PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO PARANÁ
CAMPUS CURITIBA

CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO - ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

JOEL DE JESUS MACEDO

APLICAÇÃO DE DUALIDADE LINEAR PARA DETERMINAÇÃO DE PREÇO JUSTO DE VENDA NA TERCEIRIZAÇÃO DE PRODUÇÃO

CURITIBA
2010

JOEL DE JESUS MACEDO

APLICAÇÃO DE DUALIDADE LINEAR PARA DETERMINAÇÃO DE PREÇO JUSTO DE VENDA NA TERCEIRIZAÇÃO DE PRODUÇÃO

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia de Produção e Sistemas, da Pontifícia Universidade Católica do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre.

Área de Concentração: Gerência de Produção e Logística

Orientador: Prof. Dr. Raimundo Jose Borges de Sampaio

CURITIBA
2010

JOEL DE JESUS MACEDO

APLICAÇÃO DE DUALIDADE LINEAR PARA DETERMINAÇÃO DE PREÇO JUSTO DE VENDA NA TERCEIRIZAÇÃO DE PRODUÇÃO

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia de Produção e Sistemas, da Pontifícia Universidade Católica do Paraná, como requisito à obtenção do título de Mestre (Área de concentração: Gerência de Produção e Logística).

COMISSÃO EXAMINADORA

____

Prof. Dr. Raimundo Jose Borges de Sampaio
Pontifícia Universidade Católica do Paraná

____

Prof. Dr. Fabio Favaretto
Pontifícia Universidade Católica do Paraná

____

Prof. Dr. Guilherme Ernani Vieira
Pontifícia Universidade Católica do Paraná

Curitiba _____de_________________de 2010

Ao meu filho, Ramon Theodoro Figueiró Macedo
Aos meus pais João M. Macedo e Roz Ângela Zortea Macedo
Às minhas três irmãs e ao meu irmão
Por todo o amor, por quem sou.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, a Deus pelas oportunidades e presença constante em minha vida. Agradeço pela vida, pela proteção e pelos desafios.

Ao meu orientador Raimundo Jose Borges de Sampaio pelo conhecimento transmitido, pela orientação e pelo incentivo.

Aos professores Fábio Favaretto e Guilherme Ernani Vieira, que fizeram parte das bancas de qualificação e de defesa, pelas valiosas contribuições oferecidas, não só a este trabalho, como também ao conhecimento científico.

À professora Ely Célia Corbari, pelo apoio e incentivo constante ao desenvolvimento de pesquisas.

Aos meus pais, exemplos de conquista, heroísmo, honestidade e caráter. Presença inspiradora que, em momentos de dificuldades, ajudaram-me a levantar e continuar com fé nesta caminhada, e por todas as orações em meu favor.

Ao meu primo Nereu de Jesus por toda a oração intercessora, e também às demais pessoas que por mim dedicaram seu tempo em oração.

De modo geral, a todos os colegas do meio acadêmico que de certa forma nos incentivaram a trilhar o caminho do conhecimento.

Agradeço, por fim, a todos que, de alguma forma, contribuíram com este trabalho, seja por meio de ideias, críticas ou palavras de apoio.

Resumo

A problemática da determinação dos preços em um ambiente de terceirização de produção é estudada sob diferentes enfoques, o que leva a uma encruzilhada de informações quando se deseja estipular o preço de um produto, seja ele um bem físico ou um serviço. Diante da problemática de fixação de preços dos bens e serviços e, portanto, das ameaças enfrentadas pelas organizações, do poder de barganha de clientes, de fornecedores, das ameaças de substituição, os gestores necessitam de estratégias eficientes, que resultem no mínimo de erros possível na solução de problemas. Dessa forma, a busca por metodologias e estratégias de gestão capazes de garantir uma maior competitividade global exige que as organizações criem e implementem estratégias cada vez mais inovadoras e eficientes. Nesse sentido, a problemática da determinação dos preços em um ambiente de terceirização de produção é estudada aqui com o uso da dualidade linear. Os problemas secundários consistem nas seguintes questões: a) É possível modelar o preço justo de venda na terceirização de produção de maneira adequada usando Programação Linear? b) Quais são as contribuições adicionais da Programação linear na definição do mix ótimo de produção comparada à metodologia da margem de contribuição pelo fator limitante? Assim, a proposta desta pesquisa pressupõe que o terceirizador e o terceirizado formulam seus preços de modo independente, isto é, tendem a ignorar um ao outro na formulação do preço. De modo geral, o principal objetivo deste estudo é identificar uma região de preços que possa ser reconhecido por fornecedor e comprador como preço realista, podendo os preços ser negociados dentro de uma região pré-determinada. Os objetivos secundários são: a) Investigar o arcabouço teórico a ser considerado diante da possibilidade de determinação de preço justo de venda na terceirização de produção; b) Analisar as contribuições adicionais da programação linear na definição do mix ótimo de produção comparada à metodologia da margem de contribuição pelo fator limitante. Quanto à classificação principal, este estudo é quantitativo, e faz uso dos métodos de programação linear com aplicação de dualidade linear na determinação do preço justo. Quanto ao método utilizado, recorre-se ao método dedutivo. A bibliografia técnica apresenta uma série de argumentos teóricos a respeito da determinação de preço justo; no entanto, não existe uma metodologia bem definida a respeito do modelo a ser adotado. No que se refere ao segundo objetivo, que é analisar as contribuições adicionais da programação linear na definição do mix ótimo de produção comparada à metodologia da margem de contribuição pelo fator limitante, a programação linear demonstrou-se mais eficiente, por permitir que a tomada de decisão seja aprofundada por meio da análise de sensibilidade. Considerando o objetivo principal, foi utilizada uma aplicação prática feita a partir da teoria desenvolvida, o que parece suportar a afirmação de que a ferramenta escolhida é útil e pode ser usada de maneira bastante simples e eficiente para orientar a tomada de decisão.

Palavras-chave: Programação Linear. Dualidade linear. Preço Justo. Preço Realista.

Abstract

The problems related to price determination are studied under different focus; it leads to several different informations, sometimes conflicting, no matter whether it comes from a physical good or a service nature. In face of the problem with pricing of goods and services, and thus in face of the threats faced by organizations, the bargaining power of customers, the sellers, the suppliers, the threats of replacement, the managers need effective strategies that result in few errors as possible in solving problems. Thus, the search for methodologies and management strategies that can reach a higher world competitiveness require from the organizations the creation and implementation of strategies increasingly innovative. In this sense, the main question to be investigated in this study involves the application of linear programming duality in determining the fair price to sell in outsourcing production. The secondary problems consist of the following questions: a) It is possible to determine a fair price to sell in outsourcing production? b) What are the additional contributions from linear programming to define the optimal mix of production compared to the methodology of the contribution margin by limiting factor? Thus, the purpose of this research assumes that the outsourcer and the outsourced formulate their prices independently, i.e. they tend to ignore each other when they devise the price. In general, the main objective of this study is to identify a region of prices which can be recognized by the supplier and buyer as a realistic price, considering that the prices can be negotiated within a predetermined region. The secondary objectives are: a) Investigate the theoretical framework to be considered ahead of the possibility of determining a fair price to sell in outsourcing production; b) Analyze the additional contribution of linear programming in defining the optimal mix of production compared to the methodology of the contribution margin by limiting factor. About its main classification, this study is quantitative, and it use the linear programming problems, which are implicated on linear duality to determine the fair price. Concerning to the method, this search is qualified as a hypothetical deductive study. The technical literature presents a series of theoretical arguments regarding the determination of fair price; however, there is no clear methodology about the model to be adopted. About the second objective, which is examining the additional contribution of linear programming to define the optimal mix of production compared to the methodology of the contribution margin by limiting factor, the linear programming has shown to be more efficient by allowing the taking of Decision to be deepened through sensitivity analysis. Whereas the main objective, we used a practical application made from the developed theory, which seems to support the claim that the chosen tool is useful and can be used very simply and efficiently to guide decision making, this study realized that the linear programming is more efficient, because it allows a deep decision-making through sensitivity analysis. Concerning to the main objective, this study has used a practical application supported by the produced theory. This seems to support the claim that the chosen tool is useful and it can be used in a very simple and efficient way to guide decision-making.

Keywords: Linear Programming. Linear Duality. Fair Price. Realistic Price.

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Este estudo aborda a dualidade linear para determinação de preço justo de venda na terceirização de produção**.** Nesta primeira seção, empreende-se a contextualização do tema, a situação-problema e o problema de pesquisa. Descrevem-se, ainda, o objetivo e a hipótese de pesquisa, bem como a justificativa do estudo.

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO DO TRABALHO

Os modelos, nos diversos ramos da pesquisa, tratam de uma representação simplificada de uma situação prática, com o objetivo de simular situações, experimentos. Um modelo matemático, por exemplo, é uma representação simplificada de uma situação que ocorre na vida real. A partir dos resultados gerados no modelo estudado é possível tirar conclusões que norteiam as decisões.

Dessa forma, os resultados gerados por um modelo são estruturados para determinada finalidade. Para tanto, faz-se necessária a aplicação de técnicas e metodologias inerentes ao objetivo proposto. No caso de modelos matemáticos, existe uma variedade de técnicas que têm por finalidade a resolução de problemas. Dentre elas encontra-se a programação linear, uma técnica da Matemática Aplicada que constitui uma das linhas da investigação operacional.

Os problemas de programação linear, dentre outras finalidades, servem para determinar o planejamento ótimo de atividades, ou seja, um plano ótimo que representa a melhor solução entre todas as soluções possíveis. Dessa forma, tais problemas representam uma classe particular de problemas de programação matemática, com função objetivo e restrições que podem ser representadas por funções lineares.

Esses problemas de programação linear podem ser formulados de acordo com um modelo matemático geral, que consiste na determinação de valores não-negativos para as variáveis $x_1, x_2, ..., x_n$, a fim de satisfazer um sistema de m equações ou inequações lineares que maximizem ou minimizem uma função linear dessas variáveis.

Um problema de programação linear consiste em maximizar ou minimizar uma função objetivo de modo que as variáveis não violem nenhuma das restrições formuladas.

O conjunto de restrições em um modelo de programação linear pode ser entendido como os insumos ou recursos necessários para satisfazer o proposto na função objetivo. Tanto a função objetivo quanto as restrições do modelo estão relacionadas às variáveis de decisão. Estas, por sua vez, são delimitadas pelas restrições impostas sobre essas variáveis, formando um conjunto discreto, finito ou não, de soluções factíveis a um problema.

Um dos métodos utilizados para a resolução de problemas de programação linear é o método simplex. A maioria dos problemas práticos de otimização linear inclui diversos tipos de restrições: limitantes inferiores e/ou superiores, igualdades, variáveis livres etc. Para resolver esses problemas, necessita-se de uma versão do algoritmo dual simplex que possa tratar todos os tipos de restrições eficientemente (MAROS, 2003).

Na programação linear, todo o problema primal tem um problema denominado dual, ou seja, para todos os problemas de maximização existe um problema de minimização denominado dual ou preço-sombra, e, de forma análoga, para todos os problemas de minimização existe um problema de maximização.

O problema primal de programação linear está relacionado com o problema dual de programação linear. A relação entre os dois problema é o objeto de estudo da teoria da dualidade. Nesse sentido, o termo "dualidade" refere-se ao fato de cada modelo de programação linear ser constituído por duas formas: a primeira, ou a forma original, é chamada de primal; e a segunda forma do modelo é chamada de dual.

A solução do modelo dual fornece informações importantes sobre as questões econômicas existentes em qualquer modelo de programação linear. No uso da programação linear, dentre as várias análises pertinentes está a possibilidade de verificar a relação entre o problema primal e o dual, os quais permitem analisar possíveis variações na função objetivo decorrentes da simulação de variações na quantidade de recursos. E, da mesma forma, essa análise da relação entre primal e dual permite analisar variações na função objetivo decorrentes de variações nas variáveis de decisões.

As variáveis do problema dual na solução ótima tem o mesmo papel que os multiplicadores de Lagrange na otimização clássica, e podem ser usados para medir a sensibilidade do valor ótimo da função objetivo do primal, a mudanças constantes das restrições do primal.

Nesse sentido, o preço-sombra pode ser usado para a determinação do preço justo. A tentativa de determinação do preço justo é um dos esforços despendido pelas empresas, que procuram de forma intensa atingir um preço ótimo, tanto do ponto de vista do empresário quanto do ponto de vista do consumidor. A tentativa de determinação do preço justo incide sobre a determinação e/ou formação de preço do produto ou serviço prestado.

Essa é uma estratégia que merece destaque no meio empresarial, pois, se o preço praticado estiver acima do preço de mercado, a empresa pode perder receita, uma vez que possivelmente seus concorrentes estarão praticando um preço menor. Nesse caso, os consumidores optariam, segundo a lei do menor preço, pelo produto ou marca que apresentasse mais vantagem. Por outro lado, caso o preço praticado esteja abaixo do custo marginal, a empresa pode incorrer em perdas, pois não faz sentido a prática de um preço menor do que o custo de produção. Portanto, em ambos os casos, a empresa tem como consequência a perda de receita.

1.2 TEMA E QUESTÃO DA PESQUISA

Cervo e Bervian (2002, p. 84) expõem que o “problema é uma questão que envolve intrinsecamente uma dificuldade teórica ou prática, para a qual se quer encontrar uma solução”. Para Marconi e Lakatos (2004), o problema de pesquisa consiste em um enunciado explicitado de forma clara, compreensível e operacional. Dessa forma, a formulação do problema de pesquisa consiste em explicitar um questionamento, cuja solução será proposta por meio da pesquisa.

A problemática principal a ser investigada neste estudo consiste na aplicação da dualidade linear, na determinação de preço justo de venda na terceirização de produção. Primeiro será feita uma pesquisa bibliográfica sobre o que existe na literatura a respeito de preço justo. Após a apresentação da pesquisa bibliográfica, se verificará, com base no conteúdo investigado, a possibilidade de responder às seguintes questões:

a) É possível determinar o preço justo de venda na terceirização de produção?

b) Quais as contribuições adicionais da programação linear na definição do mix ótimo de produção comparada à metodologia da margem de contribuição pelo fator limitante?

Nesse sentido, a proposta desta pesquisa pressupõe que o terceirizador e o terceirizado formulam seus preços de modo independente, isto é, tendem a ignorar um ao outro na formulação do preço.

1.3 OBJETIVOS

Segundo orientam Collins e Hussey (2005, p. 119), após “escolher um problema de pesquisa adequado, você precisa decidir quais serão os objetivos ou as metas da pesquisa”.

De modo geral, o principal objetivo deste estudo é identificar uma região de preços que possa ser reconhecida por fornecedor e comprador como preço realista, podendo os preços serem negociados dentro de uma região pré-determinada. Para atingir o objetivo maior deste estudo, faz-se necessária a investigação sobre o referencial teórico existente na literatura a respeito da temática. Assim, este estudo se desdobra nos seguintes objetivos secundários:

a) O primeiro capítulo objetiva investigar o arcabouço teórico a ser considerado diante da possibilidade de determinação de preço justo de venda na terceirização de produção.

b) O segundo capítulo desta pesquisa objetiva analisar as contribuições adicionais da programação linear na definição do mix ótimo de produção comparada à metodologia da margem de contribuição pelo fator limitante.

1.4 DEFINIÇÃO DA ABORDAGEM METODOLÓGICA

Quanto à classificação principal, este estudo é quantitativo, faz uso dos métodos de programação linear com aplicação de dualidade linear na determinação do preço justo. Quanto ao método utilizado, recorre-se ao método dedutivo, que, segundo Lakatos e Marconi (2005, p. 106), “é um método que se inicia pela percepção de uma lacuna nos conhecimentos, acerca da qual formula hipóteses e, pelo processo de inferência dedutiva, testa a predição da ocorrência de fenômenos abrangidos pela hipótese”.

1.5 JUSTIFICATIVA

A problemática da determinação dos preços é estudada sob diferentes enfoques, o que leva a uma encruzilhada de informações quando se deseja estipular o preço de um produto, seja ele um bem físico ou um serviço, já que “produto” pode ser entendido como um nome que pode designar genericamente bens ou serviços (KOTLER, 2006).

Para Martins (2003), são importantes as discussões sobre o processo decisório dos aspectos ligados ao preço de venda. Bruni e Famá (2002) completam dizendo que um dos mais importantes aspectos financeiros de qualquer entidade consiste na fixação dos preços dos bens e serviços comercializados.

Diante da problemática de fixação de preços dos bens e serviços e, portanto, das ameaças enfrentadas pelas organizações, do poder de barganha de clientes, de fornecedores, das ameaças de substituição, os gestores necessitam de estratégias eficientes e que resultem em minimização de erros na solução de problemas. Dessa forma, a busca por metodologias e estratégias de gestão capazes de garantir uma maior competitividade mundial exige que as organizações criem e implementem estratégias cada vez mais inovadoras.

Dentre as várias ferramentas de decisão estratégica existentes, o gestor tem à sua disposição a programação matemática como um mecanismo facilitador para solução de problemas gerenciais relacionados à gestão de custos, preços e análise de desempenho no âmbito de organizações que operam com terceirização.

As decisões de preços são importantes, pois influenciam o volume de vendas de determinada empresa, assim como o montante de recursos que ela aufere. Para Lambin (2000), o principal fator de decisão de apreçamento é o preço, que influencia diretamente a demanda, e, consequentemente, determina diretamente a rentabilidade da atividade e influencia a percepção do produto, cooperando para o posicionamento da marca. Segundo Kotler (2006), os erros mais comuns são: preços demasiadamente orientados para custos; a não-submissão frequente dos preços à revisão com vistas à absorção de mudanças praticadas pelo mercado.

Dessa forma, em uma economia de mercado, os preços estão condicionados à aprovação ou não do comprador. A não ser que o produto ofertado seja bastante diferenciado, é o vendedor quem define se o preço é justo ou se não faz jus ao produto/serviço comercializado.

O desafio para o gestor no momento da decisão de terceirizar ou não um serviço é encontrar um equilíbrio entre o preço exigido pelo terceirizado e os custos de sua produção. Assim, estabelecer o preço justo de terceirização é uma tarefa que exige do gestor o conhecimento dos componentes que dão origem ao custo de determinada produção. A definição da estrutura de custos é parcela importante desse processo, uma vez que possibilita ao gestor calcular quanto custa a produção de um bem ou serviço.

Diante da dificuldade na definição de uma metodologia técnica para apurar seus custos e despesas de maneira precisa, as empresas tendem a estabelecerem seus preços de venda sem uma avaliação rigorosa. Essa prática leva a empresa a operar com custos e despesas muito altos; como consequência, a organização tem um lucro e uma rentabilidade menor, o que significa ameaça ao seu crescimento e até a sua própria estabilidade econômico-financeira.

Lambin (2000) considera que a escolha de uma estratégia de preços impõe o respeito a dois tipos de coerência: a coerência interna, que determina que o preço definido respeite as condições de custo e de rentabilidade da empresa, e a coerência externa, que exige um preço compatível com a sensibilidade dos compradores ao preço e com os preços praticados pela concorrência.

