

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO PARANÁ

FABIANO COSTI

**METODOLOGIA NUMÉRICA APLICADA A
VISCOELASTICIDADE EM POLÍMEROS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós
Graduação em Engenharia Mecânica da Pontifícia
Universidade Católica do Paraná, para obtenção
do título de Mestre em Engenharia Mecânica

Orientador: Prof. Dr. Roberto Dalledone Machado

Curitiba
2006

TERMO DE APROVAÇÃO

FABIANO COSTI

METODOLOGIA NUMÉRICA APLICADA A VISCOELASTICIDADE EM POLÍMEROS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica da Pontifícia Universidade Católica do Paraná, para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

1. Prof. Dr. Roberto Dalledone Machado (PUCPR)

2. Prof. Dr. João Elias Abdalla Filho (PUCPR)

3. Prof. Dr. Jun Sérgio Ono Fonseca (UFRGS)

4. Prof. Dr. Irionson Antonio Bassani (PUCPR)

Curitiba
2006

AGRADECIMENTOS

- Aos meus irmãos Juliano e Gustavo, pelo o apoio e incentivo.
- Ao Prof. Dr. Roberto Dalledone Machado, pelos ensinamentos e comprometimento.
- Aos amigos Álvaro Volpato Jr. e Kleber Legnani, pela valiosa contribuição neste trabalho.
- À Electrolux do Brasil S.A, pelo apoio institucional.

LISTA DE FIGURAS

CAPÍTULO 1

Figura 1.1	-	(a) Deformação lenta (b) Relaxação	02
Figura 1.2	-	Detalhe da fixação de parafusos em um tanque de polipropileno com carga mineral 20%, sujeito aos efeitos da perda de torque	03
Figura 1.3	-	Detalhe da vedação de um anel reto, a temperatura de serviço elevada acentua o efeito viscoelástico.	04
Figura 1.4	-	A deformação viscoelástica diminui a força de fixação	05
Figura 1.5	-	Detalhe da deformação lateral do topo plástico, material polipropileno	06
Figura 1.6	-	Prótese de disco da espinha dorsal humana	08

CAPÍTULO 2

Figura 2.1	-	Tensão constante aplicada ao longo de um certo intervalo de tempo	12
Figura 2.2	-	Os três estágios da fluência ou deformação lenta	15
Figura 2.3	-	Tensão de relaxação a uma deformação constante	16
Figura 2.4	-	Fluência e recuperação de metais e plásticos	17
Figura 2.5	-	Representação do modelo de uma mola linear	19
Figura 2.6	-	Representação do comportamento de uma mola linear	20
Figura 2.7	-	Representação do modelo de um amortecedor linear	20
Figura 2.8	-	Representação do comportamento de um amortecedor linear	21
Figura 2.9	-	Representação do modelo de Maxwell	22
Figura 2.10	-	Representação do comportamento de deformação para uma tensão constante aplicada	23
Figura 2.11	-	Representação do modelo de Kelvin	25
Figura 2.12	-	Representação do comportamento da deformação para tensão constante	25
Figura 2.13	-	Representação do modelo de Burgers	28
Figura 2.14	-	Comportamento de deformação para tensão constante	29

Figura 2.15	-	Modelo de Maxwell generalizado em série	31
Figura 2.16	-	Modelo de Maxwell generalizado em paralelo	32
Figura 2.17	-	Modelo de Kelvin generalizado em paralelo	33
Figura 2.18	-	Modelo de Kelvin generalizado em série	34

CAPÍTULO 3

Figura 3.1	-	Módulo de elasticidade E em função da temperatura	37
Figura 3.2	-	Arranjo molecular de uma célula unitária cristalina do polietileno	38
Figura 3.3	-	Curvas logarítmicas do módulo de relaxação pelo tempo	39
Figura 3.4	-	Fator de troca a_T para as temperaturas T_1 e T_2	40
Figura 3.5	-	Módulo de fluência para diferentes temperaturas	40
Figura 3.6	-	Curva principal através dos componentes da figura	41
Figura 3.7	-	Relação volume específico e temperatura de polímero amorfo típico	42
Figura 3.8	-	Resistência química do poliestireno de alto impacto PSAI	45
Figura 3.9	-	Variação do módulo de fluência devido ao envelhecimento	46

CAPÍTULO 4

Figura 4.1	-	Resposta de fluência para tensão aplicada em diferentes tempos	50
Figura 4.2	-	Resposta de fluência para diferentes passos de carga	52
Figura 4.3	-	Equações de fluência ao longo do tempo para lona plástica laminada	55
Figura 4.4	-	Representação esquemática dos corpos de prova dos ensaios	59

CAPÍTULO 5

Figura 5.1	-	Convergência pelo método de Newton-Raphson	68
Figura 5.2	-	Convergência pelo método de Newton-Raphson Modificado	69
Figura 5.3	-	Elemento plano PLANE 183 empregado nas análises de axi-simetria	74
Figura 5.4	-	Elemento tridimensional de casca SHELL 181	74
Figura 5.5	-	Geometria do corpo de prova adotado na análise numérica	76
Figura 5.6	-	Representação das condições de contorno do corpo de prova	78

Figura 5.7	-	Distribuição da deformação de fluência encontrada no corpo de prova	79
Figura 5.8	-	Comparação entre as curvas de deformação de fluência experimental	80
Figura 5.9	-	Influência do número de sub passos de carga na fluência	81
Figura 5.10	-	Influência do número de elementos (19, 52 e 359) na fluência	82
Figura 5.11	-	Distribuição da deformação de fluência em 1000h a tensão 10,3 MPa	83
Figura 5.12	-	Dimensões e propriedades do exemplo Vaso de Pressão	84
Figura 5.13	-	Modelo de elementos triangulares planos	85
Figura 5.14	-	Tensão efetiva (psi) no instante $t = 0$ h	86
Figura 5.15	-	Tensão von Mises (psi) no instante $t = 0$ h	86
Figura 5.16	-	Tensão efetiva (psi) no instante $t = 3$ h	87
Figura 5.17	-	Tensão von Mises (psi) no instante $t = 3$ h	88
Figura 5.18	-	Varição da tensão ao longo do tempo na superfície interna e externa do vaso de pressão	89
Figura 5.19	-	Tensão von Mises (psi) no instante $t = 100$ h	90
Figura 5.20	-	Deformação lateral topo plástico de um eletrodoméstico	91
Figura 5.21	-	Representação esquemática dos níveis de empilhamento	92
Figura 5.22	-	Fluência para as tensões de 17,2 , 34,5 e 51,7 MPa a 22,8°C	93
Figura 5.23	-	Fluência para as tensões de 3,4 , 10,3 e 20,7 MPa a 80,0°C	94
Figura 5.24	-	Detalhe da malha de elementos finitos	96
Figura 5.25	-	Detalhe das condições contorno aplicadas no modelo	97
Figura 5.26	-	Distribuição da tensão de von Mises (MPa) a 22,8°C, 0h	98
Figura 5.27	-	Deslocamento no eixo X (m) a 22,8°C, 0h	99
Figura 5.28	-	Distribuição da tensão de von Mises (MPa) após 100h a 22,8°C	100
Figura 5.29	-	Deslocamento no eixo X (m) após 100h a 22,8°C	101
Figura 5.30	-	Deslocamento no eixo X (m) a 40°C, 0h	102
Figura 5.31	-	Distribuição da tensão de von Mises (MPa) após 100h a 40°C	103
Figura 5.32	-	Deslocamento eixo no X (m) após 100h a 40°C, análise de fluência	104
Figura 5.33	-	Deslocamento no eixo X (m) a 70°C, 0h	105
Figura 5.34	-	Distribuição da tensão de von Mises (MPa) após 100h a 70°C	106
Figura 5.35	-	Deslocamento no eixo X (m) após 100h a 70°C	107

LISTA DE TABELAS

CAPÍTULO 5

Tabela 5.1	-	Algumas das equações de fluência oferecidas ao usuário pelo programa ANSYS 10.0	73
Tabela 5.2	-	Módulos de relaxação experimental, material polipropileno Pro-Fax 6423 para temperatura de 20 °C, MODERN PLASTICS ENCYCLOPEDIA (1983-1984).	75
Tabela 5.3	-	Valores dos módulos de relaxação utilizados na temperatura de 22,8 °C	93
Tabela 5.4	-	Valores dos módulos de relaxação utilizados na temperatura de 80 °C	94
Tabela 5.5	-	Dados obtidos nas análises numéricas para o deslocamento lateral da lavadora de roupas	108

RESUMO

Materiais poliméricos têm sido empregados amplamente na indústria moderna com importantes funções estruturais. Para entender o comportamento estrutural de materiais poliméricos, é necessário considerar os efeitos viscoelásticos que interferem sobre o campo de tensões e sobre a configuração de deformação dos componentes. Este comportamento é não linear e transiente, e a análise é mais complexa do que a dos projetos usuais. Este trabalho apresenta alguns procedimentos para modelagem de componentes poliméricos que sofrem deformação lenta. Vários tipos de leis de variações de deformações são apresentadas e o estudo é aplicado à fluência primária e secundária. Os efeitos térmicos influenciam as deformações de fluência dos corpos e são discutidos neste estudo. Alguns exemplos são apresentados mostrando situações onde a fluência é relevante. Os resultados alcançados são comparados com observações práticas e da literatura, bem como com a análise convencional.

ABSTRACT

Polymeric materials have been employed largely in modern industry with important structural functions. To understand the structural behavior of polymeric materials, it is necessary to consider the viscoelastic effects that produce changes on the stress field and on the deformed configuration of the components. This behavior is nonlinear and transient, and the analysis is more complex than the analysis employed in regular projects. This work presents some procedures for modeling polymeric components that undergo creep. Several types of strain variation laws are presented and the study is applied to the primary and secondary creep. Thermal effects affect the creep deformations of the body and are discussed in this study. Some examples are presented showing practical situations where creep is relevant. The results are discussed and compared with practical observations and literature, as well as with conventional analysis.

Conteúdo

Sumário

1	Introdução	01
1.1	Definição do Tema	01
1.2	Revisão Bibliográfica	07
1.3	Objetivos	09
2	Revisão Teórica dos Fenômenos da Viscoelasticidade	11
2.1	Comportamento Elástico	12
2.2	Comportamento Plástico	13
2.3	Comportamento Viscoelástico	13
2.3.1	Fluência ou Deformação Lenta	14
2.3.3	Relaxação	15
2.3.4	Reversibilidade da Fluência	16
2.4	Viscoelasticidade Linear	17
2.4.1.	Elementos Básicos: Mola e Amortecedor	18
2.4.2.	Princípio da Superposição de Boltzmann (BSP)	21
2.4.3.	Modelo de Maxwell	22
2.4.4.	Modelo de Voigt-Kelvin	25
2.4.5.	Modelo de Burgers	28
2.4.6.	Modelos de Maxwell Generalizados	30
2.4.7.	Modelos de Voigt-Kelvin Generalizados	33

3	Fatores que Afetam a Fluência nos Polímeros	36
3.1	Temperatura	36
3.1.1	Princípio da Equivalência Tempo-Temperatura	39
3.1.2	Equações de William-Landel-Ferry (WLF)	42
3.2	Meio Atmosférico	45
3.3	Envelhecimento	46
4	Modelagem Matemática para o Fenômeno da Fluência	48
4.1	Forma Integral	48
4.2	Viscoelasticidade Não Linear	49
4.2.1	Viscoelasticidade Não Linear Sob Carregamento Uniaxial	50
4.2.2	Comportamento Viscoelástico Não Linear Sob Estado Multiaxial de Tensões	53
4.2.3	Desenvolvimento das Relações Constitutivas Não Lineares	53
4.3	Funções para o Comportamento Viscoelástico	55
4.3.1	Determinação das Funções Núcleo para Tensões Biaxiais Constantes de Fluência	58
5	Simulação Computacional de Problemas da Viscoelasticidade	61
5.1	Método dos Elementos Finitos	61
5.2	Formulação do MEF para Análise de Fluência	62
5.3	Aspectos da Modelagem Computacional	71
5.3.1	Características do Software Empregado	72
5.3.2	Exemplo de um Corpo de Prova Polimérico Submetido à Tração	75
5.3.3	Exemplo de um Modelo de Vaso de Pressão	84
5.3.4	Avaliação dos Efeitos Viscoelásticos na Estocagem de um Eletrodoméstico	91
6	Conclusões e Sugestões de Continuidade	109
	Referências Bibliográficas	113
	ANEXOS	119

LISTA DOS SÍMBOLOS

ε	deformação
ε_e	deformação elástica
ε_{cr}	deformação de fluência
$\dot{\varepsilon}$	taxa de deformação
E	constante de rigidez do material, módulo de elasticidade
$E_r(t)$	módulo de relaxação
$J(t)$	módulo de fluência
η	constante de viscosidade do material
t	tempo
t_c	tempo de retardo
σ	tensão
σ_0	tensão inicial
δ	delta de Dirac
D	operador diferencial com relação ao tempo $D = \frac{d}{dt}$
ψ_1, ψ_2 e ψ_3	funções núcleo do material em relação à deformação.
K	função núcleo do material em relação à tensão.
ξ_1, ξ_2 e ξ_3	diferença de tempo em relação a referência
ε^0	deformação independente do tempo
ε^+	deformação dependente do tempo
n	constante do material, função comportamento viscoelástico
F_1, F_2, F_3, F_4, F_5	funções núcleo, tensão normal
G_1, G_2, G_3 e G_4	funções núcleos, tensão tangencial
σ_a, σ_b e σ_c	valores experimentais de tensão axial
a_T	fator de troca tempo-temperatura
T	temperatura

T_g	temperatura Vítrea
T_S	temperatura de referência
R	constante do material
ΔH	energia de ativação
v	volume específico total
v_f	volume específico livre
v_0	volume específico ocupado
f	fração do volume livre
f_g	fração do volume livre na temperatura de transição
α_f	coeficiente de expansão do volume livre
η_T	viscosidade a uma determinada temperatura
η_{T_g}	viscosidade na temperatura de transição vítrea
k, p, a e b	constantes do material
u, v e w	deslocamento nodal
σ_{ij}	componentes do tensor de tensão
ϵ_{pq}	componentes do tensor de deformação
F_{ij}	funcional da função de deformação
ϵ_{ij}	componentes do tensor de deformação
σ_{pq}	componentes do tensor de tensão
G_{ij}	funcional da função de tensão
ξ	intervalo de tempo
N_j	funções de interpolação associadas com os L nós do elemento
L	graus de liberdade do elemento
$\{\dot{\epsilon}\}$	vetor de componentes das taxas de deformação
$[B]$	matriz dos gradientes das funções de interpolação N_j
$\{\dot{\delta}\}$	vetor de velocidade nodal do elemento

$\{\dot{R}\}^a$	taxa de forças nodais externas
$\{\dot{\sigma}\}$	vetor de taxa de tensões
$\{\dot{\epsilon}_c\}$	vetor taxa de deformação de fluência
$[D]$	é a matriz de elasticidade
$[K]$	matriz global de rigidez
$[D_T]$	matriz de propriedades viscoelásticas
$[K_T]$	matriz de rigidez tangente
$\{\dot{R}\}^c$	é o vetor de taxa de forças nodais inelásticas iniciais
σ_E	tensão equivalente
σ_i	tensão inicial
$\{F_i\}$	vetor forças nodais equivalentes
$\{F_e\}$	vetor de cargas externas
$\{\Delta F\}$	vetor de forças residuais não balanceadas
$\{b\}$	vetor de forças de corpo
$[N]$	matriz das funções de interpolação
$\{T\}$	vetor de forças prescritas no contorno
C_1, C_2, C_3, C_4 e C_5	constante do material
$\{u\}$	vetor global de deslocamento
$\{f\}$	vetor global de forças

SÍMBOLOS GRÁFICOS



mola, comportamento elástico



amortecedor, comportamento viscoso

1

Introdução

1.1 DEFINIÇÃO DO TEMA

Os materiais viscoelásticos caracterizam-se por apresentarem uma resposta de deformação em função do tempo para uma determinada tensão aplicada, e por este motivo também são conhecidos como materiais dependentes do tempo. A denominação de *viscoelasticidade* aplica-se aos materiais que apresentam um comportamento elástico, através de uma deformação imediata, combinado com o comportamento viscoso, que se apresenta ao longo tempo para uma tensão constante aplicada. O termo viscoelasticidade é uma denominação genérica para os conceitos de fluência, deformação lenta, relaxação, *creep*, *recovery* e reversibilidade da fluência.

Para exemplificar a diferença existente entre deformação lenta e relaxação, é representado na figura 1.1.a um corpo de prova submetido à tensão constante. Neste caso, a viscoelasticidade revela-se na forma de deformação lenta, pois existe uma variação de comprimento do corpo de prova ao longo do tempo. No exemplo da figura 1.1.b, representam-se duas placas submetidas à compressão de um parafuso supondo que a deformação é constante. Observa-se então queda de tensão com o passar do tempo, isto é, a relaxação.

A resposta viscoelástica de um material é afetada por variáveis como a temperatura, taxa de deformação, tensão e meio ambiente. Apesar de ser facilmente encontrado em aplicações de engenharia e no cotidiano, muitas vezes este fenômeno é pouco compreendido ou mesmo desconhecido.

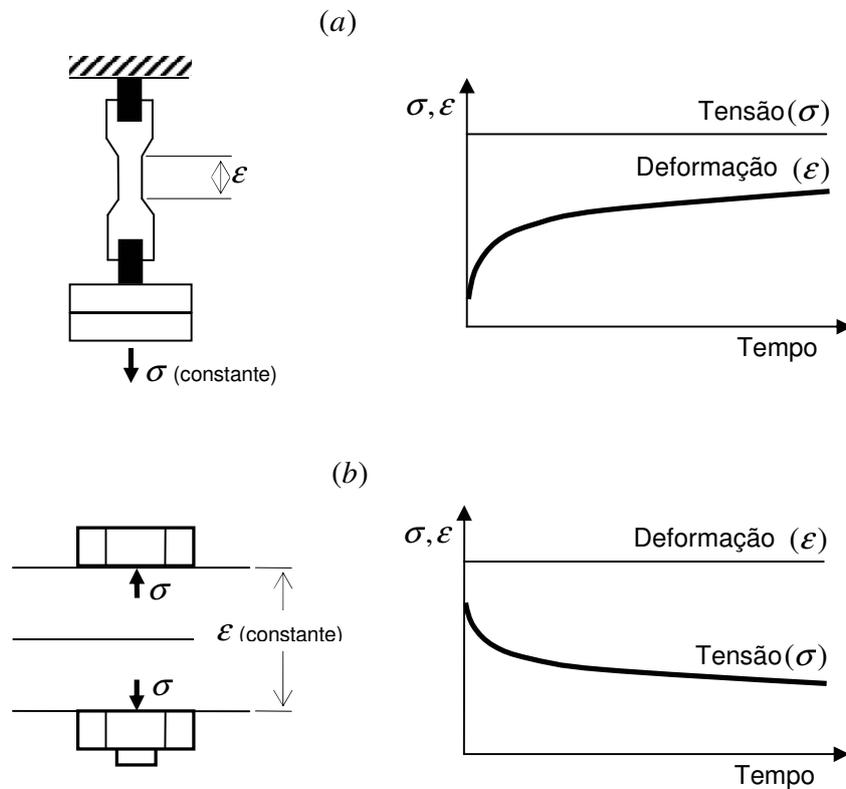


Figura 1.1 – (a) Deformação lenta: representada pelo comportamento de um corpo de prova polimérico submetido a uma tensão constante (b) Relaxação: na fixação de duas placas com parafusos a tensão não é constante ao longo do tempo.

Na indústria, onde a aplicação de polímeros é amplamente empregada, os problemas de deformação lenta são facilmente encontrados. Especificamente na indústria de eletrodomésticos, que é responsável pelo processamento de uma quantidade elevada de materiais poliméricos, muitos são os casos relacionados a viscoelasticidade. Pode-se usar o exemplo de uma lavadora de roupas para visualizar as aplicações que se deparam com problemas de fluência.

Na Figura 1.2 observar-se o detalhe da aplicação de um parafuso metálico fixado em um tanque plástico, que tem como função manter o posicionamento de um mecanismo, responsável pelas funções de agitação de uma lavadora de roupas. Como este mecanismo possui massa razoável, a ação da força da gravidade e a movimentação lateral do tanque durante o funcionamento, as tensões aplicadas sobre o tanque plástico pelo parafuso podem provocar deformações que afetam o torque de aperto. Com o passar do tempo espera-se que ocorra perda de torque devido ao fenômeno da relaxação, e nos casos em que o limite mínimo do torque de aperto não é suficiente para manter o acoplamento do conjunto, o produto pode gerar ruído ou impedir o próprio funcionamento.

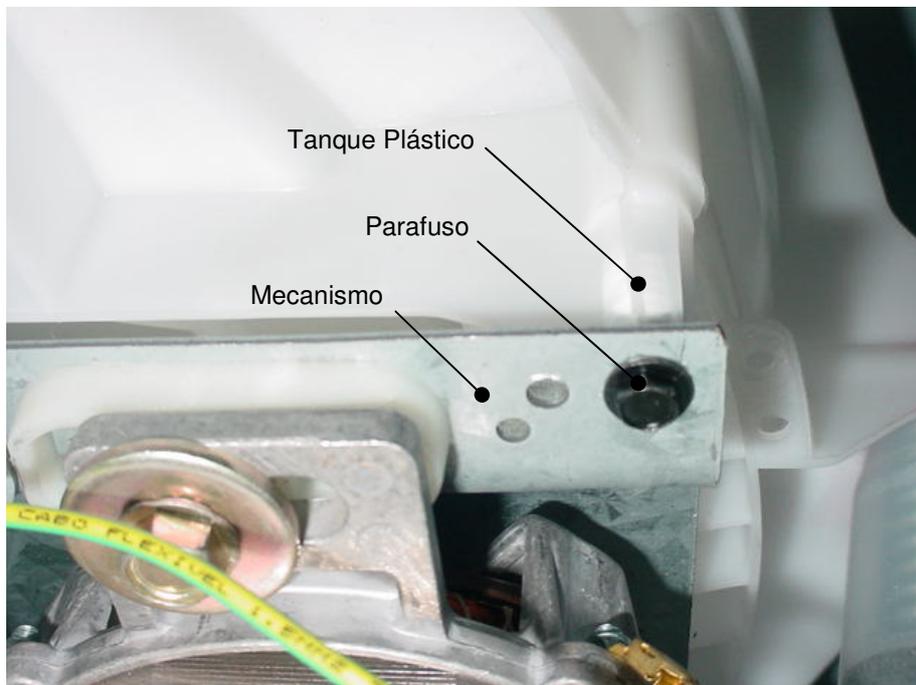


Figura 1.2 – Detalhe da fixação de parafusos em um tanque de polipropileno com carga mineral de 20%, sujeito aos efeitos da perda de torque.



Figura 1.3 – Detalhe da vedação de um anel reto; a temperatura de serviço elevada acentua o efeito viscoelástico. (a) Tubo transmissão (material aço) responsável pelo movimento de centrifugação; (b) anel reto (material borracha nitrílica); (c) sede cerâmica (material alumina AL_2O_3) e (d) fole (material composto de grafite).

Outro exemplo refere-se à vedação de um mancal rotativo (detalhe Figura 1.3), no qual o componente (b) anel reto (*oring*) tem como função vedar e tornar a montagem dos componentes (a) tubo transmissão e (b) sede cerâmica solidários. Ocorre redução de tensão de montagem com interferência ao longo do tempo e também por conta de aplicação de calor. Na figura 1.3 percebe-se a montagem de um anel reto inserido externamente ao tubo da transmissão e internamente a sede cerâmica. Para um funcionamento adequado, o anel reto deve manter-se solidário aos componentes adjacentes, durante o movimento de centrifugação da lavadora de roupas, a fim de manter a vedação hidráulica. Os problemas encontrados na aplicação originam-se na relaxação do anel reto, submetido à tensão de montagem com interferência e tornando-se mais crítica com a aplicação de carga térmica originada pelo atrito das faces da sede cerâmica com o fole durante a centrifugação a 800 rpm.

Pode-se mencionar ainda os encaixes adotados em tubos plásticos, como o observado na Figura 1.4, que, com o passar do tempo, ocorre redução da força de fixação entre a mangueira do pressostato (e) e o tanque plástico (f). Este efeito deve-se à redução da tensão que proporciona a fixação entre os componentes, podendo ser analisado pelo comportamento viscoelástico.

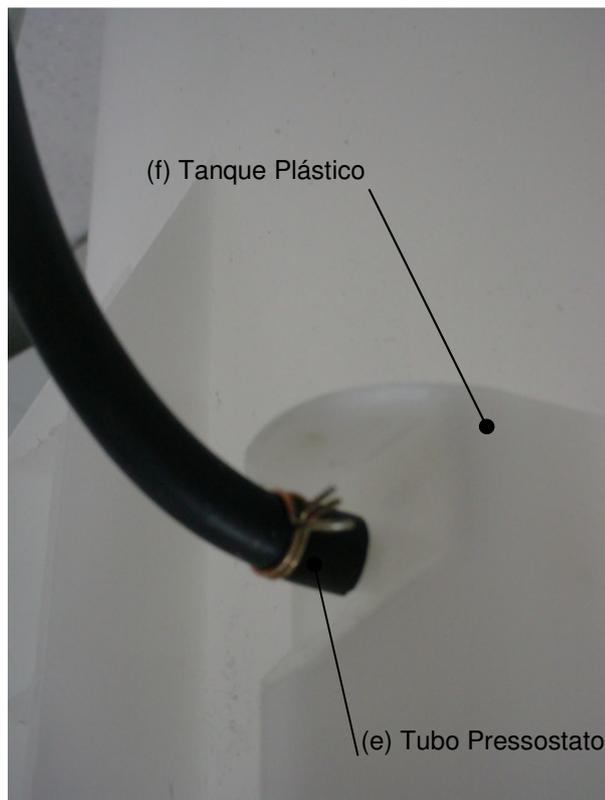


Figura 1.4 - A deformação viscoelástica diminui a força de fixação entre o (e) tubo do pressostato, material EPDM¹, e (f) tanque plástico, material polipropileno.

¹ EPDM (*Ethylene Propylene Diene Monomer*) é um elastômero, termorígido, composto principalmente por etileno e propileno.

Finalmente, em algumas peças injetadas, como a apresentada na figura 1.5, pode-se observar deformações laterais, provenientes de cargas de empilhamento dos produtos em estoque, e por tensões internas do componente, geradas principalmente por gradientes de temperatura durante o processo de fabricação, denominadas também como deformações induzidas.

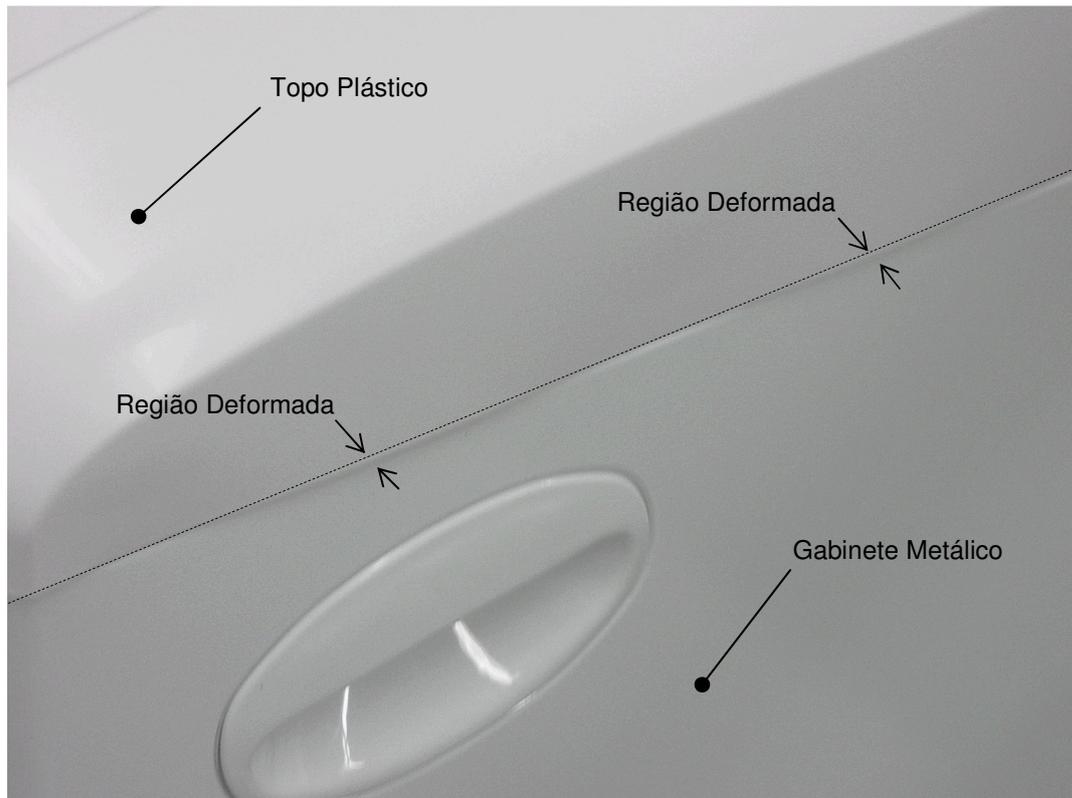


Figura 1.5 – Detalhe da deformação lateral do topo plástico, material polipropileno.

Um caso, como o ilustrado na figura 1.5, será tratado com maiores detalhes no decorrer do presente trabalho.

1.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Para os casos de fluência pode-se considerar dois comportamentos distintos, conhecidos como viscoelasticidade linear e não linear, estes afetam a resposta de deformação dos materiais.

Segundo BROSTOW e CORNELIUSSEN (1986), o caso mais simples da viscoelasticidade encontra-se em pequenas magnitudes de deformação, onde o mesmo módulo de relaxação pode ser empregado para todos os níveis de deformação, denominada viscoelasticidade linear.

Para os casos de análises de viscoelasticidade não linear, onde o módulo de relaxação viscoelástica não pode ser utilizado em todas as magnitudes de deformação, soluções aproximadas podem ser obtidas, por exemplo, através do método dos elementos finitos, ferramenta prática e confiável para soluções aproximadas. Porém, alguns estudos neste campo, MENG, LEROUX, SETTON e LURSEN (2001), demonstram que no seu modelamento é exigido um estudo criterioso das componentes constitutivas do material, pois são fatores determinantes do problema.

No estudo do comportamento mecânico de sólidos poliméricos pode-se empregar o modelo proposto por Findley, [WARD e HADLEY (1993)], HORVATH (1998), BENNETT (2005), DUTTA (1998) e BANIK (2006) utilizam este modelo no estudo do comportamento viscoelástico não linear dependente do tempo.

Além dos elementos constitutivos do material, a temperatura é um fator importante no comportamento da viscoelasticidade, e para determinação da influência deste parâmetro na curva tensão-deformação são empregados cálculos a partir de princípios termodinâmicos. ROYLANCE (2001) apresenta exemplos onde é levada em consideração a entalpia de ativação de cada material. Para a determinação de diferentes curvas de tensão-deformação e para cada temperatura, muitas vezes é empregada a regra de escala, onde o perfil da curva é mantido de maneira proporcional, BROSTOW e CORNELIUSSEN (1986).

Segundo BROSTOW e CORNELIUSSEN (1986) e TRANTINA & NIMMER (1994), alguns fatores como envelhecimento e o ambiente químico de trabalho podem alterar o comportamento viscoelástico do material. Os processos de fabricação do

componente, também podem gerar tensões internas, ocasionadas pelo resfriamento acelerado ou pela geometria da peça, dando origem ao que é conhecido como deformação induzida [ROY *et al.*(2005)].

Apesar de ser comumente conhecida em polímeros, a viscoelasticidade pode ser também observada nos materiais metálicos (normalmente em temperaturas superiores à metade da temperatura de fusão), em materiais compostos, observado por WANG, LUDWIGSON e LAKES (2002), no concreto, [ZI *et al.* (2002)], no papel, VORAKUNPINIJ (2003), e em materiais biológicos, como ossos, articulações cartilaginosas, músculos, ligamentos, tendões e tecidos cardiovasculares, observado por PROVENZANO *et al.* (2000) e aplicada à biomecânica [BRANDS, *et al.* (2004)].

A figura 1.6 mostra um exemplo da área da biomecânica, uma prótese de disco da espinha dorsal humana, onde devido à presença de um polietileno especial, UHMWPE¹, foram utilizadas análises numéricas utilizando o método dos elementos finitos para desenvolvimento do componente.

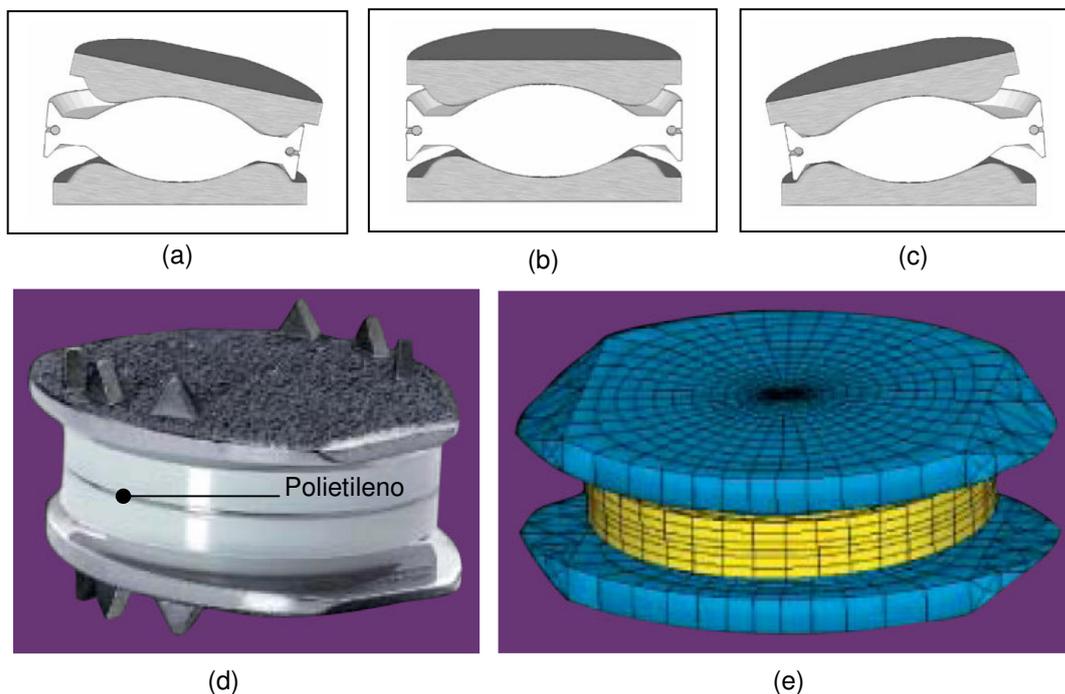


Figura 1.6 – Prótese de disco da espinha dorsal humana (a)(b)(c) Movimento funcional da prótese (d) Material da região central da prótese em polietileno (e) Malha de elementos finitos.

¹ UHMWPE – polietileno de ultra alto peso molecular, polímero com excelente resistência mecânica, resistência ao impacto e a abrasão.

Alguns estudos observam a presença do comportamento viscoelástico em materiais compostos [MULIANA e HAJ-ALI (2003)], e segundo WANG, LUDWIGSON e LAKES (2002), a aplicação da viscoelasticidade em materiais compostos pode melhorar as propriedades de amortecimento dos mesmos.

Devido a um grande número de variáveis envolvidas tais como, temperaturas de trabalho, processo de industrialização (fabricação ou montagem), tolerâncias dimensionais, viabilidade econômica e testes de performance longos, na maioria das vezes os problemas relacionados a viscoelasticidade podem ser bastante complexos.

Desta maneira é justificável empregar no modelamento do problema o Método dos Elementos Finitos (MEF). O MEF é amplamente empregado em inúmeras áreas da engenharia, sendo uma ferramenta versátil e eficiente para também resolver problemas da viscoelasticidade, como se observa na figura 1.6(d).

1.3 OBJETIVOS

Este trabalho tem como objetivo apresentar uma metodologia para modelagem computacional pelo Método dos Elementos Finitos do fenômeno da viscoelasticidade em materiais poliméricos, levando-se em consideração fatores como tensão, tempo e temperatura do material.

Por uma questão de conveniência, foi escolhido para a modelagem numérica o programa ANSYS 10.0, da empresa ANSYS, *Inc. Corporate Information*.

Assim, como objetivo geral, pretende-se apresentar uma revisão e um entendimento do fenômeno da viscoelasticidade.

Já como objetivos específicos, espera-se:

- Apresentar/ desenvolver uma metodologia para a modelagem computacional de sólidos poliméricos submetidos à deformação lenta.
- Aplicar a metodologia a casos práticos e casos encontrados na literatura.

Para alcançar os objetivos propostos, o presente trabalho será subdividido em cinco capítulos, com os seguintes conteúdos:

No segundo capítulo são apresentados alguns conceitos de comportamento mecânico relacionados a viscoelasticidade, além de modelos teóricos que podem ou não ser associados para tentar simular tais comportamentos. Os modelos clássicos de Maxwell e Voigt-Kelvin, que são apresentados no capítulo 2, não são diretamente empregados no desenvolvimento dos exemplos numéricos apresentados neste trabalho. Porém, os modelos denominados viscoelásticos lineares servem para demonstrar de forma simplificada o comportamento de fluência dos polímeros, e desta maneira contribuir para o entendimento da teoria tratada neste trabalho.

O capítulo três nos mostra alguns dos principais fatores que afetam a fluência nos polímeros, nele é mostrado como cada um destes fatores influenciam de forma significativa os efeitos de fluência.

No capítulo quatro é apresentado como se caracterizam as funções de fluência, e como podem ser determinados os coeficientes destas funções para aplicação da viscoelasticidade não linear.

