

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO PARANÁ**

**ESTUDO DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE ÔNIBUS COM  
DIFERENTES ARRANJOS DE EIXOS**

**CURITIBA**

**2003**

**CLÁUDIO CARREIRÃO**

**ESTUDO DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE ÔNIBUS COM  
DIFERENTES ARRANJOS DE EIXOS**

**Dissertação de Mestrado apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia, Pontifícia Universidade Católica do Paraná.**

**Orientador: Prof. Dr. Nilson Barbieri**

**Co-Orientador: Prof. Dr. Renato Barbieri**

**CURITIBA**

**2003**

## **TERMO DE APROVAÇÃO**

**CLAUDIO CARREIRÃO**

### **ESTUDO DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE ÔNIBUS COM DIFERENTES ARRANJOS DE EIXOS**

Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre no Curso de Mestrado em Engenharia Mecânica, Departamento de Engenharia Mecânica, do Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia da Pontifícia Universidade Católica do Paraná, pela seguinte banca examinadora:

Presidente: Prof. Dr. Nilson Barbieri – Orientador  
Departamento de Engenharia Mecânica, PUC-PR

Prof. Dr. Renato Barbieri – Co-orientador  
Departamento de Engenharia Mecânica, PUC-PR

Prof. Dr. Valder Steffen Júnior  
Faculdade de Engenharia Mecânica, UFU-MG

Prof. Dr. Marcos Rodacoski  
Curso de Engenharia Mecânica, UNICENP-PR

Curitiba, 21 de Novembro de 2003

## DEDICATÓRIA

Este trabalho que agora concluo não é obra única minha, mas sim dos muitos que me ajudaram e me compreenderam durante este tempo em que estive ausente daqueles que mais estimo.

Dedico este trabalho a meu pai, José Damiani Carreirão, que, por força do destino, partiu ainda cedo, mas nunca deixou de estar ao meu lado.

Dedico este trabalho a minha mãe, Neusa Mund Carreirão, que, desde pequeno, ensinou-me a gostar de aprender, e também aceitou pagar o preço por esse ensinamento compreendendo a minha distância durante estes anos.

Dedico este trabalho ao meu sogro, Prof. Dr. Clovis Luiz Machado-da-Silva, que, seguindo o seu exemplo de dedicação profissional, consegui inspiração para vencer as dificuldades encontradas durante este trabalho.

Dedico este trabalho a minha sogra, Heloisa Couto Machado-da-Silva, que, como uma segunda mãe, ajudou-me com palavras de coragem.

Dedico este trabalho a meus irmãos, Anita, Elaine, Acácio e Silvio, que, da mesma forma que minha mãe, souberam, junto dos seus, compreender a minha ausência e apoiaram-me nesta jornada.

Dedico este trabalho a minha cunhada, Ângela, e meu concunhado, Ricardo, que, mais como irmãos do que como amigos, sempre seguraram a minha mão.

Dedico este trabalho ao meu tio Ruben, o meu exemplo de engenheiro, e minha tia Eliana, que me acolheram em sua casa enquanto eu era um estagiário em engenharia mecânica.

Finalmente, dedico este trabalho a quem devo cada minuto de alegria na minha vida; minha esposa, Luciana, e meus filhos, Leonardo e Daniel. Esposa companheira e dedicada, e filhos amigos e compreensivos, que souberam aceitar a minha ausência com alegria. Fica comigo a missão de, após concluir este trabalho, recuperar o que não pode ser recuperado, o tempo que fiquei longe deles.

## AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Nilson Barbieri e ao Prof. Dr. Renato Barbieri, pela sua compreensão e ajuda que despenderam durante o tempo em que estive ligado ao curso, e, sem a qual, não conseguiria concluir esta importante etapa da minha vida profissional e de realização pessoal.

Ao Sr. Sergio Peloia, pelo empenho pessoal que exerceu em conseguir tornar realidade, junto a Volvo do Brasil, este meu sonho.

Aos Srs. Arne Svensson e Staffan Lindell, por sua compreensão em aceitar de dividir o meu tempo na Volvo com este meu projeto de vida.

A Volvo do Brasil Veículos Ltda, pela aposta que fez em mim, e pelos recursos que colocou a minha disposição para a conclusão deste trabalho.

A Pontifícia Universidade Católica do Paraná, pela oportunidade que me concedeu em frequentar este Curso.

A Engenharia da Pirelli Pneus e da Michelin pelo apoio dado a este trabalho com o envio dos dados dos pneus.

Aos meus companheiros de trabalho na Volvo do Brasil, Abati, Garbelotti, Biassio, Severino, Wilton, Levy, Darwin, Ediltron, Puk, Norival, Ximenes, Claudemir e Alex, que sempre acreditaram em mim.

Aos novos amigos que fiz durante estes anos de convivência na PUC, Prof. Daledone, Prof. Luiz Mauro, Prof. João Elias, Sra. Jane, Renato, Key e Marlon.

## MENSAGEM

A conclusão desta etapa de vida não foi algo fácil para mim, tão pouco para a minha família. Foi necessário muito esforço, dedicação e, principalmente, força de vontade para continuar no caminho. Muitas vezes tive que tirar forças donde não havia mais, e usei esta canção como auxílio nesta renovação.

### *TENTE OUTRA VEZ*

*Veja, não diga que a canção está perdida  
Tenha fé em Deus, tenha fé na vida.  
Tente outra vez*

*Beba, pois a água viva ainda está na fonte,  
Você tem dois pés para cruzar a ponte,  
Nada acabou, não, não, não*

*Tente, levante a sua mão sedenta e recomece a andar  
Não pense que a cabeça agüenta se você parar,  
Não, não, não, não, não, não.*

*Há uma voz que canta, há uma voz que dança,  
Uma voz que gira bailando no ar*

*Queira, basta ser sincero e desejar profundo,  
Você será capaz de sacudir o mundo*

*Vai, tente outra vez tente,  
E não diga que a vitória está perdida,  
Se é de batalhas que se vive a vida*

*Tente outra vez.*

(Raul Seixas, Paulo Coelho e Marcelo Mota)

## SUMÁRIO

<b>LISTA DE FIGURAS.....</b>	<b>X</b>
<b>LISTA DE TABELAS .....</b>	<b>xiv</b>
<b>LISTA DE SÍMBOLOS .....</b>	<b>xv</b>
<b>RESUMO.....</b>	<b>xxii</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>xxiii</b>
<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1 MOTIVAÇÃO.....	1
1.2 JUSTIFICATIVA .....	5
1.3 OBJETIVOS GERAIS .....	5
1.4 OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	6
1.5 REVISÃO DA LITERATURA.....	6
1.6 DESCRIÇÃO DOS CAPÍTULOS .....	8
<b>2 DESCRIÇÃO DOS COMPONENTES PRINCIPAIS DO CHASSI.....</b>	<b>10</b>
2.1 ARQUITETURAS DAS SUSPENSÕES.....	10
2.2 EIXO DE ROLAGEM .....	12
2.3 AMORTECEDORES.....	16
2.4 BOLSAS DE AR.....	20
2.5 BARRAS ESTABILIZADORAS .....	27
2.6 DISTRIBUIÇÃO DE RIGIDEZ AO ROLAMENTO.....	29
2.7 SOBRE-ESTERÇAMENTO E SUB-ESTERÇAMENTO .....	30
2.8 ARRANJOS DE EIXOS .....	32
2.9 MASSAS NÃO SUSPENSAS .....	33

2.10 MASSA SUSPensa .....	37
<b>3 O PNEU .....</b>	<b>41</b>
3.1 ÂNGULOS DE ESTERÇAMENTO.....	41
3.2 ÂNGULO DE ESTERÇAMENTO INDUZIDO .....	43
3.3 ÂNGULO DE ESCORREGAMENTO LATERAL DO VEÍCULO .....	48
3.4 ÂNGULO DE ESCORREGAMENTO DOS PNEUS .....	49
3.5 TAXA DE ESCORREGAMENTO LONGITUDINAL DOS PNEUS.....	50
3.6 ACELERAÇÃO ANGULAR DOS PNEUS.....	51
3.7 TRANSFERÊNCIA DINÂMICA DE PESO.....	54
3.8 FORÇAS LATERAIS E LONGITUDINAIS: O MODELO DO PNEU .....	57
3.9 FORÇAS DO PNEU EM “x” E EM “y” .....	64
3.10 FORÇAS DO PNEU EM “z” .....	65
<b>4 MODELO MATEMÁTICO PARA VEÍCULO TRAFEGANDO EM PISTA RETA COM PAVIMENTO IRREGULAR.....</b>	<b>67</b>
4.1 SISTEMAS DE COORDENADAS .....	67
4.2 ACELERAÇÕES NOS SISTEMAS DE COORDENADAS MÓVEIS.....	69
4.3 FORÇAS NOS FOLEs DE AR, AMORTECEDORES, PNEUS E BARRAS ESTABILIZADORAS .....	70
4.4 EQUAÇÕES DO MOVIMENTO .....	71
4.4.1 Equações do movimento para a massa suspensa.....	71
4.4.2 Equações do movimento para a massa não suspensa .....	74
4.4.3 Para o veículo como um todo .....	76
<b>5 MODELO MATEMÁTICO PARA VEÍCULO EXECUTANDO MANOBRAS DIRECIONAIS EM PISTA PLANA .....</b>	<b>77</b>
5.1 SISTEMA DE COORDENADAS .....	77

5.2 ACELERAÇÕES NO SISTEMA DE COORDENADAS MÓVEL.....	79
5.3 EQUAÇÕES DO MOVIMENTO .....	81
5.3.1 Equações do movimento para a massa suspensa.....	81
5.3.2 Equações do movimento para a massa não suspensa .....	82
5.3.3 Equações do movimento para o veículo como um todo.....	84
<b>6 METODOLOGIA DE SOLUÇÃO DOS MODELOS .....</b>	<b>88</b>
6.1 MATRIZES DE MASSA, RIGIDEZ, AMORTECIMENTO E VETOR FORÇA	88
6.1.1 Para o modelo do veículo trafegando em pista reta com pavimento irregular .....	88
6.1.2 Para o modelo do veículo executando manobras direcionais.....	96
6.2 EQUAÇÃO DE ESTADO .....	98
<b>7 VALIDAÇÃO DOS MODELOS.....</b>	<b>100</b>
7.1 MODELO PARA VEÍCULO TRAFEGANDO EM PISTA RETA COM PAVIMENTO IRREGULAR.....	100
7.1.1 Validação numérica .....	100
7.1.2 Validação experimental .....	106
7.2 MODELO MATEMÁTICO PARA O VEÍCULO EXECUTANDO MANOBRAS DIRECIONAIS EM PISTA PLANA .....	115
7.2.1 Validação numérica .....	115
7.2.2 Validação experimental .....	121
<b>8 ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DINÂMICO PARA VEÍCULOS COM DIFERENTES ARRANJOS DE EIXOS.....</b>	<b>126</b>
8.1 ANÁLISE DIRECIONAL DO ÔNIBUS 6X2 DO TIPO 2 .....	126
8.2 ANÁLISE DIRECIONAL DO ÔNIBUS 6X2 DO TIPO 3 .....	130
8.3 ANÁLISE DIRECIONAL DO ÔNIBUS 8X2 DO TIPO 4 .....	132
8.4 ANÁLISE DO NÍVEL DE CONFORTO .....	135

<b>9 CONCLUSÕES.....</b>	<b>141</b>
<b>10 PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS.....</b>	<b>142</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>144</b>
<b>REFERÊNCIAS COMPLEMENTARES .....</b>	<b>146</b>
<b>APÊNDICE 1 .....</b>	<b>148</b>
<b>APÊNDICE 2 .....</b>	<b>154</b>
<b>ANEXO 1.....</b>	<b>163</b>
<b>ANEXO 2.....</b>	<b>167</b>

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1.1: CHASSIS DE ÔNIBUS VOLVO B10R 6X2 .....	3
FIGURA 1.2: CHASSIS DE ÔNIBUS VOLVO B7R FRETAMENTO .....	4
FIGURA 2.1: FORMA ESQUEMÁTICA PARA A SUSPENSÃO TIPO QUATRO BARRAS E BARRA PANHARD .....	10
FIGURA 2.2: FORMA ESQUEMÁTICA PARA A SUSPENSÃO TIPO TRÊS BARRAS E BARRA PANHARD .....	11
FIGURA 2.3: REPRESENTAÇÃO DO MODELO DE EIXO DE ROLAGEM .....	13
FIGURA 2.4: DETERMINAÇÃO DO CENTRO DE ROLAGEM DA SUSPENSÃO TIPO QUATRO BARRAS E BARRA PANHARD .....	14
FIGURA 2.5: DETERMINAÇÃO DO CENTRO DE ROLAGEM DA SUSPENSÃO TIPO TRÊS BARRAS E BARRA PANHARD .....	15
FIGURA 2.6: TRANSMISSIBILIDADE PARA MODELO DE UM GRAU DE LIBERDADE .....	18
FIGURA 2.7: FORÇA DE AMORTECIMENTO DO AMORTECEDOR DIANTEIRO .....	19
FIGURA 2.8: FORÇA DE AMORTECIMENTO DO AMORTECEDOR TRASEIRO .....	20
FIGURA 2.9: COMPONENTES PRINCIPAIS DA BOLSA DE AR DA SUSPENSÃO .....	21
FIGURA 2.10: ESQUEMA DA SUSPENSÃO CONVENCIONAL A AR .....	22
FIGURA 2.11: FORÇA DESENVOLVIDA PELO FOLE DE AR DIANTEIRO .....	24
FIGURA 2.12: FORÇA DESENVOLVIDA PELO BATENTE DE BORRACHA DIANTEIRO .....	24
FIGURA 2.13: FORÇA DESENVOLVIDA PELO FOLE DE AR TRASEIRO .....	25
FIGURA 2.14: FORÇA DESENVOLVIDA PELO BATENTE DE BORRACHA TRASEIRO .....	25
FIGURA 2.15: FORMA ESQUEMÁTICA DE INSTALAÇÃO DA BARRA ESTABILIZADORA .....	27
FIGURA 2.16: AÇÃO DA BARRA ESTABILIZADORA .....	28
FIGURA 2.17: ARRANJOS DE EIXOS 4X2, 6X2 E 8X2 .....	33
FIGURA 2.18: CONJUNTO EIXO DIANTEIRO SEM PNEUS .....	34
FIGURA 2.19: CONJUNTO EIXO TRASEIRO SEM PNEUS .....	35
FIGURA 2.20: MODELOS DE CARROCERIAS DE ÔNIBUS RODOVIÁRIOS .....	38
FIGURA 3.1: GEOMETRIA DE ACKERMAN .....	42
FIGURA 3.2: ÂNGULO DE ESTERÇAMENTO DAS RODAS EM FUNÇÃO DA ROTAÇÃO DA DIREÇÃO .....	43
FIGURA 3.3: ÂNGULO DE ESTERÇAMENTO INDUZIDO .....	44
FIGURA 3.4 INFLUÊNCIA DO ÂNGULO DE ROLAGEM NO SISTEMA DE DIREÇÃO .....	47
FIGURA 3.5: ÂNGULO DE ESCORREGAMENTO LATERAL DO VEÍCULO .....	48
FIGURA 3.6: ÂNGULO DE ESCORREGAMENTO DOS PNEUS .....	50
FIGURA 3.7: PNEU ROLANDO SOB AÇÃO DE TORQUE DE FRENAGEM .....	53
FIGURA 3.8: REDUÇÃO DOS ARRANJOS DE EIXO PARA TIPO 4X2 .....	55

FIGURA 3.9: FORÇA LATERAL DESENVOLVIDA PELO PNEU PIRELLI FH55 EM FUNÇÃO DO ÂNGULO DE ESCORREGAMENTO E DO CARREGAMENTO VERTICAL ..	58
FIGURA 3.10: FORÇA DE FRENAGEM DESENVOLVIDA POR UM PNEU EM FUNÇÃO DA TAXA DE ESCORREGAMENTO LONGITUDINAL E DO CARREGAMENTO VERTICAL .....	59
FIGURA 3.11: ELIPSE DE FRICÇÃO .....	60
FIGURA 3.12: ELIPSE DE FRICÇÃO PARA O PNEU PIRELLI FH55 .....	64
FIGURA 3.13: DECOMPOSIÇÃO DE FORÇAS DO PNEU .....	65
FIGURA 4.1: SISTEMA DE COORDENADAS MÓVEL E FIXO DA MASSA SUSPensa PARA ESTUDO DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DO VEÍCULO EM LINHA RETA .....	68
FIGURA 4.2: SISTEMA DE COORDENADAS MÓVEL DAS MASSAS NÃO SUSPENSAS PARA O MODELO EM PISTA RETA.....	68
FIGURA 4.3 DIAGRAMA DO CORPO LIVRE PARA A MASSA SUSPensa .....	72
FIGURA 4.4: DIAGRAMA DO CORPO LIVRE PARA A MASSA NÃO SUSPensa .....	75
FIGURA 5.1: SISTEMA DE COORDENADAS DA MASSA SUSPensa PARA ESTUDO DE MANOBRAS DIRECIONAIS .....	78
FIGURA 5.2: SISTEMAS DE COORDENADAS DAS MASSAS NÃO SUSPENSAS PARA ESTUDO DE MANOBRAS DIRECIONAIS .....	79
FIGURA 5.3: DIAGRAMA DO CORPO LIVRE PARA A MASSA SUSPensa .....	81
FIGURA 5.4: DIAGRAMA DO CORPO LIVRE PARA A MASSA NÃO SUSPensa .....	83
FIGURA 7.1: VARIAÇÕES DO DESLOCAMENTO DA MASSA SUSPensa, SEGUNDO BARBIERI, PARA A CONDIÇÃO VEÍCULO DESCARREGADO .....	102
FIGURA 7.2: VARIAÇÕES DO DESLOCAMENTO DA MASSA SUSPensa, SEGUNDO ESTE AUTOR, PARA A CONDIÇÃO VEÍCULO DESCARREGADO .....	102
FIGURA 7.3: VARIAÇÕES DO DESLOCAMENTO VERTICAL DA MASSA SUSPensa, SEGUNDO BARBIERI, PARA A CONDIÇÃO VEÍCULO CARREGADO.....	103
FIGURA 7.4: VARIAÇÕES DO DESLOCAMENTO VERTICAL DA MASSA SUSPensa, SEGUNDO ESTE AUTOR, PARA A CONDIÇÃO VEÍCULO CARREGADO .....	103
FIGURA 7.5: VARIAÇÕES DA ACELERAÇÃO VERTICAL DA MASSA SUSPensa, SEGUNDO BARBIERI, PARA A CONDIÇÃO VEÍCULO DESCARREGADO .....	104
FIGURA 7.6: VARIAÇÕES DA ACELERAÇÃO DA MASSA SUSPensa, SEGUNDO ESTE AUTOR, PARA A CONDIÇÃO VEÍCULO DESCARREGADO .....	104
FIGURA 7.7: VARIAÇÕES DA ACELERAÇÃO VERTICAL DA MASSA SUSPensa, SEGUNDO BARBIERI, PARA A CONDIÇÃO VEÍCULO CARREGADO.....	105
FIGURA 7.8: VARIAÇÕES DA ACELERAÇÃO VERTICAL DA MASSA SUSPensa, SEGUNDO ESTE AUTOR, PARA A CONDIÇÃO VEÍCULO CARREGADO .....	105
FIGURA 7.9: PERFIL DO OBSTÁCULO UTILIZADO NOS TESTES .....	107
FIGURA 7.10: ACELERAÇÃO VERTICAL DA MASSA SUSPensa À 10KM/H.....	108
FIGURA 7.11: ACELERAÇÃO VERTICAL DA MASSA SUSPensa À 20KM/H.....	109
FIGURA 7.12: ACELERAÇÃO VERTICAL DA MASSA SUSPensa À 30KM/H.....	109

FIGURA 7.13: RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DA ACELERAÇÃO VERTICAL DA MASSA SUSPensa À 10KM/H.....	110
FIGURA 7.14: RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DA ACELERAÇÃO VERTICAL DA MASSA SUSPensa À 20KM/H.....	110
FIGURA 7.15: RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DA ACELERAÇÃO VERTICAL DA MASSA SUSPensa À 30KM/H.....	111
FIGURA 7.16: DESLOCAMENTO DA SUSPENSÃO DIANTEIRA DIREITA À 10KM/H.....	112
FIGURA 7.17: DESLOCAMENTO DA SUSPENSÃO TRASEIRA DIREITA À 10KM/H.....	112
FIGURA 7.18: DESLOCAMENTO DA SUSPENSÃO DIANTEIRA DIREITA À 30KM/H.....	112
FIGURA 7.19: DESLOCAMENTO DA SUSPENSÃO TRASEIRA DIREITA À 30KM/H.....	113
FIGURA 7.20: RESPOSTA EM FREQUÊNCIA PARA O ÂNGULO DE ROLAGEM DA MASSA SUSPensa À 10KM/H.....	114
FIGURA 7.21: RESPOSTA EM FREQUÊNCIA PARA O ÂNGULO DE ROLAGEM DA MASSA SUSPensa À 20KM/H.....	114
FIGURA 7.22: RESPOSTA EM FREQUÊNCIA PARA O ÂNGULO DE ROLAGEM DA MASSA SUSPensa À 30KM/H.....	115
FIGURA 7.23: RESULTADOS APRESENTADOS POR SMITH E STARKEY PARA MANOBRA DIRECIONAL TIPO RAMPA À 20 M/S.....	117
FIGURA 7.24: RESULTADOS OBTIDOS PELO AUTOR PARA MANOBRA DIRECIONAL TIPO RAMPA À 20 M/S.....	117
FIGURA 7.25: RESULTADOS APRESENTADOS POR SMITH E STARKEY PARA MANOBRA DIRECIONAL TIPO RAMPA COM FRENAGEM SIMULTÂNEA.....	118
FIGURA 7.26: RESULTADO OBTIDO PELO AUTOR PARA MANOBRA DIRECIONAL TIPO RAMPA COM FRENAGEM SIMULTÂNEA À 10 M/S.....	119
FIGURA 7.27: RESULTADOS APRESENTADOS POR SMITH E STARKEY PARA MANOBRA DIRECIONAL TIPO DEGRAU À 10 M/S.....	119
FIGURA 7.28: RESULTADOS OBTIDOS PELO AUTOR PARA MANOBRA DIRECIONAL TIPO DEGRAUS À 10 M/S.....	120
FIGURA 7.29: MANOBRA DIRECIONAL À 40KM/H.....	123
FIGURA 7.30: MANOBRA DIRECIONAL À 50KM/H.....	124
FIGURA 7.31: MANOBRA DIRECIONAL À 60 KM/H.....	125
FIGURA 8.1: ÔNIBUS B7R 6X2 (TIPO 2) SEM BARRA ESTABILIZADORA.....	128
FIGURA 8.2: ÔNIBUS B7R 6X2 (TIPO 2) COM BARRA ESTABILIZADOR NO EIXO TRASEIRO E BARRA NO EIXO DIANTEIRO COM RIGIDEZ 60% DA ORIGINAL.....	129
FIGURA 8.3: CHASSIS B7R 6X2 (TIPO 3) COM BARRA ESTABILIZADOR NOS TRES EIXOS.....	131
FIGURA 8.4: CHASSIS B7R 8X2 (TIPO 4) COM BARRA ESTABILIZADORA NOS QUATRO EIXOS.....	133
FIGURA 8.5: CHASSIS B7R 8X2 (TIPO4) COM BARRA ESTABILIZADORA NOS DOIS EIXOS DIANTEIROS E NO EIXO DE TRAÇÃO.....	135