Em meio a um difícil cenário de variações do ambiente concorrencial, pelas saturações de mercado, pela pequena taxa de crescimento, pelo movimento dos consumidores, pela competitividade global, as empresas têm adotado as mais diferentes formas de adequação do preço. As empresas elaboram estratégias de adequação de preços que refletem variações principalmente na demanda e nos custos. Para Jain (2000), a estratégia de adequação dos preços acontece em alguns produtos ou quantidades para diferentes consumidores e com diferentes preços. Existem várias estratégias de adequação de preços, tais como preço geográfico, preços com descontos, preço promocional, preço discriminatório e preço de mix de produtos.

Nesse sentido, o estudo justifica-se pela problemática econômica que as organizações enfrentam na determinação da quantidade produzida e no estabelecimento do preço de venda. Partindo desse contexto, o presente estudo visa a apresentar um modelo considerado adequado para a determinação de preços.

A não-utilização de um modelo adequado na definição de preços resultará em dificuldades para identificar e fixar ações com vistas à redução de custos e despesas, o que poderá levar a empresa a operar com custos e despesas mais altos do que deveria, e, consequentemente, poderá não alcançar seus objetivos.

1.6 ESTRUTURA DO TRABALHO

O estudo como um todo tem como objetivo o desenvolvimento e publicação de três artigos, sendo que cada problema, assim como cada objetivo, corresponde a um artigo. Seguindo essa definição, o trabalho se divide em cinco seções. Nesta primeira seção, de caráter introdutório, delineia-se o panorama geral da pesquisa, partindo da contextualização do tema e da exposição da situação-problema, passando pelo objetivo, bem como pela motivação da investigação, e culminando na breve descrição da estrutura do texto.

Nos próximos três capítulos seguintes, são desenvolvidos três artigos, sendo que o primeiro artigo, da revisão bibliográfica, ainda não foi publicado, os dos últimos já foram publicados de acordo com as informações adicionais apresentados no inicio de cada artigo apresentação de cada artigo.

O segundo capítulo apresenta uma investigação acerca do arcabouço teórico referente às principais publicações nacionais sobre preço justo. A partir desta pesquisa de referencial bibliográfico e da constatação da inexistência de teoria apenas sobre preço justo, recorre-se a um modelo matemático, mais precisamente dentro da pesquisa operacional, que parece ser útil para a determinação de preço justo. Ao final do capítulo, será verificada a existência de algum modelo matemático que possa servir de apoio às decisões relacionadas à determinação de preço. Este primeiro artigo, ainda não foi publicado até o momento da defesa desta dissertação.

O terceiro capítulo apresenta um artigo que analisa as contribuições adicionais da programação linear na definição do mix ótimo de produção comparada à metodologia da margem de contribuição pelo fator limitante. Nessa parte, foi analisado o mix ótimo de produção utilizando a margem de contribuição e a programação linear, considerando-se os possíveis ganhos advindos da utilização desse último método. Este artigo foi publicado nos anais do XXX Encontro Nacional de Engenharia da Produção, referente a evento ocorrido na Universidade de São Carlos, cidade São Carlos – SP, no ano de 2010. Mais tarde, foi publicado na revista ADMpg Gestão Estratégica, ISSN: 1983-7089, v. 3, n. 2, p.119-127, 2010.

O quarto capítulo refere-se ao que pode ser considerado o cerne desta pesquisa, pois trata efetivamente do estudo que aborda a questão do uso da dualidade linear para determinação de preço justo de venda na terceirização de serviços**.** Nessa última parte, incorpora-se a interpretação econômica do problema dual de um problema de programação linear. Esse artigo foi publicado nos anais do XVII Simpósio de Engenharia da Produção da Universidade Estadual de São Paulo – UNESP, evento promovido na cidade de Bauru – SP, também em 2010.

No quinto capítulo são apresentadas as considerações finais, momento em que se relatam as conclusões a que se chegou por meio do estudo bibliográfico acerca da determinação de preço justo. Das contribuições adicionais da programação linear na definição do mix ótimo de produção comparada à metodologia da margem de contribuição pelo fator limitante e, ainda, da aplicação da dualidade linear na determinação de preço justo de venda na terceirização de produção.

2. DETERMINAÇÃO DE PREÇOS: UMA INVESTIGAÇÃO BIBLIOGRÁFICA SOBRE A POSSIBILIDADE DE DETERMINAÇÃO DE PREÇO JUSTO

Resumo:

O presente estudo investiga o arcabouço teórico a ser considerado diante da possibilidade de determinação de preço justo de venda na terceirização de produção, objetivando responder à seguinte questão: É possível determinar o preço justo de venda na terceirização de produção? Este estudo parte do pressuposto de que os formadores de preço de venda na terceirização de produção desconhecem um modelo de preço justo de venda; portanto, os terceirizadores e terceirizados fixam seus preços de forma independente, não consultando um ao outro. Em relação aos objetivos deste estudo, empreende-se uma investigação profunda do arcabouço teórico para compreender o processo de determinação de preço justo. Nesse sentido, a investigação técnica evidencia a existência de um modelo matemático que parece ser útil na determinação do preço justo de venda na terceirização de produção. A bibliografia que serve de aporte teórico para este trabalho reforça o pressuposto, já apresentado acima, de que as partes negociantes no processo de terceirização de produção determinam seus preços de forma independente.

Palavras-chave: Preço Justo; Programação Linear; Dualidade Linear; Preço-sombra.

2. DETERMINATION OF PRICES: A RESEARCH LITERATURE ON THE POSSIBILITY OF DETERMINATION OF FAIR PRICE FOR SALE IN OUTSOURCING PRODUCTION

Abstract

This study investigates the theoretical background to be considered before the possibility of determining a fair price to sell in the outsourcing of production, aiming to answer the following question: Is it possible to determine a fair price to sell in the outsourcing of production? It is assumed throughout that the sale price makers in the outsourcing of production know a model of fair price to sell, therefore, outsourcers and contractors set their prices independently, not consulting each other. In relation to the objectives of this study, there was deep investigation of the theoretical framework for understanding the process of determining a fair price. In this sense, the technical research highlights the existence of a mathematical model that seems to be useful in determining the fair price of sale in the outsourcing of production. As for the assumption, by the literature studied, it is believed that the negotiating parties in the outsourcing of production determine their prices independently.

Keywords: Fair Price. Linear Programming. Duality Linear. Price Shadow.

2.1 Introdução

A tentativa de determinação do preço justo é um dos esforços despendido pelas empresas, que procuram de forma intensa atingir um preço ótimo, tanto do ponto de vista do empresário quanto do ponto de vista do consumidor. A tentativa de determinação do preço justo incide sobre a determinação e/ou formação de preço do produto ou serviço prestado. Esta é uma estratégia que merece destaque no meio empresarial, pois, se o preço praticado estiver acima do preço de mercado, a empresa pode perder receita, haja vista que seus concorrentes estarão praticando um preço menor; portanto, os consumidores optariam, segundo a lei do menor preço, pelo produto ou serviço que apresentasse mais vantagem. Caso o preço praticado esteja abaixo do custo marginal, também nessa situação a empresa pode incorrer em perdas. Portanto, em ambos os casos a empresa tem como consequência a perda de receita.

Nesse sentido, o presente estudo objetiva investigar o arcabouço teórico a ser considerado diante da possibilidade de determinação de um preço justo de venda na terceirização de produção, visando a responder à seguinte questão: é possível determinar o preço justo de venda na terceirização de produção?

Metodologicamente, a respeito dos objetivos, trata-se de uma pesquisa bibliográfica, cujo procedimento consiste em uma revisão da literatura referente ao assunto abordado. Os estudos a que se recorre neste artigo são significativos para a obtenção de uma visão geral e atualizada sobre o atual estado da arte agenciado por pesquisas realizadas no Brasil (GIL, 2002).

2.2 Terceirização de produção

O aumento da competitividade decorrente da globalização dos mercados tende a dominar as atividades empresariais do novo milênio. Para tanto, as empresas buscam estruturas organizacionais mais flexíveis e mutáveis (QUEIROZ, 1998). Dentre as estratégias passíveis de utilização para racionalizar as estruturas organizacionais e possibilitar maior foco das empresas em sua *core competence* (HAMEL; PRAHALAD, 1995) está a terceirização.

Nesse sentido, Queiroz (1998) considera a terceirização como uma técnica administrativa que permite o estabelecimento de um processo gerenciado de transferência a terceiros das atividades tidas como de apoio ou acessórias ao tipo de serviço definido como atividade-fim, permitindo à empresa concentrar-se em seu negócio principal. Farncombe e Waller (2005) e Sink e Langley (1997) acrescentam que as atividades terceirizadas são as que não representam fundamental importância, e que, no processo de terceirização, transfere-se ao contratado também os riscos referentes à atividade contratada.

Na mesma linha de pensamento, Santos (2002) e Giosa (1993) definem terceirização como um processo pelo qual uma empresa repassa atividades para terceiros, com os quais se estabelece uma relação de parceria, ficando a organização concentrada apenas em tarefas essencialmente ligadas ao negócio em que atua. Os autores reforçam que a terceirização deve ser vista como um processo integrado ao planejamento estratégico de uma empresa e idealizado à luz da realidade do ambiente e da cultura de cada organização.

Dentre os termos utilizados para definir a terceirização, encontra-se a palavra "*outsourcing*", que corresponde à expressão em inglês para o termo "terceirização" (ALIANDRO, 1973). Oliveira (1994) apresenta também os termos "*multisourcing*", que se refere à terceirização de um departamento aos pedaços, e "*co-sourcing*", uma forma de parceria na qual a terceirização abrange não apenas a prestação de serviços específicos, mas engloba desde a definição de projetos, consultoria e desenvolvimento de sistemas até a definição de estratégias para uso da tecnologia da informação. De acordo com Giosa (1993), o termo "*multisourcing*" representa uma evolução do processo de *outsourcing*, pela não transferência total de determinado setor para terceiros.

Diferentes podem ser as razões para a terceirização. Ela pode representar a redução de custos, responder à necessidade de aumento do *know-how* adicional ao já existente na empresa contratante, expressar a busca por maior agilidade operacional, além de representar a redução de atividades que não fazem parte do *core business* da organização (AUBERT; RIVARD; PATRY, 2003). A literatura especializada, entretanto, aponta a redução de custos como sendo o principal atrativo para a terceirização de serviços, representando algo em torno de 20% a 40% (PIACHAUD, 2005; FARNCOMBE; WALLER, 2005; BRODY; MILLER; ROLLERI, 2004).

A terceirização, como uma prática de gestão, vem suprir uma necessidade de especialização nas organizações. De início, as empresas utilizavam esse recurso simplesmente para obter alguma vantagem econômica em atividades consideradas pouco significativas, não tendo grandes preocupações com ganhos de qualidade, eficiência, especialização, eficácia e produtividade. Porém, criada inicialmente para atender as atividades denominadas atividade-meio, a terceirização evoluiu e já está sendo aplicada a atividades cada vez mais relevantes no processo organizacional.

Uma das estratégias adotadas pelas empresas é a especialização nas atividades de maior relevância para seu produto final, e, em contrapartida, a terceirização das atividades de menor relevância, respeitando a condição de que a atividade terceirizada não adicione valor ao produto ou serviço final, mas que seja indispensável para a obtenção deste.

Assim, tradicionalmente, a terceirização tem sido aplicada às atividades-meio, e não às atividades-fim. Atividade-fim, para Queiroz (1998), é a atividade essencial da organização, que agrega valor diretamente ao produto e, como consequência, pode gerar maior lucratividade à empresa. Já a atividade-meio é aquela intermediária no processo produtivo, que não interfere na qualidade do produto, mas pode vir a interferir no custo operacional.

2.3 Preço justo

O preço justo constitui-se, basicamente, nas relações econômicas, sejam estas tratadas como concorrencial ou de relação direta produtor/consumidor, pois é o preço o elemento que motiva a existência da relação contratual dentro do universo econômico; a desconsideração do preço torna dispensáveis as relações econômicas. Na perspectiva do cliente, o preço praticado pela empresa deve ser um preço justo, ou seja, o preço negociado deve ser adequado ao produto que está sendo negociado.

O conceito de preço de referência, bem como sua associação com a teoria das perspectivas, foi inicialmente proposto por Thaler (1999), que definiu o preço de referência como sendo aquele usado pelo consumidor como base para julgar o preço efetivamente cobrado pelo objeto da compra. A noção de justiça na expressão utilizada pelo autor (*fairness*) determina a fixação do preço de referência. Em outras palavras, o preço de referência é o preço que o comprador considera razoável, justo.

A importância do gerenciamento da percepção de preços sugere uma relação de fatores que definem essa percepção: “É óbvio que os compradores também se negam a pagar preços que consideram ‘abusivos’. Com certeza, não há critérios rigorosos para determinar quão justo é um preço, mas um bom ponto de partida é analisar certos fatores que influem na percepção dos consumidores: o comportamento histórico dos preços, a comparação com produtos similares e as necessidades básicas. As pessoas não gostam de pagar preços altos por produtos que cobrem necessidades básicas, como os de cuidado com a saúde” (NAGLE e HOLDEN, 2002, p. 68).

Kotler (2006) diz que os economistas desenvolveram um simples e eficiente modelo de determinação de preço. Tal modelo se baseia nas curvas de oferta e demanda. No entanto, o autor alerta para o fato de que existe falha nesse modelo, haja vista que apresenta excesso de simplificação. Outra limitação, segundo o autor, refere-se ao fato de a empresa frequentemente perseguir um objetivo mais específico ao determinar seus preços. Para Martins (2003), dentro de uma economia de mercado, mesmo com restrições, os preços são decorrência dos mecanismos e forças de oferta e procura. Sobre tais mecanismos, Mankiw (2001, p. 89) afirma que “os economistas utilizam o modelo da oferta e da demanda para analisar mercados concorrentes”.

Nessa linha de análise, diversos autores acreditam que o mercado seja o fator determinante na formação dos preços. De acordo com Bruni e Famá (2002), o preço de um produto será limitado pelo mercado, ou, em outras palavras, pelo valor atribuído pelos clientes ao produto. Para Martins (2003), o mercado é o grande responsável pela fixação dos preços, e não os custos de obtenção dos produtos.

Bruni e Famá (2002) citam a análise da concorrência como outra metodologia possível para a formação de preços, contexto em que se dá pouca atenção aos custos ou à demanda. Os autores ainda mencionam outra forma de se estabelecerem preços: estes se baseiam no valor percebido do produto pelo mercado consumidor.

Pode-se dizer que a concorrência está no âmago do sucesso ou do fracasso das organizações, determinando a adequação das atividades que podem contribuir para seu desempenho (PORTER, 2004). Nesse contexto, o mercado – que pode ser pensado como um espaço abstrato no qual se definem preço e quantidade das mercadorias transacionadas por consumidores, obviamente demandantes, e ofertantes (KUPFER; HASENCLEVER, 2002) – é o foco da atividade econômica.

Gonçalves (1987) verificou que, em geral, as empresas não dispõem de um processo articulado para a formação de preços, e que as decisões de preços são tomadas pelos sócios ou proprietários das empresas ou pela alta administração com base nos custos de produção. O autor verificou, ainda, que, embora existam esforços em várias empresas para a determinação de preços, os processos dotados são amadorísticos, fazendo com que as decisões sejam, basicamente, intuitivas e que o preço tenda a ser estabelecido mais ou menos a partir dos custos ou do mercado, dependendo do tipo de produto.

Pela sua relevância na formação de preços e alocação de recursos, os gestores dão grande importância às estruturas de mercado dos diferentes bens e serviços. Em cada mercado existe um padrão de concorrência que depende da interação entre as características estruturais e as práticas das organizações que nele atuam.

Dessa forma, geralmente, na economia, o preço justo é o resultado da soma do custo mais lucro, teoria inicialmente aceita pela Escola Fisiocrática e posteriormente aceita como parâmetro para estabelecer as negociações no mercado concorrencial. Nesse sentido, o preço justo possibilitava uma concretude de interesses cujos confrontos eram minimizados pela máxima interferência do Estado como elemento que se integra de maneira imposta ao mercado, justificando sua atuação como indispensável ao bom funcionamento do sistema.

2.4 Modelos matemáticos

Os modelos, nos diversos ramos da pesquisa, tratam de uma representação simplificada de uma situação prática, com o objetivo de simular situações, experimentos. Um modelo matemático, por exemplo, é uma representação simplificada de uma situação que ocorre na vida real. A partir dos resultados gerados no modelo estudado, é possível tirar conclusões que norteiam as decisões.

Dessa forma, os resultados gerados de um modelo são estruturados com vistas a determinada finalidade. Para tanto, faz-se necessária a aplicação de técnicas e metodologias inerentes ao objetivo proposto. No caso de modelos matemáticos, existe uma variedade de técnicas que têm por finalidade a resolução de problemas. Dentre elas encontra-se a programação linear, uma técnica da Matemática Aplicada que constitui uma das linhas da investigação operacional.

2.5 Programação linear

Os problemas de programação linear determinam o planejamento ótimo de atividades, ou seja, um plano ótimo que representa a melhor solução entre todas as soluções possíveis. Dessa forma, tais problemas representam uma classe particular de problemas de programação matemática, com função objetivo e restrições que podem ser representadas por funções lineares. Nesse contexto, o termo “programação” diz respeito ao planejamento de atividades, e o termo “linear” significa que as funções são representadas matematicamente: $f(x_1, x_2, ..., x_n)$, $g_i(x_1, x_2, ..., x_n)$.

Esses problemas de programação linear podem ser formulados de acordo com um modelo matemático geral, que consiste na determinação de valores não-negativos para as variáveis $x_1, x_2, ..., x_n$, a fim de satisfazer um sistema de m equações ou inequações lineares que maximizem ou minimizem uma função linear dessas variáveis.

Estes problemas, de programação linear, podem ser formulados de acordo com um modelo matemático geral, que consiste na determinação de valores não negativos para as variáveis $x_1, x_2, ..., x_n$, a satisfazer um sistema de m equações ou inequações lineares que maximizem ou minimizem uma função linear dessas variáveis.

Em um problema de programação linear, tem-se uma função objetivo cuja finalidade é encontrar um ponto ótimo, ao menor ou maior valor possível para a função objetivo, dependendo se o objetivo é maximizar ou minimizar a função, considerando que o valor atribuído às variáveis não viole nenhuma restrição.

O conjunto de restrições em um modelo de programação linear pode ser entendido como os insumos ou recursos necessários para satisfazer o proposto na função objetivo. Tanto a função objetivo quanto as restrições do modelo estão relacionadas às variáveis de decisão. Estas, por sua vez, são delimitadas pelas restrições impostas sobre essas variáveis, formando um conjunto discreto, finito ou não, de soluções factíveis a um problema.

Na programação linear, todo o problema primal tem um problema denominado dual, ou seja, para todos os problemas de maximização existe um problema de minimização denominado dual ou preço-sombra, e, de forma análoga, para todos os problemas de minimização existe um problema de maximização.

A programação linear consiste num conjunto de técnicas que se destina à resolução de problemas de otimização, ou seja, de uma forma geral, destina-se à diminuição dos custos ou ao aumento dos lucros, sendo linear tanto a função objetivo como as restrições. Desse modo, o termo “programação” significa planejamento e “linear” advém da ideia de que todas as expressões matemáticas utilizadas são funções lineares.