O capítulo cinco procura mostrar alguns exemplos de fluência com o auxílio do MEF, em um destes exemplos são comparados os resultados com valores da literatura. Nos demais exemplos, procurou-se aplicar alguns dos conceitos apresentados neste trabalho para demonstrar a metodologia desenvolvida para tratar problemas de fluência em polímeros.

2

Revisão Teórica dos Fenômenos da Viscoelasticidade

Muitos materiais conhecidos atualmente, dentre eles os poliméricos, exibem grande variedade de comportamentos estruturais. No entanto, segundo FINDLEY *et al.* (1989), como idealização é possível simplificá-los e classificá-los de acordo com seu comportamento de deformação. Através da aplicação de um carregamento de tensão constante é possível perceber a resposta de deformação relacionando desta maneira às classes idealizadas.

A Figura 2.1 ilustra as possíveis respostas que um material pode apresentar quando submetido a uma tensão que se mantém constante ao longo do tempo (figura 2.1.a). Na figura 2.1.b estão indicadas as deformações elástica (A), plástica (B), fluência (C), deformação permanente (D) e fluência reversível (E) que serão melhor explicadas na seqüência.

Neste capítulo serão revistas as principais formulações ou modelos teóricos encontrados na literatura que procuram descrever o comportamento da fluência. A apresentação tem caráter didático, mas não pretende mostrar modelos mais realistas e complexos. Os modelos computacionais empregados no capítulo 5 não necessariamente empregam os modelos apresentados neste capítulo.

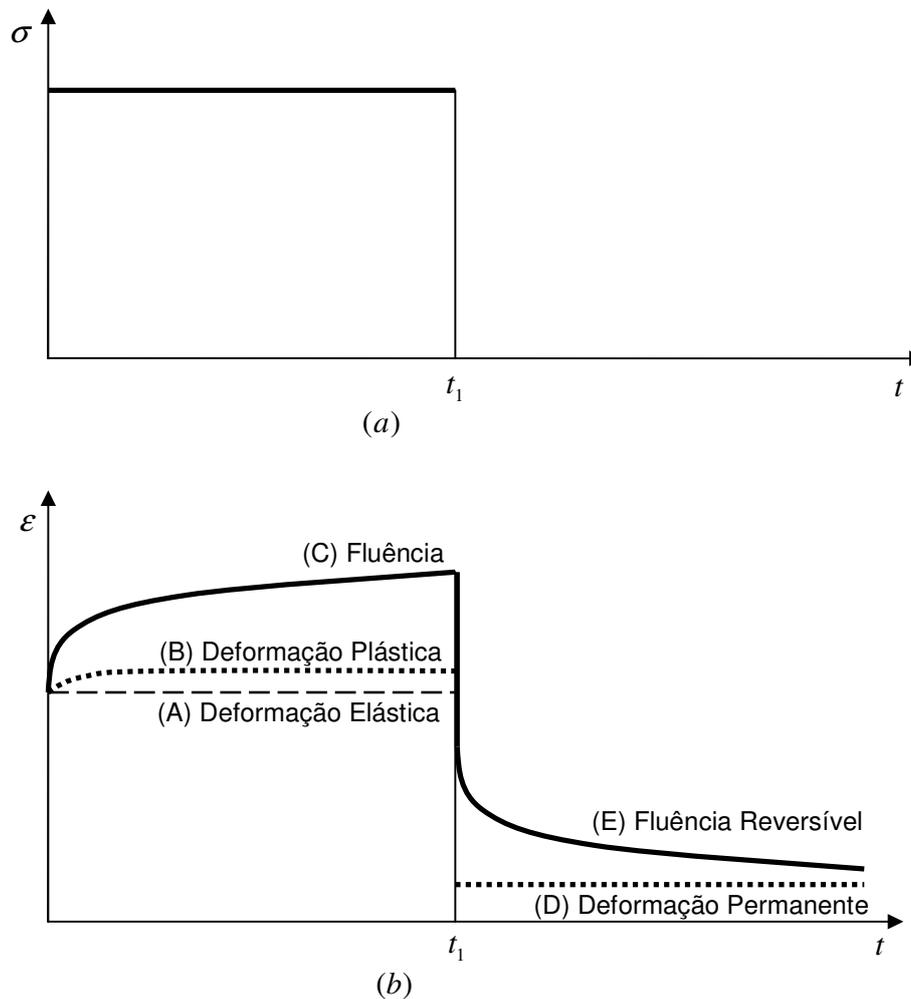


Figura 2.1 – (a) Tensão constante aplicada ao longo de um certo intervalo de tempo t_1 (b) diferentes comportamentos de deformação para a tensão constante.

2.1 COMPORTAMENTO ELÁSTICO

Pode-se considerar um comportamento elástico quando a deformação é reversível, isto é, retorna ao estado original após a retirada da aplicação do carregamento. Este comportamento elástico é observado em grande parte dos materiais, incluindo os poliméricos, mesmo que seja apenas para pequenas deformações.

No comportamento elástico a deformação ocorre de maneira instantânea, no momento em que é aplicado o carregamento, é dependente da intensidade de tensão aplicada, e segundo a Lei de Hooke, é diretamente proporcional à tensão aplicada.

Na figura 2.1 é possível observar o comportamento elástico e reversível através da curva de deformação elástica (A) ao longo do tempo, para uma carga aplicada de tensão constante.

2.2 COMPORTAMENTO PLÁSTICO

Quando o material é submetido a uma tensão superior ao limite de tensão elástica, este apresenta um comportamento plástico. No comportamento plástico a deformação é irreversível, mantendo-se permanente após a retirada do carregamento.

Como simplificação o comportamento plástico é considerado como independente do tempo, embora seja possível observar pequenas deformações dependentes do tempo no regime plástico. Na verdade, quando ocorre a plastificação, o material escoar, isto é, comporta-se como um fluido. Assim a deformação é dependente do tempo.

A figura 2.1 apresenta a curva característica da deformação plástica (B) ao longo do tempo, para um carregamento de tensão constante superior ao limite de tensão elástica.

2.3 COMPORTAMENTO VISCOELÁSTICO

Segundo KRISHNAMACHARI (1993) o termo viscoelasticidade sempre está associado à variável tempo, em resposta a uma tensão ou deformação constante aplicada. A resposta dos materiais viscoelásticos pode ser dividida basicamente em três grupos: fluência ou deformação lenta, relaxação e reversibilidade. A fluência caracteriza-se pelo acréscimo da deformação em função do tempo para

uma tensão constante, a relaxação pela variação da tensão em função do tempo para uma deformação constante e a reversibilidade pela tentativa de recuperação das deformações após a retirada da tensão aplicada.

Algumas referências que descrevem o comportamento viscoelástico apresentam modelos mecânicos como mola, amortecedor em série ou em paralelo, fazendo desta maneira uma analogia ao comportamento da viscoelasticidade. Segundo TRANTINA e NIMMER (1994) estes modelos também são conhecidos como representação diferencial da viscoelasticidade.

2.3.1 FLUÊNCIA OU DEFORMAÇÃO LENTA

Segundo FINDLEY *et al.* (1989), o comportamento de fluência, que é a deformação contínua de uma material sob a ação de uma carga com tensão constante, foi inicialmente observado em 1834 pelo engenheiro francês VICAT(1834)* no “Laboratório Central de Ponts et Chaussés” através de ensaios a temperatura ambiente em barras de aço utilizadas na construção de pontes pênsis.

Conforme apresentado por FINDLEY, THURSTON (1895)* parece ter sido o primeiro a propor as três fases de fluência: os estágios primário, secundário e terciário. Na figura 2.2, pode-se observar o comportamento da deformação ao longo do tempo, onde, no estágio primário (fluência primária), a taxa de deformação é relativamente acentuada, decrescendo ao longo do tempo até atingir o equilíbrio, que dá início ao estágio de fluência secundária, na qual a taxa de deformação torna-se constante.

Por fim, ocorre o estágio de fluência terciária, onde a taxa de deformação tende a aumentar com o decorrer do tempo, e onde ocorre a ruptura por fluência nos materiais.

Algumas deformações por fluência são reversíveis, podendo retornar a sua condição original após a ausência da tensão de atuação.

* Referências de publicações antigas estão baseadas nos trabalhos apresentados por FINDLEY *et al.* (1989).

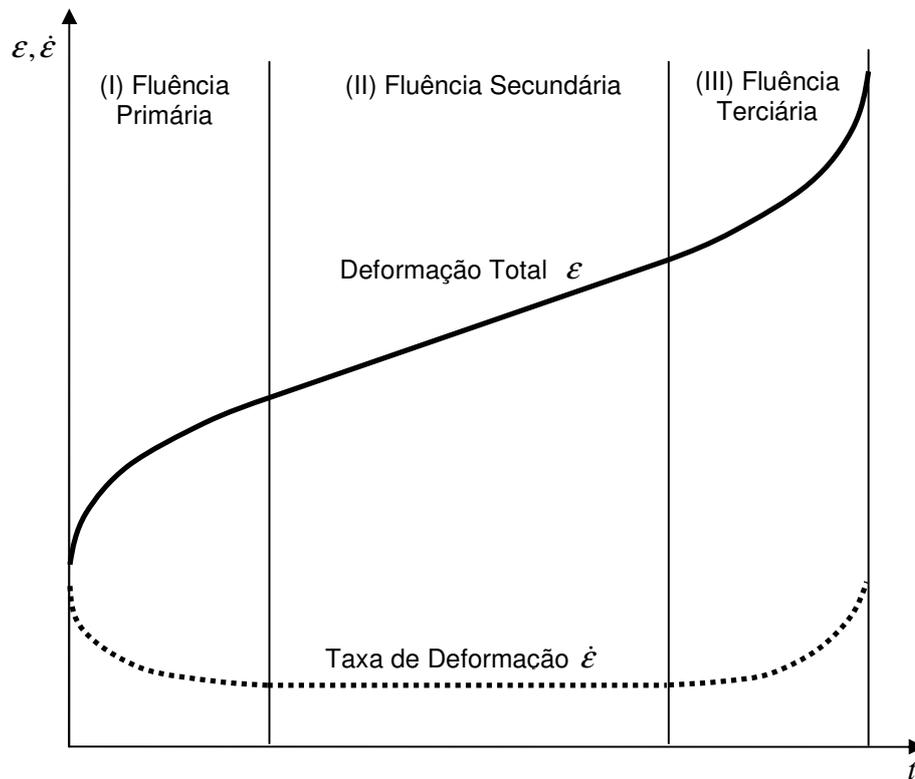


Figura 2.2 – Os três estágios da fluência ou deformação lenta.

2.3.2 RELAXAÇÃO

Conforme pode se observar na figura 2.3 a curva de tensão, para uma deformação constante aplicada, relaxa, isto é sofre gradativa redução ao longo do tempo. Isto caracteriza o comportamento de relaxação de alguns materiais, inclusive os poliméricos.

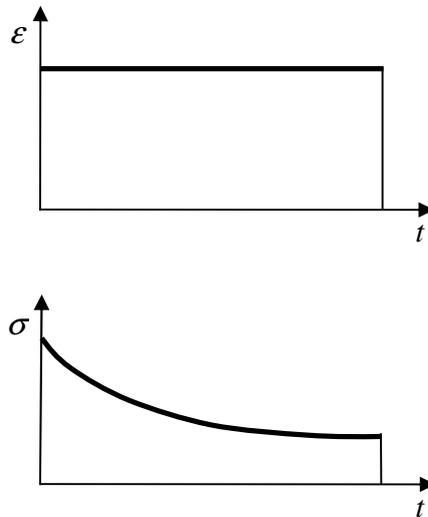


Figura 2.3 – Tensão de relaxação a uma deformação constante

2.3.3 REVERSIBILIDADE DA FLUÊNCIA

Para um material submetido a tensão constante, é observado que após o descarregamento de tensão ocorre uma recuperação instantânea e reversível da deformação elástica. Conforme apresentado na figura 2.4 pode-se observar a reversibilidade da fluência que é dependente do tempo. Segundo FINDLEY *et al.* (1989) a curva de reversibilidade da fluência é suave nos metais, em comparação aos plásticos.

Dependendo do tempo disponível para reversibilidade, em alguns plásticos é possível ocorrer uma recuperação total da deformação.

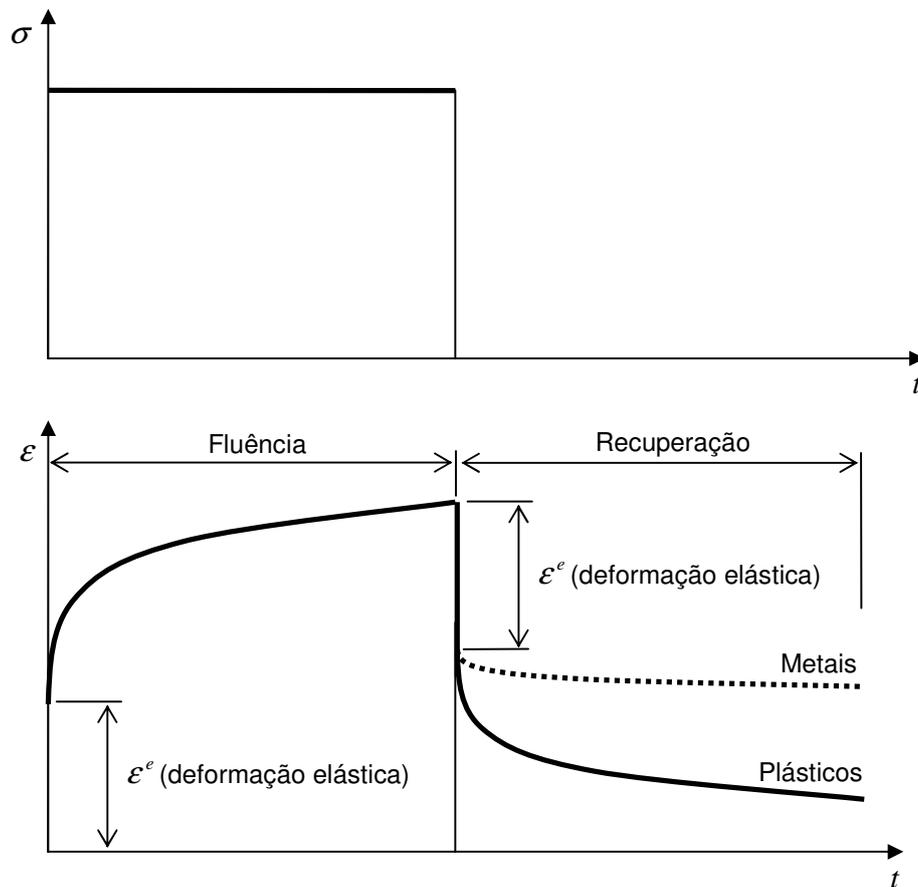


Figura 2.4 – Fluência e reversibilidade de metais e plásticos, FINDLEY, LAI e ONARAM (1989).

2.4 VISCOELASTICIDADE LINEAR

Segundo BROWSTON e CORNELIUSSEN (1986) o caso mais simples de viscoelasticidade é encontrado em alguns polímeros amorfos com pequenos percentuais de deformação, em que o módulo de relaxação $E_r(t)$ não depende do grau de deformação do material.

O módulo de relaxação $E_r(t)$, é representado pela razão entre a tensão σ e a deformação ε , de maneira dependente do tempo, equação (2.1).

$$E_r(t) = \frac{\sigma(t)}{\varepsilon} \quad \text{Eq.(2.1)}$$

O módulo de fluência $J(t)$, que está relacionado ao módulo de relaxação, pode ser representado pelas equações (2.2) e (2.3).

$$J(t) = \frac{\varepsilon(t)}{\sigma} \quad \text{Eq.(2.2)}$$

$$J = \frac{1}{E_r} \quad \text{Eq.(2.3)}$$

Para comportamento descrito como viscoelasticidade linear, pode-se utilizar os modelos de Voigt-Kelvin e o modelo de Maxwell, TRANTINA e NIMMER (1994).

No caso da viscoelasticidade linear, a resposta de deformação depende de um único módulo de relaxação ou fluência, sendo que a deformação é proporcional a tensão aplicada, e é dependente da duração da carga de tensão ou deformação aplicada a uma temperatura específica. Isto é, diferente da resposta viscoelástica não linear em que o módulo de relaxação depende da magnitude e tempo da carga de tensão ou deformação aplicada [ROSATO & ROSATO (1989)].

2.4.1. ELEMENTOS BÁSICOS: MOLA E AMORTECEDOR

Todos os modelos de viscoelasticidade linear podem ser representados por modelos de molas e amortecedores lineares, sendo desprezados os dados inerciais destes componentes [FINDLEY *et al.* (1989)]. Um elemento de mola

(figura 2.5) representa um comportamento elástico linear. Por isso, pode ser empregado para uma relação constitutiva, tal como indicado na equação (2.4).

$$\sigma = E\varepsilon_0 \quad (2.4)$$

onde:

σ é a tensão

E é a constante de rigidez do material, módulo de elasticidade

ε_0 é a deformação inicial

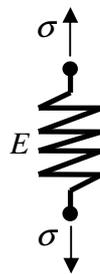


Figura 2.5 – Representação do modelo de uma mola linear.

Assim, o comportamento do modelo de uma mola linear é representado por um sólido Hookeano, que segue a Lei de Hooke, onde a tensão resultante da aplicação de uma força em um material é diretamente proporcional à sua deformação. A resposta de deformação é instantânea e não existe deformação permanente ou irreversível, como se observa na figura 2.6. Toda energia utilizada para deformar a mola é armazenada e totalmente reversível, ROSATO & ROSATO (1989).

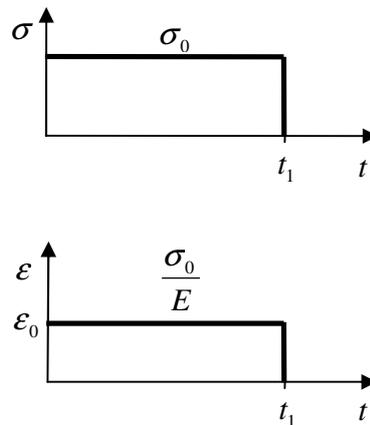


Figura 2.6 – Representação do comportamento de uma mola linear

Um amortecedor (figura 2.7), é um elemento que apresenta comportamento viscoso. Por isso pode ser empregado para simular uma relação constitutiva como indicado na equação (2.5).

$$\sigma = \eta \dot{\epsilon} \quad (2.5)$$

onde:

σ é a tensão

η é a constante de viscosidade do material

$\dot{\epsilon}$ é a taxa de deformação

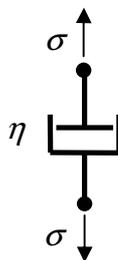


Figura 2.7 – Representação do modelo de um amortecedor linear.

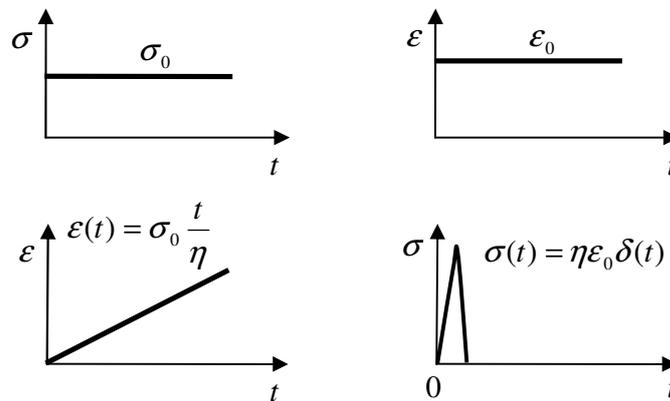


Figura 2.8 – Representação do comportamento de um amortecedor linear.

A resposta de deformação viscosa, modelada por um amortecedor, é representada por um fluido Newtoniano, que utiliza a Lei de Newton para viscosidade Eq. (2.5). Observa-se pela figura 2.8 que a tensão é proporcional à taxa de deformação, tornando o comportamento dependente do tempo. Observa-se também que a reversibilidade de fluência não é total quando a tensão é removida, pois, a energia para deformar o amortecedor é dissipada durante o processo de deformação [ROSATO & ROSATO (1989)].

2.4.2 PRINCÍPIO DA SUPERPOSIÇÃO DE BOLTZMANN (PSB)

O Princípio da Superposição de Boltzmann (PSB) foi originado na teoria dos circuitos elétricos. Este princípio pode simular o comportamento de fluência, relaxação, reversibilidade da fluência e respostas transientes, e é também conhecido como representação integral da viscoelasticidade, segundo BROSTOW e CORNELIUSSEN (1986). O PSB pode também ser usado em alguns casos que sejam afetados pela temperatura ou por alteração do módulo de relaxação do sistema viscoelástico submetido a um carregamento constante, ROSATO & ROSATO (1989).

Muitos profissionais do meio industrial utilizam, para determinação do comportamento viscoelástico dos materiais, o Princípio de Boltzman (PSB), pois trabalham com diferentes graus de tensão e deformação ao longo do tempo. Este princípio estabelece que “o efeito de mudança de deformação ou tensão impostas, em um material viscoelástico linear, independe do histórico de deformação ou tensão, e pode ser adicionado algebricamente para obter a resposta do sistema”, ROSATO & ROSATO (1989).

2.4.3 MODELO DE MAXWELL

Os elementos de mola ou amortecedor não são suficientes para, isoladamente, representarem o comportamento viscoelástico dos materiais. Assim, modelos mais complexos foram propostos considerando combinações de molas e amortecedores de modo apropriado conforme o tipo de material. Um desses modelos é o de Maxwell, formado pela combinação em série de uma mola linear e um amortecedor viscoso linear, conforme representado na figura 2.9, onde os efeitos inerciais de massa são desprezados.

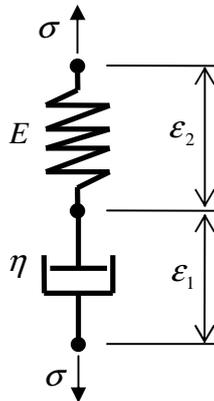


Figura 2.9 – Representação do modelo de Maxwell, FINDLEY, LAI e ONARAM (1989).

Através da figura 2.10 é possível compreender o comportamento do modelo de Maxwell. Aplicando-se as equações (2.9) e (2.10) é possível determinar os valores de deformação $\varepsilon(t)$ e tensão $\sigma(t)$ em função do tempo, respectivamente.

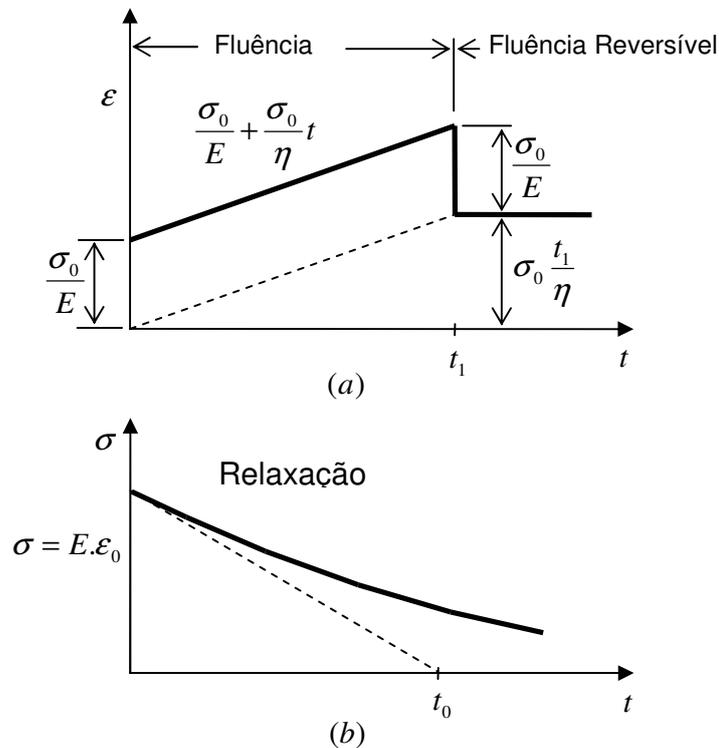


Figura 2.10 – (a) Representação do comportamento de deformação para uma tensão constante aplicada (b) representação do comportamento da tensão para uma deformação constante aplicada, ambas para o modelo de Maxwell, FINDLEY et al.(1989).

A tensão para cada um dos elementos do modelo de Maxwell é obtida pelas equações (2.4) e (2.5)

Como os elementos estão conectados em série a deformação total é dada pela equação (2.6).

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \quad (2.6)$$

onde:

ε é a deformação total

ε_1 é a deformação do modelo da mola

ε_2 é a deformação do modelo do amortecedor

Derivando-se a equação (2.6) em relação ao tempo t obtém-se a taxa de deformação que é regida pela equação (2.7).

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_1 + \dot{\varepsilon}_2 \quad (2.7)$$

onde:

$\dot{\varepsilon}$ é a taxa de deformação total

$\dot{\varepsilon}_1$ é a taxa de deformação do modelo da mola

$\dot{\varepsilon}_2$ é a taxa de deformação do modelo do amortecedor

Inserindo-se a equação (2.5), derivando-se a equação (2.4) e substituindo-se na equação (2.7), obtém-se:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + \frac{\sigma}{\eta} \quad (2.8)$$

onde:

$\dot{\sigma}$ é a taxa de tensão

Aplicando-se as condições iniciais $\sigma = \sigma_0$ em $t = 0$ e integrando a equação (2.8) tem-se:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E} + \frac{\sigma_0}{\eta} t \quad (2.9)$$

onde:

σ_0 é a tensão inicial

Aplicando as condições iniciais $\varepsilon = \varepsilon_0$ e $\sigma = \sigma_0$ em $t = 0$ e integrando a equação (2.8) tem-se:

$$\sigma(t) = \sigma_0 e^{-\frac{t}{\eta}} \quad (2.10)$$

2.4.4. MODELO DE VOIGT-KELVIN

Um outro modelo é o de Voigt-Kelvin, que é formado por uma combinação em paralelo de uma mola linear e um amortecedor viscoso linear, como representado na figura 2.11.

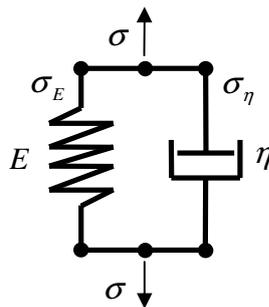


Figura 2.11 – Representação do modelo de Voigt-Kelvin, FINDLEY *et al.*(1989).

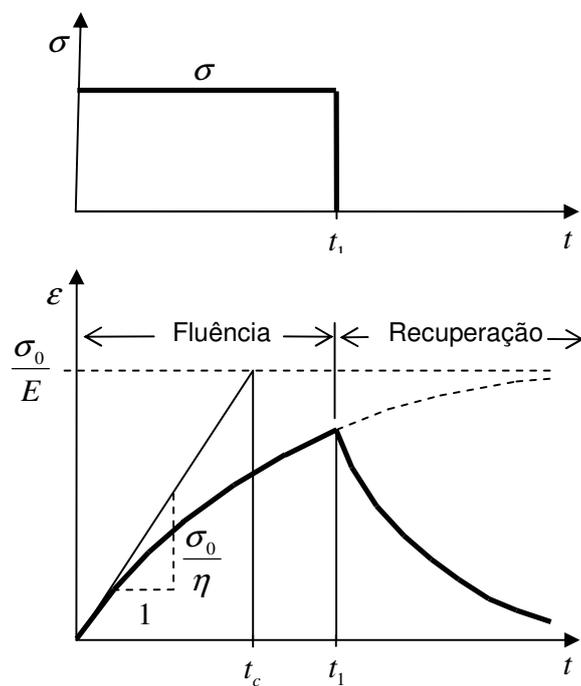


Figura 2.12 – Representação do comportamento da deformação para tensão constante, modelo de Voigt-Kelvin, FINDLEY *et al.*(1989).

A tensão para os elementos que compõem o sistema é obtida pelas equações (2.11) e (2.12)

$$\sigma_E = E\varepsilon \quad (2.11)$$

$$\sigma_\eta = \eta\dot{\varepsilon} \quad (2.12)$$

onde:

σ_E é a tensão elástica

σ_η é a tensão viscosa

Como os elementos estão conectados em paralelo, a tensão total é dada pela equação (2.13).

$$\sigma = \sigma_E + \sigma_\eta \quad (2.13)$$

Inserindo-se a equação (2.11) e (2.12) em (2.13) e rearranjando-se:

$$\dot{\varepsilon} + \frac{E}{\eta}\varepsilon = \frac{\sigma}{\eta} \quad (2.14)$$

Aplicando a condição inicial $\sigma = \sigma_0$ em $t = 0$ e integrando a equação (2.14) tem-se:

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E} \left(1 - e^{-\frac{E}{\eta}t} \right) \quad (2.15)$$

A taxa de deformação para o modelo de Voigt-Kelvin é determinada pela diferenciação da equação (2.15) dando origem à equação (2.16).

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\sigma_0}{\eta} e^{-E \frac{t}{\eta}} \quad (2.16)$$

Se a tensão é removida no instante t_1 pode-se determinar a deformação num instante t qualquer através do Princípio da Superposição de Boltzmann (PSB). Aplicando-se σ_0 no instante $t_0 = 0$ tem-se a deformação ε_a igual a equação (2.15).

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma_0}{E} \left(1 - e^{-E \frac{t-t_0}{\eta}} \right) \quad (2.17)$$

onde:

ε_a é a deformação no instante inicial

ε_b é a deformação no instante $t = t_1$

Para deformação ε_b no instante $t = t_1$ tem-se a equação (2.18)

$$\varepsilon_b = \frac{\sigma_0}{E} \left(1 - e^{-E \frac{(t-t_1)}{\eta}} \right) \quad (2.18)$$

Aplicando-se o PSB no instante $t > t_1$ durante a fluência reversível tem-se (2.19):

$$\varepsilon = \varepsilon_a + \varepsilon_b = \frac{\sigma_0}{E} e^{-E \frac{t}{\eta}} \left(e^{-E \frac{t_1}{\eta}} - 1 \right) \quad , \quad t > t_1 \quad (2.19)$$

2.4.5. MODELO DE BURGERS

Segundo FINDLEY, LAI e ONARAN (1989), o modelo de Burgers é formado pela combinação do modelo de Maxwell e Voigt-Kelvin conectados em série, como mostra a figura 2.13. No modelo de Maxwell, considera-se o comportamento de deformação como a soma da deformação da mola ε_1 e do amortecedor ε_2 , sendo a deformação total ε a soma dos dois modelos representado na equação (2.20)

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \quad (2.20)$$

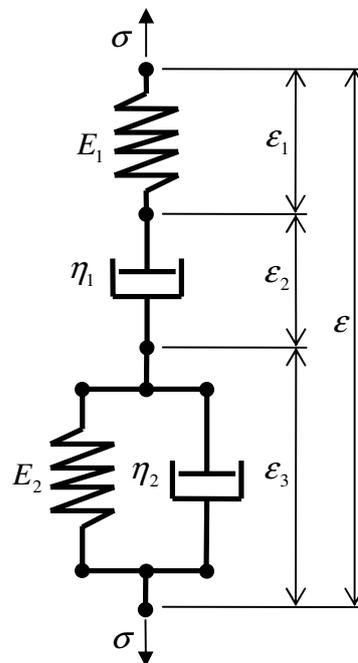


Figura 2.13 – Representação do modelo de Burgers [FINDLEY, LAI e ONARAN (1989)].

onde:

ε é a deformação total

ε_1 é a deformação da mola

ε_2 é a deformação do amortecedor

ε_3 é a deformação da mola e amortecedor em paralelo

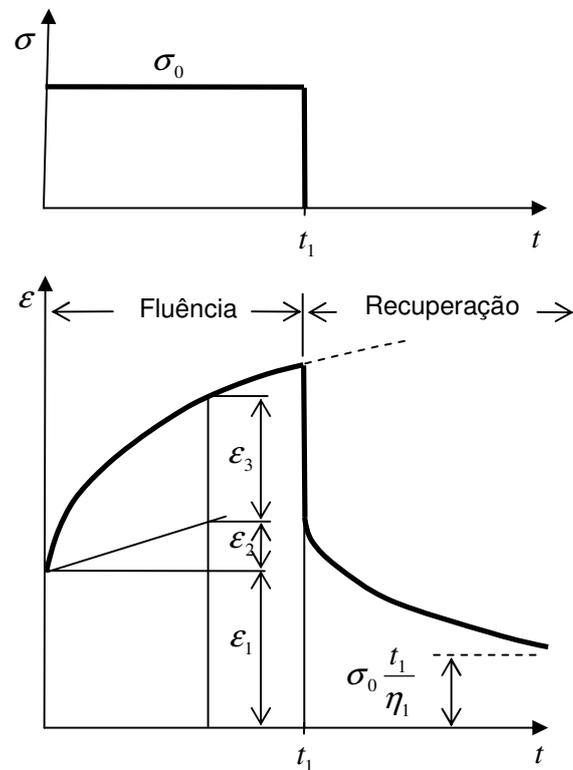


Figura 2.14 – Comportamento de deformação para tensão constante, modelo de Burgers [FINDLEY, LAI e ONARAM (1989)].

A deformação da mola ε_1 é dada pela equação (2.21)

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma}{E_1} \quad (2.21)$$

sendo ε_2 a deformação do amortecedor, dada pela equação (2.22)

$$\varepsilon_2 = \frac{\sigma}{\eta_1} \cdot t \quad (2.22)$$

e ε_3 é a deformação do modelo de Voigt-Kelvin, originada da equação (2.14)

$$\dot{\varepsilon}_3 + \frac{E_2}{\eta_2} \varepsilon_3 = \frac{\sigma}{\eta_2} \quad (2.23)$$

onde:

$\dot{\varepsilon}_3$ é a taxa de deformação da mola e amortecedor em paralelo

A partir das equações (2.20), (2.21), (2.22) e (2.23) determina-se a equação (2.24)

$$\sigma + \left(\frac{\eta_1}{E_1} + \frac{\eta_1}{E_2} + \frac{\eta_2}{E_2} \right) \dot{\sigma} + \frac{\eta_1 \cdot \eta_2}{E_1 \cdot E_2} \ddot{\sigma} = \eta_1 \dot{\varepsilon} + \frac{\eta_1 \cdot \eta_2}{E_2} \ddot{\varepsilon} \quad (2.24)$$

onde:

$\ddot{\sigma}$ é a aceleração da tensão

$\ddot{\varepsilon}$ é a aceleração da deformação

2.4.6. MODELOS DE MAXWELL GENERALIZADOS

Os vários modelos de Maxwell e Voigt-Kelvin podem ser generalizados através de composições em série ou em paralelo, criando desta maneira novas equações constitutivas. Para o modelo de Maxwell em série mostrado na figura 2.15 as equações constitutivas podem ser representadas pela equação (2.25).

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\sigma} \sum_{i=1}^N \frac{1}{E_i} + \sigma \sum_{i=1}^N \frac{1}{\eta_i} \quad (2.25)$$

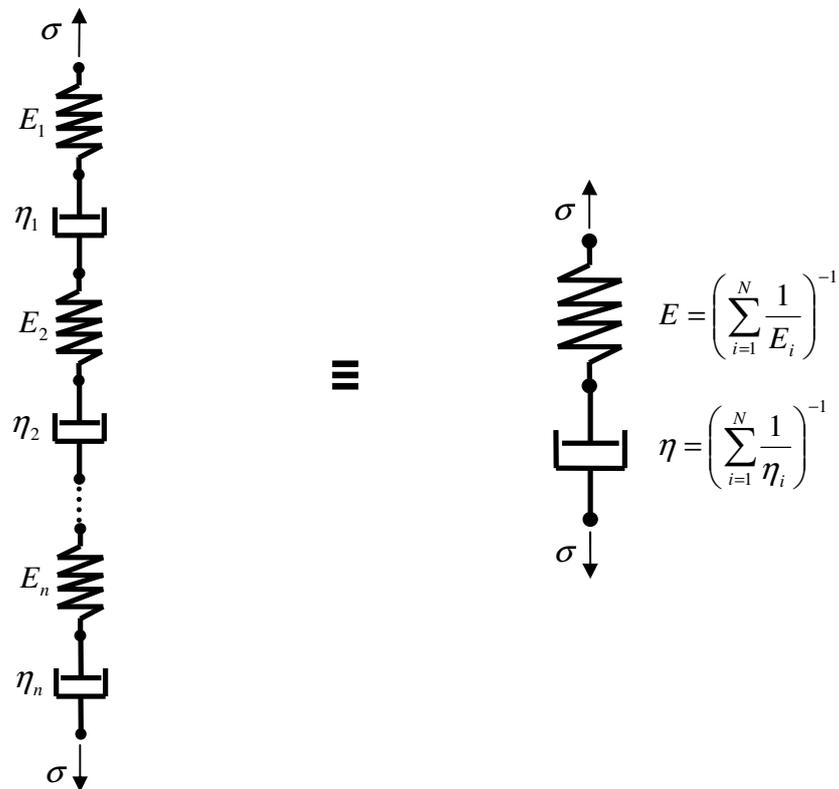


Figura 2.15 – Modelo de Maxwell generalizado em série [FINDLEY, LAI e ONARAM (1989)].

Segundo FINDLEY, LAI e ONARAN (1989), para o modelo de Maxwell generalizado conectado em paralelo, a elasticidade se apresenta de maneira instantânea e adiada, com várias retardações de tempos, tensões de relaxação com vários tempos de relaxação e também fluxo viscoso. Os valores de tensão e deformação podem ser determinados de maneira isolada, sendo que a soma de suas parcelas representará a tensão e deformação total.