FIGURA 8.6: CURVA DE RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DA ACELERAÇÃO VERTICAL DO ÔNIBUS B7R 4X2 (TIPO 1).....	136
FIGURA 8.7: CURVA DE RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DA ACELERAÇÃO VERTICAL DO ÔNIBUS B7R 6X2 (TIPO 2).....	137
FIGURA 8.8: CURVA DE RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DA ACELERAÇÃO VERTICAL DO ÔNIBUS B7R 6X2 (TIPO 3).....	137
FIGURA 8.9: CURVA DE RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DA ACELERAÇÃO VERTICAL DO ÔNIBUS B7R 8X2 (TIPO 4).....	138
FIGURA 8.10: RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DO MODO DE VIBRAR EM ROLAMENTO DO ÔNIBUS B7R 4X2 (TIPO 1).....	139
FIGURA 8.11: RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DO MODO DE VIBRAR EM ROLAMENTO DO ÔNIBUS B7R 6X2 (TIPO 2).....	139
FIGURA 8.12: RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DO MODO DE VIBRAR EM ROLAMENTO DO ÔNIBUS B7R 6X2 (TIPO 3).....	140
FIGURA 8.13: RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DO MODO DE VIBRAR EM ROLAMENTO DO ÔNIBUS B7R 8X2 (TIPO 4).....	140

## LISTA DE TABELAS

TABELA 2.1: COEFICIENTES DE RIGIDEZ E CARGAS ESTÁTICAS DO FOLE DE AR DIANTEIRO .....	26
TABELA 2.2: COEFICIENTES DE RIGIDEZ E CARGAS ESTÁTICAS DO FOLE DE AR TRASEIRO.....	26
TABELA 2.3: COEFICIENTE DE RIGIDEZ TORCIONAL DAS BARRAS ESTABILIZADORAS	29
TABELA 2.4: VALORES DE MASSA E DE MOMENTOS DE INÉRCIA PARA AS MASSAS NÃO SUSPENSAS .....	36
TABELA 2.5: VALORES DE MASSA E MOMENTOS DE INÉRCIA PARA A MASSA SUSPENSA NA CONDIÇÃO CARREGADA.....	40
TABELA 3.1: VALORES DE RIGIDEZ VERTICAL PARA PNEU 295/80R22,5 152/148M EM FUNÇÃO DA SUA PRESSÃO INTERNA .....	66

## LISTA DE SÍMBOLOS

$a$	Distância longitudinal do eixo dianteiro até o CG
$ay_{SS}$	Aceleração lateral proposta por SMITH e STARKEY (1995)
$ax_s$	Aceleração na direção “x” da massa suspensa
$ay_s$	Aceleração na direção “y” da massa suspensa
$az_s$	Aceleração na direção “z” da massa suspensa
$az_u$	Aceleração na direção “z” da massa não suspensa
$b$	Distância longitudinal do eixo traseiro até o CG
$d_{AS}$	Deformação da bolsa de ar
$dR_T$	Deformação radial do pneu
$\dot{dR}_T$	Velocidade de deformação radial do pneu
$dz_s$	Deslocamento em “z” da massa suspensa
$dz_u$	Deslocamento em “z” da massa não suspensa
$d\phi_A$	Deformação angular da barra estabilizadora
$g$	Aceleração da gravidade
$h_{CG}$	Altura, em relação ao solo, do centro de gravidade da massa suspensa
$ij$	Sub-índice que indica massa não suspensa. 12 para o eixo dianteiro; 34 para o eixo de tração; 56 para o eixo auxiliar traseiro; 78 para o eixo auxiliar direcional
$m_s$	Massa suspensa
$m_{tot}$	Massa total do veículo

$m_u$	Massa não suspensa
$p_s$	Velocidade de rotação em “x” da massa suspensa
$\dot{p}_s$	Aceleração angular em “x” da massa suspensa
$p_u$	Velocidade de rotação em “x” da massa não suspensa
$\dot{p}_u$	Aceleração angular em “x” da massa não suspensa
$q_s$	Velocidade de rotação em “y” da massa suspensa
$\dot{q}_s$	Aceleração angular em “y” da massa suspensa
$r_s$	Velocidade de rotação em “z” da massa suspensa
$\dot{r}_s$	Aceleração angular em “z” da massa suspensa
$u_s$	Velocidade em “x” da massa suspensa
$\dot{u}_s$	Aceleração em “x” da massa suspensa
$u_T$	Velocidade em “x” do pneu
$u_u$	Velocidade em “x” da massa não suspensa
$v_D$	Velocidade do movimento de compressão/expansão do amortecedor
$v_s$	Velocidade em “y” da massa suspensa
$\dot{v}_s$	Aceleração em “y” da massa suspensa
$v_u$	Velocidade em “y” da massa não suspensa
$v_T$	Velocidade em “y” do pneu
$xp_{CGu}$	Coordenada em “x” de posicionamento do centro de gravidade da massa não suspensa
$xp_{EFL}$	Coordenada em “x” de posicionamento da força externa lateral

$x_{p_D}$	Coordenada em "x" de posicionamento do amortecedor
$x_{p_K}$	Coordenada em "x" de posicionamento da bolsa de ar
$x_{p_R}$	Coordenada em "x" de posicionamento do centro de rolagem da suspensão
$x_{p_T}$	Coordenada em "x" de posicionamento do pneu
$y_{p_{EFF}}$	Coordenada em "y" de posicionamento da força externa frontal
$y_{p_D}$	Coordenada em "y" de posicionamento do amortecedor
$y_{p_K}$	Coordenada em "y" de posicionamento da bolsa de ar
$y_{p_T}$	Coordenada em "y" de posicionamento do pneu
$w_s$	Velocidade em "z" da massa suspensa
$\dot{w}_s$	Aceleração em "z" da massa suspensa
$w_u$	Velocidade em "z" da massa não suspensa
$\dot{w}_u$	Aceleração em "z" da massa não suspensa
$z_{p_{CGs}}$	Coordenada em "z" de posicionamento do centro de gravidade da massa suspensa
$z_{p_{CGu}}$	Coordenada em "z" de posicionamento do centro de gravidade da massa não suspensa
$z_{p_{EFL}}$	Coordenada em "z" de posicionamento da força externa lateral
$BB$	Constante de não linearidade do batente de borracha
$Bb$	Coefficiente de balanceamento de frenagem
$BD$	Constante de não linearidade do amortecedor
$CA$	Coefficiente de rigidez do fole de ar
$CB$	Coefficiente de rigidez do batente de borracha

$CD$	Coeficiente de amortecimento do amortecedor
$CD_T$	Coeficiente de amortecimento do pneu
$CL_T$	Coeficiente de rigidez lateral do pneu
$Ci_T$	Coeficiente de rigidez longitudinal do pneu
$CK$	Coeficiente de rigidez do fole de ar
$CK_T$	Coeficiente de rigidez radial do pneu
$CSB$	Coeficiente de rigidez torcional da barra estabilizadora
$E_T$	Perfil do solo
$\dot{E}_T$	Derivada temporal do perfil do solo
$EFF$	Força externa frontal
$EFL$	Força externa lateral
$FA$	Força de mola do fole de ar
$FAS$	Força de mola da bolsa de ar (fole + batente de borracha)
$FB$	Força de mola do batente de borracha
$FD$	Força de amortecimento do amortecedor
$FT_{brk}$	Força de frenagem desenvolvida pelo pneu
$FT_{long}$	Força longitudinal desenvolvida pelo pneu
$FT_{vert}$	Força vertical desenvolvida pelo pneu
$FT_{lat}$	Força lateral desenvolvida pelo pneu
$FT_x$	Força em “x” desenvolvida pelo pneu
$FT_y$	Força em “y” desenvolvida pelo pneu
$FT_{z_K}$	Força de mola em “z” desenvolvida pelo pneu
$FT_{z_D}$	Força de amortecimento em “z” desenvolvida pelo pneu

$FR_x$	Força em “x” atuante no centro de rolagem da suspensão
$FR_y$	Força em “y” atuante no centro de rolagem da suspensão
$I_T$	Momento de inércia do pneu e roda
$I_{x_s}$	Momento de inércia em “x” da massa suspensa
$I_{x_u}$	Momento de inércia em “x” da massa não suspensa
$I_{y_s}$	Momento de inércia em “y” da massa suspensa
$I_{z_s}$	Momento de inércia em “z” da massa suspensa
$I_{z_u}$	Momento de inércia em “z” da massa não suspensa
$MUB$	Momento de frenagem desbalanceada
$MRS$	Momento de resistência ao rolamento
$MSB$	Momento exercido pela barra estabilizadora
$N_{AS}$	Número total de foles de ar
$N_D$	Número total de amortecedores
$N_T$	Número total de pneus (obs.: Pneus duplos são considerados como únicos)
$RS$	Rigidez ao movimento de rolamento
$RSR$	Razão de distribuição de rigidez ao movimento de rolamento
$RSC$	Coefficiente de ângulo de esterçamento induzido por rolamento
$R_T$	Raio dinâmico do pneu
$SGR$	Redução do sistema de direção
$SR$	Taxa de escorregamento longitudinal dos pneus
$T_{_axl}$	Torque de frenagem no eixo
$T_{_brk}$	Torque total de frenagem

$T_{wheel}$	Torque atuante na roda
$T_w$	Bitola do veículo
$U_{TH}$	Velocidade longitudinal do pneu no seu plano de rolamento
$\alpha_T$	Ângulo de escorregamento do pneu
$\beta_s$	Ângulo de escorregamento lateral da massa suspensa
$\delta_{RS}$	Ângulo de esterçamento do pneu corrigido pelo efeito do esterçamento induzido pelo rolamento
$\delta_T$	Ângulo de esterçamento dos pneus
$\varepsilon_r$	Fator de redução de adesão
$\theta_s$	Rotação em “y” da massa suspensa
$\mu_T$	Coefficiente de atrito pneu/solo
$\phi_s$	Rotação em “x” da massa suspensa
$\phi_u$	Rotação em “x” da massa não suspensa
$\omega_T$	Velocidade angular de rotação do pneu
$\dot{\omega}_T$	Aceleração angular do pneu
$\sum_{ij=12}^{MN_u}$	Somatório envolvendo todas as massas não suspensas
$\sum Fx_s$	Somatório das forças em “x” atuando na massa suspensa
$\sum Fx_u$	Somatório das forças em “x” atuando na massa não suspensa
$\sum Fy_s$	Somatório das forças em “y” atuando na massa suspensa
$\sum Fy_u$	Somatório das forças em “y” atuando na massa não suspensa
$\sum Fz_s$	Somatório das forças em “z” atuando na massa suspensa

$\sum Fz_u$	Somatório das forças em “z” atuando na massa não suspensa
$\sum Mx_s$	Somatório dos momentos em “x” atuando na massa suspensa
$\sum Mx_u$	Somatório dos momentos em “x” atuando na massa não suspensa
$\sum My_s$	Somatório dos momentos em “y” atuando na massa suspensa
$\sum Mz_s$	Somatório dos momentos em “z” atuando na massa suspensa
$\sum Mz_u$	Somatório dos momentos em “z” atuando na massa não suspensa

## RESUMO

A análise do comportamento dinâmico de ônibus, trafegando por uma pista reta com excitações provenientes das irregularidades do pavimento, é feita através de modelos numéricos computacionais de sete, nove, e onze graus de liberdade, adequados, respectivamente, para os arranjos de eixo do tipo 4x2, 6x2 e 8x2. A análise do comportamento dinâmico de ônibus, executando manobras direcionais sob pavimento plano, é executada com modelos numéricos computacionais de oito graus de liberdade. Não linearidades das molas e dos amortecedores da suspensão são consideradas no modelo do veículo em linha reta com perturbações vindas do pavimento. Não linearidades das forças de frenagem e laterais, desenvolvidas pelos pneus em contato com o solo, são consideradas no modelo do veículo executando manobras direcionais. Os modelos são validados comparando-se os resultados numéricos obtidos por simulações computacionais com resultados disponíveis na literatura científica e também através de comparações com resultados obtidos experimentalmente. Ensaios de estudos teóricos, baseados nos modelos computacionais desenvolvidos, são feitos para verificar a viabilidade, do ponto de vista dos efeitos dinâmicos, de alterações dos arranjos de eixo do tipo 4x2 para os tipos 6x2 e 8x2.

Palavras chave: Dinâmica veicular; suspensão; conforto; ônibus

## **ABSTRACT**

The dynamic behavior of a bus, running over a straight road, with excitation coming from the irregularities of the pavement, is done by means of a computer code model with seven, nine, and eleven degrees of freedom, depending on the axle arrangement of type 4x2, 6x2 and 8x2, respectively. The dynamic behavior of a bus, under directional maneuver over a flat road, is done by means of a simulation model with eight degrees of freedom. Non linearities coming from the spring and dampers are considered on the simulation models for the vehicle running on a straight road with excitation coming from the irregularities of the pavement. Non linearities coming from the brake and side forces developed on the tire contact patch, are considered on the simulation model for the vehicle under directional maneuvers. The simulation models are validated by comparing the results obtained from computation with those available on technical publications, as well by means of comparison with experimental results. Theoretical investigations, by means of the simulation models developed in this thesis, are done in order to evaluate the feasibility, by the eyes of the dynamic behavior, of axle arrangement changing from type 4x2 to types 6x2 and 8x2.

Key words: Vehicle dynamics; suspension; handling; comfort; bus

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 MOTIVAÇÃO

A indústria automobilística brasileira, e também mundial, vive um momento difícil, norteado pela elevada competição entre as montadoras. Tais empresas, para se manterem vivas no mercado, têm que lançar, em intervalos de tempos cada vez menores, novos produtos com crescente sofisticação, num cenário onde o seu preço de venda é estabelecido pelo mercado, o que limita a possibilidade de repasse dos custos oriundos do incremento tecnológico do produto.

Um outro fator que afeta a composição final do custo do produto é o seu custo de desenvolvimento. Hoje em dia, mais do que nunca, dadas as razões expostas acima, deve-se focar num projeto tecnologicamente avançado, com um curto tempo total de desenvolvimento e com baixos custos.

O fator custo do projeto tem recebido crescente atenção das empresas, haja vista que os recursos necessários para o seu desenvolvimento provêm do lucro obtido na venda dos novos produtos, que são comercializados no mercado por períodos de tempo cada vez menores, havendo, portanto, um número menor de unidades vendidas para diluir estes custos. Exemplos neste sentido são facilmente encontrados, como o caso do Fusca, que ficou no mercado vários anos, até décadas, com milhares de unidades vendidas, que, com toda a certeza, cobriram, com folga, o seu custo de desenvolvimento. Entretanto, atualmente, vemos lançamentos de novos produtos praticamente a cada ano, quer seja um veículo totalmente novo, ou uma re-estilização.

Na indústria de veículos do segmento denominado de pesados, como caminhões e ônibus, este cenário não é muito diferente. O ciclo de vida do produto é um pouco maior do que o atualmente observado, na indústria de automóveis. Porém, o grau de sofisticação dos produtos pesados vem acompanhando, e, em alguns casos, ultrapassando, principalmente em se tratando da indústria brasileira, a sofisticação

encontrada nos automóveis. É comum encontrar em ônibus e caminhões equipados com itens como computador de bordo, suspensão a ar e eletronicamente controladas, sistema de navegação por satélite, sistema de freios ABS e EBS, sistemas de controle de tração, motores com controle eletrônico, sistemas elétricos multiplexados, caixas de troca de marchas com controle eletrônico, entre outros dispositivos e sistemas.

Em um outro universo econômico, com um cenário um pouco diferente, encontra-se o empresário proprietário de frota de ônibus rodoviário. Este segmento de mercado sofre concorrência em duas frentes. Com a melhora do estado de conservação de algumas rodovias brasileiras, as pessoas estão optando em viajar de carro. Por outro lado, a concorrência entre as empresas de transporte aéreo nos últimos anos fez despencar o preço das passagens, tornando acessível a muitas pessoas este meio de locomoção. A união destes fenômenos está causando uma diminuição na procura pelo transporte rodoviário por ônibus. Pessoas que, a algum tempo atrás optavam por este meio de transporte, hoje preferem utilizar o próprio automóvel ou o avião.

A missão destes empresários é de trabalhar no sentido de oferecer aos seus clientes produtos cada vez mais sofisticados e confortáveis, praticando tarifas baixas, de forma a atrair estes passageiros ausentes. O surgimento de carrocerias de ônibus do tipo *”posição do motorista rebaixado”* e *“duplo piso”* veio ao encontro desta demanda.

Estes tipos de carrocerias oferecem um alto padrão de acabamento e de conforto aos passageiros. Poltronas mais espaçosas e confortáveis, televisões com aparelhos de vídeo cassete e DVD, fornos de micro ondas, cozinha, dois banheiros e sala de jogos são alguns itens oferecidos aos clientes. Ao mesmo tempo, a fim de diluir estes custos extras, estes veículos têm que transportar mais passageiros.

Esta somatória de fatores acarreta em um aumento do peso bruto total do veículo, ocasionando, em geral, uma sobrecarga no eixo dianteiro, demandando pela utilização de um segundo eixo dianteiro auxiliar. Estes veículos são conhecidos como do tipo 8x2.

Além do aumento do peso bruto do veículo, a altura da carroceria, em especial para os veículos com duplo piso, foi elevada a fim de acomodar os passageiros com o devido conforto nos pisos superior e inferior, refletindo em uma elevação do posicionamento do centro de gravidade do veículo, o que passa a exigir, ainda mais, do conjunto da suspensão, que é o responsável em conferir ao veículo um nível aceitável de estabilidade e conforto.

O empresário dono da frota de ônibus está procurando um chassis capaz de suportar carrocerias deste tipo, devendo ter uma suspensão confortável, ser tecnologicamente avançado e com elevada confiabilidade e qualidade. O preço do chassis desempenha um papel secundário, porém, não menos importante.

Para este tipo de aplicação, rodoviária de alto padrão, cujo peso bruto total pode chegar a 23 toneladas, e com centro de gravidade relativamente alto, a Volvo do Brasil oferece o chassis de ônibus B10R (ou B12R para motores de 12 litros), mostrado na Figura 1.1, que é oferecido nos arranjos de eixo do tipo 4x2 e 6x2.

FIGURA 1.1: CHASSIS DE ÔNIBUS VOLVO B10R 6X2



FONTE: WWW.VOLVO.COM.BR

Este chassi possui um elevado padrão de qualidade e de confiabilidade, porém, quanto ao preço de venda, está em uma posição desfavorável em relação a da concorrência. Este chassi também não dispõe de solução para uma versão 8x2.

Um outro mercado interessante é o de chassis de ônibus capazes de suportar carrocerias de médio porte, com arranjo de eixos do tipo 6x2, onde a posição do centro de gravidade não é tão elevada.

A Volvo do Brasil dispõe, para esta aplicação, o chassis de ônibus B10R (ou B12R), mostrado na Figura 1.1, porém, conforme já dito anteriormente, este chassis possui um preço de venda muito elevado para este segmento. Um chassis Volvo com preço adequado poderia ser desenvolvido a partir do chassis de ônibus Volvo B7R, mostrado na Figura 1.2, porém, atualmente, este chassis é oferecido somente na versão 4x2.

FIGURA 1.2: CHASSIS DE ÔNIBUS VOLVO B7R FRETAMENTO



FONTE: [WWW.VOLVO.COM.BR](http://WWW.VOLVO.COM.BR)

Desta forma, surgem algumas questões: Como ficaria o comportamento dinâmico de um B12R 8x2? Ou de um B7R 6x2? O comportamento dinâmico de veículos 6x2 e 8x2 com eixo auxiliar traseiro posicionado a frente do eixo de tração, que promove uma solução técnica mais barata, comprometeria o desempenho dinâmico do veículo? Seria possível pensar em um B7R 8x2?

Estas respostas poderiam ser obtidas através de uma experimentação direta, ou seja, construindo-se um veículo protótipo para cada versão citada acima. Neste caso, três situações extremas poderiam acontecer. Na primeira situação, e melhor delas, os

veículos poderiam apresentar um bom desempenho, e o projeto seria um sucesso. Em uma segunda hipótese, esta com conseqüências não tão graves, poder-se-ia ter vários veículos com comportamento dinâmico não aceitável, porém passíveis de correção após exaustivos testes, do tipo “*tentativa e erro*”. Na terceira hipótese, e pior delas, não seria possível corrigir os veículos de testes, e estes deveriam ser sucitados.

