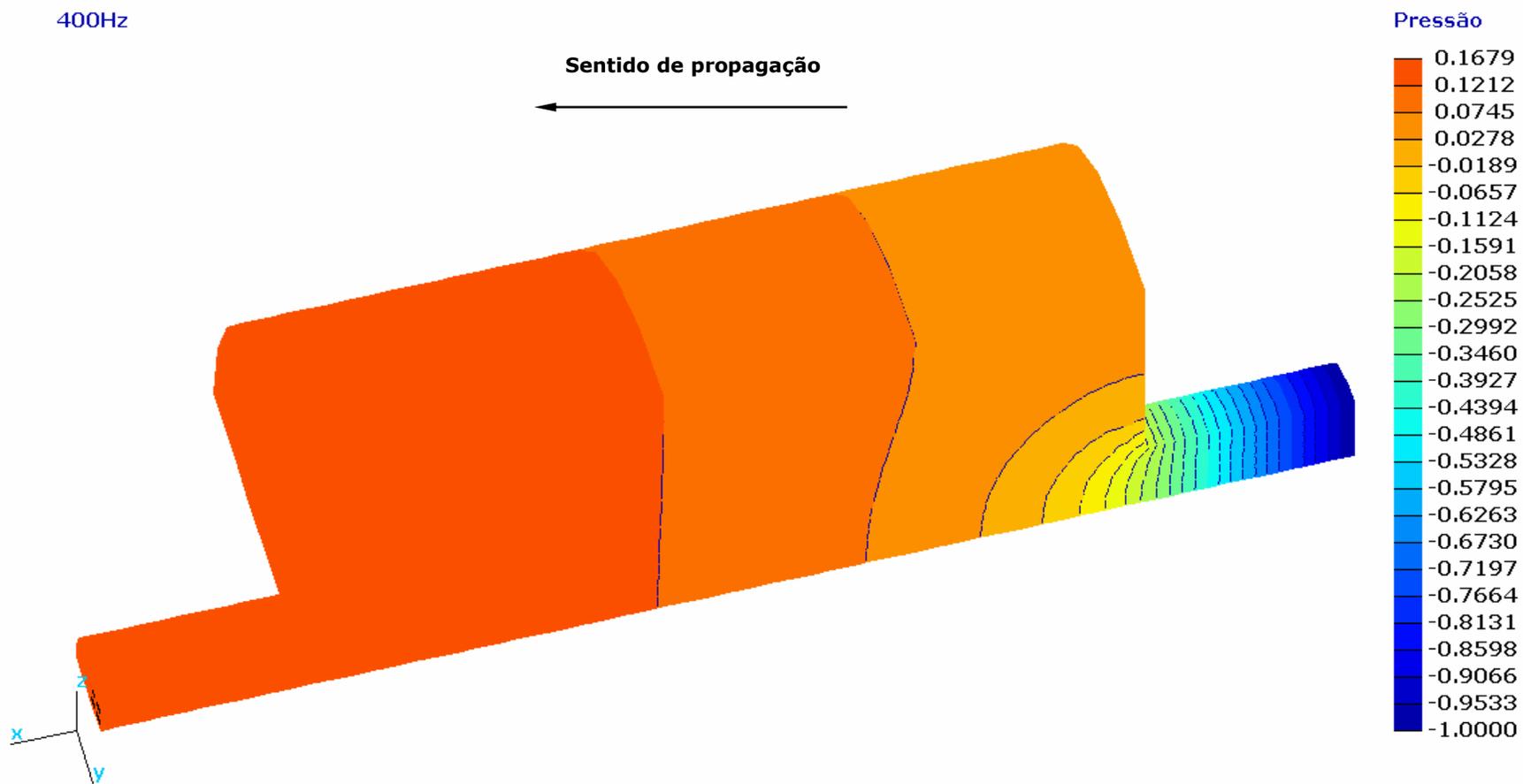


Figura 8.8. Pressão sonora no interior do silenciador estudado por Kimura (1995).

1760Hz

Sentido de propagação



Pressão

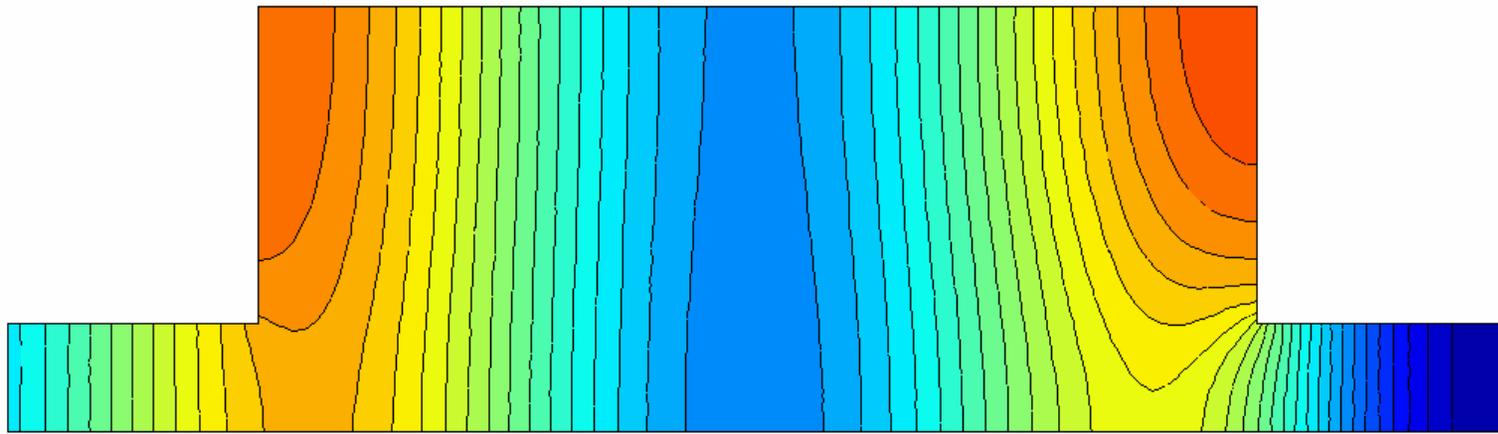
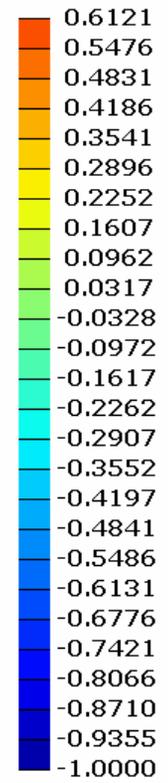


Figura 8.9. Pressão sonora no interior do silenciador estudado por Kimura (1995).

1760Hz

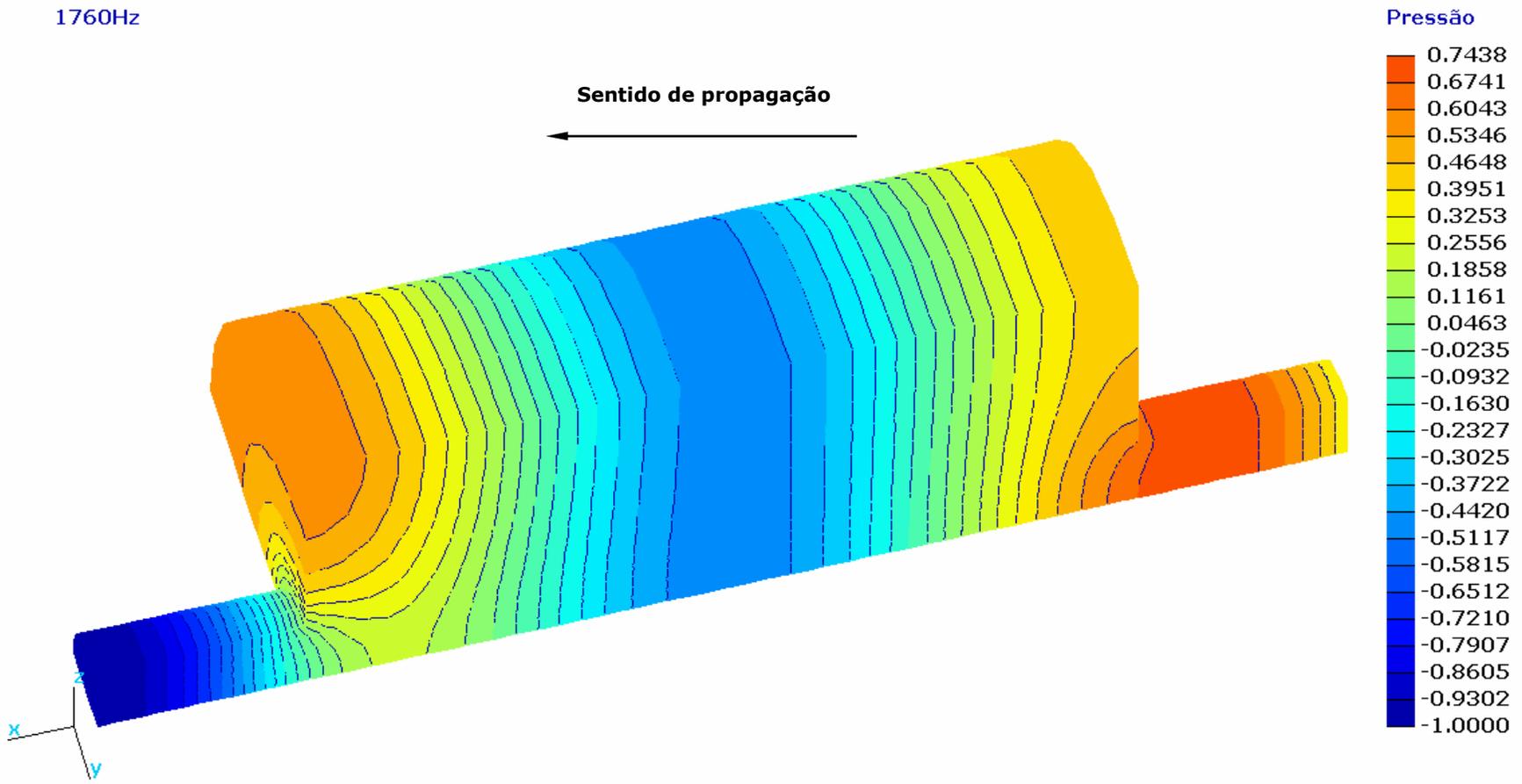


Figura 8.10. Pressão sonora no interior do silenciador estudado por Kimura (1995).

2720Hz

Sentido de propagação



Pressão

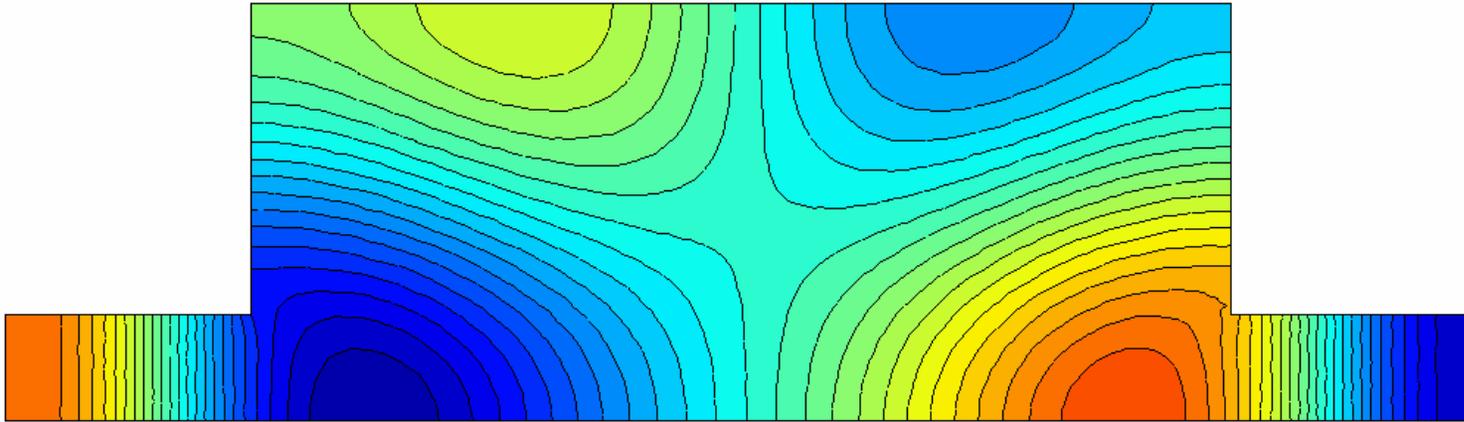
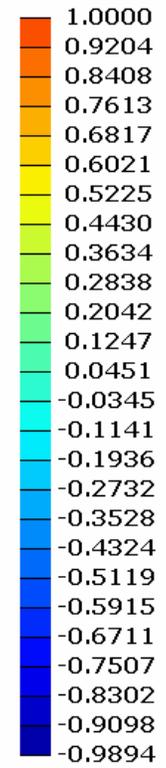


Figura 8.11. Pressão sonora no interior do silenciador estudado por Kimura (1995).

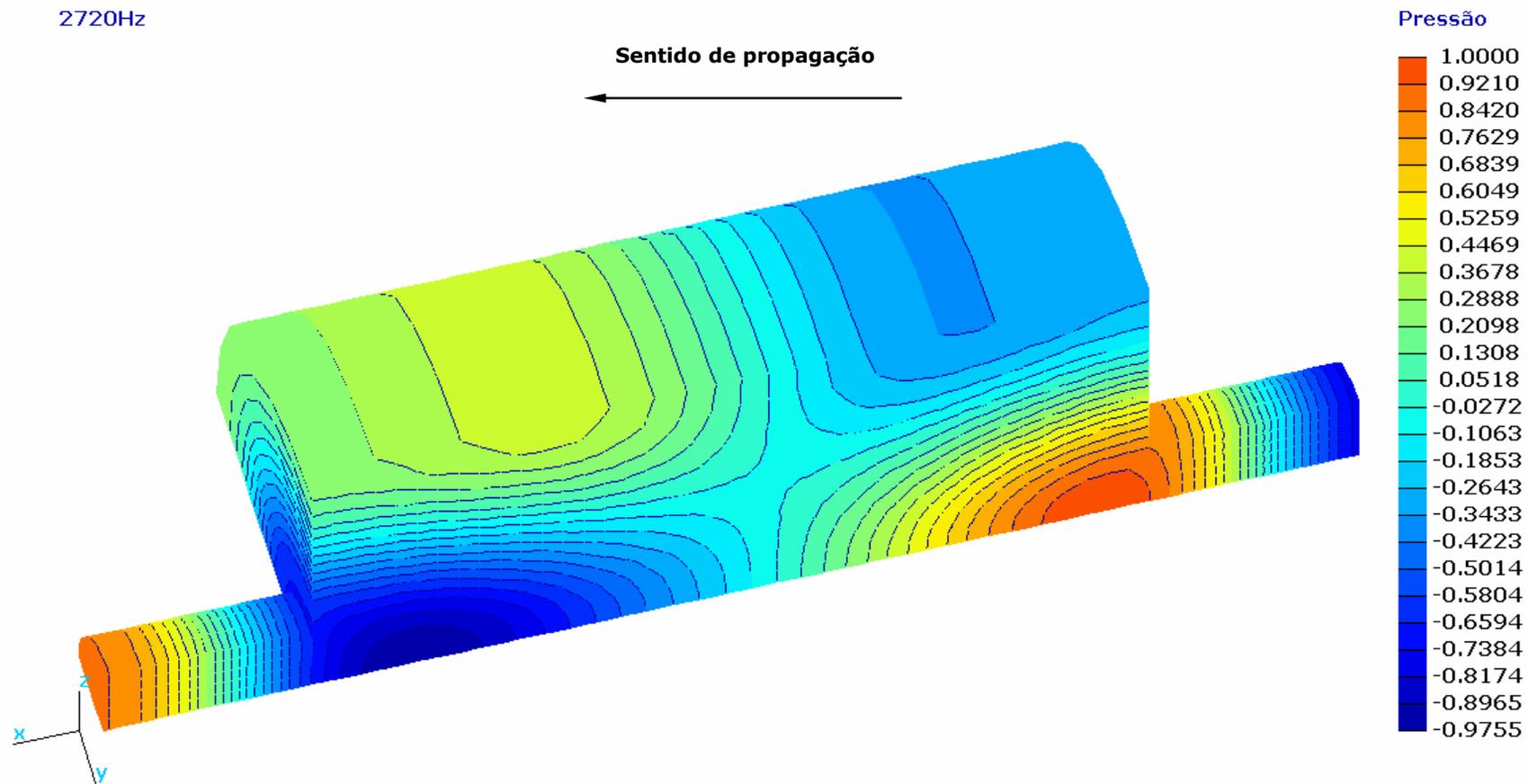


Figura 8.12. Pressão sonora no interior do silenciador estudado por Kimura (1995).