Cada elemento que compõe o modelo descreve a deformação de acordo com a equação (2.26).

$$D\varepsilon = \frac{D\sigma_1}{E_1} + \frac{\sigma_1}{\eta_1} \quad (2.26)$$

Sendo D é o operador diferencial com relação ao tempo $D = \frac{d}{dt}$, onde

$$\sigma_i = \frac{D}{\frac{D}{E_i} + \frac{1}{\eta_i}} \varepsilon \quad (2.27)$$

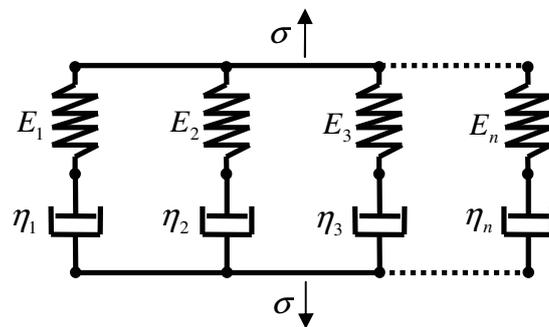


Figura 2.16 – Modelo de Maxwell generalizado em paralelo [FINDLEY, LAI e ONARAM (1989)].

A tensão de ambos os lados do modelo será determinada pelo somatório dos elementos (2.28)

$$\sigma = \sum_{i=1}^a \sigma_i = \left(\sum_{i=1}^a \frac{D}{\frac{D}{E_i} + \frac{1}{\eta_i}} \right) \varepsilon \quad (2.28)$$

Através da multiplicação de ambos os lados de (2.25) por $\prod_{i=1}^a \left(\frac{D}{E_i} + \frac{1}{\eta_i} \right)$, onde

$\prod_{i=1}^a$ denota o produto de a termos, o operador D pode ser removido do denominador da equação, como segue (2.29)

$$\left[\left(\frac{D}{E_1} + \frac{1}{\eta_1} \right) \left(\frac{D}{E_2} + \frac{1}{\eta_2} \right) \dots \right] \cdot \sigma = \left[\left(\frac{D}{E_1} + \frac{1}{\eta_1} \right) \left(\frac{D}{E_2} + \frac{1}{\eta_2} \right) \dots \right] \cdot \left[\frac{D}{\frac{D}{E_1} + \frac{1}{\eta_1}} + \frac{D}{\frac{D}{E_2} + \frac{1}{\eta_2}} + \dots \right] \cdot \varepsilon \quad (2.29)$$

Desenvolvendo a equação (2.26)

$$\begin{aligned} & \left[\left(\frac{D}{E_1} + \frac{1}{\eta_1} \right) \left(\frac{D}{E_2} + \frac{1}{\eta_2} \right) \left(\frac{D}{E_3} + \frac{1}{\eta_3} \right) \dots \right] \cdot \sigma = \\ & = \left[D \left(\frac{D}{E_2} + \frac{1}{\eta_2} \right) \left(\frac{D}{E_3} + \frac{1}{\eta_3} \right) \dots + D \left(\frac{D}{E_1} + \frac{1}{\eta_1} \right) \left(\frac{D}{E_3} + \frac{1}{\eta_3} \right) \dots + \dots \right] \varepsilon \end{aligned} \quad (2.30)$$

A equação (2.30) representa, portanto, a constitutiva generalizada do modelo de Maxwell em paralelo.

2.4.7. MODELOS DE VOIGT-KELVIN GENERALIZADOS

Nos modelos de Voigt-Kelvin conectados em paralelo o comportamento segue a resposta do modelo de Voigt-Kelvin equivalente como mostra a equação (2.31)

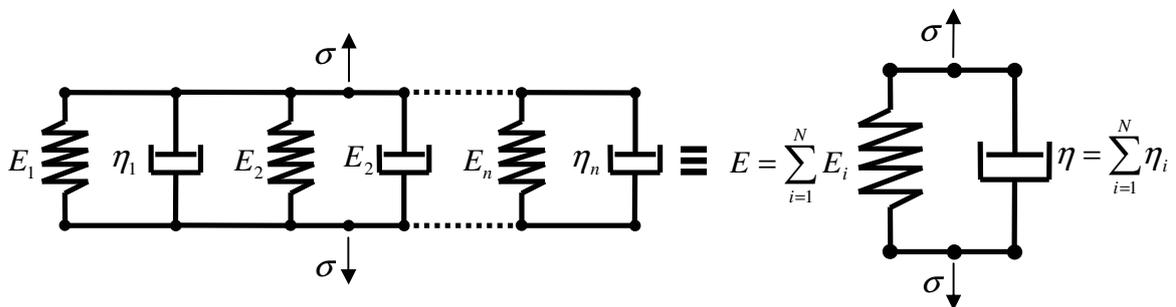


Figura 2.17 – Modelo de Voigt-Kelvin generalizado em paralelo [FINDLEY, LAI e ONARAN (1989)].

$$\sigma = \varepsilon \sum_{i=1}^N E_i + \dot{\varepsilon} \sum_{i=1}^N \eta_i \quad (2.31)$$

Para o modelo de Voigt-Kelvin em série como mostra a figura 2.18, a contribuição de deformação unitária pode ser obtida através da equação (2.14), que representa o comportamento de deformação para um elemento.

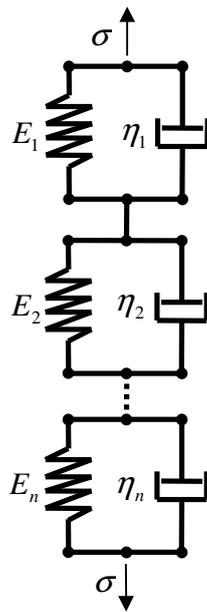


Figura 2.18 – Modelo de Voigt-Kelvin generalizado em série [FINDLEY, LAI e ONARAM (1989)].

O somatório das deformações de cada elemento Eq. (2.14) pode ser determinado pela equação (2.32)

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^a \varepsilon_i = \left(\sum_{i=1}^a \frac{1}{D\eta_i + E_i} \right) \sigma \quad (2.32)$$

O operador D pode ser removido do denominador da equação (2.32) de maneira semelhante à empregada na equação (2.29), multiplicando ambos os lados por

$\prod_{i=1}^a (D\eta_i + E_i)$ e resultando a equação (2.33)

$$\begin{aligned} & [(D\eta_1 + E_1)(D\eta_2 + E_2)(D\eta_3 + E_3)\dots]\varepsilon = \\ & = [(D\eta_2 + E_2)(D\eta_3 + E_3)\dots + (D\eta_1 + E_1)(D\eta_3 + E_3)\dots + \dots]\sigma \end{aligned} \quad (2.33)$$

O modelo generalizado de Voigt-Kelvin é mais conveniente que o modelo de Maxwell nas análises viscoelásticas onde o histórico de tensão é conhecido, e o modelo de Maxwell é mais conveniente nos casos em que o histórico de deformações é conhecido. Devido a faixa de diferentes tempos de relaxação, ambos os modelos permitem uma boa descrição do comportamento real e superior a de um modelo simples.

3

Fatores que Afetam a Fluência nos Polímeros

O comportamento da fluência nos polímeros depende do tipo de material. Porém outros fatores como a temperatura, o meio atmosférico, o envelhecimento, a cristalinidade, o peso molecular [NICHOLSON *et al.* (2001)], a história térmica e mecânica [KLOMPEN (2005)], a utilização de cargas minerais no composto e as taxas de deformação podem também influenciar de maneira significativa o comportamento viscoelástico dos materiais poliméricos [KHAN & ZHANG (2001)]. Verifica-se na prática que a fluência depende da interligação de vários fatores relacionados, sendo que o estudo deste comportamento pode ser muito complexo. Desta maneira, apresenta-se neste capítulo, de forma simples e restrita, as características dos principais fatores que afetam a fluência nos polímeros. Alguns fatores apresentados neste capítulo não serão aplicados de maneira direta nos exemplos computacionais do capítulo 5, porém são necessários para escolha de quais variáveis são relevantes nos modelos numéricos dos exemplos apresentados.

3.1 TEMPERATURA

A temperatura é um fator fundamental nas propriedades viscoelásticas dos polímeros, pois tanto elastômeros como polímeros (termorígidos e termoplásticos) sofrem alterações em suas propriedades mecânicas com a variação da temperatura.

Segundo WARD e HADLEY (1993), de uma maneira geral a maioria dos polímeros apresentam mudanças significativas de comportamento na fase vítrea e borracha. Na fase vítrea, em temperaturas relativamente baixas, é esperada uma maior rigidez e alterações no armazenamento da energia elástica, com pequenos deslocamentos das moléculas em relação a suas posições de equilíbrio. Na fase borracha a elevadas temperaturas, as cadeias moleculares possuem considerável flexibilidade, e estão associadas a alterações nas conformações moleculares.

Teoricamente o comportamento viscoelástico de um polímero típico possui uma transição primária, com uma grande mudança no módulo de elasticidade E na transição vítrea T_g . Para os polímeros semicristalinos, modelo figura 3.2.b, esta mudança é significativamente menor que nos polímeros amorfos. Na prática existem várias transições de relaxação, chamadas transições secundárias que envolvem pequenas mudanças nos módulos de elasticidade, atribuídas a pequenos movimentos moleculares do material, como se observa na figura 3.1.

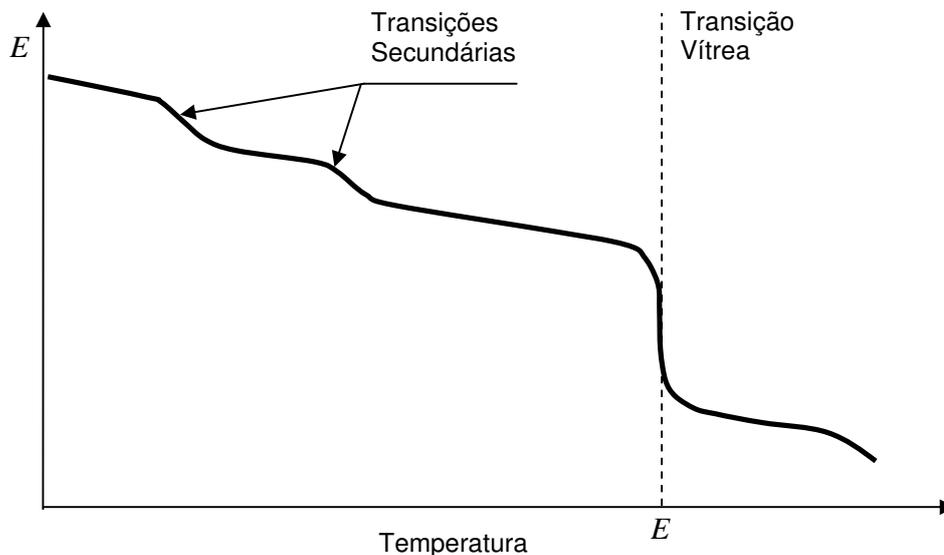


Figura 3.1 – Módulo de elasticidade E em função da temperatura, WARD e HADLEY (1993).

Segundo CALLISTER (1994), o estado cristalino existe em alguns polímeros, embora ocorra em moléculas ao invés de átomos, como se apresentam nos metais ou em materiais cerâmicos. Estruturas cristalinas podem ser especificadas em termos de células unitárias, que freqüentemente se estendem além das células unitárias em uma forma complexa, figura 3.2.a.

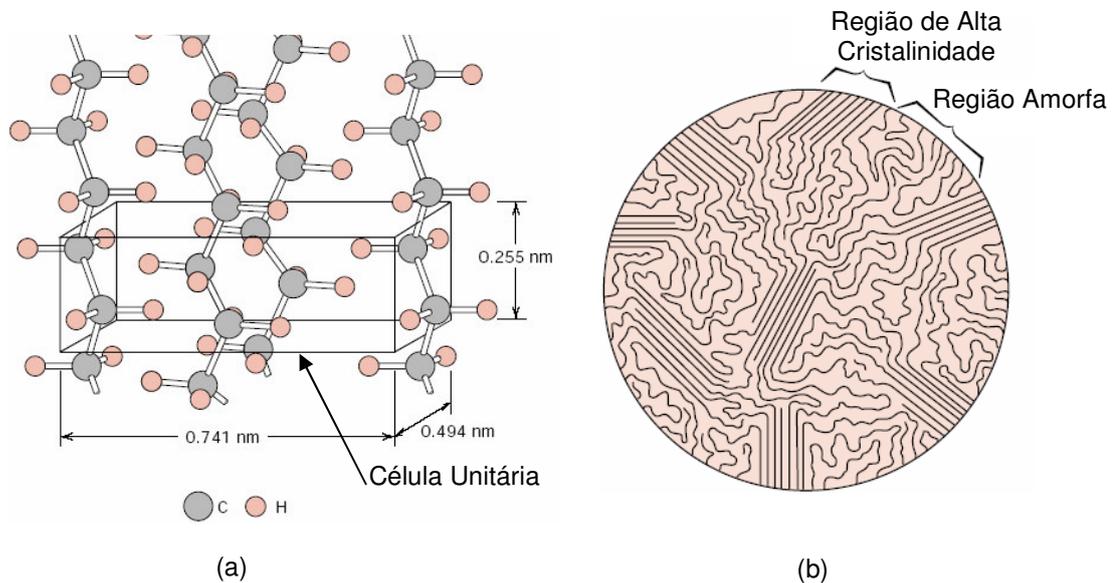


Figura 3.2 – (a) Arranjo molecular de uma célula unitária cristalina do polietileno (b) Modelo de um polímero semicristalino, CALLISTER (1994).

A definição de estrutura amorfa, segundo WARD e HADLEY (1993), caracteriza-se pela desordem das moléculas do polímero. Segundo CALLISTER (1994), em alguns casos pode-se encontrar polímeros parcialmente cristalinos, denominados semicristalinos, possuindo regiões cristalinas dispersas inseridas em um material amorfo, figura 3.2.b.

Na figura 3.3 observa-se a influência da temperatura no comportamento do módulo de relaxação em função do tempo para o material polimetil metacrilato (acrílico) nas temperaturas de 40 e 135 °C.

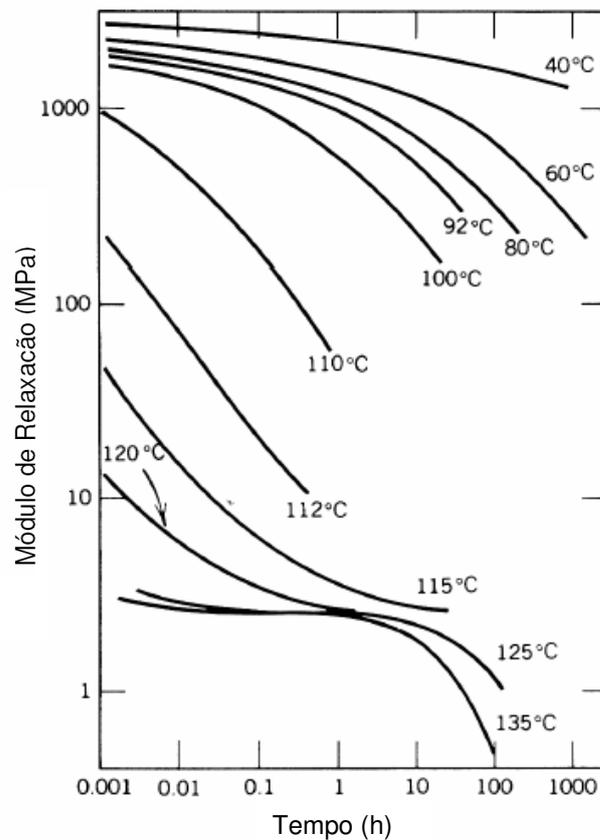


Figura 3.3 – Curvas logarítmicas do módulo de relaxação pelo tempo do polimetil metacrilato (acrílico) nas temperaturas de 40 e 135°, MCLOUGHLIN e TOBOLSKY (1952).

Onde o módulo de relaxação $E_r(t)$, é representado pela equação (2.1).

3.1.1 PRINCÍPIO DA EQUIVALÊNCIA TEMPO-TEMPERATURA

Uma das maneiras eficientes para se descrever o comportamento viscoelástico de polímeros é através da construção de curvas conhecidas como “equivalência tempo-temperatura”.

Segundo WARD e HADLEY (1993), através de curvas experimentais do comportamento viscoelástico para diversas faixas de temperatura, ao longo de um tempo comum, pode-se determinar uma curva teórica de comportamento viscoelástico, para um período de tempo além do que é tomado como referência e, a este rearranjo, denomina-se equivalência tempo-temperatura. A equivalência tempo-temperatura no comportamento viscoelástico é determinada a partir de um

fator de troca a_T . No gráfico logarítmico onde é plotada a função do módulo de fluência $J(t)$ ao longo do tempo, na figura 3.4 apresentada por WARD e HADLEY (1993), pode-se determinar o valor de a_T , que é igual a distância do tempo de T_1 a T_2 para o módulo de fluência $J(t)$ constante.

O módulo de fluência $J(t)$ que é dependente do tempo e pode ser representado pela equação (2.2), e é equivalente ao inverso do módulo de relaxação, equação (2.3).

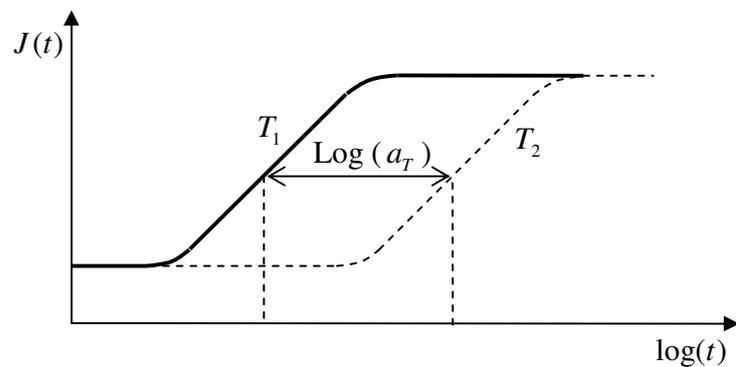


Figura 3.4 – Fator de troca a_T para as temperaturas T_1 e T_2 , WARD e HADLEY (1993).

A partir da figura 3.5, apresentada por WARD e HADLEY (1993), onde são representadas as curvas do módulo de fluência $J(t)$ de um mesmo material para diferentes temperaturas, pode-se construir uma curva principal onde é previsto o comportamento viscoelástico com a variável tempo extrapolada, figura 3.6.

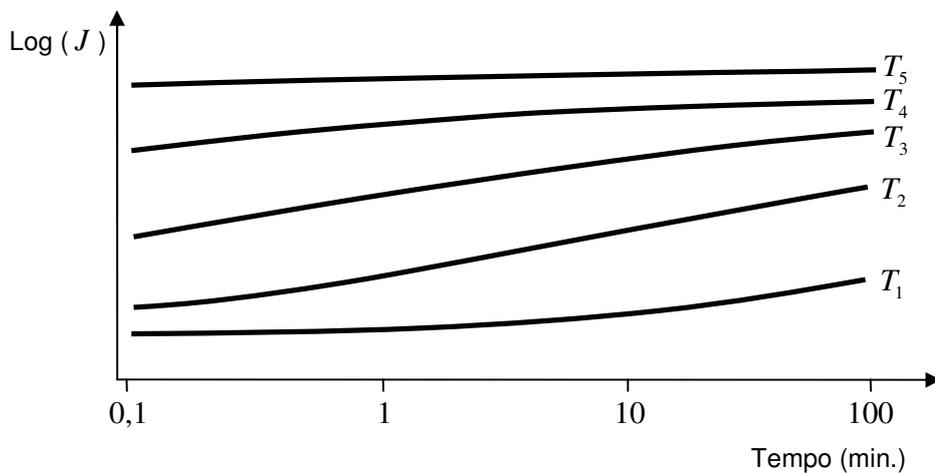


Figura 3.5 – Módulo de fluência para diferentes temperaturas, WARD e HADLEY (1993).

Com o rearranjo das curvas em diferentes temperaturas, deslocando-se as curvas correspondentes a T_2 e à T_5 da figura 3.5 no eixo horizontal, com o módulo igual ao fator de troca a_T , tem-se como resultado final uma única curva de comportamento viscoelástico na temperatura T_1 que é tomada como referência, relacionando-se o módulo de fluência $J(t)$ com o tempo, figura 3.6.

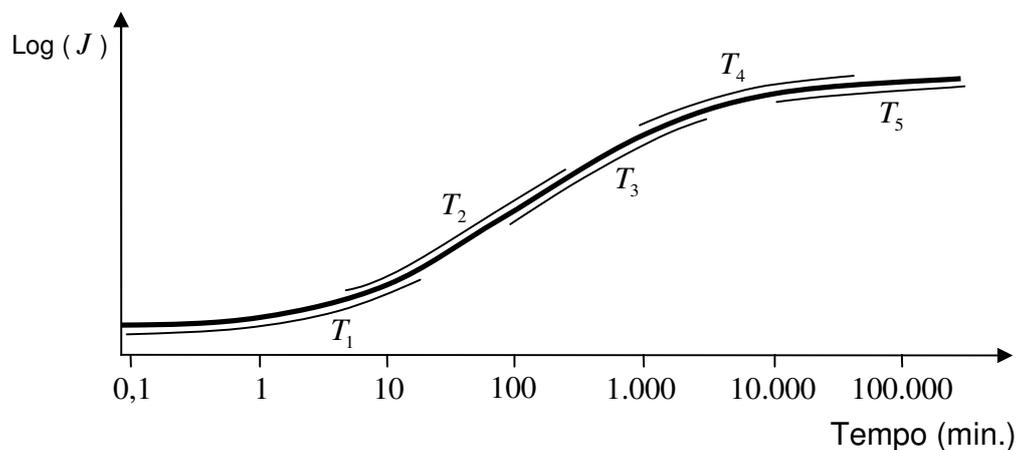


Figura 3.6 – Curva principal através dos componentes da figura 3.4, WARD e HADLEY (1993).

Caso seja necessária a construção de uma curva do módulo de fluência $J(t)$ com o tempo (t) para nova temperatura T qualquer, deve-se considerar um fator de troca a_T , para o rearranjo das tempo-temperatura, correspondente a esta nova temperatura.

3.1.2 EQUAÇÃO DE WILLIAMS-LANDEL-FERRY (WLF)

Segundo WARD e HADLEY (1993), para determinação do valor do fator de troca a_T de um polímero amorfo, e durante a transição vítrea, pode-se aplicar a equação de WILLIAMS-LANDEL-FERRY (WLF), dada pela equação (3.1).

$$\log(a_T) = \frac{C_1(T - T_s)}{C_2 + (T - T_s)} \quad (3.1)$$

onde C_1 e C_2 são constantes do material na temperatura de referência T_s , e T é a temperatura na qual se pretende obter o valor do fator de troca a_T . Os valores de T devem ser +/- 50°C em relação a temperatura de referência T_s .

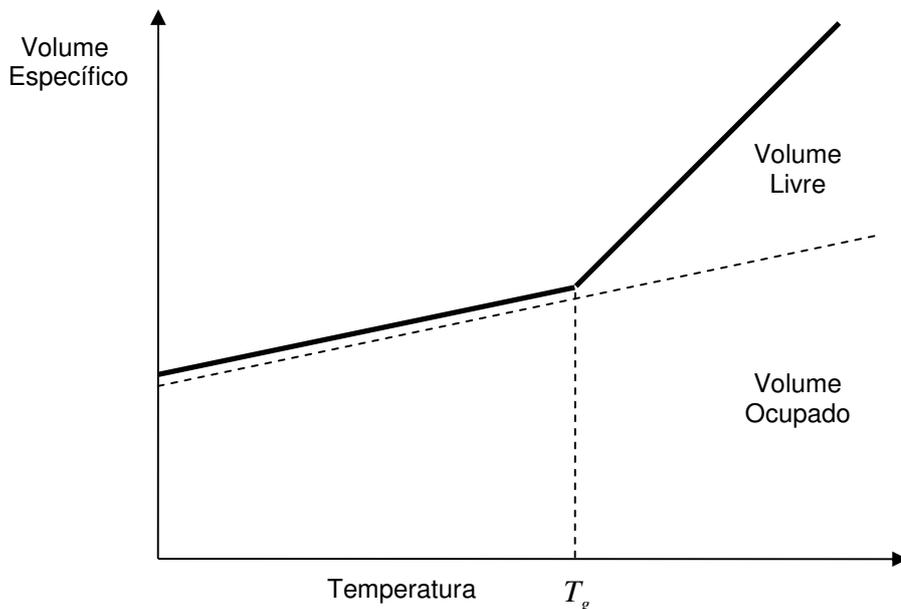


Figura 3.7 – Relação volume específico e temperatura de polímero amorfo típico

Como se observa na figura 3.7, ocorre variação do volume específico v do material na temperatura de transição vítrea T_g , bem como uma mudança significativa das propriedades mecânicas do polímero durante a passagem pela

temperatura de transição vítrea T_g [MATSUOKA (1997)]. As equações WLF utilizam-se da variação do volume específico v para associar esta variação com a mudança das propriedades viscoelásticas do material. A equação 3.2 é representada na figura 3.7 .

$$v_f = v - v_0 \quad (3.2)$$

Onde v_f é o volume específico livre, v é o volume específico total e v_0 é o volume específico ocupado.

A fração do volume livre f pode ser determinada pela equação (3.3)

$$f = f_g + \alpha_f (T - T_g) \quad (3.3)$$

onde, f_g é a fração do volume livre na temperatura de transição vítrea e α_f é o coeficiente de expansão do volume livre.

O coeficiente de expansão térmica do volume livre α_f tem como média universal o valor de $4,8 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1}$.

Considerando que a mudança das propriedades viscoelásticas dos polímeros ocorre pela mudança da viscosidade η que varia com a temperatura, e ignorando-se as mudanças no módulo de rigidez elástico E do material com a variação da temperatura, pode-se determinar o fator de troca tempo temperatura a_T pela a equação (3.4)

$$a_T = \frac{\eta_T}{\eta_{T_g}} \quad (3.4)$$

onde:

η_T é a viscosidade a uma dada temperatura

η_{T_g} é a viscosidade na temperatura de transição vítrea

Segundo WARD e HADLEY (1993) empregando-se a equação de viscosidade de DOOLITTLE (1951), que se baseia em dados experimentais, pode-se relacionar a viscosidade com o volume livre, equação (3.5)

$$\eta = a.e^{\left(\frac{b.v}{v_f}\right)} \quad (3.5)$$

onde a e b são constantes.

Substituindo-se a equação (3.4) em (3.5), a equação de viscosidade se transforma na equação (3.6).

$$\ln(a_T) = b \left\{ \frac{1}{f} - \frac{1}{f_g} \right\} \quad (3.6)$$

Substituindo-se a equação (3.3) na equação (3.6) tem-se a equação (3.7) que é a equação WLF.

$$\log(a_T) = \frac{(b/2.303.f_g)(T - T_s)}{f_g / \alpha_f + (T - T_s)} \quad (3.7)$$

O fração do volume livre na temperatura de transição f_g para maioria dos polímeros amorfos é $0,025 \pm 0,003$.

3.2 MEIO ATMOSFÉRICO

Um dos fatores que mais afetam o comportamento viscoelásticos dos materiais é o meio atmosférico no qual ele se encontra. Segundo BROSTOW e CORNELIUSSEN (1986), a razão pela qual os gases afetam o comportamento mecânico dos polímeros é que estes se plastificam como os líquidos orgânicos. Gases como N_2 , Ar, CO_2 , e CH_3 , dissolvem-se no polímero e enfraquecem a ligação de van der Waals. A magnitude do efeito enfraquecimento depende primariamente da concentração do gás em que o polímero é dissolvido.

Conforme apresentado pelo anuário da revista MODERN PLASTICS ENCYCLOPEDIA (1983-1984), a temperatura tem um profundo efeito sobre os mecanismos de ataques químicos. Elevando-se a temperatura elevam-se as taxas de reação, e ainda promove-se a expansão do polímero tornando-o ainda mais penetrável ou permeável, favorecendo-se desta maneira o aumento da degradação através do aumento da velocidade da reação química.

Na figura 3.8 pode-se observar o comportamento da deformação de fluência para um corpo de prova polimérico, poliestireno de alto impacto, submetido a uma tensão constante de 2250 psi (15,51 MPa) e exposto a diferentes meios.

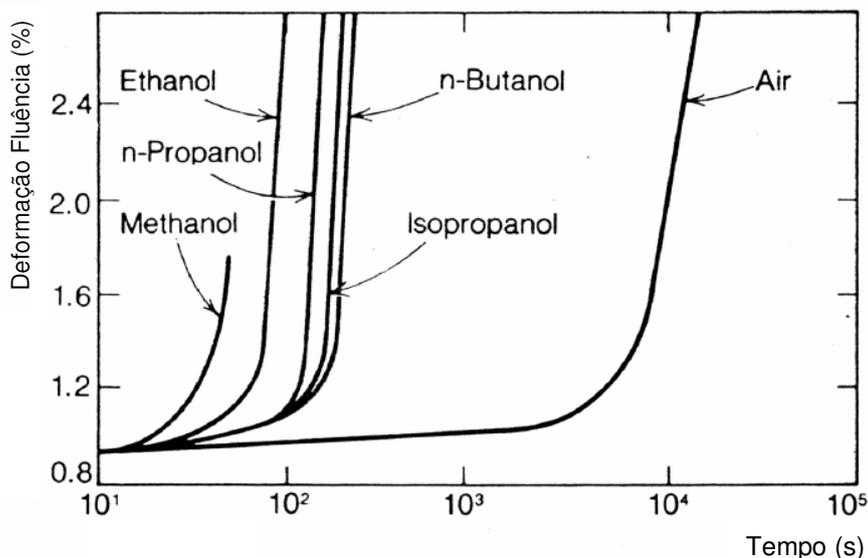


Figura 3.8 – Resistência química do poliestireno de alto impacto PSAl, deformação de fluência a 2250 psi (15,51 MPa), MODERN PLASTICS ENCYCLOPEDIA (1983-1984).

3.3 ENVELHECIMENTO

Outro fator relevante está relacionado ao envelhecimento do material. Segundo STRUIK (1978), BROSTOW e CORNELIUSSEN (1986), o envelhecimento físico é conhecido como uma propriedade inerente de materiais vítreos. Isto ocorre devido a um estado de desequilíbrio de congelamento durante o resfriamento do material, na passagem pela temperatura de transição vítrea T_g .

A conseqüência do envelhecimento é um processo de relaxação estrutural lento que induz a muitas mudanças nas propriedades do material; tais como redução dos valores de volume e entropia, tensão de escoamento, viscosidade e redução das taxas de fluência e relaxação.

A figura 3.9 apresentada por STRUIK (1978) mostra a influência do envelhecimento no módulo de fluência para um corpo de prova de PVC rígido a uma temperatura constante de 40°C.

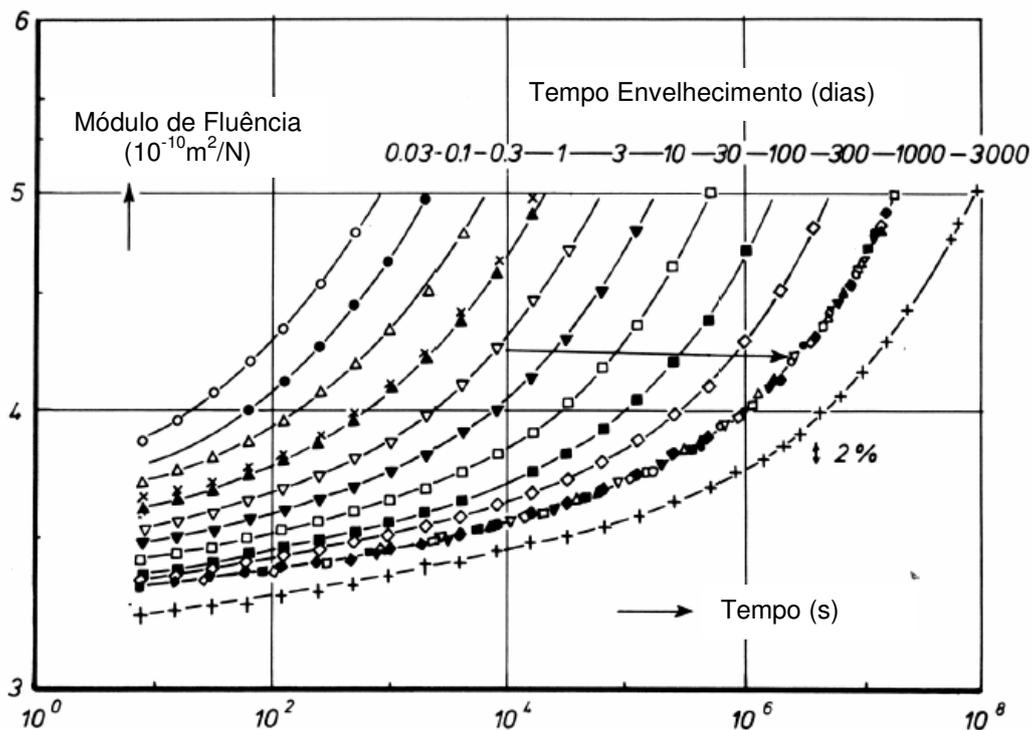


Figura 3.9 – Variação do módulo de fluência devido ao envelhecimento material PVC, STRUIK (1978).

Apesar de terem sido identificados fatores importantes que afetam o comportamento da fluência, nos exemplos que serão tratados neste trabalho, serão considerados apenas os efeitos da temperatura, além do nível de tensão aplicado.

4

Modelagem Matemática para o Fenômeno de Fluência

Neste capítulo serão apresentadas algumas funções que representam o comportamento mecânico da viscoelasticidade não linear através de operadores na forma de integrais, e como podem ser determinados os coeficientes para estas funções. Grande parte das funções que serão apresentadas neste capítulo foram pesquisadas na obra de FINDLEY, LAI e ONARAN (1989), onde foi desenvolvido um estudo bastante elaborado sobre a viscoelasticidade em polímeros.

O modelo matemático proposto por Findley surgiu em 1950, e ainda é empregado para estimar com precisão o comportamento mecânico dependente do tempo de sólidos poliméricos. Em várias referências literárias pesquisadas, [WARD e HADLEY (1993)], HORVATH (1998), BENNETT (2005), DUTTA (1998) e BANIK (2006), encontrar-se o modelo de Findley empregado para determinação do comportamento viscoelástico de polímeros.

4.1 FORMA INTEGRAL

No capítulo dois foram apresentados alguns modelos diferenciais, como os de Maxwell e Voigt-Kelvin generalizados, que procuram representar o comportamento de deformação e tensão para os materiais viscoelásticos, além deste tipo de operadores diferenciais em relação ao tempo, e dos modelos mecânicos associados mencionados anteriormente, as equações constitutivas da

viscoelasticidade linear e não linear podem ser descritas através da representação de um operador integral. Segundo FINDLEY, LAI e ONARAN (1989), qualquer curva pode ser aproximada por uma soma de séries de incrementos de carga. Sendo que, o módulo de fluência $J(t)$ representa a deformação de fluência resultante de uma unidade de tensão, a deformação $\varepsilon(t)$ de fluência no tempo pode ser representada pela Eq. (4.1).

$$\varepsilon(t) = \int_0^t J(t - \xi) \cdot \frac{\partial \sigma(\xi)}{\partial \xi} \cdot d\xi \quad (4.1)$$

onde:

ξ é um tempo arbitrário entre 0 e t

A Eq. (4.1) é denominada como integral hereditária, sugerida inicialmente por VOLTERRA (1909). A função núcleo da integral, $J(t - \xi)$ é a função que descreve o histórico de tensão dependente da deformação. Segundo ALFREY (1962) e GROSS (1953) a tensão de relaxação de um material viscoelástico linear pode ser representada de uma maneira similar à equação Eq. (4.1).

4.2 VISCOELASTICIDADE NÃO LINEAR

Como visto anteriormente no capítulo 2, para o caso dos materiais viscoelásticos lineares pode-se empregar o princípio da superposição de Boltzmann. Porém para o caso de materiais viscoelásticos não lineares deve-se desenvolver equações constitutivas que descrevam este comportamento.

Segundo KLOMPEN *et al.* (1999), a utilização do modelo de Maxwell adaptado a um fator dependente da tensão pode apresentar bons resultados para representação do comportamento da viscoelasticidade não linear. Porém, neste trabalho toma-se como objeto de estudo a teoria apresentada por FINDLEY *et al.* (1989).

4.2.1 VISCOELASTICIDADE NÃO LINEAR SOB CARREGAMENTO UNIAIXIAL

Seja o caso de um material viscoelástico não-linear sujeito aos carregamentos constantes apresentados na figura 4.1.

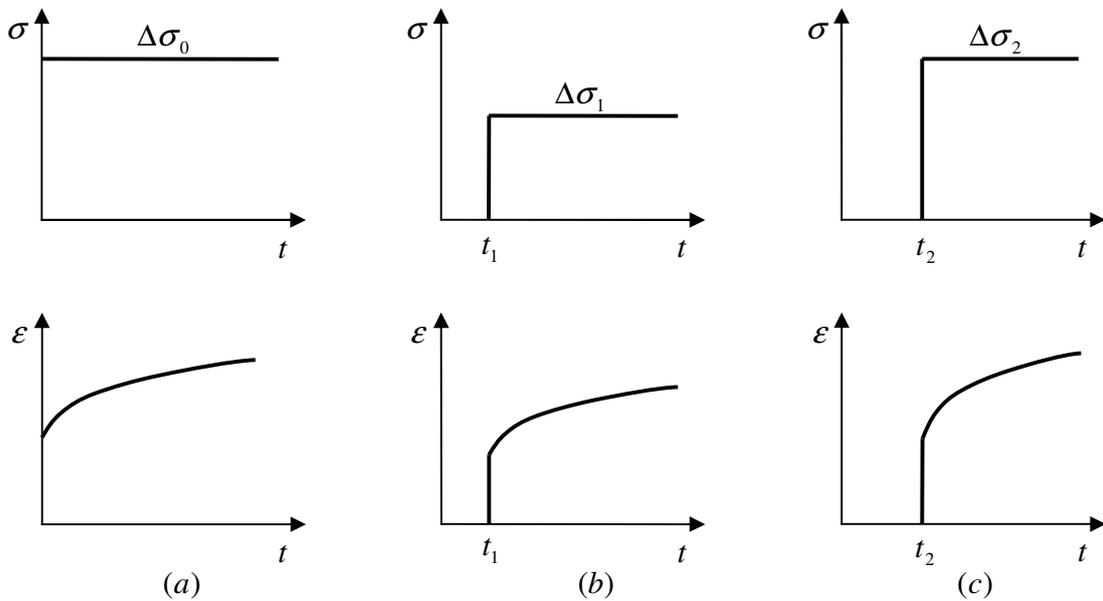


Figura 4.1 – Resposta de fluência para tensão aplicada em diferentes tempos [FINDLEY, LAI e ONARAN (1989)].