É fácil chegar a conclusão de que a metodologia de desenvolvimento citada acima não é mais aceitável nos dias de hoje, onde custos e prazos são fatores determinantes no sucesso ou fracasso de um projeto.

## 1.2 JUSTIFICATIVA

Existe a necessidade de desenvolvimento do conhecimento, bem como de ferramentas computacionais, no campo da dinâmica veicular, que auxiliem no projeto de novos produtos, reduzindo-se custos e prazos de desenvolvimento.

Neste contexto, justifica-se a investigação, através de simulações numéricas, da viabilidade, do ponto de vista dinâmico, da implementação de eixos auxiliares aos chassis de ônibus, obtendo-se, desta forma, subsídios mais concretos para iniciar-se um projeto e construção de um protótipo para avaliações experimentais.

## 1.3 OBJETIVOS GERAIS

O objetivo deste trabalho é construir modelos numéricos que possibilitem a investigação, por intermédio de simulações computacionais, do comportamento dinâmico de um ônibus, partindo da sua condição atual de produção quanto ao arranjo de eixos, ou seja, do tipo 4x2, acrescentando-se eixos auxiliares, traseiro e direcional, obtendo-se arranjos do tipo 6x2 e 8x2. Toda esta investigação será baseada no chassi de ônibus B7R fretamento mostrado na Figura 1.2.

Para tanto, dois modelos serão desenvolvidos<sup>1</sup>. Um deles específico para simulações do veículo trafegando em linha reta sobre pavimento irregular, e um segundo específico para investigação do comportamento dinâmico do veículo sob condições de manobras direcionais, onde, neste caso, o pavimento será considerado isento de imperfeições.

Desta forma, com o uso desta ferramenta, será possível desenvolver subsídios necessários para decidir-se pelo início, ou não, de um projeto detalhado e posterior construção de um protótipo para avaliação experimental destes novos veículos.

#### 1.4 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Os modelos numéricos computacionais apresentarão, como resultados de simulações, variáveis de avaliação do comportamento dinâmico do veículo, como velocidade de guinada, aceleração lateral, frequências naturais, entre outras.

A análise destas variáveis permitirá estabelecer o nível de conforto do veículo, bem como o seu nível de segurança em manobras direcionais.

#### 1.5 REVISÃO DA LITERATURA

Na área do conhecimento que visa o entendimento do fenômeno de isolamento de vibrações provenientes de irregularidades no pavimento, pode-se citar o trabalho desenvolvidos por SANCHEZ, PASQUINI JÚNIOR e COSTA NETO (2000), que compara o comportamento do sistema com suspensão convencional, ou passiva, com o comportamento do sistema com componentes ativos e semi ativos para suspensão

---

<sup>1</sup> A justificativa sobre o desenvolvimento de dois modelos distintos, específicos para cada situação dinâmica em particular, é apresentada no Capítulo 10.

veicular. BARBIERI (1989 e 1993), da mesma forma comparativa, analisa os benefícios provenientes da utilização desta tecnologia.

O comportamento do veículo sob o ponto de vista direcional é analisado por NARDELLO, BENINCÁ e VARGAS (2000). O enfoque é voltado para a investigação experimental, considerando o efeito do uso das barras estabilizadoras e dos amortecedores nas suspensão de diferentes ônibus.

PRADO et al. (2003a e 2003b), por intermédio do uso da técnica de modelagem de sistemas multicorpos, criaram e validaram experimentalmente, um modelo computacional para prever comportamento direcional de ônibus. Um trabalho semelhante foi desenvolvido por WADE-ALLEN et al. (2002), entretanto, neste trabalho, os autores não utilizaram a técnica de sistemas multicorpos, pois, segundo eles, tal técnica requer um número significativo de parâmetros para caracterizar o veículo, e consome demasiado tempo computacional.

BRACH (1991), desenvolveu um único modelo computacional simples e flexível o suficiente para gerar simulações de veículos articulados e de veículos não articulados. Destaca-se neste trabalho o uso do modelo BNP<sup>2</sup> para a simulação do pneu. WADE-ALLEN, ROSENTHAL e SZOSTAK (1987), desenvolveram um modelo de grande complexidade, principalmente em relação aos parâmetros que influenciam a geração de força lateral e longitudinal pelo pneu. No trabalho desenvolvido por esses pesquisadores um modelo para o pneu foi apresentado com riqueza de detalhes, porém, o seu grau de complexidade, especialmente quando comparado ao modelo de Dugoff, foi decisivo para que tal modelo não fosse adotado no trabalho que será aqui desenvolvido.

Em uma área intermediária entre o controle e a investigação da dinâmica direcional, pode-se citar os trabalhos de SHILLER (1995) e de RAMANATA, AHMADIAN e KACHROO (2003). Em ambos os trabalhos foram desenvolvidos

---

<sup>2</sup> O modelo BNP refere-se as iniciais de seus criadores, a saber, Bakker, Nyborg e Pacejka, citados nas referências bibliográficas deste trabalho

otimizadores de trajetórias para utilização em controle direcional a partir do emprego do “*modelo de bicicleta*” para o veículo, e do uso do modelo de pneu de Dugoff e Segel. Destaca-se também o trabalho de SMITH e STARKEY (1995), onde são mostrados os ganhos na utilização de modelos com um maior número de graus de liberdade para modelar o veículo, oito no caso, enquanto que para o modelamento do pneu foi empregado o modelo de Dugoff. Este último trabalho constituirá a referência principal para a implementação do modelo direcional que será aqui desenvolvido.

Na área de controle direcional, LEE, S. H., LEE U. K. e HAN (2001) e LEE, U. e HAN (2001), exploraram o efeito do controle da cinemática da suspensão, em especial a posição do centro de rolagem, no comportamento direcional do veículo. KIM et al. (2002), investigaram um sistema de controle para o ângulo de rolagem de veículos.

KWAK e PARK (2002) e KWAK e PARK (2001), a partir de um modelo computacional de 15 graus de liberdade não linear, mostraram os benefícios da combinação do sistema de controle de tração tradicional, com a adição de variáveis de controle direcionais.

## 1.6 DESCRIÇÃO DOS CAPÍTULOS

Os conteúdos dos capítulos deste trabalho podem ser assim resumidos:

- No Capítulo 2 são apresentados conceitos gerais relativos aos principais componentes da suspensão. Neste capítulo também são desenvolvidos os conceitos de massa suspensa e massa não suspensa.
- O Capítulo 3 trata do componente principal da dinâmica direcional, o pneu. Nesse capítulo são apresentados os conceitos relativos ao processo de desenvolvimento de forças laterais e longitudinais do pneu.
- Os Capítulos 4 e 5 mostram, respectivamente, o desenvolvimento das equações da dinâmica para o modelo do veículo trafegando em pista reta

com imperfeições no pavimento, e para o modelo de veículo executando manobras direcionais.

- O Capítulo 6 apresenta a metodologia utilizada na solução numérica do problema da dinâmica veicular. É mostrada a redução de ordem aplicada às equações diferenciais obtendo-se a equação de estado para o problema.
- No Capítulo 7 os modelos numéricos desenvolvidos são validados contra trabalhos publicados por outros pesquisadores, bem como contra dados experimentais.
- O Capítulo 8 apresenta os resultados obtidos a partir da aplicação dos modelos numéricos em veículos virtuais, com arranjo de eixos do tipo 6x2 e 8x2.
- O Capítulo 9 apresenta as conclusões sobre este trabalho.
- O Capítulo 10 coloca questões e sugestões para serem estudadas em trabalhos futuros.

## 2 DESCRIÇÃO DOS COMPONENTES PRINCIPAIS DO CHASSI

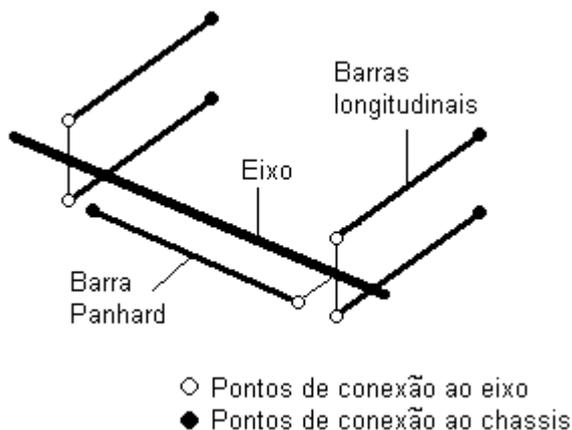
No decorrer deste Capítulo, serão apresentados itens como arquitetura da suspensão, amortecedores, folios de ar, eixos, e sistema de direção do chassi B7R fretamento, objeto de estudo deste trabalho que está apresentado na Figura 1.2.

O pneu, componente do chassi mais importante no modelamento numérico direcional, será tratado no Capítulo 3.

### 2.1 ARQUITETURAS DAS SUSPENSÕES

O chassi de ônibus B7R fretamento possui uma arquitetura de suspensão dianteira classificada como do tipo quatro barras de reação e barra Panhard (MILLIKEN, 1995 e DIXON, 1996). A Figura 2.1 mostra, de forma esquemática, esta arquitetura de suspensão.

FIGURA 2.1: FORMA ESQUEMÁTICA PARA A SUSPENSÃO TIPO QUATRO BARRAS E BARRA PANHARD



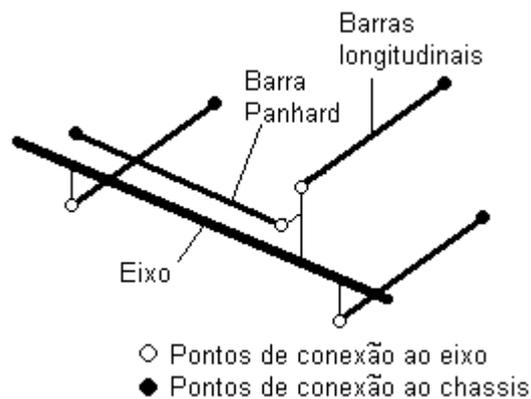
FONTE: O AUTOR

As quatro barras de reação longitudinais têm a função de absorver os esforços provenientes da ação de frenagem, bem como aqueles provenientes de obstáculos ao movimento de rolamento do pneu no solo.

A barra Panhard, por sua vez, tem por objetivo de transmitir ao chassi os esforços provenientes da mudança de direção do veículo, como quando em curvas ou em manobras de mudança de pista.

A suspensão traseira do chassi B7R fretamento possui uma arquitetura semelhante a da suspensão dianteira, porém, é classificada como três barras de reação e barra Panhard (MILLIKEN, 1995 e DIXON, 1996). A Figura 2.2 mostra, de forma esquemática, esta arquitetura de suspensão.

FIGURA 2.2: FORMA ESQUEMÁTICA PARA A SUSPENSÃO TIPO TRÊS BARRAS E BARRA PANHARD



FONTE: O AUTOR

Nesta arquitetura de suspensão, de forma equivalente à suspensão frontal, as três barras de reação são responsáveis em absorver os esforços de frenagem e os provenientes de obstáculos ao movimento de rolamento do pneu no solo. A barra Panhard na suspensão traseira, da mesma forma que na suspensão dianteira, tem a função de transmitir ao chassi os esforços provenientes da mudança de direção do veículo.

Nas duas suspensões, as conexões das barras de reação e da barra Panhard ao eixo e ao chassi são feitas por intermédio de buchas de borracha. Tais buchas possuem uma rigidez otimizada de forma a transmitirem menor nível de vibrações possível do solo ao chassi. Estes componentes poderiam ser modelados como elementos de ligação do tipo mola/amortecedor, e, desta forma, serem adicionados ao modelo maior do veículo. Entretanto, este detalhe não será levado em consideração no desenvolvimento deste trabalho, ficando como sugestão para trabalhos futuros.

## 2.2 EIXO DE ROLAGEM

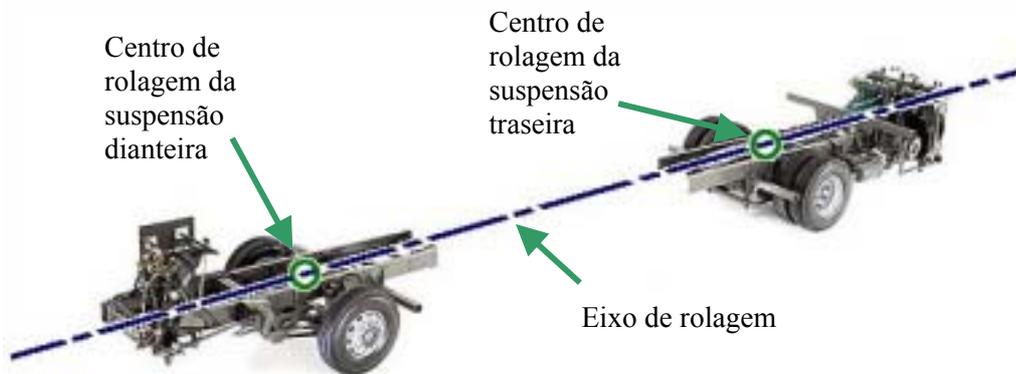
O movimento relativo entre os eixos e a carroceria é complexo. Para o desenvolvimento de estudos de dinâmica veicular, em especial para o estudo direcional onde os movimentos verticais da suspensão não são considerados, faz-se necessária a concepção de um modelo simplificado para o movimento e interligação dos componentes da suspensão com o eixo e a carroceria.

Tal modelo admite somente o movimento de rolamento entre o eixo e a carroceria. Este modelo pode ser entendido como que se houvesse um pino em algum lugar da suspensão, localizado entre o eixo e a carroceria, que fosse responsável pela conexão entre estes componentes e também pela liberdade de movimento de rotação relativa entre estes. Este ponto é denominado de centro de rolagem da suspensão. A linha virtual que conecta estes centros de rolagem, entre a suspensão traseira e dianteira, denomina-se de eixo de rolagem. Tal modelo é largamente usado em trabalhos de dinâmica veicular direcional, e é apresentado, com mais detalhes, em MILLIKEN (1995); DIXON (1996); GILLESPIE (1992); ELLIS (1994) e BASTOW (1993). A Figura 2.3 mostra, de forma esquemática, o que seria o modelo do eixo de rolagem, e centros de rolagem das suspensões, aplicados ao chassi de ônibus B7R fretamento.

Este modelo facilita a determinação do ângulo de rolagem da carroceria, bem como o entendimento da transferência de forças laterais e longitudinais dos pneus para a carroceria quando o veículo executa manobras direcionais ou de frenagem.

SMITH e STARKEY (1995); SOUZA e STARKEY (1998); YOU e JEONG (1998); LEE e HAN (2001); RUSSO et al. (2000) e JANG e KARNOPP (2000) utilizaram o conceito de centro de rolagem e de eixo de rolagem.

FIGURA 2.3: REPRESENTAÇÃO DO MODELO DE EIXO DE ROLAGEM



FONTE: O AUTOR

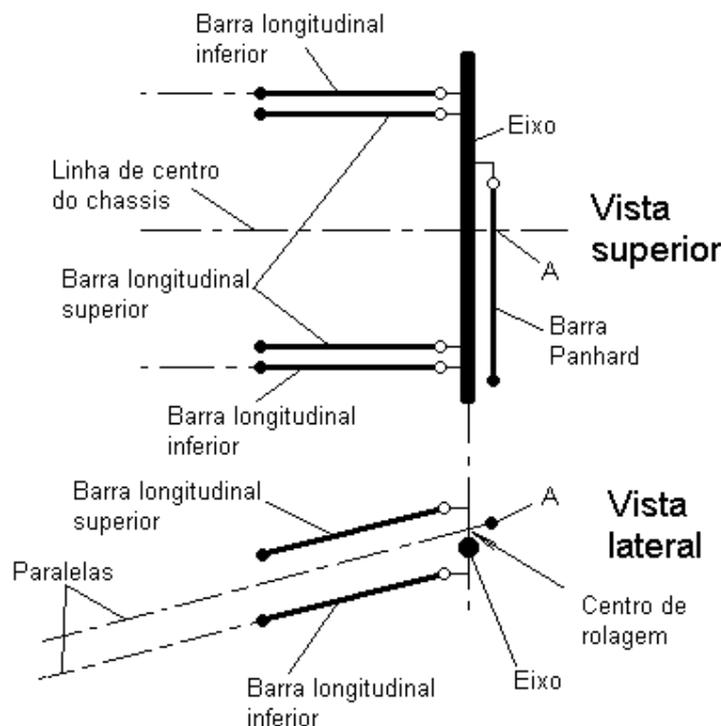
Para a determinação do eixo de rolagem é necessário conhecer-se o centro de rolagem das suspensões dianteira e traseira. A determinação destes pontos é feita com base em considerações geométricas a partir do posicionamento das barras de reação e da barra Panhard da suspensão.

A Figura 2.4 ajuda a entender como se procede na determinação do centro de rolagem da suspensão dianteira. Para efeitos de simplificação esquemática, e também para facilitar o entendimento, os barramentos longitudinais foram deslocados, levemente, para o centro do veículo, de tal forma que, na vista superior, não ficassem

coincidentes com os barramentos inferiores. Esta situação não ocorre na suspensão real do veículo, porém, isto não influi na determinação do seu centro de rolagem.

Para a determinação do centro de rolagem desta suspensão, primeiramente, determina-se o ponto “A” que é localizado na interseção da linha de centro da barra Panhard com a linha de centro do chassis. Prolonga-se, então, na vista superior, a linha de ação das barras longitudinais inferiores, até que elas se interceptem. Entretanto, no exemplo mostrado na Figura 2.4 as barras longitudinais inferiores são paralelas, neste caso, traça-se, na vista lateral, uma linha paralela a barra longitudinal inferior passando pelo ponto “A”. No ponto onde esta linha cruza a linha de centro do eixo é determinado o centro de rolagem da suspensão.

FIGURA 2.4: DETERMINAÇÃO DO CENTRO DE ROLAGEM DA SUSPENSÃO TIPO QUATRO BARRAS E BARRA PANHARD

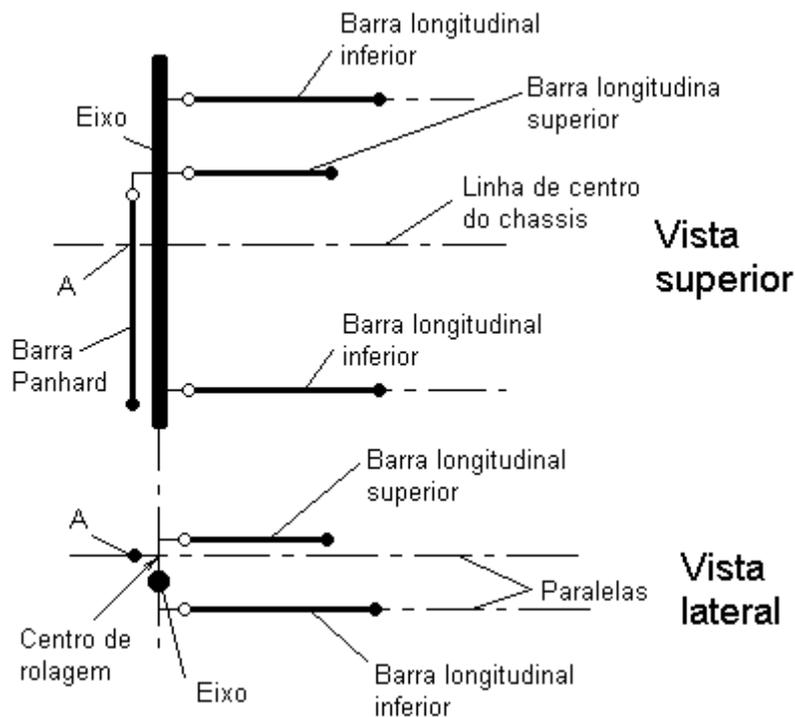


FONTE: O AUTOR

Procede-se da mesma forma para a determinação do centro de rolagem da suspensão traseira. A Figura 2.5 ajuda a entender o procedimento de sua localização.

Da mesma forma que na suspensão dianteira, primeiramente, localiza-se o ponto “A” na interseção da linha de centro da barra Panhard com a linha de centro do chassi. Na seqüência, diretamente na vista lateral, haja vista que as barras longitudinais também estão paralelas no esquema da suspensão mostrado na Figura 2.5. Traça-se, então, uma linha paralela à barra longitudinal inferior passando pelo ponto “A”. Na interseção desta linha com a linha de centro do eixo localiza-se o centro de rolagem da suspensão.

FIGURA 2.5: DETERMINAÇÃO DO CENTRO DE ROLAGEM DA SUSPENSÃO TIPO TRÊS BARRAS E BARRA PANHARD



FONTE: O AUTOR

Maiores detalhes sobre a determinação destes pontos para outros tipos de suspensão estão disponíveis em MILLIKEN (1995); DIXON (1996); GILLESPIE (1992); ELLIS (1994) e BASTOW (1993).

Os centros de rolagem das suspensões são abstrações para simplificar o estudo da dinâmica direcional. Na realidade estes pontos não existem, e tão pouco

permanecem estáticos durante o movimento da suspensão, mas encontram-se em constante movimento.

Valendo-se desta característica de mobilidade, LEE, S. H., LEE U. K. e HAN (2001) e LEE, U. e HAN (2001) utilizaram-se desta propriedade para influenciar, e controlar, o comportamento dinâmico do veículo.

No modelo para estudo da dinâmica direcional que será desenvolvido neste trabalho, a posição do centro de rolagem da suspensão será considerada estática, ou seja, o centro de rolagem não se movimenta com o movimento das barras da suspensão.

Para o chassis de ônibus B7R fretamento em estudo, a altura dos centros de rolagem das suspensões dianteira e traseira em relação ao solo é de 900mm. Esta igualdade dimensional confere um paralelismo do eixo de rolagem do veículo em relação ao solo.

### 2.3 AMORTECEDORES

A função dos amortecedores em um veículo é dissipar a energia contida no seu movimento vibratório, de forma que as oscilações tenham um decaimento de sua amplitude com o tempo, eliminando a sensação de desconforto causada por oscilações prolongadas. Outra função dos amortecedores é manter o contato dos pneus com o solo.