Segundo Souza (2007), o marco dos estudos em programação linear remonta a 1826, quando Fourier promoveu estudos sobre sistemas lineares de inequações das funções lineares sujeitas a restrições lineares. No entanto, de acordo com Souza (2007), foi só em 1939 que a programação linear foi aplicada, quando o russo Kantorovich fez notar a importância prática desses problemas ao desenvolver um algoritmo para a solução de problemas de programação linear. Kantorovick apresentou conceitos e exemplos para a aplicação da programação linear, explicitando como ideia fundamental de cada exemplo a obtenção da maior produção possível com base numa utilização ótima dos recursos disponíveis. Um dos exemplos desenvolvidos por Kantorovich envolvia a distribuição de fluxos de carga. Consideraram-se diferentes rotas em redes rodoviárias, de forma a satisfazer os requisitos e as restrições de capacidade das rotas, minimizando, assim, o consumo de combustível.

Apesar desses estudos, foi só na década de 1940 que o problema de otimizar uma função linear sujeita a restrições lineares teve o seu auge, a partir de pesquisas promovidas por George Dantzig, consultor de matemática da US Air Force Comptroller. Segundo Bazaraa *et al*. (1990), Dantzig não só formulou o problema de programação linear, mas também criou o Algoritmo do Simplex para a sua solução, em 1947. Ainda de acordo com Bazaraa *et al.* (1990), Dantzig inventou e incrementou o "Método Simplex" como forma de solucionar problemas de otimização relacionados com questões de logística da Força Aérea dos Estados Unidos da América, quando da Segunda Guerra Mundial.

Para Lopes (2007), Dantizg é considerado o pai da programação linear. Dantzig foi influenciado por uma série de trabalhos anteriores. Os trabalhos matemáticos que mais o teriam influenciado seriam relativos à teoria dos jogos, desenvolvidos por Ville, em 1938, e por Von Neumann, em 1944. O método simplex, proposto por Dantzig, tornou possível a solução de problemas de otimização de vários tipos, como transporte, produção, alocação de recursos e problemas de escalonamento, dentre outros.

Os problemas de programação linear podem ser apresentados na forma de equações e inequações. O conjunto de equações e inequações é denominado "restrições do modelo".

Segundo Bronson e Naadimuthu (1977), um dado problema de Programação Linear é um problema de otimização, ou seja, busca-se a melhor alternativa dentre várias possibilidade. Para tanto, é utilizado um critério preestabelecido de otimalidade, que tem as seguintes características:

a) o problema possui um conjunto de variáveis manipuláveis no procedimento de busca pelo ótimo; essas são as variáveis de decisão do problema;

b) uma função objetivo compõe o critério de otimalidade, sendo escrita em termos das variáveis de decisão do problema. A função objetivo é uma função linear das variáveis de decisão, devendo ser maximizada ou minimizada;

c) os valores assumidos pelas variáveis de decisão devem satisfazer um conjunto de restrições, que compõem a região de soluções viáveis do problema;

d) as variáveis de decisão podem assumir valores pré-estabelecidos no domínio dos números reais (ou seja, valores positivos, negativos ou ambos).

Problemas de programação são modelados de tal forma que o melhor uso de recursos escassos possa ser determinado, conhecidos os objetivos e necessidades do analista. Problemas de Programação Linear compõem uma subclasse de problemas nos quais a modelagem é inteiramente expressa em termos de equações lineares. Os problemas de Programação Linear devem ser inicialmente formulados em termos matemáticos. De acordo com Ravindran *et al.* (1987), “a construção de um modelo de Programação Linear segue três passos básicos”, quais sejam:

Passo I. Identificar as variáveis desconhecidas a serem determinadas, que são denominadas variáveis de decisão, e representá-las por meio de símbolos algébricos (por exemplo, *x* e *y*, ou *x1* e *x2*).

Passo II. Listar todas as restrições do problema e expressá-las como equações (=) ou inequações (≤, ≥) lineares em termos das variáveis de decisão definidas no passo anterior.

Passo III. Identificar o objetivo ou o critério de otimização do problema, representando-o como uma função linear das variáveis de decisão. O objetivo da função pode ser do tipo maximizar ou minimizar.

As equações são normalmente representadas por um sinal de igualdade, ou seja, o recurso utilizado deve ser igual a uma determinada quantidade, enquanto as inequações são representadas por um sinal de desigualdade do tipo ≥ ou ≤. Quando as restrições de um modelo de Programação Linear são apresentadas na forma de equações, diz-se que esse modelo está na forma padrão ou *standart*; por outro lado, quando as restrições de um modelo de Programação Linear são apresentadas na forma de inequações, diz-se que esse modelo está na forma canônica.

O modelo no formato padrão de um problema de Programação Linear com *m* restrições e *n* variáveis é assim apresentado (BAZARAA *et al.*, 1990, p. 1):

Maximizar (ou minimizar):

$$Z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + ... + c_n x_n$$

Sujeito a

$$
\begin{aligned}
&a_{11}x_1 + a_{12}x_2 .... + a_{1n}x_n \quad = \mathrm{b}_1 \\
&a_{21}x_2 + a_{22}x_2 .... + a_{2n}x_n \quad = \mathrm{b}_2 \\
&.. \\
&.. \\
&.. \\
&a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n \quad = \mathrm{b}_\mathrm{m}
\end{aligned}
\qquad (1)
$$

$$\mathrm{x}_1, \mathrm{x}2, ..., \mathrm{x}_\mathrm{j}, ..., \mathrm{x}_\mathrm{n} \geq 0$$

O modelo de Programação Linear no formato padrão apresenta as seguintes características:

a) A função objetivo é do tipo maximizar ou minimizar;

b) Todas as restrições são expressas como equações;

c) Todas as variáveis são não-negativas;

d) A constante no lado direito das restrições é não-negativa.

O formato padrão de um determinado problema de Programação Linear pode ser escrito, também, em formato matricial, o que implica uma apresentação mais compacta:

Maximizar (ou minimizar): z = **cx**

sujeito a:

Ax = **b**

x ≥ 0

b ≥ 0

Onde,

A é uma matriz de dimensão (*m* × *n*),

x é um vetor (*n* × 1),

b é um vetor ($m \times 1$) e

c é um vetor transposto ($1 \times n$).

A matriz **A** é normalmente denominada matriz das restrições ou matriz de coeficientes; ela contém os coeficientes tecnológicos que compõem as restrições. O vetor **x** é o vetor de decisão, visto que contém a lista das variáveis de decisão consideradas no problema. O vetor **b** é conhecido como lado direito das restrições ou vetor das necessidades; ele indica a disponibilidade de recursos associados a cada restrição. Por fim, o vetor **c** é conhecido como vetor de custos do problema; ele contém os coeficientes de custo que compõem a função objetivo.

Nem sempre os problemas de Programação Linear são formulados no formato *standard*. Em geral, as restrições aparecem em formato de inequações (≤, ≥). Os modelos com restrições do tipo (≤, ≥) são denominados de modelos na forma canônica. No entanto, o algoritmo simplex, utilizado na solução dos problemas de Programação Linear, para ser rodado, necessita que o problema esteja escrito em formato padrão. Sendo assim, na maioria das aplicações é necessária a conversão de inequações em equações. Essa conversão é possível a partir do acréscimo de dois tipos de variáveis: as variáveis de folga e as variáveis de excesso. As primeiras são utilizadas para converter inequações do tipo ≤ em =; já a segunda variável é utilizada para converter inequações do tipo ≥ em =.

As duas formas apresentadas acima (padrão e canônica) são equivalentes. Com efeito, mediante as operações a seguir indicadas, é sempre possível dar a qualquer problema uma dessas formas sem que o conjunto de soluções se altere.

1) Qualquer problema de maximização pode converter-se num problema de minimização, pois: máximo Z = - mínimo (-Z).

2) Qualquer restrição de desigualdade do tipo "≤" pode ser convertida numa restrição do tipo "≥" multiplicando por (-1) ambos os seus membros:

$$\begin{gathered} a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \ldots + a_{in}x_n \le b1 \\ \Updownarrow \\ -a_{i1}x_1 - a_{i2}x_2 - \ldots - a_{in}x_n \ge -b1 \end{gathered} \qquad (4)$$

3) Qualquer *restrição de igualdade* pode ser convertida em duas *restrições de desigualdades* "≤" equivalentes:

$$\begin{gathered} a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \ldots + a_{in}x_n = b1 \\ \Updownarrow \\ \left\{ \begin{aligned} a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \ldots + a_{in}x_n \le b1 \\ a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \ldots + a_{in}x_n \ge b1 \end{aligned} \right\} \\ \left\{ \begin{aligned} a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \ldots + a_{in}x_n \le b1 \\ - a_{i1}x_1 - a_{i2}x_2 - \ldots - a_{in}x_n \ge -b1 \end{aligned} \right\} \end{gathered} \qquad (5)$$

4) Qualquer *restrição de desigualdade* pode ser convertida numa *restrição de igualdade*, por meio da introdução de uma *nova variável* (*variável de desvio ou folga*) x_{n+1}, de valor não-negativo:

$$\begin{gathered} a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \ldots + a_{in}x_n \le b1 \\ \Updownarrow \\ \mathrm{b_i} - a_{i1}x_1 - a_{i2}x_2 - \ldots - a_{in}x_n \ge 0 \\ \Updownarrow \\ \mathrm{x_{n+1}} = \mathrm{b_i} - a_{i1}x_1 - a_{i2}x_2 - \ldots - a_{in}x_n \ge 0 \end{gathered} \qquad (6)$$

Acrescentado a variável de folga x_{n+1}, obtém-se:

$$\begin{aligned} & a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \ldots + a_{in}x_n + \mathrm{x_{n+1}} = b_i \,, \\ & \mathrm{x_{n+1}} \ge 0 \end{aligned} \qquad (7)$$

Além das equivalências matemáticas demonstradas acima, para trabalhar com Programação Linear, é necessário entender as propriedades por trás de um determinado modelo.

2.5.1 Propriedades fundamentais da Programação Linear

Alguns problemas de Programação Linear, conforme já mencionado, podem ser resolvidos por métodos gráficos. No entanto, esse procedimento só é aplicável a problemas cujo número de variáveis é reduzido, o que torna inviável a resolução de qualquer problema de interesse prático com maior número de variáveis.

A resolução desse tipo de problema exige um procedimento suficientemente geral que não impacte sobre a dimensão do problema. Para viabilizar tal solução, existe, conforme já comentado, um procedimento sistemático designado por método simples. Esse método, já introduzido no primeiro capítulo, é utilizado na resolução dos problemas de Programação Linear, não importando a dimensão do problema. Tal método é largamente utilizado devido à sua alta eficiência em problemas de Programação Linear (RAMALHETE *et al.*, 1984, p. 150).

2.5.2 Conceitos fundamentais da Programação Linear

1. A função a maximizar ou minimizar, $z = c_1x_1 + c_2x_2,...,c_nx_n$, designa-se função objetivo.

2. As equações ou inequações dos modelos de Programação Linear designam-se restrições.

3. As desigualdades $x_1 > 0, x_2 > 0,...., x_n > 0$ designam-se condições de não-negatividade.

4. As variáveis $x_1, x_2,...x_n$ designam-se variáveis de decisão.

5. As constantes a_{ij}, b_i, c_j designam-se, respectivamente, coeficientes tecnológicos, termos independentes e coeficientes da função objetivo.

6. Qualquer especificação de valores para as variáveis de decisão $x_1, x_2,...x_n$ que satisfaça as restrições do modelo e as condições de não-negatividade designa-se solução admissível.

7. O conjunto de todas as soluções admissíveis designa-se conjunto de soluções admissíveis ou região de admissibilidade.

8. Uma solução ótima maximiza ou minimiza a função objetivo sobre toda a região admissível.

O problema primal de Programação Linear está intimamente relacionado com o problema dual de Programação Linear. A relação entre os dois problemas é o objeto de estudo da teoria da dualidade. Dessa forma, o termo “dualidade” refere-se ao fato de que cada modelo de Programação Linear consiste de duas formas: A primeira, ou a forma original é chamada de primal; e a segunda forma do modelo é chamada de dual.

A solução do modelo dual fornece informações significativas sobre as questões econômicas existentes em qualquer modelo de Programação Linear. O estudo das relações entre o problema primal e o dual permitem analisar possíveis variações na função objetivo decorrente da simulação de variações na quantidade de recursos. E da mesma forma, esta análise de relação entre primal e dual, permite analisar variações na função objetivo decorrente de variações nas variáveis de decisões.

2.6 Dualidade linear

Associado a cada problema de Programação Linear existe outro problema de Programação Linear chamado de dual. O programa linear dual possui muitas propriedades importantes relativas ao programa linear primal. Problemas de programação são modelados tal que o melhor uso de recursos escassos possa ser determinado, conhecidos os objetivos e necessidades do analista.

O problema primal de Programação Linear está relacionado com o problema dual de Programação Linear. A relação entre os dois problema é o objeto de estudo da teoria da dualidade. Nesse sentido, o termo “dualidade” refere-se ao fato de cada modelo de Programação Linear ser constituído por duas formas: a primeira, ou a forma original, é chamada de primal; e a segunda forma do modelo é chamada de dual.

O termo “dual” representa um valor atribuído ao recurso, por isso o preço do recurso é designado por preço contável, ou preço-sombra do *i*-ésimo recurso, ou, ainda, como o custo de oportunidade de usar o *i*-ésimo recurso. O dual na solução ótima tem o mesmo papel que os multiplicadores de otimização Lagrangena clássica, que servem para medir a sensibilidade do valor ótimo da função objetivo do primal, a mudanças constantes das restrições do primal.

2.6.1 Interpretação econômica do dual e preço-sombra

Um problema de Programação Linear pode ser apresentado da seguinte forma:

PRIMAL		Dual	
Minimizar	cx	Maximizar	wb
Sujeito a:	$ax \geq b$ $x \geq 0$	Sujeito a:	$wA \leq c$ $w \geq 0$

Se B é a base ótima para o problema primal e C_B é o vetor de custo básico, então tem-se a seguinte fórmula: $\frac{\partial z^*}{\partial b} = C_B B^{-1} = w^*$ (BAZARAA *et al.*, 1990). Assim, o w_i^* é a taxa de mudança do valor objetivo ótimo com um aumento de uma unidade no valor no *i*-ésimo valor no lado direito, uma vez que o $w_i^* \geq 0$, o z^* aumentará ou permanecerá constante à medida que o b_i aumenta.

Economicamente, o w^* pode ser visto com um vetor do preço-sombra para o vetor do lado direito. Supondo que a *i*-ésimo restrição representa uma demanda por produção de pelo menos b_i unidades do *i*-ésimo produto e cx representa o custo total de produção, então w_i^* pode ser entendido como o custo incremental de produzir mais uma unidade do *i*-ésimo produto. Dito de outra forma, w_i^* é o preço justo que poderia ser pago para se ter uma unidade extra do *i*-ésimo produto.

Um problema primal de otimização de mix de produção pode se apresentar da seguinte forma:

$$\text{Minimize } \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

$$\text{Sujeito a } \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \geq b_i , \qquad i = 1,2,....,m \tag{8}$$

$$x_j \geq 0 , \qquad j = 1,2,....,n$$

Nesse contexto, a_{ij} denota a quantidade do produto i gerado por uma unidade de atividade j, então a fórmula $\sum a_{ij} x_j$ representa as unidades de saídas i que são produzidas; estas devem ser maiores ou iguais à quantidade requerida b_i.

Partindo do princípio de que os preços anunciados pela empresa sejam justos, e assumindo que os preços unitários para cada *m* saída seja $w_1 + w2,..., w_n$, e considerando ainda que a_{ij} é o número de unidades de i saída produzida por unidade da atividade j e que w_i é o preço por unidade de produção i, então $\sum a_{ij} w_j$ pode ser interpretado como o preço unitário da atividade j consistente com os preços $w_1 + w_2,..., w_m$; portanto, o preço implícito da atividade *j*, isto é, $\sum_{i=1}^{m} a_{ij} w_i$, não deve exceder o preço real c_j. Sendo assim, a empresa deve observar as restrições $\sum_{i=1}^{m} a_{ij} w_i \leq cj$ para $j = 1,2,..., n$ e, considerando essas limitações, deve escolher um conjunto de preços que maximizem o retorno $\sum_{i=1}^{m} a_{ij} w_j$. Isso leva ao seguinte problema dual:

$$\text{Minimize } \sum_{i=1}^{m} w_i b_i$$

$$\text{Sujeito a } \sum_{i=1}^{m} a_{ij} w_i \leq c_j \,, \qquad j = 1,2,...., m \tag{9}$$

$$w_i \geq 0 \,, \qquad i = 1,2,...., n$$

O principal teorema da dualidade afirma que existe um conjunto de atividades e um conjunto de preços de equilíbrio, onde o custo de produção mínima é igual ao retorno máximo. Afirma ainda que os dois objetivos são iguais para o consumidor, situação em que o objetivo principal é determinado pela estimação de custos e o objetivo é determinado por um mecanismo de preços (BAZARAA *et al.*, 1990).

Ainda de acordo com Bazaraa *et al.* (1990), o preço-sombra, também conhecido como *shadow price*, refere-se à alteração resultante no valor da função objetivo devido ao incremento de uma unidade na constante de uma restrição. Dito de outra forma, trata-se da quantidade pela qual a função objetivo é alterada, dado um incremento de uma unidade na constante de restrição, assumindo que todos os outros coeficientes e constantes permaneçam inalterados.

O preço-sombra apresenta-se nas formas positivo, nulo ou negativo. Se o preço reportado for positivo, isso indica que um incremento de uma unidade na constante da restrição resultará em aumento do valor da função objetivo. Se o preço-sombra reportado for negativo, isso indica que um incremento de uma unidade na constate da restrição resultará na diminuição do valor da função objetivo. O preço-sombra permanecerá constante desde que o valor da constante permaneça no intervalo descrito pelas colunas de permissível acréscimo e permissível decréscimo.

Macedo e Sampaio (2010) introduziram o conceito de "preço realista" para ampliar o conceito de preço justo. Nesse intuito, definiram um intervalo de custo total das atividades produzido pela análise de sensibilidade, ou seja, produzido pelas variações de preço que não alteram as variáveis básicas que pertencem à solução ótima, tanto no problema primal quanto no problema dual; portanto, chega-se a um preço que representa um *trade off* aceitável entre os interesses do terceirizador e os do terceirizado.

2.7. Conclusão

A bibliografia técnica apresenta uma série de argumentos teóricos a respeito da determinação de preço justo; no entanto, não existe uma metodologia bem definida a respeito do modelo a ser adotado. Em relação aos objetivos deste estudo, empreendeu-se uma investigação do arcabouço teórico sobre a existência de um modelo de determinação de preço justo. Para atender ao objetivo proposto, investigaram-se aspectos relativos à terceirização de produção e à formação de preço e, na sequência, buscou-se na literatura uma ferramenta que suportasse a problemática de determinação de preço.

Nesse sentido, a investigação técnica evidencia que não existe um modelo pré-definido para a determinação de preços de venda na terceirização de serviços. No entanto, existe na Matemática um ramo de pesquisa chamada Programação Linear, que parece ser útil para a determinação do preço justo de venda na terceirização de produção.