Modelo 1 - 720Hz

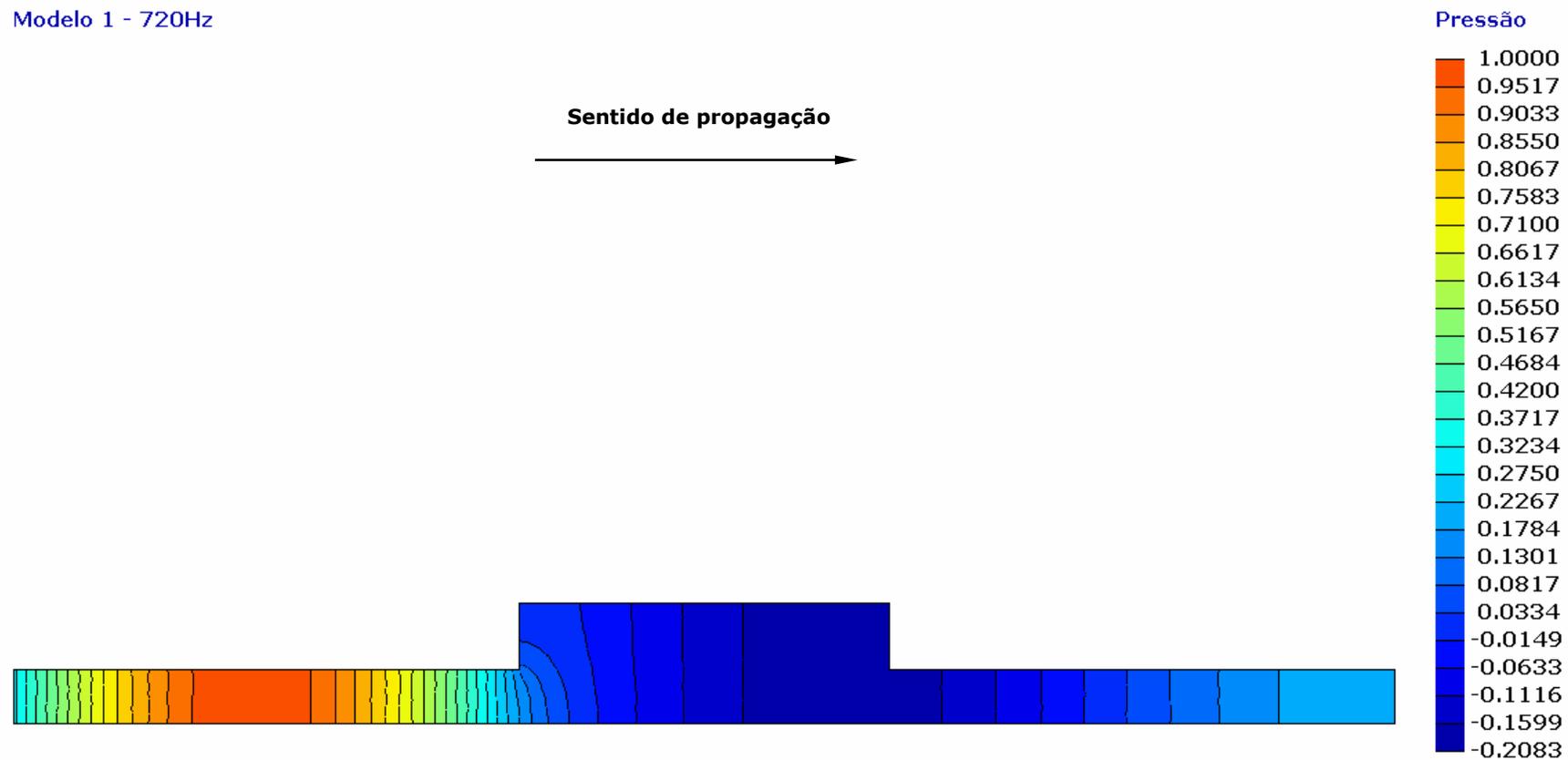


Figura 8.16. Pressão sonora no interior do modelo 1.

Modelo 1 - 720Hz

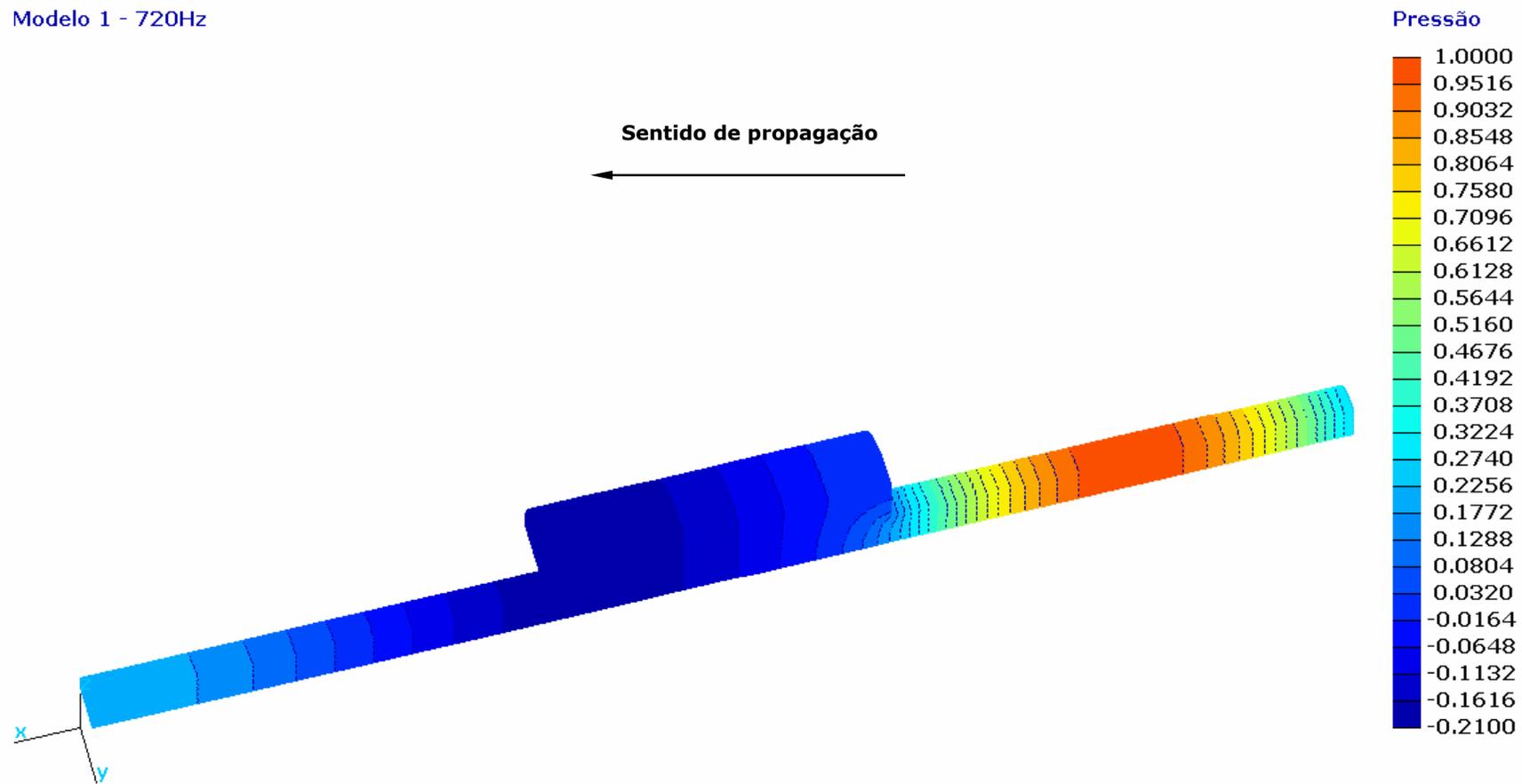


Figura 8.17. Pressão sonora no interior do modelo 1.

Modelo 1 - 1700Hz

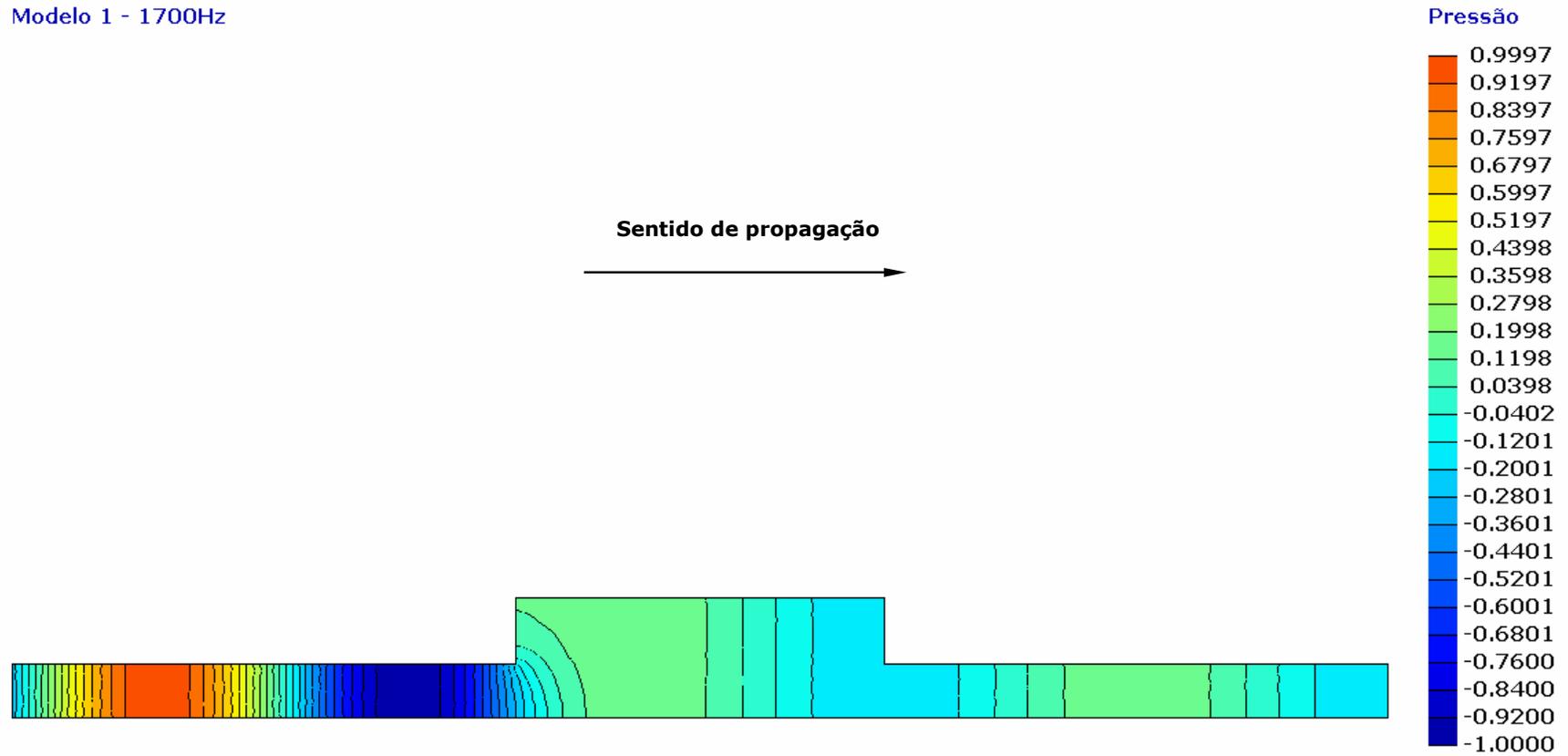


Figura 8.18. Pressão sonora no interior do modelo 1.

Modelo 1 - 1700Hz

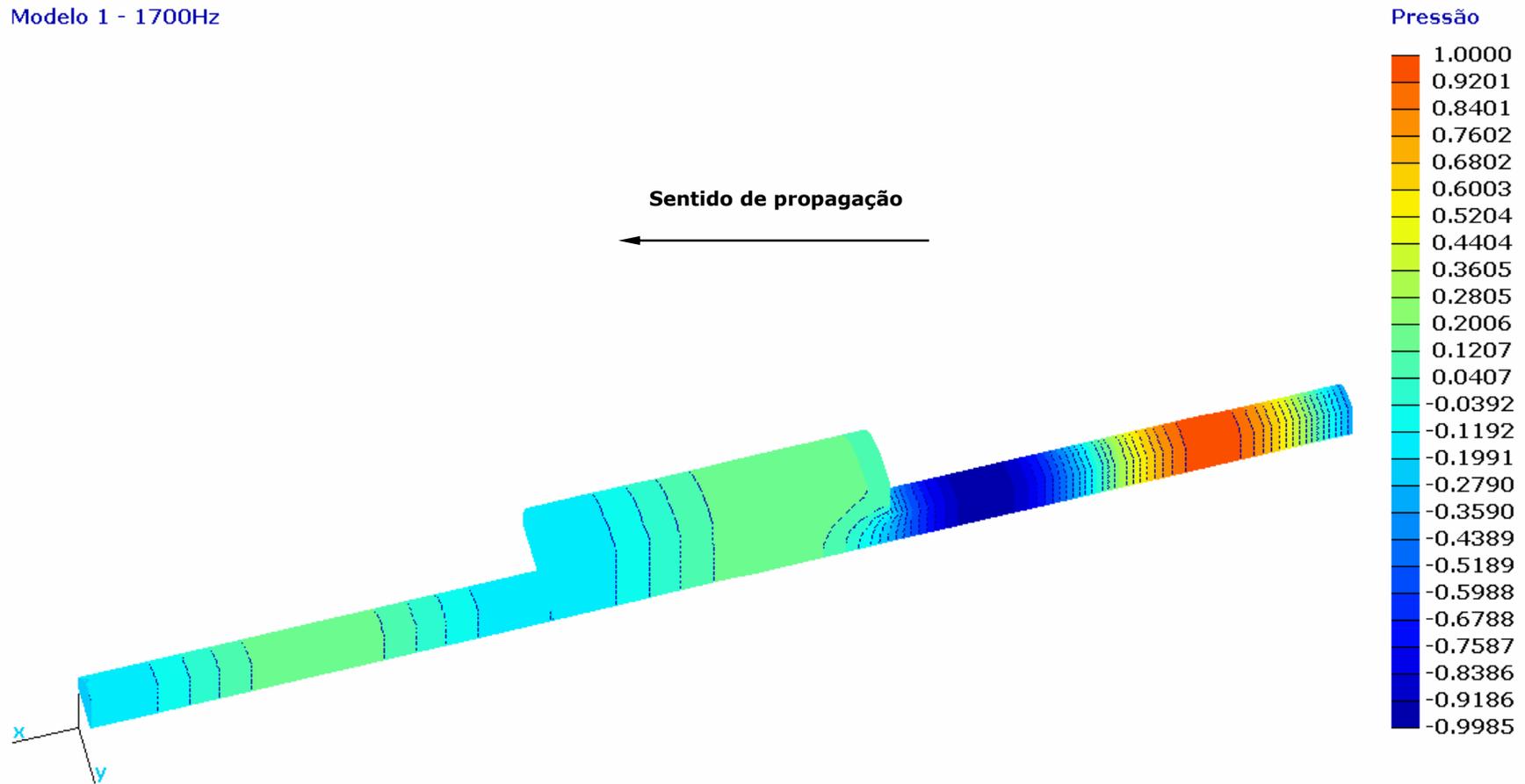


Figura 8.19. Pressão sonora no interior do modelo 1.

Modelo 1 - 2360Hz



Figura 8.20. Pressão sonora no interior do modelo 1.

