PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO PARANÁ ESCOLA POLITÉCNICA CURSO DE MESTRADO EM ENGENHARIA MECÂNICA

CLEBE JUNIOR TONIAL VITORINO

ESTUDO NUMÉRICO E EXPERIMENTAL DE CORNETAS ACÚSTICAS E OTIMIZAÇÃO USANDO PSO

CURITIBA 2014

CLEBE JUNIOR TONIAL VITORINO

ESTUDO NUMÉRICO E EXPERIMENTAL DE CORNETAS ACÚSTICAS E OTIMIZAÇÃO USANDO PSO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica Área de concentração: Mecânica dos Sólidos, da Escola Politécnica, da Pontifícia Universidade Católica do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Nilson Barbieri

CLEBE JUNIOR TONIAL VITORINO

ESTUDO NUMÉRICO E EXPERIMENTAL DE CORNETAS ACÚSTICAS E OTIMIZAÇÃO USANDO PSO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica Área de concentração: Vibrações e Acústica, do Centro Politécnico, da Pontifícia Universidade Católica do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Engenharia Mecânica.

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof. Dr. Nilson Barbieri Pontifícia Universidade Católica do Paraná

Prof. Dr. Key Fonseca de Lima Pontifícia Universidade Católica do Paraná

Prof. Dr. Renato Barbieri Universidade Estadual de Santa Catarina

Prof. Dr. Marcio Henrique de Avelar Gomes UTFPR – Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Curitiba, 18 de dezembro de 2014.

Dedico este trabalho ao meu pai e a minha mãe, que se privaram de muitas coisas para que eu chegasse até aqui.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a todos que me ajudaram a cumprir mais esta etapa da minha vida, e podem se considerarem corresponsáveis pelo meu eventual sucesso.

Em especial agradeço meus amigos e colegas de curso pelo companheirismo durante os estudos e a ajuda mutua que fez com que todos concluíssem com êxito.

Também agradeço a todos meus amigos (PUCPR, CEU, Diamont e demais círculos de amizades) pelo incentivo nas horas difíceis e por não deixarem que desistisse deste trabalho, as vezes precisamos de comentários positivos para seguir em frente. Agradeço também a empresa Diamont na figura do Jonathan por ter me ajudado, compreendido e incentivado durante o mestrado.

Porém nesta jornada houveram pessoas que andaram ao meu lado, passo por passo, me ajudando como um pai faz com o filho. Tal ajuda jamais será esquecida e minha gratidão será eterna, Professor Nilson, Professor Renato e Professor Key, espero que um dia fique menos "nó cego" e possa, quem sabe, me tornar colega de profissão dos senhores.

A todos que lerão esta modesta obra, que ela possa contribuir em algo para seu conhecimento.

Muito Obrigado a todos!

Nada é tão bom que não possa ser melhorado, qualquer um de nós está sempre em aprendizado. Quando achamos que já sabemos tudo é o sinal que nem começamos a aprender o básico, HUMILDADE. GILMAR DE FREITAS VASCONCELOS

RESUMO

Cornetas acústicas são estruturas que aparecem em dispositivos de ondas acústicas e eletromagnéticos. Os instrumentos musicais (metais), sirenes, e alto-falantes externos contém cornetas que participam da geração e distribuição de ondas sonoras. Cornetas também são encontradas nos receptores e transmissores de micro-ondas, usadas para as comunicações de satélite ou em dispositivos de limpeza. O foco desta dissertação de mestrado é a implementação de uma metodologia para a obtenção do perfil ideal de cornetas acústicas e também realizar experimentos de laboratório para verificar a validade dos cálculos numéricos. Os principais passos para a geometria ideal de cornetas acústicas são a definição da função objetivo, a avaliação desta função e da técnica de otimização empregada. A função objetivo é construída utilizando o coeficiente de reflexão da onda e o seu valor é determinado usando o Método dos Elementos Finitos (MEF). A técnica de otimização utilizada neste trabalho é a PSO (Particle Swarm Optimization), um método que não utiliza as derivadas da função objetivo no cálculo do valor ótimo. Para avaliar a corneta experimentalmente foi empregado o método dos dois microfones e o valor do coeficiente de reflexão comparado com o teórico obtido via MEF. Os resultados obtidos para o processo de otimização foram muitos satisfatórios, principalmente pelo controle correto da geometria otimizada. Já o comparativo numérico e experimental apresentou algumas divergências provenientes da qualidade do modelo teórico construído, porém os resultados foram bons e se mostram promissores.

Palavras-chave: Corneta Acústica, MEF, PSO, Otimização.

ABSTRACT

Acoustic horns are structures that appear in acoustic and electromagnetic waves devices. Musical Instruments (metals), sirens, and external speakers contains horns participating in the generation and distribution of sound waves. Horns are also found in the receivers and transmitters of microwave, used for satellite communications or cleaning devices. The focus of this master thesis is the implementation of a methodology for obtaining the ideal profile of acoustic horns and also conduct laboratory experiments to verify the validity of the numerical calculations. The main steps for the ideal geometry of acoustic horns are the definition of the objective function, the evaluation of this function and used optimization technique. The objective function is constructed using the reflection coefficient of the wave and its value is determined using the Finite Element Method (FEM). The optimization technique used in this work is the PSO (Particle Swarm Optimization), a method that does not use the derivatives of the objective function in the calculation of great value. To evaluate the horn was used experimentally the method of two microphones and the value of the reflection coefficient compared with the theoretical obtained using FEM. The results obtained for the optimization process were very satisfactory, especially for the correct control of the optimized geometry. Have the numerical and experimental comparison showed some differences from the quality of the built theoretical model, but the results were good and appear promising.

Keywords: Acoustic Horn, FEM, PSO, optimization.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: Instrumentos musicais cuja geometria é baseada nas formas da corneta. 15
Figura 2 - Associação de cornetas para uso ferroviário Leslie S5T, sendo esse
modelo tido como símbolo deste tipo de aplicação, nas linhas férreas europeias as
companhias se diferenciam uma das outras usando cornetas com diferentes
frequências de operação16
Figura 3 – Exemplo de corneta produzida para limpeza de poeira em filtros de ar17
Figura 4: Vista traseira do carro W05 da Mercedes AMG, a corneta usada no final da
descarga do motor
Figura 5: O desenho abaixo mostra diferentes formas de transmitir e direcionar o
som, tubo reto (a), corneta segmentada (b), corneta com cone reto (c), corneta
parabólica (d), corneta hiperbólica (e) e corneta exponencial com borda "infinita"19
Figura 6 – Gráfico de Beamwidth para uma corneta otimizada, a esquerda e para
uma corneta não otimizada a direita22
Figura 7: Cabeça de medição de impedância instalado dentro de uma câmara
anecóica24
Figura 8: Sistema de coordenadas cilíndricas em um duto circular
Figura 9: Linhas nodais para distribuição transversal de pressão num duto circular
para m = 3 e n = 2 modos de ordem superior
Figura 10: Esquema mostrando o Método dos Dois Microfones
Figura 11: Sistema de coordenadas cilíndricas para problemas axissimétricos37
Figura 12: Representação do elemento triangular quadrático41
Figura 13: Coordenadas de área Li(r,z)42
Figura 14: Elemento do contorno44
Figura 15: Desenho com dimensões básicas da corneta CHC 14-5046
Figura 16: Vista em corte da corneta CHC 14-50, desenho que é usado para a
produção dos moldes de fundição46
Figura 17: Captura dos pontos da geometria da corneta CHC 14-5047
Figura 18: Vista em corte da corneta CHC 14-50 depois de modelada usando o Solid
Works®
Figura 19: Malha de Elementos Finitos, elementos triangulares quadráticos, com
16279 nós e 7956 elementos49

Figura 20: Gráfico mostrando a componente real da Pressão Sonora para a
frequência de 200 Hz50
Figura 21: Gráfico mostrando a componente imaginaria da Pressão Sonora para a
frequência de 200 Hz50
Figura 22: Gráfico mostrando o módulo da Pressão Sonora para a frequência de 200
Hz51
Figura 23: Gráfico mostrando a componente real da Pressão Sonora para a
frequência de 940 Hz51
Figura 24: Gráfico mostrando a componente imaginário da Pressão Sonora para a
frequência de 940 Hz52
Figura 25: Gráfico mostrando o módulo da Pressão Sonora para a frequência de 940
Hz52
Figura 26: Gráfico mostrando a componente real da Pressão Sonora para a
frequência de 1620 Hz53
Figura 27: Gráfico mostrando a componente imaginaria da Pressão Sonora para a
frequência de 1620 Hz53
Figura 28: Gráfico mostrando o módulo da Pressão Sonora para a frequência de
1620 Hz53
Figura 29: Gráfico mostrando a componente real da Pressão Sonora para a
frequência de 2200 Hz54
Figura 30: Gráfico mostrando a componente imaginaria da Pressão Sonora para a
frequência de 2200 Hz54
Figura 31:Gráfico mostrando o módulo da Pressão Sonora para a frequência de
2200 Hz
Figura 32: Gráfico mostrando a componente real da Pressão Sonora para a
frequência de 2870 Hz55
Figura 33: Gráfico mostrando a componente imaginaria da Pressão Sonora para a
frequência de 2870 Hz55
Figura 34: Gráfico mostrando o módulo da Pressão Sonora para a frequência de
2870 Hz55
Figura 35: Variação da pressão na entrada do tubo, avaliada entre 0 e 3000Hz56
Figura 36: Gráfico do Coeficiente de Reflexão calculado por MEF para a faixa de
frequência de 0 a 3000 Hz56

Figura 37: Esquema de montagem da bancada de testes usando como fonte sonora Figura 38: Esquema de montagem da bancada de medição modificado, nesta a fonte sonora é um "driver" desenvolvido para ser acoplado em cornetas e para alimenta-lo um amplificador automotivo foi instalado......59 Figura 39: Fotos da bancada de medição montada, a esquerda a contagem usando o "driver" HDC 3000, a direita a montagem usando a caixa com o autofalante tipo "mid range"......60 Figura 40: Foto do sistema de aquisição de dados, analisador de sinais HP3566/65A e o microcomputador para tratamento dos dados.....60 Figura 41: Gráfico do Coeficiente de Reflexão medido usando o aparato mostrado na Figura 38, onde a fonte é o Driver Hinor HDC3000, a medição foi feita usando duas distancias de microfone, 30mm e 60mm, as linhas tracejadas delimitam a faixa útil da medição, as linhas continuas verde (0,25V) e azul (0,5V) mostram as medições com sinal de entrada randômico, já as linhas vermelha e preta (ambas com 0,5V), com marcadores, mostram as medições com tom puro, usando a função Sweep do gerador de sinal com passo de 100Hz em 100Hz.....62 Figura 42: Detalhe da Figura 41 onde se mostra os dados que estão compreendidos entre as faixas de medição uteis tanto para a distância de microfone de 60mm Figura 43: Resultados das medições usando a aparato da Figura 37, com temperatura de 15°C, a linha em azul representa uma varredura randômica e a linha vermelha com marcador mostra o Sweep com tom puro de 10Hz em 10Hz e em verde o resultado teórico......63 Figura 44: Resultados das medições usando a aparato da Figura 37Figura 38, com temperatura de 20°C, a linha em azul representa uma leitura de frequências aleatórias para uma distância de microfone de 30mm e a linha ciam representa a mesma leitura aleatória, mas com distância entre microfones de 60mm.64 Figura 45: Definição da Geometria da Corneta e padrões das ondas acústicas esperados, "a" é a medida do raio do tubo de entrada, "d" é o comprimento do tubo de entrada, "b" é o raio do lado maior da corneta e "L" é o comprimento do cone....67 Figura 47: Perfil inicial $y_0(x)$ em função da variável de projeto α_1 (dimensões em metros)......72

Figura 48: Geração dos Pontos de Controle	73
Figura 49: Pontos de Controle e funções fn(x,1), n=1,2,,7	74
Figura 50: Pontos de Controle e Funções g _n (x), n=1,2,,7	74
Figura 51: Área (ou região) de Influência do ponto de controle 2 empregadas para	
determinar o campo de velocidades associada a '0,5df3(x)'	76
Figura 52: Determinação da melhor posição possível para $x(k + 1)$ no sentido de	
v(k+1)	80
Figura 53: Gráfico da geometria da corneta para três diferentes soluções otimizand	0
para a frequência de 250Hz (dimensões em metros)	82
Figura 54: Gráfico da geometria da corneta para três diferentes soluções otimizand	0
para a frequência de 350Hz	82
Figura 55: Gráfico da geometria da corneta para três diferentes soluções otimizand	0
para a frequência de 450Hz	83
Figura 56: Gráfico da geometria da corneta para três diferentes soluções otimizand	0
para a frequência de 450Hz	83
Figura 57: Gráfico da geometria da corneta para três diferentes soluções otimizand	0
para a frequência de 650Hz	84
Figura 58: Gráfico da geometria da corneta para três diferentes soluções otimizand	0
para a frequência de 750Hz	84
Figura 59: Gráfico mostrando as duas soluções encontradas, para 250 e 350 Hz8	86
Figura 60: Gráfico mostrando a solução encontrada, para 550 e 650 Hz	86
Figura 61: Gráfico com as soluções encontradas para a faixa de frequência de 350	а
450 Hz, com diferentes tamanhos de populações	87

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Frequências de operação recomendadas de acordo com a distância dos	
microfones, validas para uma temperatura de 25°C	51
Tabela 2: Valores para b para as funções mostradas na Figura 49 e Figura 50	74
Tabela 3: Resultados da Otimização para frequências simples, $\beta = \ln(6)/0,5^{**}(\alpha_1)8$	31
Tabela 4: Resultados da Otimização para duas frequências	35
Tabela 5: Resultados da Otimização para 11 frequências no intervalo de 350 a 450	
[Hz] (350,360,370,,450)	37

RESUMO	6
LISTA DE TABELAS	12
1 INTRODUÇÃO	15
1.1 OBJETIVOS	19
2 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	20
2.1 REFERÊNCIAS EM MODELOS DE MEF PARA ACÚSTICA	20
2.2 REFERÊNCIAS EM OTIMIZAÇÃO	21
2.3 REFERÊNCIAS EM TRABALHOS EXPERIMENTAIS	23
2.3.1 Teoria da onda plana	25
2.3.2 Método dos dois microfones	32
3 FORMULAÇÃO DE MEF PARA PROBLEMAS DE ACÚSTICA	37
4 MODELANDO O PROBLEMA PROPOSTO E LEVANTAMENTO DA	
GEOMETRIA DA CORNETA UTILIZADA	45
5 RESULTADOS COMPUTACIONAIS	50
6 ANÁLISE EXPERIMENTAL	57
7 CONFRONTO DOS RESULTADOS COMPUTACIONAIS COM OS	
EXPERIMENTAIS	61
8 IMPLEMENTAÇÃO DA OTIMIZAÇÃO USANDO PSO E SEUS RESULTAD	OS65
8.1 A DEFINIÇÃO DA GEOMETRIA ANALISADA	66
8.2 A FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA E A DEFINIÇÃO DA	
FUNÇÃO OBJETIVO	67
8.2.1 A definição do tamanho do domínio analisado	68
8.2.2 A equação diferencial e suas condições de contorno	69
8.2.3 A função Objetivo	70
8.2.4 O perfil inicial	71
8.2.5 A definição dos pontos de controle e das funções de perturbação do pe	rfil
inicial 72	
8.2.6 A aproximação do Contorno Interno da Corneta	75
8.2.7 Gerando as Malhas de Elementos Finitos	75
8.3 O ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO	77
8.4 CONTROLE DE FRONTEIRA	80
8.5 CRITÉRIOS DE PARADA E DE CONVERGÊNCIA	81

SUMÁRIO

8.6	6 RESULTADOS NUMÉRICOS DA OTIMIZAÇÃO USANDO PSO	.81
9	CONCLUSÃO	.88

1 INTRODUÇÃO

O estudo de elementos de acústica aplicados no cotidiano se faz importante em um cenário tecnológico cada vez mais especialista, onde soluções customizadas e otimizadas se fazem necessário para atender as expectativas a nível de desempenho de um componente ou sistema.