2.8 REFERÊNCIAS

ALIANDRO, H. **Dicionário inglês-português.** New York: Giant Cardinal Edition, 1973.

AUBERT, B.; RIVARD, S.; PATRY, M. A transaction cost model of IT outsourcing. **Information e Management**, p. 1-12, Setembro 2003.

BAZARAA, M.S.; JARVIS, J.J.; SHERALI, H.D. **Linear Programming and Network Flows**. 2. ed. New York: John Wiley & Sons, 1990.

BRODY, R. G.; MILLER, M. J.; ROLLERY, M. J. Outsourcing come tax returns to India: legal, etnical and professional issues. **The CPA Journal,** v. 74, n. 12, p. 12-15, 2004.

BRONSON, R.; NAADIMUTHU, G. **Operations Research**, 2. ed. New York: McGraw-Hill, 1977.

BRUNI, A.L; FAMÁ, R. **Gestão de Custos e Formação de Preços**. São Paulo: Atlas, 2002.

FARNCOMBE, M.; WALLER, A. Outsourcing for corporate real estate managers: how can real estate learn lessons from others industries. **Journal of Corporate Real**, v. 7, n. 3, p. 258-271, 2005.

GIL, A.C. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 4. ed. São Paulo: Atlas, 2006.

GIOSA, L.A. **Terceirização:** uma abordagem estratégica. São Paulo: Pioneira, 1993.

GONÇALVES, J.B. **Determinação de preços de venda**: uma abordagem prática. 1987. Dissertação (Mestrado em Administração) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1987.

HAMEL, G.; PRAHALAD, C.K. **Competindo pelo futuro**: estratégias inovadoras para obter o controle do seu setor e criar os mercados de amanhã. Rio de Janeiro: Campus, 1995.

KOTLER, P. **Administração de Marketing**. 12. ed. São Paulo: Prentice Hall, 2006.

KUPFER, D; HASENCLEVER, L. **Economia Industrial**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2002.

LOPES, M.V. **Trajetória Central Associada à Entropia e o Método do Ponto Proximal em Programação Linear.** 2007. 91 p. Dissertação (Mestrado em Informática) - Universidade Federal de Goiás, Goiás, 2007.

MACEDO, J.J; SAMPAIO, R.J.B de. Aplicação de Dualidade Linear para determinação de preço justo de venda na terceirização de produção. Bauru; **XVII Simpep (Simpósio de Engenharia de Produção)**; Universidade Estadual Paulista; 2010. Multimídia 01 CD-ROM.

MANKIW, N.G. **Introdução à Economia**: Princípios de Micro e Macroeconomia. Rio de Janeiro: Campus, 2001.

MARTINS, E. **Contabilidade de Custos**. 9. ed. São Paulo: Atlas, 2003.

NAGLE, T; HOLDEN, R. **The Strategy and Tactics of Pricing**. 3. ed. New Jersey: Prentice Hall, 2002.

OLIVEIRA, M. **Terceirização**: estruturas e processos em xeque nas empresas. São Paulo: Nobel, 1994.

PIACHAUD, B. Outsourcing technology. **Research Technology Management**. v. 48, n.3, p. 40-47, June, 2005.

PORTER, M.E. **Estratégia Competitiva**. Rio de Janeiro: Campus, 2004.

QUEIROZ, C.A.R.S. **Manual de terceirização**: onde podemos errar no desenvolvimento e na implantação dos projetos e quais são os caminhos do sucesso. São Paulo: STC, 1998.

RAMALHETE, M.; GUERREIRO, J.; MAGALHÃES, A. **Programação linear**. Lisboa – Portugal: McGraw-Hill, 1984.

RAVINDRAN, A.; PHILLIPS, D.T; SOLBERG, J.J. **Operations Research,Principles and Practice**. 2. ed. New York: John Wiley, 1987.

SANTOS, J.F. **Gestão de serviços**. Rio de Janeiro: FGV Management, 2002.

SINK, H.; LANGLEY, J. A managerial framework for the acquisition of third-party logistics sevices. **Journal of Business Logistics**. v. 18, n. 2, p. 163-189, january,1997.

SOUZA, J. **Breve História sobre a Programação Linear**. 2007. Disponível em: <http://pwp.net.ipl.pt/deea.isel/jsousa/Doc/SIG2005.pdf>. Acesso em: 14 maio 2010.

THALER, R. Mental Accounting Matters. **Journal of Behavioral Decision Making**, Chicago, v.12. p.183-206, July, 1999.

3. ANÁLISE DE RESULTADO PELO FATOR LIMITANTE DE PRODUÇÃO COM USO DA PROGRAMAÇÃO LINEAR

Resumo

O objetivo deste estudo é analisar as contribuições adicionais da Programação Linear na definição do mix ótimo de produção comparada à metodologia da margem de contribuição pelo fator limitante. Para atingir os objetivos deste trabalho, optou-se, dentre diversos produtos fabricados pela empresa, pelos produtos da linha de sucção, componentes para circulação de gases e fluído, utilizados em refrigerador horizontal e vertical. Os dados analisados foram obtidos de uma empresa localizada na região metropolitana de Curitiba-PR, que integra a indústria metal mecânico dessa região. A conclusão obtida por meio deste estudo é que o método de Programação Linear, embora indique a mesma quantidade sugerida pelo método da margem de contribuição pelo fator limitativo, demonstrou-se mais eficiente que este, por permitir que a tomada de decisão seja aprofundada por meio da análise de sensibilidade: de variações da margem de contribuição, de restrições de horas-máquina e de limites de quantidade produzida.

Palavras-chave: Custos. Margem de Contribuição por Fator Limitante. Programação Linear.

3. ANALYSIS OF INCOME BY LIMITING FACTOR OF PRODUCTION WITH USE OF LINEAR PROGRAMMING

Abstract

The objective of this study is to analyze the additional contribution of linear programming in defining the optimal mix of production compared to the methodology of the contribution margin by the limiting factor. To achieve the objectives of this work was chosen from among several products manufactured by the company, by product line Suction, components for movement of gases and fluids used in horizontal and vertical cooler. Data were obtained from a company located in the metropolitan region of Curitiba-PR, which includes the metal mechanic industry of this region. The conclusions obtained through this study is that the method of linear programming, while indicating the same amount suggested by the method of contribution margin by the limiting factor, shown to be more efficient by allowing the decision-making be deepened through sensitivity analysis: variations of the contribution margin, restrictions of hours machinery and limits of the quantities produced.

Key-words: Costs. Contribution Margin per limiting factor. Linear programming.

3.1 Introdução

Na teoria da produção o princípio básico que norteia o comportamento da firma é o da maximização de resultados, que envolve a realização máxima da produção por meio da utilização de adequada combinação de fatores produtivos. Como todo esforço produtivo incide na minimização do custo de produção, a maximização dos resultados é entendida como o alcance da condição “ótima”, situação em que se consegue o máximo de produto a um custo mínimo de produção.

O objetivo de toda empresa é a maximização dos seus resultados. Para isso, procura-se atingir o lucro máximo ao menor custo de produção. Porém, diante da escassez de recursos, os gestores necessitam conhecer quais produtos devem ter sua produção e vendas estimuladas e quais produtos devem ser eliminados por não trazer resultados favoráveis.

Nesse sentido, a contabilidade de custos surge como instrumento da contabilidade gerencial, que se destina a produzir informações para diversos níveis gerenciais, de planejamento e controle das operações e de tomada de decisões, possibilitando uma decisão mais criteriosa na alocação dos custos de produção aos produtos. Esse instrumento da contabilidade gerencial busca mensurar o custo segundo as necessidades da administração das empresas, exigindo que o custo se baseie em fatos pertinentes para que as decisões sejam apropriadas.

A escolha correta do método de custeio é que determinará o passo mais importante para a obtenção de informação de qualidade nos diversos níveis gerenciais. Todos os sistemas de custeio possuem pontos positivos e negativos; a diferença está no tipo de informação necessária e do conhecimento de que dispõe o tomador de decisão para interpretá-la. O método de custeio variável, bastante usado no processo de gestão, utiliza-se do conceito de margem de contribuição, que representa a diferença entre as receitas e a soma dos custos e despesas diretamente vinculadas aos produtos e que varia em função do volume produzido e vendido.

A margem de contribuição por unidade, na ausência de limitação de recursos produtivos, constitui uma importante ferramenta de análise para o gestor, visto que o produto que apresentar maior margem de contribuição por unidade é o que deverá ter a venda incentivada. Porém, quando há limitação de recurso, a análise fica prejudicada, sendo necessário fazê-la por meio da margem de contribuição pelo fator limitante. O problema da metodologia de cálculo da margem de contribuição pelo fator limitante consiste na dificuldade de se calcularem problemas com elevado número de variáveis de decisão. Por meio de ferramentas adequadas, utilizadas nas Ciências Contábeis, Economia e principalmente na Pesquisa Operacional, é possível melhorar os resultados, otimizando o uso dos recursos limitados. Nesse sentido, a programação matemática, em particular o caso da Programação Linear, possibilita ao gestor determinar o mix ótimo de produção, que representa a melhor solução entre todas as soluções possíveis.

A Programação Linear foi consolidada por George Dantzig, em 1947, quando desenvolvia técnicas de otimização para problemas militares, por meio do desenvolvimento do método simplex, capaz de resolver qualquer problema dessa natureza. Devido à complexidade dos cálculos matemáticos, essa técnica foi difundida apenas com o advento do computador. Atualmente, a Programação Linear tem larga aplicação em diversas áreas de decisão, como, por exemplo, nas decisões de investimentos, políticas de estoques, orçamentos de capital, fluxos de caixa, mix de produção, organização de transportes, localização industrial e fluxo de redes, dentre outras.

Nesse contexto, este estudo tem como objetivo analisar as contribuições adicionais da Programação Linear na definição do mix ótimo de produção comparada à metodologia da margem de contribuição pelo fator limitante. Para atingir os objetivos deste trabalho, optou-se, dentre diversos produtos fabricados pela empresa, pelos produtos da linha de sucção, componentes para a circulação de gases e fluído, utilizados em refrigerador horizontal e vertical.

Para atingir o objetivo proposto, inicialmente, serão abordados os conceitos relativos às metodologias de custeio, enfatizando o custeio variável do qual se origina a margem de contribuição. Na sequência, será abordada a margem de contribuição pelo fator limitante e, por último, o ferramental da Programação Linear. Dessa forma, este estudo está organizado em quatro capítulos, além deste, que tratam da revisão bibliográfica, da metodologia, da análise dos dados e da conclusão obtida por meio do trabalho realizado.

3.2 Revisão bibliográfica

A contabilidade de custos é o ramo da contabilidade que se destina a produzir informações para diversos níveis gerenciais a respeito de planejamento e controle das operações, permitindo a alocação mais criteriosa dos custos de produção a fim de minimizar os gastos produtivos. Esse instrumento da contabilidade gerencial busca mensurar o custo segundo as necessidades da administração das empresas, exigindo que o custo se baseie em fatos pertinentes para que as decisões sejam apropriadas.

A contabilidade de custos requer a existência de métodos de custeio para que, ao final do processo, seja possível obter o valor a ser atribuído ao objeto de estudo. Para Souza (2001), o método de custeio tem sido reconhecido ao longo do tempo como processo, critério, forma ou alternativa de apropriar valores aos objetos de custeio e, portanto, está diretamente relacionado às atividades da contabilidade de custos.

Martins (2003) destaca que os principais objetivos da contabilidade de custos são a avaliação de estoque, os resultados e o controle da decisão. Para o autor, existem três principais métodos de custeio que são utilizados por sistemas de custos: o custeio total, o custeio por absorção e o custeio direto. Da mesma forma, Atkinson *et al*. (2001) destacam que a abordagem tradicional de contabilidade de custos pressupõe três sistemas básicos de custos: custo de absorção, custeio baseado em atividades e o custo variável.

O método de custeio total ou pleno, também denominado integral, caracteriza-se pela apropriação de todos os custos e despesas aos produtos fabricados. Esses custos e despesas são considerados custos diretos e indiretos, fixos e variáveis, de comercialização, de distribuição, de administração. O produto do sistema de custeio pleno é o custo pleno, que corresponde a um número agregado médio obtido para as unidades do objeto de custeio em questão, que inclui parcela dos materiais diretos, mão-de-obra direta, custos indiretos de fabricação, despesas com vendas, distribuição, administrativas, gerais ou então financeiras.

O método de custeio por absorção, por sua vez, é uma metodologia derivada da aplicação dos princípios de contabilidade. Esse sistema de custeio é o sistema que apura o valor dos custos dos bens ou serviços, tomando como base somente os custos de produção, incluindo os custos diretos, indiretos, fixos e variáveis. Segundo Meglioni (2001), o custeio por absorção é o método que consiste em atribuir aos produtos fabricados todos os custos de produção, quer de forma direta ou indireta. Dessa forma, todos os custos, sejam eles fixos ou variáveis, são absorvidos pelos produtos. Na visão de Scherer (2001), o custeio por absorção consiste em apropriar todos os custos aos bens fabricados. Esse sistema utiliza os centros de custos e critérios de rateio para distribuir os custos indiretos aos produtos, principal fator que o diferencia do custeio variável.

O custeio variável, para Koliver (2000), está alicerçado na apropriação de todos os custos variáveis, diretos ou indiretos, aos portadores finais dos custos, fundamentado na relação entre estes e o grau de ocupação da entidade. Para Horngren, Foster e Datar (2000, p. 211), custeio variável é o método de custeio em que todos os custos de fabricação variáveis são considerados custos de produção. Os custos fixos de fabricação são excluídos dos custos inventariáveis e são considerados despesas do período em que ocorreram.

Do custeio variável extrai-se a margem de contribuição, que é a diferença entre o preço de venda e o custo do produto. A margem de contribuição é considerada uma importante ferramenta para a tomada de decisão. Martins (2003, p. 203) conceitua a margem de contribuição como a “diferença entre a receita e a soma de custo e despesa variáveis”. Por meio da margem de contribuição, é possível perceber a participação de determinado produto, serviço ou cliente na formação do resultado da empresa, pois a margem de contribuição representa quanto cada produto contribui para pagar os custos fixos e formar o lucro.

A margem de contribuição por unidade, caso não exista limitação de recursos produtivos, constitui uma importante ferramenta de análise para o gestor, visto que o produto que apresentar maior margem de contribuição por unidade é o que deverá ter a venda incentivada, pois apresenta uma contribuição maior para a formação do lucro. Martins (2003, p. 191) ressalta que, se não houver limitação na capacidade produtiva, para a administração definir o seu mix de produção, interessa somente saber qual o produto que resulta em maior margem de contribuição por unidade. Entretanto, existindo fator limitativo em qualquer fator de produção, a administração precisa conhecer qual é o produto que apresenta maior margem de contribuição pelo fator limitante da capacidade.

O problema da análise da margem de contribuição pelo fator limitante consiste na dificuldade de se calcular problemas com elevado número de variáveis de decisão e conjuntos de restrições. Por meio de ferramentas adequadas, utilizadas nas Ciências Contábeis, Economia e principalmente na Pesquisa Operacional, é possível melhorar os resultados, otimizando o uso dos recursos limitados. Segundo Prado (1999, p. 15), a Pesquisa Operacional é uma ciência que objetiva fornecer ferramentas quantitativas ao processo de tomada de decisões visando a alcançar os melhores resultados. Para Prado, a Programação Linear é um ramo da Pesquisa Operacional que permite estabelecer a combinação ótima de diversas variáveis segundo uma função linear de efetividade, satisfazendo a um conjunto de restrições lineares para essas variáveis.

A Programação Linear, segundo Lopes (2007), foi consolidada por George Dantzig, em 1947, quando desenvolvia técnicas de otimização para problemas militares, por meio do desenvolvimento do método simplex, capaz de resolver qualquer problema desta natureza, conforme já explicitado. Devido à complexidade dos cálculos matemáticos, essa técnica só foi difundida com o advento do computador. Atualmente, a Programação Linear tem larga aplicação em diversas áreas, contribuindo, por exemplo, com as decisões de investimentos, as políticas de estoques, os orçamentos de capital, os fluxos de caixa, o mix de produção, a organização de transportes, a localização industrial e o fluxo de redes, dentre outros aspectos.

O modelo de Programação Linear é utilizado como auxílio para a resolução de problemas que envolvam alocação dos recursos escassos, para alcançar certo objetivo. Tais problemas, para os quais a Programação Linear proporciona uma solução, podem ser resumidos em maximizar ou minimizar alguma variável dependente, que é função linear de diversas variáveis independentes, sujeita a muitas restrições.

Os modelos de Programação Linear permitem uma análise de sensibilidade, ou seja, o estudo pós-otimização gera dados referente às possíveis variações, para cima e para baixo, dos valores dos coeficientes da função objetivo dos coeficientes e das constantes das restrições, sem que a solução ótima $(x_1 + x_2, ..., x_n)$ seja alterada.

3.3 Metodologia

Alyrio (2008) define método como sendo um conjunto de regras e normas através das quais se busca uma verdade ou a detecção de erros na tentativa de alcançar uma finalidade desejada.

Do ponto de vista de sua natureza, o estudo proposto configura-se como pesquisa aplicada, pois objetiva gerar novos conhecimentos com a aplicação prática da Programação Linear. Em relação à abordagem do problema, considera-se de cunho quantitativo, uma vez que o estudo recorre a técnicas matemáticas, traduz informações em números para então analisá-las. Do ponto de vista de seus objetivos, a pesquisa caracteriza-se como exploratória, já que prevê entrevista com pessoas que tiveram experiências práticas com o problema pesquisado. Toma-se como procedimento técnico o estudo de caso, pois a pesquisa envolve estudo profundo inerente aos processos produtivos da empresa pesquisada, de maneira a permitir seu amplo e detalhado conhecimento (SILVA; MENEZES, 2001).

O levantamento de dados foi realizado junto a uma empresa localizada na região metropolitana de Curitiba - PR. Trata-se de uma empresa de pequeno porte, mas que integra um grupo líder de mercado em fornecimento de componentes para linha branca e automotiva, atuando no segmento de componentes para condução de fluídos e gases. Os dados foram coletados de forma primária, ou seja, coletados diretamente na empresa. Dentre os vários produtos por ela produzidos, optou-se por se analisarem somente três produtos da linha de sucção de refrigeradores. Neste trabalho, se dará um nome fictício à empresa estudada, conforme solicitado pelos profissionais que permitiram a coleta de dados.

Os produtos analisados compõem o sistema de compressão dos refrigeradores, cuja função é succionar o fluído refrigerante à baixa pressão da linha de sucção e comprimi-lo em direção ao condensador à alta pressão e alta temperatura na fase gasosa. O fluído, após absorver o refrigerante ao longo do percurso no evaporador, mudando totalmente do estado líquido para o estado gasoso, retorna ao compressor através da linha de sucção no estado de vapor super aquecido à baixa pressão para ser succionado e comprimido pelo compressor. Portanto, a linha de sucção é um componente do sistema de compressão dos refrigeradores, e serve de passagem para o gás usado no processo de refrigeração. Ela tem a finalidade de succionar o gás existente no circuito de refrigeração e devolvê-lo ao compressor, e este, por sua vez, reinicia o processo de recirculação.