A força exercida pelo amortecedor é proporcional a velocidade com que este é comprimido ou estendido. Matematicamente, esta força pode ser representada pela Equação 2.1.

$$FD = CD \cdot v_D + BD \quad (2.1)$$

A fim de aumentar o conforto da suspensão, de tal forma que as imperfeições do pavimento sejam transmitidas para a carroceria de uma forma minimizada, os amortecedores são projetados de tal maneira que a força de amortecimento desenvolvida durante o movimento de compressão da suspensão seja menor do que aquela desenvolvida durante o movimento de expansão. Desta forma, quando o pneu encontra um obstáculo, como, por exemplo, uma pedra ou lombada, e a suspensão é comprimida bruscamente, o amortecedor exerce uma força de amortecimento menor, contribuindo de uma forma minimizada para o deslocamento da carroceria.

As curvas de transmissibilidade mostradas na Figura 2.6, apesar de serem aplicadas somente a um sistema de um único grau de liberdade, diferentemente do veículo em estudo que chega a ter, no seu modelo mais simples para perturbações vindas de irregularidades do pavimento da via, sete graus de liberdade, ajuda a entender esta característica.

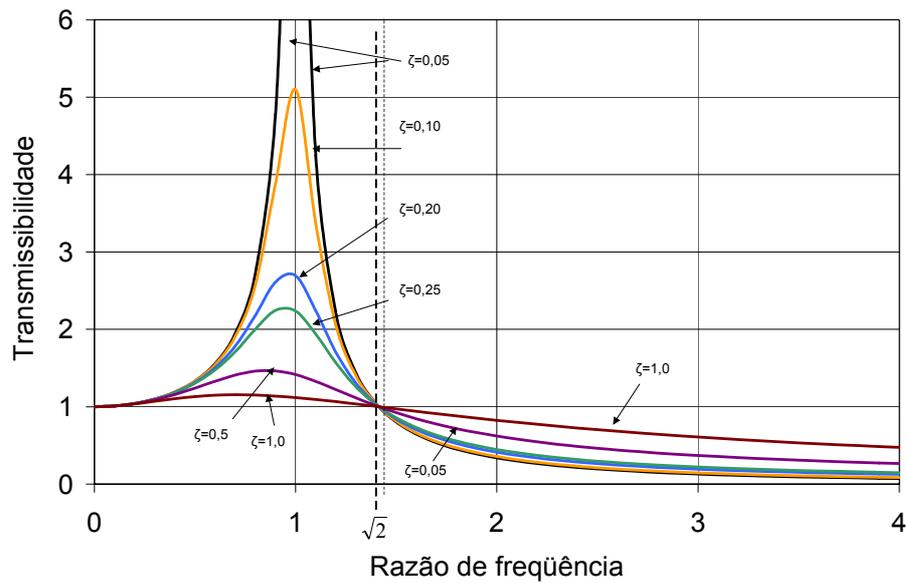
Fazendo-se uma analogia deste sistema de um único grau de liberdade com um veículo, é interessante que, do ponto de vista do conforto, o deslocamento da base (pavimento) não passe para a massa (carroceria), ou seja, é interessante que o sistema apresente baixa transmissibilidade.

Analisando-se a Figura 2.6, observa-se que, quando este sistema está sendo excitado com razões de frequência “ $r$ ” maior do que o valor de  $\sqrt{2}$ , é interessante ter-se baixo amortecimento, ou seja, fatores de amortecimento “ $\zeta$ ” próximos de zero. Já para razões de frequência próximas a unidade é interessante que este sistema apresente elevado fator de amortecimento.

A variável “ $\zeta$ ” (fator de amortecimento) é definida  $\zeta = \frac{c}{2\sqrt{k.m}}$  como (RAO, 1995). Variando-se o coeficiente de amortecimento “ $c$ ”, conseguem-se valores de “ $\zeta$ ” adequados ao longo de toda a faixa de frequências de excitação, conseguindo-se, desta forma, minimizar a transmissibilidade.

Os amortecedores de veículos são projetados segundo este princípio, ou seja, para altas velocidades da suspensão o coeficiente de amortecimento é baixo, e para baixas velocidades o coeficiente de amortecimento é alto.

FIGURA 2.6: TRANSMISSIBILIDADE PARA MODELO DE UM GRAU DE LIBERDADE



FONTE: RAO (1995)

Estas não linearidades dos amortecedores, ou seja, diferentes coeficientes de amortecimento entre movimento de compressão e expansão, bem como a variação destes coeficientes conforme a velocidade do amortecedor, serão consideradas no modelo computacional para o veículo trafegando em pista reta com perturbações vindas do pavimento. Já para o modelo executando manobras direcionais, será considerado um coeficiente de amortecimento constante.

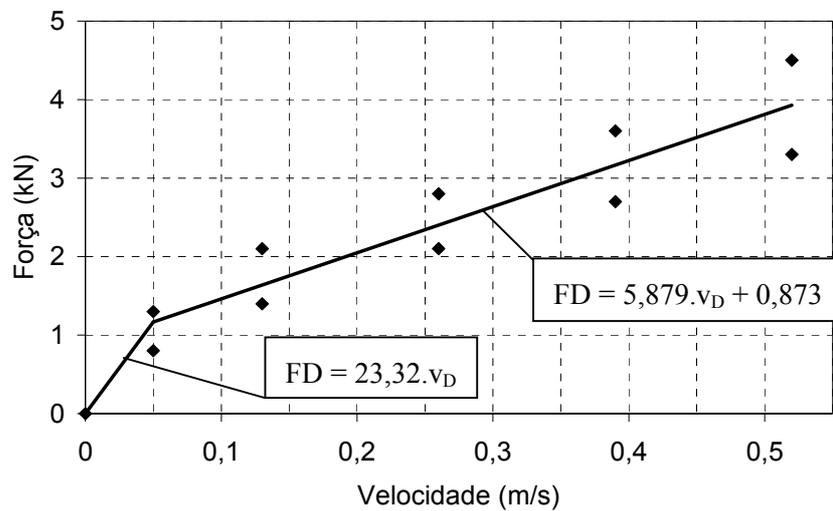
As Figuras 2.7 e 2.8 mostram, respectivamente, as forças de amortecimento médias para os amortecedores dianteiro e traseiro do chassi de ônibus B7R fretamento.

Nestas figuras também estão mostrados os valores numéricos para as constantes “*CD*” e “*BD*” utilizadas na Equação 2.1.

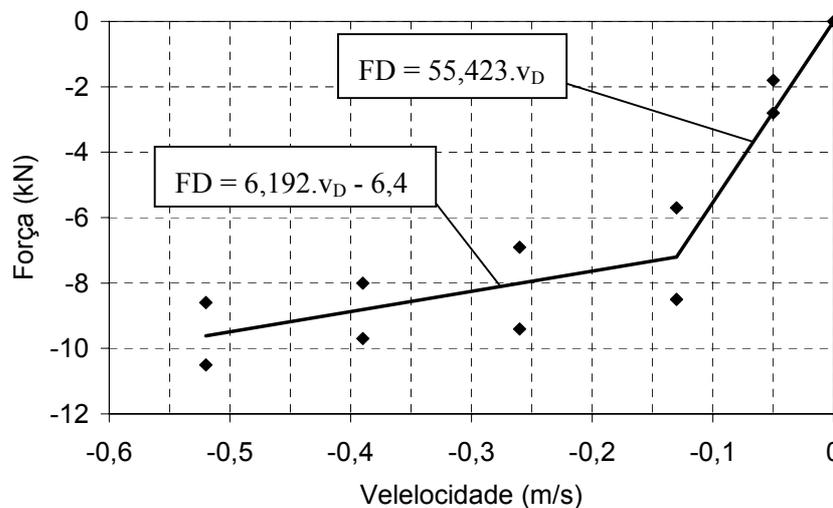
A dispersão dos pontos das Figuras 2.7 e 2.8 sugerem um ajuste por polinômios, ou exponencial. Tal ajuste foi incluído no modelo numérico, entretanto, o tempo computacional tornou-se excessivamente elevado, forçando a adoção de um ajuste linear conforme mostrado nestas figuras.

FIGURA 2.7: FORÇA DE AMORTECIMENTO DO AMORTECEDOR DIANTEIRO

a) Movimento de compressão



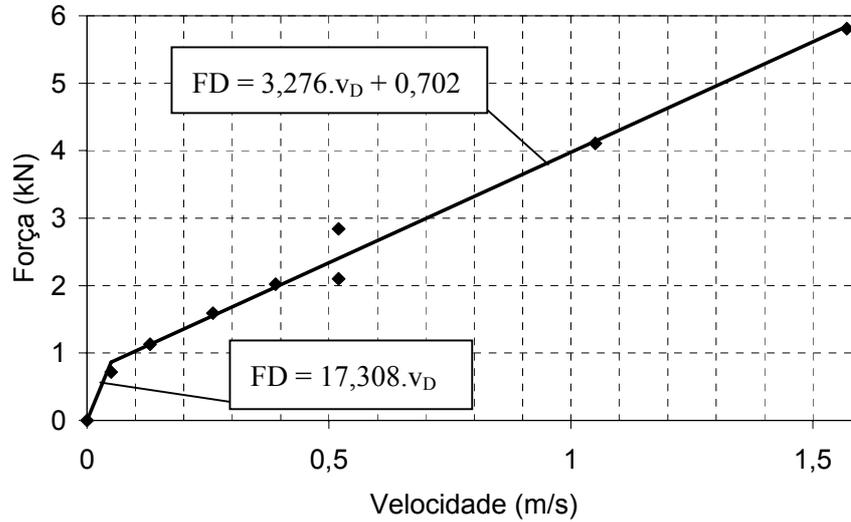
b) Movimento de expansão



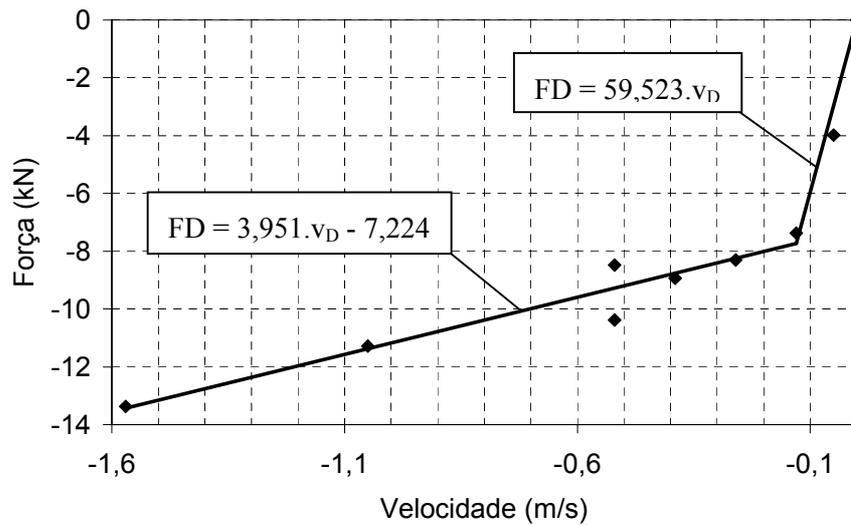
FONTE: O AUTOR (BASEADO EM VOLVO DO BRASIL, 1998 e 1999)

FIGURA 2.8: FORÇA DE AMORTECIMENTO DO AMORTECEDOR TRASEIRO

a) Movimento de compressão



b) Movimento de expansão



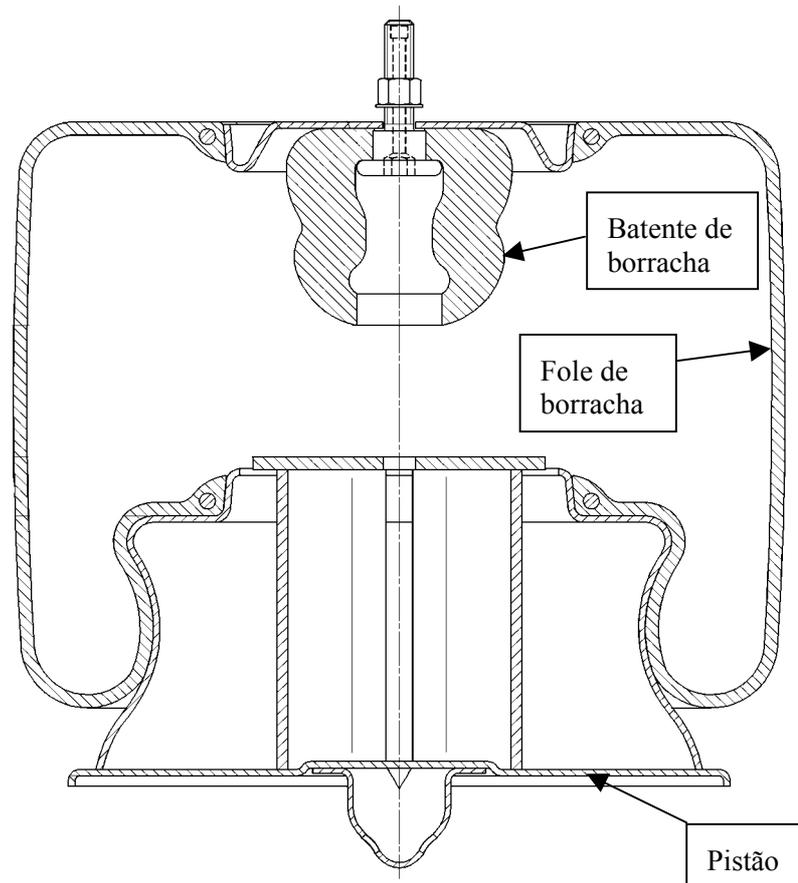
FONTE: O AUTOR (BASEADO EM VOLVO DO BRASIL, 1998 e 1999)

## 2.4 BOLSAS DE AR

As suspensões dos chassis de ônibus fornecidos pela Volvo do Brasil são do tipo totalmente a ar, ou seja, não há molas metálicas convencionais do tipo helicoidais

ou feixes de molas. A suspensão do veículo é feita por intermédio de bolsas de ar, cujos componentes principais estão mostrados na Figura 2.9.

FIGURA 2.9: COMPONENTES PRINCIPAIS DA BOLSA DE AR DA SUSPENSÃO



FONTE: VOLVO DO BRASIL, 1997a e 1997b

A forma construtiva das bolsas de ar permite que os batentes de borracha, cuja rigidez é elevada, sejam atuados somente após o pistão ter descrito um determinado deslocamento, aproximadamente metade do curso total de compressão da suspensão, ou seja, 50mm. Desta forma, o batente de borracha pode ser modelado como uma mola extra em paralelo, cuja atuação é restrita a determinados valores de curso da suspensão.

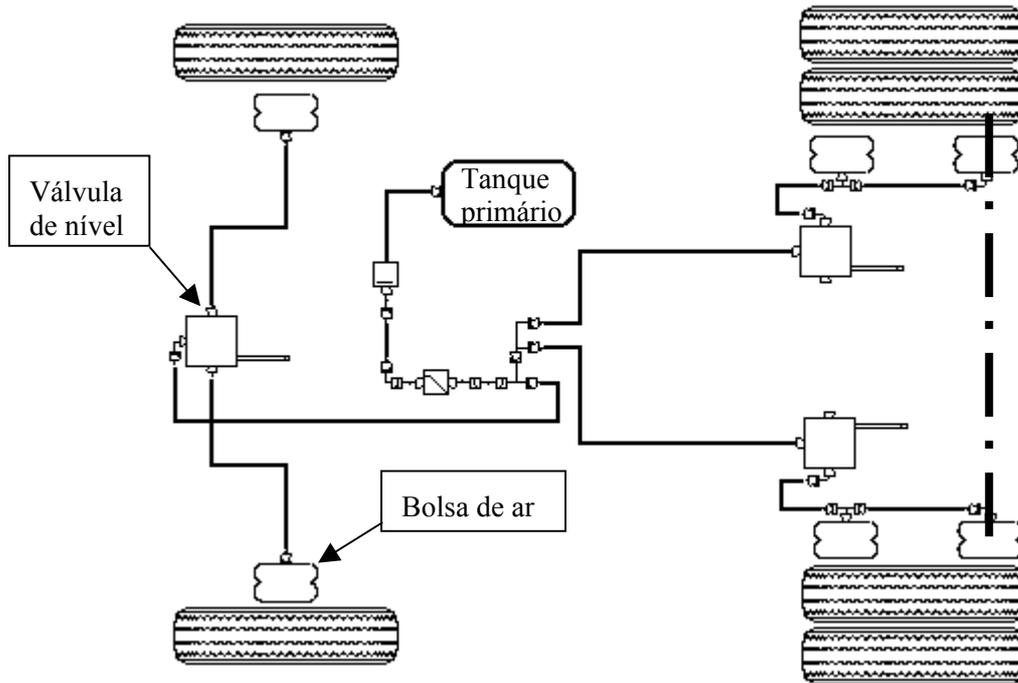
A força exercida pelas bolsas de ar pode ser representada, matematicamente, pela Equação 2.2.

$$FAS = FA + FB = CA \cdot d_{AS} + (CB \cdot d_{AS} + BB) = (CA + CB) \cdot d_{AS} + BB = CK \cdot d_{AS} + BB \quad (2.2)$$

Nesta equação, os termos “CB” e “BB” estão relacionados a força exercida pelo batente de borracha, cujos valores são alternados entre “zero” e “diferente de zero”, dependendo do deslocamento da suspensão. O termo “CA”, por sua vez, tem relação com a força exercida pelos foles de ar. Quando combinadas, a rigidez “CA” e “CB” formam a rigidez total do conjunto bolsa de ar, “CK”.

A Figura 2.10 ilustra, de forma simplificada, o funcionamento do sistema de suspensão a ar dos ônibus Volvo.

FIGURA 2.10: ESQUEMA DA SUSPENSÃO CONVENCIONAL A AR



FONTE: O AUTOR

De uma forma simplificada, o funcionamento deste sistema consiste em um compressor, conectado ao motor, que fornece ar a uma pressão de 10,5 bar. A umidade deste ar comprimido é eliminada no secador de ar antes de seu armazenamento no tanque primário, que é responsável pelo suprimento de ar para o sistema de freio bem como para a suspensão. Tal tanque alimenta, após uma redução da pressão do sistema, as válvula de nível dianteira e as válvulas de nível traseiras. Estas válvulas estão conectadas aos eixos por um mecanismo de braços que fazem a leitura da altura da suspensão. Ar é insuflado para dentro das bolsas, ou retirado destas, por intermédio das válvulas de nível de forma que a suspensão mantenha sempre um nível constante.

Este sistema é eficiente quando o veículo está parado. Neste caso, a pressão interna na bolsa se estabiliza, e esta assume uma rigidez compatível com o carregamento atuante sobre ele. Entretanto, com o movimento da suspensão, a leitura da altura da suspensão é alterada constantemente. Desta forma, ar é insuflado, ou retirado das bolsas para tentar “corrigir” a altura “errada” do chassi. Este movimento de corrigir a altura do veículo altera, instantaneamente, a rigidez das bolsas de ar da suspensão, ou seja, modifica o valor do coeficiente de rigidez “ $CA$ ”.

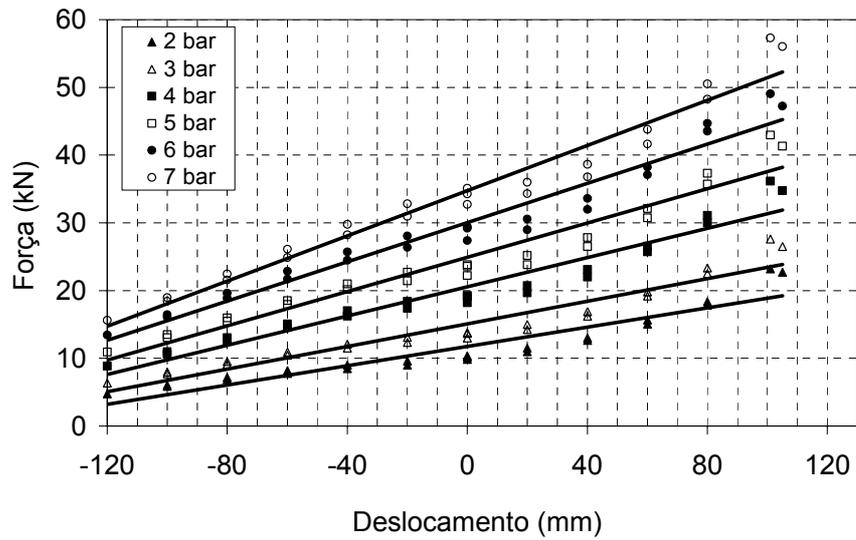
Esta não linearidade da rigidez dos foles, representada pela variação do coeficiente de rigidez “ $CA$ ” devido ao movimento da suspensão, não será considerado neste trabalho, ou seja, as bolsas de ar serão consideradas herméticas. O estudo deste efeito na dinâmica veicular fica como sugestão para trabalhos futuros.

Entretanto, a alternância da atuação do batente de borracha devido ao movimento da suspensão, cujo coeficiente de rigidez “ $CB$ ” não é constante, confere uma não linearidade aos conjuntos dos elementos elásticos da suspensão, as bolsas de ar. Tal não linearidade será considerada nos modelos numéricos computacionais para simulação em pistas retas com imperfeições no pavimento, bem como para o modelo direcional.