Modelo 1 - 2360Hz

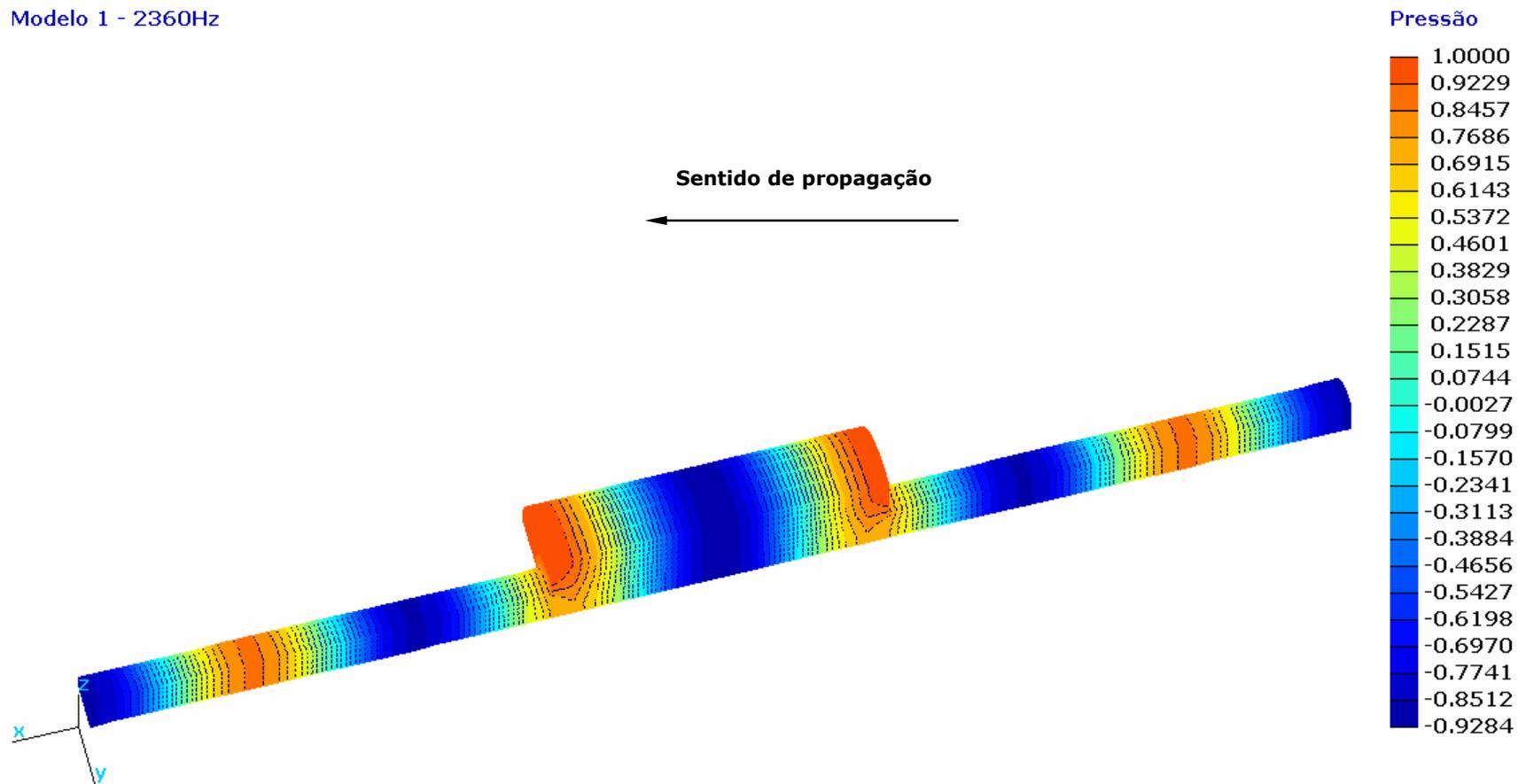


Figura 8.21. Pressão sonora no interior do modelo 1.

Modelo 2 - 800Hz

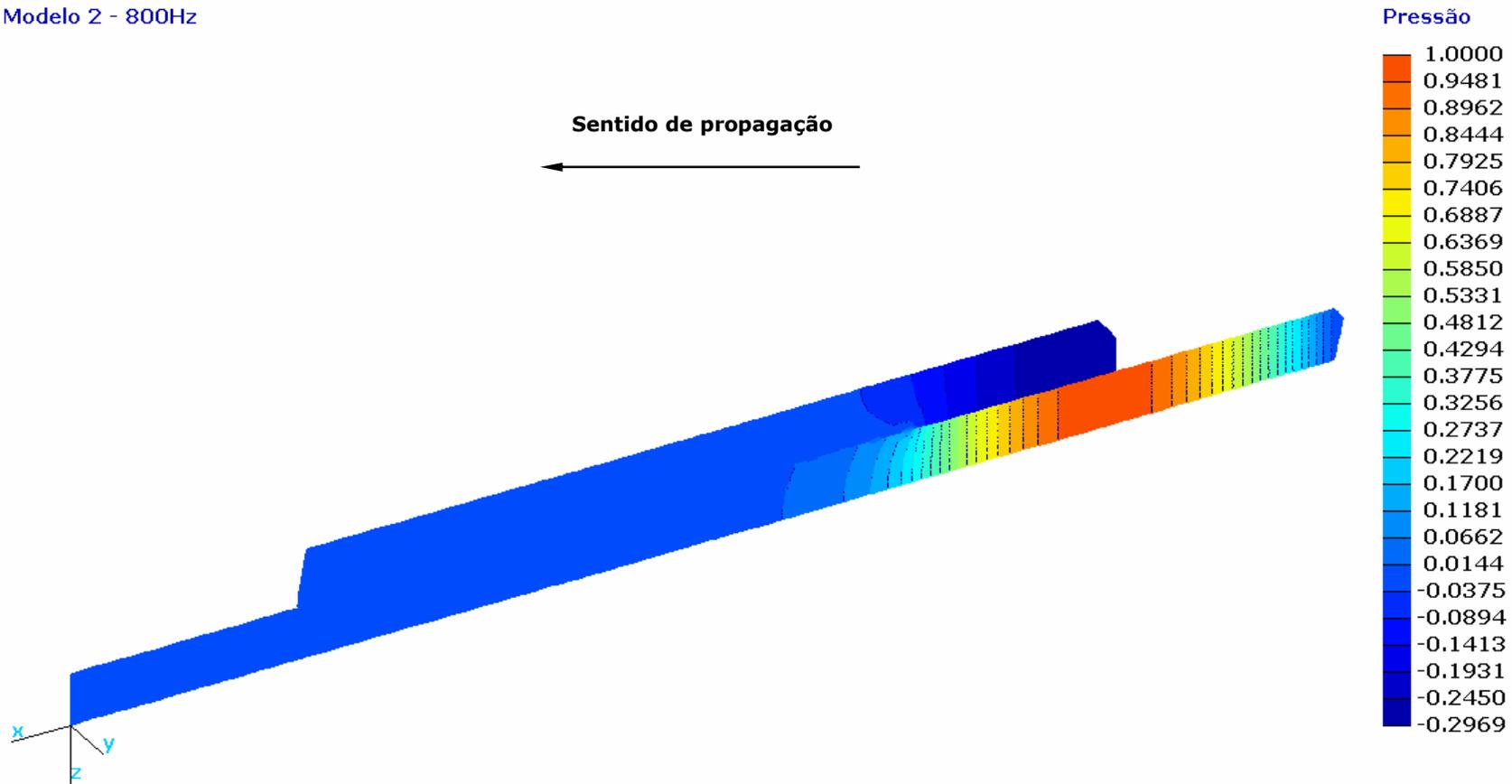


Figura 8.28. Pressão sonora no interior do modelo 2 – vista posterior.

Modelo 2 - 800Hz

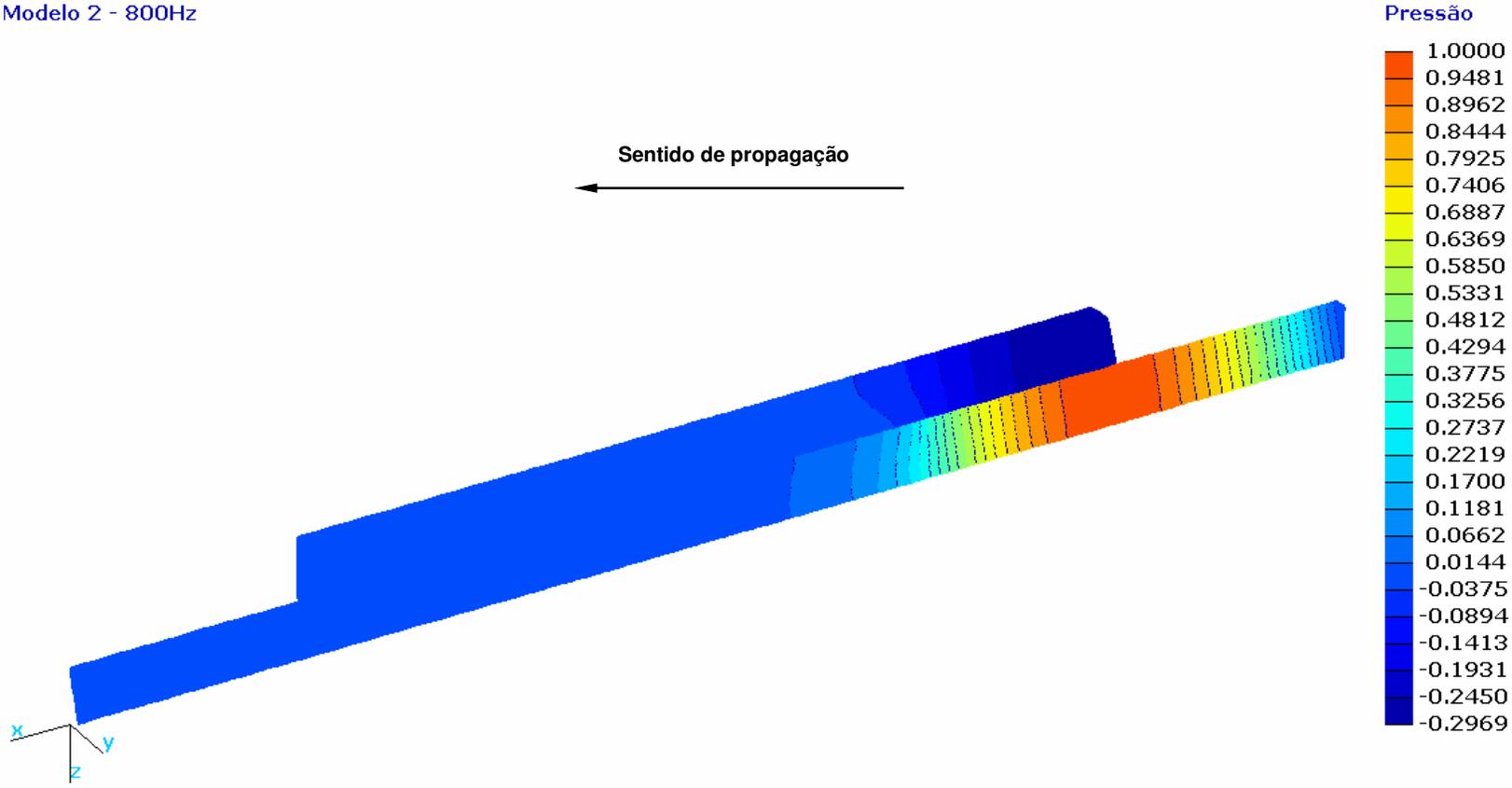


Figura 8.29. Pressão sonora no interior do modelo 2 – vista frontal.

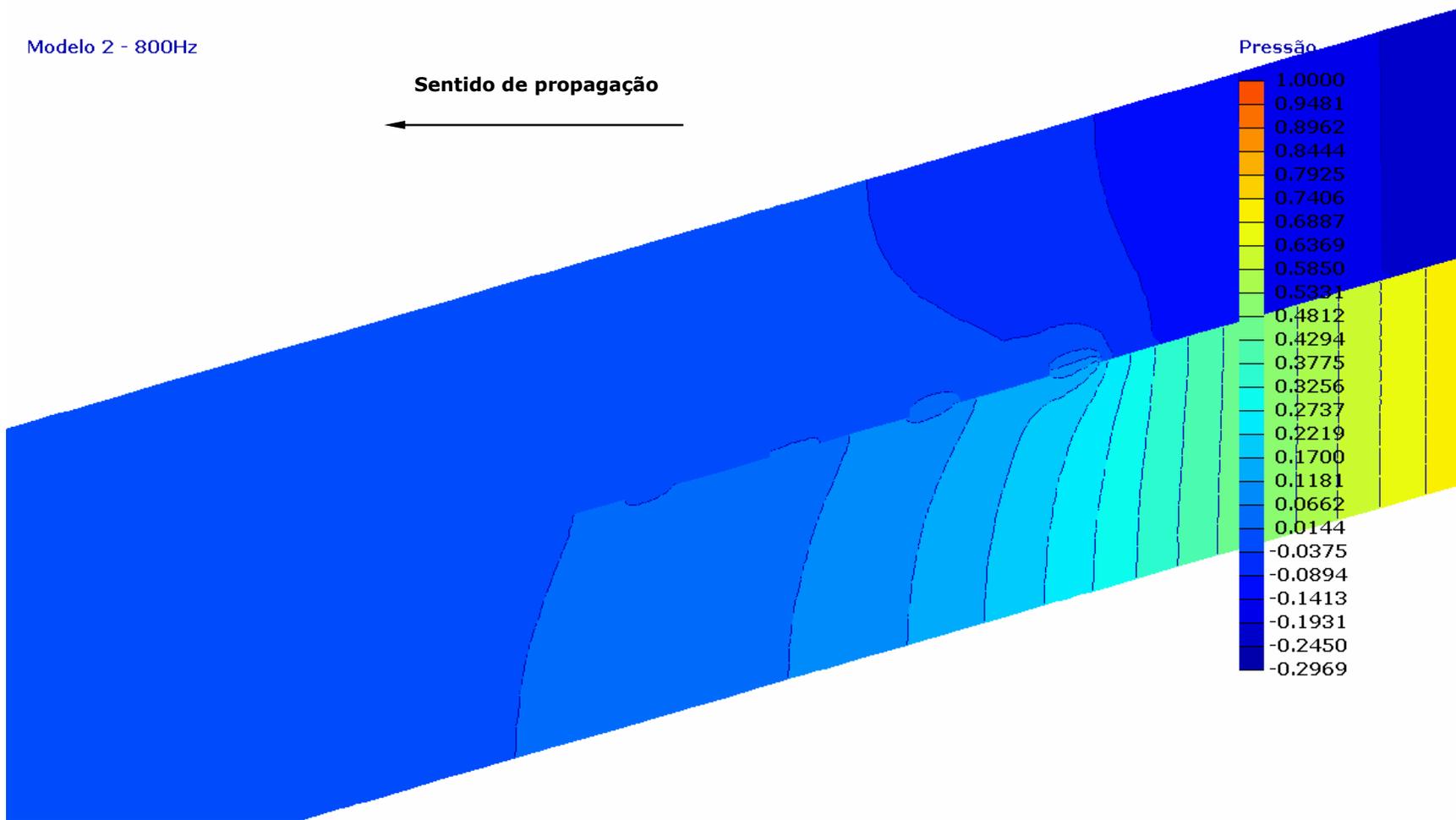


Figura 8.30. Pressão sonora no interior do modelo 2 – detalhe do início do duto perfurado.