A quantidade a ser produzida é definida trimestralmente junto à contratante. Por se tratar de uma atividade que não exige elevada especialização, a empresa trabalha de forma enxuta, ou seja, com pouca ou nenhuma mão-de-obra ociosa. Para este estudo, será prevista a condição de pedidos que excedam a capacidade instalada da empresa, ou seja, a necessidade de hora-máquina demandada é de 3983 horas. Porém, para atender à demanda, a empresa dispõe apenas de 3800 horas-máquinas. Vale ressaltar que existe um contrato de fornecimento diário da terceirizada junto ao terceirizador de 220 peças da linha de sucção A, 200 peças da linha de sucção B e 180 peças da linha de sucção C. Caso essa quantidade não seja atendida e o terceirizador paralise suas atividades por falta de abastecimento, a terceirizada deve pagar uma multa junto ao terceirizador; portanto, a terceirizada não mede esforços para atender ao terceirizador.

Considerando as informações obtidas junto à empresa, o tempo necessário para produção de uma unidade do produto da linha sucção A é de 0.30 hora-máquina, para a linha de sucção B, é de 0.33 hora-máquina, e para a linha de sucção C, necessita-se de 0.32 hora-máquina.

A partir dessas informações, será feita, primeiramente, a análise da margem de contribuição unitária. Porém, considerando os dados de horas-máquina necessárias para a realização de produção e as horas-máquina disponíveis, será realizada uma segunda análise, que leva em conta a margem de contribuição pelo fator limitativo. Por fim, serão comparados os resultados obtidos pela análise de margem de contribuição pelo fator limitativo com os resultados encontrados com a aplicação da metodologia da Programação Linear, que utiliza o seguinte modelo de cálculo:

$$
\begin{aligned}
&\text{Maximizar} \quad Q_1x_1 + Q_2x_2 + Q_3x_3 \\
&\text{Sujeito a} \\
&a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 \leq Hmt \\
&q_1 \leq b_1 \\
&q_2 \leq b_2 \\
&q_3 \leq b_3
\end{aligned} \tag{1}
$$

Onde:

Q_1X_1 : é a quantidade do produto 1;
Q_2X_2 : é a quantidade do produto 2;
Q_3X_3 : é a quantidade do produto 3;
a_{11} : é a quantidade de horas - máquina necessárias para produzir uma unidade do produto 1;
a_{12} : é a quantidade de horas - máquina necessárias para produzir uma unidade do produto 2;
a_{13} : é a quantidade de horas - máquina necessárias para produzir uma unidade do produto 3;
Hmt : horas - máquinas totais disponíveis;
q_1 : é a quanitade produzida do produto 1;
q_2 : é a quanitade produzida do produto 2;
q_3 : é a quanitade produzida do produto 3;
b1; b2; b3 representam a quantidade demandada da linha de sucção A, B, C, respectivamente.

Ao comparar os resultados obtidos da análise pela margem de contribuição pelo fator limitante com os resultados apresentados pela metodologia de Programação Linear, busca-se alcançar os objetivos propostos para este estudo.

Dentre as possibilidades de aplicação da Programação Linear, para a otimização de mix de produção, pode-se utilizar o Solver, que é uma ferramenta do Excel e resolve equações para solução de problemas lineares. Para isso, faz-se necessário construir as tabelas no Excel com fórmulas matemáticas com as informações existentes sobre determinado problema: as variáveis de decisão, que, no caso de otimização de mix, representam a quantidade a ser produzida de cada produto, bem como as restrições do sistema, que se referem à restrição de hora-máquina e a quantidade máxima demandada. A partir da informação desses dados, aplica-se o Solver e este resolve o problema informando a solução ótima. Nesse caso, explicita quais produtos e em que quantidade se deve produzir para a maximização da margem de contribuição total da empresa.

3.4 Análise dos dados

Para a análise de dados, recorre-se a três metodologias diversas. A primeira aborda a margem de contribuição unitária, que representa as receitas menos os custos variáveis. A segunda metodologia utilizada trata-se da margem de contribuição pelo fator limitante; como o próprio nome sugere, analisa os produtos segundo a margem de contribuição pelo fator limitante; quando os insumos são escassos, os retornos assumem valores implícitos. E, por fim, utiliza-se a metodologia da Programação Linear, por meio da qual se analisam os limites de produção, faz-se a análise de sensibilidade e calculam-se possíveis variações no preço.

3.4.1 Dados do modelo

Conforme já explicitado, dentre os diversos componentes produzidos pela empresa em que se coletaram os dados para este estudo, serão considerados apenas três produtos: sucção A, sucção B e sucção C. A Tabela 3.1, a seguir, apresenta a demanda mensal de cada produto. A quantidade apresentada na tabela representa o resultado da multiplicação da quantidade diária de produção por 21 dias mensais de produção.

Tabela 3.1 - Quantidade demandada de cada produto mensalmente

PRODUTO	QUANTIDADE
Sucção A	4620 Peças
Sucção B	4200 Peças
Sucção C	3780 Peças

Fonte: Refrimax (2010)

Para realizar a produção dos produtos selecionados para este estudo, foram identificados os custos indiretos fixos mensais, conforme explicitado na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 - Custos indiretos fixos

Tipo	Valor $
Mão de obra indireta	30.000,00
Aluguel	10.000,00
Depreciação	4.000,00
Outros Custos Indiretos	15.000,00
TOTAL	59.000,00

Fonte: Refrimax (2010)

Identificaram-se, ainda, o preço de venda unitário e o custo variável unitário para cada linha de produção, conforme apresentado na tabela a seguir.

Tabela 3.3 - Margem de Contribuição Unitária

Produto	**Preço venda (A)**	**Custo variável unitário (B)**	**Margem de contribuição unitária $ (A-B)**
Sucção A	70,99	54,88	16,11
Sucção B	72,92	57,00	15,92
Sucção C	74,84	59,00	15,84

Fonte: Os autores (2010)

A partir dos preços de venda e do custo variável unitário, subtraindo o custo variável unitário do preço de venda unitário, obtém-se a margem de contribuição unitária. Considerando-se a margem de contribuição unitária, percebe-se que o modelo linha de sucção A apresenta a maior margem de contribuição unitária e o modelo linha de sucção C apresenta a menor. Portanto, sob a ótica da analisada margem de contribuição unitária, considerando a ausência de fator limitante, a linha de sucção A representa maior atratividade para a empresa, pois contribui de forma mais significativa para o pagamento dos custos fixos e para a formação do lucro. Por outro lado, a linha de sucção C representa efeito contrário, ou seja, a menor atratividade de produção e venda.

Caso a empresa optasse pela produção de todos os itens demandados (desconsiderando a ausência de fatores limitantes), os resultados obtidos seriam os apresentados na Tabela 3.4.

Tabela 3.4 -Resultado projetado (considerando ausência de fator limitante)

	Sucção A	**Sucção B**	**Sucção C**	**TOTAL**
Receita $	327.973,80	306.264,00	282.895,50	917.133,30
Custos Variáveis $	253.545,60	239.400,00	223.020,00	715.965,60
Margem de Contribuição $	74.428,20	66.864,00	59.875,50	201.167,70
Custos Fixos $				59.000,00
Resultado $				142.170,00

Fonte: Os autores (2010)

Os valores da receita apresentados na Tabela 3.4 são produto do preço de venda unitário multiplicado pela quantidade total mensal produzida e vendida. Os custos variáveis resultam dos custos variáveis unitários multiplicados pela quantidade total mensal produzida e vendida. A margem de contribuição é o produto da margem de contribuição unitária multiplicado pela quantidade total mensal produzida e vendida. Os custos fixos são custos que independente da quantidade produzida; eles existem e, como o próprio nome explicita, são fixos. Portanto, o resultado de $ 142.170,00 é o suposto lucro auferido pelo terceirizado num período de 21 dias, no caso deste estudo, um período mensal.

Para atender à demanda prevista dos produtos apresentados na Tabela 3.1, considerando-se a quantidade de horas necessárias para a produção, apresentadas na Tabela 3.5, a empresa necessitaria de 3983 horas-máquina.

Tabela 3.5 – Horas-máquina necessárias

	Horas-máquina necessárias (minutos)	**Demanda prevista**	**Total hora-máquina**
Sucção A	0.30	4620	1386
Sucção B	0.33	4200	1386
Sucção C	0.32	3780	1210
TOTAL			3983

Fonte: Os autores (2010)

A Tabela 3.5 representa o resultado projetado da quantidade de horas necessárias para atender à demanda prevista para cada linha de sucção, que resulta em 3983 horas. Porém, sabe-se que a empresa dispõe de apenas 3800 horas-máquina, não sendo possível atender a toda demanda prevista; consequentemente, não atinge os resultados apresentados na Tabela 3.4.

Dessa forma, considerando que não há disponibilidade suficiente de horas-máquina para atender toda a demanda prevista, faz-se necessário que a análise seja feita pela margem de contribuição por fator de limitação da capacidade produtiva. Nesse caso, o fator limitante é a hora-máquina.

3.4.2 Margem de contribuição por fator de limitação da capacidade produtiva

Considerando a restrição da quantidade de horas-máquina, a empresa deve optar por uma redução na produção que seja adequada à sua capacidade produtiva. Considerando os cálculos anteriores, a empresa poderia ser levada a reduzir a fabricação do produto que apresenta a menor margem de contribuição (sucção C), para adequar-se às horas-máquina disponíveis.

Para responder a essa necessidade, procede-se o cálculo da nova quantidade a ser produzida, C: $\left(\frac{3983-3800}{0.32}\right)-3780=3208$. Com base na análise da margem de contribuição unitária, a nova quantidade a ser produzida do produto sucção C é de 3208 peças.

Com a definição de nova quantidade a serem produzidas de cada item, seria necessária a seguinte quantidade de horas-máquina:

Tabela 3.6 - Redução da quantidade do produto Sucção C

	Tempo gasto na fabricação	**Quantidade demandada**	**Total hora-máquina**
Sucção A	0.30	4620	1386
Sucção B	0.33	4200	1386
Sucção C	0.32	3208	1027
TOTAL			3799

Fonte: Os autores (2010)

Considerando-se os dados da Tabela 3.6, que apresenta os resultados para o novo modelo após o ajuste da quantidade a ser produzida do produto sucção C, que teve sua produção reduzida de 3780 peças para 3208 peças em função da limitação do fator produtivo, a empresa obteria os seguintes resultados:

Tabela 3.7 - Resultado Projetado Ajustado

	Sucção A	**Sucção B**	**Sucção C**	**TOTAL**
Receita $	327.973,80	306.264,00	240.086,72	874.324,52
Custos Variáveis $	253.545,60	239.400,00	189.272,00	682.217,60
Margem de Contribuição $	74.428,20	66.864,00	50.814,72	192.106,92
Custos Fixos $				59.000,00
Resultado $				133.106,92

Fonte: Os autores (2010)

Os resultados encontrados na Tabela 3.7 diferem dos resultados encontrados pela margem de contribuição unitária apresentada na Tabela 3.4. Percebe-se que, na Tabela 3.7, o resultado da empresa é menor; porém, o resultado encontrado na margem de contribuição pelo fator limitante representa a situação real da empresa, visto que na Tabela 3.4 não se considera a limitação de horas-máquina.

Na análise da margem de contribuição pelo fator limitante, o cálculo da margem de contribuição é feito em relação à hora-máquina, conforme representado na coluna 4 da Tabela abaixo.

Tabela 3.8 - Margem de Contribuição por Hora-máquina (Insumo limitante)

Produto	**Margem de contribuição unitária**	**Tempo de fabricação**	**Margem de contribuição por hora-máquina**
Sucção A	16,11	0.30	53.70
Sucção B	15,92	0.33	48.24
Sucção C	15,84	0.32	49.50

Fonte: Os autores (2010)

Pela margem de contribuição hora-máquina, ou análise da margem de contribuição pelo fator de limitação da capacidade produtiva, percebe-se que o produto mais lucrativo continua sendo o produto sucção A; porém, o produto menos interessante passa a ser a sucção B, e não mais o C, conforme os resultados apresentados por meio da análise pela margem de contribuição unitária.

A partir dessa nova constatação, que considera o fator limitante, refazem-se os cálculos reduzindo agora a produção do produto sucção B, de modo que a quantidade produzida esteja dentro dos limites da quantidade de insumo disponível.

$$B = \left(\frac{3983 - 3800}{0.33} \right) - 4200 = 3645 \,.$$

Tabela 3.9 - Demanda ajustada pelo fator limitante

	Minutos-máquina necessários	Demanda prevista	Total hora-máquina
Sucção A	0.30	4620	1386
Sucção B	0.33	3645	1203
Sucção C	0.32	3780	1210
TOTAL			3799

Fonte: os autores (2010)

Após o novo cálculo da quantidade a ser produzida, com redução do produto B, os resultados projetados são apresentados na Tabela 3.10.

Tabela 3.10 - Resultado projetado depois de reduzida a quantidade do produto B

	Sucção A	Sucção B	Sucção C	TOTAL
Receita $	327.973,80	265.793,40	282.895,50	876.662,70
Custos Variáveis $	253.545,60	207.765,00	223.020,00	684.330,60
Margem de Contribuição $	74.428,20	58.028,40	59.875,50	192.332,10
Custos Fixos $				59.000,00
Resultado $				133.332,10

Fonte: Os autores (2010)

Após realizar o cálculo da margem de contribuição pelo fator limitante da produção, percebe-se que o produto que possibilita à empresa auferir de maiores lucros continua sendo o produto A. Porém, o menos atrativo não é o produto C, conforme sugerido na primeira análise. Pela análise da margem de contribuição pelo fator limitante, considerando a existência de mercado, a empresa deve incentivar a venda do produto A. E, mesmo apresentando margem de contribuição unitária menor, como segunda opção, ela deve incentivar a venda do produto sucção C, visto que este melhora os resultados da empresa.

Percebe-se na última coluna da tabela acima que o resultado aumentou se comparado ao resultado apresentado na Tabela 3.7.

Com a utilização do ferramental da Programação Linear, é possível encontrar uma solução ótima para o problema acima em menor tempo, e ainda analisar possíveis variações de preços, quantidade produzida e margem de contribuição unitária.

3.4.3 Resolução pela Programação Linear com uso do Solver

A Programação Linear, na otimização de mix de produção, é uma estratégia que permite atender ao objetivo de melhor combinação das quantidades produzidas. Os resultados sugeridos pelo suplemento de otimização Solver fornecem outros dados e estes permitem ao gestor decisões mais precisas acerca da produção

No Solver, os dados informados seguem a lógica matemática conforme descrita no modelo abaixo. A função objetivo do modelo busca maximizar a quantidade produzida.

$$\begin{aligned}
&Maximizar: 4620x_1 + 4200x_2 + 3780x_3 \\
&Sujeito\ a: \\
&0.30x_1 + 0.33x_2 + 0.32x_3 \leq 3800 \\
&x_1 \leq 4620 \\
&x_2 \leq 4200 \\
&x_3 \leq 3780 \\
&x_1, x_2, x_3 \geq 0
\end{aligned} \tag{2}$$

Onde: a função objetivo é a maximização de produção, sujeito às restrições impostas pelos fatores de produção, nesse caso, às 3800 horas-máquina, representadas na primeira restrição. As restrições em x_1, x_2, x_3 significam que a quantidade dos produtos x_1, x_2 e x_3 deve ser igual ou menor do que a quantidade demandada para as linhas de sucção, no caso 4620, 4200 e 3780 respectivamente.

Os resultados apresentados nas tabelas seguintes decorrem da modelagem da Programação Linear, obtidos com auxílio de *software* específico (mantida a formatação). A linha 2 da tabela a seguir, compreendida como célula destino, fornece a solução ótima encontrada pelo algoritmo cuja margem de contribuição total sugerida é de $ 192.406,58. O resultado encontrado é muito próximo ao encontrado pela análise da margem de contribuição considerando-se o fator limitante.

Tabela 3.11 - Relatório de resposta 1 (célula destino e células ajustáveis)

Nome	Valor original $	Valor final $
Margem de Contribuição total	0	192.406,58
Quantidade de Sucção A	0	4620
Quantidade de Sucção B	0	3650
Quantidade de Sucção C	0	3780

Fonte: Os autores (2010)

Nas linhas 3, 4 e 5 da Tabela 3.11, apresenta-se a quantidade ótima do mix de produção, dados o tempo unitário necessário e o total de tempo disponível para produção, que maximizam a quantidade produzida.

Outro resultado gerado pela Programação Linear refere-se à quantidade da demanda atendida e não atendida. A coluna "*Status*" traz duas informações: "agrupar e sem agrupar"; a primeira significa que a quantidade demandada foi atendida, a segunda indica que a quantidade demandada não foi atendida.

Tabela 3.12 - Relatório de resposta 2 (restrições)

Nome	Valor final	***Status***	Transigência
Total Horas-máquina	3800	Agrupar	0
Quantidade Sucção A	4600	Agrupar	0
Quantidade Sucção B	3650	Sem Agrupar	550
Quantidade Sucção C	3780	Agrupar	0

Fonte: Os autores (2010)

Na Tabela 3.12, a coluna "Transigência" significa o excesso ou a folga. Nesse caso, em função da restrição (hora–máquina), houve uma demanda não atendida de 550 unidades da sucção B. Nesse caso, para não incorrer no pagamento de multa, a empresa deverá deslocar recursos de outras atividades para atender à demanda prevista.

A Tabela 3.13, por sua vez, refere-se ao relatório de sensibilidade, cuja coluna "Coeficiente objetivo" representa a margem de contribuição de cada produto. As colunas "Acréscimo admissível" e "Decréscimo admissível" indicam as variações que o coeficiente objetivo poderia assumir sem que a quantidade sugerida pela solução seja alterada.

Tabela 3.13 - Relatório de Sensibilidade 1 (células ajustáveis)

Nome	Custo reduzido	Coeficiente objetivo $	Acréscimo admissível	Decréscimo admissível
Quantidade de Sucção A	1,64	16,11	Infinito	1,63
Quantidade de Sucção B	0	15,92	0,41	0
Quantidade de Sucção C	0,40	15,84	Infinito	0,40

Fonte: Os autores (2010)

De acordo com os resultados, o acréscimo admissível à margem de contribuição unitária da linha de sucção B seria de até $0,41, e mesmo assim o resultado não seria alterado. Da mesma forma se analisam as linhas de sucção A e C: suas margens de contribuição poderiam sofrer um decréscimo de $1,63 e $0,40, respectivamente, e a solução ótima do problema, na função objetivo, se manteria a mesma.

Por sua vez, a Tabela 3.14 apresenta o relatório de restrições de hora-máquina, cuja coluna do preço-sombra corresponde ao valor monetário que a empresa deixa de ganhar por não dispor de mais uma hora-máquina.

Tabela 3.14 -Restrição (hora-máquina)

Nome	Valor final	Preço-sombra	Restrição lateral R.H	Acréscimo admissível	Decréscimo admissível
Total Horas-máquina	3800	48,24	3800	181,6	0

Fonte: Os autores (2010)

Dessa forma, se a empresa incrementasse sua produção em mais uma hora-máquina, teria um acréscimo no resultado, ou margem de contribuição total, na quantia de $48,24. As colunas “Acréscimo admissível” e “Decréscimo admissível” representam os intervalos de variações permitidos para a quantidade de horas-máquina disponível sem que se altere a relação de crescimento do preço-sombra obtida na solução ótima.