As Figuras 2.11 a 2.14 mostram a variação da rigidez das bolsas de ar na condição hermética, bem como dos batentes de borracha, em função do deslocamento da suspensão. As Figuras 2.12 e 2.14 apresentam os valores numéricos do coeficiente

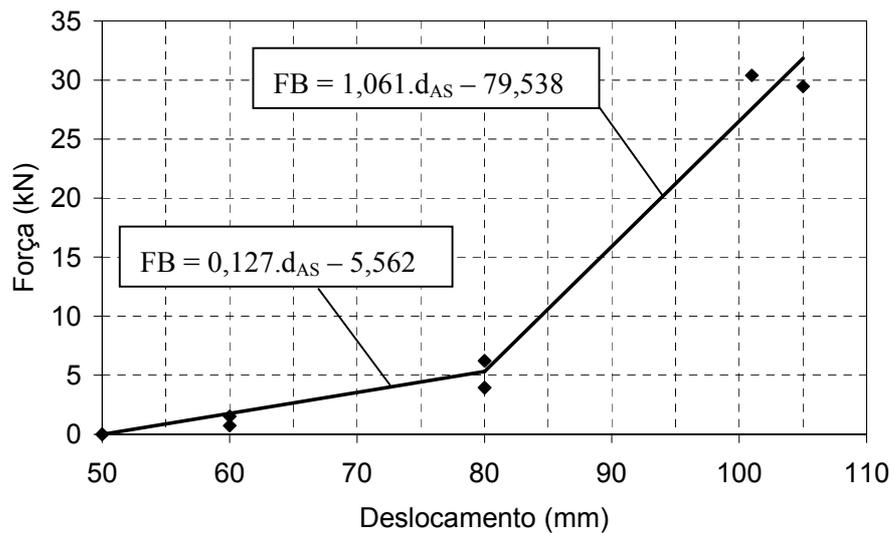
“CB”, bem como o parâmetro *BB*” utilizados na Equação 2.2. Os coeficiente “CA” é apresentado nas Tabelas 2.1 e 2.2.

FIGURA 2.11: FORÇA DESENVOLVIDA PELO FOLE DE AR DIANTEIRO



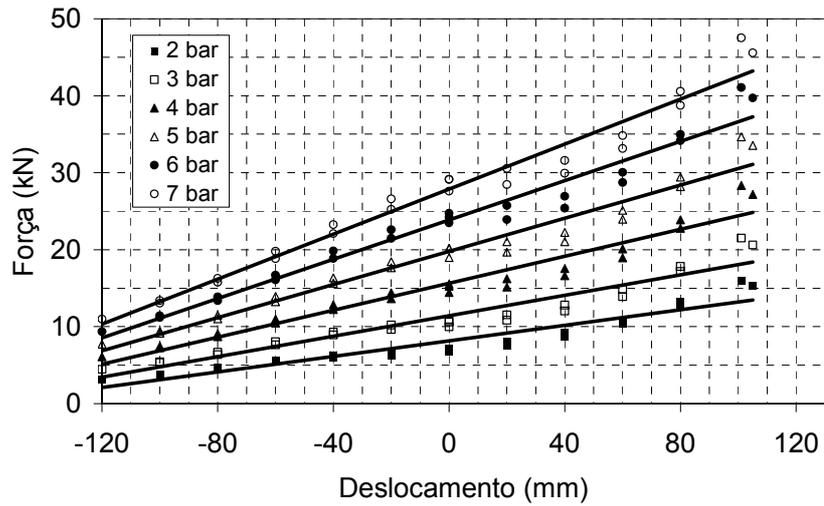
FONTE: O AUTOR (BASEADO EM FERREIRA, 2000)

FIGURA 2.12: FORÇA DESENVOLVIDA PELO BATENTE DE BORRACHA DIANTEIRO



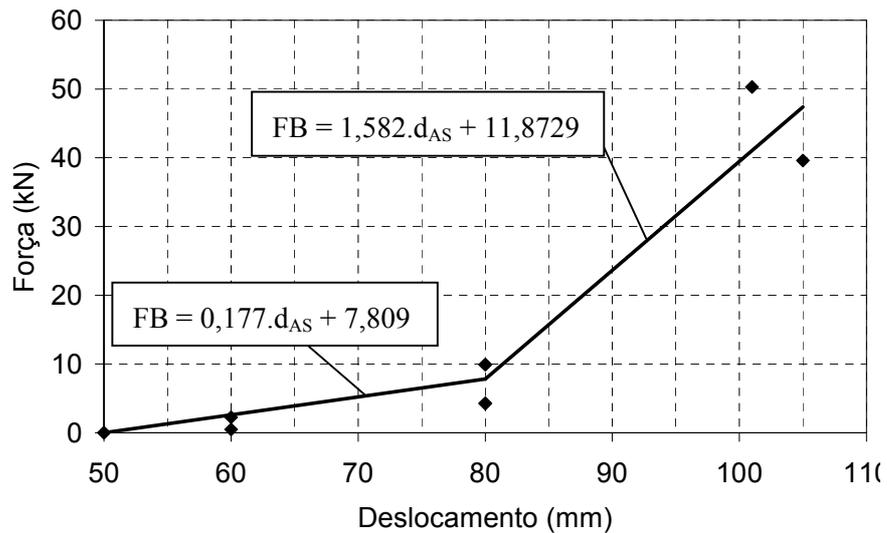
FONTE: O AUTOR (BASEADO EM FERREIRA, 2000)

FIGURA 2.13: FORÇA DESENVOLVIDA PELO FOLE DE AR TRASEIRO



FONTE: O AUTOR (BASEADO EM FERREIRA,2000)

FIGURA 2.14: FORÇA DESENVOLVIDA PELO BATENTE DE BORRACHA TRASEIRO



FONTE: O AUTOR (BASEADO EM FERREIRA, 2000)

Da mesma forma que colocado anteriormente, no Capítulo 2.3, a adoção de ajustes diferentes do linear para a força de mola do fole de ar bem como do batente de borracha torna o tempo computacional elevado, inviabilizando a simulação.

Para os foles de ar, os coeficientes de rigidez e forças estáticas (valores de força para deslocamento “zero” da suspensão) variam segundo a pressão interna. Fazendo-se um ajuste linear para os pontos da Figura 2.11 obtém-se os valores do coeficiente de rigidez “CA” para o fole de ar dianteiro. Estes valores estão apresentados na Tabela 2.1. O mesmo procedimento é aplicado para o fole de ar da suspensão traseira, Figura 2.13, cujos coeficientes de rigidez e cargas estáticas estão apresentados na Tabela 2.2

TABELA 2.1: COEFICIENTES DE RIGIDEZ E CARGAS ESTÁTICAS DO FOLE DE AR DIANTEIRO

Pressão interna (bar)	Carga estática (kN)	Coefficiente de rigidez “CA” (kN/mm)
2	11,759	0,071
3	15,103	0,083
4	20,571	0,108
5	24,930	0,126
6	30,056	0,145
7	34,766	0,167

FONTE: O AUTOR

TABELA 2.2: COEFICIENTES DE RIGIDEZ E CARGAS ESTÁTICAS DO FOLE DE AR TRASEIRO

Pressão interna (bar)	Carga estática (kN)	Coefficiente de rigidez “CA” (kN/mm)
2	8,163	0,051
3	11,414	0,066
4	15,631	0,088
5	19,774	0,108
6	23,848	0,128
7	27,864	0,146

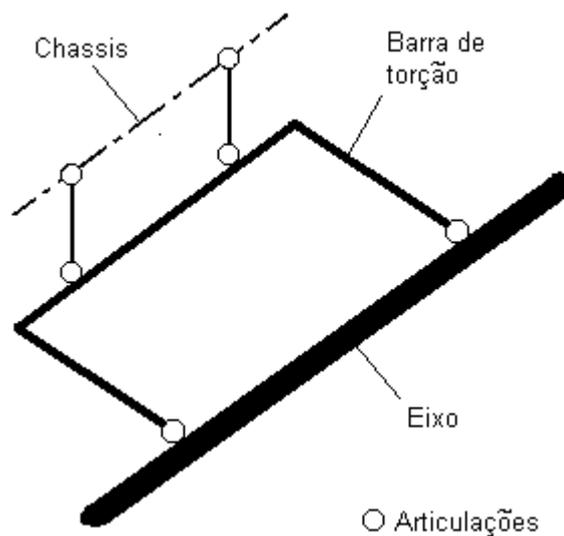
FONTE: O AUTOR

## 2.5 BARRAS ESTABILIZADORAS

As barras estabilizadoras são componentes da suspensão que atuam no sentido de diminuir a amplitude do movimento de rolamento da carroceria do veículo em torno do seu eixo de rolagem.

Em geral, as barras estabilizadoras possuem a forma de um “U”, estando fixadas em dois pontos ao eixo e em outros dois pontos à carroceria, conforme pode ser observado, de forma esquemática, na Figura 2.15.

FIGURA 2.15: FORMA ESQUEMÁTICA DE INSTALAÇÃO DA BARRA ESTABILIZADORA

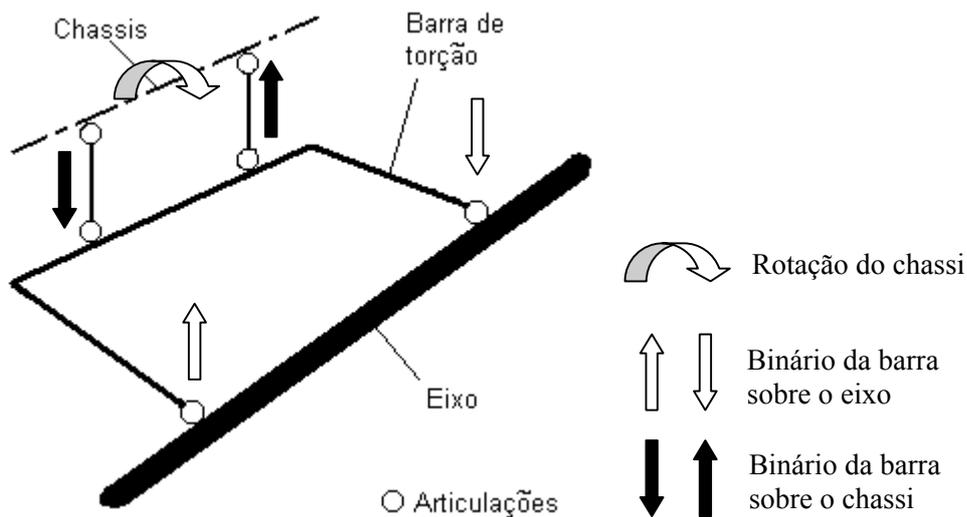


FONTE: O AUTOR

Na medida em que a carroceria e/ou o eixo rolam em torno do eixo de rolagem da suspensão, ou seja, executam um movimento relativo de rotação em torno do eixo de rolagem, as extremidades da barra de torção se deslocam em sentidos opostos, fazendo com que o seu corpo central fique sujeito a um torque. Desta forma, um torque reativo é gerado pela barra em oposição a este torque atuante, tentando, com isso, impedir o movimento de rotação entre a carroceria e o eixo. A Figura 2.16 ilustra esta situação para o caso de rolamento somente do chassi.

A barra estabilizadora, também conhecida por barra de torção, atua somente quando há movimento de rotação relativa entre o eixo e a carroceria. Desta forma, conforme descrito anteriormente, o torque reativo gerado por este componente da suspensão soma-se ao gerado pela atuação das bolsas de ar e dos amortecedores. Entretanto, quando o eixo e o chassi têm movimento relativo somente de translação, ou seja, movimento puramente na direção vertical, então a barra de torção não atua. Nesta situação, somente os foles de ar e os amortecedores da suspensão têm função ativa. Pode-se dizer, então, que a barra estabilizadora atua como uma mola torcional com ação restrita ao movimento de rotação (rolagem) do chassi e/ou dos eixos entre si.

FIGURA 2.16: AÇÃO DA BARRA ESTABILIZADORA



FONTE: O AUTOR

Devido a esta característica de atuação somente sob a condição de rolagem, é possível obter-se um veículo mais “duro” em curvas, sem prejudicar o conforto nas retas.

Este torque reativo gerado pelas barras é, em última instância, suportado pelos pneus. Desta forma, quando se utiliza barras estabilizadoras em um eixo provoca-se uma maior transferência de carga vertical dos pneus internos para os externos à curva. Conforme será mostrado no Capítulo 3.8.

A carga vertical sobre o pneu está diretamente relacionada com a capacidade deste em gerar forças laterais e longitudinais a fim de, respectivamente, sustentar a trajetória curvilínea do veículo ou alterar a sua velocidade (frenagem ou aceleração).

Portanto, a aplicação de diferentes barras de torção, com diferentes coeficientes de rigidez, modificam a capacidade dos pneus em gerar forças laterais. Desta forma, consegue-se projetar um veículo com comportamento dinâmico sobre curvas mais adequado, modificando-se a sua característica de sobre-esterçamento e sub-esterçamento, conforme será visto no Capítulo 2.7.

Matematicamente, o torque reativo gerado pelas barras estabilizadoras é definido conforme a Equação 2.3.

$$MSB = CSB \cdot d\phi_A \quad (2.3)$$

O chassi de ônibus B7R fretamento possui barras estabilizadoras na suspensão dianteira e traseira, cujos valores de rigidez torcional, “*CSB*”, estão apresentados na Tabela 2.3.

TABELA 2.3: COEFICIENTE DE RIGIDEZ TORCIONAL DAS BARRAS ESTABILIZADORAS

Descrição	" <i>CSB</i> " (N.m/rad)
Barra dianteira – Ø 50 mm	76300
Barra traseira – Ø 60 mm	119546

FONTE: O AUTOR

## 2.6 DISTRIBUIÇÃO DE RIGIDEZ AO ROLAMENTO

Conforme dito anteriormente, o emprego da barra de torção permite aumentar a rigidez do chassi à rolagem sem que seja necessário aumentar a rigidez das bolsas de ar (ou molas) da suspensão.

Quando um chassi rola, ou seja, executa movimento de rotação em torno do seu eixo longitudinal, tanto as bolsas de ar da suspensão quanto a barra de torção agem no sentido de impedir este movimento. Esta resistência à este movimento pode ser caracterizada através da rigidez à rolagem do chassi, determinada, matematicamente, por intermédio da Equação 2.4.

$$RS = \sum_{k=1}^{N_A} CSB_k + \sum_{k=1}^{N_K} CK_k \cdot yp_{Kk}^2 \quad (2.4)$$

A rigidez à rolagem pode ser apresentada, para cada eixo do veículo, como um percentual em relação a rigidez total do chassi, sendo, então, denominada de distribuição (ou taxa) de rigidez a rolagem, definida segundo a Equação 2.5 (SAE J670E, in GILLESPIE, 1992):

$$RSR_{ij} = \left( \frac{RS - RS_{ij}}{RS} \right) \quad (2.5)$$

## 2.7 SOBRE-ESTERÇAMENTO E SUB-ESTERÇAMENTO

Uma maneira de entender estes conceitos, ou o significado dos termos “sobre-esterçamento” e “sub-esterçamento”, é imaginar-se dirigindo um veículo em uma pista onde o há um círculo de um determinado raio desenhado no chão. Inicialmente, o veículo parte do repouso e, a medida que o veículo vai acelerando e ganhando velocidade lentamente, o piloto deve corrigir a posição angular da direção a fim de manter o veículo trafegando sobre aquele círculo.

Caso o piloto tenha que girar o volante do veículo cada vez mais para o interior da curva a medida que a velocidade do veículo aumenta, então, este veículo é

classificado como de comportamento “sub-esterçante”. Em linguagem popular, diz-se que este veículo teria a tendência de “sair de frente”. Neste caso, a força lateral desenvolvida pelos pneus dianteiros é inferior a necessária para manter o veículo na trajetória circular desejada.

Por outro lado, caso o piloto tenha que girar o volante para o exterior da curva, então, este veículo é classificado como de comportamento “sobre-esterçante”, ou, em linguagem popular, diz-se que o veículo teria a tendência de “sair de traseira”. Neste caso, são os pneus traseiros que não conseguem desenvolver a força lateral necessária para manter o veículo na trajetória circular desejada.

Há ainda um terceiro comportamento possível do veículo. Neste caso o piloto não precisa corrigir a posição angular da direção para manter a trajetória circular do veículo na medida em que a sua velocidade aumenta. Este veículo teria, então, um comportamento dito neutro, onde os pneus dianteiros e traseiros exercem forças balanceadas (não entender como iguais).

Entendidos os conceitos de “sobre/sub-esterçamento”, deve-se entender também que o comportamento dinâmico mais seguro para um veículo é o “sub-esterçante”.

Para entender esta afirmação o leitor deve imaginar-se dirigindo um veículo a alta velocidade em uma pista reta, quando, por algum motivo, é necessário desviar de um obstáculo, como, por exemplo, desviar de um pequeno animal que está cruzando a pista. Neste caso, o piloto tem que fazer um movimento brusco com a direção, sem acionar os freios. Em um veículo “sub-esterçante”, na pior das hipóteses, o motorista não conseguirá desviar do animal, pois o veículo assumirá uma nova trajetória com um desvio mínimo da original, pois os pneus dianteiros não são capazes de desenvolver a força lateral necessária para desviar o veículo. Por outro lado, se esta mesma manobra brusca na direção for aplicada em um veículo “sobre-esterçante”, o piloto perderá o controle do veículo, pois os pneus do eixo traseiro não desenvolverão força lateral suficiente para manter o veículo em trajetória curvilínea e o veículo irá rodar.

## 2.8 ARRANJOS DE EIXOS

Vários são os tipos de carrocerias disponíveis para o mercado de ônibus rodoviário. Existem carrocerias pequenas e baixas, com 12 metros de comprimento e 3,5 metros de altura; e longas e altas, com 14 metros de comprimento e 4,1 metros de altura.

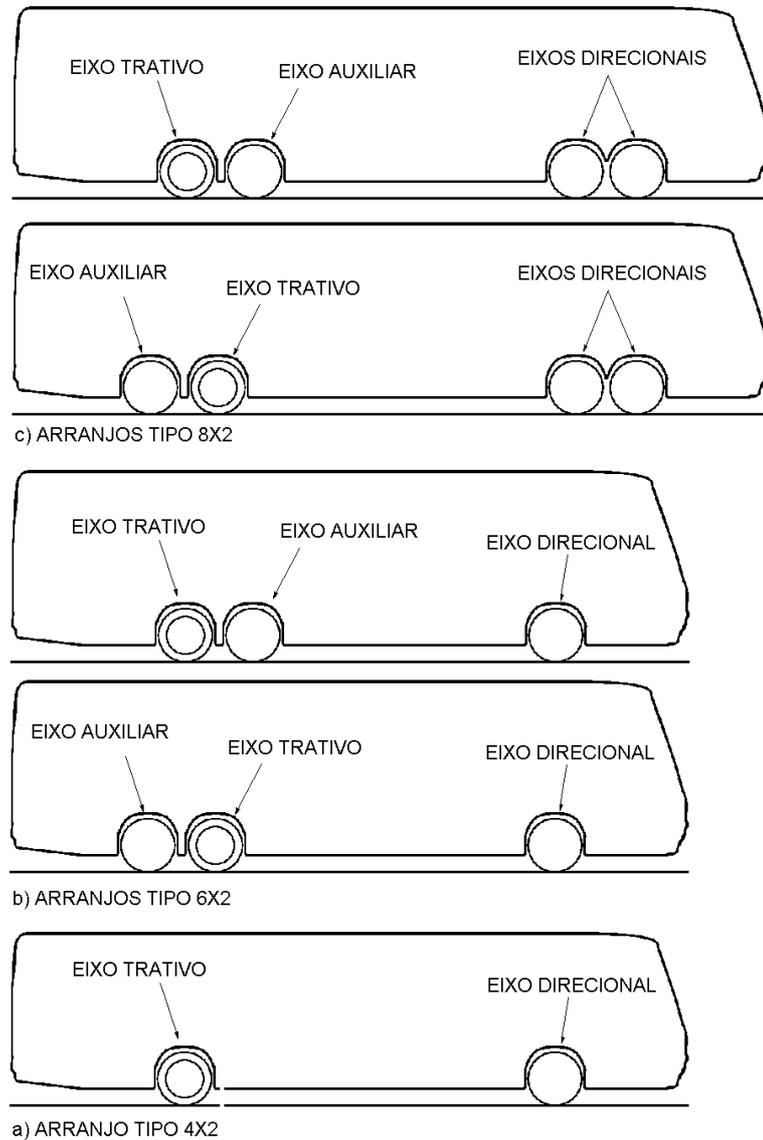
A estes diferentes tamanhos de carrocerias estão associadas a diferentes distribuições de massa que devem ser suportados pelos eixos. Dependendo do tipo de carroceria não é possível distribuir o seu peso em somente dois eixos, pois, neste caso, pode-se ultrapassar o valor máximo de carregamento por eixo permitido pela legislação, ou, ainda pior, pode-se ultrapassar a carga técnica máxima destes eixos. Nestes casos, é necessário acrescentar-se um ou mais eixos auxiliares ao veículo a fim de que a distribuição de carga seja mais adequada.

Os veículos são classificados conforme o arranjo de eixo através de um código, que indica o número de pontos de apoio no solo e o número destes pontos que exercem efeito trativo. Portanto, um veículo de dois eixos, tendo um único eixo trativo, possui 4 pontos de apoio (2 por eixo), dos quais dois são trativos. Este veículo é dito, quanto ao arranjo de eixos, do tipo 4x2.

Neste trabalho serão explorados os arranjos de eixo do tipo 4x2, 6x2 e 8x2. Para os dois últimos tipos, existem duas variantes para o posicionamento do eixo auxiliar traseiro, podendo ser posicionado a frente ou a atrás do eixo de tração. Esta variação é encontrada no mercado onde os veículos Volvo e Scania apresentam o eixo auxiliar traseiro posicionado atrás do eixo de tração, enquanto que os veículos Mercedes apresentam este eixo posicionado a frente do rodado de tração.

A Figura 2.17 mostra, de forma esquemática, os ônibus com arranjos de eixos 4x2, 6x2 e 8x2. Não será estudada neste trabalho a variante de eixo auxiliar traseiro posicionado a frente do eixo de tração.