Modelo 2 - 1875Hz

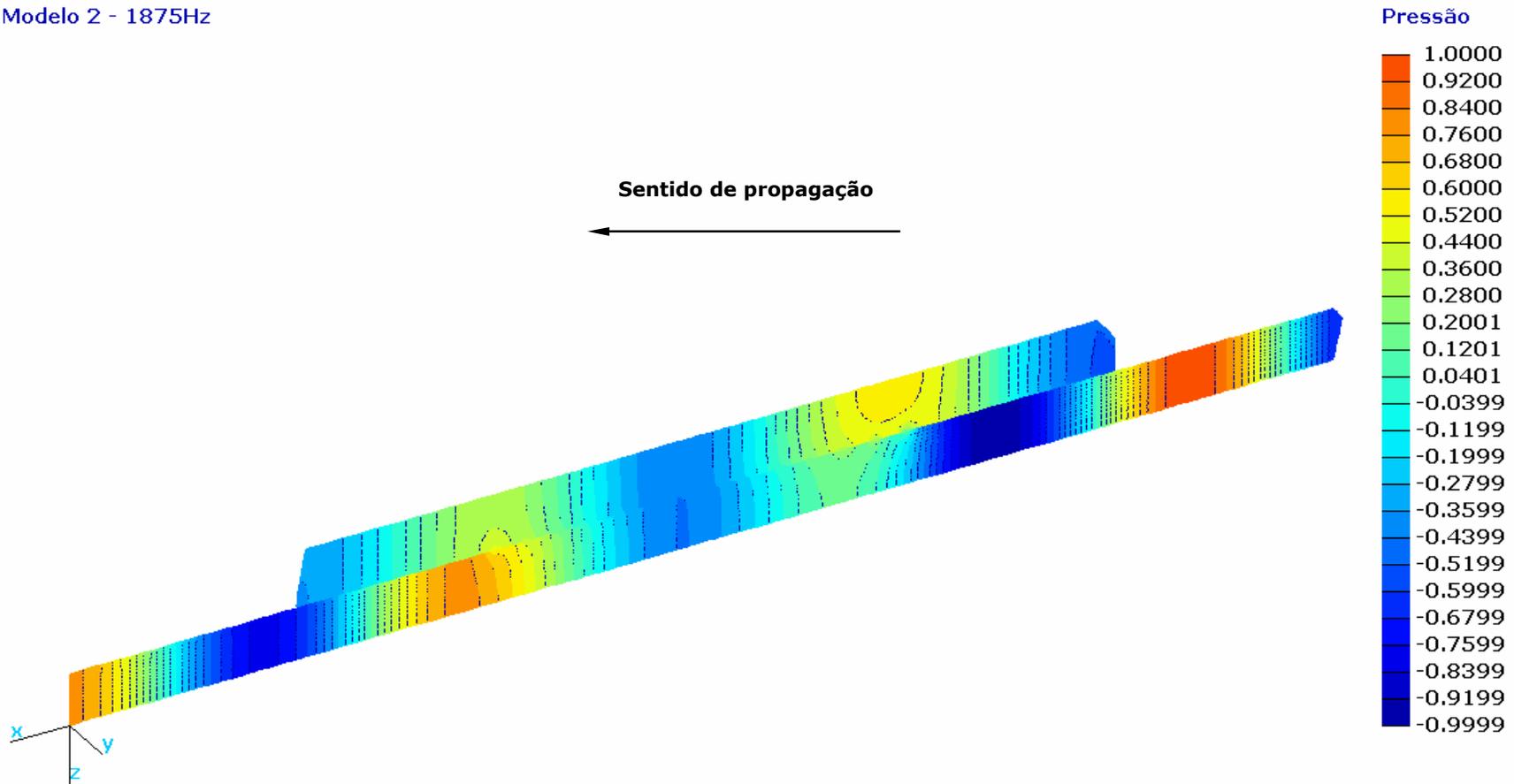


Figura 8.31. Pressão sonora no interior do modelo 2 - modelo tridimensional – vista posterior.

Modelo 2 - 1875Hz

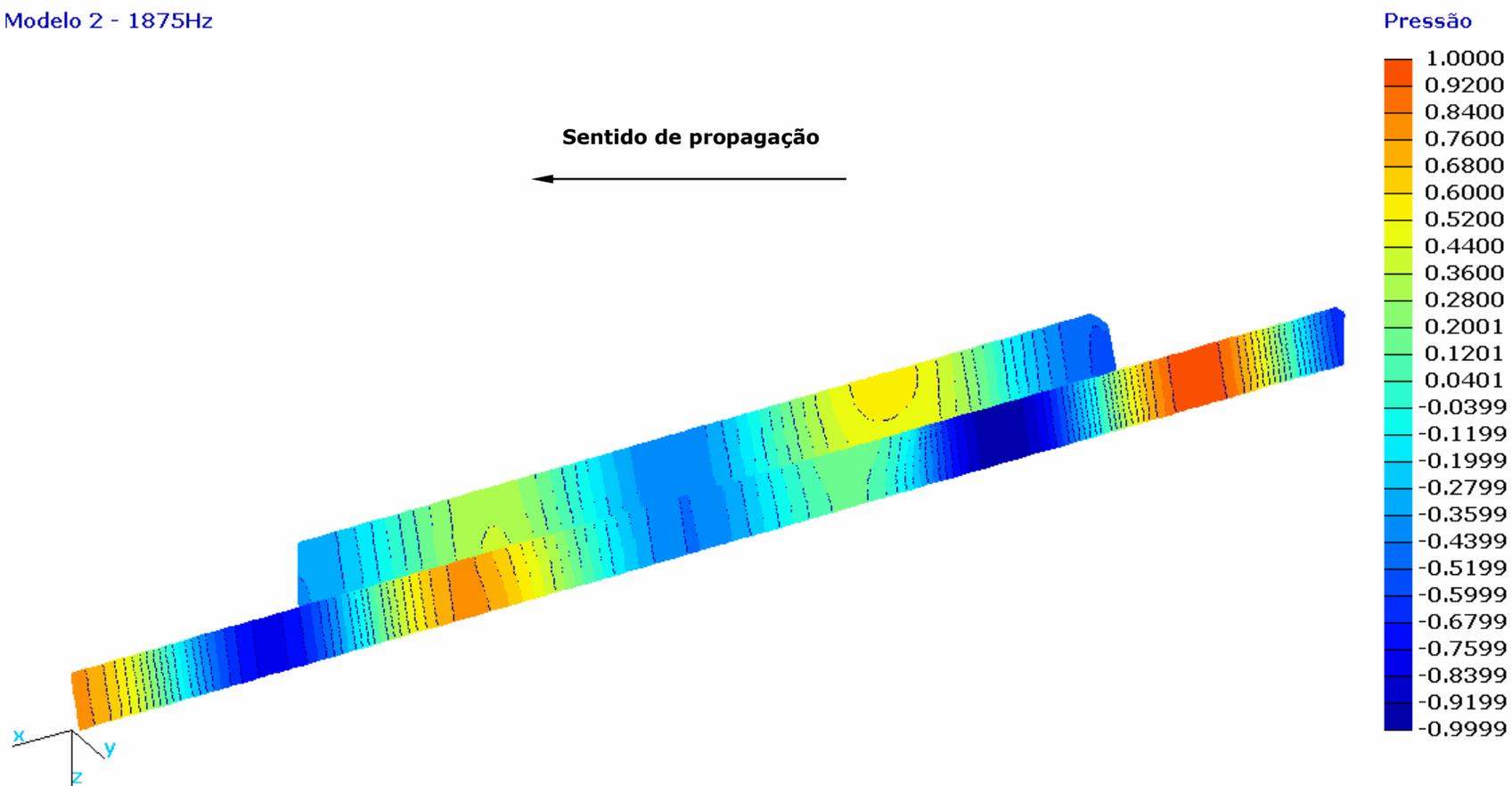


Figura 8.32. Pressão sonora no interior do modelo 2 – vista frontal.

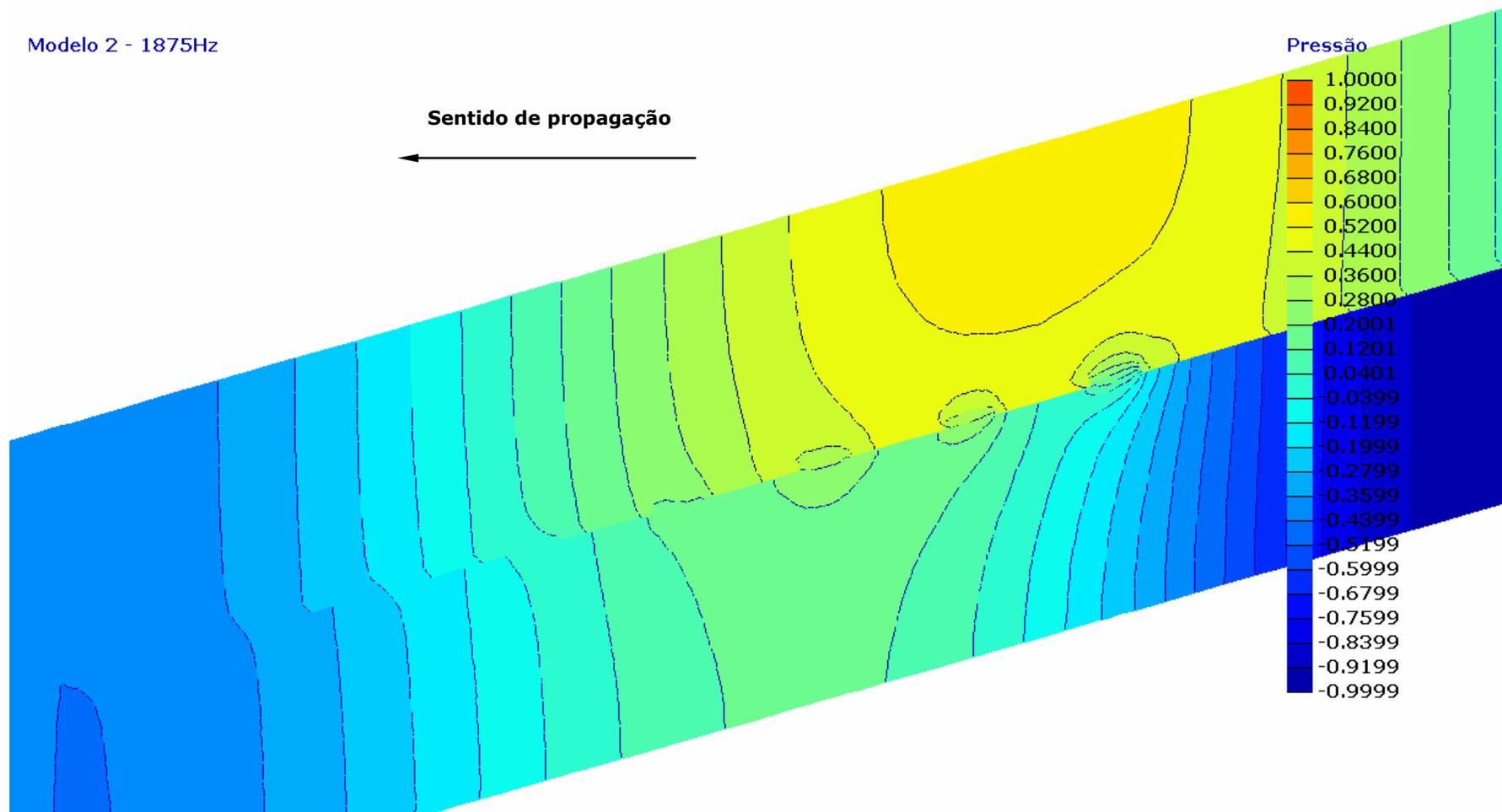


Figura 8.33. Pressão sonora no interior do modelo 2 – detalhe do início do duto perfurado.

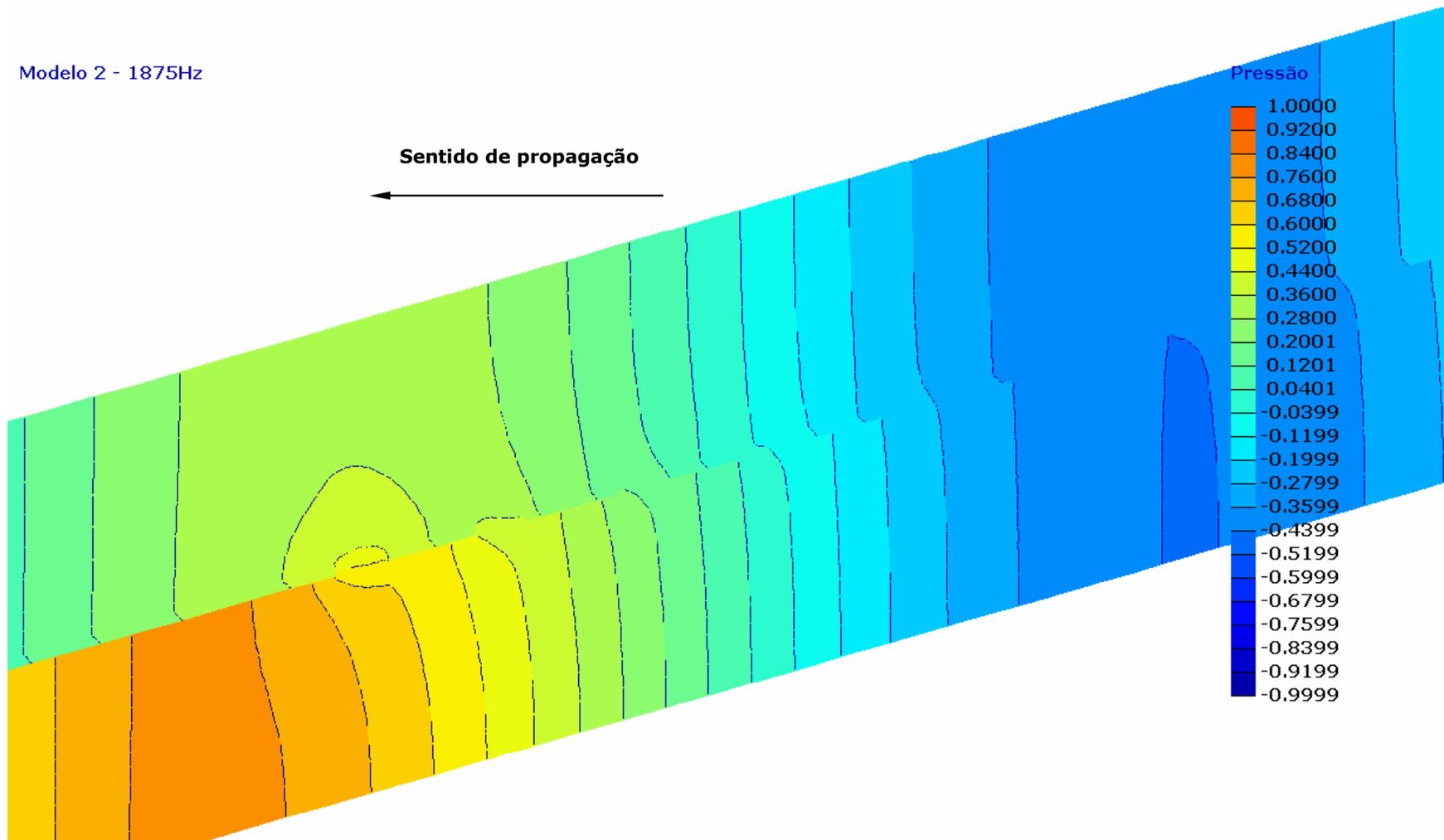


Figura 8.34. Pressão sonora no interior do modelo 2 – detalhe do final do duto perfurado.