Pode-se, segundo FINDLEY, LAI e ONARAN (1989), empregar o polinômio (4.2) para descrever a deformação dependente do tempo resultante para alguns dos carregamentos da figura 4.1.

caso (a)

$$\epsilon_0(t) = (\Delta\sigma_0)\psi_1(t) + (\Delta\sigma_0)^2\psi_2(t) + (\Delta\sigma_0)^3\psi_3(t) + \dots \tag{4.2}$$

onde:

ψ_1, ψ_2 e ψ_3 são funções de comportamento de deformação do material dependentes do tempo.

A precisão da descrição do comportamento não-linear pode ser melhorada adicionando-se mais termos ao polinômio Eq.(4.2). Entretanto, experimentos com materiais poliméricos tem demonstrado que apenas três termos são suficientes

para uma aproximação adequada, WARD, ONAT (1963), ONARAN (1963) e FINDLEY (1944).

Para os casos apresentados neste trabalho serão considerados apenas termos de 1ª, 2ª e 3ª ordem.

Nos casos mostrados na figura 4.1.b e 4.1.c, onde as tensões $\Delta\sigma_1$ e $\Delta\sigma_2$ são aplicadas nos instantes $t = t_1$ e $t = t_2$ respectivamente, as repostas de deformação correspondentes em ambos os casos podem ser obtidas de acordo com as equações (4.3) e (4.4)

caso (b)

$$\begin{aligned} \varepsilon_1(t) &= (\Delta\sigma_1)\psi_1(t-t_1) + (\Delta\sigma_1)^2\psi_2(t-t_1) + (\Delta\sigma_1)^3\psi_3(t-t_1) + \dots \\ \varepsilon_1(t) &= 0 \text{ para } t < t_1 \end{aligned} \tag{4.3}$$

caso (c)

$$\begin{aligned} \varepsilon_2(t) &= (\Delta\sigma_2)\psi_1(t-t_2) + (\Delta\sigma_2)^2\psi_2(t-t_2) + (\Delta\sigma_2)^3\psi_3(t-t_2) + \dots \\ \varepsilon_2(t) &= 0 \text{ para } t < t_2 \end{aligned} \tag{4.4}$$

As funções ψ_1, ψ_2 e ψ_3 são idênticas em todos os casos a equação (4.2), onde t é substituído por $(t-t_1)$ e $(t-t_2)$, para os casos (b) e (c) da figura 4.1.

De acordo com as formulações mostradas anteriormente, considera-se como hipótese que a resposta do material devido à aplicação de uma tensão é exatamente a mesma para qualquer instante de tempo. Existem várias exceções, como no caso do cimento e dos materiais biológicos, pois, como visto anteriormente no capítulo 3, as propriedades viscoelásticas podem ser alteradas com o envelhecimento.

Considerando-se múltiplos passos de tensão em uma faixa não-linear como mostrado na figura 4.1, isto é, a soma dos casos (a), (b) e (c) simultaneamente, pode-se definir o comportamento de deformação através da superposição de

tensões das figuras 4.1.a, 4.1.b e 4.1.c . A deformação dependente do tempo no primeiro passo, entre $t=0$ e $t=t_1$, é exatamente igual a figura 4.1.a. No segundo passo, embora a tensão possa ser considerada como o somatório das figuras 4.1.a e 4.1.b, a deformação correspondente não é somente a soma direta dos termos das equações (4.2) e (4.3), mas também devem ser incluídos os produtos por conta da não linearidade do material, tal como segue:

$$\begin{aligned} \varepsilon(t) = & [(\Delta\sigma_0)\psi_1(t) + (\Delta\sigma_0)^2\psi_2(t,t) + (\Delta\sigma_0)^3\psi_3(t,t,t)] + [(\Delta\sigma_1)\psi_1(t-t_1) + (\Delta\sigma_1)^2 \\ & \cdot \psi_2(t-t_1,t-t_1) + (\Delta\sigma_1)^3\psi_3(t-t_1,t-t_1,t-t_1)] + [2(\Delta\sigma_0)(\Delta\sigma_1)\psi_2(t,t-t_1) + \\ & + 3(\Delta\sigma_0)^2(\Delta\sigma_1)\psi_3(t,t,t-t_1) + 3(\Delta\sigma_0)(\Delta\sigma_1)^2\psi_3(t,t-t_1,t-t_1)] \end{aligned} \quad (4.5)$$

$t_1 < t \leq t_2$

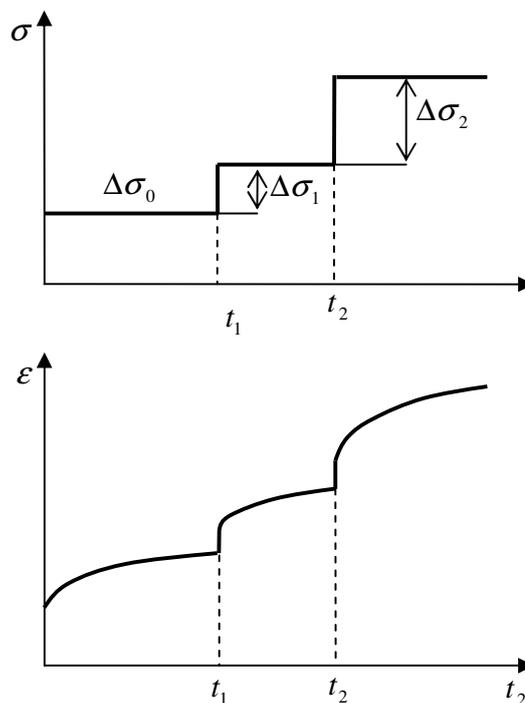


Figura 4.2 – Resposta de fluência para diferentes passos de carga [FINDLEY, LAI e ONARAN (1989)].

Na equação (4.4) o termo $(\Delta\sigma_2)^2$ pode ser considerado como a ação de dois elementos iguais a $(\Delta\sigma_2)$, sendo que cada termo tem um efeito sobre a função ψ_2 . Quando se consideram diferentes valores de tensão, como por exemplo $\Delta\sigma_0$ e

$\Delta\sigma_1$, utiliza-se mais que um parâmetro de tempo, sendo que a função pode ser influenciada por mais de uma tensão em diferentes tempos, como exemplo a função $\psi_2(t,t)$. De maneira similar as demais funções podem utilizar mais de um parâmetro de tempo, $\psi_3(t,t,t)$, $\psi_2(t-t_1,t-t_1)$ e $\psi_3(t-t_1,t-t_1,t-t_1)$.

4.2.2 COMPORTAMENTO VISCOELÁSTICO NÃO LINEAR SOB ESTADO MULTIAXIAL DE TENSÕES

Segundo FINDLEY, LAI e ONARAN (1989), a representação não linear uniaxial constitutiva pode ser aplicada para o estado multiaxial de tensões, empregando-se um conceito similar para aqueles adotados na derivação da relação constitutiva em materiais viscoelásticos lineares.

4.2.3 DESENVOLVIMENTO DE RELAÇÕES CONSTITUTIVAS NÃO LINEARES

Para maioria dos materiais poliméricos, “deformações superiores a um ou dois por cento exibem comportamento não linear” [FINDLEY, LAI e ONARAN (1989)]. Para esses casos é necessário o desenvolvimento de equações capazes de fornecer precisão na representação do comportamento viscoelástico.

Algumas equações são muito mais complexas que na teoria da viscoelasticidade linear. LEADERMAN (1943) propôs a generalização da equação linear conforme Eq. (4.6).

$$\varepsilon(t) = \varphi(0) \cdot \sigma(t) + \int_0^t F(t-\xi) \cdot \frac{\partial}{\partial \xi} \cdot f[\sigma(\xi)] \cdot d\xi \quad (4.6)$$

onde:

F é a função empírica do tempo

f é a função empírica da tensão

φ é o módulo independente do tempo

A Eq. 4.6 é uma equação constitutiva de um material viscoelástico não linear, porém não é suficiente generalizada para descrever o comportamento de todos os materiais.

Mais tarde GREEN, RIVLIN e SPENCER (1957) propuseram uma equação constitutiva generalizada para materiais não lineares, pela formulação de tensão de relaxação.

A equação constitutiva generalizada considera pequenos deslocamentos para materiais não lineares, onde se representa a relaxação, pode ser expressa pela Eq. (4.7)

$$\sigma_{ij}(t) = F_{ij} [\varepsilon_{pq}^t(\xi)] \quad (4.7)$$

Deste modo pode-se representar a deformação em termos da tensão por:

$$\varepsilon_{ij}(t) = G_{ij} [\sigma_{pq}^t(\xi)] \quad (4.8)$$

onde:

σ_{ij} são os componentes do tensor de tensão

ε_{pq} são os componentes do tensor de deformação

F_{ij} é o funcional da função de deformação

ε_{ij} são os componentes do tensor de deformação

σ_{pq} são os componentes do tensor de tensão

G_{ij} é o funcional da função de tensão

t é o tempo

ξ é um tempo qualquer entre 0 e t

4.3 FUNÇÕES DE COMPORTAMENTO VISCOELÁSTICO

O comportamento viscoelástico tem sido descrito por vários modelos mecânicos de molas lineares e amortecedores, tal como mencionado nos itens anteriores. Alguns modelos matemáticos, especialmente em função das potências do tempo, são capazes de descrever as características principais de comportamento de fluência de materiais viscoelásticos com razoável acurácia em estágios iniciais e ao longo do tempo de vida.

Na fig. 4.3 apresentada por FINDLEY e PETERSON (1958) é possível comparar o comportamento viscoelástico teórico proposto por cinco equações distintas de fluência e o comportamento retirado através de dados experimentais, para o caso particular da fluência de uma lona plástica laminada.

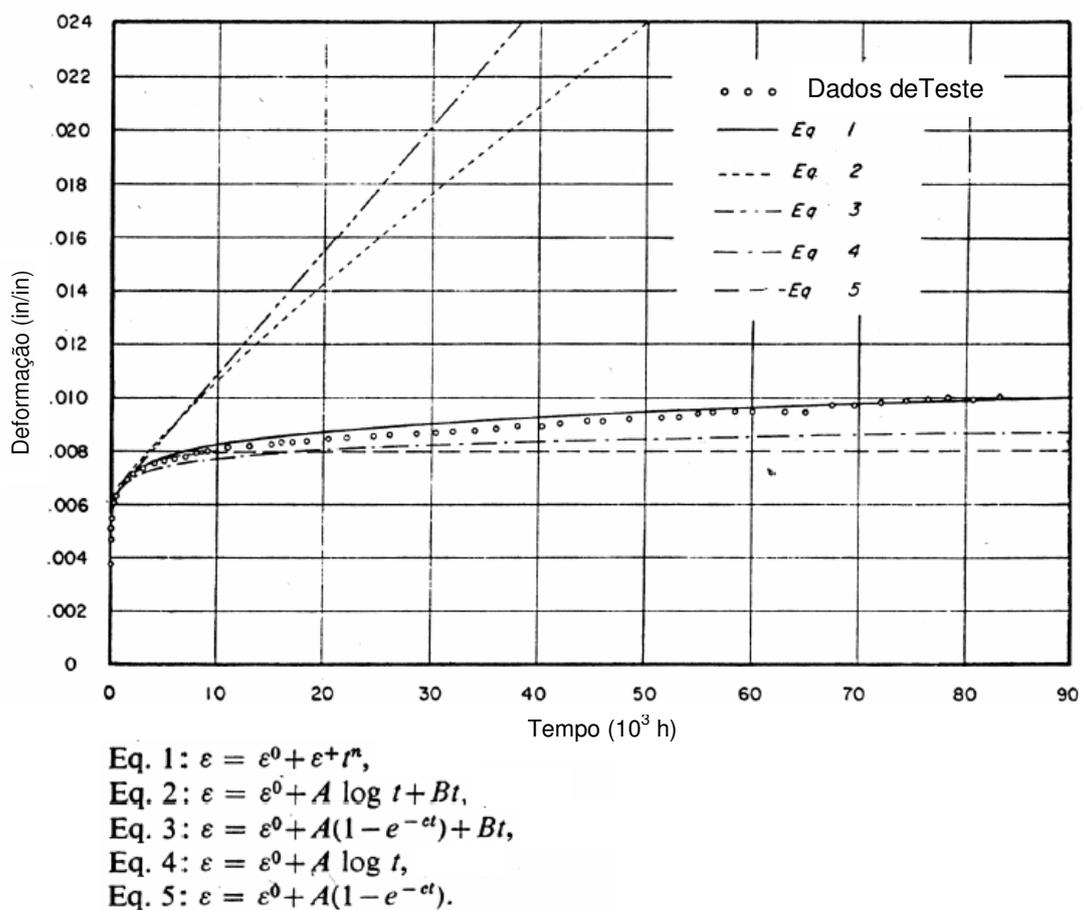


Figura 4.3 – Equações de fluência ao longo do tempo para lona plástica laminada nas 2000 horas iniciais, FINDLEY e PETERSON (1958).

A equação 2 da figura 4.3 foi proposta por LEADERMAN (1943) para o baquelite, equação (4.9)

$$\varepsilon = \varepsilon^0 + A.\log(t) + B.t \quad (4.9)$$

onde:

ε^0 , A e B são funções e coeficientes dependentes da tensão, temperatura e do material

Segundo FINDLEY, LAI e ONARAN (1989), equação 3 da figura 4.3 foi definida a partir do modelo de quatro elementos, modelo de Burgers, equação (4.10)

$$\varepsilon = \varepsilon^0 + A(1 - e^{-ct}) + B.t \quad (4.10)$$

onde:

ε^0 , A e B são funções e coeficientes dependentes da tensão, temperatura e do material e c é independente da tensão.

Na equação 1 da figura 4.3, para os materiais em que a resposta de fluência pode ser descrita por termos de deformação dependentes e não dependentes do tempo, a equação (4.11) tem encontrado boas repostas na descrição do comportamento de fluência para materiais viscoelásticos a tensão constante, equação de FINDLEY e PETERSON (1958).

$$\varepsilon = \varepsilon^0 + \varepsilon^+ .t^n \quad (4.11)$$

onde:

ε é a deformação total

ε^0 a deformação independente do tempo

ε^+ é a parcela de deformação dependente do tempo e da tensão

t a variável tempo

n é uma constante do material

A equação (4.11) apresenta precisão no comportamento de fluência de plásticos submetidos a tração, compressão, torção e tensões combinadas de tração e torção. Esta mesma equação (4.11), tem sido empregada para descrição do comportamento viscoelástico de diversos materiais plásticos, plásticos laminados, madeira, concreto e alguns metais [FINDLEY, LAI e ONARAN (1989)].

Segundo FINDLEY, LAI e ONARAN (1989), experimentos de fluência de longa duração, como, por exemplo, em alguns tecidos e folhas plásticas, foram descritos com razoável precisão pela equação (4.11) durante 2000h, sendo que os testes não foram interrompidos por quase 90.000h (mais de 10 anos) e a mesma função que descreveu o comportamento viscoelástico nas primeiras 2000h previu valores muito satisfatórios ao longo do final deste período.

Alguns estudos de longa duração utilizando PVC e polietileno empregam a equação (4.11) para previsão das 2.000 h e até 132.000 h (aproximadamente 16 anos). Nestes estudos o comportamento previsto possui valores muito próximos dos experimentos apesar de ainda ter a influência do envelhecimento para períodos tão longos de teste.

Outro tipo de equação de fluência é da lei das potências, Eq. (4.12), que tem sido usada amplamente por diversos autores para representar a relação entre tensão, deformação e tempo de materiais viscoelásticos não lineares.

$$\varepsilon_{cr} = k \cdot \sigma^p \cdot t^n \quad (4.12)$$

onde, ε_{cr} é a deformação de fluência e k , p e n são constantes do material.

4.3.1 DETERMINAÇÃO DAS FUNÇÕES NÚCLEO PARA TENSÕES BIAXIAIS CONSTANTES DE FLUÊNCIA

As equações de fluência, descritas anteriormente foram estabelecidas a partir de ensaios uniaxiais padronizados. Nos casos bi ou multiaxiais de tensões, outros ensaios são necessários para a perfeita caracterização dos materiais.

Para o caso de fluência biaxial nove variáveis K 's são suficientes para descrever as componentes de deformação biaxial ϵ_{11} , ϵ_{22} e ϵ_{12} . As constantes são determinadas a partir de um estado biaxial de tensão, através da combinação de carregamentos de tensão axial e torção.

As nove K 's são funções de tempo, $F_1, F_2, F_3, F_4, F_5, G_1, G_2, G_3$ e G_4 , e, para determinação destas funções, serão necessárias nove equações envolvendo valores experimentais com diferentes estados de tensão, e devendo ser resolvidas todas de maneira simultânea.

Para determinação das funções relacionadas às deformações normais, F_1, F_2, F_3, F_4 e F_5 , são utilizadas as equações (4.13), (4.14) e (4.15), e podem ser determinadas a partir de três ensaios de tensão axial, figura 4.4.a.

$$\epsilon_{11a}(t) = F_1\sigma_a + F_2\sigma_a^2 + F_3\sigma_a^3 \quad (4.13)$$

$$\epsilon_{11b}(t) = F_1\sigma_b + F_2\sigma_b^2 + F_3\sigma_b^3 \quad (4.14)$$

$$\epsilon_{11c}(t) = F_1\sigma_c + F_2\sigma_c^2 + F_3\sigma_c^3 \quad (4.15)$$

onde:

σ_a, σ_b e σ_c são valores experimentais de tensão, tração e compressão pura, e devem cobrir a faixa de tensão de interesse do estudo.

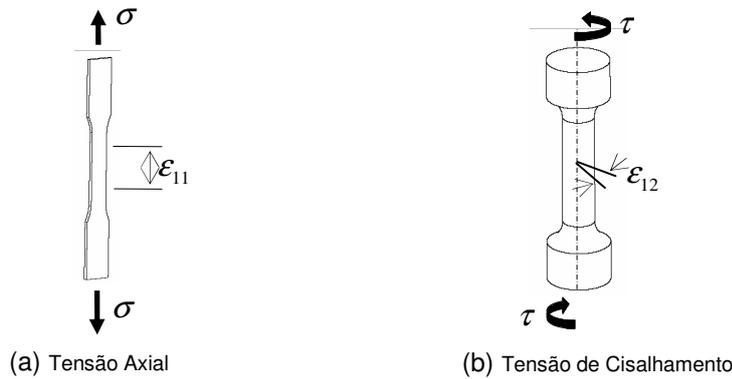


Figura 4.4 – Representação esquemática dos corpos de prova nos ensaios experimentais (a) Tensão axial (b) Tensão de cisalhamento.

Para determinação das funções relacionadas às deformações tangenciais, G_1 e G_2 , são utilizadas as equações (4.16) e (4.17), e podem ser determinadas a partir de dois ensaios de tensão de cisalhamento, figura 4.4.b.

$$\epsilon_{12a}(t) = G_1 \tau_a + G_2 \tau_a^3 \quad (4.16)$$

$$\epsilon_{12b}(t) = G_1 \tau_b + G_2 \tau_b^3 \quad (4.17)$$

onde:

τ_a e τ_b são valores experimentais de tensão tangencial, cisalhamento.

E finalmente para determinação das funções F_4 , F_5 , G_3 e G_4 , são relacionadas as tensões tangenciais e normais nas equações (4.18), (4.19), (4.20) e (4.21), que podem ser determinadas a partir das relações estabelecidas nos ensaios de tensão normal e tangencial comentados anteriormente.

$$\epsilon_{11c}(t) = F_1 \sigma_c + F_2 \sigma_c^2 + F_3 \sigma_c^3 + F_4 \sigma_c \tau_c^2 + F_5 \tau_c^2 \quad (4.18)$$

$$\epsilon_{11d}(t) = F_1 \sigma_d + F_2 \sigma_d^2 + F_3 \sigma_d^3 + F_4 \sigma_d \tau_d^2 + F_5 \tau_d^2 \quad (4.19)$$

$$\epsilon_{12c}(t) = G_1 \tau_c + G_2 \tau_c^3 + G_3 \sigma_c \tau_c + G_4 \sigma_c^2 \tau_c \quad (4.20)$$

$$\epsilon_{12d}(t) = G_1 \tau_d + G_2 \tau_d^3 + G_3 \sigma_d \tau_d + G_4 \sigma_d^2 \tau_d \quad (4.21)$$

onde:

τ_c e τ_d são valores experimentais de tensão tangencial, cisalhamento e σ_d valores experimentais de tensão normal.

Para determinação das funções núcleo, K 's, com termos dependentes e independentes do tempo pode-se utilizar as equações (4.13) a (4.21), determinando-se de maneira separada as parcelas dependentes e independentes do tempo.

5

Simulação Computacional de Problemas da Viscoelasticidade

5.1 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (MEF)

O MEF é um método aproximado que permite análises numéricas para problemas complexos com relativa precisão e velocidade. Esse método é empregado extensivamente na análise de sólidos, estruturas, na transferência de calor e fluidos, e é útil em vários campos das análises de engenharia.

Segundo BATHE (1996), o método dos elementos finitos atualmente é amplamente utilizado nas análises de engenharia, e é esperado que seu uso aumente de maneira significativa nos próximos anos.

O método dos Elementos Finitos consiste fundamentalmente num processo de discretização do meio contínuo que possui infinitos graus de liberdade, por um conjunto de elementos discretos, designados por elementos finitos, unidos entre si por pontos conhecidos como nós, ZIENKIEWICZ e TAYLOR (1989).

5.2 FORMULAÇÃO DO MEF PARA ANÁLISE DE FLUÊNCIA

A idéia básica do MEF em um modelo baseado em deslocamentos é representar os deslocamentos (u, v, w) dentro de um elemento por meio de uma interpolação dos deslocamentos nodais, equações (5.1), (5.2) e (5.3) [SAMPAIO (2004)].

$$u(x, y, z) = \sum_{j=1}^L N_j(x, y, z)u_i \quad (5.1)$$

$$v(x, y, z) = \sum_{j=1}^L N_j(x, y, z)v_i \quad (5.2)$$

$$w(x, y, z) = \sum_{j=1}^L N_j(x, y, z)w_i \quad (5.3)$$

onde:

N_j são as funções de interpolação associadas com os L nós do elemento

u_i são os valores nodais dos deslocamentos (x, y, z) , assim como $v(x, y, z)$ e $w(x, y, z)$ nas direções x , y e z , respectivamente

L são os graus de liberdade do elemento

Pode-se definir a taxa de deformação dentro do elemento como sendo:

$$\{\dot{\epsilon}(x, y, z)\} = [B(x, y, z)]\{\dot{\delta}\} \quad (5.4)$$

onde:

$\{\dot{\epsilon}\}$ é o vetor de componentes das taxas de deformação

$[B]$ é a matriz dos gradientes das funções de interpolação N_j

$\{\dot{\delta}\}$ é o vetor de velocidade nodal do elemento, Eq. (5.5)

$$\{\dot{\delta}\}^T = (\dot{u}_1, \dot{v}_1, \dot{w}_1, \dot{u}_2, \dot{v}_2, \dot{w}_2, \dots, \dot{u}_L, \dot{v}_L, \dot{w}_L) \quad (5.5)$$

Uma vez obtida a matriz $[B]$, que envolve os operadores diferenciais dos deslocamentos, pode-se determinar o vetor de taxa de forças nodais externas $\{\dot{R}\}^a$ por meio de:

$$\{\dot{R}\}^a = \sum_{ne} \int_{V^e} [B]^T \{\dot{\sigma}\} dV \quad (5.6)$$

onde:

$\{\dot{\sigma}\}$ é o vetor de taxa de tensões

O somatório na Eq 5.6 é feito sobre todos elementos que compõem a malha de elementos finitos.

Como o comportamento do material é descrito por um processo inelástico, pode-se decompor a taxa de deformação total $\dot{\epsilon}$ em uma taxa de deformação elástica $\dot{\epsilon}_e$, uma taxa de deformação por fluência $\dot{\epsilon}_c$. Desse modo, tem-se:

$$\{\dot{\epsilon}\} = \{\dot{\epsilon}_e\} + \{\dot{\epsilon}_c\} \quad (5.7)$$

onde:

$\{\dot{\epsilon}_c\}$ são as taxas de deformações de fluência e todas as variáveis são função do tempo t .

Assim, a taxa de deformação elástica e taxa de tensão podem ser relacionadas da seguinte forma:

$$\{\dot{\sigma}\} = [D].\{\dot{\epsilon}_e\} \quad (5.8)$$

onde:

$[D]$ é a matriz de elasticidade

$\{\dot{\sigma}\}$ é a taxa de tensão

Para materiais viscoelásticos, combinando-se as equações (5.7) e (5.8) a taxa de tensão é dada pela Eq. (5.9).

$$\{\dot{\sigma}\} = [D].(\{\dot{\epsilon}\} - \{\dot{\epsilon}_c\}) \quad (5.9)$$

As taxas de deformações de fluência são dadas por um vetor em função da tensão, da temperatura e de qualquer acúmulo de deformação inelástica, Eq.(5.10).

$$\{\dot{\epsilon}\} = \{f(\sigma, t, T)\} \quad (5.10)$$

Substituindo a Eq. (5.9) na Eq. (5.6) chega-se a um sistema de equações para as velocidades nodais $\{\dot{\delta}\}$ desconhecidas, Eq. (5.11).

$$[K].\{\dot{\delta}\} = \{\dot{R}\}^a + \{\dot{R}\}^c \quad (5.11)$$

onde:

$[K]$ é a matriz de rigidez, Eq. (5.12)

$\{\dot{R}\}^c$ é o vetor de taxa de forças nodais inelásticas iniciais, Eq. (5.13)

$$[K] = \sum_e \int_{V^e} [B]^T . [D] . [B] . dV \quad (5.12)$$

$$\{\dot{R}\}^c = \sum_e \int_{V^e} [B]^T . [D] . \{\dot{\epsilon}_c\} . dV \quad (5.13)$$

Enquanto $\{\dot{R}\}^a$ é dado pela Eq.(5.6), pode-se escrever a Eq. (5.11) também na forma incremental empregando-se para deslocamentos incrementais $\{\Delta\delta\}$ e tensões incrementais $\{\Delta\sigma\}$:

$$[K].\{\Delta\delta\} = \{\Delta R\}^a + \{\Delta R\}^c \quad (5.14)$$

De modo análogo, a Eq. (5.13) fica da seguinte forma:

$$\{\Delta R\}^c = \sum_e \int_{V^e} [B]^T . [D] . \{\Delta\epsilon_c\} . dV \quad (5.15)$$

Pode-se considerar que $[K]$ permanece constante quando são utilizados materiais que não variam suas propriedades com o tempo e também quando não forem considerados os efeitos de não linearidade da estrutura.

Vale mencionar que a fluência resulta invariavelmente numa análise não linear incremental iterativa e que, habitualmente, para resolver a Eq (5.14), emprega-se o método de Newton-Raphson.

O método de Newton-Raphson consiste num processo iterativo, onde, a cada passo de iteração as propriedades reológicas são atualizadas em função da deformação sofrida pelo material, conforme a lei proposta pelas equações (4.9), (4.10), (4.11) e (4.12) [OLIVEIRA (2004)].

A solução do fenômeno de fluência através do MEF pode ser dividida em duas fases. Primeiramente faz-se a análise elástica linear, onde são determinadas as deformações e tensões em cada nó dos elementos para o carregamento aplicado no instante inicial. Após isso, determinam-se as tensões equivalentes σ_E , como por exemplo a tensão de von Mises. Em seguida adota-se a tensão inicial σ_I igual a Eq. (5.16) para a primeira aproximação.

$$\sigma_I = \frac{2}{3} \cdot \sigma_E \quad (5.16)$$

O valor da tensão inicial σ_I é utilizado para calcular a deformação efetiva, conforme as leis das equações (4.9), (4.10), (4.11) e (4.12), montar a matriz de propriedades viscoelásticas do material $[D_T]$ e calcular a matriz de rigidez tangente $[K_T]$. E a partir desse instante a análise passa a ser de forma iterativa.

Neste processo, o que se faz é uma sucessão de aproximações lineares até que as leis constitutivas e as equações de equilíbrio e compatibilidade sejam satisfeitas com um certo erro dentro de um limite aceitável. A técnica consiste em determinar um vetor de forças nodais equivalentes determinado a partir da avaliação das tensões totais, denominado $\{F_i\}$ e comparar esse vetor de cargas externas $\{F_e\}$. A diferença entre os dois resultados é um vetor de forças residuais não balanceadas denominado $\{\Delta F\}$, resultado de uma falta de equilíbrio de forças

internas e externas, não satisfazendo por isso o Princípio do Trabalho Virtual (PTV). Esse vetor de forças $\{\Delta F\}$ é aplicado novamente à estrutura e o processo é repetido até que $\{\Delta F\}$ seja suficientemente pequeno, satisfazendo assim as condições de equilíbrio a um valor aceitável.

Quando o equilíbrio é alcançado,

$$\{\Delta F\} = \{F_e\} - \{F_i\} \cong 0 \quad (5.17)$$

O vetor de forças externas $\{F_e\}$ é dado pela Eq. (5.18)

$$\{F_e\} = \int_V [N]^T \cdot \{b\} dV + \int_S [N]^T \cdot \{T\} dS \quad (5.18)$$

onde:

$\{b\}$ é o vetor de forças de corpo

$[N]$ é a matriz das funções de interpolação

$\{T\}$ é o vetor de forças prescritas no contorno S

e o vetor de forças internas equivalentes $\{F_i\}$ é igual a Eq.(5.19)

$$\{F_i\} = \int_V [B]^T \cdot \{\sigma^i\} dV \quad (5.19)$$

onde:

$[B]^T$ é matriz de operadores diferenciais

$\{\sigma^i\}$ é o vetor de tensão correspondente a deformação atingida na i -ésima iteração $\{\epsilon^i\}$

$\{\Delta F^i\}$ o vetor de força residual no i -ésimo passo

A lei constitutiva que permite avaliar a tensão a partir da deformação é dada por:

$$\{\sigma\} = [D_T] \cdot \{\dot{\epsilon}\} \quad (5.20)$$

onde $[D_T]$ é a matriz de propriedade viscoelástica do material, obtida através da convergência das iterações da matriz tangente $[K_T]$

As forças internas podem ser avaliadas pelas Eq. (5.21) e Eq. (5.22).

$$\{\Delta F_i^i\} = [K_T^i] \cdot \{\Delta \dot{U}^i\} \quad (5.21)$$

$$[K_T] = [K] = \int_V [B]^T \cdot [D]^T \cdot [B] \cdot dV \quad (5.22)$$

onde:

$\{F_i^i\}$ é o vetor de forças internas na i-ésima iteração;

$[K_T^i]$ é a matriz de rigidez tangente na i-ésima iteração;

$\{\dot{U}^i\}$ é o vetor de deformação nodal na i-ésima iteração.

Para a solução do processo não linear, uma das formas de solução consiste no método clássico de Newton-Raphson (NR), no qual uma nova matriz de rigidez é calculada a cada iteração, levando-se em consideração as novas características do material. Isso implica num maior esforço computacional necessário para a montagem e atualização da matriz de rigidez elementar, em função da matriz tangente D_T que depende das deformações efetivas em cada nó do elemento, para a partir deste momento, formar a matriz global, figura 5.1.

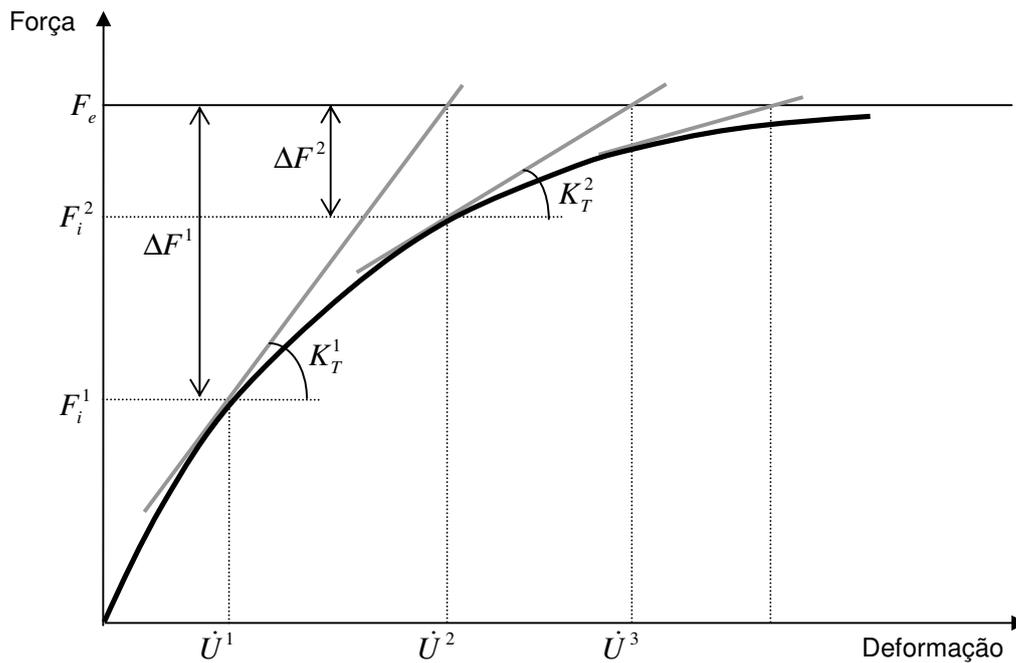


Figura 5.1 – Convergência pelo método de Newton-Raphson.

O método da Rigidez Constante, ou mais conhecido como, método de Newton-Raphson Modificado (NRM), apresenta uma vantagem em relação ao método anterior, pois o custo computacional passa a ser reduzido, uma vez que neste caso a matriz de rigidez tangente é calculada apenas na primeira iteração e mantida constante durante todo o processo, até que se atinja o equilíbrio. Porém deve-se ressaltar que existe uma desvantagem entre o NRM em relação ao NR convencional, pois, apresenta uma convergência mais lenta, necessitando de mais iterações para convergir. Em determinados casos onde se tem uma não linearidade muito acentuada, é utilizada uma combinação dos dois métodos. Neste caso a matriz de rigidez é atualizada apenas na primeira iteração de cada incremento de tempo. A figura 5.2 mostra a convergência do NRM.

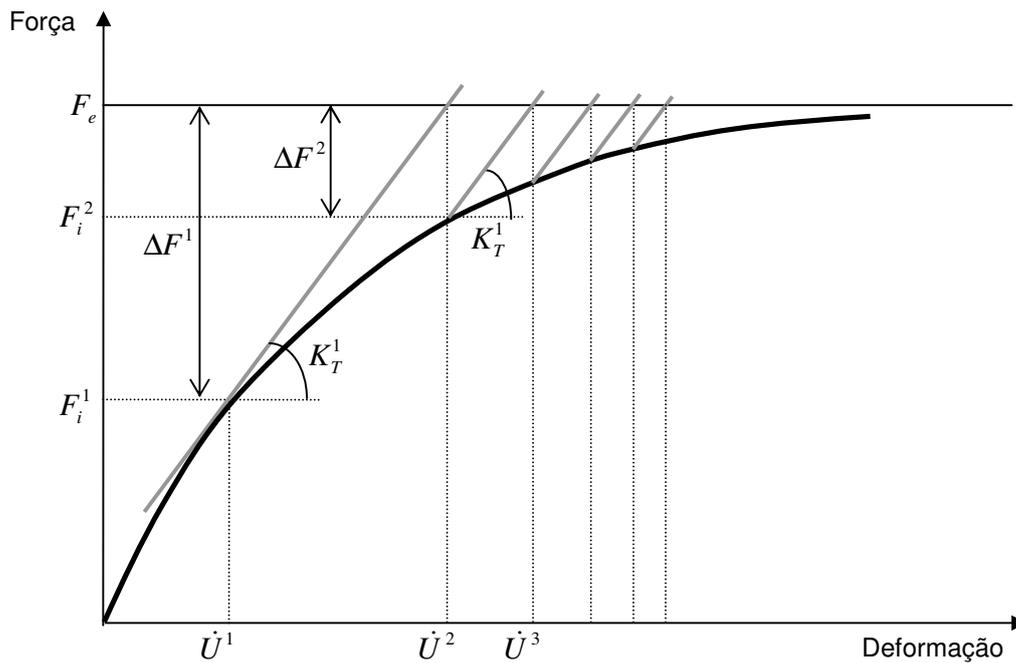


Figura 5.2 – Convergência pelo método de Newton-Raphson Modificado.