Este trabalho tem como tema principal o estudo de cornetas acústicas, onde serão estudados métodos numéricos de solução de problemas acústicos envolvendo cornetas, otimização de forma, análise experimental e técnicas de medição além de uma revisão completa dos principais artigos científicos sobre cornetas.

O elemento acústico caracterizado geometricamente como uma "corneta" está presente no cotidiano nos instrumentos musicais (Figura 1), avisos sonoros para sistemas de incêndio, sinalização de navios, trens (Figura 2) e caminhões. Estas são as aplicações mais comuns e que se encontra de forma corriqueira, porém cornetas também são empregadas em sistemas de limpeza (principalmente poeira de filtros de ar), sistemas de som de alta fidelidade e automotivos, em geral, aplicações que demandam que uma grande quantidade de energia sonora sendo transmitida.



Figura 2 - Associação de cornetas para uso ferroviário Leslie S5T, sendo esse modelo tido como símbolo deste tipo de aplicação, nas linhas férreas europeias as companhias se diferenciam uma das outras usando cornetas com diferentes frequências de operação.



Fonte: http://atsf.railfan.net/airhorns/s5t.html

Em uma série e artigos na revista Audio Xpress, Kolbrek (2008) descreve o papel das cornetas em sistemas de transmissão sonora através de duas funções básicas, a transmissão da energia da fonte e a capacidade de direcionar a energia sonora, directividade.

Em uma fonte sonora, muitas vezes chamada de "driver¹" muita energia é perdida na transformação da potência elétrica em potência sonora, ineficiências mecânicas e eletromagnéticas. O uso de uma corneta como transmissor de ondas sonoras tem como o objetivo evitar perdas de transmissão de energia sonora sendo responsável por transmitir as ondas da forma mais plana possível ao longo da sua geometria e descarrega-las no ambiente com o mínimo de perdas proveniente. Tais perdas são frutos da mudança de geometria que gera ondas de pressão contrarias a propagação. O autor cita que um tubo também pode ser dado como eficiente na transmissão das ondas, mas desde que seja adotada a hipótese de "tubo infinito". Outro ponto importante citado é a maior perda de energia em sistemas de baixa frequência do eu em alta frequência, isso é explicado pelo comprimento das ondas,

¹ Driver: Designação comercial para a fonte sonora que normalmente é projetada para atuar em conjunto com cornetas acústicas.

no caso da baixa frequência, as cornetas devem ter comprimento e diâmetro suficiente para lidar com o maior comprimento de onda, já na alta frequência, o pequeno comprimento de onda exige cornetas menores.

Tão importante quanto a transmissão da energia sonora é a diretividade. Segundo Kolbrek (2008), a capacidade de uma corneta em concentrar as ondas sonoras de uma fonte evita que energia seja desperdiçada em áreas indesejadas, isso faz das cornetas, instrumentos fundamentais em projetos acústicos em ambientes abertos, sendo fundamental o efeito de direcionamento do som para que seja possível proporcionar aos ouvintes a mesma potência independentemente da posição ocupada no ambiente e também evitar de transmitir ondas sonoras a locais indesejados.

Dentre os diversos usos para as cornetas, um dos mais interessante é o voltado à limpeza de material particulado fino em filtros de ar ou encrustado em equipamentos, ventiladores, tubulações, etc. A empresa EnviroCare se especializou na produção de cornetas, muitas vezes customizadas para atender cada situação em específico, Valendo-se de uma corneta projetada para atuar nas frequências ou redor dos 125Hz é possível retirar a poeira encrostada nas fibras de tecidos usados em filtros de ar.



Figura 3 – Exemplo de corneta produzida para limpeza de poeira em filtros de ar.

Fonte: http://www.envirocare.com/products/acoustichorn.html

A aplicação apresentada é interessante por estar alinhada com a proposta deste trabalho visto que quanto maior a quantidade de energia for transmitida, ou seja, quanto menor o coeficiente de reflexão, melhores serão os resultados práticos.

Recentemente uma aplicação de corneta se destacou foi a utilização pela equipe de Formula 1 Mercedes AMG para aumentar a propagação do ruído sonoro dos motores empregados no campeonato de 2014, como pode ser observado na Figura 4. Devido a pesadas críticas da imprensa e do público sobre o baixo ruído dos carros foi proposta a adição de uma corneta no escapamento dos carros, mas diante da pouca receptividade, questionando a falta de harmonia estética da peça, o projeto foi abortado.



Figura 4: Vista traseira do carro W05 da Mercedes AMG, a corneta usada no final da descarga do

As formas geométricas de cornetas acústicas então sendo estudadas a mais de um século, principalmente devido ao fato de que os primeiros equipamentos de reprodução de áudio empregavam as suas formas. Kolbrek (2008) e Freehafer (1940) mostram alguns exemplos de geometria que eram normalmente empregadas e suas equações são resolvidas analiticamente. Na Figura 5 estão reproduzidas algumas formas citadas nestes textos.





1.1 OBJETIVOS

Este trabalho visa apresentar e ampliar as informações sobre cornetas acústicas através de uma verificação de modelo de elementos finitos aplicados ao problema de corneta, comparação dos resultados com testes experimentais executados em modelos comerciais, isso resulta numa análise de desempenho deste produto consequentemente. Por fim uma ferramenta de otimização, PSO, é usada para gerar perfis de corneta com maior capacidade de transmissão de energia em determinada frequência.

2 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Neste trabalho três grandes assuntos são abordados para análise do problema principal de modelagem e otimização de cornetas. Sendo assim uma revisão a respeito do método de elementos finitos aplicado a problemas de acústica se faz necessário visto que a solução numérica entre uma interação e outra no processo de otimização exige tal aplicação na solução da equação diferencial. Um estudo sobre otimização, em específico, otimização forma usando métodos como o PSO (*Particle Swarm Optimization*) foi realizado. Sobre a verificação experimental, estudou-se as técnicas de medição empregadas no levantamento de dados de pressão sonora e frequência.

2.1 REFERÊNCIAS EM MODELOS DE MEF PARA ACÚSTICA

Diante do fato de que as cornetas analisadas neste trabalho não respeitam as formas geométricas para as quais existem formulações teóricas prontas, porém estas são de difícil emprego neste trabalho, assim métodos numéricos foram utilizados para análise e otimização acústica dos sistemas.

Dos métodos numéricos que são normalmente divulgados e muitas vezes até presentes em softwares comerciais, dois se destacam para problemas que envolvem acústica, o Método dos Elementos Finitos (MEF, ou *Finite Element Method*, FEM) e o Método de Elementos de Contorno (tratado na maioria das vezes pela sigla BEM, *Boundary Element Method*). Nas referências bibliográficas pesquisadas a uma maior quantidade de trabalhos utilizando MEF, neste trabalho esse método também será empregado para resolver numericamente a equação diferencial que representa o fenômeno de propagação de ondas sonoras.

Barbieri e Barbieri (2006, 2013) empregam o MEF para problemas envolvendo silenciadores automotivos e cornetas, a formulação empregada é Galerkin, usando a propriedade de simetria cilíndrica, o problema é resolvido no plano, bidimensional, usando malhas triangulares ou retangulares.

Com formulação semelhante, Lima at al. (2001, 2008) e Conzatti (2002) aplicaram o MEF e Método de Galerkin para resolver numericamente a equação da

onda, no caso mostram a formulação para problemas axissimétricos, usando elementos triangulares lineares e triangulares quadráticos.

2.2 REFERÊNCIAS EM OTIMIZAÇÃO

Em se tratando de otimização voltada especificamente para elementos acústicos tipo cornetas é o trabalho de Bängtsson (2003), este trabalho se dedicou a modelar numericamente o problema, através do método dos elementos finitos e foi feita a otimização do cone da corneta usando o algoritmo BFGS quase Newton.

O autor Udawlpola (2008) além de citar a otimização com enfoque na transmissão de energia, mostra a possibilidade de se melhorar uma corneta visando aumentar a sua capacidade de direcionar a energia sonora, usando o cálculo de largura de feixe (*Beamwidth*). A técnica utilizada para a otimização consiste em encontrar mínimos locais usando um algoritmo baseado em gradiente da função. Ainda sugere que sempre que a otimização da directividade deve estar atrelada a otimização da transmissão, segundo o autor, observa-se uma diminuição considerável na transmissão quando se avalia a corneta em uma faixa otimizada para a directividade. Recomenda-se inclusive avaliar o uso de artifícios, como por exemplo corneta não axissimétrica.

Uma outra maneira de buscar o desenho otimizado de uma corneta, apresentada por Salvatti (2010), se dá comparando o gráfico em coordenadas polares resultante do Cálculo da Largura do Feixe (*Beamwidth Calculation*). Traçando em um gráfico a função para uma gama de frequências que deseja-se analisar é possível verificar um certo padrão na construção das curvas. Quanto mais coesas as curvas, melhor o desempenho da corneta em determinada faixa de frequência. O autor diz que a melhor forma de se analisar o desempenho (directividade) de uma corneta é analisando o Gráfico de *Beamwidth*.



Figura 6 – Gráfico de Beamwidth para uma corneta otimizada, a esquerda e para uma corneta não otimizada a direita.

Fonte: http://www.br.comsol.com/paper/download/62916/salvatti_presentation.pdf

Salvatti (2010) aplica a técnica com corneta não axissimétricas e não discute a eficiência quanto a transmissão.

Na busca por um projeto de corneta que seja bom em transmitir a energia, baixo coeficiente de reflexão, combinado com uma directividade controlada, Wadbro (2010), utiliza o método de otimização conhecido como Método de Movimentação de *Asymptotes* (MMA), Wadbro at al., Svanberg (1987). MMA é um método de otimização baseado no gradiente da função e é particularmente bem adaptado para problemas matemáticos envolvendo otimização de topologia para estruturas. Assim o autor combina a otimização da face interna da corneta de acordo com a função de minimização da reflexão e controla a directividade aplicando arbitrariamente estruturas conhecidas como lentes. De acordo com o autor os resultados são bons apesar do maior custo computacional.

Outro método de otimização empregado em cornetas é apresentado por Barbieri e Barbieri (2013), onde o algoritmo genético é empregado. Alguns artifícios matemáticos utilizados pelos autores como o emprego de método sem gradientes de função e uso de polinómios de Hermite para a variação do contorno, que tem derivada no início e fim igual a zero, possibilitaram resultados com geometrias mais lisas (adequadas a um possível uso pratico) e um número menor de variáveis de projeto (menor custo computacional).

Neste trabalho, o algoritmo de otimização empregado é o PSO, uma referência muito importante no assunto são os autores Poli, Kenned, e Blackwell (2007)² traçam uma linha do tempo do uso da técnica de otimização PSO (*Particle Swarm Optimization*) que tem sua teoria baseada na dinâmica das populações (muitos autores referenciam bando de pássaros, cardume de peixes e colônias de formigas e abelhas). Segundo descrito a otimização por PSO depende de uma população, que a cada nova interação se desloca no domínio da função tendendo ao ótimo global. A troca de informação entre as partículas garante a velocidade que a solução ótima é encontrada.

Uma aplicação de PSO em otimização de estruturas é apresentada por Perez (2007), onde o autor resolve problemas clássicos de estruturas e otimiza os resultados usando a técnica, segundo apresentado o método superou o algoritmo genético nesta aplicação.

Mais a frente neste trabalho novas referências serão mostradas no capítulo dedicado a otimização de cornetas acústicas.

2.3 REFERÊNCIAS EM TRABALHOS EXPERIMENTAIS

Conforme descrito anteriormente, um dos objetivos desse trabalho é fazer uma análise experimental e comparação posterior com o modelo numérico, assim buscase na literatura outros autores que exploraram de forma experimental as cornetas acústicas e também trabalhos que expõem técnicas de medição adequadas para medida de coeficiente de reflexão.

Os autores Noreland (2010) e Udawlpola (2010), dentre os vários artigos relacionados ao presente trabalho, dois destacam-se pela construção de um modelo físico de uma corneta para medição e comparação dos resultados. Os autores se basearam em modelos reais para construir um protótipo usado nos testes, porém no caso foi feito um modelo já com geometrias definidas por rotinas de otimização. Para

² Os autores James Kenned juntamente com Russell Eberhart são reconhecidos como os criadores do método de otimização PSO, seus estudos baseavam-se na dinâmica de populações.

a construção do protótipo usou-se a técnica de prototipagem rápida, mas especificamente impressão 3D, nesse caso a matéria prima foi um tipo de fio de polímero. Segundo o artigo a máquina deposita camada de 0,1mm e depois de finalizada construção, com lixamento da superfície, atinge-se uma precisão de 0,2mm. Os desvios causados pela diferença de geometria foram estimados através de cálculos e variam de acordo com a posição e frequência, sendo que para as frequências mais baixas (abaixo de 6500 Hz) o erro estimado é de 2% e nas mais altas (ao redor de 8000 Hz) de até 8%.

A medição feita por Udawpola (2010) foi realizada usando o dispositivo designado de Cabeça de Medição de Impedância, Figura 7. Este dispositivo é responsável por medir a pressão contraria a onda emitida e do comparativo dos valores se determina o fator de reflexão.

Figura 7: Cabeça de medição de impedância instalado dentro de uma câmara anecóica.



Fonte: Udawpola (2010)

O autor ainda cita a importância do teste ser realizado em um ambiente controlado, no caso uma câmara anecóica que por se tratar de um elemento com direcionamento, pode ser afetado por ruídos externos.

2.3.1 Teoria da onda plana.

O método de medição empregado para esta análise é conhecido como Método dos dois microfones, citado por Lima (2001 e 2008), Cozatti (2003) com base em Munjal (1987) é uma técnica amplamente estudada e difundida para avaliação de transmissão sonora.

Esta técnica de medição é aplicada tanto para situações onde o projeto visa a máxima transmissão de energia em forma de ondas sonoras, quanto em situações em que se busca a máxima atenuação da transmissão da pressão sonora. Portanto o método dos dois microfones é amplamente aplicado em medição de sistemas de atenuação como "*mufflers*", ou escapamentos de automóveis.