Modelo 2 - 2650Hz

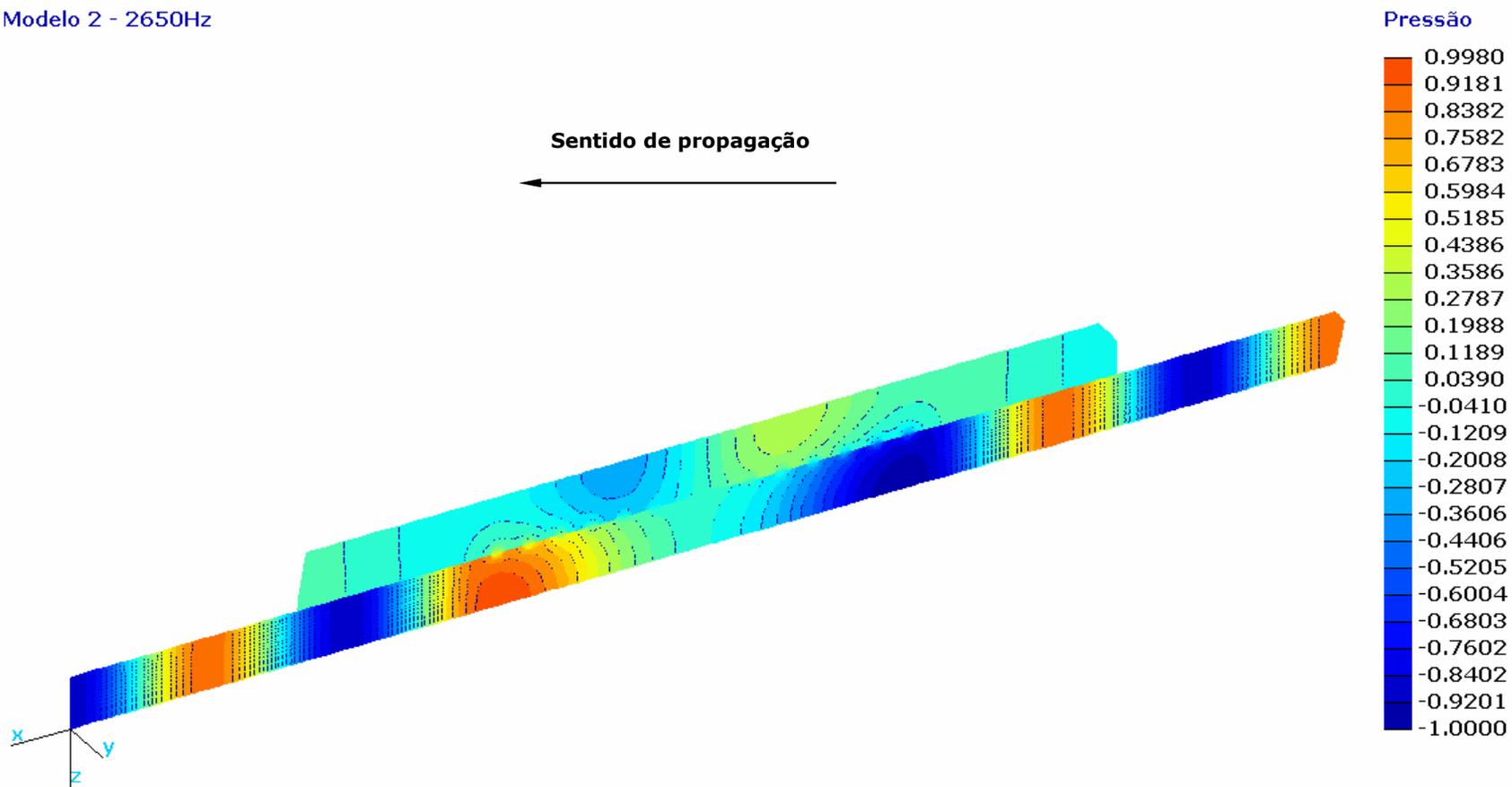


Figura 8.35. Pressão sonora no interior do modelo 2 – vista posterior.

Modelo 2 - 2650Hz

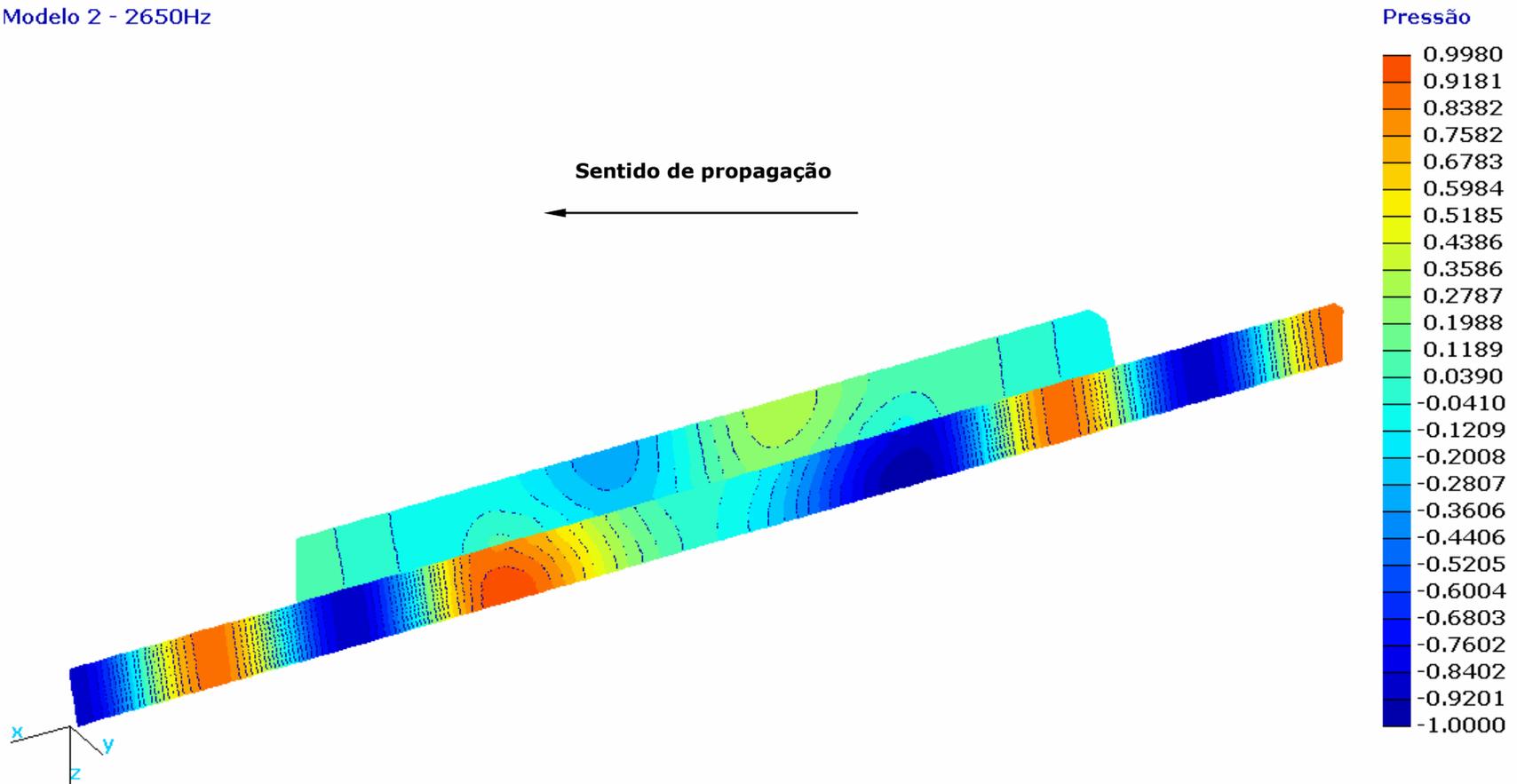


Figura 8.36. Pressão sonora no interior do modelo 2 – vista frontal.

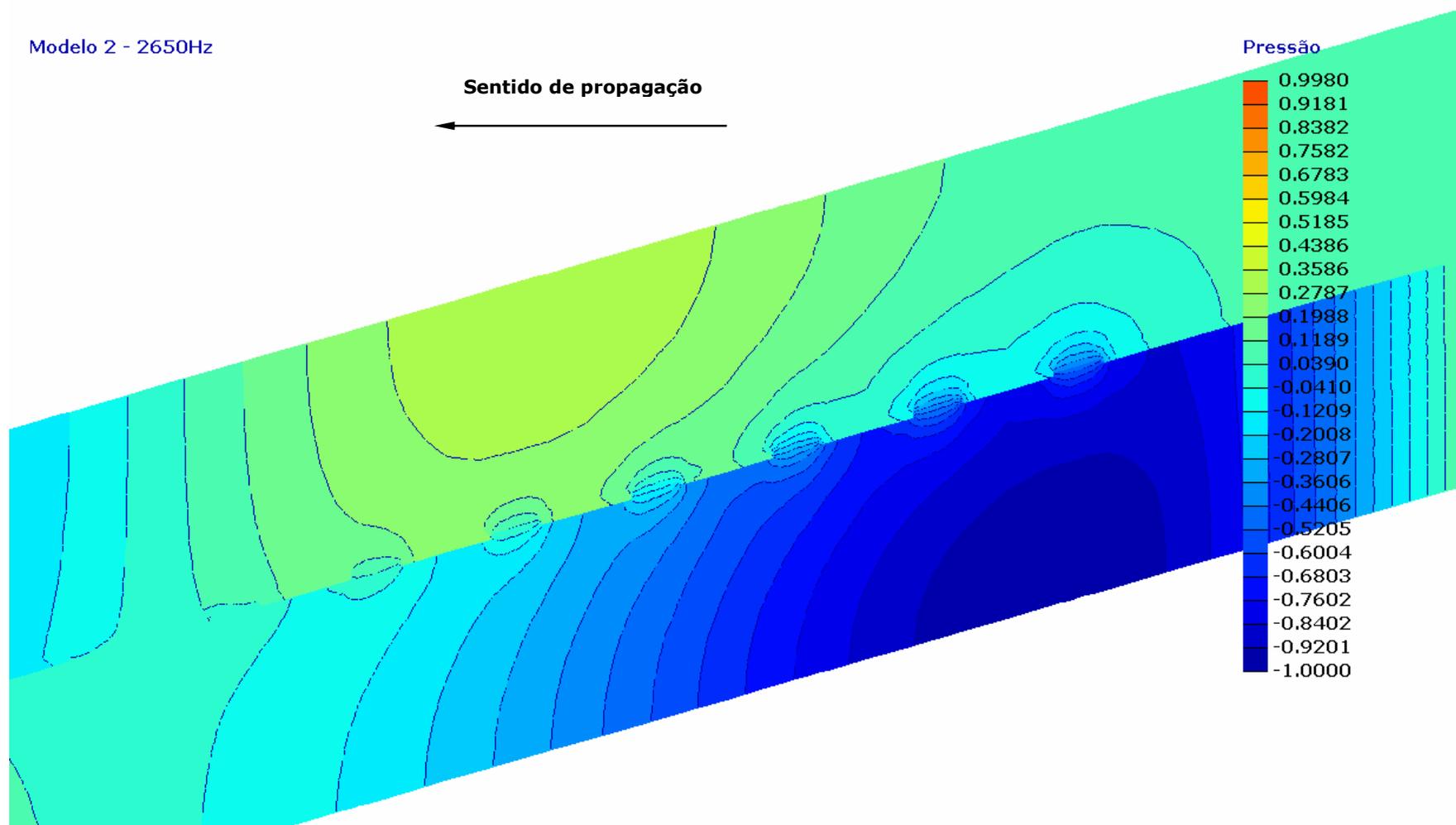


Figura 8.37. Pressão sonora no interior do modelo 2 – detalhe do início do duto perfurado.

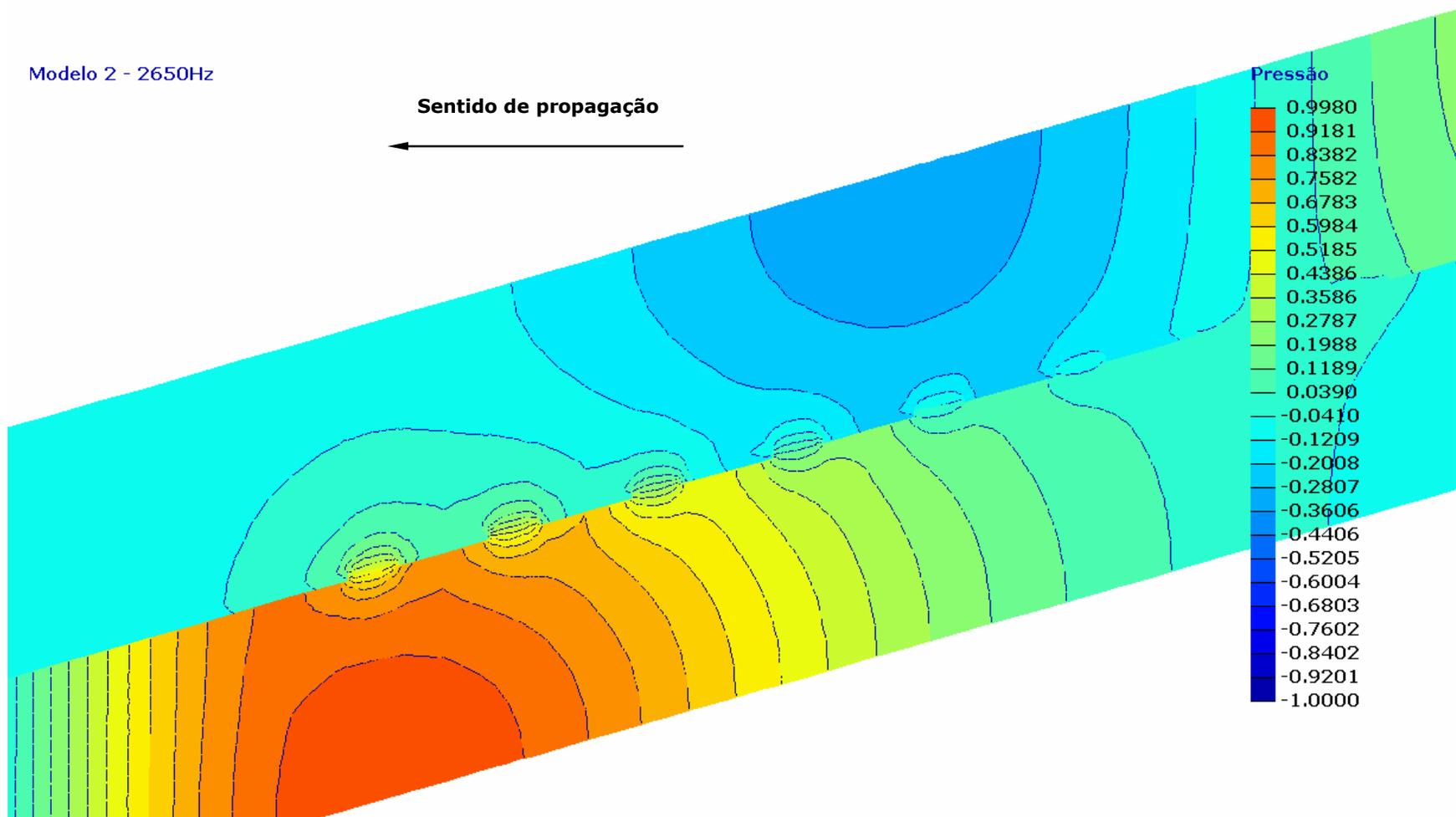


Figura 8.38. Pressão sonora no interior do modelo 2 – detalhe do final do duto perfurado.