Empregando-se as técnicas descritas anteriormente a forma de obtenção da solução não linear para o problema de fluência será descrita a seguir:

a – Para primeira iteração deve-se adotar um valor inicial de tensões σ_t , tal como indicado na Eq. (5.16) e montar a matriz de propriedades viscoelásticas do material $[D_T]$. Esta matriz será a mesma utilizada para montar a matriz de rigidez de todos os elementos (no caso de um meio homogêneo).

b – Resolve-se o novo sistema Eq. (5.23) para a determinação das novas deformações associadas a esta condição do material

$$[K_T^i] \cdot \{\Delta \dot{U}^i\} = \{\Delta F^i\} = \{F_e\} - \{F_i^i\} \quad \text{Eq. (5.23)}$$

c - Utilizando as equações (4.9), (4.10), (4.11) ou (4.12), avalia-se a matriz $[D_T]$ em cada ponto de integração do elemento, considerando as deformações efetivas de fluência ε_e^c calculadas segundo a equação (5.24) [KRAUS (1980)], formando-se a matriz de rigidez elementar que é armazenada na matriz de rigidez global do modelo.

$$\varepsilon_e^c = \sqrt{\frac{4}{3} \cdot I_2} \quad \text{Eq.(5.24)}$$

$$I_2 = \frac{\varepsilon_{ij}^c \cdot \varepsilon_{ij}^c}{2} \quad \text{Eq.(5.25)}$$

onde, I_2 é o segundo invariante do tensor de deformação

d – Com esta nova taxa de deslocamento, calcula-se a deformação associada, as deformações efetivas a matriz $[D_T]$ retomando-se ao procedimento b até convergir o processo. A convergência é obtida quando:

$$|\Delta U^i| \leq tol_1 |U^i| \quad \text{Eq.(5.26)}$$

$$|\Delta F^i| \leq tol_2 |F_e^i| \quad \text{Eq.(5.27)}$$

onde, tol_1 e tol_2 são limites de tolerâncias preestabelecidos para o processo de iteração.

e – Avalia-se o valor das tensões nodais e toma-se o cuidado de montar a matriz $[D_T]$ considerando a deformação da iteração anterior.

5.3 ASPECTOS DA MODELAGEM COMPUTACIONAL

As aplicações numéricas que serão a seguir apresentadas servem para ilustrar a aplicação da metodologia de análise viscoelástica e mostrar a influência das deformações por fluência nas repostas das estruturas poliméricas.

Serão apresentados três casos presentes na indústria, em que é possível visualizar o fenômeno de fluência.

Caso 1 – Consiste numa simulação numérica do ensaio de fluência de um polímero, onde se adotou a mesma geometria utilizada em corpos de prova para polímeros submetidos a tração. Neste exemplo procurou-se comparar os resultados encontrados numericamente com os valores reais fornecidos pela literatura. Procurou-se também avaliar a influência do número de sub passos de carga, o número de elementos da malha na resposta numérica do modelo. Este exemplo serve de referência, para comparação do comportamento de deformação entre os valores experimentais, e os resultados encontrados com a metodologia utilizada para análise viscoelástica.

Caso 2 – Trata-se de um exemplo de um vaso de pressão elíptico metálico, submetido a uma pressão interna constante. Compara-se a variação da tensão ao longo do tempo nas superfícies interna e externa do modelo com uma referência encontrada na literatura, levando-se em consideração o comportamento viscoelástico do material.

Caso 3 – Trata-se de um exemplo típico encontrado na indústria, a estocagem de um eletrodoméstico, uma lavadora de roupas, cujo comportamento viscoelástico pode determinar a maneira como o produto é armazenado. Na estocagem dos eletrodomésticos, o número de produtos empilhados representa uma carga estática capaz de provocar deformações permanentes nas laterais do topo plástico do produto. Procura-se investigar a importância da resposta viscoelástica na deformação lateral do produto. Neste caso, além dos fatores de tensão e tempo,

também considera-se a temperatura ambiente como um fator de influência na deformação por fluência.

O material considerado neste exemplo é um polímero com carga mineral, a geometria para este componente representa uma modelagem numérica trabalhosa, devido ao grande número de elementos para geração da malha deste modelo.

5.3.1 CARACTERÍSTICAS DO SOFTWARE EMPREGADO

Para criar-se a representação geométrica dos modelos selecionados empregou-se o programa CATIA V5, a partir do qual mais tarde estes modelos foram exportados para o programa ANSYS 10.0. No ambiente do software de análise numérica, ANSYS 10.0, foram definidas as condições de contorno, propriedades dos materiais, tipos de análises e respostas de interesse.

As deformações de um modelo viscoelástico apresentam semelhança ao comportamento de um material vítreo ou similar, os quais tornam-se fluidos viscosos à alta temperatura, mas comportam-se como sólidos a baixas temperaturas. No ambiente do programa ANSYS 10.0, para definir-se um modelo de comportamento viscoelástico do material, não dependente da tensão, são oferecidas três opções de entrada de dados no menu principal (*main menu*) no modelo de material (*material model*):

- Adequação de Curva (*Curve Fitting*)
- Modelo de Maxwell (*Maxwell*)
- Séries de Prony (*Prony*)

Para a viscoelasticidade dependente da tensão, o programa ANSYS 10.0 oferece treze equações de fluência, e uma opção de customização para uma equação específica que pode ser programada pelo usuário. Para o foco do presente trabalho, em que se observa a fluência primária dependente da tensão, do tempo

e da temperatura, são oferecidas duas equações de deformação por fluência, conhecidas respectivamente como equação modificada de endurecimento com o tempo (*modified time hardening*) e equação generalizada do endurecimento com o tempo (*generalized time hardening*), mostradas na tabela 5.1.

Creep Model (Modelo Fluência)	Name (Nome)	Equation (Equação)	Type (Tipo)
6	Modified Time Hardening	$\epsilon_{cr} = C_1 \sigma^{C_2} t^{C_3+1} e^{-C_4/T} / (C_3 + 1)$	$C_1 > 0$ Primary (Primário)
13	Generalized Time Hardening	$\epsilon_{cr} = f t^r e^{-C_6/T}$ $f = C_1 \sigma + C_2 \sigma^2 + C_3 \sigma^3$ $r = C_4 + C_5 \sigma$	Primary (Primário)

Tabela 5.1 – Algumas das equações de fluência oferecidas ao usuário pelo programa ANSYS 10.0.

Seguindo o modelo de Findley Eq. (4.11), o comportamento mecânico viscoelástico pode ser representado pela soma de duas parcelas, de deformação instantânea mais a viscosa dependente do tempo. A parcela de deformação instantânea, ou deformação elástica, pode ser definida no menu principal (*main menu*) nos modelos de materiais (*materials models*) do programa [MOAVENI (1999)]. Em todos exemplos mostrados deste trabalho utilizou-se o modelo elástico linear isotrópico. Para definição da parcela de deformação viscosa dependente do tempo do modelo numérico, foram adotados dois modelos de fluência representados na Tabela 5.1.

A deformação total dada pela deformação elástica e de fluência do modelo numérico representam a equação de Findley, Eq. (4.11).

As propriedades viscoelásticas dos materiais poliméricos são retiradas de testes experimentais, onde fatores como a temperatura e a umidade são constantes ao longo do tempo. Desta maneira para análises transientes, com variação de temperatura, pode-se empregar essas propriedades dos materiais em temperaturas específicas e realizar uma interpolação linear oferecida pelo programa, através da entrada de dados de propriedades constitutivas de dois limites de temperatura conhecidos.

O programa ANSYS 10.0 oferece diversos elementos apropriados de cálculo de fluência, cujas características podem ser verificadas através da consulta à descrição do elemento em características especiais (*special features*). Para as análises no estado plano de tensões, itens 5.3.2 e 5.3.3, adotou-se o elemento plano, PLANE 183, mostrado na figura 5.3, cuja interpolação é quadrática.

Figure 183.1 PLANE183 Geometry

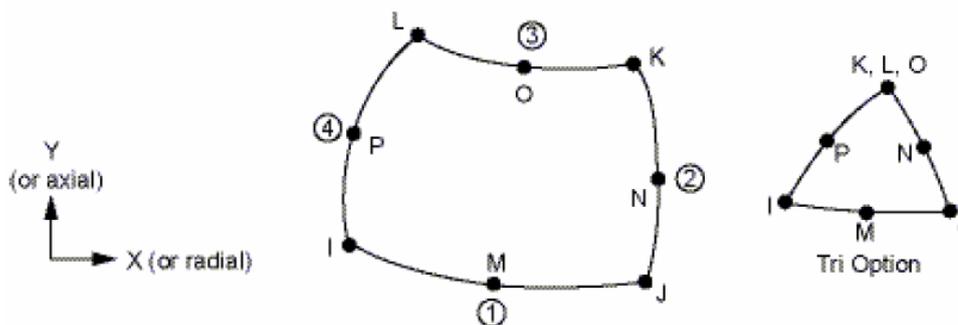


Figura 5.3 – Elemento plano PLANE 183 empregado nas análises de axi-simetria e de estado plano de tensões, ANSYS.

No item 5.3.4 adotou-se um elemento tridimensional de casca, SHELL 181, mostrado na figura 5.4, que possui um comportamento de deslocamento linear.

Figure 181.1 SHELL181 Geometry

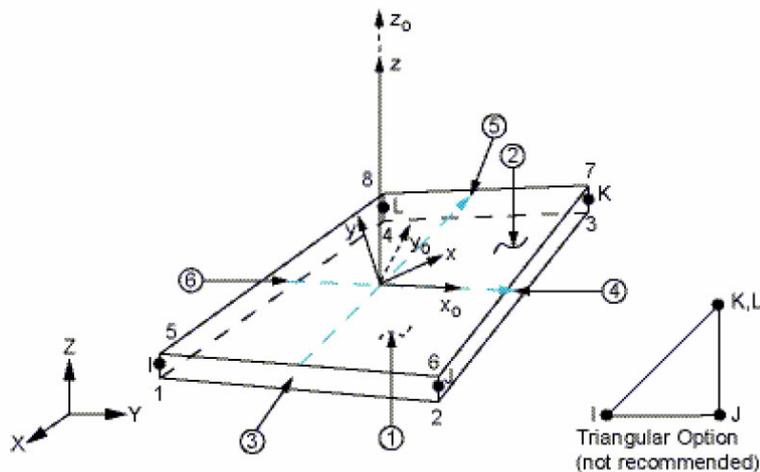


Figura 5.4 – Elemento tridimensional de casca SHELL 181 empregado na análise de fluência .

O elemento de casca SHELL 181 utilizado no *software* ANSYS é um elemento de até quatro nós com seis graus de liberdade em cada nó: translação nas direções x, y e z, e rotação nos eixos x, y e z, uma descrição mais detalhada do elemento de casca adotado pode ser observada no anexo 2.

5.3.2 EXEMPLO DE UM CORPO DE PROVA POLIMÉRICO SUBMETIDO A TRAÇÃO

No exemplo de um corpo de prova compara-se o comportamento dos resultados obtidos com os resultados encontrados na literatura, MODERN PLASTICS ENCYCLOPEDIA (1983-1984), a partir de ensaios experimentais de tração. Utilizaram-se três faixas de tensão ao longo de 1000h.

O material polimérico escolhido para análise foi o polipropileno com os módulos de relaxação E_r conforme tabela 5.2, referência do fabricante Pro-Fax 6423 e 6523. Trata-se de um homopolímero¹ sem adição de carga mineral utilizado para injeção. Como não se encontrou na referência utilizada todas as propriedades do material necessárias para análise, adotou-se o módulo de elasticidade $E = 1,6 \times \text{GPa}$ e o coeficiente de Poisson $\nu = 0,35$.

Temperatura 20°C						
	Er (GPa)					
Tempo (h)	1	10	30	100	300	1000
Tensão (MPa) 3,4	1,03	0,79	0,70	0,60	0,52	0,46
Tensão (MPa) 6,9	0,87	0,65	0,57	0,50	0,44	0,39
Tensão (MPa) 10,3	0,72	0,53	0,46	0,40	0,36	0,32

Tabela 5.2 – Módulos de relaxação experimental, material polipropileno Pro-Fax 6423 para temperatura de 20°C, MODERN PLASTICS ENCYCLOPEDIA (1983-1984).

¹ O termo homopolímero significa que a cadeia molecular do polímero é composta em sua maioria por moléculas idênticas. Um copolímero, entretanto, é composto por diferentes tipos de moléculas conectados aleatoriamente ao longo da cadeia. Cadeias homopoliméricas são mais compactas. Comparadas aos copolímeros, tem uma maior temperatura de fusão, melhor estabilidade, uma maior resistência à flexão e uma maior dureza superficial.

A geometria do corpo de prova adotado pode ser observada na figura 5.5.

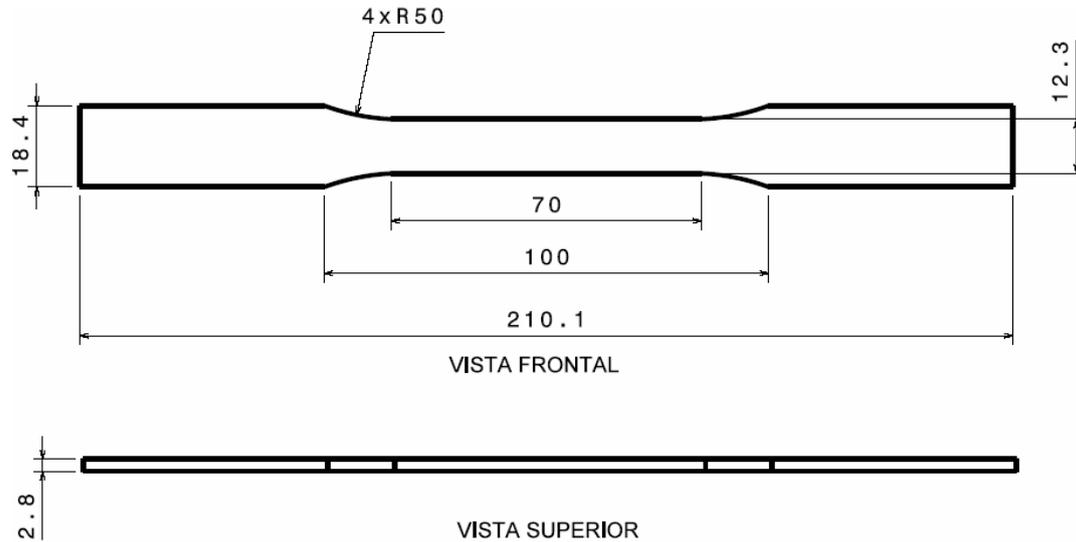


Figura 5.5 – Geometria do corpo de prova adotado na análise numérica, dimensões em mm.

Para análise numérica de fluência, adotou-se a formulação de fluência primária denominada como *Generalized Time Hardening* (Equação Generalizada de Endurecimento com o Tempo) disponível no programa ANSYS 10.0, equação (5.28)

$$\epsilon_{cr} = f \cdot t^r \cdot e^{\frac{-c_6}{T}} \quad (5.28)$$

$$f = C_1 \cdot \sigma + C_2 \cdot \sigma^2 + C_3 \cdot \sigma^3 \quad (5.29)$$

$$r = C_4 + C_5 \cdot \sigma \quad (5.30)$$

onde:

ε_{cr} é a deformação de fluência

f é a função de interpolação de tensão para viscoelasticidade não linear

t é o tempo

r é a função expoente da curva de fluência

σ é a tensão

C_1 é constante do material, função núcleo

C_2 é constante do material, função núcleo

C_3 é constante do material, função núcleo

C_4 é constante do material, função núcleo

C_5 é constante do material, função núcleo

Para determinação das constantes da função de deformação de fluência C_1, C_2, C_3, C_4 e C_5 da Eq. (5.29) foram empregadas as Eq. 4.13, 4.14 e 4.15, sugeridas por FINDLEY, LAI e ONARAN (1989), onde se encontraram:

$$C_1 = -5.95842226621e-12$$

$$C_2 = 8.07873241694e-17$$

$$C_3 = -5.33126656737e-25$$

$$C_4 = 0,240838117101$$

$$C_5 = -6,66665797101e-9$$

Na determinação dos coeficientes viscoelásticos, necessários para definição da função de fluência, são admitidos pelo software ANSYS quatro algarismos significativos após a vírgula com a possibilidade de utilização da notação científica mínima igual a 1.0E-60, valores inferiores a este número são considerados iguais a nulo. Deve-se observar a magnitude reduzida dos coeficientes de C_1 a C_5 (com exceção a C_4), aparentemente pode-se se imaginar que por serem pequenos, a

influência desses coeficientes é desprezível. Mas, do ponto de vista da deformação lenta, tais valores produzem respostas significativas.

Inicialmente o modelo do corpo de prova analisado utilizou uma malha composta de elementos quadriláteros, PLANE 183 figura 5.3, no estado plano de tensão, num total de 359 elementos, aplicou-se um carregamento nodal de força e deslocamento nas extremidade do corpo de prova, como mostra a figura 5.6.

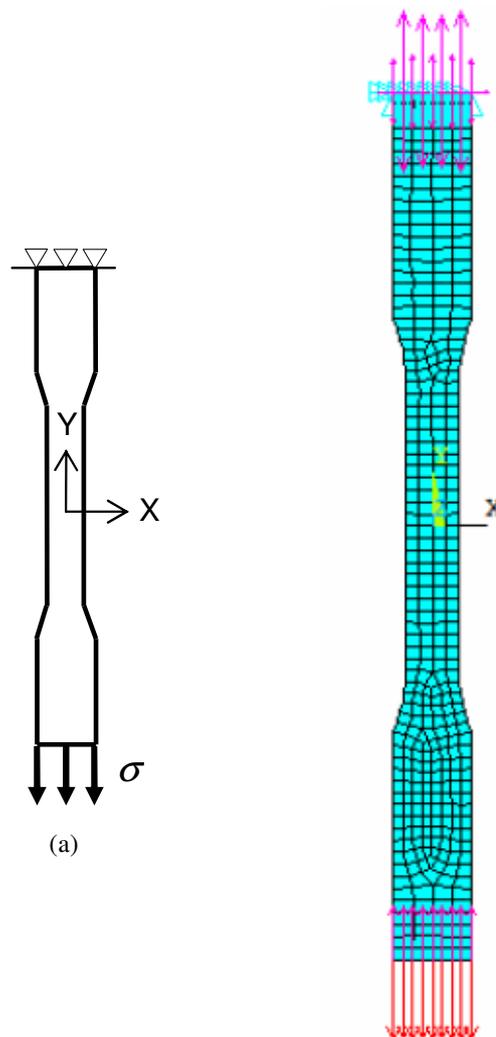


Figura 5.6 – (a) Representação das condições de contorno do corpo de prova (b) Detalhe da malha e das condições de contorno utilizada no modelo numérico.

Para escolha da geometria do elemento da malha, foram comparados os resultados de deformação de fluência do corpo de prova com malhas de

elementos finitos compostas por elementos triangulares e quadriláteros, obtendo-se resultados iguais entre eles (deformação do corpo de prova no ponto O para tensão de 6,9MPa, após 1000h, igual a 0,01394). Neste exemplo optou-se então por elementos quadriláteros.

A partir dos dados de propriedades mecânicas, da geometria e da determinação da função de fluência, vistos anteriormente, simulou-se os corpos de prova submetidos ao ensaio de tração nas faixas de 3,4 , 6,9 e 10,3 MPa constantes no período total de 1000h conforme indicado na tabela 5.2. Na figura 5.7 pode-se observar a distribuição da deformação de fluência na de tensão de 10,3MPa.

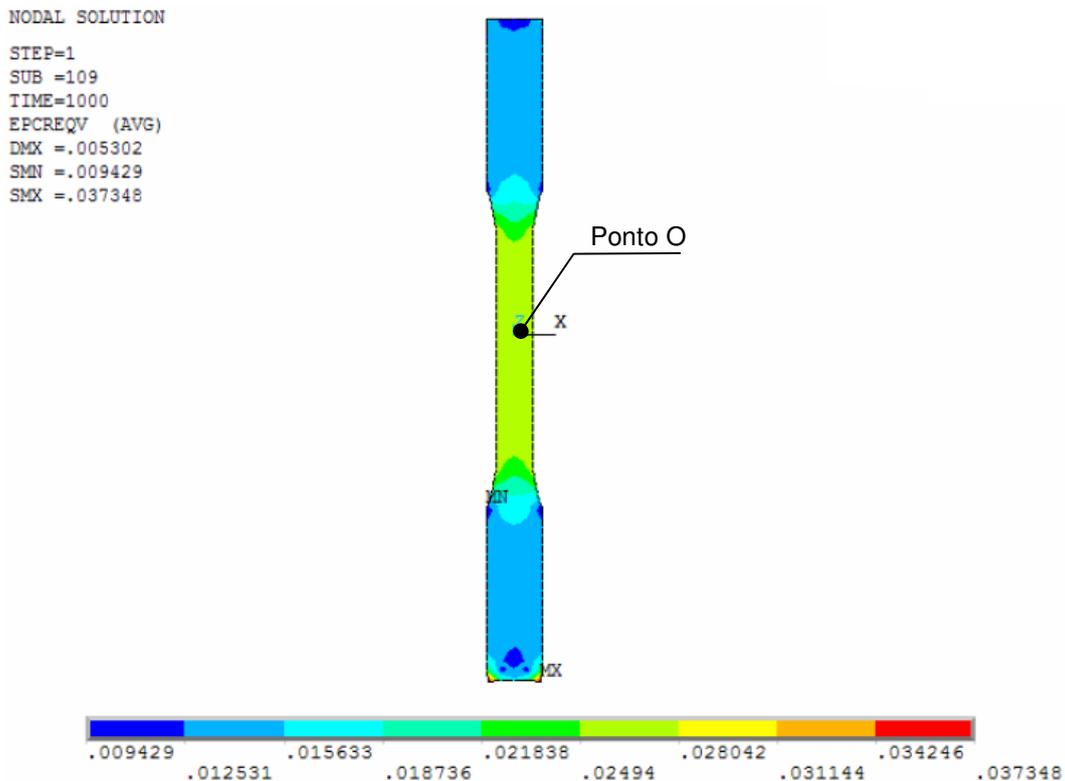


Figura 5.7 – Distribuição da deformação de fluência encontrada no corpo de prova submetido à tensão de tração de 10,3 MPa, análise numérica 1000h.

Na figura 5.7 observa-se a deformação total máxima na extremidade do corpo de prova. Porém, para efeito comparativo utilizaram-se os nós centrais, localizados na origem do sistema de coordenadas XY das figuras (ponto O, figura 5.7). Nos casos em que os nós dos elementos não coincidiram com a referência, o ponto O,

foram utilizados os nós mais próximos adjacentes, pertencentes ao eixo X da figura 5.7.

A comparação entre os valores de deformação de fluência encontrados na análise numérica e os valores fornecidos pela literatura, podem ser visualizadas na figura 5.8, onde são apresentados três faixas de tensão ao longo do tempo.

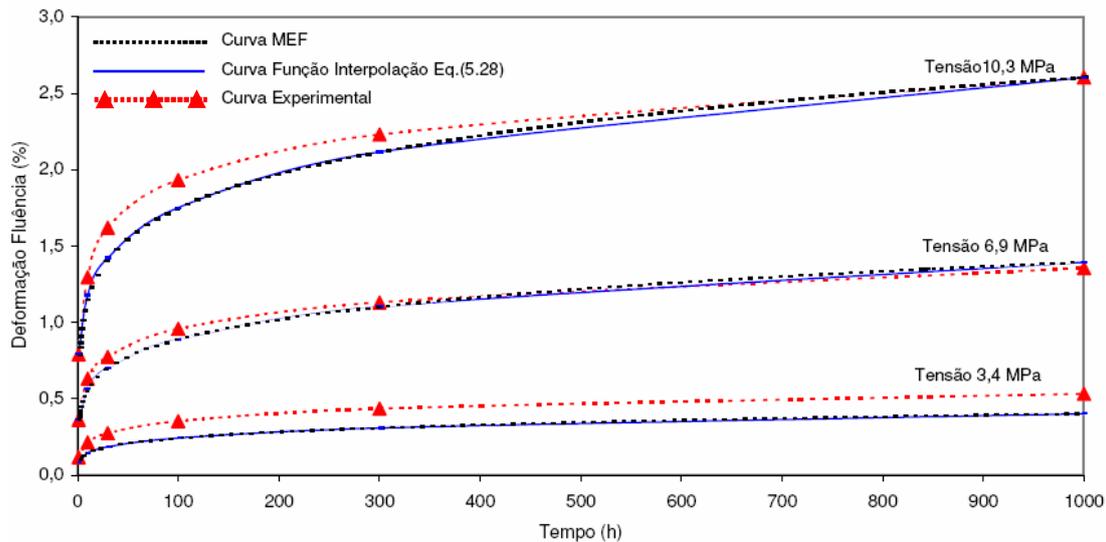


Figura 5.8 – Comparação entre as curvas de deformação de fluência Experimental, Função Interpolação Eq.(5.28) e MEF ao longo do tempo, nas tensões de 3,4 , 6,9 e 10,3 MPa.

Nos gráficos da figura 5.8, percebe-se que os valores numéricos e da função de interpolação Eq. (5.28) estão próximos dos valores experimentais de deformação de fluência. Nas tensões de 6,9 e 10,3 MPa a função de interpolação está bastante próxima da curva experimental, tendo um afastamento inferior para tensão de 3,4 MPa. Conclui-se que a função de interpolação tem valores de melhor aproximação dentro dos limites inferior e superior de tensão, pois com o afastamento desta região percebe-se uma tendência de aumento da diferença se comparados aos valores experimentais. Portanto, recomenda-se que estas funções sejam utilizadas quando o modelo a ser analisado possua os limites de tensão correspondente às experimentais, neste caso entre os limites de tensão máxima e mínima da tabela 5.2.

Sabe-se que os resultados da análise numérica dependem de parâmetros como sub passos de carga (*sub steps*) e número de elementos. Desta maneira foram analisados modelos com 10, 300 e 1000 sub passos de carga e modelos com 19, 52 e 359 elementos.

Como se pode observar na figura 5.9, nas análises numéricas que utilizaram valores pequenos de sub passos de carga (10) afastam-se da curva inicial de da deformação de fluência. Isto se deve, principalmente pelo fato de que no período inicial ocorre uma taxa elevada de deformação, e o número de pontos formado por uma quantidade de 10 sub passos não é suficiente para representar o comportamento viscoelástico de maneira satisfatória.

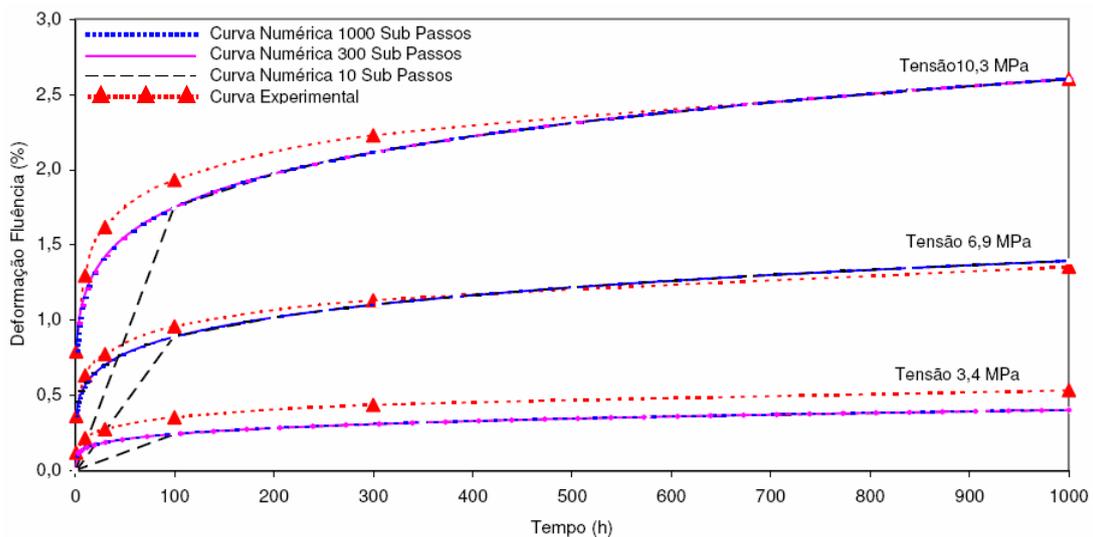


Figura 5.9 – Influência do número de sub passos de carga na deformação de fluência para as tensões de 3,4 , 6,9 e 10,3 MPa.

Na figura 5.10 pode-se perceber que os valores de deformação viscoelástica, para os modelos compostos por 19, 52 e 359 elementos, são semelhantes na região de referência, ponto O, figura 5.7.

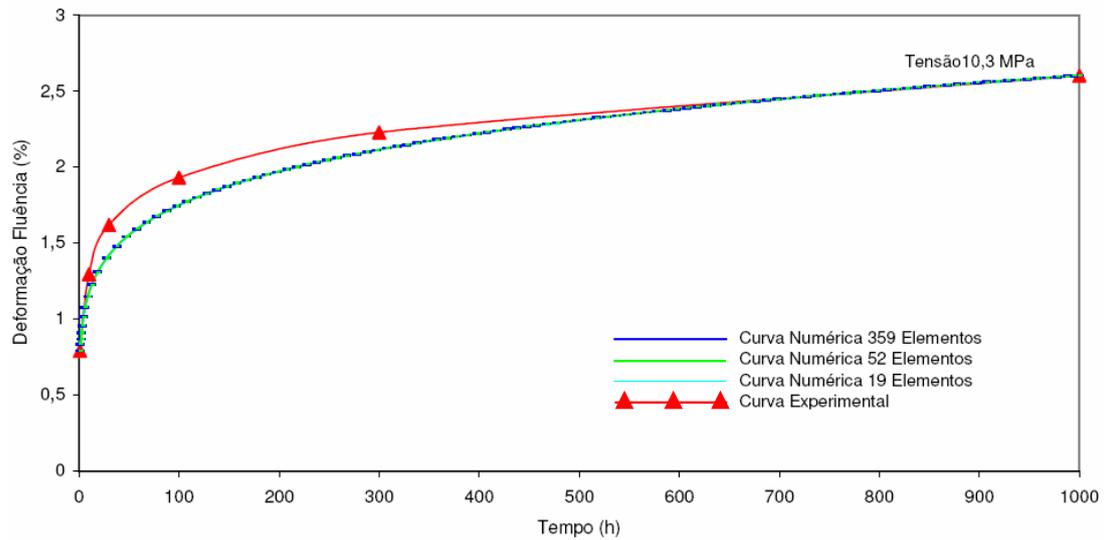


Figura 5.10 – Influência do número de elementos (19, 52 e 359) na deformação de fluência, tensão 10,3 MPa.

No entanto, a distribuição da deformação de fluência ao longo do modelo é bastante diferente (para as mesmas condições de contorno aplicadas) figura 5.11.

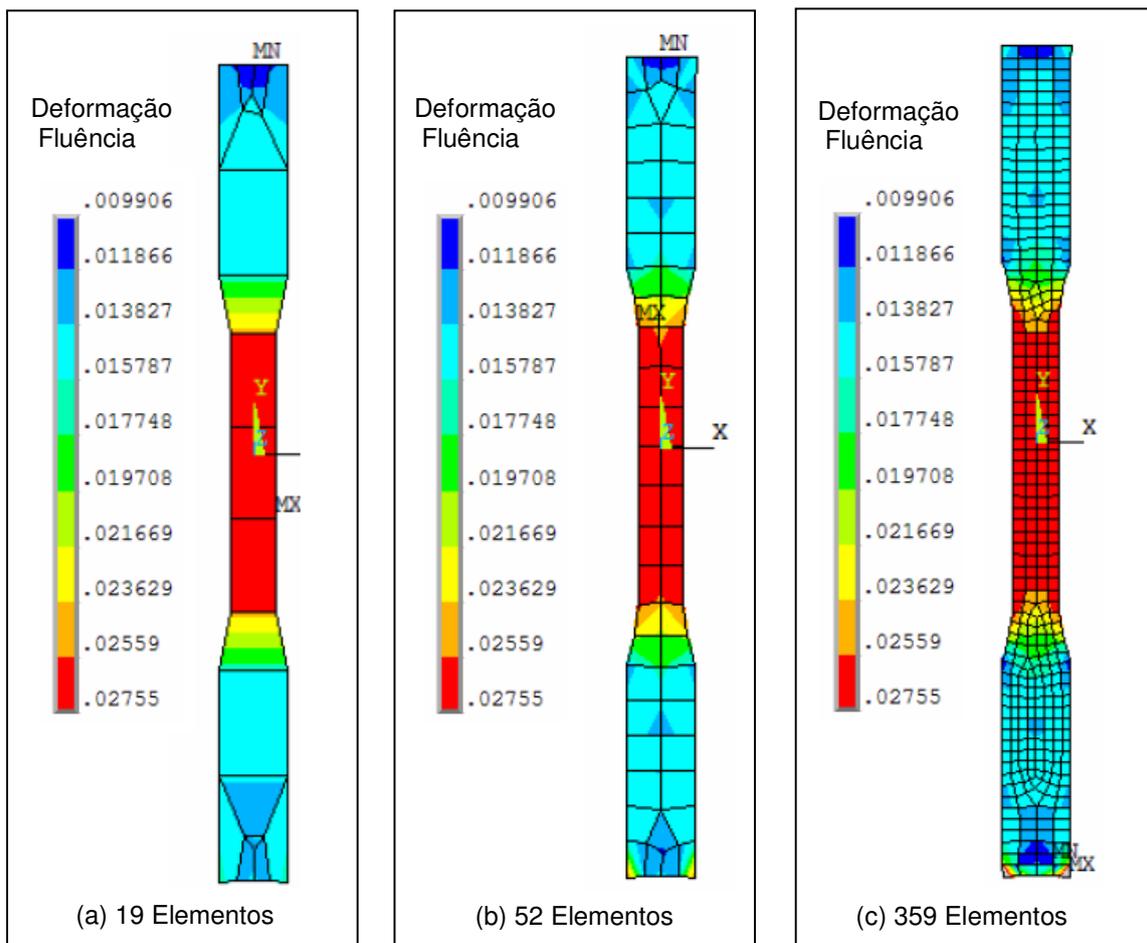


Figura 5.11 – Distribuição da deformação de fluência em 1000h à tensão 10,3 MPa, com diferentes configurações de malha (a) 19 elementos (b) 52 elementos (c) 359 elementos.

Observando a figura 5.11, percebe-se que com o aumento do número de elementos o comportamento do modelo numérico apresenta valores mais simétricos e distribuídos, portanto mais próximos dos valores teóricos esperados para esta geometria e condições de contorno.

5.3.3 EXEMPLO DE UM MODELO DE VASO DE PRESSÃO

Neste segundo exemplo será analisado um caso clássico encontrado na literatura. Trata-se de um vaso de pressão com topo elíptico, que segundo KRAUS (1980), teria sido uma das primeiras análises de fluência desenvolvidas a partir do uso de computadores digitais. A análise foi executada por GREENBAUM e RUBSTEIN (1968), e em seus cálculos utilizaram o método dos elementos finitos em conjunto com a lei de fluência de endurecimento com o tempo, $\varepsilon^c = 19,8 \times 10^{-16} \cdot \sigma_e^{3,61} \cdot t^{1,06}$. Foram determinados valores de deformação e tensão ao longo do tempo para um carregamento de pressão constante.

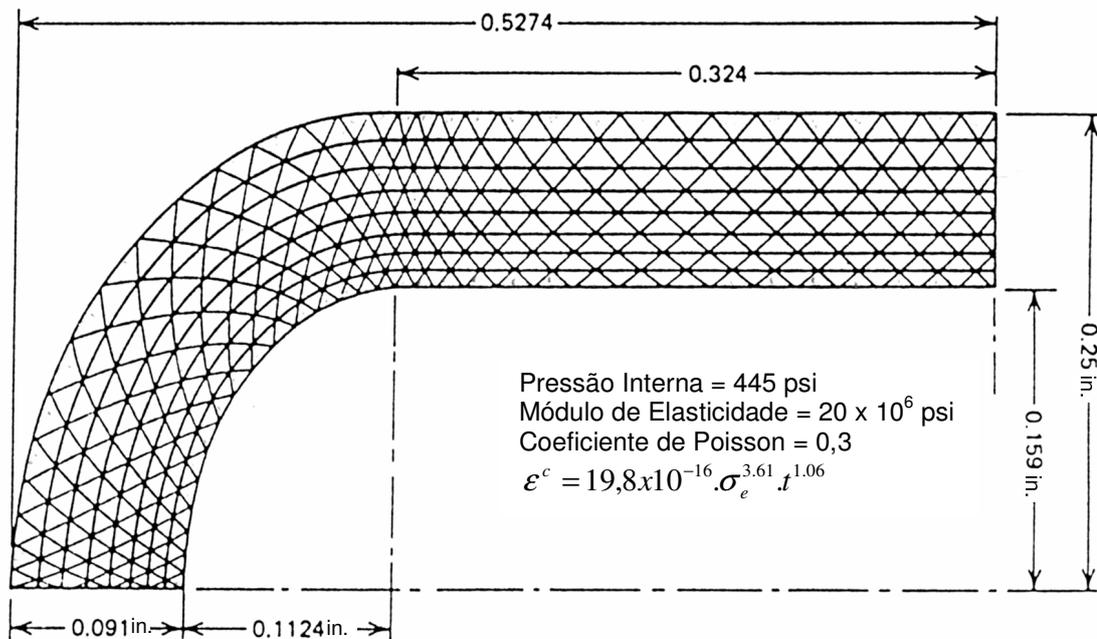


Figura 5.12 – Dimensões e propriedades do exemplo Vaso de Pressão, GREENBAUM e RUBSTEIN (1968).

As dimensões, carregamento e propriedades do vaso de pressão adotadas seguem a figura 5.12.

Pressão interna: 445 psi

Módulo de elasticidade: 20×10^6 psi

Coeficiente de Poisson: 0,3

Lei de fluência (endurecimento com o tempo):

$$\varepsilon^c = 19,8 \times 10^{-16} \cdot \sigma_e^{3,61} \cdot t^{1,06}$$

onde:

ε^c representa a deformação de fluência

σ_e a tensão elástica em psi

t o tempo em horas.