Este método se adapta devido a sua medição empregar um duto cilíndrico que liga a fonte ao elemento de análise, no caso, a corneta. Para melhor entendimento deste método é necessário discorrer brevemente sobre a teoria da onda plana.

Conforme apresentado por Lima (2008), algumas considerações se fazem necessária, sendo posto que o elemento analisado é um tubo de paredes rígidas e de pequenas dimensões transversais preenchido com um fluido estacionário não-viscoso, ondas de pequena amplitude viajam como ondas planas. Portanto a pressão sonora, p e a velocidade de partícula, u, em todos os pontos de uma determinada seção transversal, no plano normal à direção de propagação, têm a mesma amplitude e fase.

Tal plano é denominado superfície de fase ou wave front. Este fenômeno pode ser exposto matematicamente usando:

• Equação da Continuidade - conservação de massa:

$$\rho_0 \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$
 Eq. 1

• Equação de Euler – conservação da quantidade de movimento:

$$\rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial z} = 0$$
 Eq. 2

 Equação de Estado – propagação de ondas sonoras é considerando um processo isoentrópico:

$$\left(\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \rho}\right)_{s} = \frac{\gamma(\mathbf{p}_{0} + \mathbf{p})}{\rho_{0} + \rho} \cong \frac{\gamma \mathbf{p}_{0}}{\rho_{0}} = c^{2}$$
 Eq. 3

Onde:

- $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ é a razão entre calores específicos;
- C_p é o calor específico a pressão constante;
- C_v é o calor específico a volume constante;
- c é a velocidade do som no meio;
- z é a direção de propagação axial ou longitudinal;
- p é a flutuação instantânea da pressão;
- p0 é a pressão estática do ambiente;
- ρ é a flutuação instantânea da densidade;
- ρ₀ é a densidade do meio;
- p/p₀ <<1 para pequenas perturbações;
- ρ/ρ₀ <<1 para um meio estacionário;
- Sub-índice s indica processo isentrópico.

As equações (1), (2) e (3), após manipulações algébricas, resultam em apenas uma única equação em função da pressão. Esta equação é obtida através da substituição da eq. (3) na eq. (1) e pela eliminação da velocidade de partícula u através da diferenciação da eq. (1) em relação ao tempo e da eq. (2) em relação a z. Subtraindo as equações resultantes, obtém-se a equação unidimensional da onda, Lima (2001 e 2008) at al (Munjal, 1987):

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right] \mathbf{p} = 0 \ . \tag{Eq. 4}$$

A eq. (4) é uma equação diferencial linear, unidimensional, homogênea com coeficientes constantes, onde c é independente de z e t. Usando a técnica de

separação de variáveis e considerando uma função harmônica, a solução da eq. (4) é da forma:

$$p(z,t) = (C_1 e^{-ikz} + C_2 e^{+ikz}) e^{j\omega t}$$
 Eq. 5

onde,

$$k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$$
é o número de onda ou constante de propagação; ω é a frequência angular [rad/s]; λ é o comprimento de onda [m].

A eq. (5) representa a superposição de duas ondas progressivas com amplitudes $C_1 e C_2$ movendo-se em direções opostas. A velocidade de partícula u que satisfaz a eq. (4) é:

$$u(z,t) = (C_3 e^{-jkz} + C_4 e^{+jkz})e^{j\omega t}$$
 Eq. 6

Substituindo as equações (5) e (6) na equação da conservação da quantidade de movimento (2), obtêm-se:

$$C_3 = \frac{C_1}{\rho_0 c}$$
 e $C_4 = -\frac{C_2}{\rho_0 c}$, Eq. 7

E consequentemente:

$$u(z,t) = \frac{1}{Z_0} (C_1 e^{-jkz} - C_2 e^{+jkz}) e^{j\omega t}$$
 Eq. 8

Onde $Z_0 = \rho_0 c$ é a impedância característica do meio, sendo definida como a razão entre a pressão sonora e a velocidade da partícula para uma onda plana progressiva. Para ondas não planas a impedância característica é uma grandeza complexa e podese escrita como:

$$\widetilde{Z} = \frac{\mathrm{u}}{\mathrm{p}}$$
 Eq. 9

As constantes C₁ e C₂ das equações (5) e (8) podem ser determinadas através da aplicação das condições de contorno para o problema em estudo conforme descrito a seguir.

Para analisar as limitações da teoria de onda plana é necessário considerar a propagação de ondas tridimensionais. Para um sistema tridimensional as equações linearizadas correspondente às equações (1) e (2) para um meio estacionário não viscoso são:

Equação da Continuidade – equação da conservação de massa

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 (\nabla \bullet \mathbf{u}) = 0$$
 Eq. 10

Equação de Euler – equação da conservação da quantidade de movimento

$$\rho_{o} \frac{\partial \textbf{u}}{\partial t} + \nabla p = 0 \qquad \qquad \text{Eq. 11}$$

Substituindo a Equação de Estado (3) na eq. (10) e diferenciando em relação ao tempo tem-se:

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial p}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \bullet \mathbf{u}) = 0.$$
 Eq. 12

Aplicando o operador ∇ na eq. (11) e subtraindo este resultado da eq. (12), resulta na conhecida equação tridimensional da onda, (Munjal, 1987; Lima, 2001):

$$\nabla^2 \mathbf{p} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{p}}{\partial t^2} = 0$$
 Eq. 13

onde, o Laplaciano ∇^2 é dado em coordenadas cilíndricas por:

$$\nabla^{2} = \frac{\partial^{2}}{\partial r^{2}} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^{2}}\frac{\partial^{2}}{\partial \theta^{2}} + \frac{\partial}{\partial z^{2}}$$
 Eq. 14

A equação da onda (13) com o Laplaciano dado pela eq. (14), governa a propagação em tubos circulares, Figura 8. Utilizando a técnica da separação de

variáveis e considerando p uma função harmônica no tempo e dependente da coordenada θ , tem-se a resposta para a equação diferencial, Munjal (1987):

$$p(r,\theta,z,t) = \sum_{m} R_{m}(r)e^{jm\theta}Z(z)e^{j\omega t}$$
 Eq. 15



Figura 8: Sistema de coordenadas cilíndricas em um duto circular.

A função Z(z) é assumida como:

$$\frac{\mathrm{d}^2 \mathrm{Z}}{\mathrm{dz}^2} = -\mathrm{k_z}^2 \mathrm{Z}$$
 Eq. 16

Substituindo as equações (15) e (16) na equação da onda (13), resulta a equação de Bessel para R(r):

$$\frac{d^2 R_m}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d R_m}{dr} + \left[k_0^2 - k_z^2 - \frac{m^2}{r^2} \right] R_m = 0$$
 Eq. 17

A eq. (17) tem como solução geral , Munjal (1987):

$$R_m = C_3 J_m (k_r r) + C_4 N_m (k_r r)$$
 Eq. 18

е

$$k_r^2 = k_0^2 - k_z^2$$
 Eq. 19

onde:

- kr é o número da onda que se propaga na direção radial;
- J_m é a função de Bessel de ordem m;
- N_m é a função de Newmann de ordem m.

Quando r = 0, $N_m(k_r r)$ tende para o infinito (Munjal, 1987; Jeffrey e Kreyszig, 2000), mas a pressão sonora em qualquer ponto do plano transversal ao tubo considerado tende para um número finito. Nestas condições, conclui-se que a constante C₄ deve ser zero. Novamente, a velocidade radial na parede do duto quando r = r₀ deve ser zero, portanto:

$$\frac{dJ_{m}(k_{r}r)}{dr} = 0 \qquad \text{para} \qquad r = r_{0} \qquad \text{Eq. 20}$$

Consequentemente, k_r assume somente os valores discretos que satisfazem a equação abaixo:

$$J_m(k_r r_0) = 0$$
 Eq. 21

Reescrevendo o valor de k_r correspondente a n-ésima raiz da equação acima como $k_{r,m,n}$ tem-se:

$$p(r,\theta,z,t) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} J_m(k_{r,m,n}) e^{jm\theta} e^{j\omega t} (C_{1,m,n} e^{-jk_{z,m,n}z} + C_{2,m,n} e^{+jk_{z,m,n}z})$$
 Eq. 22

Onde o número da onda é dado por:

$$k_{z,m,n}^{2} = k_{0}^{2} - k_{r,m,n}^{2}$$
. Eq. 23

O primeiro "zero" de $J_m^{'}$ (ou J₁) é zero, $k_{r,0,1} = 0$ e $k_{z,0,1} = k_0$, para o modo (0,1), portanto a eq. (22) reduz-se à eq. (5), que é a equação de propagação da onda plana. Consequentemente, o modo (0,1) corresponde à onda plana que se propaga sem atenuação. Nos dutos circulares, n representa o número de zeros da derivada J'_m . A Figura 9, mostra a distribuição de pressão transversal para dutos circulares onde n corresponde ao número de nós circulares. Na Figura 9 a propagação de ondas planas é representada pelo modo (0,0) e os índices m e n representam o número de nós da distribuição transversal de pressão nas suas respectivas direções.

Os modos (1,0) e (0,1) possuem frequências de corte se $k_{z,1,0}$ e $k_{z,0,1}$ assumirem valores reais, isto é, se k_0 for maior que $k_{r,1,0}$ e que $k_{r,0,1}$. Assim, o primeiro zero de J_1 ocorre para 1,84 e o segundo zero de J_0 ocorre para 3,83. Consequentemente, os números da onda para as frequências de corte serão 1,84/r₀ e 3,83/r₀, respectivamente. Desta forma, conclui-se que o primeiro modo diametral começará a se propagar quando $k_{0r_0} = 1,84$ e o primeiro modo axissimétrico radial para $k_{0r_0} = 3,83$. Então, se a frequência de excitação for suficientemente pequena, somente ondas planas poderão se propagar, isto é, somente quando respeitadas as inequações, Munjal(1987):

$$k_0 r_0 < 1.84$$
 Eq. 24

Ou

$$\lambda > \frac{\pi}{1,84} d$$
 Eq. 25

Ou

$$f_c < \frac{1.84}{\pi d} c$$
 Eq. 26

Onde d é o diâmetro do duto e vale 2r₀.

A velocidade de partícula é encontrada através da substituição da eq. (22), na equação da conservação da quantidade de movimento eq. (2) para direção axial, isto é:

$$u_{z,m,n} = J_m(k_{r,m,n}r)e^{jm\theta}e^{j\omega t}\frac{k_{z,m,n}}{k_0\rho_0c}(C_{1,m,n}e^{-jk_{z,m,n}z} - C_{2,m,n}e^{+jk_{z,m,n}z})$$
 Eq. 27

Portanto, para onda plana a velocidade de partícula para o modo (m,n) difere k_{z,m,n}/k₀ vezes, para a mesma pressão sonora.

Figura 9: Linhas nodais para distribuição transversal de pressão num duto circular para m = 3 e n = 2 modos de ordem superior.



Fonte: Lima (2008)

2.3.2 Método dos dois microfones

Posto a teoria da onda plana propagando em dutos, segue então o detalhamento do método de medição dos dois microfones. Para ondas planas em propagação define-se o campo sonoro atuante, de acordo com a Figura 10, como:

$$p(z,f) = p_i(f)e^{+jkz} + p_r(f)e^{-jkz}$$
 Eq. 28

Onde,

$$j = \sqrt{-1}$$

p(z,f) é a transforma de Fourier da pressão sonora;

- pi é a onda sonora incidente;
- pr é a onda sonora refletida;
- f é a frequência de excitação;
- k é o número da onda.



Figura 10: Esquema mostrando o Método dos Dois Microfones

A eq. (28) considera que não há fluxo de gases e nem atenuação das ondas devido à rugosidade das paredes. Portanto, as pressões sonoras no microfone 1 e no microfone 2 estão relacionadas pelas seguintes equações:

$$p_1(f) = p_i(f)e^{+jkz_1} + p_r(f)e^{-jkz_1}$$
 Eq. 29

е

$$p_2(f) = p_i(f)e^{+jkz_2} + p_r(f)e^{-jkz_2}$$
. Eq. 30

Resolvendo-se estas equações para a parcela incidente e refletida, tem-se:

$$p_{i} = \frac{1}{2jsen[k(z_{1} - z_{2})]} \left(p_{1}e^{-jkz_{2}} - p_{2}e^{-jkz_{1}} \right)$$
 Eq. 31

е

$$p_{r} = \frac{1}{2jsen[k(z_{1} - z_{2})]} \left(p_{2}e^{+jkz_{1}} - p_{1}e^{+jkz_{2}} \right)$$
 Eq. 32

A função de transferência do microfone 1 em relação ao microfone 2, H₁₂, podese ser obtida através de:

$$H_{12} = \frac{p_2(f)}{p_1(f)} = \frac{p_i(f)e^{+jkz_1} + p_r(f)e^{-jkz_1}}{p_i(f)e^{+jkz_2} + p_r(f)e^{-jkz_2}}$$
Eq. 33

Dividindo todos os termos por pi neste resultado:

$$H_{12} = \frac{p_2}{p_1} = \frac{e^{+jkz_1} + \frac{p_r(f)}{p_i(f)}e^{-jkz_1}}{e^{+jkz_2} + \frac{p_r(f)}{p_i(f)}e^{-jkz_2}}$$
Eq. 34

Se o duto é reto, pode-se assumir que o sistema acústico passivo é linear e então, existe uma relação linear entre p_i e p_r. Assumindo que a direção do eixo z é positiva na direção passiva do duto, define-se $\frac{p_i}{p_r}$ como coeficiente de reflexão complexo para a pressão sonora, ou seja:

$$R(f) = \frac{p_r}{p_i},$$
 Eq. 35

е

$$H_{12} = \frac{p_2(f)}{p_1(f)} = \frac{e^{+jkz_1} + R(f)e^{-jkz_1}}{e^{+jkz_2} + R(f)e^{-jkz_2}}$$
Eq. 36

Onde:

$$|\mathbf{R}| \le 1$$
 Eq. 37

O coeficiente de reflexão complexo, R, pode ser determinado em função da função de transferência, H₁₂, explicitamente através das eq. (36) como:

$$R(f) = \left[\frac{H_{12}(f) - e^{+jk(z_2 - z_1)}}{e^{-jk(z_2 - z_1)} - H_{12}(f)}\right] e^{2jkz_1}$$
Eq. 38

A função de transferência, H₁₂, pode ser obtida através do analisador sinais por:

$$H_{12}(f) = \frac{p_2(f)}{p_1(f)} = \frac{G_{12}(f)}{G_{11}(f)}$$
Eq. 39

Onde:

 $(z_2 - z_1) = s$ é a distância entre os dois microfones;

 $H_{12}(f)$ é a função de transferência do microfone 1 em relação ao 2;

 $G_{12}(f)$ é densidade espectral cruzada de p₁ em relação a p₂;

 $G_{11}(f)$ é a densidade auto-espectral de p₁.

Desta forma:

$$G_{12}(f) = \frac{1}{2} [p_2(f)\overline{p}_1(f)]$$
 Eq. 40

е

$$G_{11}(f) = \frac{1}{2} [p_1(f)\overline{p}_1(f)]$$
 Eq. 41

onde $\ \overline{p}_1$ e o conjugado da pressão sonora p₁.