Modelo 3 - 800Hz

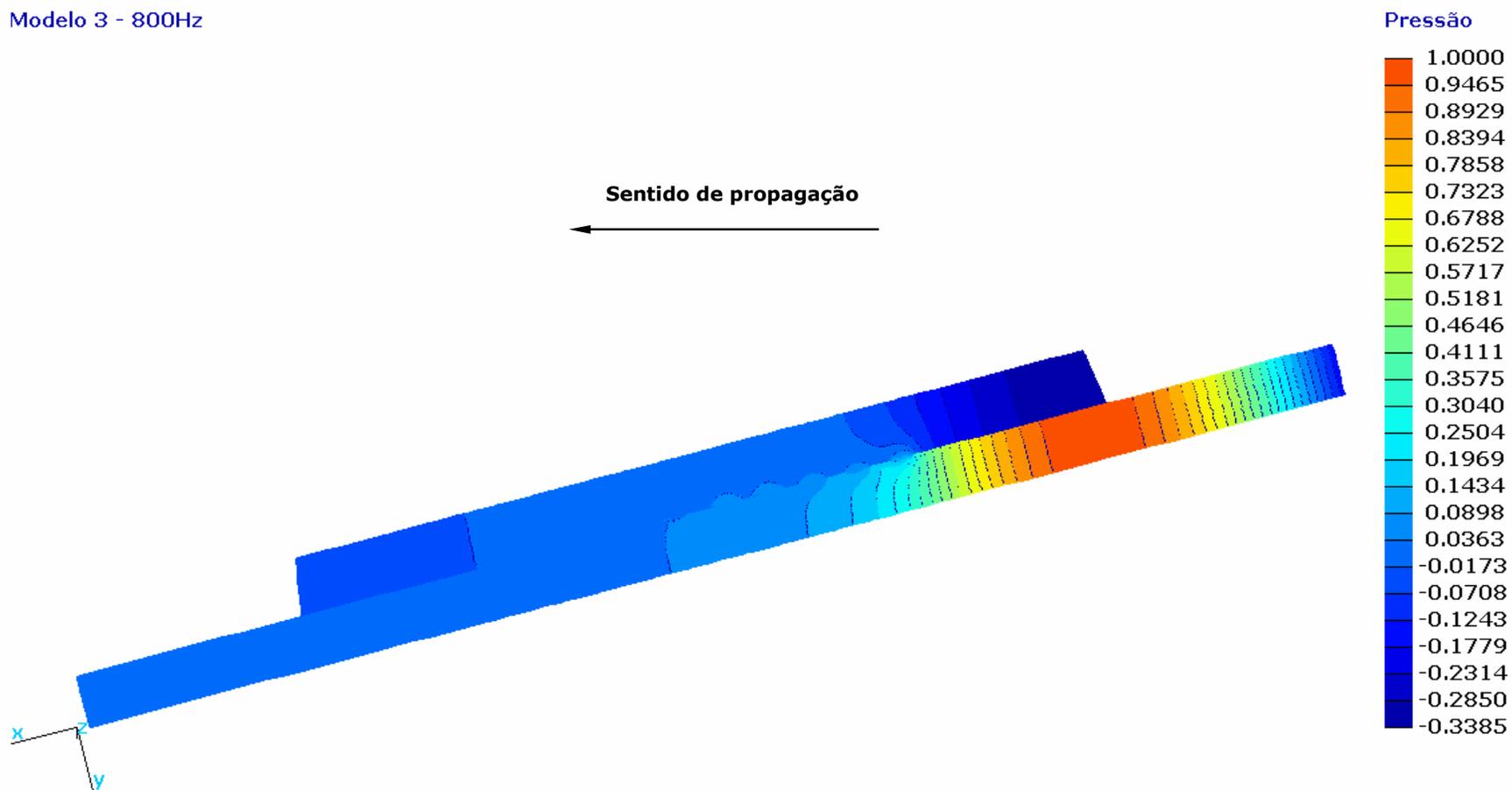


Figura 8.39. Pressão sonora no interior do modelo 3 – vista posterior.

Modelo 3 - 800Hz

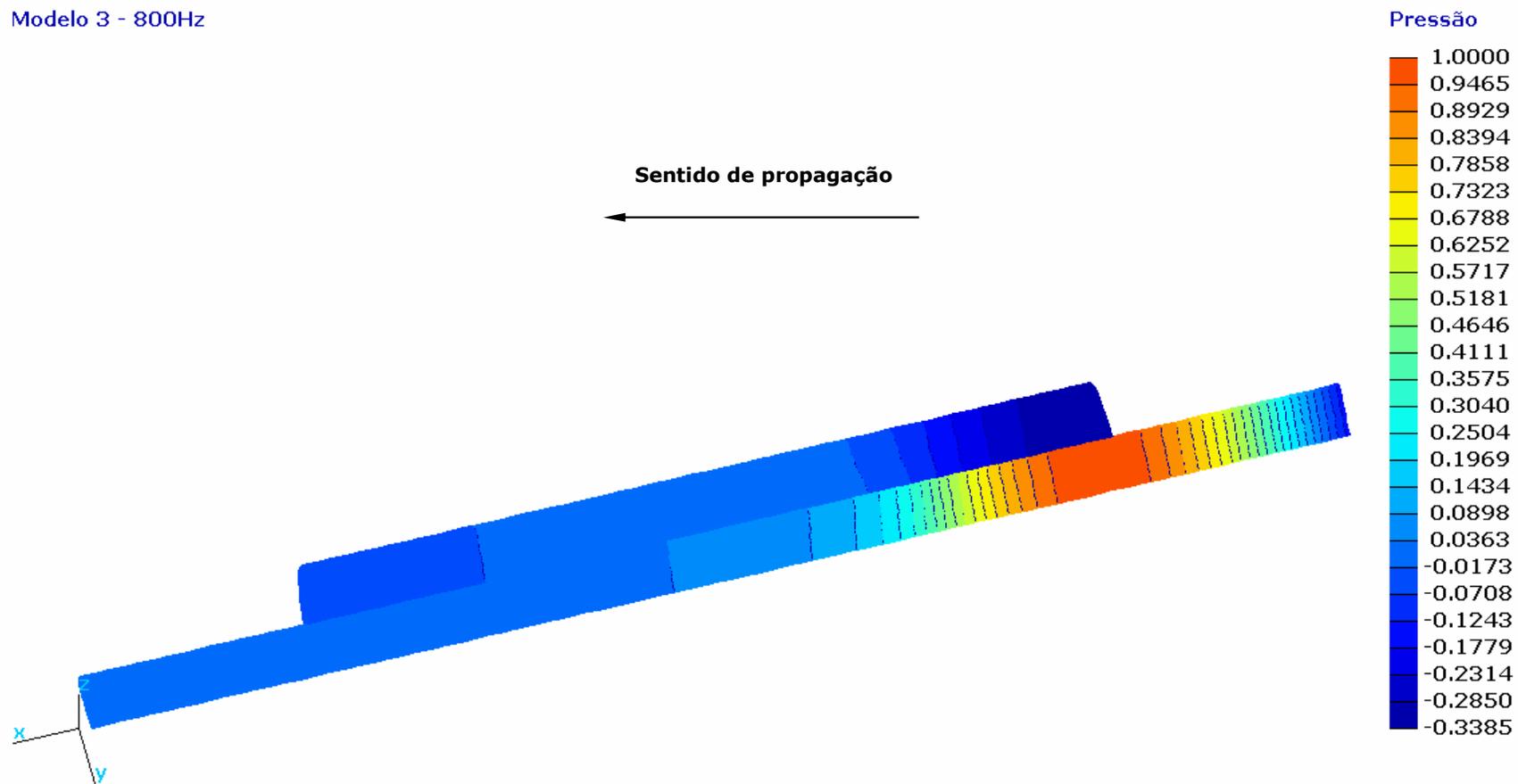


Figura 8.40. Pressão sonora no interior do modelo 3 – vista frontal.

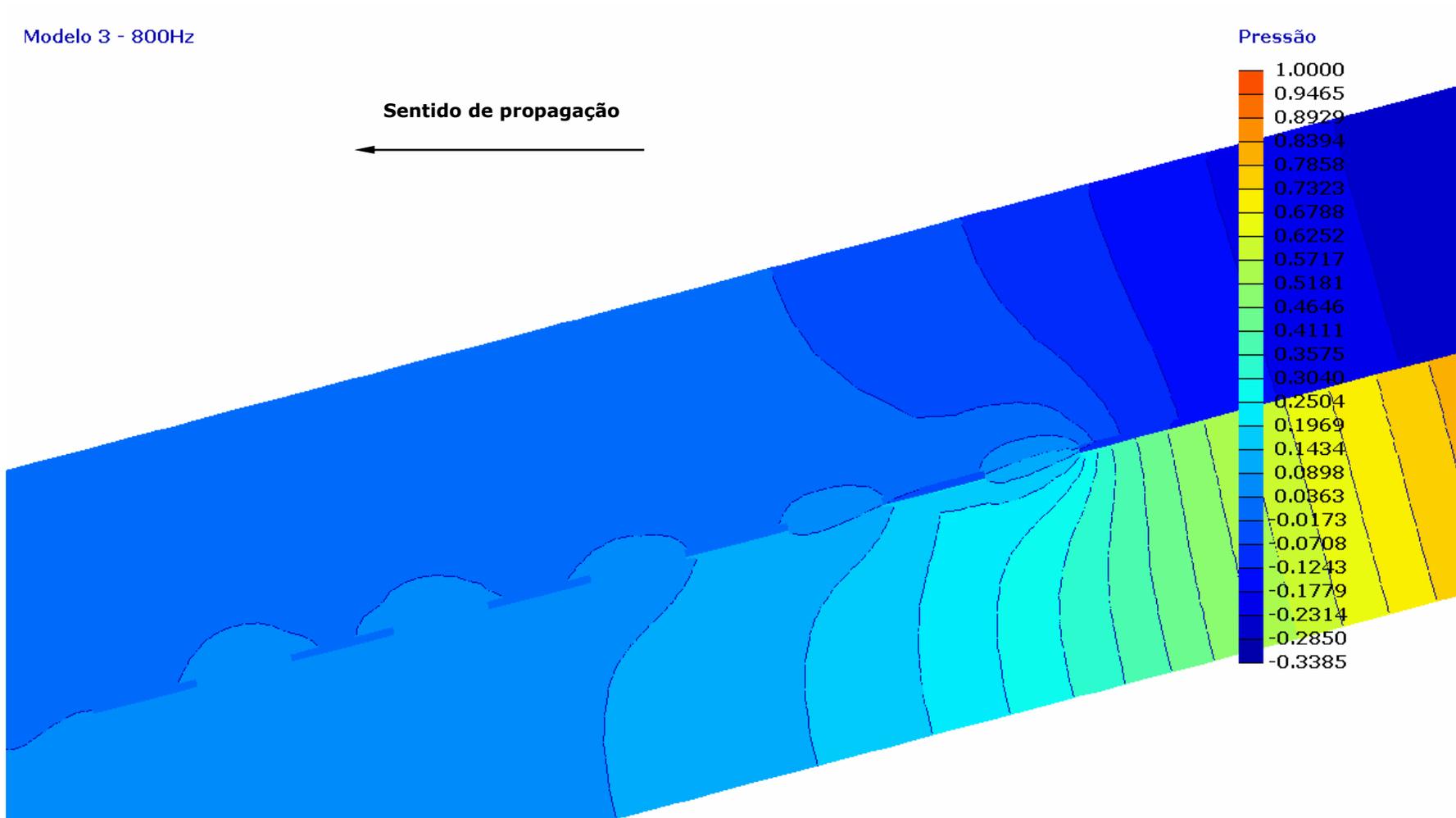


Figura 8.41. Pressão sonora no interior do modelo 3 – detalhe do início do duto perfurado.

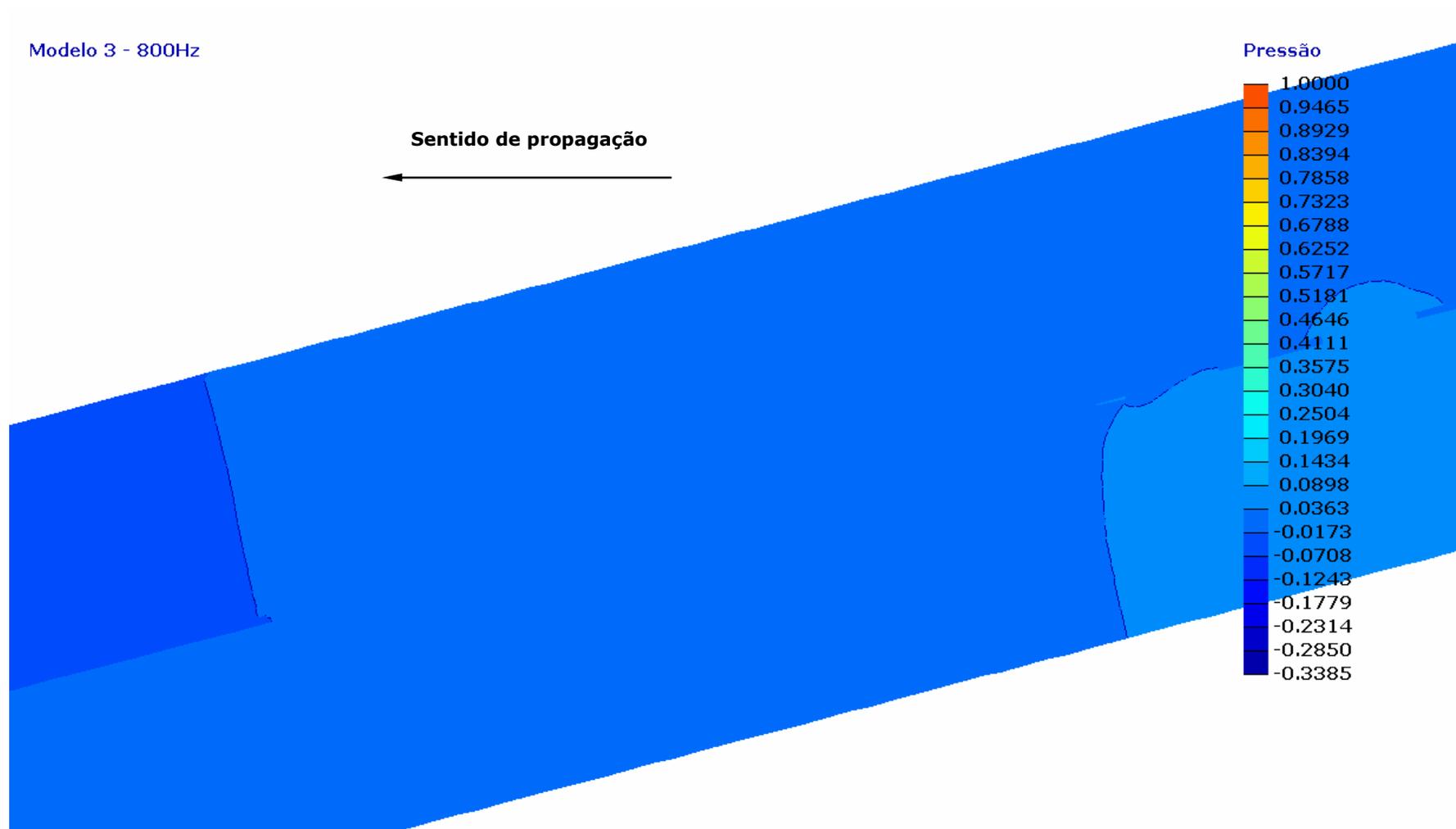


Figura 8.42. Pressão sonora no interior do modelo 3 – detalhe do final do duto perfurado.

Modelo 3 - 1850Hz

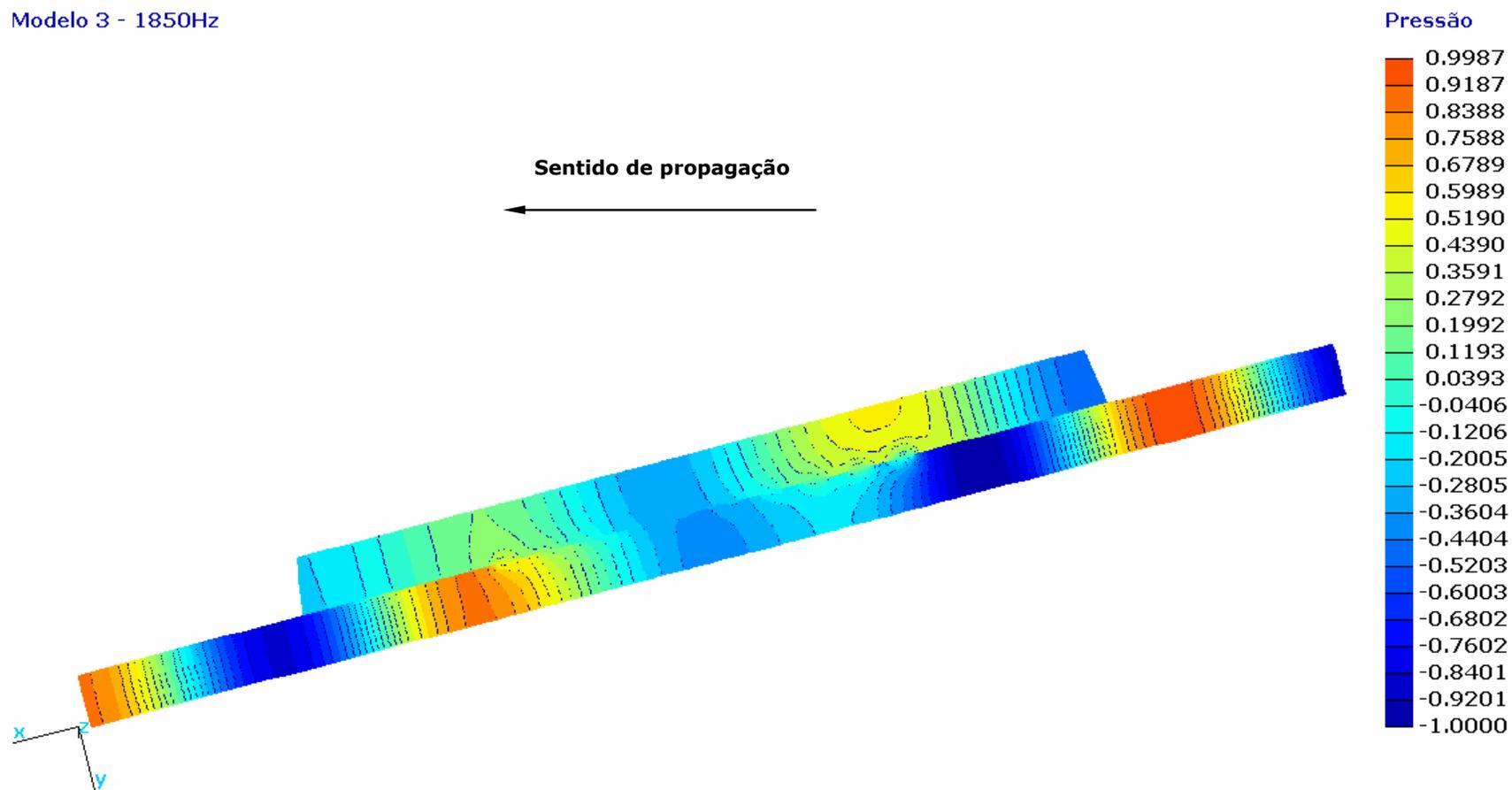


Figura 8.43. Pressão sonora no interior do modelo 3 – vista posterior.