Por fim, na Tabela 3.15, o relatório de limites de quantidade produzida apresenta na coluna “Valor final” o mix ótimo de produção total que maximizaria o resultado da produção. Como o modelo é um problema de maximização, não sugere limite inferior; portanto, ND significa não-disponível, pois qualquer quantia abaixo do valor sugerido na coluna “Valor final” não seria um ponto ótimo.

Tabela 3.15 - Relatório de Limites

Nome	Valor final	Limite inferior	Limite superior	Resultado destino $
Quantidade de Sucção A	4620	ND	4620	192.406,57
Quantidade de Sucção B	3650	ND	3650	192.406,57
Quantidade de Sucção C	3780	ND	3780	192.406,57

Fonte: Os autores (2010)

Pelos resultados apresentados na tabela, a coluna limite superior indica o ponto ótimo de produção que maximiza o resultado. A última coluna, por sua vez, indica o resultado ótimo que a empresa receberia se a quantidade produzida fosse a sugerida pelo modelo, no caso, a quantidade apresentada na coluna “Limite superior”.

3.5 Conclusão

Os custos constituem um importante instrumento de decisão gerencial, pois possibilitam o norteamento das empresas por meio de sua produção. Eles permitem avaliar em que medida as empresas estão utilizando os recursos produtivos e definindo o seu mix de produção. Nos mais diversos empreendimentos e sistemas produtivos, o custo constitui-se no pilar de sustentação da tomada de decisão, pois permite ao gestor a percepção sobre o que produzir e em que nível produzir para maximizar seus lucros.

Nesse sentido, o presente estudo procurou abordar a tomada de decisão com base nos custos de produção e fator limitante de produção. Para atender ao objetivo principal, utilizaram-se os enfoques de margem de contribuição unitária e de margem de contribuição pelo fator limitativo. Por último, foram comparadas as metodologias de margem de contribuição por fator limitativo e de Programação Linear, recorrendo-se ao suplemento Solver. Essa ferramenta permite chegar aos mesmos resultados encontrados sob o enfoque da margem de contribuição pelo fator limitativo; no entanto, os resultados gerados permitem uma análise mais detalhada. A análise de maximização do resultado por meio da Programação Linear gerou um resultado próximo ao encontrado pelo método da margem de contribuição pelo fator limitante.

O modelo desenvolvido pela Programação Linear sugeriu uma produção de 4620 unidades do produto linha de sucção A, 3650 unidades do produto linha de sucção B e 3780 unidades do produto linha de sucção C. Para atender à função objetivo, dadas as restrições, os resultados obtidos da Programação Linear sugerem que a quantidade de sucção A e sucção C deve ser produzida o suficiente para atender à demanda. Porém, para a linha de sucção B, sugerem que a quantidade produzida seja de 550 peças a menos que a quantidade demandada, ou seja, 550 peças de excesso de demanda.

Os relatórios adicionais apresentados pelo método de Programação Linear são os relatórios de sensibilidade, de restrições de hora-máquina e de limites de quantidade produzida. O relatório de sensibilidade apresenta informações relevantes referente ao valor monetário da margem de contribuição dos produtos: a linhas de sucção A poderia ter um decréscimo de $1,63 na margem de contribuição, e a linha de sucção C poderia ter uma redução de $0,40. Por sua vez, a linha de sucção B poderia ter um decréscimo admissível no valor da margem de contribuição e, mesmo ocorrendo essas variações, a função objetivo não se alteraria. O preço-sombra, no relatório de restrições de hora-máquina, significa que a cada hora-máquina adicionada à produção resultaria em aumento na margem de contribuição total. Essa variação monetária positiva seria garantida até o acréscimo de 181 unidades de hora-máquina. O relatório de limites de quantidade produzida, por sua vez, apresenta a margem de contribuição total que a empresa receberia se a quantidade ótima sugerida fosse efetivamente produzida.

Dessa forma, o cálculo pela margem de contribuição pelo fator limitativo só é possível para modelos com poucas variáveis e poucas restrições. Em modelagens com elevado número de variáveis e de restrições, faz-se necessária a utilização de *softwares* específicos; caso contrário, o cálculo seria impraticável.

A conclusão obtida por meio deste estudo é de que o método de Programação Linear, embora indique a mesma quantidade sugerida pelo método da margem de contribuição pelo fator limitativo, demonstrou-se mais eficiente. Da mesma forma que se demonstrou mais eficiente para este estudo, é possível que este método seja válido para outros problemas por permitir que a tomada de decisão seja aprofundada por meio da análise de sensibilidade: de variações da margem de contribuição, de restrições de horas-máquina e de limites de quantidade produzida. Assim, cumpre-se o objetivo posto para este estudo: analisar as contribuições adicionais da Programação Linear na definição do mix ótimo de produção comparada à metodologia da margem de contribuição pelo fator limitante.

3.6 REFERÊNCIAS

ALYRIO, R.D. **Metodologia Científica**. PPGEN: UFRRJ, 2008.

ATIKINSON, A.A.; BANKER, R.D.; KAPLAN, R.S., YOUNG, S.M.. **Management Accounting**. 3rd ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2001.

HORNGREN, C; FOSTER, G; DATAR, S. **Contabilidade de Custos**. Rio de Janeiro: LTC, 2000.

KOLIVER, O. **Os Custos dos Portadores Finais e os Sistemas de Custeio**. [S. I.: s.n.], 2000.

LANCHTERMACHER, G. **Pesquisa Operacional**. 4. ed. São Palo: Pearson, 2010.

LOPES, MV. **Trajetória Central Associada à Entropia e o Método do Ponto Proximal em Programação Linear.** 2007. 91 p. Dissertação (Mestrado em Informática) - Universidade Federal de Goiás, Goiás, 2007.

MARTINS, E. **Contabilidade de Custos.** 9. ed. São Paulo: Atlas, 2003.

MEGLIONI, E. **Custos.** São Paulo: Pearson Makron Books, 2001.

PRADO, D.S. **Programação linear.** Belo Horizonte: Editora de Desenvolvimento Gerencial, 1999.

SCHERER, O.L.S. **Comparativo e análise do sistema de custeio por absorção e o ABC:** estudo de caso propondo método de integração em empresa do ramo metalúrgico. 2001. 85 p. Dissertação (Mestrado em Administração) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. 2001.

SILVA, E. L. MENEZES, E. M. **Metodologia da Pesquisa e Elaboração de Dissertação.** Editora. Florianópolis, 2001.

SOUZA, M.A. **Práticas de Contabilidade Gerencial Adotadas por Subsidiárias Brasileiras de Empresas Multinacionais.** 2001. Tese (Doutorado) - Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2001.

4. APLICAÇÃO DE DUALIDADE LINEAR PARA DETERMINAÇÃO DE PREÇO JUSTO DE VENDA NA TERCEIRIZAÇÃO DE PRODUÇÃO

Resumo

Este estudo aborda a questão do uso da dualidade linear para determinação de preço justo de venda na terceirização de serviços**.** A interpretação econômica do problema dual de um problema de Programação Linear é bem conhecida na literatura, e tem pouco uso prático, dado que se pressupõe que ambos os *players* formulem seus preços utilizando apenas variáveis técnicas e o mesmo nível tecnológico de cálculo. Neste trabalho, é dado um passo à frente na disponibilização desse conceito de preço justo, com vistas a aplicações práticas, recorrendo-se ao conceito de preço realista na análise de pós-otimalidade. Por meio dessa análise, ao invés de um valor de preço, obtém-se um intervalo de valores para fixação do preço. Uma aplicação prática feita a partir da teoria desenvolvida parece suportar a afirmação de que a ferramenta é útil e pode ser usada de maneira bastante simples e eficiente para orientar a tomada de decisão.

Palavras-chave: Programação Linear. Dualidade linear. Preço Justo. Preço Realista.

4. APPLICATION OF LINEAR DUALITY FOR DETERMINATION OF FAIR PRICE FOR SALE IN OUTSOURCING PRODUCTION

Abstract

This paper deals with the question of using linear programming duality to calculate the fair price to be paid in a process of outsourcing production. The economic interpretation of dual variables as shadow prices is very well known from the technical literature and in general useless since the hypotheses almost never are fulfilled. The assumptions are too unrealistic to be met in practice, since if capacity is not tight, the dual variable associated is zero. In this work it is done a step ahead, by means of using sensitivity analysis to obtain an interval of prices, instead of an unique value. The practical application given bellow seems to corroborate the claim that the tool developed here is useful and can be easily applied in enterprises to support decisions makers.

Keyword: Linear Programming. Linear Duality. Fair Price. Realistic Price.

4.1 Introdução

Os modelos são, em geral, representações simplificadas de situações reais que visam a entender um dado evento ou a fazer previsões sobre ele. Ao cabo, o que se quer é tomar decisões. O modelo é um meio, é uma ferramenta de um Sistema de Apoio à Tomada de Decisão (SATD).

No caso de modelos matemáticos de SATD, existe uma variedade de técnicas com a finalidade de auxiliar na tomada de decisão. Dentre elas, a Programação Linear assume a posição de uma das mais importantes técnicas (KAFELI *et al*., 2010; TAMÁS; KOLTAI. TATAY, 2008), para citar apenas dois dos autores cujos estudos remontam a temática discutida neste trabalho sobre o SATD. Embora quase todos os tomadores de decisão entendam que a Programação Linear contém algumas falhas, fora dela não é trivial encontrar outra ferramenta com a mesma qualidade.

Essa técnica, bastante popular por sua simplicidade, parte do princípio de que o objetivo que se busca pode ser modelado por uma função linear, e de que todas as restrições podem ser descritas por um sistema de equações lineares. O problema assim formulado é chamado de problema primal. Todo problema primal de Programação Linear tem a ele associado um problema de programação também linear chamado de problema dual. As variáveis de decisão desse problema dual têm uma interessante interpretação econômica, e são chamadas de preços-sombra. A i-ésima variável dual e, portanto, o i-ésimo preço-sombra, corresponde à variação do valor da função objetivo do problema primal ao se aumentar em uma unidade a demanda pelo i-ésimo produto, se a restrição se cumpre na igualdade. A interpretação econômica assume que esse preço-sombra, que é um valor marginal, é o preço justo do i-ésimo produto.

Quando um problema é modelado via Programação Linear, a solução do modelo dual fornece ao tomador de decisões informações significativas sobre as questões econômicas associadas ao problema. O estudo das relações entre o problema primal e o problema dual permite analisar o impacto de possíveis variações dos parâmetros do modelo na função objetivo, na solução do problema, e, desse modo, também nos preços-sombra.

É nesse sentido que o preço-sombra é usado para determinação do preço justo. A tentativa de determinação de um preço justo é um dos esforços mais importantes despendido pela maioria das empresas, que procuram de forma sistemática definir um preço ótimo, tanto do ponto de vista do empresário quanto do ponto de vista do consumidor. A tentativa de determinação do preço justo incide sobre a determinação e/ou formação de preço do produto ou serviço prestado. Esta é uma estratégia que merece destaque no meio empresarial, pois, se o preço praticado estiver acima do preço de mercado, a empresa pode perder receita, uma vez que seus concorrentes poderão estar praticando um preço menor e, portanto, os consumidores optariam, segundo a lei do menor preço, pelo produto ou serviço que apresentasse mais vantagem. Caso o preço praticado esteja abaixo do custo marginal, a empresa pode também nessa situação incorrer em perdas. Portanto, em ambos os casos, a empresa tem como consequência a perda de receita. Para tratar desta questão, este trabalho está assim organizado: na seção 2, é abordado o problema de modelagem e discutido o problema de cálculo de preço justo, na seção 3, apresenta-se uma aplicação em uma indústria de manufatura, e, finalmente, na seção 4, são apresentadas as conclusões finais.

4.2 Modelagem e discussão do problema

Vamos supor que uma empresa que produz um importante mix de produtos finais deseja reduzir seu nível de verticalização de produção, se concentrando na produção de apenas uns poucos itens mais importantes, focando a atenção na montagem de produtos. Então, parte dos componentes antes produzidos internamente deve ser terceirizada. A questão que surge imediatamente é: que preço deve-se pagar por unidade dos itens terceirizados, de modo a reduzir ao máximo a variabilidade dos custos de produção da empresa e, portanto, os preços dos produtos lançados no mercado?

A decisão inicial de utilizar um modelo de Programação Linear para determinação do chamado preço justo, considerando-o preço de terceirização, vem da simplicidade do modelo e de sua fácil utilização. Busca-se, aqui, verificar a pertinência das seguintes hipóteses: todos os fatores que influenciam na precificação dos produtos são de natureza técnica; as partes envolvidas têm conhecimento e concordam com eles e, além disso, todos dispõem de tecnologias equivalentes para fazer suas computações de preços. Em geral, essas hipóteses não se verificam, e todo esforço técnico para obter um preço justo é abandonado pela busca de um preço de oportunidade com todas as conseqüências daí advindas. Segue-se disso que a busca por um intervalo de preço pelos *players*, ao invés da busca por um valor específico, aumenta extraordinariamente a possibilidade de existência de um valor que pertença a ambos os intervalos de preços calculados, tanto do terceirizador quanto do terceirizado, viabilizando acordos.

4.3 Modelo Matemático de Programação Linear

Será aqui considerado o seguinte problema de Programação Linear, em sua forma canônica:

$$\begin{aligned} &\textit{Minimizar} \ c^T x \\ &\text{Sujeito a:} \quad \begin{array}{l} ax \geq b \\ x \geq 0 \end{array} \end{aligned} \tag{1}$$

Esse problema é chamado de problema primal, e o problema dual, a ele associado, é assim definido:

$$\begin{aligned} &\text{Maximizar} \quad b^T w \\ &\text{Sujeito a:} \quad \begin{array}{l} A^T w \leq c \\ w \geq 0 \end{array} \end{aligned} \tag{2}$$

Esse dois problemas de Programação Linear estão intimamente relacionados, de modo que, se um deles tem solução ótima, x*, então o outro também terá solução ótima, w*, e cx* = bw*, isto é, o valor da solução ótima do problema primal é igual ao valor da solução ótima do problema dual. A não-existência de solução ótima ou a inconsistência de um deles está ligada à inconsistência ou à não-existência de solução ótima do outro, e o dual do problema dual é o próprio problema primal. É conhecido, usando uma notação apropriada (BAZARAA *et al.*, 1990), que o valor de qualquer solução viável do problema primal é dado pela seguinte composição:

$$z = c_B^T B^{-1} b - \sum_{j \in R} \left(c_B^T B^{-1} a_j - c_j \right) x_j ,$$

onde c_B é o vetor de custo das variáveis básicas, *B* é a matriz básica, *b* é o vetor de demandas, *R* é o conjunto dos índices das variáveis não-básicas, a_j é a coluna da matriz das restrições relativas à atividade x_j, e c_j é o custo de uma unidade da atividade x_j. Então a variação relativa do valor da solução com relação a qualquer produto b_i é dada por

$$\frac{\partial z}{\partial b_i} = \frac{\partial c_B^T B^{-1} b}{\partial b_i} = \left(c_B B^{-1} \right)_i = w_i .$$

Essa relação nos diz que, se a solução viável é a solução ótima do problema, o valor que é agregado ao valor da solução é exatamente o custo de produzir mais uma unidade do *i*-ésimo produto. Esse valor é definido como sendo o preço justo do *i*-ésimo produto; ou, em outras palavras, o preço justo do *i*-ésimo produto é w_i, que é a *i*-ésima variável dual.

Assim, w_i^*, que é a taxa de mudança do valor da função objetivo ótimo com relação ao aumento de demanda de uma unidade do produto, é definida como o preço justo daquele produto. Uma vez que $w_i^* \geq 0$, não há preço negativo; além disso, como resultado de condições de otimalidade, o preço somente será nulo se houver excesso do produto com relação à demanda.

Economicamente, o vetor w^* pode ser visto como um vetor do preço-sombra para o vetor do lado direito. Supondo que a *i*-ésimo restrição representa uma demanda por produção de pelo menos b_i unidades do *i*-ésimo produto e cx representa o custo total de produção, então w_i^* pode ser entendido como o custo incremental de produzir mais uma unidade do *i*-ésimo produto. Dito de outra forma, w_i^* é o preço justo que poderia ser pago para se ter uma unidade extra do *i*-ésimo produto.

Como essa questão é central neste estudo, será explorada com maior profundidade. O problema primal de otimização de mix de produção pode ser apresentado da seguinte forma:

$$Minimize \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

$$\text{Sujeito a } \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \geq b_i \,, \qquad i = 1,2,....,m \qquad (3)$$

$$x_j \geq 0 \,, \qquad j = 1,2,....,n$$

onde a_{ij} denota a quantidade do produto i gerado por uma unidade de atividade j.

Desse modo, cada restrição $\sum_j a_{ij} x_j \geq b_i$ afirma que, para cada demanda b_i fixada, deve-se encontrar um nível de atividade x_j capaz de atender a pelo menos a demanda. Encontrar um nível de todas as atividades de modo que todas as demandas sejam satisfeitas é o objetivo do produtor, e o custo total de sua operação é dado por $\sum_j c_j x_j$.

Olhando agora para o problema dual, tem-se o seguinte problema:

$$Maximize \sum_{i=1}^{m} w_i b_i$$

$$\text{Sujeito a } \sum_{i=1}^{m} a_{ij} w_i \leq c_j \,, \qquad j = 1,2,....,m \qquad (4)$$

$$w_i \geq 0 \,, \qquad i = 1,2,....,n$$

Agora, para cada atividade j tem-se que $\sum_i a_{ij} x_j \leq c_j$, isto é, o custo unitário da atividade j, c_j fixado, limita o tamanho dos preços que podem ser fixados para atender às demandas solicitadas. A quantidade de produtos do tipo $i = 1,2,...,m$ produzida por uma unidade da atividade $j, j = 1,2,...,n,$ a_{ij} é parâmetros do modelo, isto é, refere-se a valores fixos; logo, o conceito de preço justo fica limitado pelos custos unitários das atividades.

O teorema da dualidade forte afirma que, se o problema tem solução, existe um conjunto de atividades e um conjunto de preços de equilíbrio, onde o custo de produção mínimo é igual ao retorno máximo, isto é, se x* é o vetor de atividades mínimas necessárias para produção de *m* produtos na quantidade fixada pelo vetor b, então o vetor de preços de equilíbrio w^* satisfaz à condição cx* = bw^*. Esse teorema tem algumas conseqüências importantes. Serão abordadas aqui apenas algumas delas que estão diretamente relacionadas ao interesse imediato deste estudo.

Na solução ótima do problema primal, os níveis de atividade x_j***** que minimizam o custo total das atividades é dado por $f(x^*) = C_B^T B_b^{-1}$b.

Considerando agora o valor da solução ótima como uma função das demandas por unidade de cada produto b_i, tem-se que a variação instantânea do valor da função objetivo com relação a cada uma das variáveis b_i é dada por

$$\frac{\partial f(x^*)}{\partial b^i} = w_i^*, \ \mathrm{i} = 1{,}2{,}...{,}\mathrm{m}\,.$$

Como a função f é linear, pode-se pensar nessa variação como uma variação da função f por unidade de variação das demandas b_i.