A eq. (38) é o resultado dos estudos de Chung e Blaser (1980) e serve como base para o cálculo da perda de transmissão sonora de um silenciador, ou para determinação do coeficiente de reflexão, como usado para a corneta acústica. A condição singular para esta equação é:

$$e^{-jk(z_2-z_1)} - H_{12}(f) = 0.$$
 Eq. 42

A condição acima mostra que o coeficiente de reflexão R torna-se indeterminado quando o espaçamento entre os microfones é um múltiplo inteiro de meio comprimento de onda do som, ou seja:

$$k(z_2 - z_1) = m\pi$$
 para m = 1, 2, 3... Eq. 43

Portanto, a fim de evitar estes pontos durante as medições, para uma determinada frequência de interesse (fm), a distância s entre microfones deve ser escolhida de maneira que:
$$(z_2 - z_1) < \frac{c}{2f_m}$$
 ou $s < \frac{c}{2f_m}$ Eq. 44

Em virtude desta limitação, as escolhas da distância entre microfones, s, e da distância do primeiro microfone à terminação, L, são de grande importância na precisão das medições. Seybert e Soenarko (1981), mostraram analiticamente que, com o uso de valores de s pequenos, erros aleatórios podem ser minimizados em virtude da alta coerência entre os sinais captados pelos dois microfones. Entretanto, uma pequena distância entre microfones pode diminuir a precisão das medições para as baixas frequências, porque a magnitude do valor da função de transferência se aproxima da unidade, quando o comprimento de onda é muito maior que s.

Em análises experimentais, Seybert e Soenarko verificaram que quando um microfone está localizado num ponto nodal do campo sonoro a coerência pode não ser atingida.

3 FORMULAÇÃO DE MEF PARA PROBLEMAS DE ACÚSTICA

Grande parte do esforço deste trabalho envolve a execução de uma rotina computacional que é capaz de resolver a equação da onda para aplicações axissimétricas.

Este método pode ser aplicado em geometrias diversas, desde cornetas, como também tubos, ababafores, etc. desde que respeitem a simetria cilíndrica. Sendo assim segue o desdobramento matemático empregado para construção do modelo MEF.

Em coordenadas cilíndricas, utilizando-se do operador Laplaciano ∇^2 dado pela eq. (13), a equação da onda pode ser rearranjada conforme a eq. (45):

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial t} = 0$$
 Eq. 45

Para problemas axissimétricos,

Figura 11, assume-se que a pressão sonora não depende da coordenada θ . Assim, a eq. (45) se reduz a:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial t} = 0$$
 Eq. 46

Podendo ser escrita:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial r}\left(r\frac{\partial p}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0$$
 Eq. 47

Figura 11: Sistema de coordenadas cilíndricas para problemas axissimétricos.



Utilizando a técnica de separação de variáveis, estão a pressão sonora pode ser escrita como sendo:

$$p(r, z, t) = P^{*}(r, z)e^{j\omega t}$$
 Eq. 48

Onde na expressão acima, ω é a frequência angular da onda de pressão e P^{*}(r,z) é uma função que só depende das coordenas espaciais (r,z). Substituindo esta aproximação de p(r, z, t) na eq. (13) resulta:

$$\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial^2 P^*}{\partial r^2}\right) + \frac{\partial^2 P^*}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{c^2}P^*\right]e^{j\omega t} = 0$$
 Eq. 49

Que será aceita desde que:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial^2 P^*}{\partial r^2}\right) + \frac{\partial^2 P^*}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{c^2}P^* = 0 \quad \text{(Equação de Helmholtz)} \quad \text{Eq. 50}$$

Com uso do conjunto das funções de interpolação de elementos finitos, $[\phi]$ e os valores nodais de P^{*}(r,z), {p}, para aproximar P^{*}(r,z) por P^{*} \cong $[\phi]$ {p}= $\phi_i p_i$, e utilizando o Método de Galerkin para minimizar o resíduo gerado na eq. (50) devido a esta aproximação, obtém-se:

$$\int_{\Omega} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial^2 P^*}{\partial r^2} \right) + \frac{\partial^2 P^*}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{c^2} P^* \right] \phi_j \, d\Omega = 0$$
 Eq. 51

Como d Ω pode ser escrito como sendo igual a $2\pi r dr dz$, então a eq. (51) pode ser reescrita como:

$$\left[\int_{\Omega} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial^2 P^*}{\partial r^2} \right) \phi_j r dr dz + \int_{\Omega^*} \frac{\partial^2 P^*}{\partial z^2} \phi_j r dr dz + \int_{\Omega^*} \frac{\omega^2}{c^2} P^* \phi_j r dr dz \right] 2\pi = 0 \quad \text{Eq. 52}$$

Lembrando que $d\Omega^* = rdrdz$.

Integrando por partes os dois primeiros termos da eq. (5.9) tem-se:

$$\int_{\Omega^{*}} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial^{2} P^{*}}{\partial r^{2}} \right) \phi_{j} r dr dz = \int_{\Gamma} \frac{\partial P^{*}}{\partial r} \phi_{j} n_{r} r d\Gamma - \int_{\Omega^{*}} \frac{\partial P^{*}}{\partial r} \frac{\partial \phi_{j}}{\partial r} r dr dz \qquad \text{Eq. 53}$$

е

$$\int_{\Omega^{*}} \frac{\partial^{2} P^{*}}{\partial z^{2}} \phi_{j} r dr dz = \int_{\Gamma} \frac{\partial P^{*}}{\partial z} \phi_{j} n_{z} r d\Gamma - \int_{\Omega^{*}} \frac{\partial P^{*}}{\partial z} \frac{\partial \phi_{j}}{\partial z} r dr dz \qquad \qquad \text{Eq. 54}$$

onde (n_r, n_z) são as componentes do vetor normal **n** ao contorno Γ . Substituindo estes dois resultados na eq. (52) e reagrupando os termos comuns, resulta:

$$\int_{\Gamma} \left[\frac{\partial P^*}{\partial r} n_r + \frac{\partial P^*}{\partial z} n_z \right] \phi_j r d\Gamma - \int_{\Omega^*} \frac{\partial P^*}{\partial r} \frac{\partial \phi_j}{\partial r} r dr dz - \int_{\Omega^*} \frac{\partial P^*}{\partial z} \frac{\partial \phi_j}{\partial z} r dr dz + \frac{\omega^2}{c^2} \int_{\Omega^*} P^* \phi_j r dr dz = 0 \quad \text{Eq. 55}$$

Posto que a velocidade da partícula possa ser expressa como sendo o produto de uma parcela que depende da posição e outra do tempo da mesma forma que a eq. (49), escreve-se:

$$\mathbf{u}(\mathbf{r},\mathbf{z},\mathbf{t}) = \mathbf{u}^{*}(\mathbf{r},\mathbf{z})e^{j\omega t}$$
 Eq. 56

Com uso da eq. (56), pode-se rearranjar a equação da conservação da quantidade de movimento (11) como:

$$\left[j\rho_{0}\omega\mathbf{u}^{*}+\nabla P^{*}\right]e^{j\omega t}=0$$
 Eq. 57

Que será sempre atendida quando:

$$j\rho_0 \omega \mathbf{u}^* + \nabla P^* = 0 \qquad \qquad \text{Eq. 58}$$

Nota-se que na primeira parcela da eq. (55) aparecem as derivadas de P^{*} no contorno. Então, fazendo a projeção da eq. (58) na direção normal ao contorno, $\mathbf{n} = (n_r, n_z)$, calcula-se esta derivada da seguinte forma:

Ou

$$j\rho_0 \omega \mathbf{u}_n + \frac{\partial P^*}{\partial n} = 0$$
 Eq. 60

Onde un é a velocidade normal ao contorno. Substituindo este resultado na eq. (55) tem-se:

$$-j\rho_{0}\omega\int_{\Gamma}u_{n}\phi_{j}rd\Gamma - \int_{\Omega^{*}}\left[\frac{\partial P^{*}}{\partial r}\frac{\partial\phi_{j}}{\partial r} + \frac{\partial P^{*}}{\partial z}\frac{\partial\phi_{j}}{\partial z}\right]rdrdz + \frac{\omega^{2}}{c^{2}}\int_{\Omega^{*}}P^{*}\phi_{j}rdrdz = 0 \quad \text{Eq. 61}$$

A eq. (61) é a equação básica para o cálculo das matrizes características de elementos finitos para os problemas governados pela equação de Helmholtz (50). Ainda, substituindo nesta expressão a aproximação de elementos finitos para P^{*} resulta:

$$-j\rho_{0}\omega\int_{\Gamma}u_{n}\phi_{j}rd\Gamma - \int_{\Omega^{*}}\left[\frac{\partial\phi_{i}}{\partial r}\frac{\partial\phi_{j}}{\partial r} + \frac{\partial\phi_{i}}{\partial z}\frac{\partial\phi_{j}}{\partial z}\right]rdrdz p_{i} + \frac{\omega^{2}}{c^{2}}\int_{\Omega^{*}}\phi_{i}\phi_{j}rdrdz p_{i} = 0$$
 Eq. 62

Que pode ser convenientemente reescrita na forma matricial como:

$$\left[[\mathbf{K}] - k_0^2 [\mathbf{M}] \right] \! \left\{ \! p \! \right\} \! = \! \left\{ \! f \right\}$$
 Eq. 63

Onde $k_0 = \omega/c$; [K], [M] e {f} são as matrizes e vetor força característicos de elementos finitos, [K] conhecida como matriz rigidez, [M] como matriz massa. Explicitamente, tem-se:

$$\left[\mathbf{K}\right] = \int_{\Omega^{*}} \left[\frac{\partial \phi_{i}}{\partial r} \frac{\partial \phi_{j}}{\partial r} + \frac{\partial \phi_{i}}{\partial z} \frac{\partial \phi_{j}}{\partial z} \right] r dr dz \qquad \qquad \mathsf{Eq. 64}$$

$$[\mathbf{M}] = \int_{\Omega^*} \phi_i \phi_j r dr dz \qquad \qquad \mathsf{Eq. 65}$$

E o vetor força:

$$\{f\} = -j\rho_0 \omega \int_{\Gamma} u_n \phi_j r d\Gamma \qquad \qquad \text{Eq. 66}$$

Posto toda a formulação das matrizes características do método dos elementos finitos, criadas para a solução da equação, pode-se então formular a aplicação de elementos triangulares quadráticos.

A variável de interesse P*(r,z) em cada elemento é representada utilizando-se a aproximação quadrática, Figura 12:

$$P^* \cong [\phi]\{p\} = \sum_{i=1}^{6} \phi_i(L_1, L_2, L_3)p_i$$
 Eq. 67



Figura 12: Representação do elemento triangular quadrático.



Para este elemento as funções de interpolação valem:

$$\begin{split} \phi_1(\mathbf{r}, \mathbf{z}) &= L_1(2L_1 - 1) \\ \phi_2(\mathbf{r}, \mathbf{z}) &= L_2(L_2 - 1) \\ \phi_3(\mathbf{r}, \mathbf{z}) &= L_3(L_3 - 1) \\ \phi_4(\mathbf{r}, \mathbf{z}) &= 4L_1L_2 \\ \phi_5(\mathbf{r}, \mathbf{z}) &= 4L_2L_3 \\ \phi_6(\mathbf{r}, \mathbf{z}) &= 4L_1L_3 \end{split} \qquad \qquad \mathsf{Eq. 68}$$

Onde L₁, L₂ e L₃ são as coordenadas naturais para o elemento triangular quadrático. A i-ésima coordenada natural para triângulos de lados retos é definida como sendo:

$$L_{i}(r,z) = \frac{A_{Qjk}}{A_{ijk}}.$$
 Eq. 69

Na expressão acima AQJK é a área do triângulo com vértices em Q, J, K, enquanto Aux é a área total do triangulo de vértices 1, 2 e 3, Figura 13. Portanto, pode ser escrita explicitamente como:





$$1 r_3 z_3$$

$$L_{3}(r,z) = \frac{A_{12Q}}{A_{123}} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & r_{1} & z_{1} \\ 1 & r_{2} & z_{2} \\ 1 & r & z \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & r_{1} & z_{1} \\ 1 & r_{2} & z_{2} \\ 1 & r_{3} & z_{3} \end{vmatrix}} = a_{3} + b_{3}r + c_{3}z$$
Eq. 72

Consequentemente, as constantes ai, bi, ci podem ser encontradas resolvendo os determinantes das matrizes AQJK e AIJK, portanto:

$$a_1 = \frac{r_2 z_3 - r_3 z_2}{2A_{123}}$$
 $a_2 = \frac{r_1 z_3 - r_3 z_1}{2A_{123}}$ $a_3 = \frac{r_1 z_2 - r_2 z_1}{2A_{123}}$ Eq. 73

$$b_1 = \frac{(z_2 - z_3)}{2A_{123}}$$
 $b_2 = \frac{(z_1 - z_3)}{2A_{123}}$ $b_3 = \frac{(z_1 - z_2)}{2A_{123}}$ Eq. 74

$$c_1 = \frac{(r_3 - r_2)}{2A_{123}}$$
 $c_2 = \frac{(r_3 - r_1)}{2A_{123}}$ $c_3 = \frac{(r_2 - r_1)}{2A_{123}}$ Eq. 75

Posta as constantes, as matrizes [K] e [M], fornecidas pelas equações (64) e (65), são avaliadas numericamente e podem ser calculados com a conhecida regra da integração de Gauss para domínios triangulares em coordenadas polares:

$$\iint f(r,z)dA = \frac{1}{2} \iint f(L_1, L_2, L_3) |J(L_1 L_2 L_3)| dA = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{NG} W_n f(L_{1n}, L_{2n}, L_{3n}) |J(L_{1n}, L_{2n}, L_{3n})|$$
Eq. 76

Onde a matriz Jacobiana para triângulos de lados retos com nós intermediários no centro de seus lados é expresso por:

$$\begin{bmatrix} J \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 & z_1 \\ r_2 & z_2 \\ r_3 & z_3 \end{bmatrix}$$
Eq. 77

O vetor força, eq. (66), pode ser obtido através da integração das funções de interpolação para o elemento do contorno no sistema local r*, Figura 14. As funções de interpolação valem:

$$\phi_2 = 4 \frac{r^*}{\overline{L}} \left[1 - \frac{r^*}{\overline{L}} \right]$$
 Eq. 79

$$\phi_3 = -\frac{r^*}{\overline{L}} \left[1 - 2\frac{r^*}{\overline{L}} \right]$$
 Eq. 80

Onde \overline{L} é o comprimento do elemento do contorno.

Figura 14: Elemento do contorno.



Fonte: Lima (2008)

Integrado a eq. (68), após a substituição das funções de interpolação, em relação à coordenada r*, tem-se:

$$\{f\} = j\rho_{0}\omega u_{n} \frac{\overline{L}}{30} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 2 & 16 & 2 \\ -1 & 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{1} \\ r_{2} \\ r_{3} \end{bmatrix}$$
Eq. 81

Posto a formulação, foi elaborado uma aplicação em Fortran® para solução as equações. Lembrando que essa rotina será usada tanto para solução numérica da corneta CHC 14-50, quanto para a solução do modelo usado para otimização.