Modelo 3 - 1850Hz

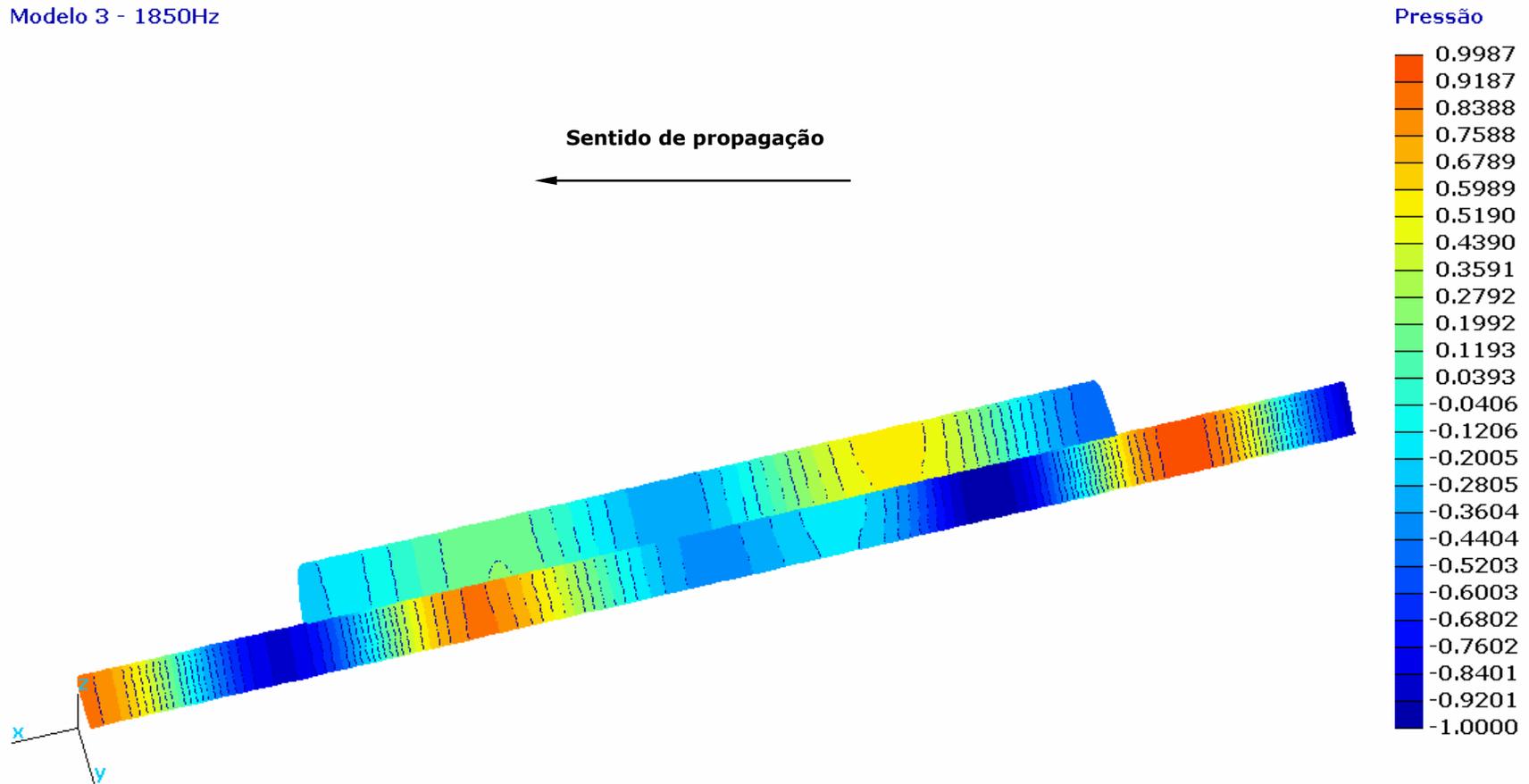


Figura 8.44. Pressão sonora no interior do modelo 3 – vista frontal.

Modelo 3 - 1850Hz

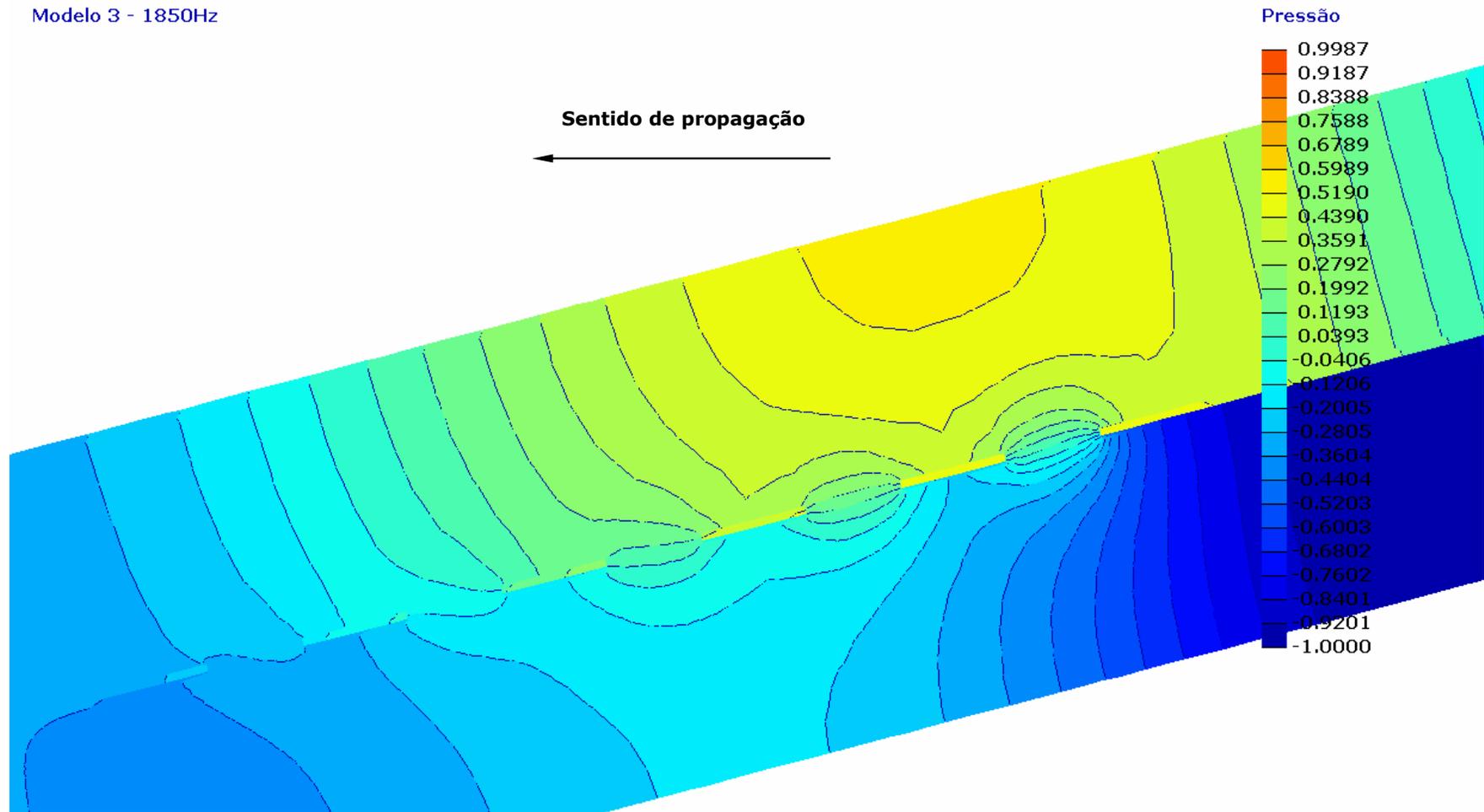


Figura 8.45. Pressão sonora no interior do modelo 3 – detalhe do início do duto perfurado.

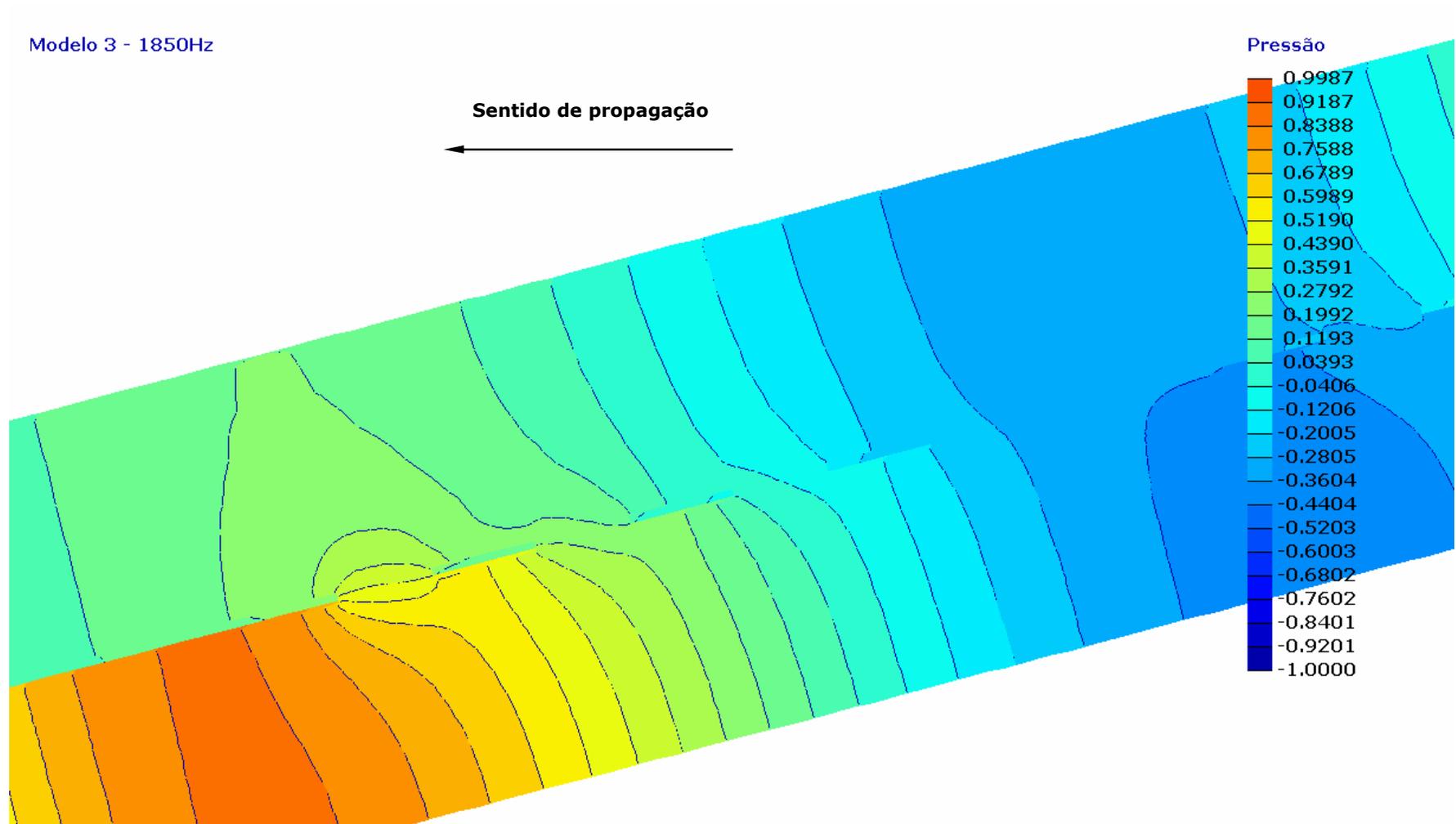


Figura 8.46. Pressão sonora no interior do modelo3 – detalhe do final do duto perfurado.

Modelo 3 - 2650Hz

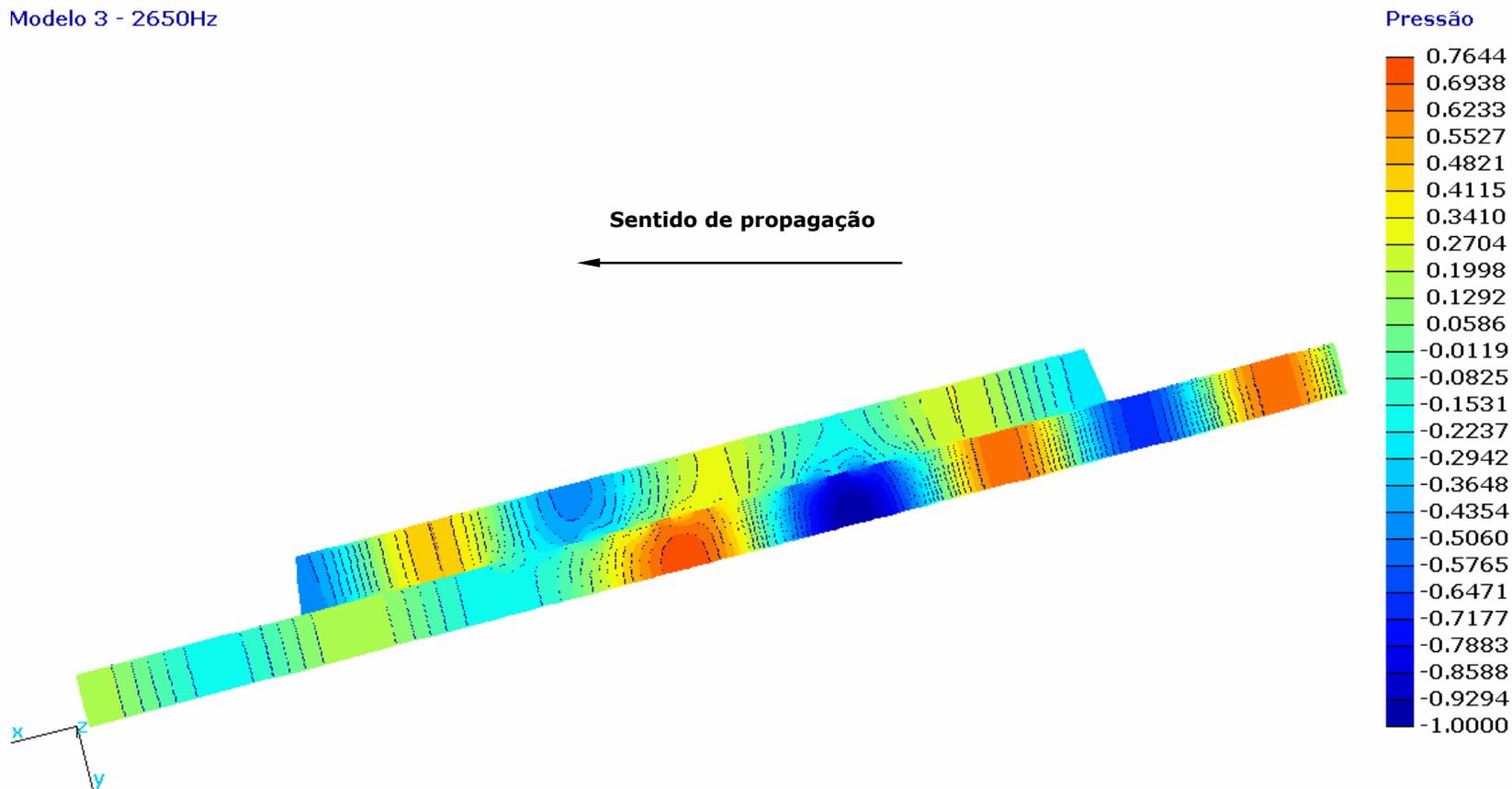


Figura 8.47. Pressão sonora no interior do modelo 3 – vista posterior.