Então, como na solução ótima $c^T x = b^T w^*$, se no problema primal o acréscimo de uma unidade na demanda do *i*-ésimo produto não altera a solução ótima, ou, mais propriamente, não altera o conjunto das atividades básicas, então o novo valor da solução ótima será

$$b^{\prime T} w^* = (b + e_i)^T, \mathrm{w}^* = b^T w^* + w_i^*,$$

isto é, w_i^* é o preço pago pelo acréscimo de uma unidade de produção a mais do *i*-ésimo produto.

Supõe-se agora que $\Delta b_1 \, e \, \Delta b_2$ sejam vetores de demanda, tais que, ao variar a demanda de b para $b + \Delta b_1$ e de b para $b - \Delta b_2$, não se motive mudança no conjunto das atividades que compõem a solução ótima do problema. Como o vetor da solução ótima primal varia de $f_2(x^*) = C_B^T B^{-1}(b - \Delta b_2)$ para $f_1(x^*) = C_B^T B^{-1}(b + \Delta b_1)$, isto é, de $f_1(x^*) = f(x^*) + C_B^T B^{-1}\Delta b_1$ para $f_2(x^*) = f(x^*) - C_B^T B^{-1}\Delta b_2$, então a variação do valor ótimo é simplesmente o intervalo fechado $\left[b^T w^* + \Delta b_1^T w^*, b^T w^* - \Delta b_2^T w^*\right]$, ou, equivalentemente, os preços dos produtos variam no intervalo fechado $\left[b_i + (\Delta b_1)i, , \mathrm{b_i} - (\Delta b_2)i\right]$.

Do ponto de vista econômico, x^* representa que atividades e em que nível elas devem ser mantidas para se obter o custo mínimo de operações que atendam às demandas pelos produtos b. Supondo agora que se deseje saber qual a variação máxima de demanda Δb que o sistema produtivo pode suportar sem modificar as escolhas das atividades que conduzem à solução ótima do problema primal, considera-se o seguinte problema de Programação Linear:

$$\begin{aligned} &\textit{minimize} \quad c^T x \\ &\textit{sujeito a :} \\ &Ax \geq b \\ &x \geq 0 \end{aligned} \tag{5}$$

Se x* é a solução ótima do problema, o valor dessa solução é dada por $f(x^*) = C_B^T B^{-1} b$, onde B^{-1} e C_B^T são parâmetros. Vamos imaginar que o vetor da quantidade de produtos b passe para $b + \Delta b$, sem alteração das atividades básicas na solução ótima. Então o valor da solução passa para

$$f(x^*) = c_B^T B^{-1}(b + \Delta b) = c_B^T B^{-1} b + c_B^T B^{-1} \Delta b = W^* b + W^* \Delta b$$

Considerando que o novo valor de custo é $(b + \Delta b)\overline{w}^*$ e que o valor da função deve permanecer o mesmo, isto é, $(b + \Delta b)\overline{w}^* = bw^*$, então uma possível solução pode ser obtida por meio de $\overline{w}_i^* = \dfrac{b_i}{b_i + \delta_i} w_i^*$. Ou seja, os preços que oferecem mais vantagens ao terceirizador são dados por $\overline{w}_i^*$. Observa-se, então, que os preços diminuem.

Por outro lado, considerando que o terceirizado pretenda que seu vetor de recursos disponíveis passe do valor fixado anteriormente c para um novo valor, $c' = c + \Delta c.$, tem-se o seguinte problema:

$$
\begin{aligned}
&maximize \;\; g(w) = b^{\prime T} w \\
&sujeito\ a: \\
&A^T w \leq c \\
&w \geq 0
\end{aligned}
\tag{6}
$$

É fácil perceber que as restrições do problema ganharam maior folga, isto é, passaram para $A^T w \leq c + \Delta c.$ Do mesmo modo que no problema primal, considera-se que o valor adicional demandado Δc seja de tal ordem que não modifiquem o conjunto das variáveis básicas da solução ótima. Assim, o valor da solução ótima passaria a ser $f\left(x^*\right) = c^T B^{-1} b + \left(\Delta c\right)^T B^{-1} b = b\tilde{w}^*$. Uma possível solução, nesse caso, seria cobrar por cada produto o novo preço $\tilde{w}_i^* = \dfrac{c_i + \Delta c_i}{c_i} w_i$.

4.4 Exemplo de uma aplicação na indústria

O estudo proposto se desenvolve numa indústria do setor metalúrgico, localizada na região metropolitana de Curitiba-PR, onde integra a indústria metal mecânica da região. Por razões de natureza comercial, o nome da empresa não será divulgado, e assumirá neste estudo o nome hipotético Refrimax. A empresa tem como foco principal a produção de componentes da linha branca. Dessa linha, ela produz seis componentes utilizados em refrigeradores. Os insumos utilizados, assim como o preço e o custo de produção, variam de acordo com o modelo do refrigerador. Para o propósito deste trabalho, os produtos serão chamados de linha de sucção para refrigerador A, linha de sucção para refrigerador B e linha de sucção para refrigerador C, visto que cada modelo de refrigerador utiliza um modelo específico de linha de sucção.

Outro componente produzido para os refrigeradores verticais são os evaporadores. Da mesma forma que as linhas de sucção, cada refrigerador utiliza um modelo específico de evaporador, também chamado de evaporador para refrigerador A, B e C. O tempo necessário para produção de uma unidade de cada produto varia de acordo com a complexidade e a quantidade das atividades aplicadas na confecção de cada componente. Para atender à demanda diária dos produtos, a empresa dispõe de 43 colaboradores organizados em grupo, de modo que cada grupo desempenha uma atividade específica.

4.4.1 Modelagem do problema

Os custos de produção da função objetivo são os custos de produção considerando-se o período de um minuto; portanto, o custo das variáveis de decisão é o mesmo encontrado na Tabela 4.1.

Tabela 4.16 - Custo total para produzir uma unidade de produto

Atividade/Produto	Sucção A ($)	Sucção B ($)	Sucção C ($)	Evaporador A ($)	Evaporador B ($)	Evaporador C ($)
Corte	6.5	6.5	6.5	0	0	0
Conformação	3.12	2.83	3.18	1.56	1.42	1.27
Montagem	2.02	1.83	1.65	2.02	2.46	2.48
Soldagem	3.00	3.04	4.20	0	0	0
Acabamento	2.13	2.13	2.13	1.42	1.42	1.42

Fonte: Refrimax (2010)

Conforme já explicitado, os custos de produção utilizados na função objetivo são os custos de produção a que se chega considerando-se o período de um minuto. Portanto, os custos apresentados na função objetivo abaixo representam os custos de um minuto por atividade.

minimizar

$$\begin{aligned}&6.5x11 + 6.5x12 + 6.5x13 + 3.12x21 + 2.83x22 + 3.18x23 +\\&1.56x24 + 1.42x25 + 1.27x26 + 2.02x31 + 1.83x32 + 1.65x33 +\\&2.02x34 + 2.46x35 + 2.48x36 + 3.00x41 + 3.04x42 + 4.20x43 +\\&2.13x51 + 2.13x52 + 2.13x53 + 1.42x54 + 1.42x55 + 1.42x56;\end{aligned} \quad (7)$$

As colunas 2, 3, 4, 5 e 6 da Tabela 4.2 representam a quantidade de minutos disponível para a produção da quantidade total demandada dos seis produtos, no período de um dia. O total de minutos disponíveis para cada uma das cinco atividades, considerando um turno em horário comercial, está disponível na última linha da tabela.

Tabela 4.2 - Quantidade de minutos disponíveis por atividade

Produto	Corte	Conformação	Montagem	Solda	Acabamento	Minutos demandados
Sucção A	960	960	1440	1440	960	4200
Sucção B	960	960	1440	1440	480	4200
Sucção C	480	480	960	1440	480	3700
Evaporador A	0	480	960	0	480	2300
Evaporador B	0	480	960	0	480	2300
Evaporador C	0	480	960	0	480	2300
Total	2400	3840	6720	4320	3360	

Fonte: Refrimax (2010)

As colunas 2, 3, 4, 5 e 6 da Tabela 4.2 dizem respeito ao conjunto de restrições apresentado nas inequações abaixo. Ou seja, cada inequação indica que a quantidade total de cada atividade deve ser, no máximo, igual à quantidade de atividades disponível na terceirizada. As restrições a serem obedecidas são:

$$\begin{aligned}
&sujeito\ \ a:\\
&x11 + x12 + x13 + x14 + x15 + x16 <= 2400,\\
&x21 + x22 + x23 + x24 + x25 + x26 <= 3840,\\
&x31 + x32 + x33 + x34 + x35 + x36 <= 6720,\\
&x41 + x42 + x43 + x44 + x45 + x46 <= 4320,\\
&x51 + x52 + x53 + x54 + x55 + x56 <= 3360,
\end{aligned} \tag{8}$$

Considerando a última coluna da Tabela 4.2 percebe-se que esta representa a quantidade mínima de atividades demandada, ou seja, a quantidade que o terceirizador necessita para atender sua demanda mínima diária. Assim, é preciso que a somatória das atividades do lado esquerdo da inequação seja, no mínimo, igual à quantidade demanda apresentada no lado direito da inequação, conforme conjunto de restrições abaixo.

$$\begin{aligned}
&x11 + x21 + x31 + x41 + x51 >= 4200,\\
&x12 + x22 + x32 + x42 + x52 >= 4200,\\
&x13 + x23 + x33 + x43 + x53 >= 3700,\\
&x14 + x24 + x34 + x44 + x54 >= 2300,\\
&x15 + x25 + x35 + x45 + x55 >= 2300,\\
&x16 + x26 + x36 + x46 + x56 >= 2300,
\end{aligned} \tag{9}$$

As restrições 10, 11, 12, 13 e 14 referem-se à quantidade mínima de tempo requerida para se atender à demanda contratada, aplicada às atividades de corte, conformação, montagem, solda e acabamento, respectivamente.

$x11 >= 528;$		$x21 >= 480;$		$x31 >= 960;$		$x41 >= 1408;$		$x51 >= 528;$	
$x12 >= 480;$		$x22 >= 480;$		$x32 >= 960;$		$x42 >= 1476;$		$x52 >= 480;$	
$x13 >= 432;$	; (10)	$x23 >= 481;$	; (11)	$x33 >= 960;$	;(12)	$x43 >= 960;$	;(13)	$x53 >= 432;$	(14)
$x14 >= 0;$		$x24 >= 480;$		$x34 >= 960;$		$x44 >= 0;$		$x54 >= 528;$	
$x15 >= 0;$		$x25 >= 480;$		$x35 >= 960;$		$x45 >= 0;$		$x55 >= 480;$	
$x16 >= 0;$		$x26 >= 481;$		$x36 >= 960;$		$x46 >= 0;$		$x56 >= 432;$	

O conjunto de restrição 10 refere-se à quantidade mínima de minutos necessária à atividade corte para produção de *x11*, que representa a linha de sucção A, *x12*, que representa a linha de sucção B, *x13*, que representa a linha de sucção C e *x14*, *x15* e *x16*, que representam os evaporadores A, B e C, respectivamente. Para os mesmos produtos do conjunto de restrições 10, o conjunto de restrição 11, 12, 13 e 14 representa a quantidade necessária, respectivamente, às atividades de conformação, montagem, solda e acabamento, para produção das demandas previstas.

4.4.2 Solução do Modelo

A tabela abaixo apresenta a solução ótima do modelo obtido com auxilio do *software* LINGO. Esse *software* é uma ferramenta utilizada para a otimização linear ou não-linear para formular problemas de Programação Linear. Sua versão está disponível, com acesso gratuito, no *site* da empresa LINGO Systems; também pode ser encontrado em CD-ROOM que acompanha alguns livros destinados ao estudo da Programação Linear.

Tabela 4.3 - Solução ótima da quantidade de atividades utilizada ao menor custo

Solução ótima encontrada
Valor da função objetivo: 49075.86
Total de iterações: 7

Processo	**Variável**	**Valor**	**Custo Reduzido**
Corte sucção A	X11	528	0.000000
Corte sucção B	X12	480	0.000000
Corte sucção C	X13	432	0.000000
Conformação sucção A	X21	480	0.000000
Conformação sucção B	X22	480	0.000000
Conformação sucção C	X23	481	0.000000
Conformação evaporador A	X24	480	0.000000
Conformação evaporador B	X25	860	0.000000
Conformação evaporador C	X26	908	0.000000
Montagem sucção A	X31	1161	0.000000
Montagem sucção B	X32	1284	0.000000
Montagem sucção C	X33	1395	0.000000
Montagem evaporador A	X34	960	0.000000
Montagem evaporador B	X35	960	0.000000
Montagem evaporador C	X36	960	0.000000
Solda sucção A	X41	1408	0.000000
Solda sucção B	X42	1476	0.000000
Solda sucção C	X43	960	0.000000
Acabamento sucção A	X51	623	0.000000
Acabamento sucção B	X52	480	0.000000
Acabamento sucção C	X53	432	0.000000
Acabamento evaporador A	X54	860	0.000000
Acabamento evaporador B	X55	480	0.000000
Acabamento evaporador C	X56	432	0.000000
Corte evaporador A	X14	0.000000	0.000000
Corte evaporador B	X15	0.000000	0.000000
Corte evaporador C	X16	0.000000	0.000000
Solda evaporador A	X44	0.000000	0.000000
Solda evaporador B	X45	0.000000	0.000000
Solda evaporador C	X46	0.000000	0.000000

Fonte: os autores (2010)

Na Tabela 4.3, o valor ótimo da função objetivo $49.075,86 representa o menor custo total das atividades. A coluna 3 dessa tabela representa a quantidade ótima de atividades que satisfaz as restrições de quantidade mínima necessária para atender à demanda contratada.

Destaca-se que os tempos ótimos sugeridos na tabela acima são independentes, ou seja, para este estudo, não está sendo considerada uma seqüência de produção, haja vista que o estudo utiliza dados para produção diária.

4.4.3 Análise de sensibilidade

Neste espaço, é incorporada a análise de sensibilidade ou de pós-otimização, abordando-se o comportamento da solução ótima quando são efetuadas pequenas alterações em certos parâmetros do modelo. Para isso, é preciso determinar quais são os parâmetros do modelo que mais influenciam a solução ótima, denominados "parâmetros sensíveis". Para certos parâmetros que não são classificados como sensíveis, também é muito útil determinar o intervalo de valores do parâmetro ao longo do qual a solução ótima permanecerá inalterada.

Os modelos de Programação Linear permitem uma análise de sensibilidade, ou seja, o estudo pós-otimização, que gera dados referentes às possíveis variações, para cima e para baixo, dos valores dos coeficientes da função objetivo dos coeficientes e das constantes das restrições, sem que a solução ótima $(x_1 + x_2, ..., x_n)$ seja alterada (MACEDO; SAMPAIO, 2010).

4.4.3.1 Análise das variáveis de folga ou de excesso e dos preços duais

No conjunto de restrição 1, origem, é apresentada uma quantidade disponível de atividades; porém, a quantidade demandada, apresentada no conjunto da restrição 2, é menor do que a ofertada na origem. Nessa situação, ocorre que, para algumas atividades, a empresa está trabalhando com folga de atividades ou mão-de-obra ociosa. Portanto, numa análise individual, percebe-se que, na maioria das restrições individuais, existem folgas nas origens, ou seja, a oferta de atividade é maior que a demanda por atividade.

Tabela 4.4 - Análise das folgas ou excessos e preço dual

Linha	Processo	Folga ou excesso	Preço Dual
1	Função Objetivo	49075.86	-1.00
2	Corte sucção A+B+C	960	0
3	Conf. sucção A+B+C+conf. evaporador A+B+C	151	0
4	Mont. Sucção A+B+C+ mont. Evap.A+B+C	0	0.11
5	Solda sucção A+B+C	476	0.00
6	Acab. sucção A+B+C+Acab. Evapo.A+B+C	53	0.00
7	Demanda atividades sucção A	0	-2.13
8	Demanda atividades sucção B	0	-1.94
9	Demanda atividades sucção C	0	-1.76
10	Demanda atividades evaporador A	0	-1.42
11	Demanda atividades evaporador B	0	-1.42
12	Demanda atividades evaporador C	0	-1.27
13	Oferta atividades de corte sucção A	0	-4.37
14	Oferta atividades de corte sucção B	0	-4.56
15	Oferta atividades de corte sucção C	0	-4.74
16	Oferta atividade de corte evaporador A	0	1.42
17	Oferta atividade de corte evaporador B	0	1.42
18	Oferta atividade de corte evaporador C	0	1.42
19	Oferta atividade conformação sucção A	0	-0.99
20	Oferta atividade conformação sucção B	0	-0.89
21	Oferta atividade conformação sucção C	0	-1.42
22	Oferta atividade conformação evaporador A	0	-0.14
23	Oferta atividade conformação evaporador B	380	0
24	Oferta atividade conformação evaporador C	427	0
25	Oferta atividade montagem sucção A	201	0
26	Oferta atividade montagem sucção B	324	0
27	Oferta atividade montagem sucção C	435	0
28	Oferta atividade montagem evaporador A	0	-0.71
29	Oferta atividade montagem evaporador B	0	-1.15
30	Oferta atividade montagem evaporador C	0	-1.32
31	Oferta atividade solda sucção A	0	-0.87
32	Oferta atividade solda sucção B	0	-1.10
33	Oferta atividade solda sucção C	0	-2.44
34	Oferta atividade solda evaporador A	0	1.42
35	Oferta atividade solda evaporador B	0	1.42
36	Oferta atividade solda evaporador C	0	1.42
37	Oferta atividade acabamento sucção A	95	0
38	Oferta atividade acabamento sucção B	0	-0.19
39	Oferta atividade acabamento sucção C	0	-0.37
40	Oferta atividade acabamento evaporador A	332	0
41	Oferta atividade acabamento evaporador B	0	0
42	Oferta atividade acabamento evaporador C	0	-0.15

Fonte: os autores (2010)

As variáveis de “Folga ou excesso” apresentadas na coluna 3 da Tabela 4.4 representam, se positivas, o quanto da atividade está disponível. Portanto, quando positivas, explicitam que não foram usados todos os recursos para a obtenção do ótimo. Se o valor for nulo, significa que, dessa atividade, não há qualquer quantidade disponível para uso.

A quarta coluna da Tabela 4.4, “Preço dual”, quando negativa, significa que há gargalos na produção, e seus valores negativos representam o quanto se deixa de ganhar por não dispor de mais uma unidade da atividade. As linhas 16, 17, 18, 34, 35 e 36 representam valores positivos, porque não existe gargalo para essas atividades, sendo que, para a produção, não há necessidade dessas tarefas.

4.4.3.2 Análise dos limites permissíveis de acréscimo e decréscimo nos custos

O relatório apresentado na Tabela 4.5 apresenta, na primeira coluna, as atividades relativas às variáveis de decisão apresentadas na coluna 2. Na coluna 3, são apresentados os custos unitários para produzir uma unidade dos respectivos produtos. As duas últimas colunas dizem respeito à variação possível dos valores das variáveis de decisão. Os limites de decréscimo permissível representam os menores valores que essas variáveis de decisão podem assumir (mantidas todas as demais variáveis constantes) sem que nenhuma restrição deixe de ser satisfeita, isto é, sem que a solução se torne inviável. Do mesmo modo, a última coluna representa os acréscimos possíveis nos custos unitários, mantidas as demais variáveis constantes, sem que nenhuma restrição deixe de ser satisfeita.