A figura 5.13 mostra o modelo criado com 512 elementos planos triangulares (PLANE 183) axisimétricos para análise comparativa.

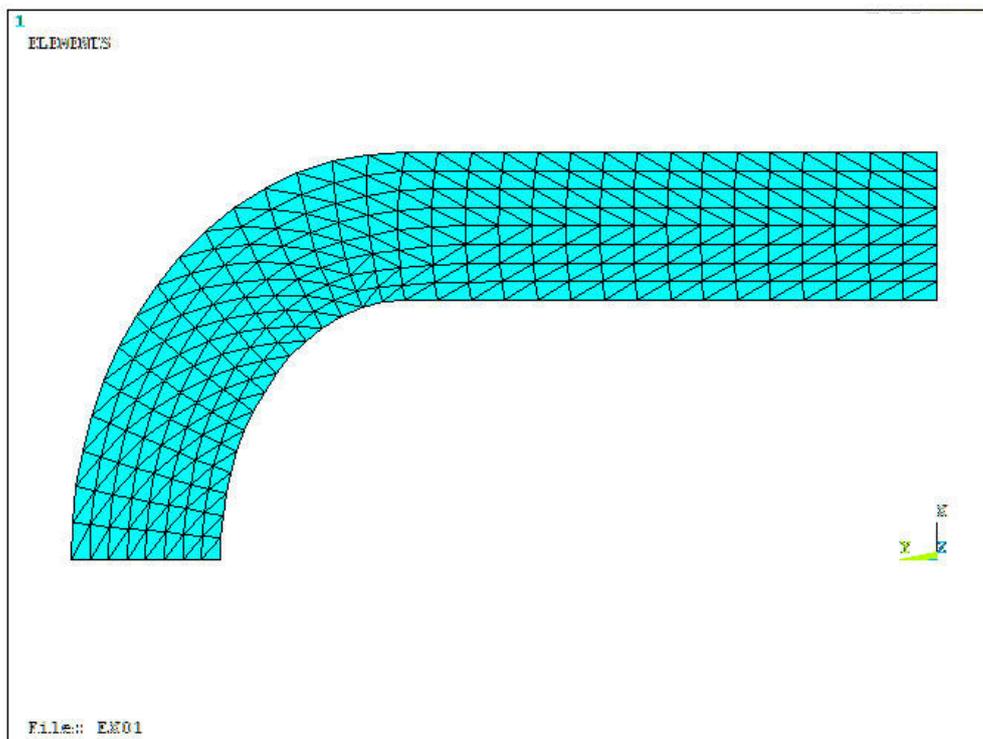


Figura 5.13 – Modelo de elementos triangulares planos.

A figura 5.14 representa as linhas de contorno de tensão para o instante de tempo 0h, apresentadas por GREENBAUM e RUBSTEIN (1968). E a figura 5.15 apresenta os valores encontrados na análise elástica utilizando os mesmos

parâmetros de propriedades do material e condições de contorno utilizando o aplicativo ANSYS.

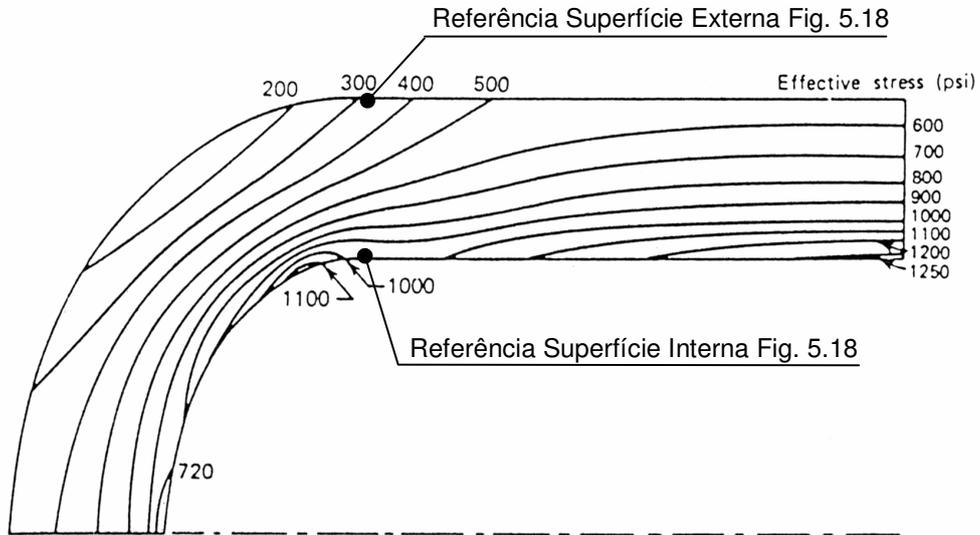


Figura 5.14 – Tensão efetiva (psi) no instante $t = 0$ h apresentada por KRAUS (1980).

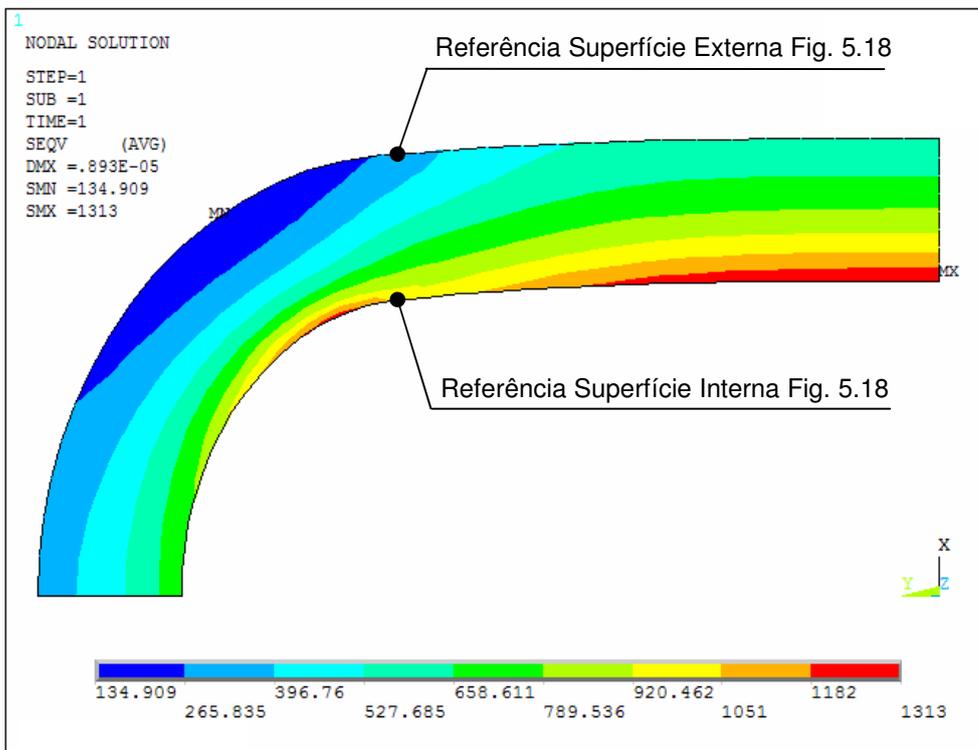


Figura 5.15 – Tensão von Mises (psi) no instante $t = 0$ h.

Os valores de tensão, após 3 horas de aplicação da pressão interna de 445 psi, foram obtidos, figura 5.16.

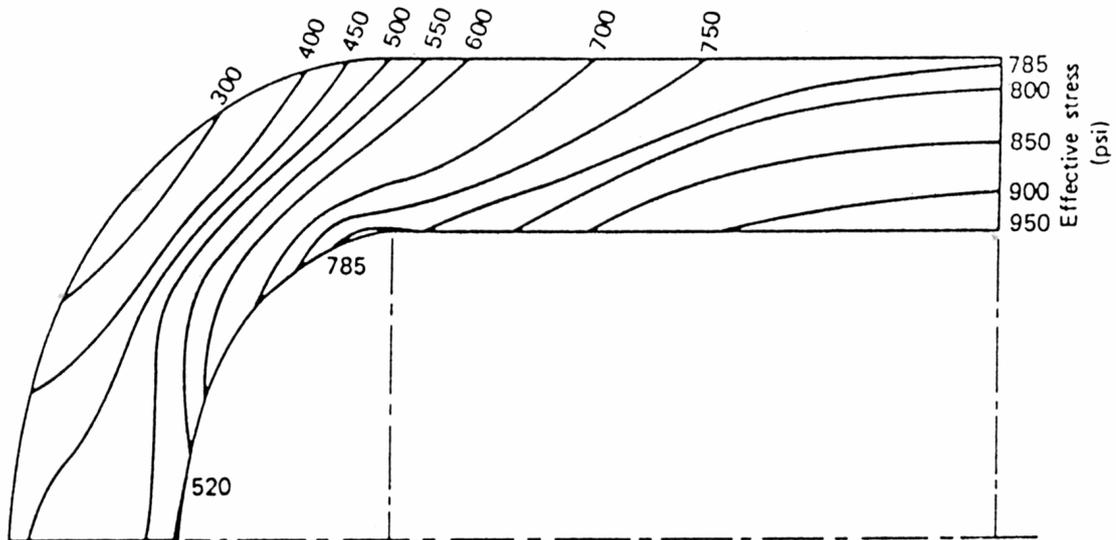


Figura 5.16 – Tensão efetiva (psi) no instante $t = 3$ h, GREENBAUM e RUBSTEIN (1968).

No modelo desenvolvido neste trabalho utilizando o *software* ANSYS, foi utilizada a equação de fluência Modificada de Endurecimento com o Tempo (*Modified Time Hardening*), modelo de fluência 6 da tabela 5.1.

$$\varepsilon_{cr} = C_1 \sigma^{C_2} t^{C_3+1} e^{-C_4/T} / (C_3 + 1) \quad (5.31)$$

onde:

ε_{cr} representa a deformação de fluência

C_1 , C_2 , C_3 e C_4 são constantes do material

σ é a tensão

t é o tempo

T é a temperatura.

$$C_1 = (1,98E-16 \times 1,06) = 2,0988E-16$$

$$C_2 = 3,61$$

$$C_3 = 0,06$$

$$C_4 = 0$$

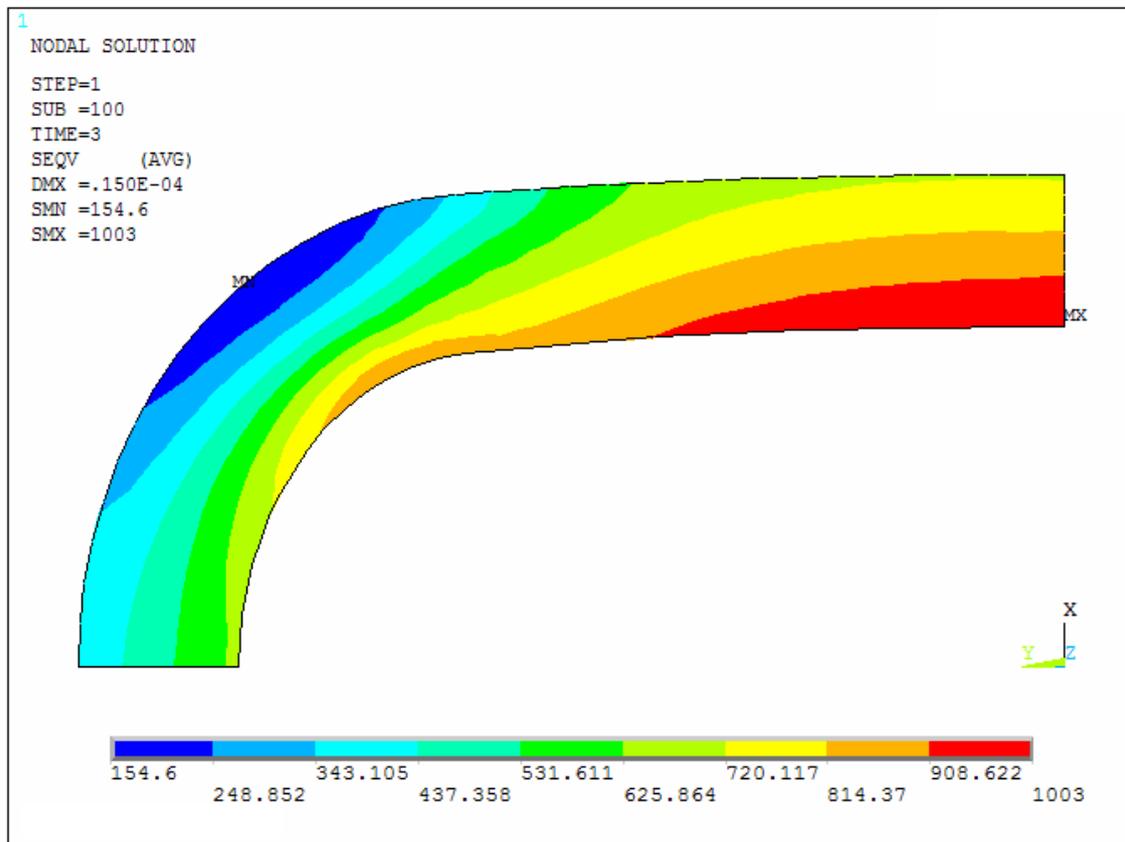


Figura 5.17 – Tensão Von Mises (psi) no instante $t = 3$ h.

Avaliando a distribuição de tensões encontradas no instante $t = 0$ e $t = 3$ horas, Figura 5.17, observa-se que a superfície interna do vaso de pressão sofre uma redução de tensão ao longo do tempo, enquanto que a superfície externa sofre um aumento de tensão ao longo do tempo.

A Figura 5.18 apresentada por GREENBAUM e RUBSTEIN (1968) evidencia a acomodação das tensões pelo mecanismo viscoelástico no período próximo a 10 horas.

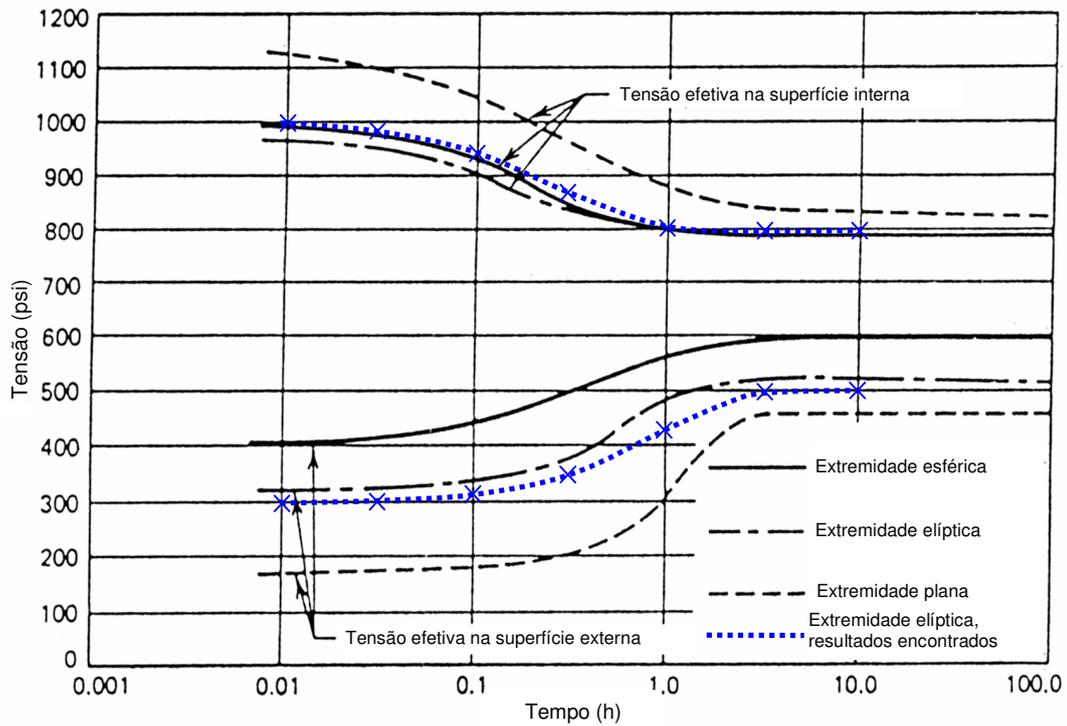


Figura 5.18 – Variação da tensão ao longo do tempo na superfície interna e externa do vaso de pressão (pontos indicados na Fig. 5.14 e 5.15), apresentada por GREENBAUM e RUBSTEIN (1968) e os resultados encontrados.

A figura 5.19 apresenta os valores de tensão estabilizados para o tempo de 100h.

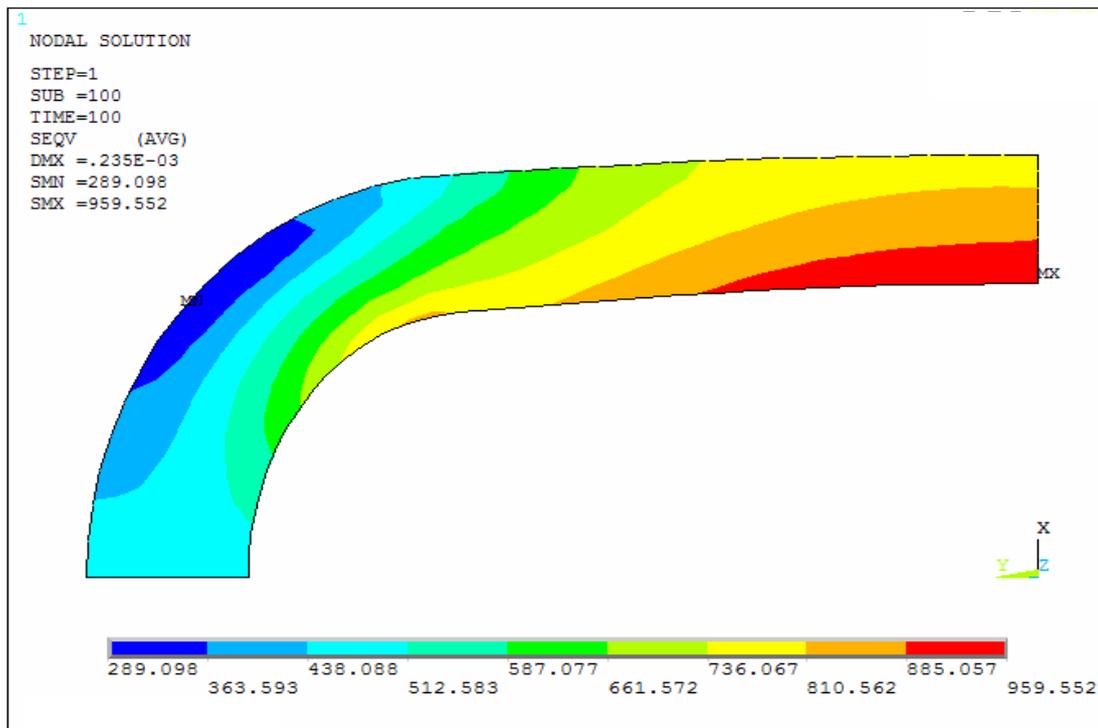


Figura 5.19 – Tensão von Mises (psi) no instante $t = 100$ h.

5.3.4 AVALIAÇÃO DOS EFEITOS VISCOELÁSTICOS NA ESTOCAGEM DE UM ELETRODOMÉSTICO

Conforme comentado anteriormente no capítulo 1, na indústria de eletrodomésticos é possível encontrar vários exemplos submetidos aos fenômenos viscoelásticos. Neste caso escolheu-se a análise de fluência para o componente denominado como “topo plástico”, que é uma peça plástica injetada em polipropileno, onde são montadas a tampa e o painel de controle do produto. Como pode se observar na figura 5.20, é possível perceber uma deformação lateral no produto.

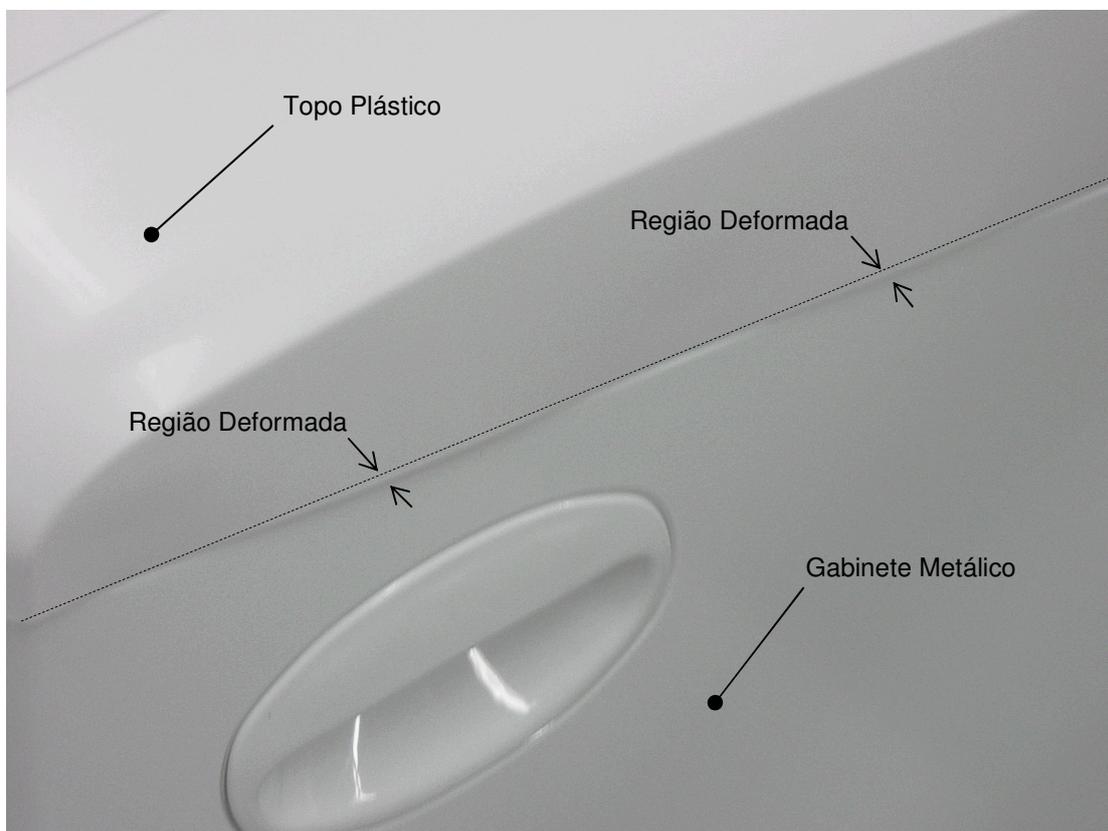


Figura 5.20 – Deformação lateral topo plástico de um eletrodoméstico, lavadora de roupas.

A carga aplicada ao topo plástico é oriunda do empilhamento do produto na armazenagem, permitindo-se até 6 níveis de produtos na estocagem, tal como esquematizado na figura 5.21.

Considerando-se a massa do produto de 61kg, determinou-se a carga estática a ser aplicada como sendo igual a 306kg (5 x 61kg), ou 3000N.

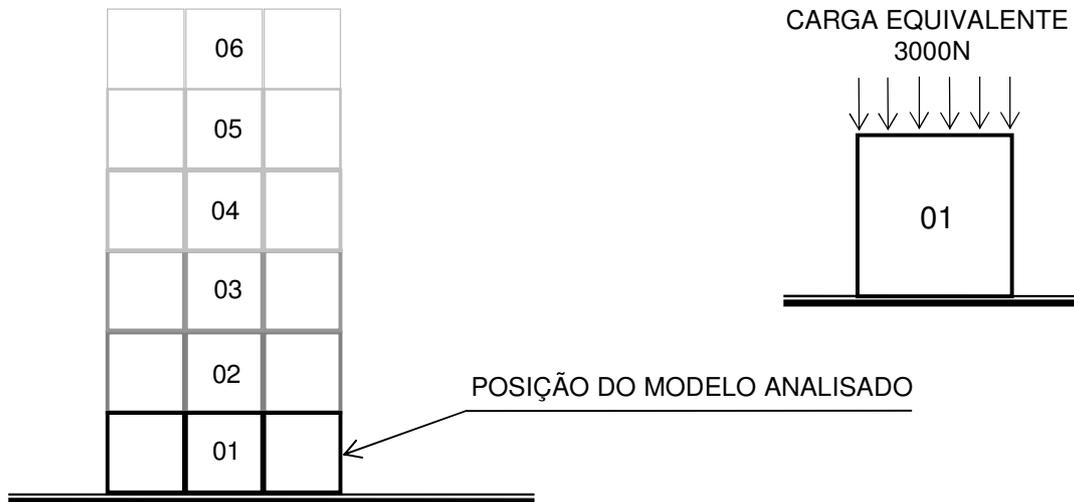


Figura 5.21 Representação esquemática dos níveis de empilhamento para o armazenamento das lavadoras de roupa, indicada a posição do modelo analisado.

Neste exemplo avalia-se o comportamento de fluência do topo plástico de uma lavadora de roupas, com o objetivo de demonstrar a viabilidade de aplicação da análise numérica à uma situação encontrada na indústria.

As temperaturas de 22,8 °C e 40 °C são consideradas como referências encontradas nos ambientes de estocagem, e para estes casos utilizou-se o tempo de 100 horas de armazenamento.

Para simulação de uma condição crítica encontrada no transporte, que é a utilização de um caminhão “baú” em direção à região norte do país, utilizou-se uma temperatura de 70°C e um período de 100h. Apesar de neste caso não serem encontrados os seis níveis de empilhamento, foi considerada a mesma carga de empilhamento (3000N), pois no caso do transporte terrestre é possível encontrar situações em que as acelerações no caminhão aproximam-se a 2g (20m/s²).

Algumas propriedades viscoelásticas, adotadas neste exemplo, utilizam como referência materiais similares encontrados na literatura, [MODERN PLASTICS ENCYCLOPEDIA (1984)], e são apresentadas nas tabelas 5.3 e 5.4, para as temperaturas de 22,8 e 80°C. Para as simulações da temperatura de 40 e 70°C utilizou-se uma interpolação oferecida pelo software empregado.

Temperatura 22,8°C

Tempo (h)	Er (GPa)					
	1	10	30	100	300	1000
Tensão (MPa) 17,2	4,41	3,72	3,45	3,17	2,96	2,69
Tensão (MPa) 34,5	3,65	3,31	3,17	2,96	2,76	2,48
Tensão (MPa) 51,7	3,03	2,94	2,92	2,77	2,56	2,29

Tabela 5.3 – Valores dos módulos relaxação utilizados para temperatura de 22,8°C.

A partir dos valores adotados apresentados na tabela 5.3, determinaram-se os valores de deformação de fluência para três níveis de tensão 17,2 , 34,5 e 51,7 MPa ao longo do tempo (1, 10, 30, 100, 300 e 1000 horas) apresentados na figura 5.22.

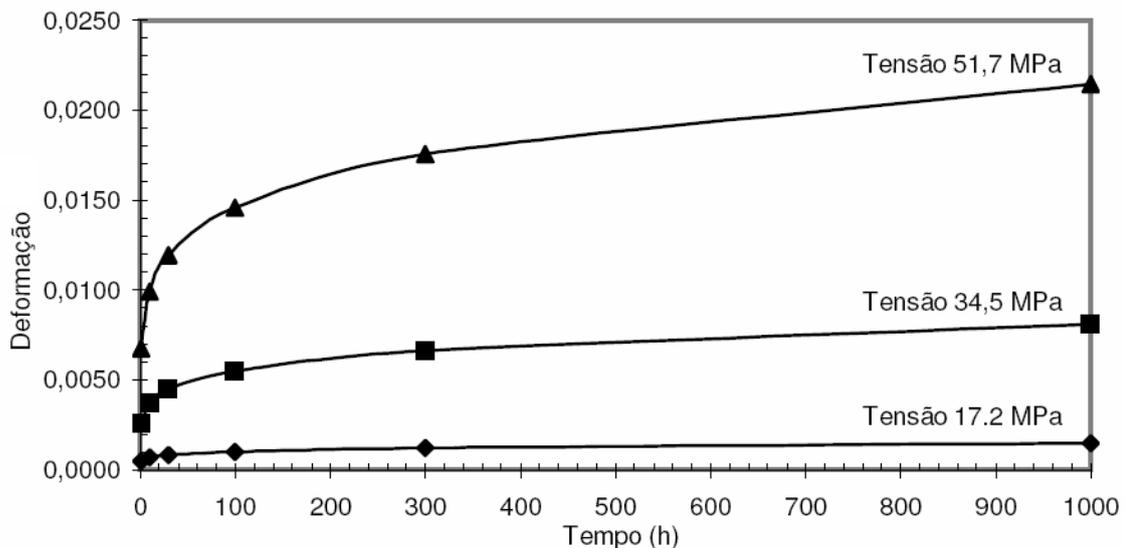


Figura 5.22 – Deformação de fluência para as tensões de 17,2 , 34,5 e 51,7 MPa a 22,8°C.

Propriedades Elásticas Adotadas:

 $E = 2,5$ GPa (módulo de elasticidade a 22,8°C) $\nu = 0,35$ (coeficiente de Poisson)

Temperatura 80°C		Er (GPa)					
Tempo (h)	1	10	30	100	300	1000	
Tensão (MPa) 3,4	2,83	2,76	2,69	2,62	2,41	2,34	
Tensão (MPa) 10,3	2,90	2,69	2,62	2,55	2,34	2,28	
Tensão (MPa) 20,7	2,62	2,34	2,07	1,93	1,79	1,65	

Tabela 5.4 – Valores dos módulos de relaxação utilizados para temperatura de 80°C.

A partir dos valores adotados apresentados na tabela 5.4, determinaram-se os valores de deformação de fluência para três níveis de tensão 3,4 , 10,3 e 20,7 MPa ao longo do tempo (1, 10, 30, 100, 300 e 1000 horas) apresentados na Figura 5.23.

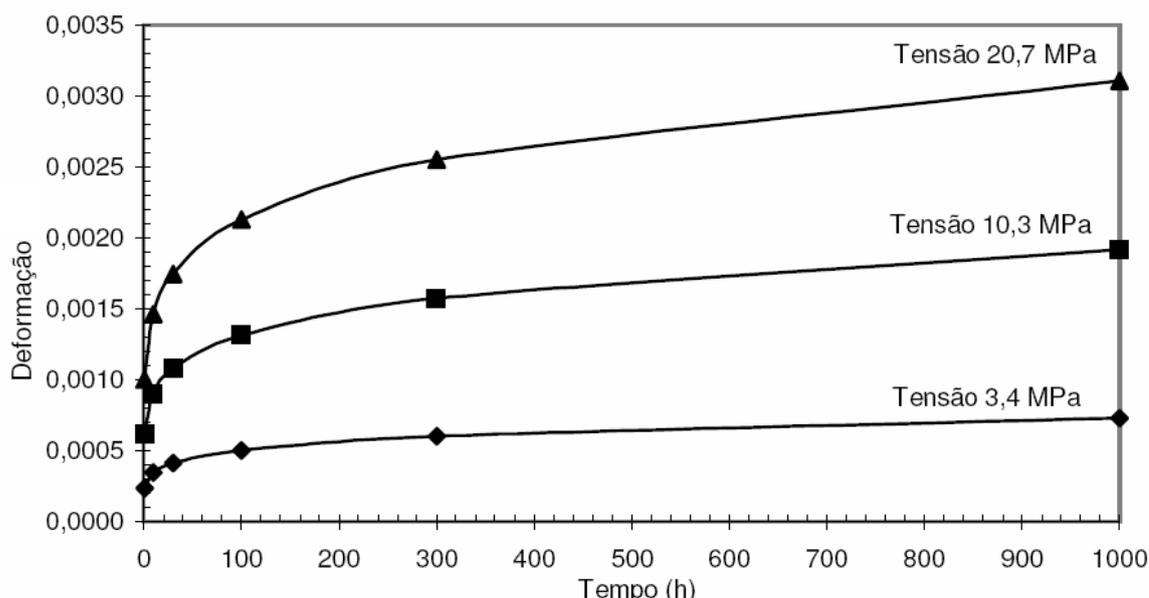


Figura 5.23 – Deformação de fluência para tensão de 3,4 , 10,3 e 20,7 MPa a 80,0°C.

Propriedades Elásticas Adotadas:

$$E = 1,5 \text{ GPa (módulo de elasticidade a } 80^\circ\text{C)}$$

$$\nu = 0,35 \text{ (coeficiente de Poisson)}$$

Para determinação da equação de fluência utilizada para a temperatura de 22,8°C, para análise numérica da fluência, adotou-se a formulação de fluência primária

denominada como *Generalized Time Hardening* (Equação Generalizada de Endurecimento com o Tempo, modelo de fluência 13 da tabela 5.1) disponível no programa ANSYS 10.0, equações 5.28, 5.29 e 5.30. Para determinação das constantes da função de deformação de fluência C_1, C_2, C_3, C_4 e C_5 da Eq. (5.29) foram empregadas as Eq. 4.13, 4.14 e 4.15, sugeridas por FINDLEY, LAI e ONARAN (1989), empregando-se o mesmo procedimento descrito no item 5.3.2, de onde resultaram:

$$C_1 = -1,07229951203e-11$$

$$C_2 = 1,8853942109e-18$$

$$C_3 = 1,63089873786e-26$$

$$C_4 = 0,167703757$$

$$C_5 = 0$$

Da mesma maneira foram determinados os coeficientes necessários para equação de fluência na temperatura de 80°C. A partir dos dados da Tabela 5.4 empregando-se novamente as Eq. 4.13, 4.14 e 4.15, sugeridas por FINDLEY, LAI e ONARAN (1989), onde encontrou-se:

$$C_1 = 7,2522560558e-11$$

$$C_2 = -1,32752883603e-18$$

$$C_3 = 7,66959732792e-27$$

$$C_4 = 0,16402967$$

$$C_5 = 0$$

As curvas de interpolação da viscoelasticidade não linear geradas a partir dos dados experimentais, para as temperaturas de 22,8°C e 80°C são apresentadas no Anexo 1.

Na figura 5.24 pode se observar a malha de elementos utilizada na análise numérica e os detalhes de apoio na superfície inferior do componente.

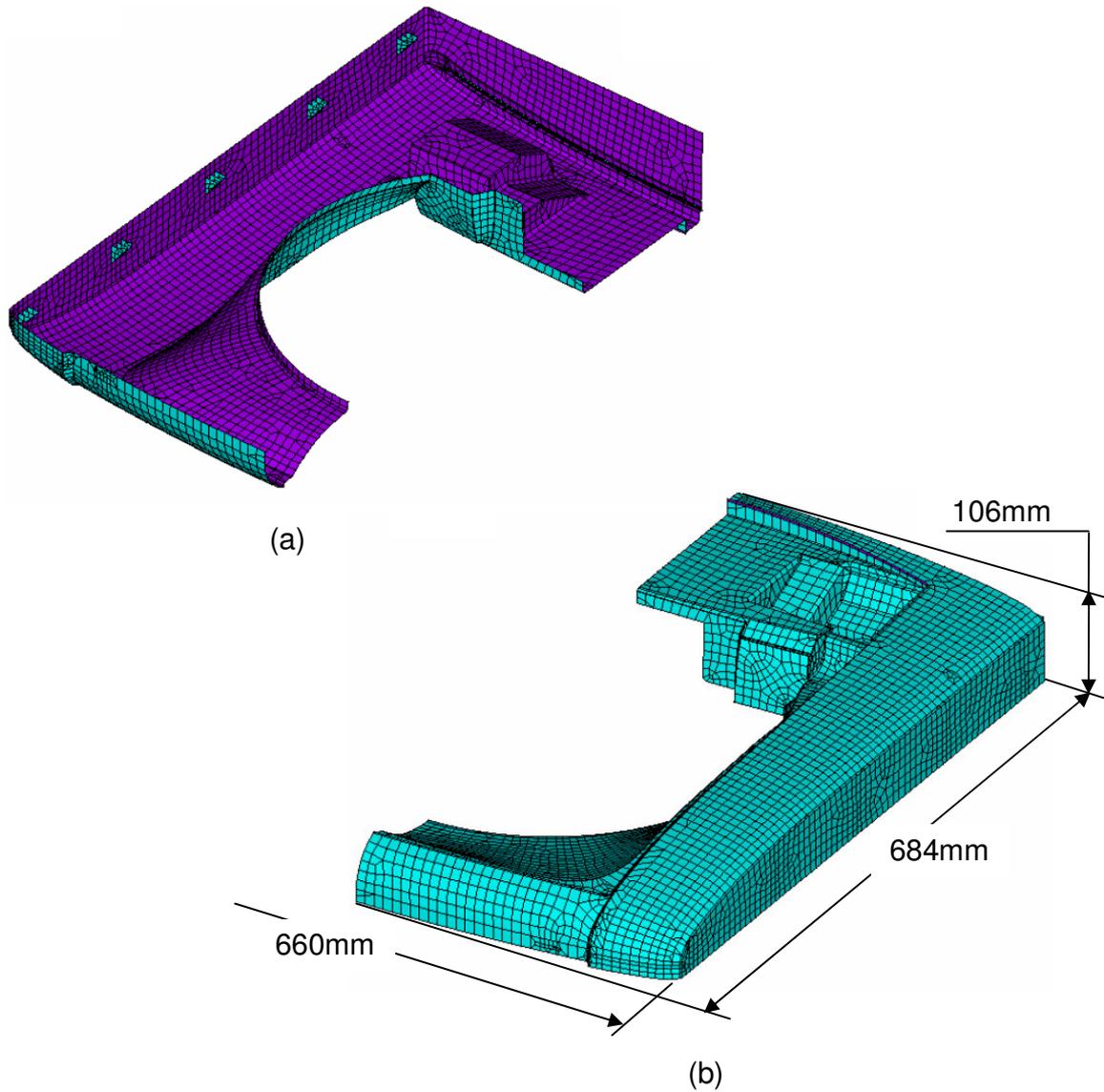


Figura 5.24 – Detalhe da malha de elementos finitos (a) superfície inferior (b) superfície superior.