4 MODELANDO O PROBLEMA PROPOSTO E LEVANTAMENTO DA GEOMETRIA DA CORNETA UTILIZADA

Um dos objetivos do trabalho é a avaliação experimental das geometrias de cornetas estudadas, através da comparação de dados experimentais com os obtidos pelo modelo de elementos finitos.

Dentre os requisitos para uma comparação do modelo experimental com o teórico, o que foi julgado primordial é a geometria, não só a forma, mas a precisão dimensional entre os modelos.

Para uma análise experimental onde seria avaliado coeficiente de reflexão da corneta, algumas possibilidades de uso e fabricação foram levantadas:

- Fabricação de uma corneta semelhante as apresentadas nas referências bibliográficas. Esta opção foi descartada devido a maioria das cornetas serem produzidas por métodos de prototipagem rápida e em tamanhos que inviabilizavam a fabricação da mesma geométrica, usando o mesmo tipo de material, com métodos convencionais;
- Fabricação de um modelo usando usinagem. O custo de usinagem tornou essa opção proibitiva;
- Fabricação com compósitos, como fibra de vidro. Esse tipo de fabricação exigiria um molde para definição da geometria interna de forma precisa, molde esse que muitas vezes deve ser usinado o que inviabiliza conforme opção anterior;
- Utilização de cornetas comuns, encontradas facilmente no mercado e fabricadas em plástico injetado. Essa é uma opção interessante, porém esbarra no fato de que os equipamentos já utilizados para medição não são compatíveis com as mesmas (diâmetro de entrada), assim além de confeccionar novos tubos de medição, ainda teria o fato de que seria a primeira vez que eles seriam usados (necessitaria de uma calibração), diferente dos atuais que já são usados em outros experimentos e tiveram resultados satisfatórios nos experimentos anteriores.

Com o intuito de simplificar a execução das análises práticas e visando utilizar uma corneta encontrada em lojas de equipamentos sonoros, foi optado por o modelo *CHC 14-50 trinyum* do fabricante *HINOR*. Esse modelo apresenta algumas qualidades importantes para o trabalho como ser fabricado em alumínio (destacando o fato de que a estabilidade dimensional e a menor influência da vibração da própria corneta durante o teste) e dimensões que possibilitam tem a geometria avaliada nos equipamentos de medição tridimensional bem como a fácil adaptação com os instrumentos já presentes no laboratório.

O desenho (Figura 15 e Figura 16) de execução do molde da corneta CHC 14-50 seria suficiente para gerar um modelo matemático fiel, porém o processo de fabricação empregado não garante as formas, principalmente para parte interna. Como a corneta é fabricada usando fundição por molde de areia, que é um processo naturalmente pouco preciso sendo que depois de fundida, a peça ainda passa por acabamento e uma grossa camada de pintura, logo o desenho é apenas uma orientação, sendo assim, uma medição para levantamento da forma da corneta se fez necessária.



Fonte: Catalogo do produto, CHC-14-50



Figura 16: Vista em corte da corneta CHC 14-50, desenho que é usado para a produção dos moldes de fundição.

Para o levantamento da geometria da corneta foi utilizado um equipamento de medição por coordenadas, tridimensional modelo Scirocco marca DEA, com um software de captura dos pontos PC-Dmis. Depois de capturar alguns pontos da parte externa da peça, que pode ser considerada menos importante, foi feita uma varredura de toda a parte interna. Depois de estabelecer um eixo de referência, foram feitas medições no sentido longitudinal, desde o menor diâmetro até o maior diâmetro. A distância entre um ponto e outro é calculada automaticamente pelo equipamento de forma que o triangulo imaginário é criado, entre os dois últimos pontos medidos, caso o ângulo entre a hipotenusa e o cateto adjacente não corresponder aos padrões estabelecidos, a medição do último ponto é refeita em outra posição. O processo de captura dos pontos da face interna se deu de forma automática, depois da programação feita pelo operador, Figura 17.

A medição ao longo do eixo foi repedida mais três vezes, defasando o ponto de início da medição em 90°.



Figura 17: Captura dos pontos da geometria da corneta CHC 14-50

A partir dos pontos coletados pela medição por coordenadas, foi gerado um arquivo tipo IGS com os pontos e duas coordenadas. Como já esperado, a verificação dos pontos foi detectada diferenças entre o modelo teórico e a peça final.

As divergências mais significativas foram a falta de paralelismo ente o círculo inicial e o final da corneta e a ovalização da geometria que deveria ser circular. Durante a modelagem e reconstrução da peça em 3D, foi utilizado o software Solid Works®, para isso algumas concessões foram feitas:

- Os pontos capturados pela medição por coordenadas que compõem a face interna da corneta foram unidos usando a função "spline" do software 3D;
- A partir da nuvem de pontos, foram gerados os esboços que serviram de base para a construção da geometria tridimensional;
- Para a criação da superfície interna da corneta, foram criados círculos paralelos a entrada da corneta, passando por pelo menos três das linhas de base;
- 4. Uma superfície foi criada a partir destes círculos usando a ferramenta "loft" do Solid Works®, conforme mostrado na Figura 18;

Figura 18: Vista em corte da corneta CHC 14-50 depois de modelada usando o Solid Works®.



Conforme colocado anteriormente, as medições apontaram algumas distorções na peça em relação ao desenho e principalmente a falta de simetria longitudinal ou seja, não é axissimétrica. Porém para a análise teórica, será considerado que a corneta é simétrica ao longo do eixo longitudinal, assim o problema será resolvido em 2D. isso é importante pois na representação em 3D não foi reproduzida a "ovalização encontrada nas medições. A partir de uma reta gerada perpendicularmente ao plano que contém o círculo menor e inicial da corneta e parte do centro de tal círculo, foi gerado um plano o qual serviu de base para o corte que teoricamente divide igualmente a corneta.

Um novo corte foi feito, perpendicular ao anterior e passando pela reta central, assim tem-se apenas um quarto da corneta, que tomando como base uma das faces, pode-se considerar que essa representa no plano o problema proposto.

Para a resolução do problema usando o método dos elementos finitos, foi adicionado ao modelo a representação do tubo de entrada e então definido o domínio em que será feita a análise.

Usando o sistema de geração de malha do software Algor®, uma malha triangular linear foi gerada. Com uma rotina computacional desenvolvida no software Fortran®, a malha foi regularizada, renumerada e um nó foi inserido no meio de cada lado do elemento, transformando em um triangular quadrático.



5 RESULTADOS COMPUTACIONAIS

Dando continuidade a analise acústica da corneta CHC 14-50, todos os conceitos teóricos apresentados no capítulo 3 juntamente com o equacionamento desenvolvido foram aplicados a malha resultante da modelagem realizada no capítulo 4 resultam em uma série de dados computacionais expostos a seguir.

A rotina computacional desenvolvida é capaz de analisar numericamente o comportamento acústico ao longo de uma ampla faixa de frequências estipuladas. Porém os dados apresentados nas figuras a seguir foram escolhidos com base nos experimentos que revelaram algumas frequências que tem maior interesse devido ao baixo fator de reflexão nestes pontos.



Figura 20: Gráfico mostrando a componente real da Pressão Sonora para a frequência de 200 Hz.

Figura 21: Gráfico mostrando a componente imaginaria da Pressão Sonora para a frequência de 200 Hz.





Figura 22: Gráfico mostrando o módulo da Pressão Sonora para a frequência de 200 Hz.

As pressões que são apresentadas foram escolhidas com base das primeiras analises experimentais que apontaram como pontos interessantes devido serem mínimos locais do coeficiente de reflexão.

Observa-se que as zonas de pressão indicam a propagação de ondas planas ao longo do tubo inicial, confirmando o que foi reportado na bibliografia.

É possível notar também o início da formação de ondas esféricas quando a geometria gradualmente aumenta seu diâmetro.



Figura 23: Gráfico mostrando a componente real da Pressão Sonora para a frequência de 940 Hz.



Figura 24: Gráfico mostrando a componente imaginário da Pressão Sonora para a frequência de 940 Hz.

Figura 25: Gráfico mostrando o módulo da Pressão Sonora para a frequência de 940 Hz.



Conforme a frequência aumenta são mais claras a formações de ondas circulares (em uma análise bidimensional).



Figura 26: Gráfico mostrando a componente real da Pressão Sonora para a frequência de 1620 Hz.

Figura 27: Gráfico mostrando a componente imaginaria da Pressão Sonora para a frequência de 1620 Hz.



Figura 28: Gráfico mostrando o módulo da Pressão Sonora para a frequência de 1620 Hz.





Figura 29: Gráfico mostrando a componente real da Pressão Sonora para a frequência de 2200 Hz.

Figura 30: Gráfico mostrando a componente imaginaria da Pressão Sonora para a frequência de 2200 Hz.



Figura 31: Gráfico mostrando o módulo da Pressão Sonora para a frequência de 2200 Hz.





Figura 32: Gráfico mostrando a componente real da Pressão Sonora para a frequência de 2870 Hz.

Figura 33: Gráfico mostrando a componente imaginaria da Pressão Sonora para a frequência de 2870 Hz.



Figura 34: Gráfico mostrando o módulo da Pressão Sonora para a frequência de 2870 Hz.



Avaliando em o modelo MEF entre 0 e 3000Hz, a pressão sonora medida na face de entrada do tubo, exatamente no centro apresentou os valores dispostos na Figura 35, sendo que a pressão inicial aplicada foi unitária.



Figura 35: Variação da pressão na entrada do tubo, avaliada entre 0 e 3000Hz.

Neste mesmo ponto é avaliado o coeficiente de reflexão, cujos valores encontrados para a faixa de frequência de 0 a 3000 Hz estão mostrados na

Figura 36: Gráfico do Coeficiente de Reflexão calculado por MEF para a faixa de frequência de 0 a 3000 Hz.



6 ANÁLISE EXPERIMENTAL

As análises experimentais foram feitas usando o Método dos Dois Microfones. Para aquisição de dados foi utilizado um Analisador de Sinais HP 3566/67, que possui um Módulo Fonte Programável HP 35656B e outro não programável, Módulo 35653C. Os resultados foram processados em um micro computador conectado ao analisador através de interface específica.



Figura 37: Esquema de montagem da bancada de testes usando como fonte sonora um autofalante tipo "mid range" acionado diretamente pela fonte de sinal.

A montagem do aparato, Figura 37, consiste em conectar a corneta CHC 14-50 em um tubo com o diametro interno muito próximo ao seu diametro inicial, neste tubo são alocados os microfones Bruel&Kjaer 4635 de meia polegada. A funcão deste tubo alem de conectar a fonte sonora a corneta é de tornar as ondas de pressão que são geradas pela fornte sonora planas, conforne item 2.3.1, tambem as ondas ondas que viajam no sentido contrario, gerada pelos efeitos de variação de geometria da corneta. Em resumo, o tubo deve ser capaz de garantir que as ondas que transitam na região dos microfones sejam planas para que seja possivel aplicar o Método dos Dois Microfones, item 2.3.2.

A outra extremidade do tudo se conecta a fonte sonora, no caso um autofalante tipo "mid range"³ instalado em uma caixa do tipo selada. O sinal para alimentação da bobina do autofalante vem de um módulo programável HP 35656 o qual é totalmente controlado via software e permite controle da frequência (tom puro ou excitação randômica), tempo de excitação em cada frequência e a tensão máxima que é enviada a bobina do autofalante.

O sinal capitado pelo microfone e acondicionado pelo analisador de sinais HP 3566/67 é processado no computador onde uma primeira análise pode ser feita, em especial verificação da qualidade dos dados coletados, mesmo os equipamentos sendo alimentados por fonte estabilizada, ruídos podem interferir nos resultados. Os dados já acondicionados em arquivos matriciais permitem uma análise posterior em software como Matlab®.

Durantes os ensaios experimentais uma segunda versão do sistema de medição descrito acima foi elaborado. Conforme pode ser visto na Figura 38, a fonte sonora foi substituída por um "driver" automotivo que é do mesmo fabricante da corneta, Hinor®, modelos HDC3000, este possui uma potência muito maior que as fontes usadas anteriormente e com o intuito de proteger a fonte de geração de sinal, um amplificador automotivo com potência de saída equivalente a potência do "driver", foi adicionado.

Como a bobina do "driver" tem alta potência, a corrente elétrica que a mesma pode solicitar para a saída do módulo programável HP 35656 poderia danifica-la, neste caso a saída analógica foi conectada a entrada do amplificador (alimentado por uma bateria, evitou-se alimentar com uma fonte, pois as disponíveis com a potência necessária sabidamente causam ruído na saída do amplificador) e a saída do amplificador alimenta a bobina do "driver" HDC3000.

Apesar de aparentemente ter sido bem sucedida nos testes realizados a nova montagem não se mostrou melhor que a descrita anteriormente e os motivos são a falta de controle sobre o ganho real aplicado pelo amplificador, inexistência de dados técnicos confiáveis de demonstram que o ganho do amplificador ao longo das

³ Mid Range é a designação comercial de para autofalantes que são destinados a reproduzir frequências consideradas médias, geralmente entre 300 Hz e 5000 Hz.

frequências. Porém o ponto que definitivamente impossibilitou o seu uso um uma faixa de potência alta foi a limitação dos microfones Bruel&Kjaer 4635, que não captavam apresentando erro de sobrecarga.





Os testes foram realizados no laboratório, um ambiente fechado e amplo, porém sem tratamento acústico nas paredes ou teto, sendo que a distância entre a face frontal da corneta e o obstáculo mais próximo foi de aproximadamente 4 metros. Devido à baixa potência empregada nos testes, esta condição de ensaio foi considerada satisfatória para este trabalho, más não se nega o fato de que um ensaio em uma câmara anecóica trará resultados melhores.



Figura 39: Fotos da bancada de medição montada, a esquerda a contagem usando o "driver" HDC 3000, a direita a montagem usando a caixa com o autofalante tipo "mid range".

Figura 40: Foto do sistema de aquisição de dados, analisador de sinais HP3566/65A e o microcomputador para tratamento dos dados.



7 CONFRONTO DOS RESULTADOS COMPUTACIONAIS COM OS EXPERIMENTAIS

Empregando as técnicas de medição descritas na seção 2.3.2 e capítulo 6 é possível fazer o levantamento dos dados experimentais para confrontá-los com os teóricos provenientes do Método dos Elementos Finitos, seção 2.1, capítulo 3 e capítulo 5.

De acordo com Lima (2001, 2008), para realizar a medição usando a técnica dos dois microfones algumas recomendações são importantes para que sejam minimizados os erros, uma das mais importantes é respeitar a faixa de medição imposta pela Equação $(82)\frac{0.1c}{2s} < f < \frac{0.8c}{2s}$ Eq. 82, onde se impõe limites recomendáveis.

$$\frac{0.1c}{2s} < f < \frac{0.8c}{2s}$$
 Eq. 82

Sendo *c* a velocidade do som em metros por segundo e *s* a distância entre os microfones, nos ensaios realizados empregou-se distancias diferentes, conforme Tabela 1.