FIGURA 2.17: ARRANJOS DE EIXOS 4X2, 6X2 E 8X2



FONTE: O AUTOR

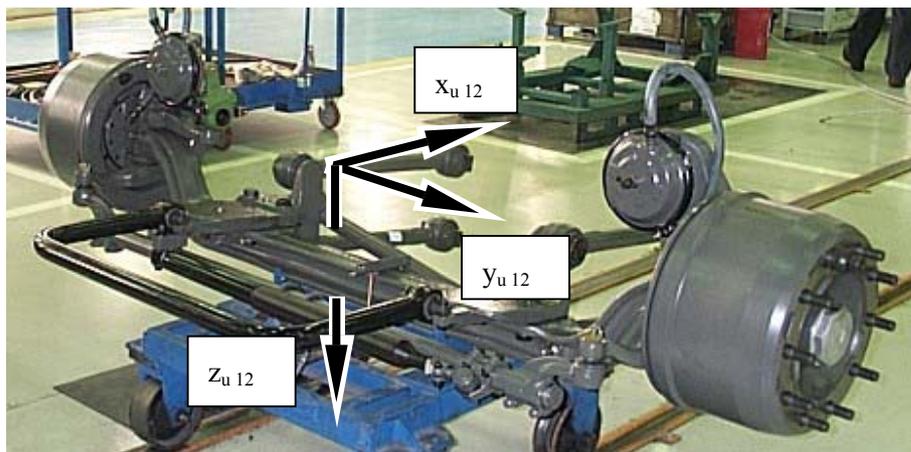
## 2.9 MASSAS NÃO SUSPENSAS

A Sociedade de Engenharia Automotiva, SAE, no seu documento SAE J670E – Vehicle Dynamics Terminology (IN GILLESPIE, 1992), define massa não suspensa como uma única massa, de valor igual a somatória das massas das partes do veículo que não estão sustentadas pela suspensão, mas sim sustentadas pelos pneus, e que se

movem juntamente com estes. Os momentos de inércia da massa não suspensa devem ser equivalentes àqueles das partes não suspensas do veículo.

Os conjuntos eixo dianteiro e eixo traseiro do chassi de ônibus B7R fretamento, mostrados, respectivamente, nas Figuras 2.18 e 2.19, serão considerados neste trabalho como as massas não suspensas, pois não estão sustentadas pela suspensão mas sim pelos pneus e se movem juntamente com estes.

FIGURA 2.18: CONJUNTO EIXO DIANTEIRO SEM PNEUS

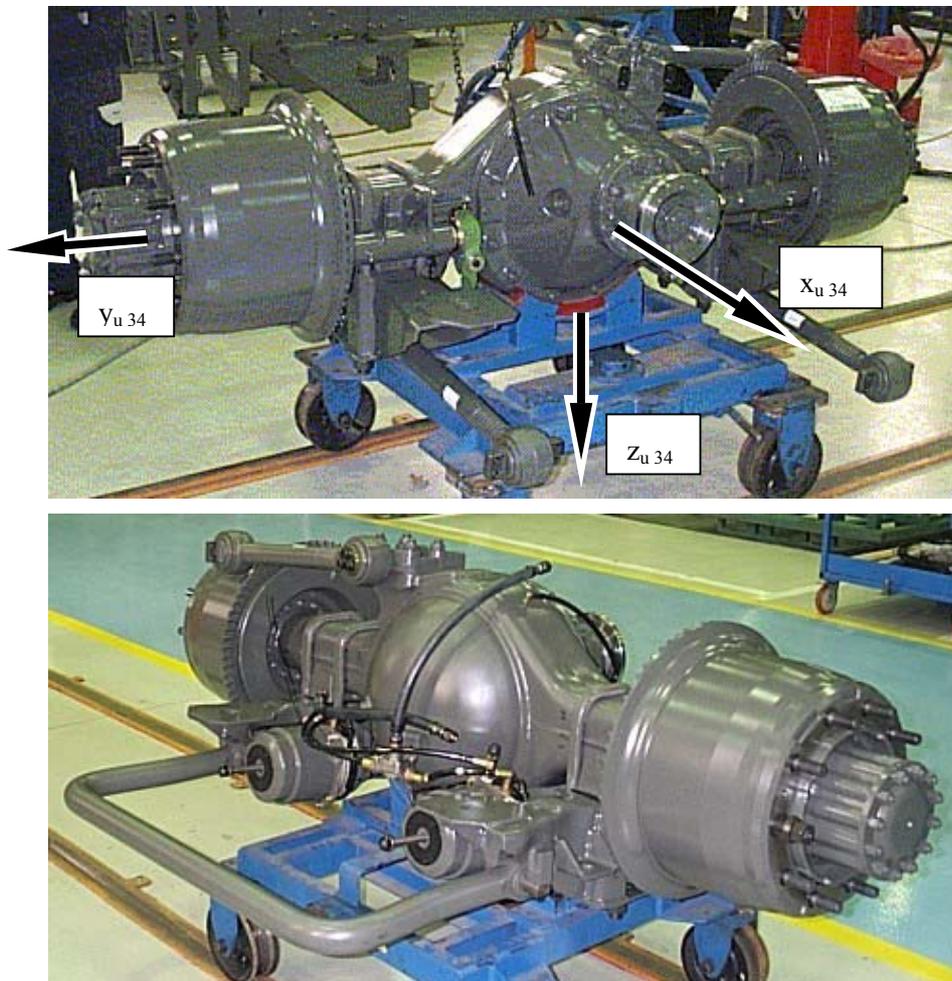


FONTE: O AUTOR

Para implementação destes componentes no modelo computacional é necessário saber-se, além da massa dos conjuntos, a massa das barras da suspensão, que, conforme descrito no Capítulo 2.1, fazem a conexão dos eixos ao chassi.

Adotar-se-á, conforme recomendado no documento SAE J670e, Vehicle dynamics terminology (In GILLESPIE, 1992), que a metade da massa destas barras seja somada a massa do conjunto eixos, e a outra metade seja somada a massa da carroceria.

FIGURA 2.19: CONJUNTO EIXO TRASEIRO SEM PNEUS



FONTE: O AUTOR

Além da massa, é necessário conhecer os valores dos momentos principais de inércia segundo os eixos “x” e “z”<sup>3</sup> mostrados nas Figuras 2.18 e 2.19. Estes valores podem ser obtidos através de medições experimentais, utilizando-se a técnica da medição da frequência angular de pêndulos de três fios (DIXON, 1996), ou ainda por cálculo analítico.

Para que seja viável aplicar o cálculo analítico para a determinação do momento de inércia das massas não suspensas, é necessário que nem todos os componentes sejam considerados, e que, também, alguns outros sejam considerados como massas concentradas. Estas simplificações são necessárias devido ao grande número de peças e da complexidade geométrica construtiva dos eixos.

Neste trabalho serão utilizados os valores dos momentos de inércia dos conjuntos de eixo calculados analiticamente, que estão apresentados na Tabela 2.4. O valor da massa não suspensa equivalente, obtido por medição em balança, também é apresentada nesta tabela. Todos os valores mostrados nesta tabela consideram os pneus montados aos eixos.

TABELA 2.4: VALORES DE MASSA E DE MOMENTOS DE INÉRCIA PARA AS MASSAS NÃO SUSPENSAS

Conjunto eixo dianteiro	Conjunto eixo traseiro
$m_{u1,2} = 867 \text{ kg}$	$m_{u3,4} = 1366 \text{ kg}$
$I_{x_{u1,2}} = 376 \text{ kg.m}^2$	$I_{x_{u3,4}} = 651 \text{ kg.m}^2$
$I_{z_{u1,2}} = 376 \text{ kg.m}^2$	$I_{z_{u3,4}} = 651 \text{ kg.m}^2$

FONTE: O AUTOR

Para a simulação numérica com configuração de eixos do tipo 6x2 e 8x2, o conjunto eixo dianteiro será adotado também como o eixo auxiliar traseiro e o eixo auxiliar direcional.

---

<sup>3</sup> O Capítulo 4.1 e o Capítulo 5.1 trazem informações sobre o posicionamento dos eixos

O momento de inércia em torno do eixo “ $x_u$ ” deve ser corrigido quando aplicado ao modelo direcional, haja vista que, neste último modelo, o posicionamento deste eixo, conforme mostrado na Figura 5.2, não coincide com o centro de gravidade da massa não suspensa.

## 2.10 MASSA SUSPENSA

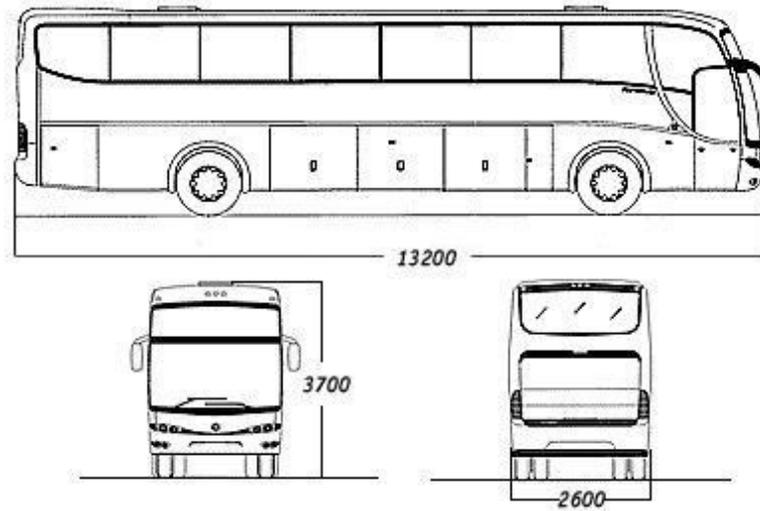
A Sociedade de Engenharia Automotiva, SAE, no seu documento SAE J670E – Vehicle Dynamics Terminology (IN GILLESPIE, 1992), define massa suspensa como um corpo rígido que está sustentado pela suspensão e que possui massa, posição do centro de gravidade e momentos de inércia equivalentes a somatória das partes do veículo que também estão sustentadas pela suspensão, incluindo-se parte da massa das barras da suspensão.

Portanto, pode-se entender massa suspensa como o conjunto formado pela estrutura do chassis, motor, caixa de câmbio, embreagem, estrutura metálica das carroceiras, passageiros e bagagens.

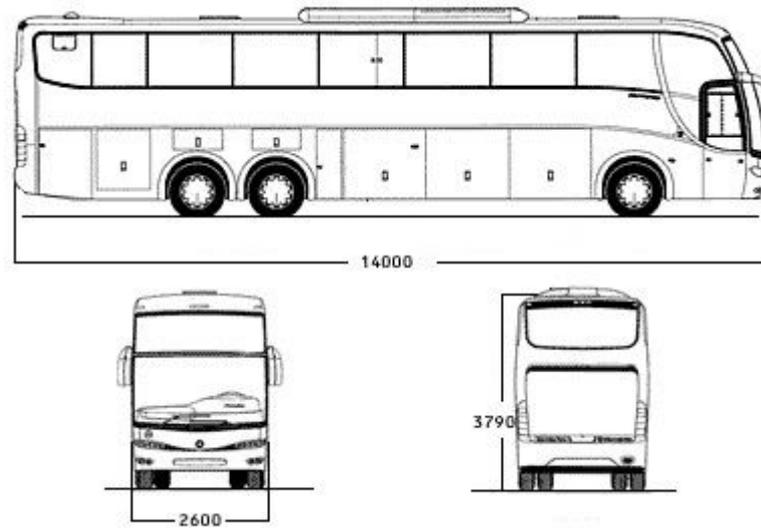
Vários são os modelos de carrocerias de ônibus ofertadas no mercado, entretanto, para fins de análise neste trabalho, somente alguns tipos serão considerados. Tais modelos estão apresentados na Figura 2.20.

FIGURA 2.20: MODELOS DE CARROCERIAS DE ÔNIBUS RODOVIÁRIOS

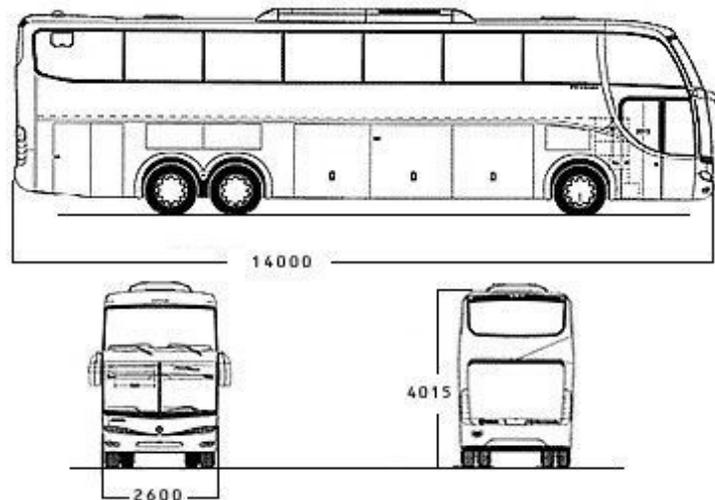
a) 4X2 TIPO 1



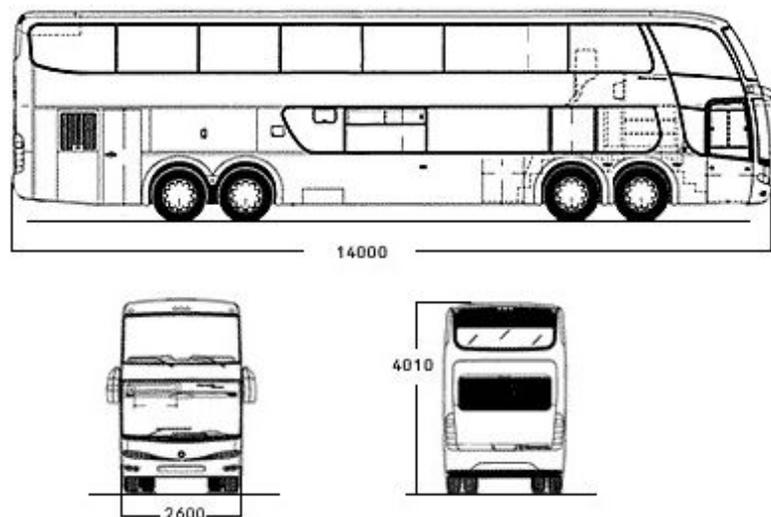
b) 6X2 TIPO 2



c) 6X2 TIPO 3



d) 8X2 TIPO 4



FONTE: O AUTOR (MODIFICADAS DE  
WWW.MARCOPOLO.COM.BR)

A Tabela 2.5 mostra os valores estimados de massa, altura do centro de gravidade em relação ao solo, e momentos de inércia, para os diferentes tipos de massas suspensas que serão analisadas neste trabalho.

Os valores apresentados nesta tabela referem-se ao conjunto total dos componentes que compõem a massa suspensa, ou seja, incluem, por exemplo, o motor,

caixa de câmbio, embreagem, longarinas, passageiros e bagagens, além da própria carroceria.

A posição longitudinal do centro de gravidade será considerada no meio da carroceria. Os valores apresentados dos momentos de inércia apresentados na Tabela 2.5 são tomados em relação ao centro de gravidade, segundo a orientação dos eixos “ $x_s$ ,  $y_s$ ,  $z_s$ ” mostrados na Figura 4.1a.

De forma semelhante à massa não suspensa, o momento de inércia em torno do eixo “ $x_s$ ” deve ser corrigido quando aplicado ao modelo direcional, haja visto que, neste último modelo, o posicionamento deste eixo, conforme mostrado na Figura 5.1, não coincide com o centro de gravidade da massa suspensa.

TABELA 2.5: VALORES DE MASSA E MOMENTOS DE INÉRCIA PARA A MASSA SUSPensa NA CONDIÇÃO CARREGADA

Tipo da carroceria	$m_s$ (kg)	$h_{CG}$ (mm)	$I_{x_s}$ (kg.m <sup>2</sup> )	$I_{y_s}$ (kg.m <sup>2</sup> )	$I_{z_s}$ (kg.m <sup>2</sup> )
Tipo 1	15960	1550	42600	302000	295000
Tipo 2	18200	1600	55200	421000	411000
Tipo 3	19700	1800	58100	380000	367000
Tipo 4	21700	1800	64200	463000	448000

FONTE: O AUTOR

### 3 O PNEU

O pneu é considerado o componente da dinâmica veicular direcional de maior importância. Vários conceitos são necessários para entender o fenômeno do desenvolvimento de forças laterais e longitudinais (de frenagem e de aceleração) que este componente é capaz de desenvolver.

Neste capítulo, conceitos como ângulo de esterçamento, ângulo de escorregamento, taxa de escorregamento e transferência de peso, são introduzidos como embasamento necessário para o entendimento do modelo do pneu.

#### 3.1 ÂNGULOS DE ESTERÇAMENTO

O sistema de direção é responsável pelo controle de mudança de direção de movimento do veículo.

Em geral, este sistema é projetado de forma que, para um raio de curva em baixa velocidade, as rodas internas à curva assumam um ângulo maior do que as externas, desta forma, os pneus rolariam sem deslizar. O valor médio destes ângulos é conhecido como ângulo de Ackerman (SAE J670e – Vehicle dynamics terminology. IN GILLESPIE, 1992). Este ângulo também é definido como aquele cujo arco da sua tangente é igual ao valor do quociente entre do raio da curva e da distância de entre eixos do veículo, ou seja,  $\delta_{ACK} = \text{tg}^{-1}(L/R)$ .

A Figura 3.1<sup>4</sup> mostra, de forma esquemática, esta característica do sistema de direção que é denominada de geometria de Ackerman.

Estes ângulos assumidos pelas rodas direcionais serão chamados, neste trabalho, de ângulo de esterçamento (HUTTENLOCHER e COSTA NETO, 1999).

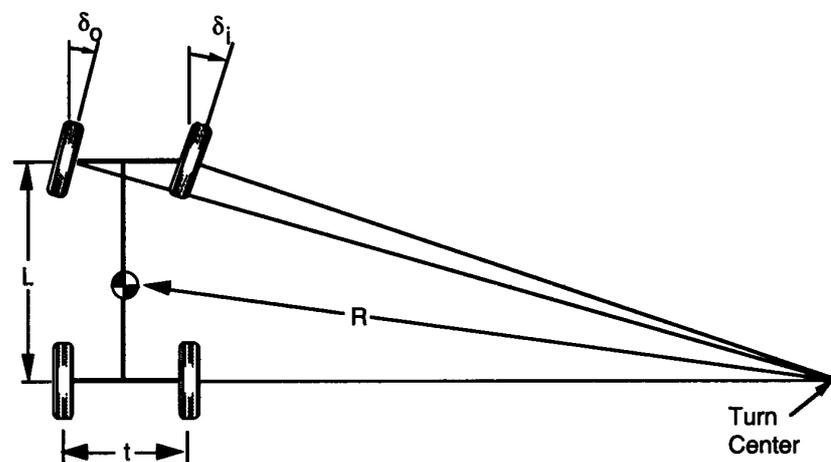
---

<sup>4</sup> nesta figura, “*Turn Center*” indica o centro da curva

Quanto maior for a distância de entre eixos do veículo mais próximos deverão ser os valores dos ângulos de esterçamento interno e externo.

Apesar do chassi do ônibus B7R fretamento, após encarroçado, poder ter distância de entre eixos em torno de 7 metros, o seu sistema de direção foi adaptado do caminhão, que possui uma distância entre eixos próxima a 3,5 metros. Porém, segundo LUGNER e SPRINGER<sup>5</sup>, citado por GILLESPIE (1992, p. 186) este erro de geometria não tem uma influência significativa na resposta direcional do veículo.

FIGURA 3.1: GEOMETRIA DE ACKERMAN



FONTE: GILLESPIE, 1992

Será adotado, neste trabalho, conforme prática usual em estudos de dinâmica veicular direcional, um valor médio para o ângulo de esterçamento das rodas interna e externa. A Figura 3.2 mostra uma curva que relaciona o esterçamento das rodas em função da rotação angular da direção. Deve-se observar que, devido aos efeitos inerentes da geometria dos braços do sistema de direção, para um mesmo valor de esterçamento das rodas para a direita e para a esquerda, é necessária uma rotação diferente da direção.