Na figura 5.25 se observam as condições de contorno aplicadas na análise numérica.

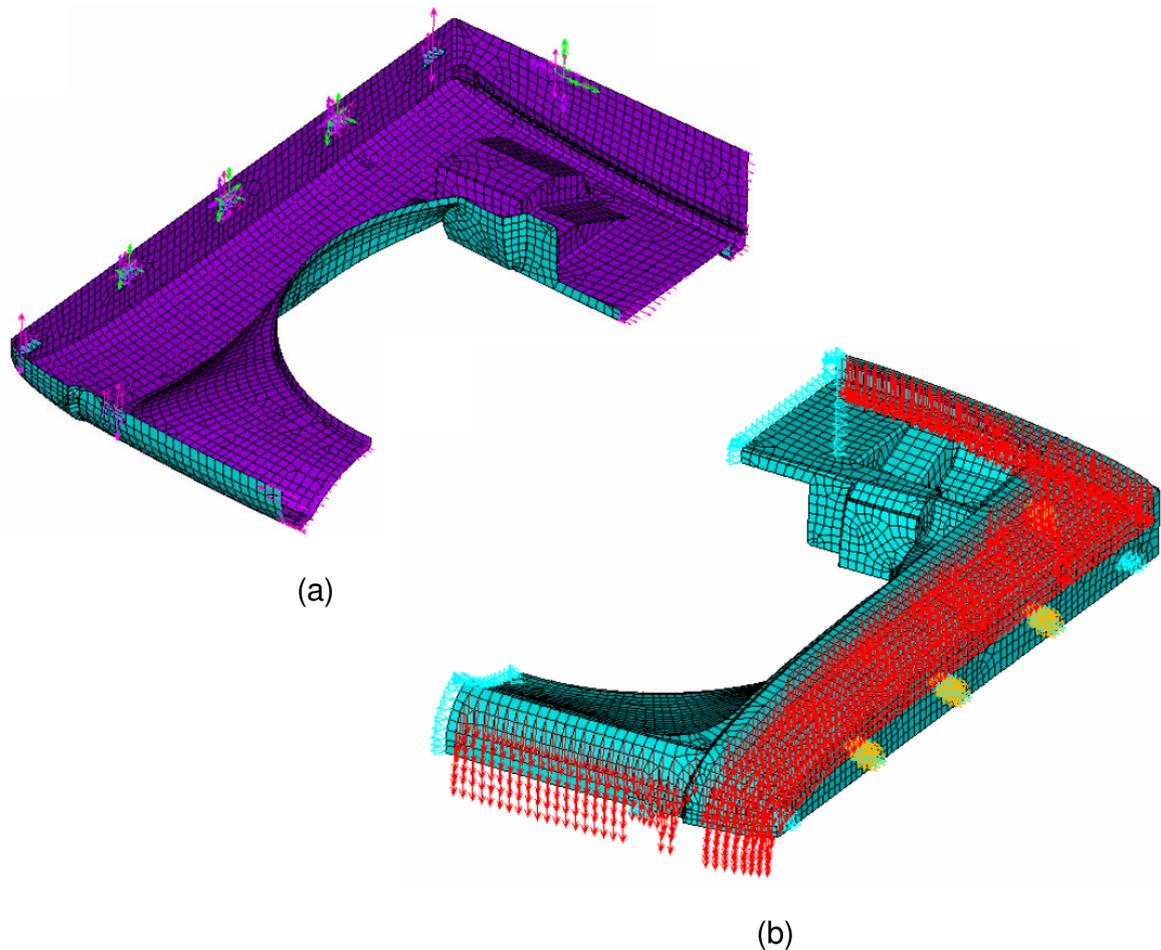


Figura 5.25 – Detalhe das condições contorno aplicadas no modelo (a) restrições de deslocamento (b) distribuição de forças superficiais.

Neste modelo numérico não foram aplicados elementos de contato, nas regiões de apoio do componente plástico utilizaram-se restrições ao deslocamento, simulando desta maneira a condição de montagem com o gabinete metálico do produto.

Foram consideradas diversas situações de exposição, o que implica em cargas térmicas distintas, que serão tratadas a seguir:

Condição 01

Na condição inicial, considerou-se a lavadora de roupas na armazenagem com 6 níveis de empilhamento a uma temperatura de 22,8°C. Nesta situação a distribuição tensão de von Mises pode ser observada na figura 5.26.

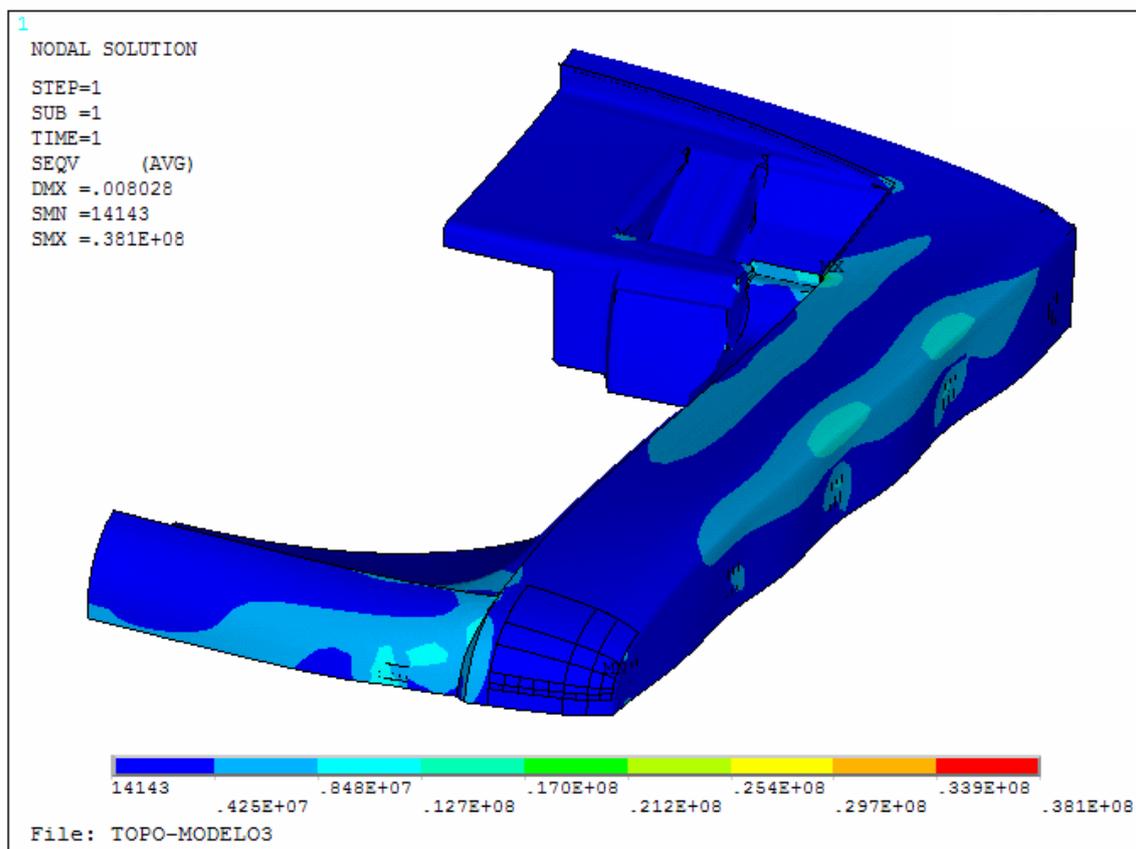


Figura 5.26 – Distribuição da tensão de von Mises (MPa) a 22,8°C, 0h.

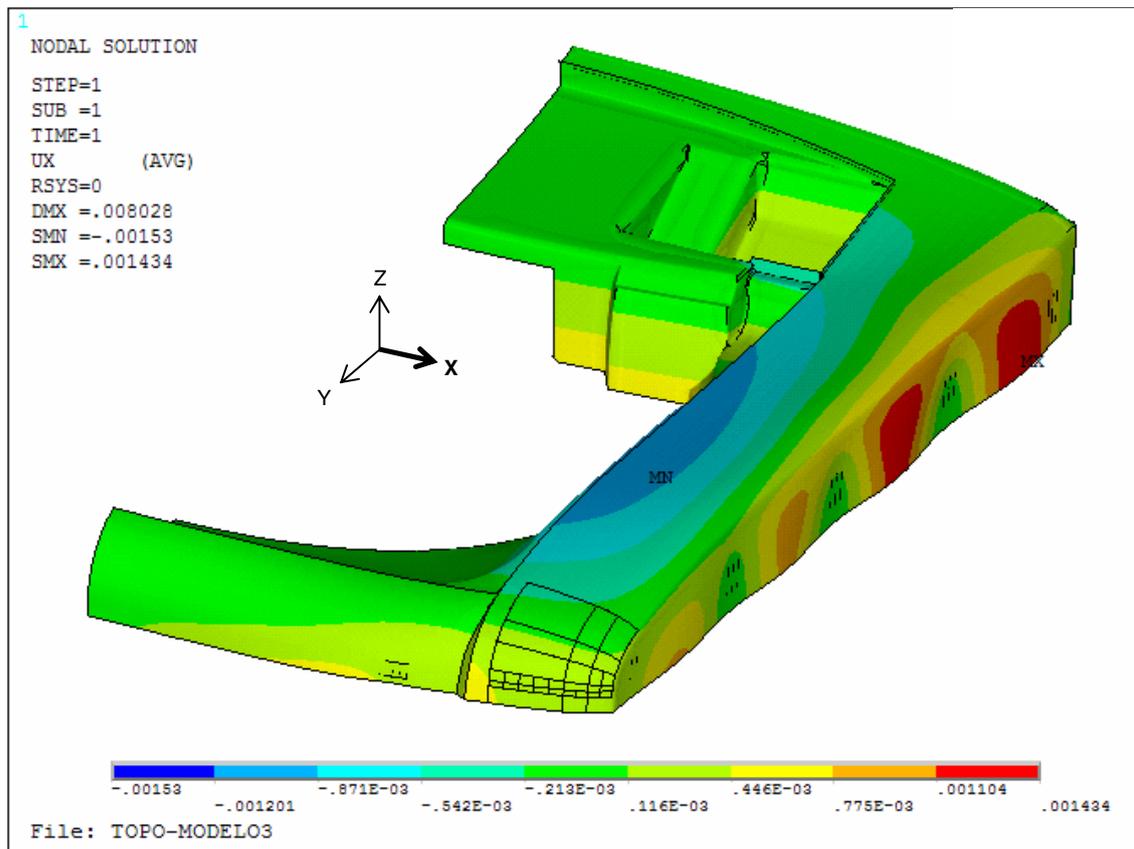


Figura 5.27 – Deslocamento no eixo X (m) a 22,8°C, 0h.

Como pode ser observado na figura 5.27, na temperatura de 22,8°C a 0h, o deslocamento lateral máximo obtido é de aproximadamente 1,43mm.

A figura 5.28 representa a distribuição de tensão de von Mises, na temperatura de 22,8°C para o período de 100h, simulação de fluência. Onde não se observam alterações significativas se comparadas ao período de 0h, figura 5.26.

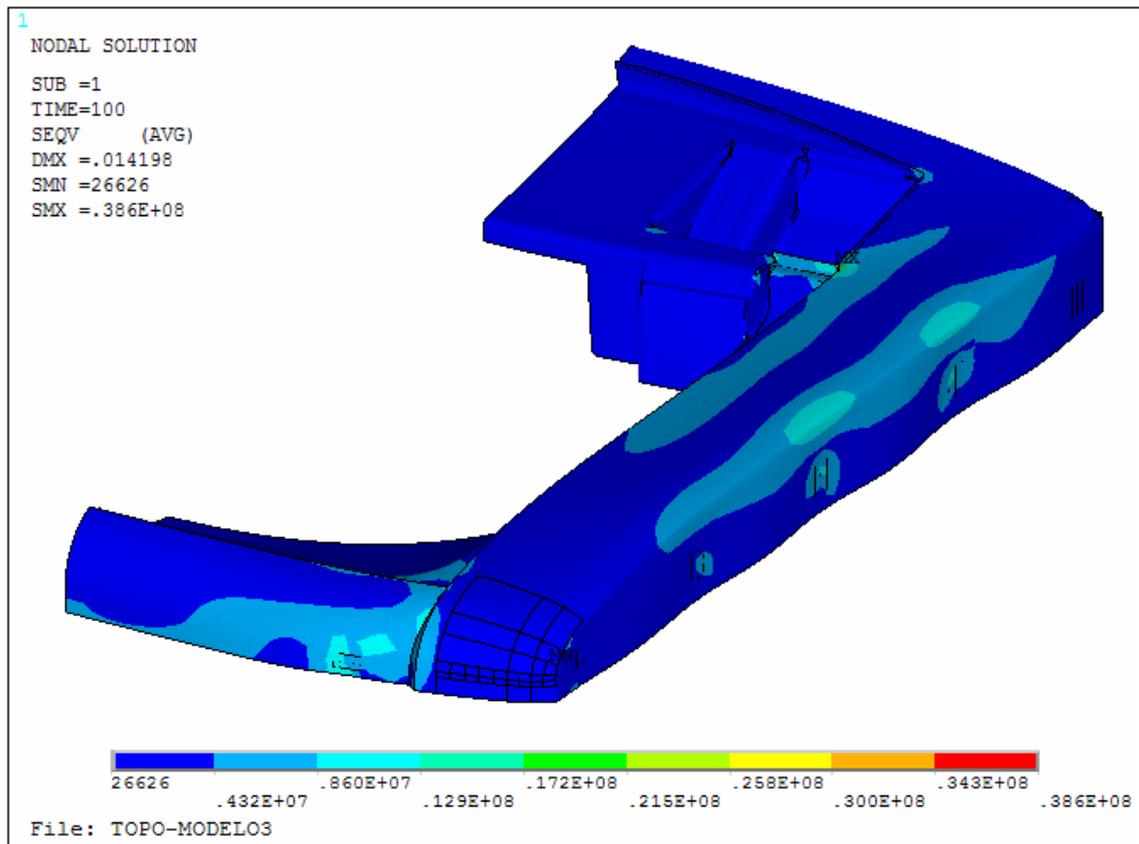


Figura 5.28 – Distribuição da tensão de von Mises (MPa) após 100h a 22,8°C , análise de fluência.

Da mesma maneira, não se observam variações significativas no deslocamento lateral do componente na temperatura de 22,8°C e após 100h de carregamento, figura 5.29.

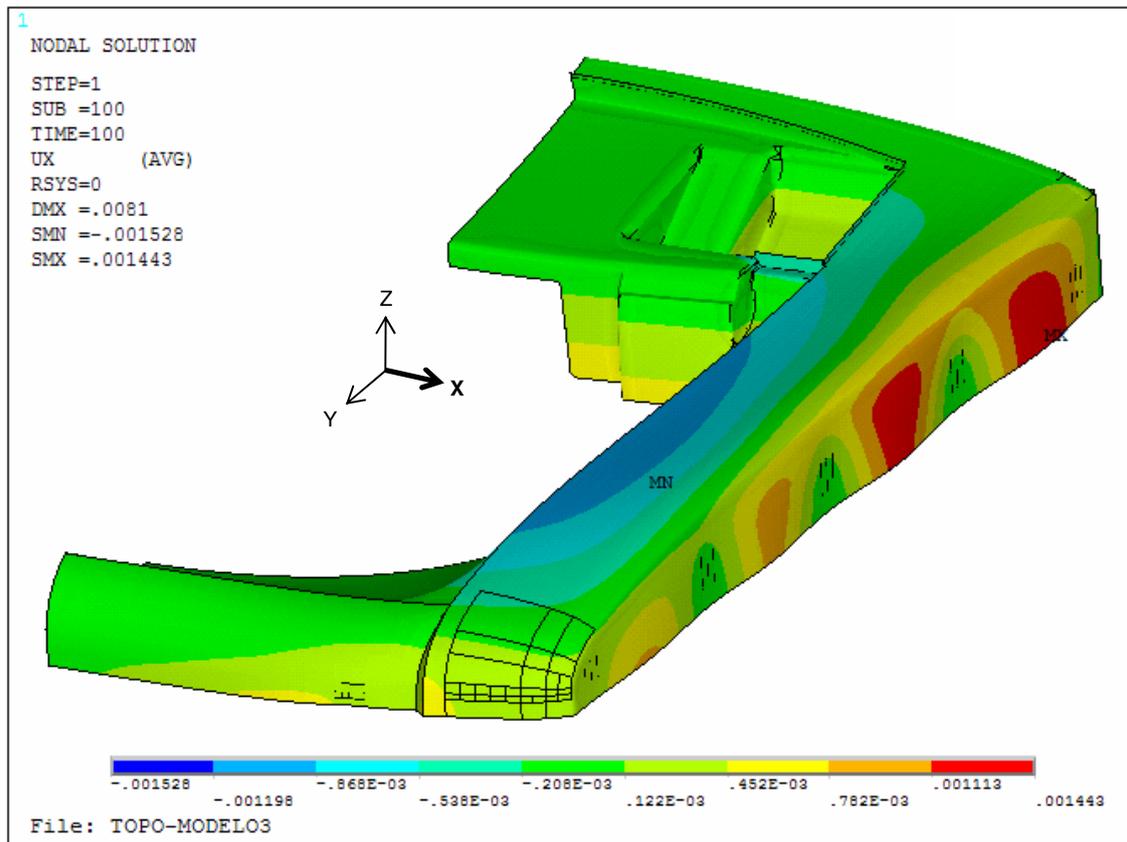


Figura 5.29 – Deslocamento no eixo X (m) após 100h a 22,8°C, análise de fluência.

Condição 02

Com o objetivo de avaliar a influência da temperatura na deformação de fluência, alterou-se a condição de temperatura ambiente em que o modelo foi analisado para 40°C.

Na figura 5.30 observa-se um pequeno aumento do deslocamento do componente, que a 40°C e 0h apresenta um deslocamento lateral máximo de 1,63mm.

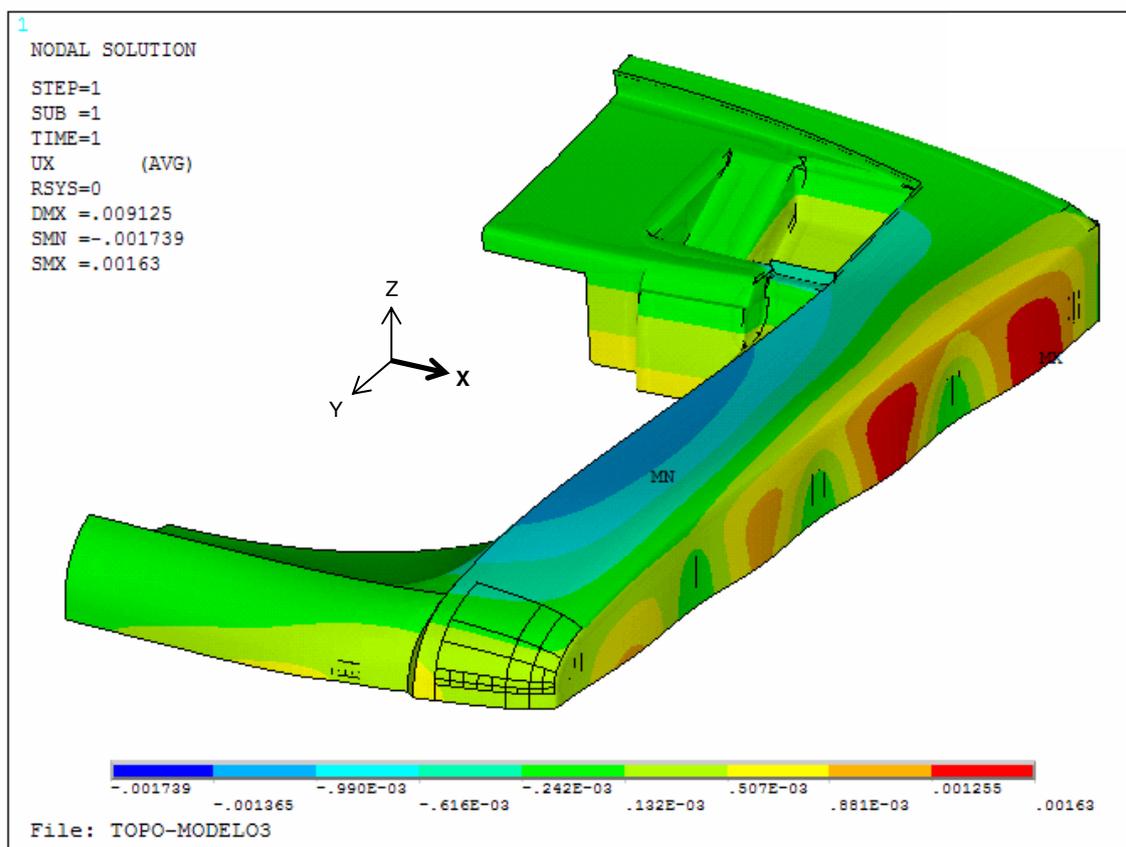


Figura 5.30 – Deslocamento no eixo X (m) a 40°C, 0h.

Na figura 5.31 é apresentada a distribuição de tensão de Von na temperatura de 40°C para um período de 100h. Observa-se uma redução da tensão máxima encontrada, e uma pequena ampliação da distribuição de tensão na lateral do componente em relação à temperatura de 22,8°C, figura 5.28.

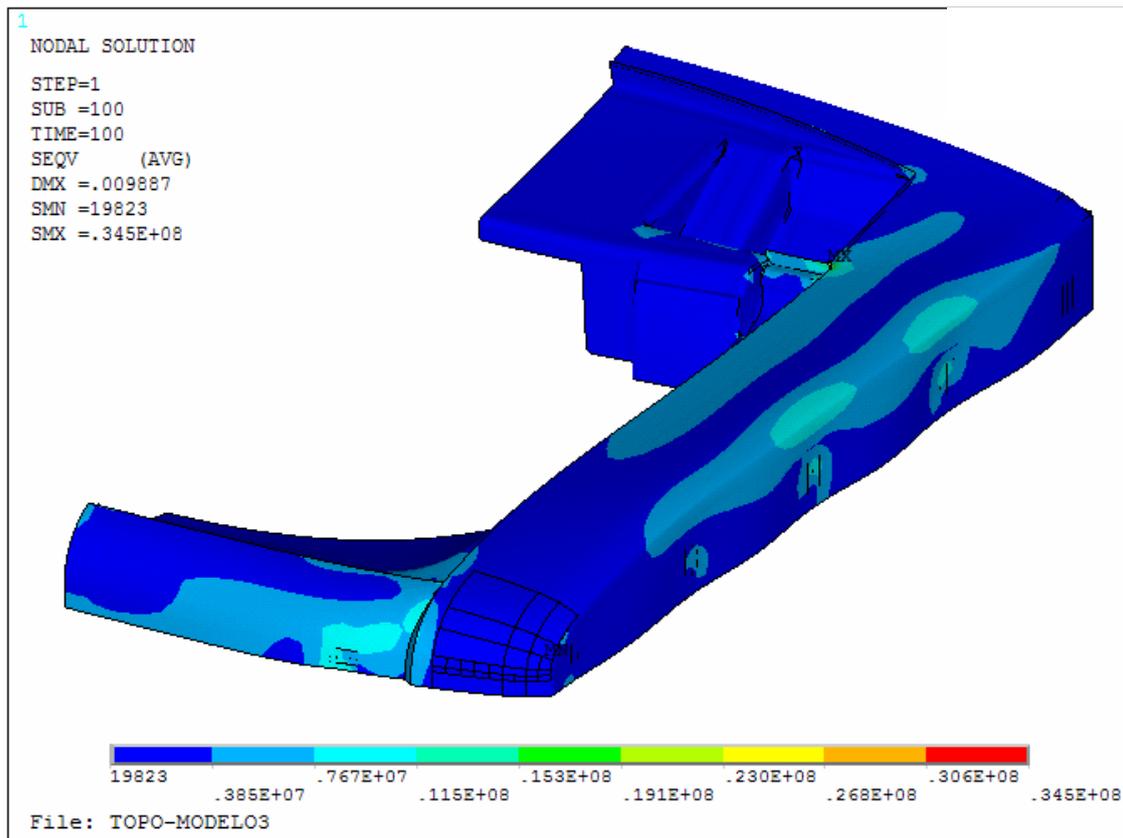


Figura 5.31 – Distribuição da tensão de von Mises (MPa) após 100h a 40°C , análise de fluência.

Para temperatura de 40°C e um período de 100h, observa-se na figura 5.32 um aumento no deslocamento lateral do componente em relação à temperatura de 22,8°C (figura 5.29), com o valor máximo encontrado igual a 1,77mm.

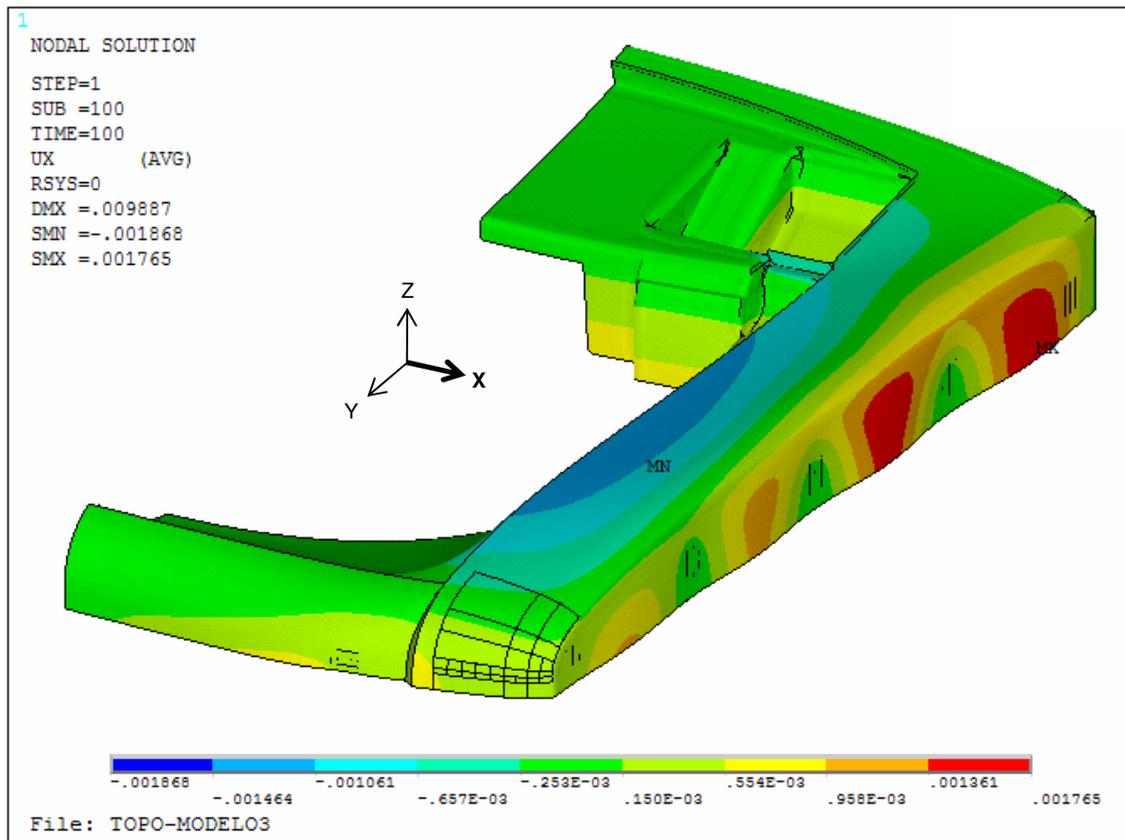


Figura 5.32 – Deslocamento eixo no X (m) após 100h a 40°C, análise de fluência.

Condição 03

Para avaliarmos a situação de transporte do eletrodoméstico em um caminhão “baú”, que simula o transporte à região norte do país, empregou-se a temperatura de 70°C e o mesmo valor de carregamento das condições anteriores, 3000N.

Como observa-se na figura 5.33, para temperatura de 70°C o deslocamento lateral é significativamente maior que todas as situações anteriores, com valor máximo de 2,14mm.

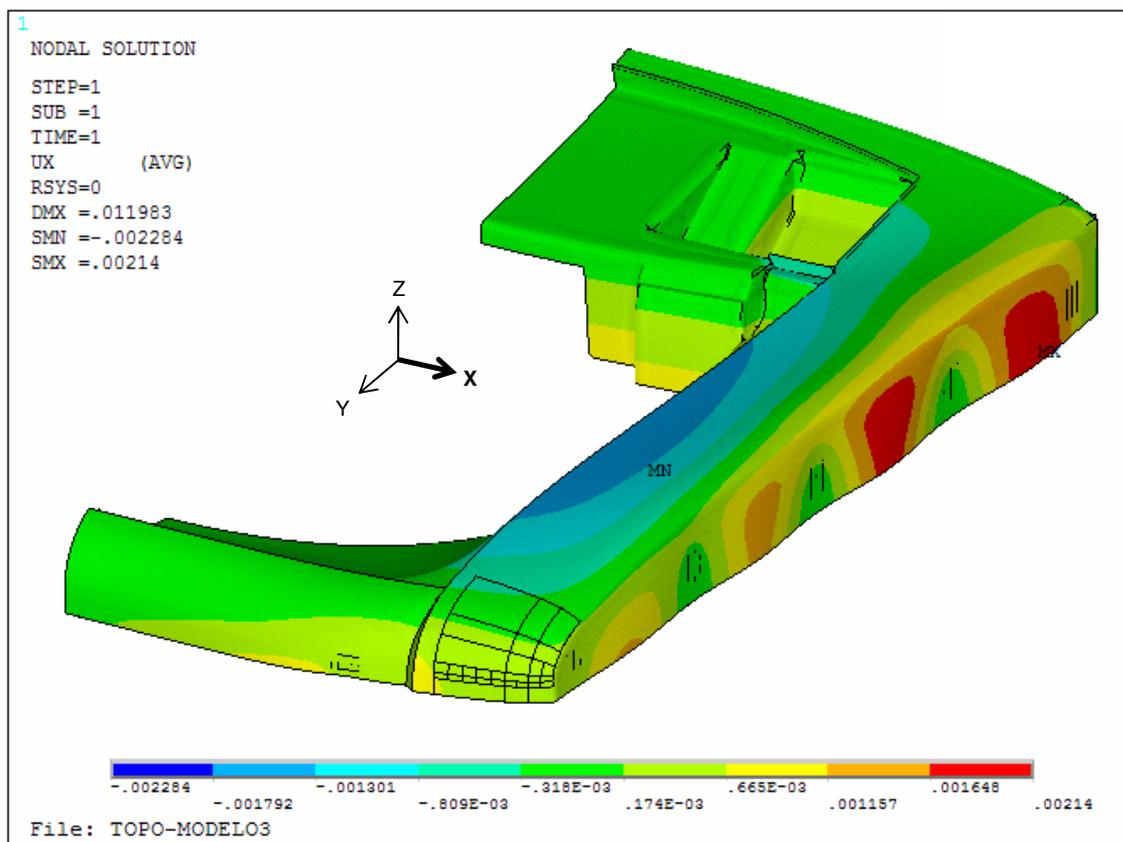


Figura 5.33 – Deslocamento no eixo X (m) a 70°C, 0h.

A figura 5.34 apresenta a distribuição de tensão de von Mises para o período de 100h à temperatura de 70°C.

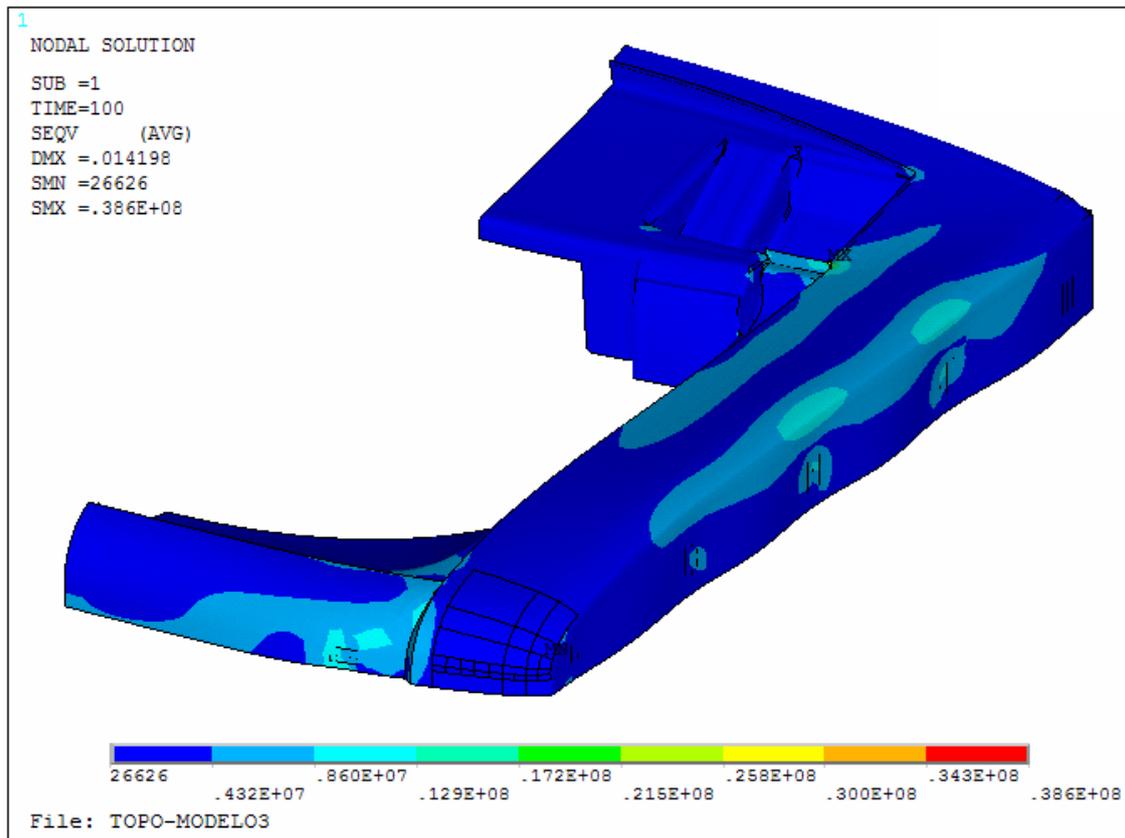


Figura 5.34 – Distribuição da tensão de von Mises (MPa) após 100h a 70°C, análise de fluência.

No período de 100h na temperatura de 70°C, figura 5.35 observa-se o maior deslocamento lateral encontrado igual a 2,54mm.

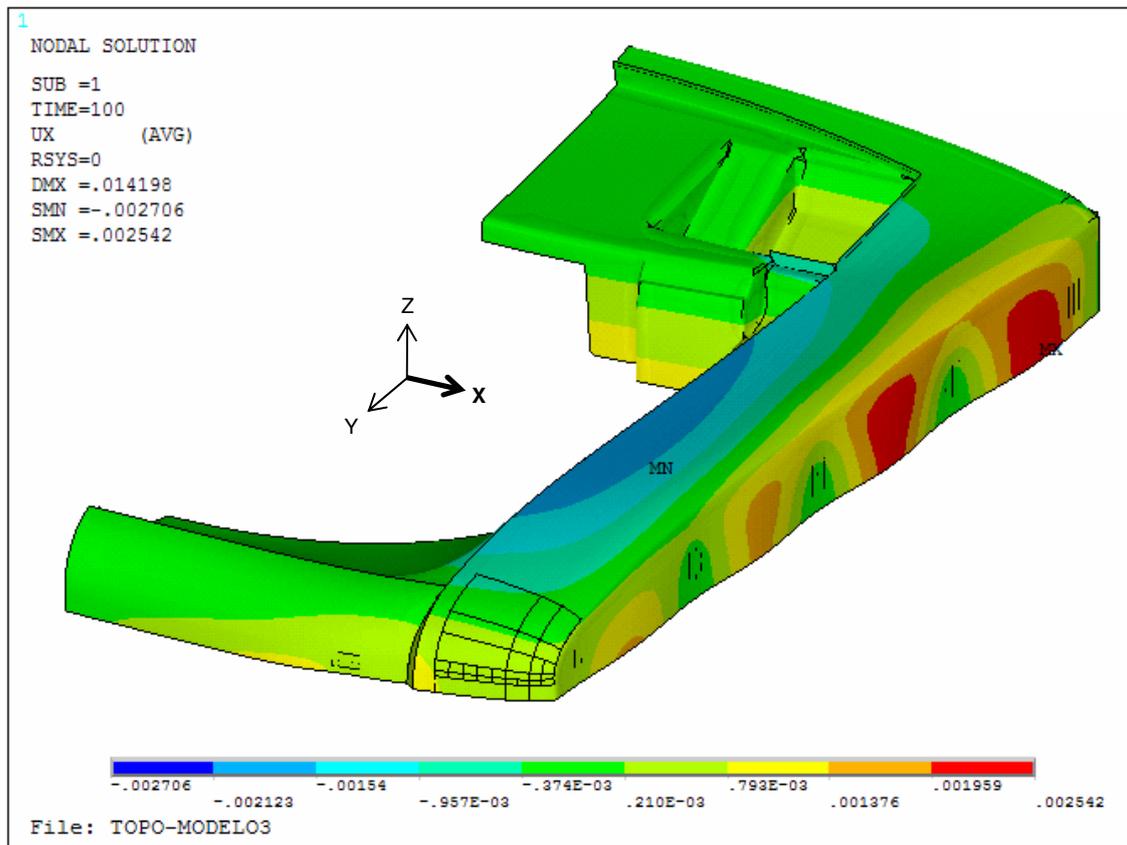


Figura 5.35 – Deslocamento no eixo X (m) após 100h a 70°C, análise de fluência.