 Tabela 1: Frequências de operação recomendadas de acordo com a distância dos microfones,

 validas para uma temperatura de 25°C.

Distância entre	Frequência mínima	Frequência máxima
microfones [mm]	recomendada [Hz]	recomendada [Hz]
30	576,6	4613,3
60	288,3	2306,7

Outras recomendações citadas por Lima (2001, 2008) é o emprego de um duto onde são posicionados os microfones com um comprimento entre cinco e dez vezes o diâmetro. Importante também é verificar se os microfones não estão posicionados em um ponto nodal, caso isso ocorra, grandes erros ocorrerão, para evita-los deve se realizar testes prévios posicionado em diferentes distancias. Mesmo seguindo todas as recomendações acima citadas o autor frisa a importância de realizar uma calibração no sistema, isso é feito realizando duas medições, e trocando os microfones de lugar entre elas, assim a média aritmética dos valores minimizará

diferenças entre microfones.

Figura 41: Gráfico do Coeficiente de Reflexão medido usando o aparato mostrado na Figura 38, onde a fonte é o Driver Hinor HDC3000, a medição foi feita usando duas distancias de microfone, 30mm e 60mm, as linhas tracejadas delimitam a faixa útil da medição, as linhas continuas verde (0,25V) e azul (0,5V) mostram as medições com sinal de entrada randômico, já as linhas vermelha e preta (ambas com 0,5V), com marcadores, mostram as medições com tom puro, usando a função Sweep do



Figura 42: Detalhe da Figura 41 onde se mostra os dados que estão compreendidos entre as faixas de medição uteis tanto para a distância de microfone de 60mm quanto de 30mm.



Os dados apresentados na Figura 41 são resultados de uma primeira analise experimental. Neste gráfico estão expostos resultados encontrados para diferentes

distancias de microfones e diferentes tipos de medição, no caso a medição mostrada na linha azul e verde são dados coletados excitando simultaneamente uma ampla faixa de frequências. Já as curvas preta e vermelha com marcadores usam a técnica de excitar apenas uma frequência por vez.

Quando se analisa os dados dentro da faixa de frequência imposta pela eq. (82), nota-se a concordância dos valores.

Figura 43: Resultados das medições usando a aparato da Figura 37, com temperatura de 15°C, a linha em azul representa uma varredura randômica e a linha vermelha com marcador mostra o Sweep com tom puro de 10Hz em 10Hz e em verde o resultado teórico.



Na Figura 43 a comparação entre as duas diferentes formas de excitar o sistema e formas de medição são comparadas mais detalhadamente. Com passos entre cada medição de apenas 10 Hz, a curva traçada pelo método de tom puro apresentou uma concordância excelente com randômico.

Nesta mesma figura, o valor encontrado com o MEF também é mostrado, este com uma grande diferença com os valores experimentais. Porém é possível nor uma relação entre as curvas teórico e experimental, principalmente no que diz respeito a forma (posição e quantidade de picos e vales).





Em uma outa medição os dados entre as distancias de 30 e 60mm entre os microfones não apresentaram a mesma concordância da Figura 42. Outro ponto é que muito ruído foi captado pelos microfones (os microfones mudaram de medição para medição).

Porém novamente se observa que o resultado teórico acompanhou o experimenta para 60mm, existindo aparentemente uma defasagem entre os picos e vales da curva.

8 IMPLEMENTAÇÃO DA OTIMIZAÇÃO USANDO PSO E SEUS RESULTADOS

Devido a impossibilidade de construir um modelo otimizado da corneta CHC 14-50, optou-se por desenvolver todo este capitulo detalhando o método PSO e apresentados os resultados baseado em modelos já ensaiados da literatura, Bangtsson (2003).

Os principais passos para obter a geometria ideal de cornetas acústicas empregando métodos numéricos são: a definição do domínio e restrições de movimentação do contorno, a definição da função objetivo e da faixa de frequência de interesse, a avaliação do valor da função objetivo e a seleção de uma técnica de otimização robusta para o cálculo do valor ótimo.

A primeira etapa para obter a forma adequada para a corneta é a construção de um perfil inicial. Durante o processo de otimização este perfil vai mudando continuamente até a obtenção do perfil ótimo. A maneira como são introduzidas estas modificações no perfil inicial pode influenciar de maneira significativa o resultado da geometria final e também o tempo de processamento das análises. O foco principal deste trabalho foi obter geometrias ótimas com o uso de poucas variáveis de projeto.

Alguns autores utilizam o conceito de campos de velocidade para obter novas malhas de elementos finitos para cada avaliação da função objetivo. Este conceito de campos de velocidade é descrito por Belegundu e Chandrupatla (1999). Com esta técnica as novas malhas de elementos finitos são construídas a partir de deformações elásticas obtidas com a solução de um problema elástico equivalente com cargas concentradas nos nós do contorno móvel. Bangtsson (2003), resolve o problema de otimização de cornetas empregando triângulos lineares e utilizam esta técnica para a construção das malhas de elementos finitos. Além de problemas de convergência com deformação excessiva da malha, relatou-se que utilizaram 14, 29 e 59 variáveis de projeto para resolver problemas até 280, 550 e 780 Hz, respectivamente. Udawalpola and Berggren (2008) citam o uso de 231 variáveis de projeto para o estudo deste tipo de problema.

Barbieri e Barbieri (2013) já empregaram outro tipo de enfoque. O domínio do contorno móvel 0<x<L foi dividido em elementos com dois nós e em cada elemento e o contorno da corneta foi aproximado utilizando polinômios de Hermite de ordem C⁰ e

C¹. Com este tipo de aproximação o contorno em cada etapa do processo de otimização é contínuo e com derivada contínua. Utilizando esta técnica estes autores obtiveram a otimização do perfil de cornetas para frequência única com uso de apenas 3 variáveis de projeto e para 2 frequências com 7 variáveis de projeto. Na medida da necessidade (quando a geometria não converge satisfatoriamente), o número de divisões do domínio é aumentado (como no refino h de elementos finitos) e, consequentemente, o número de variáveis de projeto também aumenta. Além da redução do número de variáveis de projeto, o resultado deste processo é um perfil contínuo e com derivadas contínuas.

Neste trabalho será mostrada outra abordagem para obter a geometria desejada. Esta nova abordagem parte de um perfil inicial que é associado a uma variável de projeto e que continuamente vai sendo enriquecido (na medida da necessidade) com funções harmônicas (senos e cossenos).

Além apresentar esta nova técnica de redução do número de variáveis de projeto é mostrado também os aspectos de convergência das soluções e o comparativo das soluções encontradas com alguns resultados já disponíveis na literatura. Durante o desenvolvimento deste trabalho também foi encontrado este tipo de problema. Segundo os autores Udawalpola and Berggren (2010), na literatura ainda são poucos os trabalhos que aplicam conceitos de otimização em cornetas acústicas, assim sendo, espera-se contribuir com os resultados deste trabalho para minorar esta deficiência do número de publicações na área.

8.1 A DEFINIÇÃO DA GEOMETRIA ANALISADA

Como não serão elaborados modelos baseados da corneta CHC 14-50, usar a sua geometria para um estudo de otimização não é aplicável, visto que resultados práticos não existirão, desta forma buscou-se na literatura analises semelhantes para um confronto de resultados, na Figura 45 é definido de forma simples a forma geométrica inicial usada no processo de otimização.

Em todas as aplicações numéricas deste capítulo foram utilizados os mesmos dados dos autores Udawalpola (2010), Bängtsson (2010) e Noreland (2010) com o

objetivo de comparar resultados. Estes dados foram: a=0,05m, d=0,5m, L=0,5m, b=0,3m e velocidade do som igual a 345 m/s.

Figura 45: Definição da Geometria da Corneta e padrões das ondas acústicas esperados, "a" é a medida do raio do tubo de entrada, "d" é o comprimento do tubo de entrada, "b" é o raio do lado maior da corneta e "L" é o comprimento do cone.



8.2 A FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA E A DEFINIÇÃO DA FUNÇÃO OBJETIVO

Posto os dados de geometria que serão analisados, inicia-se a formulação algébrica do problema e a definição da função objetivo, no caso para uma corneta o objetivo de uma otimização é a máxima transmissão de energia sonora, em uma frequência específica, faixa de frequência ou diversos pontos.

8.2.1 A definição do tamanho do domínio analisado.

A primeira decisão a ser tomada para o estudo de cornetas acústicas empregando o método de elementos finitos é a definição do tamanho do domínio, isto é, o valor de R_{Ω} , veja Figura 46. De acordo com Noreland (2010) o limite exterior denotado por Γ_{out} deve ser distante o bastante da zona de propagação (campo de propagação) da corneta. A zona de campo distante é definida como a região do espaço onde a propagação de ondas é essencialmente radial (cilíndrica plana para simetria esférica ou cilíndrica para simetria).

O valor para R_{Ω} não deve ser muito pequeno, pois perto da saída da corneta existem perturbações no padrão das ondas na saída da corneta e, por outro lado, este valor também não deve ser muito grande pois gera um modelo com muitos graus de liberdade e isto que diminui a eficiência computacional das análises (tempo muito grande de processamento).

Figura 46: Definição do Domínio, dos contornos fixos e móveis.



Udawalpola (2010) e Berggren (2010) estudaram a influência do valor de R $_{\Omega}$ para a otimização de cornetas com os mesmos dados geométricos descritos anteriormente. Eles testaram três valores para R $_{\Omega}$ (1.2 m, 2.0 m e 3.0 m) e chegaram à seguinte conclusão os efeitos se restringem a problemas no espectro de reflexão e directividade então adotaram R $_{\Omega}$ =1.2m para todos os experimentos do trabalho. Barbieri e Barbieri (2013) também testaram 3 valores para R $_{\Omega}$ em seus experimentos

(1m, 1.5m e 2.0m) e também chegaram à mesma conclusão de que existe pouca variação dos resultados para estes valores. Bängtsson, Noreland and Berggren (2003) utilizaram $R_{\Omega} = 1.0$ m em todas as análises do seu trabalho. Todos os resultados mostrados neste trabalho foram obtidos para $R_{\Omega}=1.5$ m.

8.2.2 A equação diferencial e suas condições de contorno

Uma formulação unificada para o problema da propagação de ondas acústicas em cornetas utilizando a condição de planar ou simetria cilíndrica foi descrita detalhadamente por Udawalpola e Berggren (2010). Estas formulações foram obtidas usando $P(\mathbf{x},t)=p(\mathbf{x}).e^{i\omega t}$ e o resultante da equação de Helmholtz é:

$$c^2 \nabla \cdot (r \nabla p) + \omega^2 r p = 0$$
 in Ω Eq. 83

Onde p=p(**x**) é a amplitude complexa em função da frequência ω , y representa a distância para o eixo de simetria cilíndrica, ∇ é a designação para o operador gradiente no plano, c é a velocidade do som, $i = \sqrt{-1}$ e r=1 para simetria planar ou r=y para simetria cilíndrica.

As condições de contorno para cornetas acústicas foram extensamente discutidas por Bangtsson (2003) e escritas na forma unificada por Udawalpola e Berggren (2010). Estas condições de contorno são:

$$(i\omega + \frac{c}{kR_{\Omega}})p + c\frac{\partial p}{\partial n} = 0 \text{ on } \Gamma_{out}$$
 Eq. 84

$$i\omega p + c \frac{\partial p}{\partial n} = 2i\omega A$$
 on Γ_{in} Eq. 85

$$\frac{\partial p}{\partial n} = 0 \quad \text{on } \Gamma_n \cup \Gamma_{\text{sym}} \cup \Gamma_{\text{rigid}}$$
 Eq. 86

Onde A (A=1 para todos os resultados deste trabalho) é a amplitude da onda incidente em Γ_{in} e k=2 para simetria planar ou k=1 para simetria cilíndrica. A condição

de contorno descrita na eq. (50) foi obtida empregando a seguinte expressão para a perturbação da pressão sonora na entrada da corneta, Bangtsson (2003):

$$P(\mathbf{x},t) = [A e^{i\kappa x} + B e^{-i\kappa x}]e^{i\omega t}$$
 Eq. 87

Sendo que $\kappa = \omega/c$ é conhecido como número de onda, A e B são termos da expressão correspondentes a amplitude da onda incidente a amplitude da onda refletida, respectivamente. Nota-se claramente que a condição de contorno em Γ_{in} , Eq.(49), é independente do valor de B e ela foi obtida a partir da Eq.(51) e da seguinte expressão:

$$\frac{\partial P(\mathbf{x},t)}{\partial t} + c \frac{\partial P(\mathbf{x},t)}{\partial \mathbf{n}} = i\omega p(\mathbf{x})e^{i\omega t} + c \frac{\partial p(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{n}}e^{i\omega t} = 2Ai\omega e^{i\omega t} \qquad \text{Eq. 88}$$

Mais detalhes sobre esta formulação podem ser encontrados nas referências citadas.

8.2.3 A função Objetivo

Em um estudo de otimização de forma de cornetas busca-se sempre o menor valor para o coeficiente de reflexão, este definido pela literatura como R, sendo a razão entre a amplitude da onda refletida pela amplitude da onda incidente, considerando excitações harmônicas como na eq. (51), R pode ser escrito como:

$$R = \frac{B}{A}$$
 Eq. 89

Posto que p(0, y) e o valor de p(x) o qual $x \in \Gamma_{in}$ (mostrado na Figura 46), a função objetivo pode ser escrita conforme Bangtsson (2003):

$$f = |p(0, y) - A|$$
 Eq. 90

E fica evidente que quando a função f for igual a zero, então R=0 significado que B = 0. Sendo assim, a geometria ideal para a corneta é obtida minimizando essa

função objetivo. Para uma gama de frequências, a função objetivo utilizada neste trabalho é a seguinte:

$$f = \max(R_1, R_2, ..., R_{nf})$$
 Eq. 91

Onde nf indica o número de frequências que estão sendo analisadas e R_j , o coeficiente de reflexão da onda associado a determinada frequência da faixa analisada.

Para situações onde se deseja avaliar uma faixa de frequências, a função objetivo pode ser avaliada em um intervalo, matematicamente expressada na equação abaixo:

$$f = \bar{R} = \frac{1}{\Delta\omega} \int_{\omega 1}^{\omega 2} \left| \frac{B}{A} \right| d\omega$$
 Eq. 92

O valor do coeficiente de reflexão médio no intervalo pode ser obtido integrando a função no intervalo desejado. No caso desta aplicação, foi integrado numericamente e o valor de R avaliado em intervalos ainda menores, presentes dentro da faixa de frequências a serem otimizadas.

8.2.4 O perfil inicial

O perfil inicial, y₀(x), foi construído utilizando apenas uma variável de projeto e a seguinte expressão:

$$y_0(x) = 0.05e^{\beta x} \alpha_1$$
 Eq. 93

Onde α_1 é a variável de projeto e o valor de β é obtido impondo a condição de que y(0,5) = 0,3. Impondo esta restrição obtém-se o valor $\beta = ln(6)/0,5\alpha_1$. Este perfil representa uma geometria que também vai mudando com o decorrer do processo de otimização. Entretanto, é a partir dele que são adicionadas outras modificações localizadas na tentativa de obter a geometria ótima.