Tabela 4.5 - Limites permissíveis de acréscimo e decréscimo no custo das atividades

Atividade	Variável	Custo Unitário	Acréscimo permissível	Decréscimo Permissível
Corte sucção A	X11	6.50	Infinito	4.37
Corte sucção B	X12	6.50	Infinito	4.56
Corte sucção C	X13	6.50	Infinito	4.74
Conformação sucção A	X21	3.12	Infinito	0.99
Conformação sucção B	X22	2.83	Infinito	0.89
Conformação sucção C	X23	3.18	Infinito	1.42
Conformação evaporador A	X24	1.56	Infinito	1.56
Conformação evaporador B	X25	1.42	Infinito	1.42
Conformação evaporador C	X26	1.27	Infinito	1.27
Montagem sucção A	X31	2.02	0.11	0.19
Montagem sucção B	X32	1.83	0.19	1.94
Montagem sucção C	X33	1.65	0.37	1.76
Montagem evaporador A	X34	2.02	Infinito	2.13
Montagem evaporador B	X35	2.46	Infinito	2.57
Montagem evaporador C	X36	2.48	Infinito	2.59
Solda sucção A	X41	3.00	Infinito	0.87
Solda sucção B	X42	3.04	Infinito	1.10
Solda sucção C	X43	4.20	Infinito	2.44
Acabamento sucção A	X51	2.13	0.19	0.11
Acabamento sucção B	X52	2.13	Infinito	0.19
Acabamento sucção C	X53	2.13	Infinito	0.37
Acabamento evaporador A	X54	1.42	Infinito	1.42
Acabamento evaporador B	X55	1.42	Infinito	1.42
Acabamento evaporador C	X56	1.42	Infinito	1.42
Corte evaporador A	X14	0	0	0
Corte evaporador B	X15	0	0	0
Corte evaporador C	X16	0	0	0
Solda Evaporador A	X44	0	0	0
Solda Evaporador B	X45	0	Infinito	0
Solda Evaporador C	X46	0	Infinito	0

Fonte: os autores (2010)

A terceira coluna da Tabela 4.6 fornece informações a respeito dos limites permissíveis da quantidade de atividade. Nessa coluna, são apresentados os valores encontrados no lado direito das inequações, ou seja, a quantidade de atividades disponíveis junto à terceirizada. As duas últimas colunas apresentam os limites de acréscimo e decréscimo permissível na quantidade ofertada sem que a solução ótima seja alterada, *ceteris paribus* as demais variáveis.

Tabela 4.6 - Limites permissíveis de acréscimo e decréscimo no tempo gasto por atividades

Linha	**Recurso**	**Constante RHS**	**Acréscimo permissível**	**Decréscimo permissível**
2	Corte Sucção A+B+C	2400	179	153
3	Conf. sucção A+B+C+conf. evaporador A+B+C	3840	Infinito	958
4	Mont. Sucção A+B+C+ mont. Evap.A+B+C	6720	95	201
5	Solda sucção A+B+C	6720	Infinito	297
6	Acab.Sucção A+B+C+Acab. Evapo.A+B+C	4320	Infinito	385
7	Demanda atividades sucção A	3360	385	95
8	Demanda atividades sucção B	4200	201	95
9	Demanda atividades sucção C	3700	201	95
10	Demanda atividades evaporador A	2300	297	179
11	Demanda atividades evaporador B	2300	153	179
12	Demanda atividades evaporador C	2300	153	179
13	Oferta atividades de corte sucção A	528	95	179
14	Oferta atividades de corte sucção B	480	95	179
15	Oferta atividades de corte sucção C	432	95	179
16	Oferta atividade de corte evaporador A	0	153	Infinito
17	Oferta atividade de corte evaporador B	0	380	Infinito
18	Oferta atividade de corte evaporador C	0	427	Infinito
19	Oferta atividade conformação sucção A	480	95	385
20	Oferta atividade conformação sucção B	480	95	201
21	Oferta atividade conformação sucção C	481	95	201
22	Oferta atividade conformação evaporador A	480	179	297
23	Oferta atividade conformação evaporador B	480	179	153
24	Oferta atividade conformação evaporador C	481	179	153
25	Oferta atividade montagem sucção A	960	201	Infinito
26	Oferta atividade montagem sucção B	960	324	Infinito
27	Oferta atividade montagem sucção C	960	435	Infinito
28	Oferta atividade montagem evaporador A	960	179	95
29	Oferta atividade montagem evaporador B	960	179	95
30	Oferta atividade montagem evaporador C	960	179	95
31	Oferta atividade solda sucção A	1408	95	385
32	Oferta atividade solda sucção B	1476	95	201
33	Oferta atividade solda sucção C	960	95	201
34	Oferta atividade solda evaporador A	0	179	Infinito
35	Oferta atividade solda evaporador B	0	0	Infinito
36	Oferta atividade solda evaporador C	0	0	Infinito
37	Oferta atividade acabamento sucção A	528	95	Infinito
38	Oferta atividade acabamento sucção B	480	95	201
39	Oferta atividade acabamento sucção C	432	95	201
40	Oferta atividade acabamento evaporador A	528	179	297
41	Oferta atividade acabamento evaporador B	480	179	153
42	Oferta atividade acabamento evaporador C	432	179	153

Fonte: os autores (2010)

A terceira coluna da Tabela 4.6, “Constante RHS", indica a constante do lado direito da inequação, ou seja, a quantidade de minutos diários disponíveis ou demandados por atividade.

4.5. Conclusões

A fixação de preços é uma das questões fundamentais de uma economia e, em particular, do sistema produtivo. No caso tratado neste trabalho, o que se está discutindo é como fixar um preço em um processo de terceirização de produção que seja aceitável tanto do ponto de vista do comprador do produto quanto do ponto de vista do vendedor. A ferramenta utilizada para alcançar os objetivos foi uma extensão da interpretação econômica do problema dual de um problema de Programação Linear, amplamente citada na literatura.

Contudo, como é sabido, o uso das variáveis duais como preço justo esbarra em um problema prático ao assumir que ambos os *players* do processo de fixação do preço valorizam de maneira equivalente todas as atividades do processo.

A introdução do conceito de preço realista representou um passo fundamental nesse ponto, por meio do qual é possível definir um conceito de preço mais amplo: qualquer preço dentro de um intervalo de custo total das atividades produzido pela análise de sensibilidade, isto é, produzido pelas variações de preço que não alteram as variáveis básicas que pertencem à solução ótima, tanto no problema primal quanto no problema dual. Portanto, trata-se de um preço que representa um *trade off* aceitável entre os interesses do terceirizador e os do terceirizado.

O resultado que se obtém por meio dessa abordagem é um intervalo de preços que permite uma maior possibilidade com relação à existência de valores comuns entres os valores desejados pelo terceirizador e aqueles buscados pelo terceirizado. Em particular, o preço justo está sempre nesse intervalo.

4.6. REFERÊNCIAS

BAZARAA, M.S.; JARVIS, J.J.; SHERALI, H.D. **Linear Programming and Network Flows**. 2. ed. New York: John Wiley & Sons; 1990.

KAFELI, A; UZSOY, R; FATHI, Y; KAY, M. Using a mathematical programming model to examine the marginal price of capacited resources, **Int. Journal Production Economics**, November, 2010.

KOLTAI, T; TATAY, V. A practical approach to sensitivity analysis of linear programming under degeneracy in menagment decision making. **Pre-Prints of Fifteenth International Working Seminar on Production Economics**, v. 3, p. 223-234, 2008.

MACEDO, J.J.; SAMPAIO R. J. B. Análise de resultado pelo fator limitante de produção com uso da programação linear. **Revista ADMpg Gestão Estratégica**, Ponta Grossa, v. 3, n. 1, p. 119-124, setembro. 2010.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo, é apresentada a avaliação do cumprimento dos objetivos, sendo que, para este estudo, cada objetivo é tratado em um artigo. Na primeira etapa, empreendeu-se uma pesquisa bibliográfica a respeito do preço justo. Após o levantamento bibliográfico, fez-se a análise das contribuições adicionais da Programação Linear na definição do mix ótimo de produção comparada à metodologia da margem de contribuição pelo fator limitante. E, por último, abordou-se a questão da determinação de preço justo, por meio da utilização de um modelo matemático de Programação Linear.

5.1 AVALIAÇÃO DO CUMPRIMENTO DOS OBJETIVOS

A bibliografia técnica apresenta uma série de argumentos teóricos a respeito da determinação de preço justo. No entanto, não existe uma metodologia bem definida a respeito do modelo a ser adotado. Para atender ao objetivo secundário deste estudo, a respeito da existência de um modelo de determinação de preço justo, foram investigados os aspectos que versam sobre a terceirização de produção e formação de preço. Após a investigação teórica, buscou-se na literatura por uma ferramenta que suportasse a problemática de determinação de preço justo de venda na terceirização de produção. Nesse sentido, a investigação técnica evidencia a existência de um modelo matemático que parece ser útil à determinação do preço justo de venda na terceirização de produção. Quanto à pressuposição, com base na bibliografia estudada, acredita-se que as partes negociantes no processo de terceirização de produção determinam seus preços de forma independente, desconhecendo, portanto, o modo como a contraparte formula seus preços, portanto, o conhecimento das partes sobre como o outro determina seu preço é pertinente, no entanto, formulam seus preços de forma independente, ignorando o modo como a contraparte o faz.

No que se refere ao segundo objetivo, que é analisar as contribuições adicionais da Programação Linear na definição do mix ótimo de produção comparada à metodologia da margem de contribuição pelo fator limitante, infere-se que o método de Programação Linear, embora indique a mesma quantidade sugerida pelo método da margem de contribuição pelo fator limitativo, demonstrou-se mais eficiente, por permitir que a tomada de decisão seja aprofundada por meio da análise de sensibilidade: de variações da margem de contribuição, de restrições de horas-máquina e de limites de quantidade produzida. Assim, cumpre-se o objetivo posto para estudo: analisar as contribuições adicionais da Programação Linear na definição do mix ótimo de produção comparada à metodologia da margem de contribuição pelo fator limitante.

A questão da fixação de preços é uma das questões fundamentais de uma economia e, em particular, do sistema produtivo. No caso tratado neste trabalho, o problema principal que se discute é como fixar um preço em um processo de terceirização de produção que seja aceitável tanto do ponto de vista do comprador do produto quanto do ponto de vista do vendedor. A ferramenta utilizada foi a interpretação econômica do problema dual de um problema de Programação Linear, que, embora seja amplamente conhecida e divulgada na literatura, não é utilizada para determinação de preço justo.

5.2 SUGESTÃO PARA PESQUISAS FUTURAS

A sugestão para pesquisas futuras refere à questão da degeneração da solução ótima. Muitas das variáveis têm na solução ótima um valor no limite do intervalo fixado para ela, e isso introduz alguns problemas que devem ser analisados separadamente, pois a análise de sensibilidade fornecida pelos pacotes computacionais tem como foco a estabilidade da base ótima, e não propriamente o significado econômico da solução.

5.3 A CONTRIBUIÇÃO DO TRABALHO PARA A ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

Entende-se que a introdução do conceito de preço realista é fundamental para a Engenharia de Produção, haja vista que permite definir um conceito de preço mais amplo: qualquer preço dentro de um intervalo de custo total das atividades produzido pela análise de sensibilidade, isto é, produzido pelas variações de preço que não alteram as variáveis básicas que pertencem à solução ótima, tanto no problema primal quanto no problema dual. Portanto, trata-se de um preço que representa um *trade off* aceitável entre os interesses do terceirizador e os do terceirizado.

REFERÊNCIAS

ALIANDRO, H. **Dicionário inglês-português.** New York: Giant Cardinal Edition, 1973.

ALYRIO, R.D. **Metodologia Científica**. PPGEN: UFRRJ, 2008.

ATIKINSON, A.A.; BANKER, R.D.; KAPLAN, R.S., YOUNG, S.M.. **Management Accounting**. 3rd ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2001.

AUBERT, B.; RIVARD, S.; PATRY, M. A transaction cost model of IT outsourcing. **Information e Management**, p. 1-12, Setembro 2003.

BAZARAA, M.S.; JARVIS, J.J.; SHERALI, H.D. **Linear Programming and Network Flows**. 2. ed. New York: John Wiley & Sons; 1990.

BRODY, R. G.; MILLER, M. J.; ROLLERY, M. J. Outsourcing come tax returns to india: legal, etnical and professional issues. **The CPA Journal,** v. 74, n. 12, p. 12-15, 2004.

BRONSON, R.; NAADIMUTHU, G. **Operations Research**, 2. ed. New York: McGraw-Hill, 1977.

BRUNI, A.L; FAMÁ, R. **Gestão de Custos e Formação de Preços**. São Paulo: Atlas, 2002.

CERVO, A.L.; BERVIAN, P.A. **Metodologia científica**. 5. ed. São Paulo: Makron, 2002.

COLLINS, J.; HUSSEY, R. **Pesquisa em administração:** um guia prático para alunos de graduação e pós-graduação, 2. ed. Bookman, 2005.

FARNCOMBE, M.; WALLER, A. Outsourcing for corporate real estate managers: how can real estate learn lessons from others industries. **Journal of Corporate Real**, v. 7, n. 3, p. 258-271, 2005.

GIL, A.C. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GIOSA, L.A. **Terceirização:** uma abordagem estratégica. São Paulo: Pioneira, 1993.

GONÇALVES, J.B. **Determinação de preços de venda**: uma abordagem prática. 1987. Dissertação (Mestrado em Administração) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1987.

HAMEL, G.; PRAHALAD, C.K. **Competindo pelo futuro**: estratégias inovadoras para obter o controle do seu setor e criar os mercados de amanhã. Rio de Janeiro: Campus, 1995.

HORNGREN, C.; FOSTER, G.; DATAR, S. **Contabilidade de Custos**. Rio de Janeiro: LTC, 2000.

JAIN, S.C. **Marketing: Planning and Strategy**. 6. ed. South-West College Publishing; University of Connecticut, 2000.

KAFELI, A; UZSOY, R; FATHI, Y; KAY, M. Using a mathematical programming model to examine the marginal price of capacited resources, **Int. Journal Production Economics**, November, 2010.

KOLIVER, O. **Os Custos dos Portadores Finais e os Sistemas de Custeio**. [S. I.: s.n.], 2000.

KOLTAI, T; TATAY, V. A practical approach to sensitivity analysis of linear programming under degeneracy in menagment decision making, **Pre-Prints of Fifteenth International Working Seminar on Production Economics**, V. 3, p. 223-234, 2008.

KOTLER, P. **Administração de Marketing**. 12. ed. São Paulo: Prentice Hall, 2006.

KUPFER, D; HASENCLEVER, L. **Economia Industrial**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2002.

LAKATOS, E.V; MARCONI, M.A. **Fundamentos de Metodologia Cientifica**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2005.

LAMBIN, J.J. **Marketing Estratégico**. Lisboa-Portugal: McGraw-Hill, 2000.

LANCHTERMACHER, G. **Pesquisa Operacional**. 4. ed. São Paulo: Pearson, 2010

LOPES, M.V. **Trajetória Central Associada à Entropia e o Método do Ponto Proximal em Programação Linear.** 2007. 91 p. Dissertação (Mestrado em Informática) - Universidade Federal de Goiás, Goiás, 2007.

MACEDO, J.J. SAMPAIO R.J.B. **Aplicação de Dualidade Linear para determinação de preço justo de venda na terceirização de produção,** São Carlos: Universidade Federal de São Carlos - UFSCar, 2010. Multimídia 01 CD-ROM.

MACEDO, J.J; SAMPAIO R.J.B. Análise de resultado pelo fator limitante de produção com uso da programação linear**. Revista ADMpg Gestão Estratégica**, Ponta Grossa, v. 3, n. 1, p. 119-124, setembro 2010.

MACEDO, J.J; SAMPAIO, R.J.B de. Aplicação de Dualidade Linear para determinação de preço justo de venda na terceirização de produção. Bauru; **XVII Simpep (Simpósio de Engenharia de Produção)**; Universidade Estadual Paulista; 2010. Multimídia 01 CD-ROM.

MANKIW, N.G. **Introdução à Economia**: Princípios de Micro e Macroeconomia. Rio de Janeiro: Campus, 2001.

LAKATOS, E.M; MARCONI, M de A. **Fundamentos de metodologia científica.** 6. ed. São Paulo: Atlas, 2005.

MAROS, I. A Generalized Dual Phase-2 Simplex Algorithm. **European Journal Operational Research**. v.149, p.1-16, December, 2003.

MARTINS, E. **Contabilidade de Custos**. 9. ed. São Paulo: Atlas, 2003.

MEGLIONI, E. **Custos.** São Paulo: Pearson Makron Books, 2001.

NAGLE, T; HOLDEN, R. **The Strategy and Tactics of Pricing**. 3. ed. New Jersey: Prentice Hall, 2002.

OLIVEIRA, M. **Terceirização**: estruturas e processos em xeque nas empresas. São Paulo: Nobel, 1994.

PIACHAUD, B. Outsourcing technology. **Research Technology Management**. v. 48, n.3, p. 40-47, June, 2005.

PORTER, M.E. **Estratégia Competitiva**. Rio de Janeiro: Campus, 2004.

PRADO, D.S. **Programação linear.** Belo Horizonte: Editora de Desenvolvimento Gerencial, 1999.

QUEIROZ, C.A.R.S. **Manual de terceirização**: onde podemos errar no desenvolvimento e na implantação dos projetos e quais são os caminhos do sucesso. São Paulo: STC, 1998.
RAMALHETE, M.; GUERREIRO, J.; MAGALHÃES, A. **Programação linear**. Lisboa – Portugal: McGraw-Hill, 1984.

RAVINDRAN, A.; PHILLIPS, D.T; SOLBERG, J.J. **Operations Research,Principles and Practice**. 2. ed. New York: John Wiley, 1987.

SANTOS, J.F. **Gestão de serviços**. Rio de Janeiro: FGV Management, 2002.

SCHERER, O.L.S. **Comparativo e análise do sistema de custeio por absorção e o ABC:** estudo de caso propondo método de integração em empresa do ramo metalúrgico. 2001. 85 p. Dissertação (Mestrado em Administração) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. 2001.

SILVA, E. L. MENEZES, E. M. **Metodologia da Pesquisa e Elaboração de Dissertação.** Editora. Florianópolis, 2001.

SINK, H.; LANGLEY, J. A managerial framework for the acquisition of third-party logistics sevices. **Journal of Business Logistics**. v. 18, n. 2, p. 163-189, january, 1997.

SOUZA, J. **Breve História sobre a Programação Linear**. 2007. Disponível em: <http://pwp.net.ipl.pt/deea.isel/jsousa/Doc/SIG2005.pdf>. Acesso em: 14 maio 2010.

SOUZA, M.A. **Práticas de Contabilidade Gerencial Adotadas por Subsidiárias Brasileiras de Empresas Multinacionais.** 2001. Tese (Doutorado) - Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2001.

THALER, R. Mental Accounting Matters. **Journal of Behavioral Decision Making**, Chicago, v.12. p.183-206, July, 1999.