---

<sup>5</sup> LUGNER, P.; SPRINGER, H. Über den Einfluss der Lenkgeometrie auf die stationäre Kurvenfahrt eines LKW. **Automobil-Industrie**, p. 21-25, 1974

Esta assimetria será tratada neste trabalho como uma relação de redução desigual do sistema de direção para esterçamento à direita e à esquerda, dada da seguinte forma:

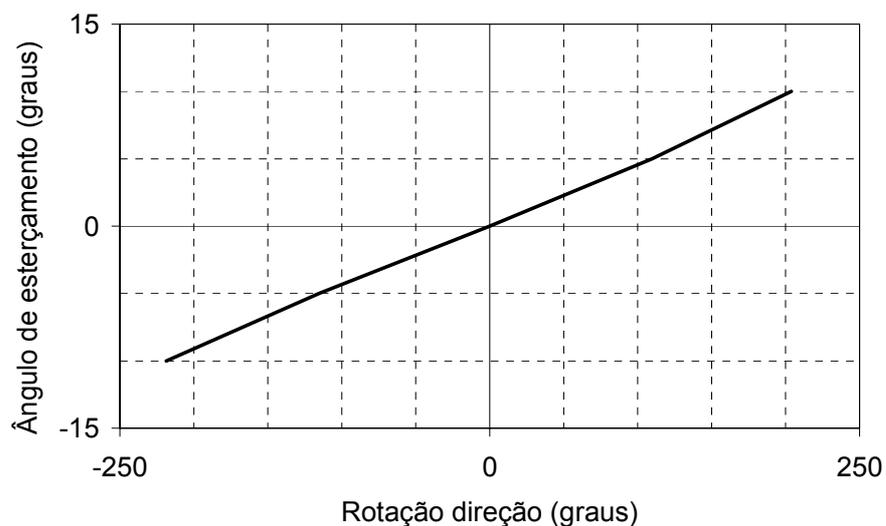
- Relação de redução para esterçamento à direita:

$$SGR = 20,4 : 1$$

- Relação de redução para esterçamento à esquerda:

$$SGR = 21,9 : 1$$

FIGURA 3.2: ÂNGULO DE ESTERÇAMENTO DAS RODAS EM FUNÇÃO DA ROTAÇÃO DA DIREÇÃO



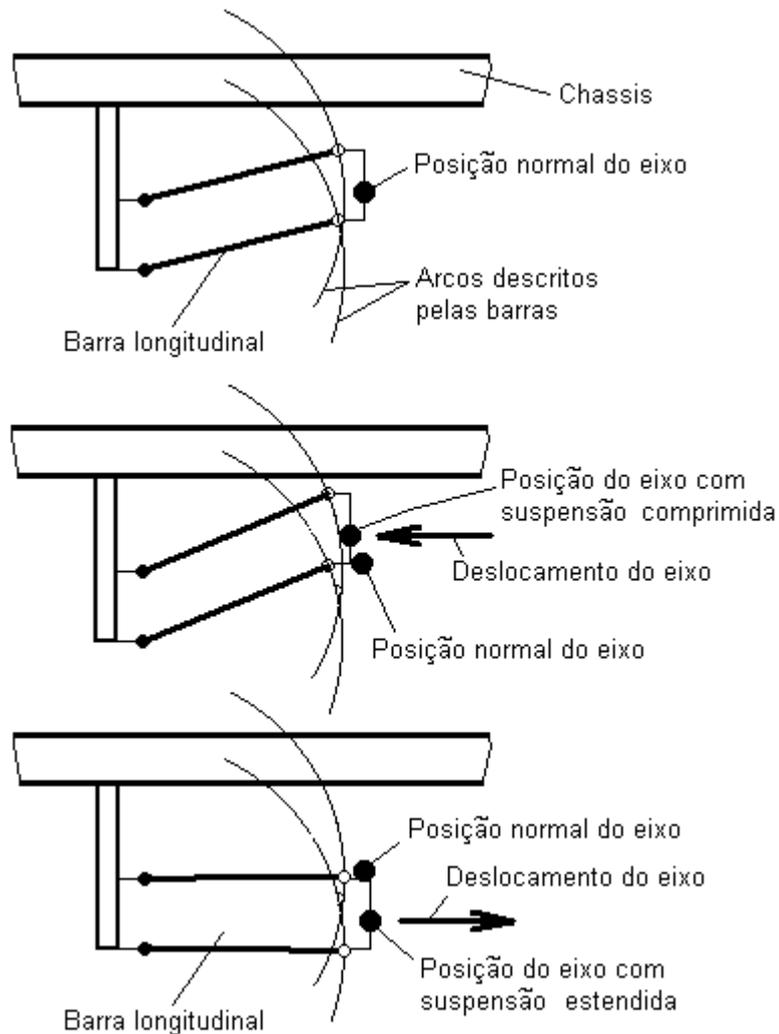
FONTE: O AUTOR

### 3.2 ÂNGULO DE ESTERÇAMENTO INDUZIDO

Quando a suspensão de um veículo é comprimida em um lado e estendida no outro, como ocorre quando o veículo executa uma manobra direcional e a carroceria inclina-se lateralmente, o sistema de barramento da suspensão, dependendo do seu projeto, descreve movimentos tais que resultam em uma alteração da posição do eixo

em relação ao veículo, ou seja, este deixa de ser perpendicular ao plano longitudinal do veículo e assume um determinado ângulo. A Figura 3.3 ajuda a entender esta característica.

FIGURA 3.3: ÂNGULO DE ESTERÇAMENTO INDUZIDO



FONTE: O AUTOR

Tal figura apresenta, de forma esquemática, o comportamento da suspensão dianteira do chassi B7R. As barras longitudinais estão inclinadas em relação ao chassi quanto a sua suspensão se encontra em nível normal, ou seja, não está comprimida ou estendida. Com o movimento de compressão da suspensão, mostrado na parte intermediária desta figura, as barras descrevem um movimento tal que resulta

em um deslocamento longitudinal do eixo para a esquerda, conforme indicado pela seta na figura. Este deslocamento longitudinal, na prática, resulta em um movimento do eixo para frente do veículo. Por outro lado, quando a suspensão é estendida, situação que está mostrada na parte inferior desta figura, o movimento das barras faz com que o eixo tenha um movimento longitudinal contrário ao anterior, ou seja, um movimento para a direita. Este movimento, por sua vez, resulta, na prática, em um movimento longitudinal em direção a parte traseira do veículo.

Desta forma, em uma curva ou durante manobra direcional, como um lado da suspensão se expande e o outro se comprime, uma extremidade do eixo se move para frente, e outra se move para traz. O resultado destes movimentos é que o eixo deixa de estar perpendicular ao plano longitudinal do chassi, assumindo uma posição direcional indesejada.

Este fenômeno não ocorre na suspensão traseira deste mesmo chassi, haja vista que os barramentos longitudinais, neste caso, estão paralelos ao chassi quando a sua suspensão se encontra na posição neutra.

O movimento de rolagem da suspensão também afeta, diretamente, o sistema de direção, ou seja, quando o veículo inclina-se para um determinado lado o mecanismo do sistema de direção é movimentado, resultando em um deslocamento angular induzido nas rodas direcionais.

À somatória destes efeitos dá-se o nome de “*roll steer*”, que será chamado neste trabalho de ângulo de esterçamento induzido por rolagem.

Para efeitos de caracterização matemática deste fenômeno, define-se um coeficiente de ângulo de esterçamento induzido por rolagem para cada eixo do veículo, ou na literatura “*roll steer coefficient*” (SAE J670e: Vehicle dynamics terminology. In GILLESPIE). Este coeficiente determina a taxa de mudança do ângulo de esterçamento em função do movimento de rolagem da suspensão. Desta forma, o ângulo de esterçamento aplicado aos pneus pelo motorista através do sistema de direção pode ser corrigido conforme mostrado na Equação 3.1.

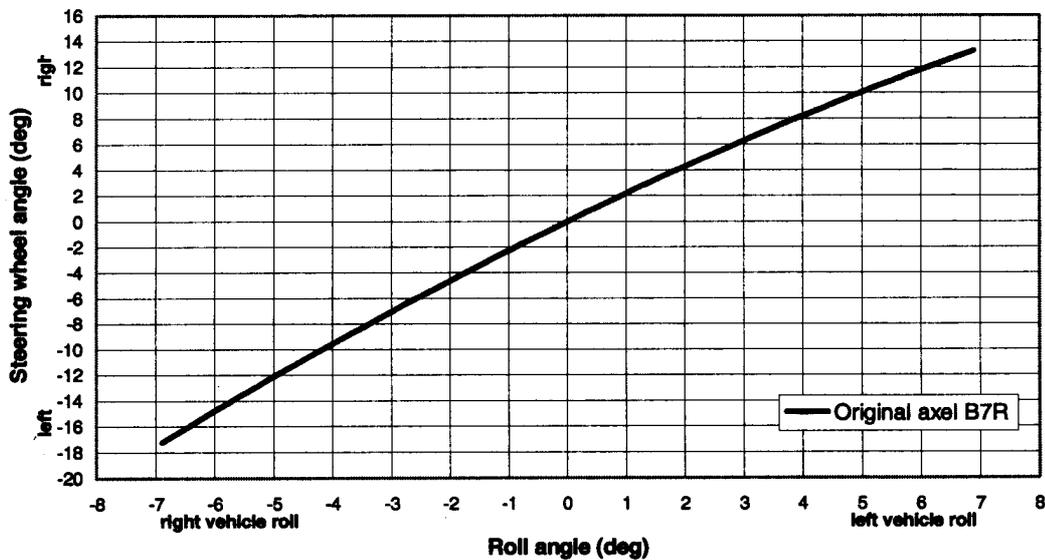
$$\delta_{RS} = \delta_T - RSC \cdot \phi_s \quad (3.1)$$

Para o chassi B7R fretamento, objeto de estudo deste trabalho, o efeito do rolamento da massa suspensa no deslocamento da suspensão, e, por conseqüência, no sistema de direção, é mostrado na Figura 3.4. Nesta figura, o termo “*roll angle*” remete ao movimento angular de rolagem do chassi em torno do centro de rolagem da suspensão dianteira. Os sentidos negativos e positivos de rolagem, bem como de rotação da direção (“*steering wheel angle*”) devem ser desconsiderados, pois trata-se de uma outra convenção de sinais diferentes da adotada neste trabalho.

Esta figura foi construída a partir de movimentos de rolamento incrementais do chassi, mantendo-se as rodas paralelas ao veículo e deixando-se a direção livre para girar. Entretanto, o que acontece na realidade é que o motorista aplica uma rotação na direção para fazer uma curva, e a mantém segura nesta posição, enquanto o veículo rola. Desta forma, indiretamente, ele está aplicando um ângulo extra na direção no sentido de aumentar ou diminuir o ângulo de esterçamento dos pneus.

A fim de traduzir a curva da Figura 3.4 para a convenção de sinais adotadas neste trabalho, deve-se interpreta-la da seguinte forma: Suponha que o motorista queira fazer uma curva para a direita, para tanto ele deve rotacionar a direção no sentido horário, por exemplo, 90 graus; o veículo reage rolando em sentido inverso, ou seja, para a esquerda, digamos 5 graus. Caso a direção pudesse rodar livremente de alguma maneira, então ela executaria um movimento horário de 10 graus, devido ao rolamento de 5 graus. Neste caso, a rotação total da direção seria de 100 graus, ou seja, 90 graus aplicados pelo motorista e outros 10 graus aplicados pelo chassi. Porém, como o motorista está segurando firmemente a direção, impedindo a rotação adicional de 10 graus, significa dizer que a rotação líquida final nos pneus é equivalente àquela adquirida caso a direção fosse rotacionada de 80 graus para um veículo que não apresentasse a característica de “roll steer”.

FIGURA 3.4 INFLUÊNCIA DO ÂNGULO DE ROLAGEM NO SISTEMA DE DIREÇÃO



FONTE: ALTE, 2000

Em geral, quando os efeitos da rolagem do chassi no sistema de direção não podem ser evitados, prefere-se um sistema que reaja conforme descrito acima, pois, para o motorista, é muito mais natural corrigir o ângulo de rotação da direção atuando no sentido de aumentá-lo para manter o veículo em trajetória circular, do que no sentido de diminuí-lo.

Da Figura 3.4, pode-se concluir que o valor para o coeficiente de ângulo de esterçamento induzido para o chassi do B7R fretamento é:

- Para os pneus do eixo dianteiro:

$$RSC^6 = 0,095$$

- Para os pneus do eixo traseiro:

$$RSC = 0$$

---

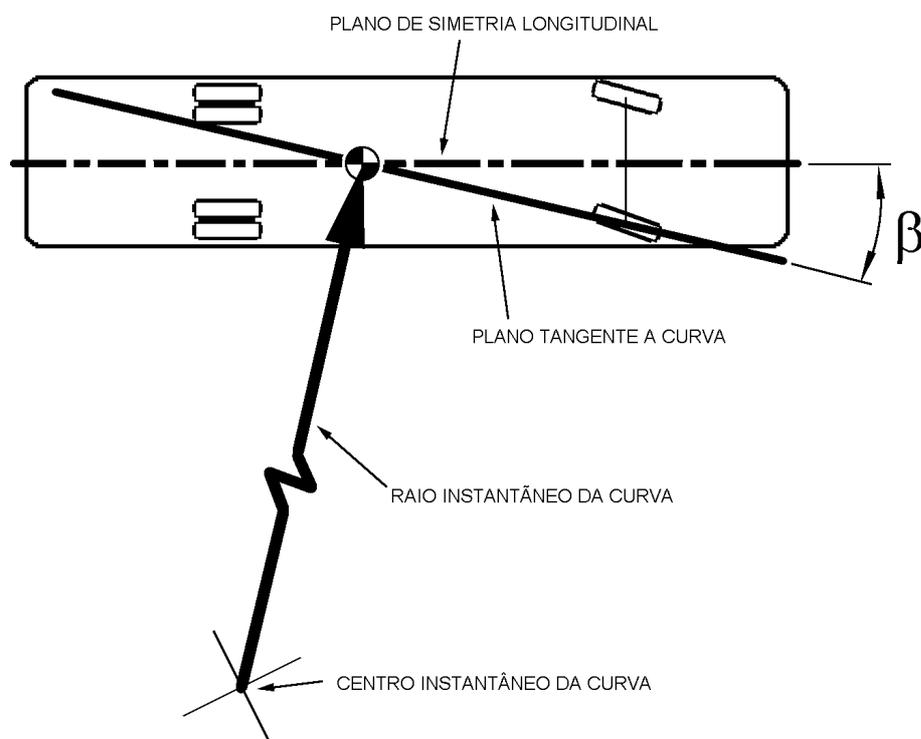
<sup>6</sup> Deve-se aplicar a redução do sistema de direção ao valor obtido diretamente da curva da Figura 3.4. Neste caso foi aplicado uma redução média de 21,1.

### 3.3 ÂNGULO DE ESCORREGAMENTO LATERAL DO VEÍCULO

Quando um veículo está executando uma curva, o seu plano transversal não está alinhado em relação ao plano que contém a sua velocidade tangencial, e esta inclinação é diferente em cada ponto do veículo (GILLESPIE, 1992). Este ângulo é denominado de ângulo de escorregamento lateral do veículo (HUTTENLOCHER e COSTA NETO, 1999).

Para efeitos de definição, o ângulo de escorregamento lateral do veículo é medido no centro de gravidade deste, portanto, para visualizá-lo, devem-se imaginar dois planos passando por este ponto, sendo um deles o plano longitudinal do veículo, e um segundo sendo aquele que contém a velocidade tangencial do veículo neste ponto da curva. A Figura 3.5 mostra estes planos bem como o ângulo de escorregamento lateral do veículo, representado pela letra grega “ $\beta$ ”.

FIGURA 3.5: ÂNGULO DE ESCORREGAMENTO LATERAL DO VEÍCULO



FONTE: O AUTOR

Matematicamente, este ângulo é definido conforme a Equação 3.2 (GILLESPIE, 1992).

$$\beta_s = \text{tg}^{-1}\left(\frac{v_s}{u_s}\right) \quad (3.2)$$

### 3.4 ÂNGULO DE ESCORREGAMENTO DOS PNEUS

Quando um veículo está executando uma manobra direcional a baixa velocidade, tanto os pneus do eixo dianteiro quanto os do eixo traseiro, executam um rolamento puro, segundo o seu plano de rolagem, e a sua velocidade de deslocamento é coincidente com o seu plano de rolagem e tangente ao raio da curva.

Porém, à medida que a velocidade aumenta, efeitos de inércia começam a ficar aparentes, e o pneu já não efetua somente um movimento de rolagem. À medida que o pneu executa um movimento de rolamento em seu plano transversal, ele é “empurrado” para fora da circunferência, aparecendo um segundo movimento, o de escorregamento lateral do pneu.

Então, o movimento resultante do pneu deixa de ser coincidente com o seu plano de rolagem, e, portanto, a sua velocidade de deslocamento já não é mais coincidente com o seu plano de rolamento. A Figura 3.6 mostra esta nova situação.

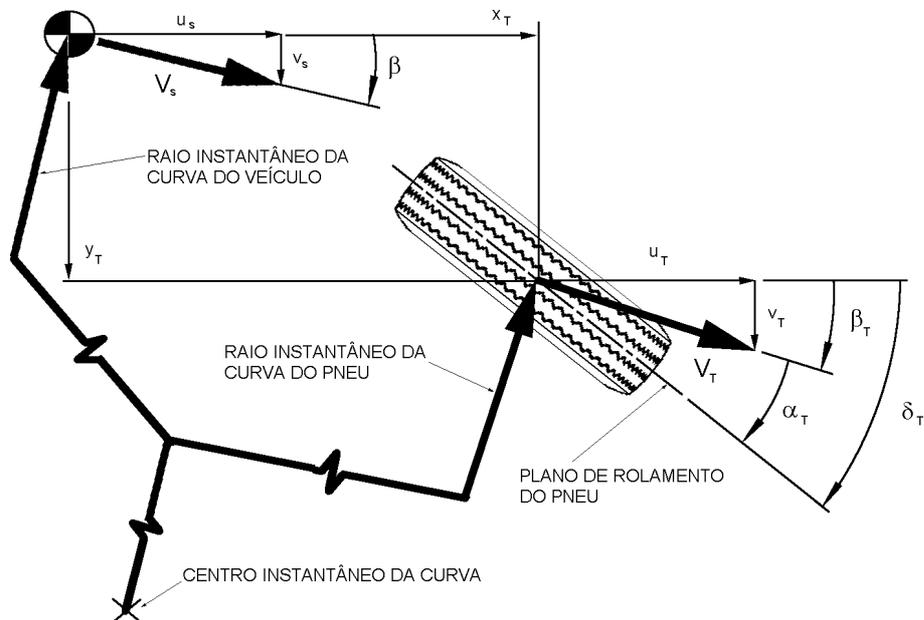
A velocidade do pneu “ $v_T$ ”, tangente ao raio da curva, está posicionada à um determinado ângulo em relação ao plano de rolamento do pneu. A este ângulo dá-se o nome de “*ângulo de escorregamento do pneu*”. Matematicamente é definido pela Equação 3.3.

$$\alpha_T = \delta_{RS} - \text{tg}^{-1}\left(\frac{v_T}{u_T}\right) \quad (3.3)$$

As velocidades “ $v_T$ ” e “ $u_T$ ” da Equação acima podem ser expressas em função das velocidades “ $v_s$ ”, “ $u_s$ ” e “ $r_s$ ” e da posição do centro do pneus em relação ao centro de gravidade do veículo, desta forma, esta equação pode ser reescrita da seguinte forma (SMITH E STARKEY, 1995):

$$\alpha_T = \delta_{RS} - \text{tg}^{-1} \left( \frac{v_s + xp_T \cdot r_s}{u_s - yp_T \cdot r_s} \right) \quad (3.4)$$

FIGURA 3.6: ÂNGULO DE ESCORREGAMENTO DOS PNEUS



FONTE: O AUTOR

### 3.5 TAXA DE ESCORREGAMENTO LONGITUDINAL DOS PNEUS

Quando um pneu está se deslocando e, no seu plano de rolamento, é observada a relação matemática de igualdade entre a sua velocidade de translação, tomada no seu centro de rolamento, e o produto da velocidade angular pelo o raio dinâmico do pneu, ou seja,  $U_{TH} = R_T \cdot w_T$ , diz-se que o pneu está na condição de movimento de rolamento puro.

Porém, quando um torque externo atua na roda, e esta relação matemática de igualdade deixa de existir, diz-se que há um movimento de escorregamento longitudinal. Este escorregamento longitudinal é definido como um percentual em relação à rolagem pura, e será chamado, neste trabalho, de taxa de escorregamento, “*SR*”. Matematicamente, é definida pelas Equações 3.5 e 3.6 (SMITH e STARKEY, 1995), conforme for o caso de movimento de aceleração ou de frenagem.

- Para frenagem:

$$SR = 1 - \left( \frac{R_T \cdot \omega_T}{U_{TH}} \right) \quad (3.5)$$

- Para aceleração:

$$SR = 1 - \left( \frac{U_{TH}}{R_T \cdot \omega_T} \right) \quad (3.6)$$

O termo “ $U_{TH}$ ” que, conforme dito anteriormente, representa a velocidade de translação do centro do pneu medida no seu plano de rolamento, pode ser expressa em função das velocidades da massa suspensa, posição do pneu e do seu ângulo de esterçamento, conforme mostra a Equação 3.7 (SMITH e STARKEY, 1995).

$$U_{TH} = (u_s - y_{p_T} \cdot r_s) \cdot \cos \delta_{RS} + (v_s + x_{p_T} \cdot r_s) \cdot \sen \delta_{RS} \quad (3.7)$$

### 3.6 ACELERAÇÃO ANGULAR DOS PNEUS

Conforme dito anteriormente, o surgimento do escorregamento longitudinal dos pneus deve-se à aplicação de um torque externo.

Este torque pode atuar no sentido de acelerar o pneu, neste caso chama-se de torque trativo, ou pode atuar no sentido de diminuir a sua velocidade de rotação, neste caso chama-se de torque de frenagem.

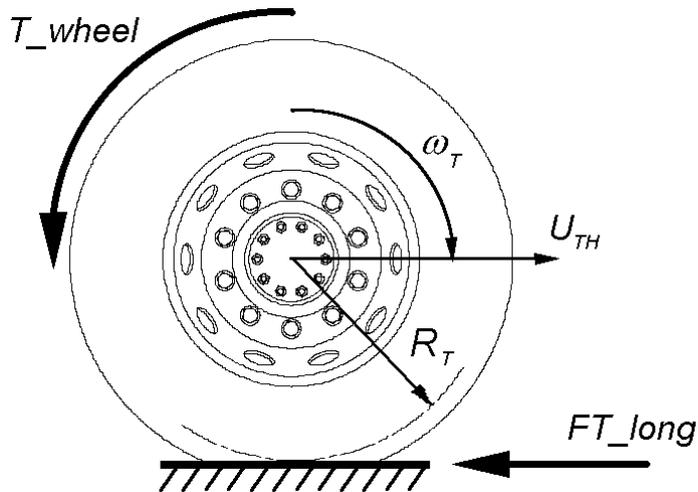
Neste trabalho, o torque de tração aplicado ao pneu será tal que compense o arraste causado pelas forças aerodinâmicas, tendo, portanto, a função única de manter a velocidade do veículo constante. Esta hipótese é viável, haja vista que, quando em manobras direcionais de emergência, raramente procura-se ganhar velocidade pressionando-se o acelerador.

Quanto um torque é aplicado à roda esta experimenta uma aceleração, ou desaceleração angular. A fim de criar uma equação que relacione estas duas variáveis, desenvolve-se, com o auxílio da Figura 3.7, a equação do movimento para o pneu a partir do somatório dos torques atuantes tomados no seu centro, obtendo-se, após um pequeno rearranjo das variáveis que:

$$\dot{\omega}_T = \frac{(T_{wheel} - FT_{long} \cdot R_T)}{I_T} \quad (3.8)$$

No trabalho desenvolvido por SMITH e STARKEY (1995) foi considerado a não concordância das linhas de ação da força peso e de sua reação aplicada pelo solo ao pneu. Este desalinhamento dá origem a um torque de resistência ao rolamento, porém, neste trabalho, esta variável não será levada em consideração, haja vista que o seu valor é pequeno em relação ao torque de frenagem de emergência aplicado pelo sistema de freios. Isto é corroborado por DIXON (1999): *“The rolling resistance is a relative small force and not of decisive importance in most handling problems;...”*. Isto também é corroborado pelo trabalho desenvolvido por WADE-ALLEN, ROSENTHAL e SZOSTAK (1987), que também não consideraram tal desalinhamento.