Algumas curvas para $y_0(x)$ estão ilustradas na Figura 47 em função do valor de α_1 ; $\alpha_1>1$. Este perfil inicial foi selecionado devido ao fato de que estas curvas 'são parecidas' com o perfil de cornetas hiperbólicas e satisfazem a condições de que em x=0 a derivada é nula. Além disso, todas as curvas mostradas na Figura Z são obtidas
com a variação de α_1 apenas. Nota-se desta figura que não é difícil estabelecer os limites inferiores e superiores para esta variável de projeto. A escolha $1.01 \le \alpha_1 \le 10$ é uma boa aproximação inicial e, normalmente, os valores maiores para esta variável de projeto são encontrados para frequências mais altas.



8.2.5 A definição dos pontos de controle e das funções de perturbação do perfil inicial

No intervalo $0 \le x \le 0.5$ inicialmente é inserido o ponto de controle número 1 no centro do intervalo. Na medida da necessidade (processo de otimização e adaptação do contorno para a solução procurada), novos pontos de controle são inseridos sempre no centro dos intervalos da etapa anterior da geração; $x_i \le x \le x_f$ (x_i=limite inferior e x_f =limite superior), como ilustrado na Figura 48. Para cada um destes pontos de controle definem-se localmente (no intervalo $x_i \le x \le x_f$) funções que são utilizadas para perturbar localmente o contorno inicial. Estas funções são denominadas f_n(x,m)

onde n indica o ponto de controle e o índice m esta associado à forma da função (mostrado na sequência).



Figura 48: Geração dos Pontos de Controle.

Estas funções foram selecionadas de tal forma que não alteram o valor de y(x) e da sua derivada nos seus extremos. A expressão matemática para estas funções $f_n(x)$ é:

$$f_n(x) = b(x - x_i)^2 (x - x_f)^2 \sin\left(\frac{\pi(x - x_i)}{\Delta x}\right) \quad \forall \ x_i \le x \le x_f$$
 Eq. 94

$$g_n(x) = b(x - x_i)^2 (x - x_f)^2 \sin\left(\frac{2\pi(x - x_i)}{\Delta x}\right) \quad \forall \ x_i \le x \le x_f$$
 Eq. 95

Sendo que b é uma constante convenientemente selecionada para ajustar o tamanho da perturbação do contorno. Na Tabela 1 estão ilustrados os valores utilizados para obter as curvas da Figura 49 e Figura 50.

	f1(x)	f2(x)	f₃(x)	f4(x)	f5(x)	f6(x)	f7(x)
b	1	10	10	100	100	100	100

Tabela 2: Valores para b para as funções mostradas na Figura 49 e Figura 50.



A quantidade de pontos de controle e a posição de cada um deles podem variar de acordo com a necessidade específica de cada problema. O processo de obtenção do perfil ótimo começa utilizando apenas as funções associadas ao ponto de controle número 1 e outras funções associadas a outros pontos de controle são acrescidas na medida em que o resultado da função objetivo não é satisfatório (adaptatividade do contorno).

8.2.6 A aproximação do Contorno Interno da Corneta

O contorno interno da corneta (geometria interna) é aproximado com a seguinte expressão:

$$y(x) = \underbrace{y_0(x)}_{\substack{\text{perfil}\\\text{inicial}}} + \underbrace{\sum_{n=1}^{np} \alpha_{2n} f_n(x) + \alpha_{2n+1} g_n(x)}_{\substack{\text{parcela associada aos}\\\text{pontosde controle}}} Eq. 96$$

Onde { α_1 , α_2 ,..., α_{2np+1} } é o conjunto das variáveis de projeto (variáveis de projeto), np indica o número de pontos de controle no intervalo desejado (semelhante à malha de elementos finitos *h*-adaptativos), $f_n(x) e g_n(x)$ são as funções previamente definidas e ilustradas na Figura 49 e Figura 50, respectivamente. A variável de projeto α_1 não aparece na Eq.(96), porém $y_0(x)$ é depende desta variável, veja Eq.(93). O contorno externo é obtido somando a espessura da parede.

8.2.7 Gerando as Malhas de Elementos Finitos

As malhas de elementos finitos podem ser geradas de maneira automática ou utilizando os chamados campos de velocidade. Os campos de velocidade são preferidos quando não se tem em mãos um gerador de malha adequado para os processos de otimização (para cada perturbação do contorno é necessário a construção de uma nova malha de elementos finitos).

O enfoque abordado na sequência mostra a criação dos campos de velocidade a partir das funções de perturbação do contorno que produzem um contorno suave e com poucas variáveis de projeto.

Seja X_0 a malha de elementos finitos obtida com a primeira aproximação do contorno da corneta e $X_1, X_2, ..., X_{2np}$ as outras malhas obtidas com perturbações locais do contorno associadas a cada uma das variáveis de controle. Na Figura 51 ilustra-se a perturbação do controle provocada pela função '0,5df₂(x)' e a região de influência desta perturbação. O valor '0,5' foi incluído para não provocar deslocamentos exagerados na malha original.

Todos os pontos pertencentes à esta região de influência poderão sofrer algum deslocamento na direção y. A nova coordenada y para os nós com coordenadas (y,x_j) e (y,x_n) mostrados na Figura 51 (denominados por p0) e pertencentes à região de influência do ponto de controle 2 é obtida empregando a técnica já descrita por Belegundu e Chandrupatla (1999). A nova posição (p1 na Figura 51) para estes pontos passarem a ser (y_{new},x_j) e (y_{new},x_n) sendo que y_{new} é dado por:

$$y_{new} = y_0 \times \frac{y(x_j)}{y_i(x_j)} \quad \forall \quad 0 \le y_0 \le y_i(x_j)$$
 Eq. 97

$$y_{new} = 0.15 - z_0 \times \frac{z(x_n)}{z_{out}(x_n)} \quad \forall \quad (y_i(x_n) + w) \le y_0 \le 0.15$$
 Eq. 98

Sendo que z(x) = 0,15 - (yi(x) + w) e *w* designa a espessura da parede da corneta.

Antes de criar os campos de velocidade a nova malha passa por um processo de regularização (por exemplo, regularização Laplaceana) com o objetivo de melhorar a qualidade dos triângulos. Após esta etapa os campos de velocidade são obtidos com a seguinte operação:

$$V_n = X_n - X_0$$
 $n = 1, 2, ..., 2np+1$ Eq. 99

Onde V_n designa o campo de velocidade associado à variável de projeto n e a nova malha é obtida com a combinação linear destes campos de velocidade:

$$\mathbf{X}_{new} = \mathbf{X}_0 + \sum_{n}^{m} \alpha_n \mathbf{V}_n$$
 Eq. 100

Sendo que o limite superior m pode variar desde 2 até 2np+1.

Figura 51: Área (ou região) de Influência do ponto de controle 2 empregadas para determinar o campo de velocidades associada a '0,5df3(x)'.



Uma outra maneira de gerar estes campos de velocidade é resolvendo um problema de Navier (elasticidade 2D) utilizando cargas distribuídas. Este processo foi utilizado por Machniewcz (2003) e além de resultar em contornos mais suaves também reduz o número de variáveis de projeto.

8.3 O ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO

O método de otimização PSO foi escolhido pela capacidade de chegar ao mínimo, ou máximo global de uma função, com um número menor de variáveis de projetos, ou uma menor população.

O ponto de partida para a implementação numérica PSO consiste em gerar aleatoriamente uma população com *m* partículas e suas correspondentes velocidades iniciais:

$$x^{(0)} = x^{(0)}(i,j)$$
 Eq. 101

$$v = v^{(0)}(i,j)$$
 $i = 1,2...ndv$ e $j = 1,2...m$ Eq. 102

Em que o ndv é o número de variáveis geradas e m é o número de partículas ou o tamanho da população. As partículas da população inicial, $x^{(0)}$, podem ser escolhidas aleatoriamente, empregando apenas um limite inferior e um limite superior de cada variável de criação, procedendo da seguinte forma:

$$x^{(0)}(i,j) = x_L(i) + rand_i \times (x_U(i) - x_L(i))$$
 $j = 1,2...m$ Eq. 103

Onde $x_L(i)$ indica o limite inferior da variável de projeto *i*, $x_U(i)$ indica o limite superior e $rand_j$ indica um número aleatório entre 0 e 1 para cada partícula *j*. De um modo semelhante, a velocidade inicial pode ser construída de forma aleatória para cada partícula desta população:

$$v^{0}(i,j) = rand_{j} \times \frac{(x_{U}(i) - x_{L}(i))}{\gamma}$$
 $j = 1,2...m$ Eq. 104

Em que γ é um fator de escala pré-determinado pelo usuário, com a intenção de limitar o valor da velocidade inicial. A proposta original do PSO também foi utilizada neste trabalho para calcular a velocidade das partículas no instante k + 1, v^{k+1} . Sua expressão matemática é:

$$v^{k+1} = v^{k+1}(i,j) = v_w^{(k)}(i,j) + v_{ib}^{(k)}(i,j) + v_{gb}^{(k)}(i,j)$$
 $j = 1,2...m$ Eq. 105

Onde

$$v_w^{(k)}(i,j) = w \, rand_j v^{(k)}(i,j)$$
 Eq. 106

$$v_{ib}^{(k)}(i,j) = \alpha \, rand_j(x_{ib}(i,j) - x^{(k)}(i,j))$$
 Eq. 107

$$v_{gb}^{(k)}(i,j) = \beta \ rand_j(x_{gb}(i,j) - x^{(k)}(i,j))$$
 Eq. 108

Sendo que *w* é o parâmetro de inércia, $x_{ib}(i,j)$ é a melhor localização para a partícula *i* até que a iteração k - th (melhor individual), $x_{gb}(i,j)$ é o melhor resultado

de todos até a iteração k - th (melhor global), $\alpha e \beta$ são dois parâmetros selecionados de tal modo que $0 < \alpha$, $\beta < 1$ (neste trabalho, $w = \alpha = 0,25$ e $\beta = 0,75$ foram adotados em todos os momentos) e as parcelas que compõem a velocidade no instante k + 1 são interpretadas da seguinte forma:

- v_w^(k)(i, j): representa a sua tendência para continuar em movimento ao longo da mesma direção da iteração anterior;
- v^(k)_{ib}(i, j): representa a tendência individual para voltar à sua melhor localização medida;
- v^(k)_{gb}(i, j): representa a tendência das partículas para se mover em direção à posição dos melhores resultados de todas as partículas até a iteração anterior.

Embora as direções estejam bem definidas no PSO, o caráter aleatório das suas grandezas garante encontrar caminhos capazes de evitar mínimos locais, mesmo quando utilizando populações relativamente reduzidas. À medida que o número de iterações aumenta (novas populações são criadas), as partículas tendem a convergir para a solução do problema e as suas velocidades convergem para o valor nulo.

A nova posição para cada partícula da nova população, $x^{(k+1)}$, é calculado usando a posição no instante anterior, $x^{(k)}$, e a velocidade $x^{(k+1)}$. Esta nova posição é dada por:

$$x^{(k+1)} = x^{(k+1)}(i,j) = x^{(k)}(i,j) + \lambda n \times v^{(k+1)}(i,j)$$
 $n = \pm 1, \pm 2, \dots$ Eq. 109

Onde n é um número inteiro que é obtido através da resolução do seguinte problema de mínima raiz (processo detalhado na Figura 52):

$$\frac{\min(x^{(k+1)})}{n} \quad \text{Eq. 110}$$

Em que f(x) é a função de objetivo em estudo e k é um escalar que é inicialmente 1 e o seu valor diminui progressivamente conforme o número de iterações vai aumentando. Este processo é ilustrado na Figura 52 e é realizado com o intuito de

determinar até onde tem de se mover em direção a $v^{(k+1)}$ para se obter o mínimo de f(x) neste sentido, com o integrador n (positivo ou negativo). Percebeu-se, durante este trabalho que esta etapa de minimização aumenta significativamente o número de chamadas da função objetivo, apenas para a segunda iteração (um fato que é mostrado nos exemplos numéricos). Ainda assim, muitos autores não realizam esta etapa de minimização do valor de n que minimiza a função objetivo, e as posições das partículas na nova população são obtidos com $\lambda n = 1$.

Figura 52: Determinação da melhor posição possível para $x^{(k+1)}$ no sentido de $v^{(k+1)}$



8.4 CONTROLE DE FRONTEIRA

Além deste processo de minimização para definir a posição da partícula no instante (k + 1), que foi descrito anteriormente, é necessário verificar se a nova posição (nova partícula) está dentro da região de concepção para cada novo cálculo, se:

$$x_L(i) \le x^{(k+1)}(i,j) \le x_U(i)$$
 Eq. 111

Se a nova partícula não é dentro da região de projeto, uma nova posição para esta partícula é gerada aleatoriamente usando Eq. (103).

8.5 CRITÉRIOS DE PARADA E DE CONVERGÊNCIA

De acordo com várias referências pesquisadas, muitos artigos que propõem novas técnicas relativas à melhoria de qualquer método característico (controle de fronteira, controle de velocidade, busca na vizinhança, a hierarquia, a sincronicidade, mobilidade, etc.). O objetivo deste trabalho não é avaliar ou propor novas técnicas alternativas para melhorar as características de convergência do método. A ideia aqui proposta é usar o PSO para a obtenção da geometria ideal para problemas acústicos lineares, em especial otimização de cornetas acústicas e verificar os potenciais do método para o estudo deste tipo de problema. Existem muitas alternativas além das que firam adotadas no trabalho, que poderia influenciar significativamente as taxas de convergência mostradas nos resultados descritos abaixo.

Dois critérios de parada foram utilizados neste trabalho:

- O número máximo de iterações;
- O valor mínimo para a função objetivo (quando a diferença entre o valor atual e o anterior for menor ou igual a 10⁻⁶).

8.6 RESULTADOS NUMÉRICOS DA OTIMIZAÇÃO USANDO PSO

Foi realizada a implementação de uma rotina em Fortran® para solução do MEF e implementação do PSO. A seguir serão apresentados os resultados numéricos para o problema de otimização, lembrando que todos os resultados foram obtidos para a condição de simetria cilíndrica e a análise da função objetivo ou MEF com elementos triangulares quadráticos.

Tabela 3: Resultados da Otimização para frequências simples, $\beta = \ln(6)/0,5^{**}(\alpha_1)$.