A tabela 5.5 apresenta os valores máximos de deslocamento lateral obtidos nas análises numéricas.

Item	Temperatura (°C)	Tempo (h)	Deslocamento Lateral (mm)	Tensão (MPa)	Figura
1	22,8	0	1,43	12,7	5.27
2	22,8	100	1,44	12,9	5.29
3	40	0	1,63	12,7	5.30
4	40	100	1,77	11,5	5.32
5	70	0	2,14	12,7	5.33
6	70	100	2,54	12,9	5.35

Tabela 5.5 – Dados obtidos nas análises numéricas para deslocamento lateral da lavadora de roupas.

Observando os itens 1 e 2 da tabela 5.5, pode-se concluir que para temperatura de 22,8°C e para as condições de carregamento utilizadas, 6 níveis de empilhamento, o deslocamento viscoelástico para o período de 100h não é significativo correspondendo a um valor igual a 0,01mm do deslocamento total.

Avaliando os resultados obtidos nas análises numéricas, tabela 5.5, observa-se que o maior deslocamento lateral do topo plástico da lavadora de roupas ocorre quando o produto é submetido à temperatura de 70°C, que simula a condição do transporte do produto por meio de um caminhão “baú” com 03 níveis de empilhamento submetido a acelerações próximas a 2g (20m/s^2), representando o transporte para região norte do país. No item 6 da tabela 5.5 observa-se um deslocamento total de 2,54mm, enquanto que o deslocamento elástico obtido é igual a 2,14mm, item 5 da tabela 5.5. Portanto, para esta condição de carregamento pode-se dizer que o máximo deslocamento viscoelástico na lateral do topo é de aproximadamente 0,4mm. Deve-se salientar que estes deslocamentos viscoelásticos são encontrados entre pontos fixos de curta distância, podendo desta maneira comprometer a estética do produto.

6

Conclusões e Sugestões de Continuidade

Este trabalho apresenta uma metodologia capaz de prever o comportamento viscoelástico de fluência primária e secundária dos polímeros, considerando tensões de cargas estáticas e temperatura, permitindo assim identificar o limite estrutural para aplicação de componentes poliméricos ao longo do tempo.

Para alcançar este objetivo, foi feita uma breve revisão dos conceitos da viscoelasticidade, na qual alguns modelos teóricos foram apresentados. Direcionando o trabalho para o caso de materiais poliméricos, apresentaram-se também alguns fatores que afetam a resposta viscoelástica desses materiais, tais como, temperatura, meio atmosférico e envelhecimento.

Apresentou-se também uma revisão sucinta do Método dos Elementos Finitos voltado para problemas de fluência primária, discutindo-se técnicas de avaliação da resposta transiente.

Para iniciar a análise de comportamento viscoelástico encontraram-se dificuldades na determinação dos dados relacionados às propriedades viscoelásticas, principalmente em polímeros que utilizam carga mineral, como é o caso do exemplo 5.3.4. Apesar de ser possível encontrar algumas propriedades em referências na literatura, normalmente em polímeros sem carga mineral, estas raramente coincidem com os materiais e temperaturas dos problemas a serem analisados. Por esta razão, normalmente são necessários testes experimentais para determinação das propriedades desejadas.

Alguns exemplos foram apresentados no sentido de comprovar a aplicabilidade da metodologia proposta.

No exemplo 5.3.2 comparam-se valores experimentais, obtidos na literatura, com os resultados do método de solução utilizado, e percebe-se que o método apresenta uma aproximação razoável, conforme ilustrado na figura 5.8. Neste exemplo utiliza-se uma função de interpolação que é uma aproximação do comportamento de fluência de diversas curvas de tensão, por este motivo não apresenta uma aproximação idêntica ao comportamento de uma única curva de tensão. Desta maneira, recomenda-se que o modelo numérico a ser utilizado na análise não linear, esteja contido entre os limites máximo e mínimo das tensões utilizadas para desenvolvimento da função de fluência, conforme tabela 5.2.

Na figura 5.11, onde se comparam diferentes configurações de malha, observa-se uma diferença significativa entre a distribuição de deformação de fluência, demonstrando que quanto maior o número de elementos melhor será a representação da distribuição de fluência do modelo. As curvas de comportamento apresentadas na figura 5.10, referem-se ao comportamento de deformação de fluência em um ponto onde a distribuição de deformação de fluência não é tão afetada pelo número de elementos que compõem a malha, e por este motivo apresentam valores muito próximos entre si.

Conforme observado na figura 5.9, pequenos valores de sub passos de carga (10) não são capazes de representar de maneira satisfatória o comportamento de fluência dos modelos numéricos, pois o pequeno número de sub passos de carga não é suficiente para acompanhar a taxa elevada de deformação inicial.

No exemplo 5.3.3, de um vaso de pressão metálico, são comparados os valores e a distribuição de tensões da literatura com o objetivo de validar a metodologia proposta.

Conforme comentado anteriormente o exemplo 5.3.4, o topo plástico da lavadora de roupas é capaz de ilustrar a aplicação da modelagem computacional de sólidos poliméricos submetidos à deformação lenta em casos práticos.

Nos dados apresentados na tabela 5.5, onde são mostrados valores de deslocamento lateral em diferentes temperaturas ambiente (22,8 , 40 e 70°C), percebe-se que a temperatura é um fator crítico na deformação de fluência, e que na medida que eleva-se a temperatura a parcela de deformação de fluência torna-se mais significativa em relação à deformação total.

Na comparação dos resultados da simulação numérica da tabela 5.5 (exemplo 5.3.4) com os valores da situação real, percebe-se que os valores numéricos de deslocamento lateral são subestimados. Acredita-se que fatores relacionados ao processo produtivo do componente possam gerar tensões internas, capazes de potencializar uma maior amplitude de deslocamentos laterais encontrados na prática, e que não foram considerados na análise apresentada neste trabalho.

Os exemplos 5.3.3 e 5.3.4 apresentados neste trabalho representam algumas aplicações do comportamento de deformação lenta em situações práticas encontradas na indústria, bem como as figuras 1.2, 1.3, 1.4 e 1.5. No campo de estudos da biomecânica percebe-se também a preocupação com o comportamento viscoelástico, tal como indicado na figura 1.6. Nestes poucos exemplos citados percebe-se a importância do estudo do comportamento de fluência na melhoria e aperfeiçoamento de componentes poliméricos, pois para se chegar à otimização estrutural destes componentes a simples análise elástica não é suficiente para revelar o comportamento real do componente. Principalmente nos casos em que é necessário submeter os materiais poliméricos a situações de limite estrutural, nestes casos a análise viscoelástica é um fator determinante para obtenção de resultados de maior credibilidade.

Nos exemplos apresentados neste trabalho não foram considerados fatores importantes que podem influenciar no comportamento viscoelástico dos polímeros, como o envelhecimento do material e tensões residuais (provenientes do processo de produção), que podem ser explorados através de um estudo complementar que concentre análises nestes temas.

Com base nos estudos deste trabalho pode-se sugerir a determinação das propriedades viscoelásticas dos polímeros com temperatura e meio atmosférico

controlados. Desta maneira seria possível uma comparação mais precisa entre os resultados numéricos e aplicações reais.

Neste trabalho restringiu-se o estudo à análise de cargas com tensões estáticas, como sugestão de continuidade deste tema propõe-se a análise de carga e descarga com tensões cíclicas.

Além dos fatores de carregamento estrutural, sugere-se também uma análise da influência do comportamento viscoelástico de polímeros com a adição de cargas minerais, aditivos poliméricos, variações de peso molecular dos polímeros, e também o estudo deste comportamento em outros materiais como vidros laminados, com grande aplicação industrial, e em materiais compósitos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALFREY, T. Jr. (*ap ud* FINDLEY *et al.*, 1989)
Mechanical Behavior of High Polymers, Interscience Publishers
New York, 1962
- BANIK, K.
Process-induced Long-term Deformation Behavior of Injection Molded
Semicrystalline Thermoplastic
Thesis, Chemnitz University of Technology, Chemnitz, Germany, 2006
- BATHE, KLAUS JÜRGEN
Finite Element Procedures
Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, 1996
- BENNETT, E. A.
Influence of Creep on the Stability of Pultruded E-Glass / Polyester Composite
Columns at Elevated Service Temperatures
Dissertation Master Degree, Georgia Institute of Technology, 2005
- BRANDS, D.W.A; PETERS, G.W.M.; BOVENDEERD, P.H.M.
Design and Numerical Implementation of a 3-D Non-Linear Viscoelastic
Constitutive Model for Brain Tissue During Impact
Journal of Biomechanics, 2004
- BROSTOW, WITOLD; CORNELIUSSEN, ROGER D.
Failure of Plastics
New York, Hanser, 1986
- CALLISTER, WILLIAM D.
Materials Science and Engineering An Introduction, Third Edition
John Wiley & Sons, Inc., New York, 1994
- COOK, R. D.
Concepts and Applications of Finite Element Analysis, Second Edition
John Wiley & Sons, Inc., New York, 1981
- DOOLITTLE, A. K. (*ap ud* WARD & HADLEY, 1993)
J. Applied Phys., 1951
- DUTTA, P. K.
Investigations of Plastic Composite Materials for Highway Safety Structures
US Army Corps of Engineers, Cold Regions Research & Engineering
Laboratory, Hanover, New Hampshire, 1998

- FINDLEY, W. N. (*ap ud* FINDLEY *et al.*, 1989)
Creep Characteristics of Plastics
Symposium on Plastics, ASTM, 1944
- FINDLEY, W. N.; ADAMS, C. H.; HORLEY, W. J. (*ap ud* FINDLEY *et al.*, 1989)
The Effect of Temperature on the Creep of Two Laminated Plastic as Interpreted
by the Hyperbolic-sine Law and Activation Energy Theory Proc. ASTM, Vol. 48,
1948
- FINDLEY, W. N.; LAI, S. JAMES; ONARAN, KASIF
Creep and Relaxation of Nonlinear Viscoelastic Materials
Dover Publications, Inc., New York, 1989.
- FINDLEY, W. N.; PETERSON, D. E. (*ap ud* FINDLEY *et al.*, 1989)
Prediction of Long Time Creep with Ten-Year Data Creep on Four Plastic
Laminates.
Proceedings, ASTM, Vol. 58, 1958
- GREEN, A. E. and RIVLIN, R. S. (*ap ud* FINDLEY *et al.*, 1989)
The Mechanics of Nonlinear Materials with Memory, Part I
Archive for Rational Mechanics and Analysis, Vol. 1, 1957
- GREEN, A. E. and RIVLIN, R. S. and SPENCER, A. J. M. (*ap ud* FINDLEY *et al.*,
1989). The Mechanics of Nonlinear Materials with Memory, Part II
Archive for Rational Mechanics and Analysis, Vol. 3, 1959
- GREEN, A. E. and RIVLIN, R. S., (*ap ud* FINDLEY *et al.*, 1989)
The Mechanics of Nonlinear Materials with Memory, Part III
Archive for Rational Mechanics and Analysis, Vol. 4, 1960
- GREENBAUM, G. A.; RUBINSTEIN M. F. (*ap ud* FINDLEY *et al.*, 1989)
Creep Analysis of Axisymmetric Bodies Using Finite Elements, Nucl. Eng. Des.,
Vol. 7, 1968
- GROSS, B. (*ap ud* FINDLEY *et al.*, 1989)
Mathematical Structures of the Theories of Viscoelasticity
Hermann and Co., Paris, 1953
- HORVATH, J. S.
Mathematical Modeling of the Stress-Strain-Time Behavior of Geosynthetics
Using the Findley Equation: General Theory and Application to EPS- Block
Foam
Manhattan College Research Report No. CE/GE-98-3, 1998

KHAN, A.; ZHANG, H.

Finite Deformation of a Polymer: Experiments and Modeling
International Journal of Plasticity, 2001

KLOMPEN, E.T.J.

Thesis, Mechanical Properties of Solid Polymers, Constitutive Modelling of long and Short term Behaviour
Technische Universiteit Eindhoven, 2005
<http://www.mate.tue.nl/mate/pdfs/4944.pdf>, (Nov/2005).

KRAUS, HARRY

Creep Analysis
John Wiley & Sons Ltd, New York, 1980.

KRISHNAMACHARI, L. J.

Applied Stress Analysis of Plastics : A Mechanical Engineering Approach
Van Nostrand Reinhold, New York, 1993.

LAKES, R. S.; QUACKENBUSH, J.

Viscoelasticity behaviour in indium tin alloys over a wide range of frequency and Time.
Department of Engineering Physics, Engineering Mechanics Program,
Biomedical Engineering Department, Materials Science Program and Rheology
Research Center, University of Wisconsin-Madison, 1996
<http://silver.neep.wisc.edu/~lakes/glnSn.pdf> (Fev/2005)

LEADERMAN, H. (*ap ud* FINDLEY *et al.*, 1989)

Elastic and Creep Properties of Filamentous Materials
Textile Foundation, Washington, D.C., 1943

MATSUOKA, S.

Entropy, Free Volume, and Cooperative Relaxation
Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology,
Polytechnic University, New York, 1997.

MENG, X. N.; LEROUX, M. A.; SETTON, L. A.; LURSEN, T. A.

Biphasic Finite Element Formulation for Modeling Nonlinear Response of Articular Cartilage to Torsion
Department of Civil and Environmental Engineering / Department of Biomedical Engineering of Duke University, Department of Biomedical Engineering of Columbia University
Bioengineering Conference ASME 2001, BED-Vol. 50, pág. 549 e 550.
<http://asme.pinetec.com/bio2001/data/pdfs/a0095206.pdf> (Fev/2005)

MOAVENI, S.

Finite Element Analysis
Theory and Application with ANSYS
Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, 1999.

MODERN PLASTICS ENCYCLOPEDIA 1983-1984 October 1983 Volume 60,
number 10A Copyrights McGraw-Hill, New York.

MCLOUGHLIN, J. R.; TOBOLSKY A. V. (*ap ud* CALLISTER, 1994)
J. Colloid Sci, 7, 1952

MULIANA, A.; HAJ-ALI, R.

A Mechanical Model For The Nonlinear Viscoelastic Behavior of Laminated
Composites
16th ASCE Engineering Mechanics Conference, University of Washington,
Seattle, 2003.
<http://www.ce.washington.edu/em03/proceedings/papers/379.pdf>, (Nov/2005).

NICHOLSON, L.M.; WHITLEY, K.S.; GATES, T.S.

The Role of Molecular Weight and Temperature on the Elastic and Viscoelastic
Properties of a Glassy Thermoplastic Polyimide
Langley Research Center, Hampton, Virginia, 2001.
<http://techreports.larc.nasa.gov/ltrs/PDF/2001/tm/NASA-2001-tm210664.pdf>,
(Nov/2005)

OLIVEIRA, PAULO R. L.

Análise Não Linear de Deformação Lenta Utilizando o Método dos Elementos
Finitos
Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2004

ONARAN, K; FINDLEY, W. N (*ap ud* FINDLEY *et al.*, 1989)

Combined Stress Creep Experiments on a Non-linear Viscoelastic Material to
Determine the Kernel Function for a Multiple Integral Representation of Creep,
Trans. Soc. Of Rheology, Vol. 9, 1965

PROVENZANO, PAOLO; LAKES, RODERIC; KEENAN, THOMAS; VANDERBY
JR, RAY

Nonlinear Ligament Viscoelasticity
Department of Biomedical Engineering and Division of Orthopedic Surgery,
Department of Biomedical and Department of Engineering Physics, University of
Wisconsin-Madison, October 2000.
<http://silver.neep.wisc.edu/~lakes/LigNLV.pdf> (Fev/2005)

ROSATO, DONALD V.; ROSATO, DOMINICK V.

Blow Molding Handbook, Technology, Performance, Markets, Economics The
Complete Blow Molding Operation
Hanser Publishers, Munich, Vienna, New York, 1989

ROY, A. K. ; VENKATESH, A.; MARTHANDAM, V.; DRONAVALLI, S. B.; WELLS, D.; ROGGE R.

Residual Stress Characterization in Structural Materials by Destructive and Non Destructive Techniques

Journal of Materials Engineering and Performance, April 2005.

ROYLANCE, DAVID

Engineering Viscoelasticity

Department of Materials Science and Engineering, Massachusetts Institute of Technology. October 2001.

<http://ocw.mit.edu/NR/rdonlyres/Materials-Science-and-Engineering/3-11Mechanics-of-MaterialsFall1999/038732E6-CF1E-4BD0-A22E-39123ADD3337/0/visco.pdf> (Fev/2005)

SAMPAIO, CÁSSIO D. C.

Comparação entre a Modelagem Numérica e Experimental da Deformação por Fluência em Vigas de Concreto Armado

Dissertação de Mestrado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004

STRUIK, L. C. E. (*ap ud* BROSTOW *et al.*, 1986)

Physical Aging in Amorphous Polymers and Other Materials
Elsevier, Amsterdam – New York 1978

THURSTON, R. H. (*ap ud* FINDLEY *et al.*, 1989)

Materials of Construction John Wiley, New York, 1895

TRANTINA, GERRY; NIMMER, RON

Structural Analysis of Thermoplastics Components
Peggy Malnati, McGraw-Hill, Inc., 1994

VICAT, L. T. (*ap ud* FINDLEY *et al.*, 1989)

Note Sur l'Allongement du Fil de Fer Soumis à Diverses Tensions
Annales, Ponts et Chaussées, Memoires e Docum. v. 7, 1834

VOLTERRA, V. (*ap ud* FINDLEY *et al.*, 1989)

Sulle Equazioni integro-differenziali della Teoria dell' Elasticita
Atti della Reale Accademia dei Lecei, 1909

VORAKUNPINIJ, Adisak

Thesis, The Effect of Paper Structure on the Deviation Between Tensile and Compressive Creep Responses

King Mongkut's University of Technology Thonburi, Bangkok, Thailand, 1994.

- WANG, Y. C.; LUDWIGSON, M.; LAKES, R. S.
Deformation of Extreme Viscoelastic Metals and Composites
Department of Engineering Physics, Engineering Mechanics Program,
University of Wisconsin-Madison, July 2002.
<http://silver.neep.wisc.edu/~lakes/VEextr04.pdf> (Fev/2005)
- WARD, I. M.; HADLEY, D. W.
An Introduction to the Mechanical Properties of Solid Polymers
John Wiley & Sons Ltd, Chichester, 1993.
- WARD, I. M.; ONAT, E. T. (*ap ud* FINDLEY et al., 1989)
Non-linear Mechanical Behavior of Oriented Polypropylene, Mech. And Physics
of Solids, 1963
- ZI, GOANGSEUP; BAZANT P., ZDENEK
Continuous Relaxation Spectrum for Concrete Creep and Its Incorporation into
Microplane Model M4. Journal of Engineering Mechanics, December 2002.
<http://www.korea.ac.kr/~semlab/webpage/resources/papers/relax.pdf>(Fev/2005)
- ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L.
The Finite Element Method. 4 th. ed. London, McGraw-Hill, 1989

ANEXO 1

Neste anexo são apresentadas as figuras que representam o comportamento viscoelástico das curvas de interpolação utilizadas na análise numérica do exemplo 5.3.4, para as temperaturas de 22,8 e 80 °C.

ANEXO 1.1 – CURVAS DE INTERPOLAÇÃO DA DEFORMAÇÃO VISCOELÁSTICA, TEMPERATURA 22,8 °C.

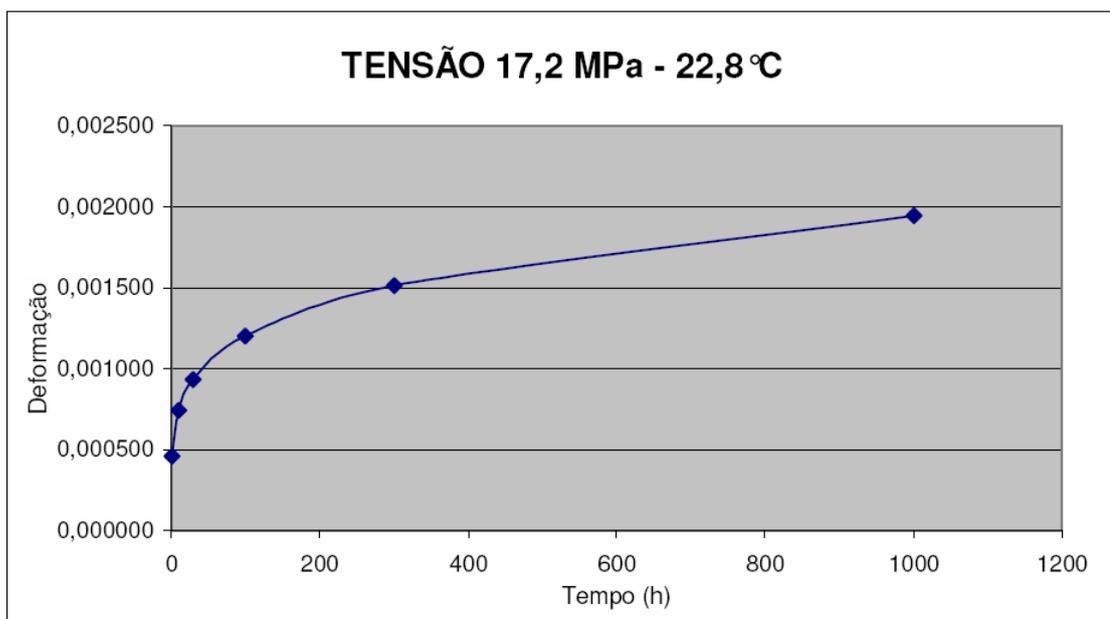


Figura A1.1.1 – Curva viscoelástica interpolada para tensão de 17,23 MPa a 22,8 °C, polipropileno utilizado na análise numérica.

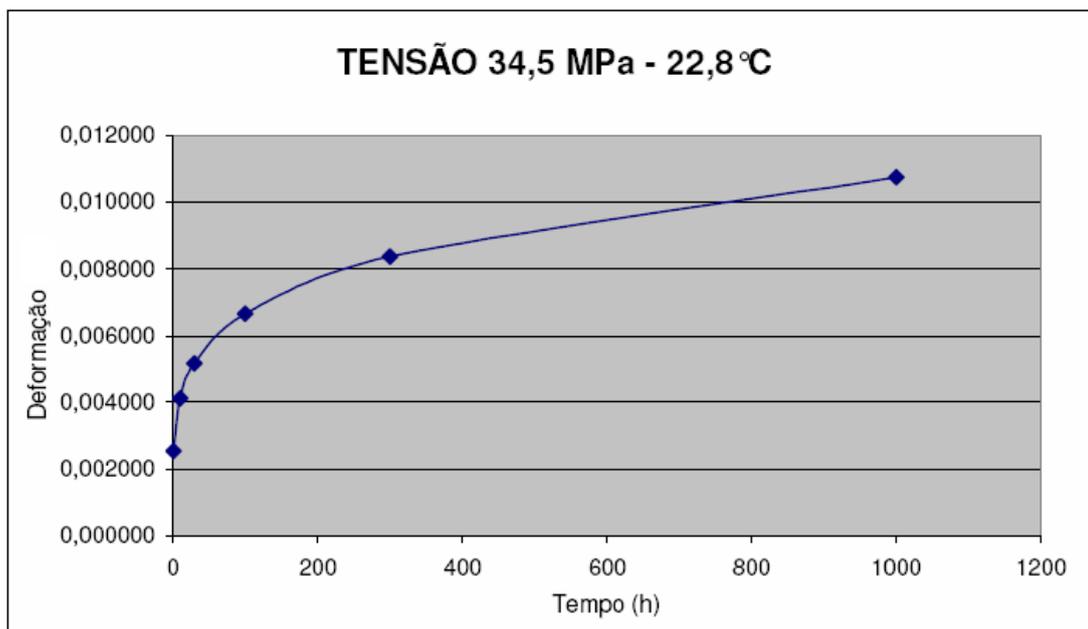


Figura A1.1.2 – Curva viscoelástica interpolada para tensão de 34,5 MPa a 22,8°C, polipropileno utilizado na análise numérica.

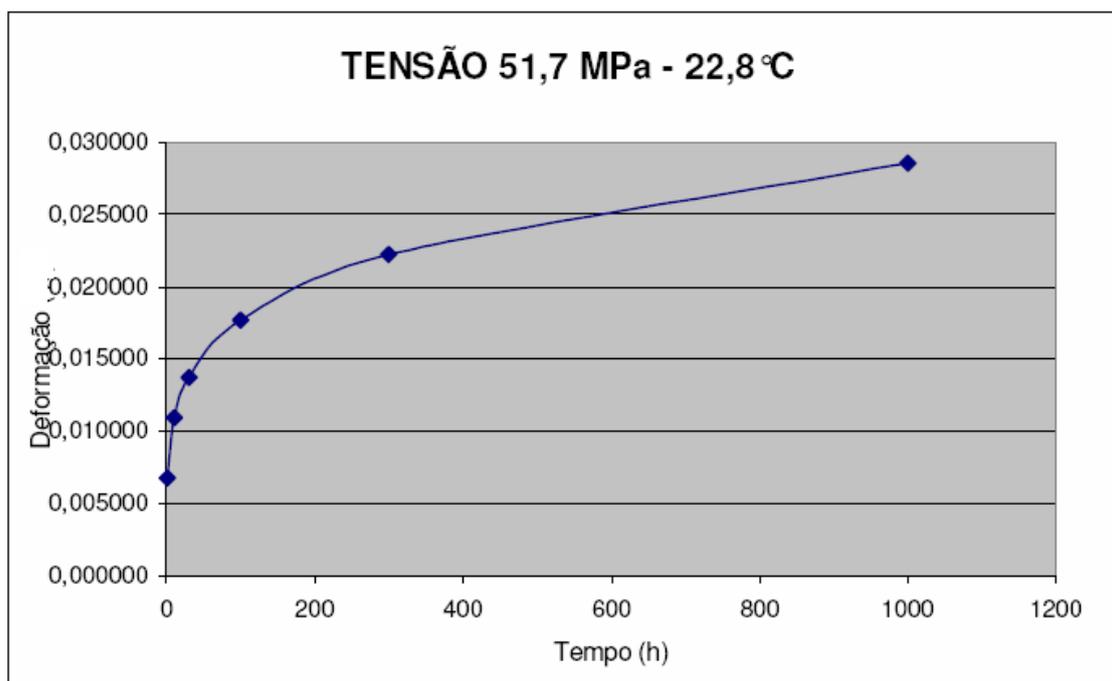


Figura A1.1.3 – Curva viscoelástica interpolada para tensão de 51,7 MPa a 22,8°C, polipropileno utilizado na análise numérica.

ANEXO 1.2 – CURVAS DE INTERPOLAÇÃO DA DEFORMAÇÃO VISCOELÁSTICA, TEMPERATURA 80°C.

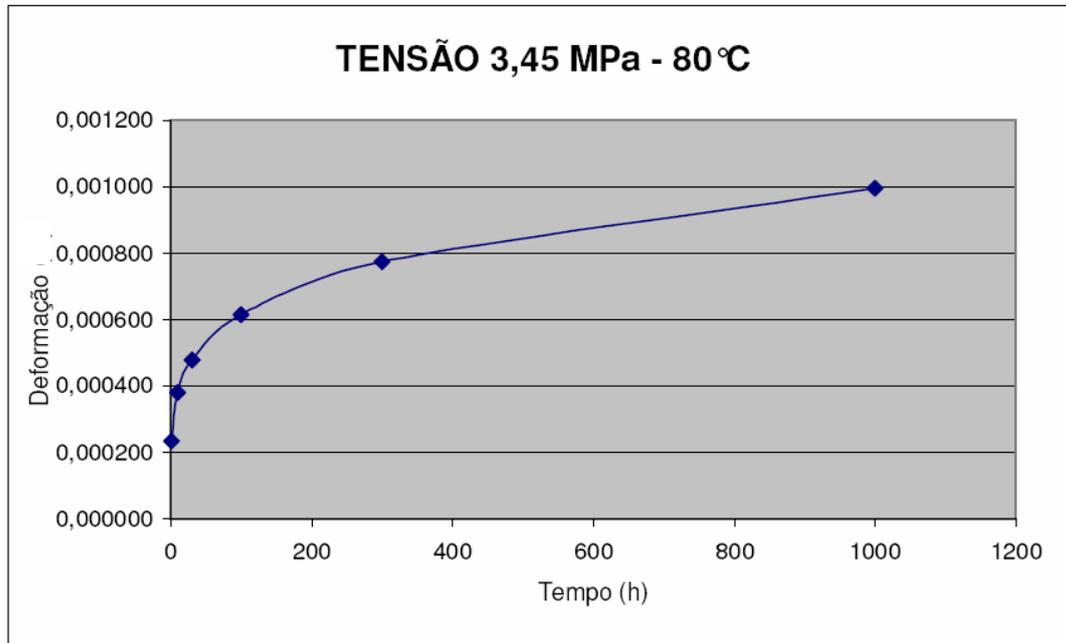


Figura A1.2.1 – Curva viscoelástica interpolada para tensão de 3,45 MPa a 80,0°C, polipropileno utilizado na análise numérica.

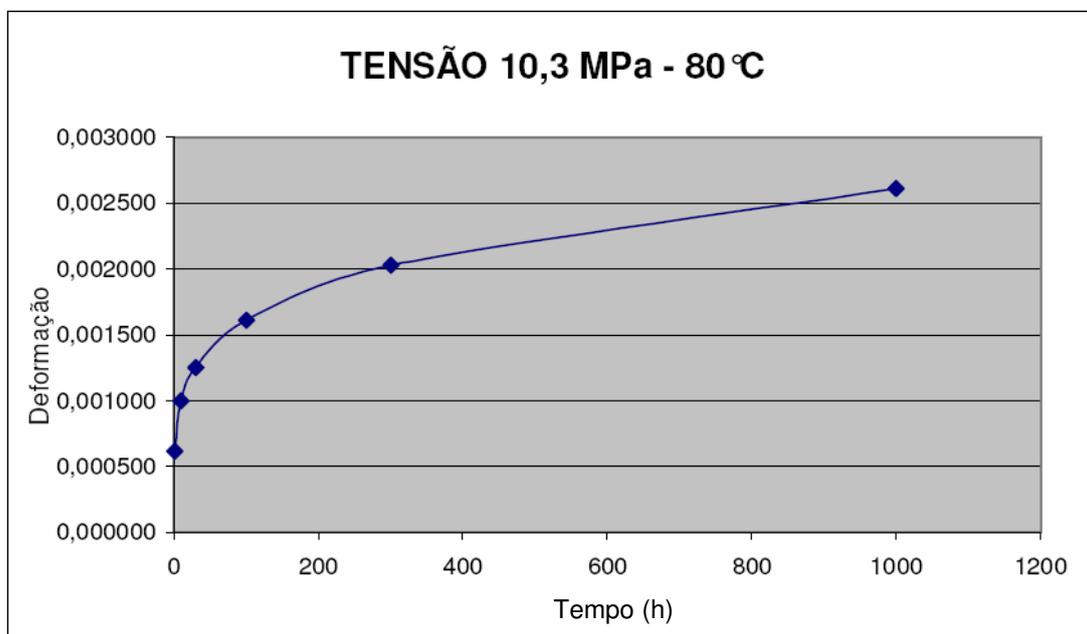


Figura A1.2.2 – Curva viscoelástica interpolada para tensão de 10,3 MPa a 80,0°C, polipropileno utilizado na análise numérica.

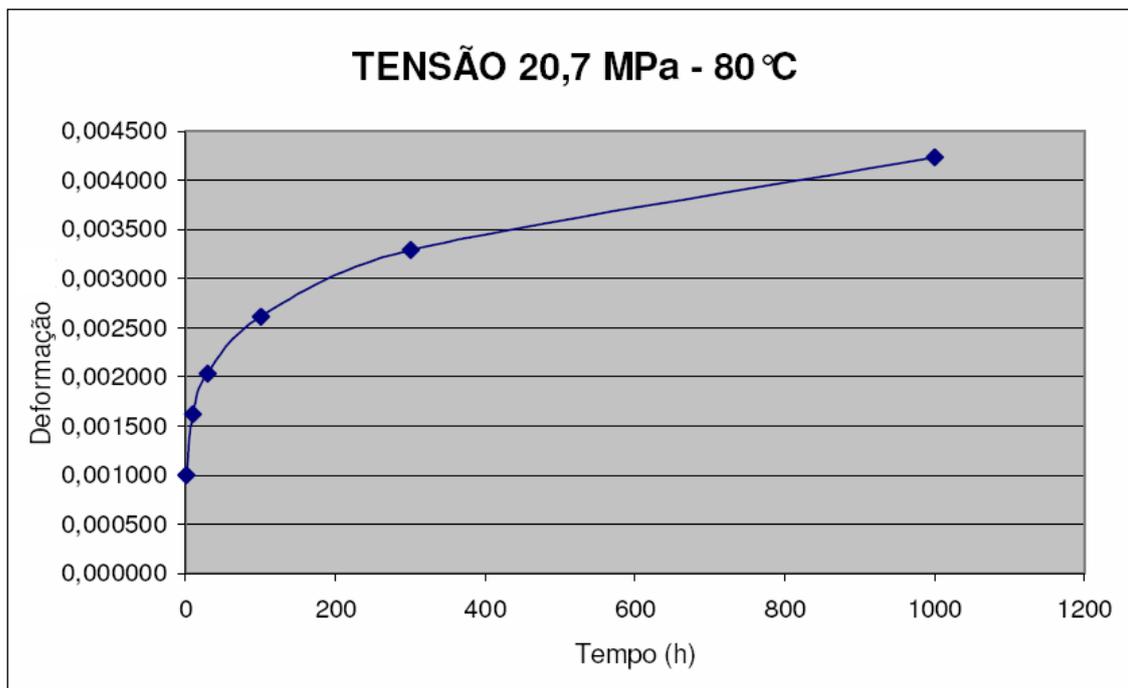


Figura A1.2.3 – Curva viscoelástica interpolada para tensão de 20,7 MPa a 80,0 °C, polipropileno utilizado na análise numérica.

ANEXO 2

O anexo 2 apresenta a descrição mais detalhada do elemento de casca adotado no exemplo numérico apresentado no capítulo 5.

ELEMENTO SHELL 181

Os elementos finitos de casca podem ser obtidos através da combinação de um elemento de membrana com um elemento de flexão. Um elemento de casca triangular simples pode ser obtido pela combinação de um triângulo de tensão plana com uma placa triangular de flexão. O elemento resultante é plano e possui cinco ou seis graus de liberdade por nó.

Um elemento de casca pode ser obtido de uma maneira semelhante, pela combinação de planos quadriláteros e elementos de placa. Observa-se que um elemento quadrilátero plano de quatro nós é geralmente mais pontiagudo, devido ao fato de todos os nós não serem co-planares. Um pequeno número de elementos pontiagudos pode reduzir a performance de um elemento.

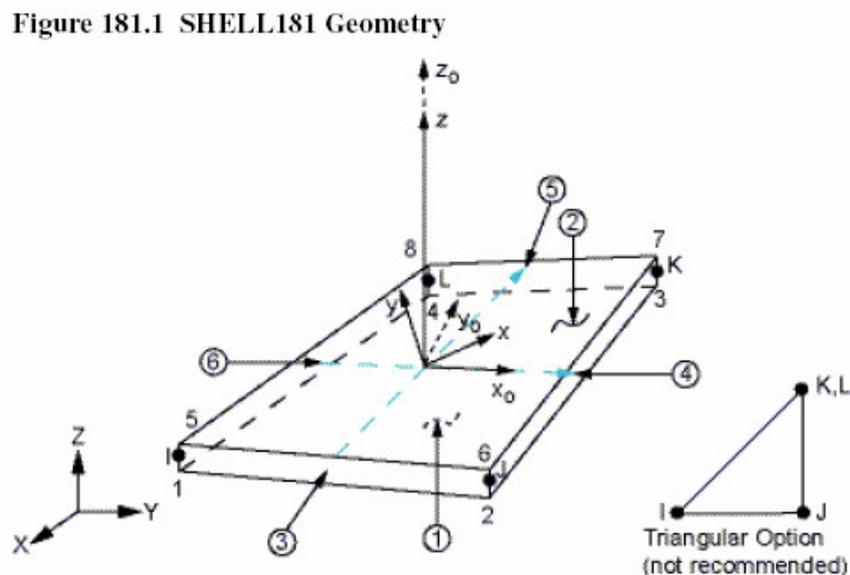


Figura A2.1 – Elemento tridimensional de casca SHELL 181 empregado na análise de fluência.

A vantagem de utilizar-se de um elemento plano é que desta maneira é incluída simplicidade a formulação do elemento, simplicidade na descrição da geometria do elemento, e a característica de representar o movimento de um corpo rígido sem deformação. Como desvantagens, a representação de uma superfície curva suave por faces planas e arestas de ângulos agudos, com a formação de linhas na região de união dos elementos. Desta maneira é produzido um erro pelo acoplamento de elementos não co-planares, entre as ações de placa e membrana como elementos individuais. A força de flexão da membrana é transferida ao elemento adjacente através de uma componente normal, que produz flexão. Então, o erro associado ao elemento de casca pode ser reduzido pelo uso de elementos menores. Usualmente adota-se como referência elementos com ângulos inferiores a 10° em relação ao arco formado pela geometria original [COOK (1981)].

O elemento SHELL 181 é indicado para aplicações lineares, grandes rotações e grandes deformações não lineares.

Na modelagem de materiais compostos laminados, em forma de casca ou sanduíche, pode-se utilizar o elemento SHELL 181. A precisão do modelamento é governada pela teoria de deformação cisalhante de primeira ordem, usualmente referenciada como teoria de casca de Mindlin-Reissner.

No elemento de casca utilizado pelo software ANSYS as funções de forma são definidas a partir da definição das configurações do elemento; triangular ou quadrilateral, com ou sem grau de liberdade de rotação e nós intermediários.