Modelo 3 - 2650Hz

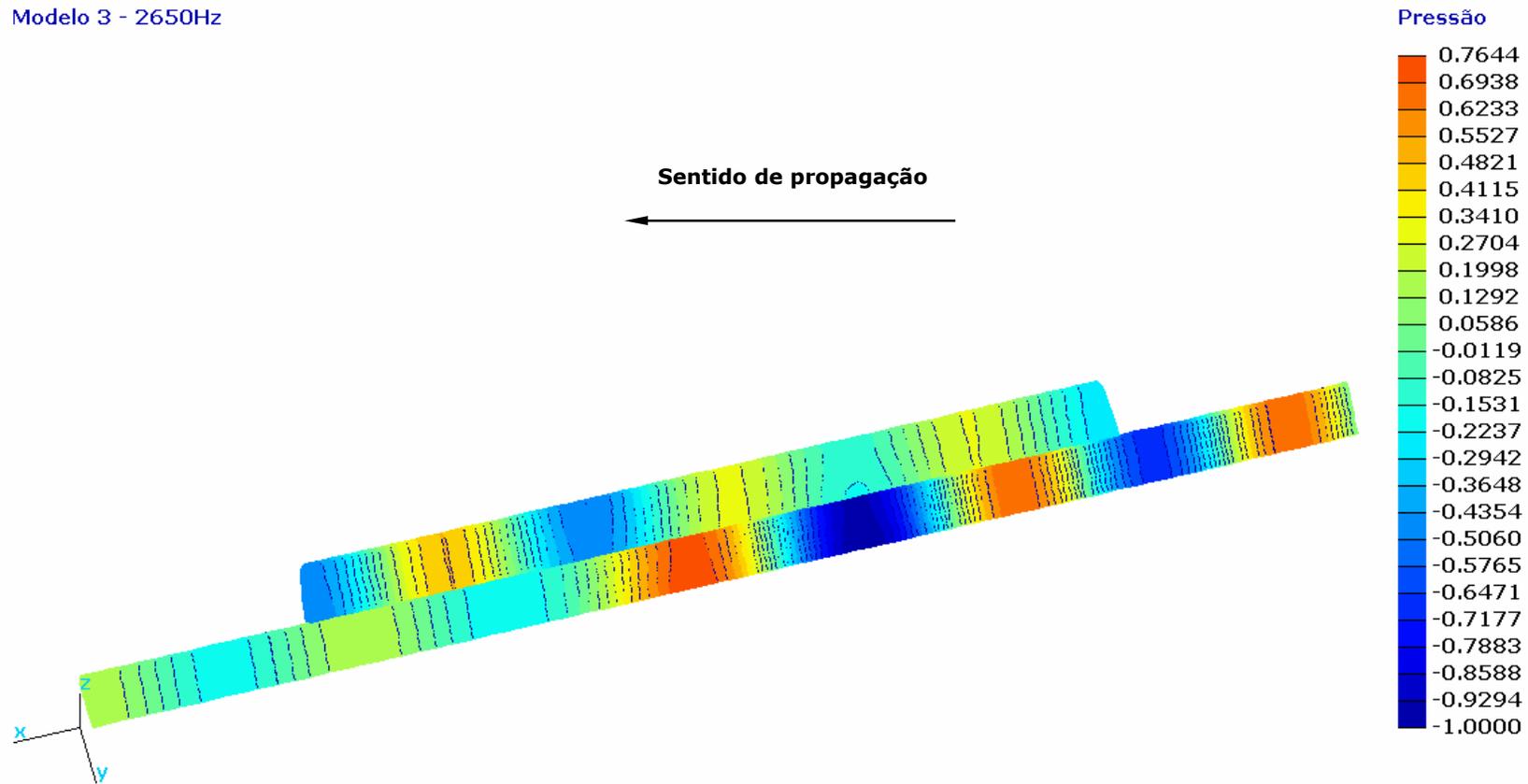


Figura 8.48. Pressão sonora no interior do modelo 3 – vista frontal.

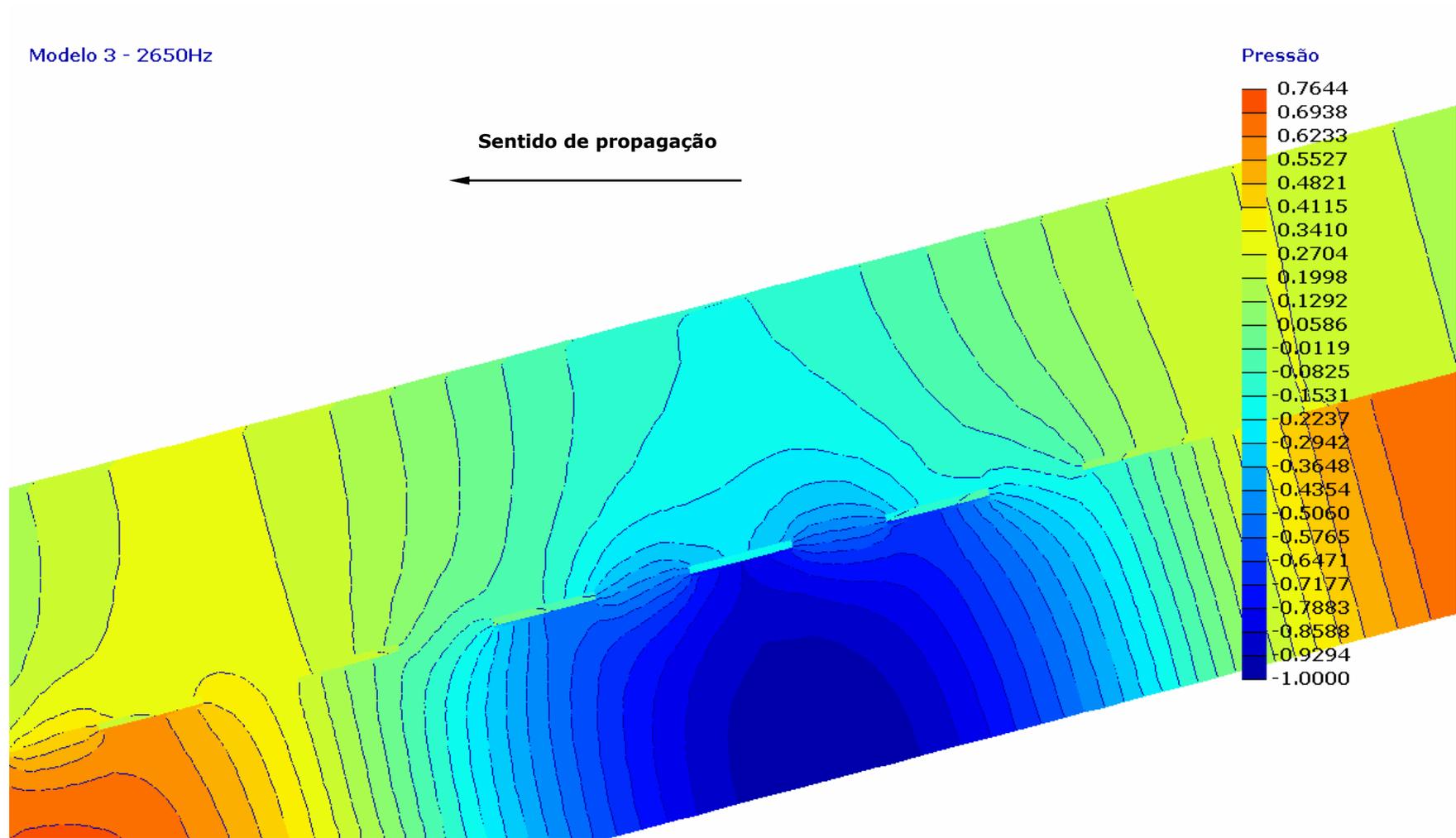


Figura 8.49. Pressão sonora no interior do modelo 3 – detalhe do início do duto perfurado.

Modelo 3 - 2650Hz

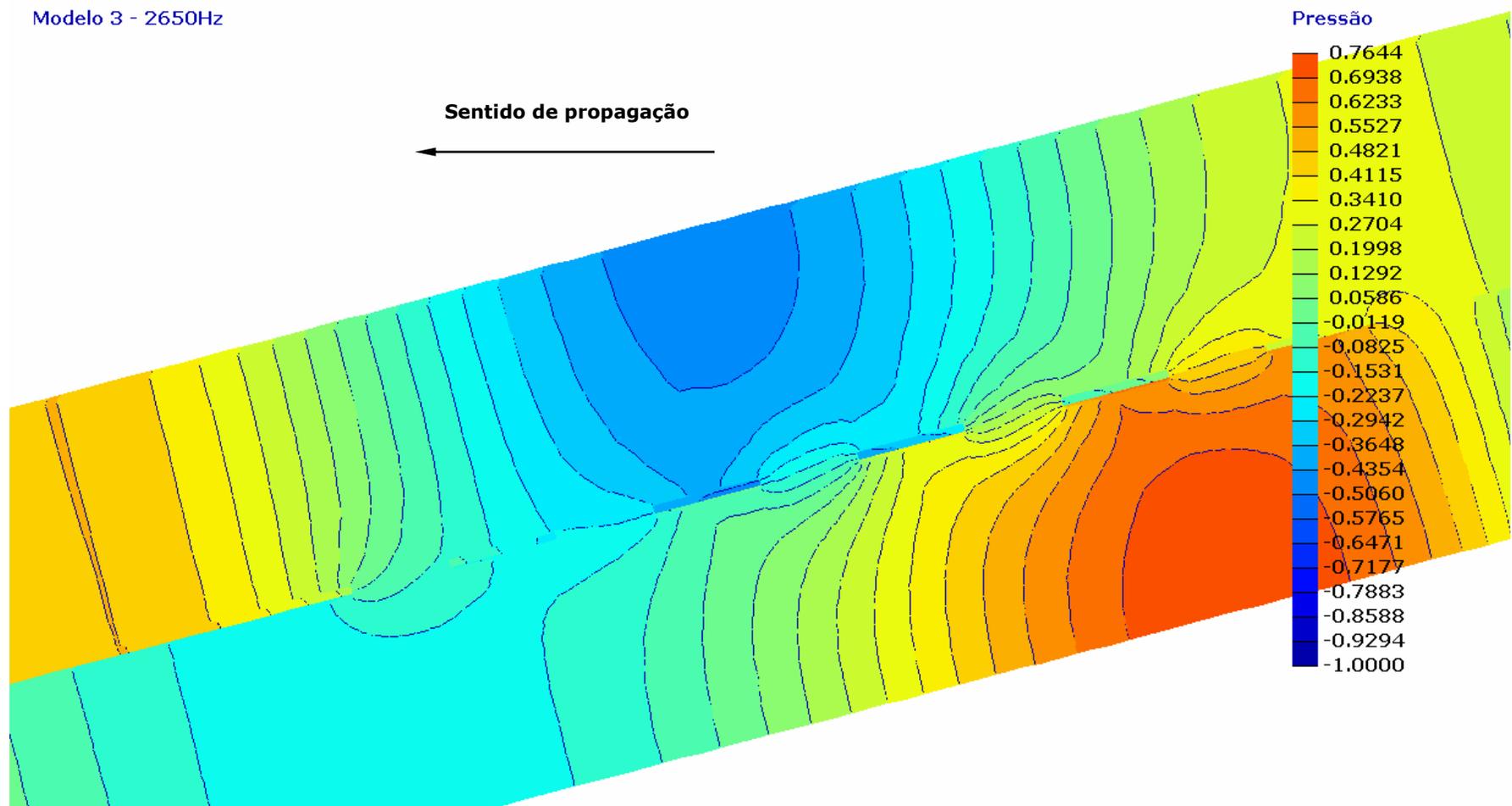
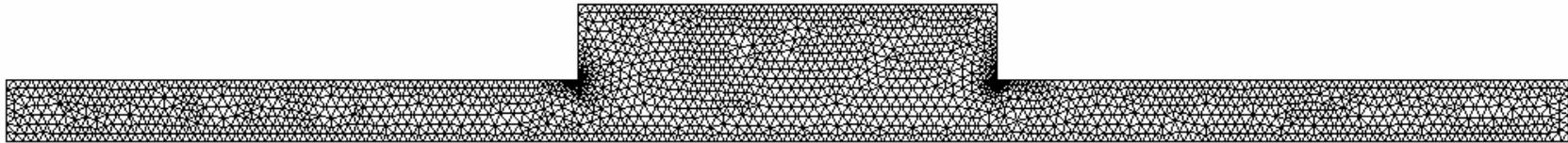


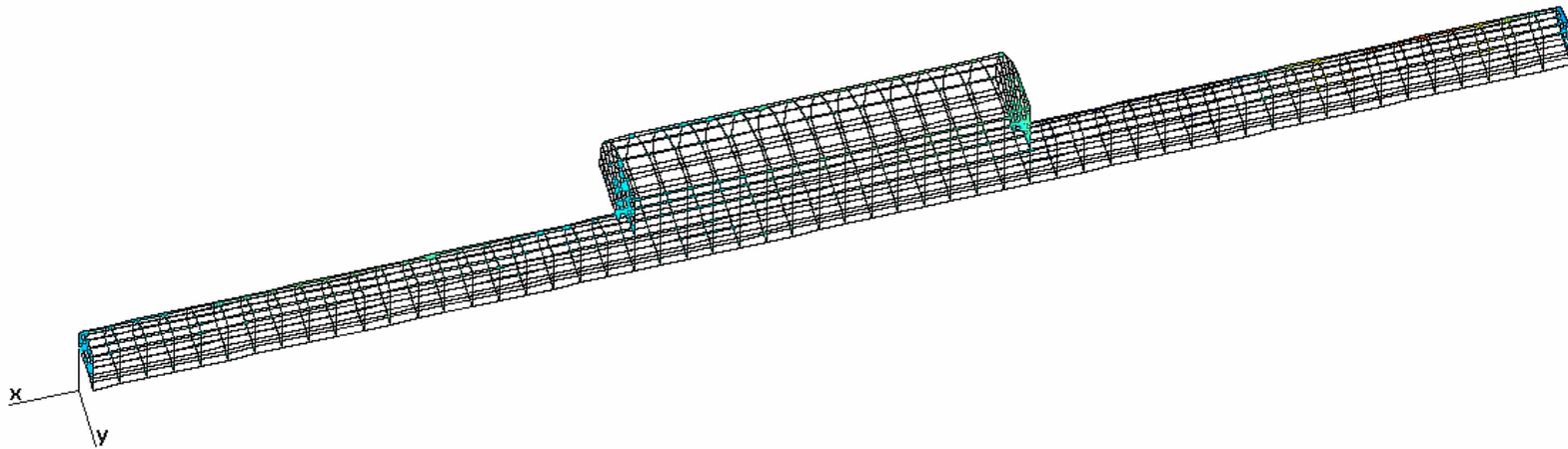
Figura 8.50. Campo de pressão sonora no interior do modelo 3 – detalhe do final do duto perfurado.



n° de nós = 2097

n° de elementos = 3732

(a) Malha elementos triangulares.



n° de nós = 10272

n° de elementos = 2040

$\rho = 1,182 \text{ kg/m}^3$

$c = 347.1 \text{ m/s}$

$T = 27^\circ\text{C}$

(b) Malha de elementos hexaédricos quadráticos (detalhe do contorno).

Figura 8.14. Malhas de elementos finitos e propriedades do meio.