Freq. [Hz]	α1	α2	α3	f(α1,α2,α3)
	1.1876699	1.7596015	5.3157435	0.888609×10 ⁻⁶
250	1.3305066	4.0536437	4.7995250	0.062630×10 ⁻⁶
	1.7305670	8.8472672	2.5272570	0.385329×10 ⁻⁶
	1.1096284	-7.6626392	3.5895237	0.523119×10 ⁻⁶
350	1.6057918	-2.3292279	2.9481627	0.415295×10 ⁻⁶
	2.4586744	2.3612199	0	0.916311×10 ⁻⁶
	1.1389349	-2.8239734	1.5489197	0.410438×10 ⁻⁶
450	1.6706623	-0.1396248	1.5779359	0.225231×10 ⁻⁶
	2.5256831	1.9690512	0	0.606621×10 ⁻⁶
	1.1326366	2.8150139	-2.6780307	0.396674×10 ⁻⁶
550	2.0898359	1.1601369	-0.8475469	0.534445×10 ⁻⁶
	3.2813232	0.7077644	-1.3545911	0.391553×10⁻ ⁶
	1.1423190	5.5528919	-4.9161549	0.168974×10 ⁻⁶
650	1.7870907	-1.4042567	-0.8707506	0.827967×10 ⁻⁶
	2.1324686	-1.4687877	-0.5449862	0.181084×10 ⁻⁶
	1.1783233	1.7210428	-1.7494887	0.120198×10 ⁻⁶
750	2.7715584	-2.0842884	0.6480427	0.960390×10 ⁻⁶
	3.7070501	-2.2516672	0.5933576	0.971364×10 ⁻⁶

Figura 53: Gráfico da geometria da corneta para três diferentes soluções otimizando para a frequência de 250Hz (dimensões em metros).



Figura 54: Gráfico da geometria da corneta para três diferentes soluções otimizando para a frequência de 350Hz.



Figura 55: Gráfico da geometria da corneta para três diferentes soluções otimizando para a frequência de 450Hz.



Figura 56: Gráfico da geometria da corneta para três diferentes soluções otimizando para a frequência de 450Hz.



Figura 57: Gráfico da geometria da corneta para três diferentes soluções otimizando para a frequência de 650Hz.



Figura 58: Gráfico da geometria da corneta para três diferentes soluções otimizando para a frequência de 750Hz.



Os resultados apresentados na Tabela 3 e Figura 53 até a Figura 58 mostram a solução encontrada para a otimização de frequências únicas (objetivo único). Para esta comparação foi usada uma população com 3 partículas, e resultaram em soluções geometricamente diferentes apesar de que os coeficientes de reflexão apresentaram valores próximos.

Também foram avaliadas soluções para múltiplas frequências, conforme a eq. (91), os resultados são apresentados a seguir.

Tabela	4. Resultados da Oli	mzaçao para duas ne	quencias.
Variáveis de	350 e 450 [Hz]	350 e 450 [Hz]	550 e 650 [Hz]
Projeto	(Solução 1)	(Solução 2)	
α1	2.4191589	2.6803691	2.7543634
α2	2.8199937	3.5409475	4.1057725
α3	0.3741474	-1.6108159	-1.7680742
α4	-0.2024277	1.5698190	1.7857361
α5	0.8992760	-0.9331092	3.9424613
α6	1.0042281	1.9894642	3.9255807
α7	-1.1939371	-4.1862053	0.8774684
α8	-0.6131363	0.9155204	-4.4879751
079	2.7638109	2.2445534	2.3590504
α10	-0.5343388	0	4.1438898
α11	4.2458847	0	1.0226368

Tabela 4: Resultados da Otimização para duas frequências.

f(α1,α2,,α11)	0.743024×10 ⁻⁵	0.997914×10 ⁻⁶	0.664928×10 ⁻⁶

0.3 250 e 350 Hz Solução 1 Solução 2 ≻ 0.2 0.1 0 0.5 0 0.1 0.2 0.3 0.4 х

Figura 59: Gráfico mostrando as duas soluções encontradas, para 250 e 350 Hz.



Os resultados apresentados na Tabela 4, Figura 59 e Figura 60 foram obtidos para duas frequências como objetivo e usando uma população com 11 partículas. Nota-se variações menos sutis no perfil da corneta, principalmente no início.

A análise final do método de otimização PSO, é feita usando como objetivo uma faixa de frequências entre 350 e 450 Hz, com variação de 10Hz entre cada passo, os resultados são apresentados a seguir.

Variáveis de		, , , , , , , , , , , , , , , , , , ,		,		
Projeto	3	5	7	9	11	13
α1	2.312018	2.288405	2.298002	2.297303	2.295097	2.298578
α2	1.765126	1.703763	1.698779	1.724065	1.712189	1.718731
α3	0.440218	0.531181	0.527579	0.537830	0.545876	0.544316
α4	-	-0.011756	0.178821	0.196665	0.198325	0.204058
α5	-	0.116735	0.276205	0.286997	0.287580	0.290716
α6	-	-	0.083904	0.068091	0.067582	0.051308
α7	-	-	0.996615	0.956997	0.961813	0.966647
α8	-	-	-	-0.024928	-0.022176	-0.022032
α9	-	-	-	0.549333	0.550406	0.556513
α10	-	-	-	-	0.008658	0.008210
α ₁₁	-	-	-	-	-0.081149	0.011588
Q12	-	-	-	-	-	0.167083
α ₁₃	-	-	-	-	-	0.433938
f(α1,,α13)	0.930×10 ⁻²	0.815×10 ⁻²	0.603×10 ⁻³	0.353×10 ⁻³	0.265×10 ⁻³	0.175×10 ⁻³
NFCALL	3180	14708	8853	4218	1938	10957

Tabela 5: Resultados da Otimização para 11 frequências no intervalo de 350 a 450 [Hz] (350,360,370,...,450).

Figura 61: Gráfico com as soluções encontradas para a faixa de frequência de 350 a 450 Hz, com diferentes tamanhos de populações.



A função objetivo foi avaliada conforme a eq. (92), onde foi registrado o valor médio entre os pontos dentro da faixa analisada. As populações de partículas foram diferentes, porém o valor da partícula inicial usado na solução anterior foi repetido.

Isto gerou solução geometricamente próximas, porém o valor da função tem uma diferença na ordem de 53 vezes quando se compara a solução com 3 variáveis de projeto e solução com 13 variáveis de projeto, mostrando que variações mínimas no perfil influenciam no resultado.

9 CONCLUSÃO

Conforme esclarecido anteriormente, este trabalho é dedicado a análise numérica e experimental de cornetas acústicas e a combinação da análise teórica, através do método dos elementos finitos, com otimização, no caso usando a técnica do enxame de partículas (PSO).

Com base na teoria da onda plana e no método de medição dos dois microfones, fica claro que a frequência de trabalho da corneta (ou qualquer outro elemento que desejasse analisar) durante os ensaios devem ser compatíveis com as comprovações teóricas e práticas da bibliografia. Assim não é possível fazer medições usando a técnica dos dois microfones para valores de frequência acima do primeiro modo de oscilação (teoria da onda plana), também as referências mostram que deve ser respeitada a faixa de medição delimitada pela distância dos microfones. Lembrando que tanto a frequência que limita o primeiro modo de oscilação e a faixa de medição dependem diretamente da velocidade de som que depende da temperatura.

Durante a etapa de medição da geometria da corneta analisada, foram verificados desvios na geometria da corneta, como ovalização e leve assimetria, problemas que são inerentes de componentes fabricados por fundição em molde de areia. Porém o real impacto disso foi observado quando comparou-se os resultados teóricos com os experimentais, e reforçado quando feita a otimização e notado que uma pequena variação na geometria alterava o coeficiente de reflexão substancialmente.

Desta forma fica claro a importância de produzir geometrias com a precisão exigida para manter a curva do coeficiente de reflexão dentro do desejado. Processos produtivos grosseiros não serão capazes de expressar o desempenho de uma corneta otimizada.

Do ponto de vista experimental realizar o processo de medição de uma peça pronta a fim de obter a sua geometria para posterior construção do modelo teórico, provou-se não ser tarefa fácil, exigindo equipamentos com alto grau de precisão e possibilidade de avaliar a peça por inteiro.

Conforme observado na Figura 43 e Figura 44 ouve uma disparidade entre o coeficiente de reflexão calculado e o medido. Este desvio pode ser atribuído a falha na construção do modelo (desenho da peça) que deixou de representar detalhes importante no projeto. Na Figura 15 nota-se que a corneta CHC 14-50 possui alguns detalhes na sua geometria externa que não foram contemplados no modelo teórico. São detalhes não influenciam na superfície principal de análise, que continua sendo axissimétrica, mas podem ter influenciado no resultado medido,

Do ponto de vista do método experimental, problemas com a captação do sinal trouxeram alguns dados com muito ruído e o fato que o aparato de medição não ter

sua montagem dentro de uma câmara anecóica pode gerar erros na medição de pressão, em especial a onda refletida o que resultara em um coeficiente de reflexão distorcido.

Apesar destas constatações anteriores, o resultado teórico é o experimental apresentaram certa concordância, principalmente no formato da curva do coeficiente de reflexão, apresentando uma defasagem entres os pontos de mínimo.

Já a implementação da otimização usando a técnica PSO apresentou resultados excelentes. O controle de geometria que desloca a face interna e externa da corneta conjuntamente evitou que reentrâncias sejam formadas e a utilização dos polinômios de Hermite para gerar as perturbações garantiram geometrias suaves.

De acordo com a Tabela 5, o número de partículas em uma população melhora o resultado da otimização para uma faixa de frequências, porém o tempo de processamento, ou seja, o número de chamadas da função objetivo, não necessariamente aumenta conjuntamente. Devido à natureza do método, quando se cria uma população maior, também aumentam as chances de que o mínimo global esteja próximo, diminuindo as iterações.

Para otimização cujo objetivo é apenas uma frequência, a geometria final muda conforme o valor inicial das partículas se alteram. Isso comprova que o método PSO possuir múltiplas soluções ótimas globais,

Desta forma a otimização de cornetas é uma excelente forma de melhorar produtos de uso massivo, principalmente atrelados a processos de produção que sejam capazes de reproduzir as geometrias nas linhas de produção.

Ofertar produtos otimizados para faixas de frequência específicas pode ser uma excelente maneira aliar flexibilidade da montagem de sistemas sonoros e garantir alta eficiência de cornetas acústicas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BÄNGTSSON, Erik; NORELAND, Daniel; BERGGREN, Martin. **Shape optimization** of an acoustic horn. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., 2003.

BARBIERI, Renato; BARBIERI, Nilson. **Finite element acoustic simulation based shape optimization of a muffler.** Appied Acoustics, 2006.

BARBIERI, Renato; BARBIERI, Nilson. **Acoustic horns optimization using finite** elements and genetic algorithm. Applied Acoustics, 2013.

BARBIERI, Renato; BARBIERI, Nilson. The technique of active/inactive finite elements for the analysis and Optimization of acoustical chambers. Applied Acoustics, 2012.

BELEGUNDO, Ashok D; CHANDRUPATLA, Tirupathi R. **Optimization Concepts and Applications in Engineering**. Prentice-Hall, 1999.

CHANDRUPATLA, Tirupathi R.; BELEGUNDO, Ashok D. Introduction to Finite Elements in Engineering. 3rd ed. Prentice-Hall, 2002.

CHATZIIOANNOUA, V; KAUSELA, W; MOOREB, T. **The effect of wall vibrations on the air column inside trumpet bells.** Proceedings of the Acoustics 2012 Nantes Conference, 2012.

CONZATTI, Alcir Francisco. **Estudo numérico e experimental de filtros acústicos.** Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade Católica do Paraná, 2002'.

FAHY, F. J., "**Rapid method for the measurement of sample acoustic impedance in a standard wave tube**", Journal of Sound and Vibration, vol. 147, n.° 3, pp. 371-394, (1984).

FREEHAFER, J. E.. **The Acoustical Impedance of an Infinite Hyperbolic Horn**. The Journal of the Acoustical Society of America, 1940.

IHLENBURG, Frank; BABUSKA, Ivo. **Solution of Helmholtz problems by knowledge-based FEM**. Computer Assisted Mechanics and Engineering Sciences, 1997.

LIMA, Key Fonseca de. **Análise numérica e experimental de silenciadores veiculares.** Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade Católica do Paraná, 2001.

LIMA, Key Fonseca de. **Metodologia de Avaliação de Filtros Acústicos Reativos.** Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Santa Catarina, 2008. LIMA, Key Fonseca de; LENZI, Arcanjo; BARBIERI, Renato. **The study of reactive silencers by shape and parametric optimization techniques**. Applied Acoustics, 2011.

KAUSEL, Wilfried; MAYER, Alexander; NACHTMANN, Gerhard. **Experimental** demonstration of the effect of wall vibrations on the radiated sound of the horn and a search for possible explanations. ISMA, 2007.

KOLBREK, Bjørn. Horn Theory: An Introduction, Part 1. AudioXpress, 2008.

KOLBREK, Bjørn. Horn Theory: An Introduction, Part 2. AudioXpress, 2008.

KOLBREK, Bjørn. **Modal sound propagation in curved horns of rectangular crosssection.** Norwegian University of Science and Technology, 2013

JEFFREY, A., "Handbook of mathematical formulas and integrals", 2 ed., San Diego, Academic Press, (2000).

PEREZ, R.E.; BEHDINAN, K. **Particle swarm approach for structural design optimization**. Computers and Structures 85, 2007.

POLI, Riccardo; KENNED, James; BLACKWELL, Tim. **Particle swarm optimization: An overview.** Swarm Intell, 2007.

NORELAND, D.; UDAWALPOLA, R.; SEOANE, P.; WADBRO, D.; BERGGREN, M., An efficient loudspeaker horn designed by numerical optimization: an experimental study. Report / UMINF, ISSN 0348-0542, 2010.

NORELAND, Daniel. Numerical Techniques for Acoustic Modelling and Design of Brass Wind Instruments. Comprehensive Summaries of Uppsala Dissertations from the Faculty of Science and Technology 862, 2003

MACHNIEVSCZ, Renato; BARBIERI, Renato; BARBIERI, Nilson. **Otimização de forma empregando o método das direções viáveis de Zoutendijk.** Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade Católica do Paraná, 2003.

MORGANS, Rick C.; ZANDER, Anthony C.; HANSEN, Colin H.; MURPHY, David J. **EGO shape optimization of horn loaded loudspeakers.** Kluwer Academic Publishers, 2007.

MUNJAL, M. L. **Acoustics of ducts and mufflers.** Ed. John Wiley, 1°. ed. New York, USA, 328 p., (1987).

POST, John; HIXSON, Elmer. A Modeling and Measurement Study of Acoustic Horns. University of Texas, 1994.

SALVATTI, Alex. Virtual Acoustic Prototyping – Practical Applications for Loudspeaker Development. CONSOL Conference, 2010

Schurer, Hans; Annema, Peter; de Bree, Hans-Elias; Slump, Cornelis H.; Hermann, Otto E. **Comparison of Two Methods for Measurement of Horn Input Impedance.** Audio Engineering Society, P/N:4263, 1996.

RAO, S. S. Engineering Optimization. Wiley, (1996).

UDAWLPOLA, Rajitha; BERGGREN, Martin. Optimization of an acoustic horn with respect to efficiency and directivity. Int. J. Numer. Meth. Engng, 2008.

UDAWLPOLA, Rajitha. Shape optimization for acoustic wave propagation problems. Acta Universitatis Upsaliensis. Digital Comprehensive Summaries of Uppsala Dissertations from the Faculty of Science and Technology 709. 42 pp. Uppsala, 2010.

WADBRO, Eddie; UDAWLPOLA, Rajitha; BERGGREN, Martin. Shape and Topology Optimization of an Acoustic Horn-Lens Combination. J. Comput. Appl. Math., 234:1781-1787, 2010.