FIGURA 3.7: PNEU ROLANDO SOB AÇÃO DE UM TORQUE DE FRENAGEM



FONTE: O AUTOR

Deve-se observar que o torque na Equação 3.8 refere-se ao valor disponível em cada roda, e não no eixo. O projeto do sistema de freio para veículos deve ser feito de tal forma que, com a aplicação de pressão sobre o pedal de freio pelo motorista, o torque de frenagem disponível para as rodas dianteiras e traseiras seja tal que a máxima performance de frenagem seja atingida, ou seja, nesta situação todos os pneus do veículo estariam desenvolvendo a máxima força de frenagem possível.

O torque de frenagem é diferente para o eixo dianteiro e o eixo traseiro, uma vez que, durante a frenagem, há uma redistribuição de cargas sobre os pneus alterando o carregamento estático, ou seja, parte do carregamento presente no eixo traseiro na condição estática é transferido para o eixo dianteiro. Desta forma, a força normal cresce no eixo dianteiro e diminui no eixo traseiro, e, portanto, a capacidade de frenagem modifica-se da mesma forma.

A esta diferença de torque de frenagem disponíveis nos eixos dá-se o nome de balanceamento de frenagem, ou proporcionalidade de frenagem (GILLESPIE, 1992).

Desta forma, o torque de frenagem disponível para cada eixo deve respeitar as seguintes relações (SMITH e STARKEY, 1995).

$$T_{axl} = Bb \cdot T_{brk} = 2 \cdot T_{wheel} \quad (3.9)$$

### 3.7 TRANSFERÊNCIA DINÂMICA DE PESO

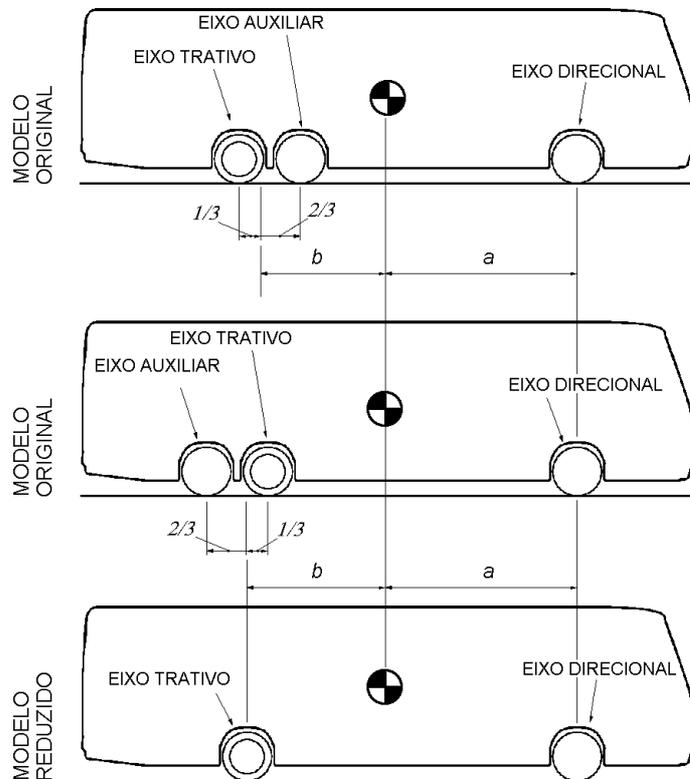
Quando um veículo executa uma frenagem e/ou uma curva, o carregamento sobre os pneus é alterado em relação ao que se apresentava enquanto o veículo estava sob condição estática.

Esta transferência de peso é dinâmica. Porém, para efeitos de simplificação do modelo computacional, será empregada uma transferência de peso quase estática, conforme adotado por SMITH e STARKEY (1995), WADE-ALLEN, ROSENTHAL e SZOSTAK (1987) e por JANG e KARNOPP (2000).

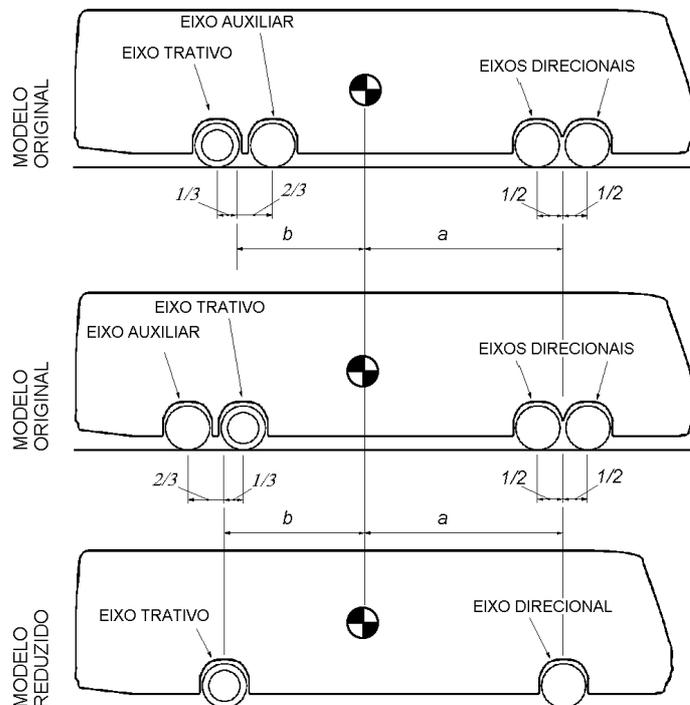
O modelo proposto por estes pesquisadores foi desenvolvido para um veículo com arranjo de eixo do tipo 4x2. Como outros arranjos de eixo serão estudados neste trabalho faz-se necessário, somente para efeitos de redistribuição do carregamento sobre os pneus, uma redução temporária do arranjo de eixo tipo 6x2 e 8x2 para o arranjo 4x2. Depois de calculada a redistribuição de peso, o modelo numérico retorna ao arranjo de eixos original. A Figura 3.8 ilustra como será feita esta redução:

FIGURA 3.8: REDUÇÃO DOS ARRANJOS DE EIXO DE PARA 4X2

a) de 6x2 para 4x2



b) de 8x2 para 4x2



FONTE: O AUTOR

Depois de efetuada esta redução, aplica-se as Equações apresentadas por SMITH e STARKEY (1995), repetidas aqui nas Equações 3.10 a 3.13, com alterações na simbologia a fim de adequar-se às variáveis utilizadas neste trabalho. Tais Equações foram reescritas aplicando-se a hipótese simplificadora de pequenos ângulos, onde “ $\text{seno}(\phi) \approx \phi$ ”.

- Para o pneu dianteiro esquerdo (sub índice “FL”):

$$FT_{\text{vert}_{FL}} = \frac{m_{\text{tot}} \cdot g}{2} \left[ \frac{b}{a+b} - \frac{\dot{u}_s - v_s \cdot r_s}{g} \cdot \frac{h_{CG}}{a+b} + RSR_F \cdot \left( \frac{h_{CG} \cdot ay_{SS}}{Tw \cdot g} - \frac{m_s \cdot zp_{CGs} \cdot \phi_s}{m_{\text{tot}} \cdot Tw} \right) \right] \quad (3.10)$$

- Para o pneu dianteiro direito (sub índice “FR”):

$$FT_{\text{vert}_{FR}} = \frac{m_{\text{tot}} \cdot g}{2} \left[ \frac{b}{a+b} - \frac{\dot{u}_s - v_s \cdot r_s}{g} \cdot \frac{h_{CG}}{a+b} - RSR_F \cdot \left( \frac{h_{CG} \cdot ay_{SS}}{Tw \cdot g} - \frac{m_s \cdot zp_{CGs} \cdot \phi_s}{m_{\text{tot}} \cdot Tw} \right) \right] \quad (3.11)$$

- Para o pneu traseiro esquerdo (sub índice “RL”):

$$FT_{\text{vert}_{RL}} = \frac{m_{\text{tot}} \cdot g}{2} \left[ \frac{a}{a+b} + \frac{\dot{u}_s - v_s \cdot r_s}{g} \cdot \frac{h_{CG}}{a+b} + RSR_R \cdot \left( \frac{h_{CG} \cdot ay_{SS}}{Tw \cdot g} - \frac{m_s \cdot zp_{CGs} \cdot \phi_s}{m_{\text{tot}} \cdot Tw} \right) \right] \quad (3.12)$$

- Para o pneu traseiro direito (sub índice “RR”):

$$FT_{\text{vert}_{RR}} = \frac{m_{\text{tot}} \cdot g}{2} \left[ \frac{a}{a+b} + \frac{\dot{u}_s - v_s \cdot r_s}{g} \cdot \frac{h_{CG}}{a+b} - RSR_R \cdot \left( \frac{h_{CG} \cdot ay_{SS}}{Tw \cdot g} - \frac{m_s \cdot zp_{CGs} \cdot \phi_s}{m_{\text{tot}} \cdot Tw} \right) \right] \quad (3.13)$$

Onde:

$$ay_{SS} = v_s + u_s \cdot r_s + \frac{m_s}{m_{\text{tot}}} \cdot zp_{CGs} \cdot \dot{p}_s \quad (3.14)$$

### 3.8 FORÇAS LATERAIS E LONGITUDINAIS: O MODELO DO PNEU

Quando um veículo está executando uma curva numa velocidade tal que os efeitos dinâmicos começam a se tornar significativos, e os pneus começam a se deslocar num plano diferente de seu plano de rolagem dando origem ao ângulo de escorregamento, inicia-se, então, o desenvolvimento de forças laterais nos pneus. Estas forças são responsáveis em manter o veículo em trajetória curvilínea.

De forma semelhante, quando o motorista utiliza os freios, os pneus sofrem uma desaceleração angular provocada pela ação do torque de frenagem. Esta desaceleração provoca uma alteração da velocidade angular do pneu, que é traduzida por um escorregamento longitudinal, gerando uma força também longitudinal contrária ao movimento do veículo, ou seja, uma força de frenagem.

Por outro lado, quando o motorista aciona o pedal do acelerador, um torque de tração atua sobre o pneu, provocando uma aceleração angular, que, por fim, também é traduzida em um escorregamento longitudinal e na geração de uma força longitudinal de tração.

A fim de se construir um modelo matemático que reproduza o comportamento dinâmico de um veículo, é necessário que se determine uma expressão que relacione o ângulo de escorregamento com a força lateral e outra que relacione a taxa de escorregamento longitudinal com força de frenagem ou de aceleração, ou seja, é necessário desenvolver-se um modelo para o pneu.

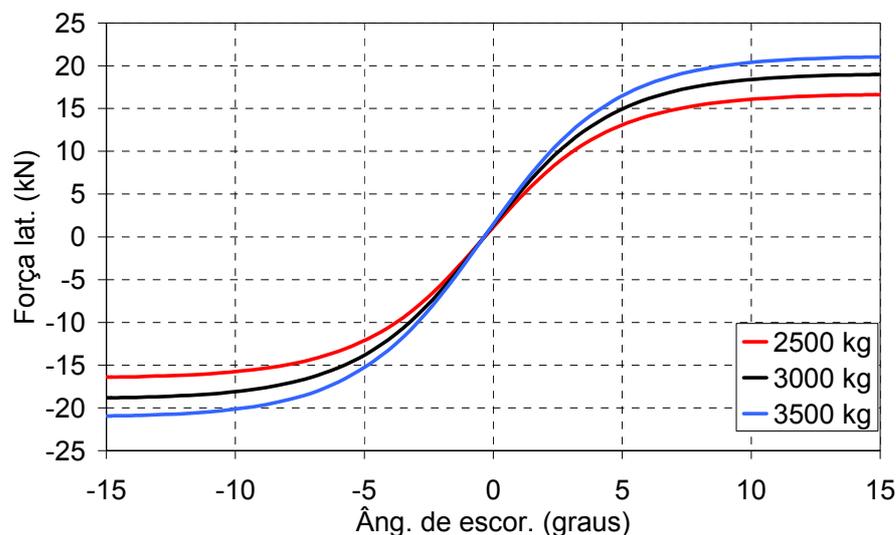
O modelo mais simples que relaciona estas variáveis é o modelo linear que estabelece a seguinte relação para a força lateral (ELLIS, 1995):

$$F_{T\_lat} = C_{L_T} \cdot \alpha_T \quad (3.15)$$

Neste modelo, a força lateral está desacoplada do carregamento vertical sobre o pneu, e também, esta força é tão maior quanto maior for o seu ângulo de escorregamento, não havendo limitação para a sua magnitude.

Sabe-se que a força lateral desenvolvida por um pneu não é infinita, e tão pouco independente do carregamento sobre este (ELLIS, 1995; MILLIKEN, 1995; DIXON, 1996; GILLESPIE, 1992; BASTOW, 1993). A Figura 3.9 mostra a interdependência entre estas variáveis.

FIGURA 3.9: FORÇA LATERAL DESENVOLVIDA PELO PNEU PIRELLI FH55 EM FUNÇÃO DO ÂNGULO DE ESCORREGAMENTO E DO CARREGAMENTO VERTICAL



FONTE: O AUTOR (A PARTIR DE DADOS FORNECIDOS PELA EMPRESAR PIRELLI S.A.)

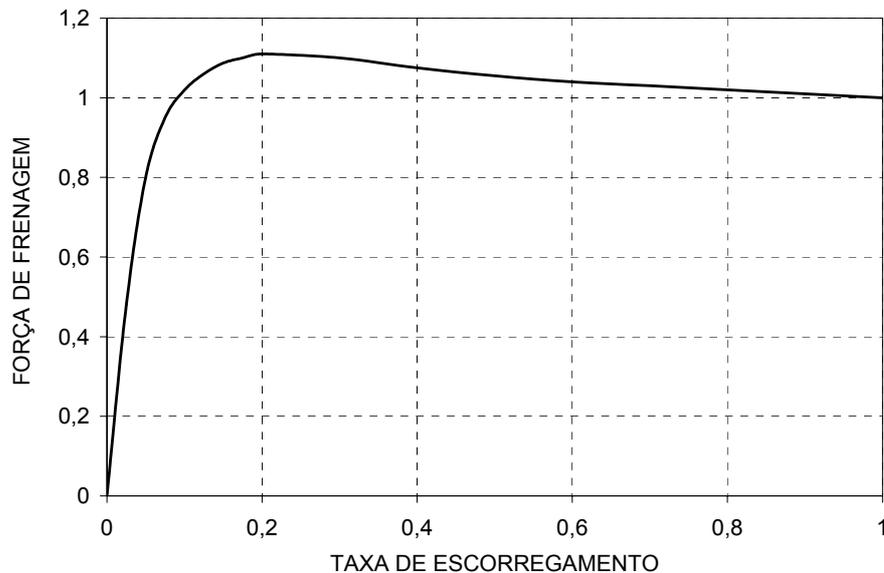
De forma semelhante, a força de frenagem também não é infinita e independente do carregamento vertical sobre o pneu. A Figura 3.10 mostra a força de frenagem em função da taxa de escorregamento longitudinal e do carregamento vertical de um determinado pneu.

Existe ainda um outro fator que deve ser levado em consideração, em especial para o desenvolvimento do modelo numérico não linear. Sabe-se que o pneu é capaz

de desenvolver uma certa força resultante máxima, portanto, as forças lateral e de frenagem estão acopladas entre si.

Em situações extremas, pode-se ter a máxima força de frenagem atuante, neste caso, o pneu não é capaz de desenvolver qualquer força lateral, ou seja, o veículo não seria capaz de fazer uma curva. Por outro lado, para uma máxima força lateral possível para o pneu, e portanto uma máxima performance em curvas, o pneu não poderá desenvolver qualquer força longitudinal, quer de frenagem quer de aceleração.

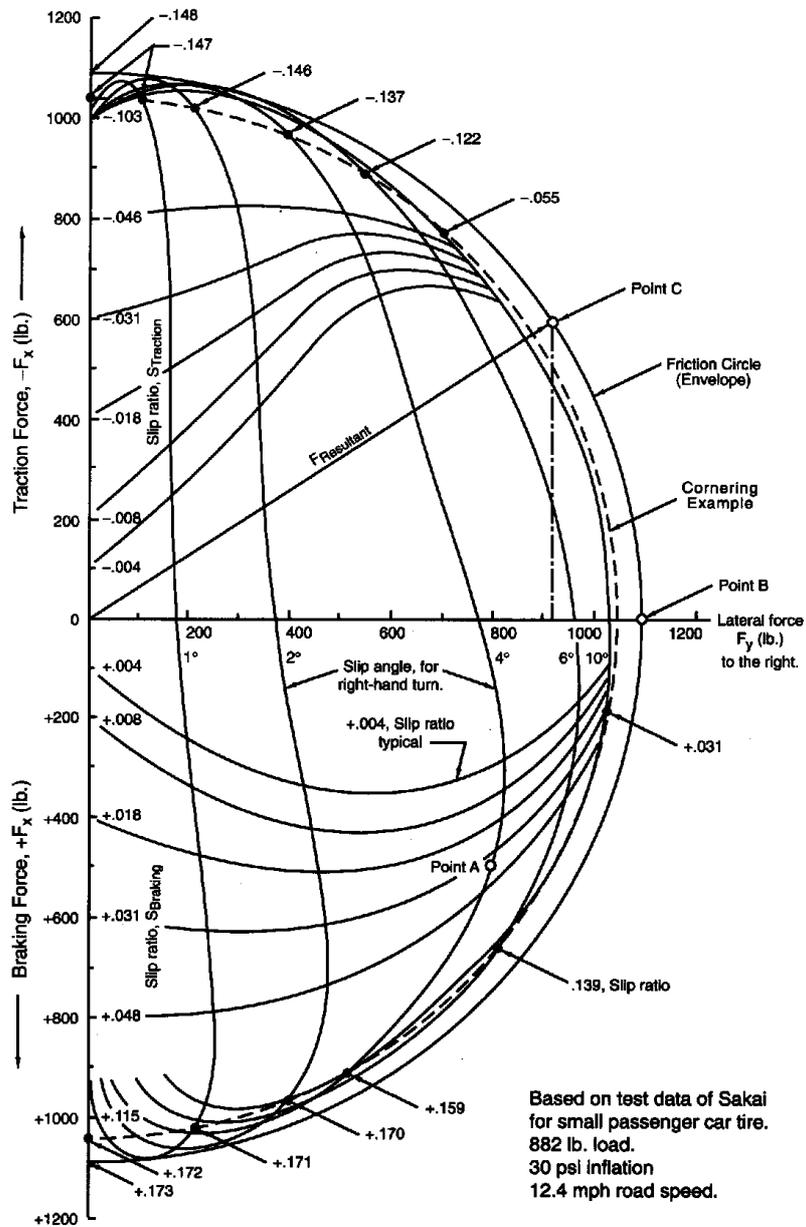
FIGURA 3.10: FORÇA DE FRENAGEM DESENVOLVIDA POR UM PNEU EM FUNÇÃO DA TAXA DE ESCORREGAMENTO LONGITUDINAL E DO CARREGAMENTO VERTICAL



FONTE: BAKKER, NYBORG E PACEJKA, 1987

Existe, então, um compromisso entre força longitudinal e força lateral (ELLIS, 1995; MILLIKEN, 1995; GILLESPIE, 1992; DIXON, 1996; BASTOW, 1993). Esta relação é mostrada por intermédio de um diagrama denominado de Círculo de Fricção ou Elipse de Fricção, mostrado na Figura 3.11.

FIGURA 3.11: ELIPSE DE FRICÇÃO



FONTE: MILLIKEN, 1995

O entendimento desta figura segue conforme descrito em MILLIKEN (1995), onde, caso o veículo esteja executando uma manobra direcional na qual o pneu esteja sujeito a um ângulo de escorregamento (“*Slip Angle*”) de “ $\alpha=4^\circ$ ”, juntamente com uma taxa de escorregamento longitudinal (“*Slip ratio*”) de, aproximadamente, “ $SR=0,036$ ”, estaria exercendo uma força lateral (“*Lateral Force*”) próxima de

“ $FT_{lat}=800lb$ ” e uma de frenagem (“*Brake Force*”) de “ $FT_{brk}=500lb$ ”. Esta condição está apontada na figura como o ponto “A”. Esta condição não é extrema do pneu, ao contrário dos pontos “B” e “C”, onde, no primeiro, o pneu estaria em seu máximo desempenho para geração de força lateral, porém, sem capacidade de exercer força de tração (“*Traction Force*”) ou de frenagem. Se nesta condição o motorista acelerar o veículo de tal forma que o pneu exerça uma força de tração de 600lb, a força lateral disponível cairia para, aproximadamente, 920lb, o que está representado pelo ponto “C”.

Esta transição do ponto “B” para o ponto “C” é observada quando o piloto de um automóvel de corridas, um Formula 1 por exemplo, está fazendo uma curva. Caso ele acelere um pouco além do que deveria, a capacidade de força lateral cai, e o veículo não consegue fazer a curva.

Existem vários modelos que representam matematicamente esta cumplicidade entre a força lateral e a longitudinal, quer de frenagem quer de tração, desenvolvidas pelo pneu, para diferentes carregamentos verticais. Podem-se citar o modelo de Segel (RAMANATA et al, 2003), o modelo de Sakai (SHILLER e SUNDAR, 1998) e o modelo BNP, assim chamado devido as iniciais dos pesquisadores que o conceberam, Egbert Bakker, Lars Nyborg e Hans Pacejka (BAKKER, NYBORG e PACEJKA, 1987). Neste trabalho será utilizado o modelo do pneu de Dugoff (SMITH e STARKEY, 1995 e SHILLER e SUNDAR, 1998).

Segundo MAALEJ<sup>7</sup>, citado por SHILLER e SUNDAR (1998), o modelo de Sakai se aproxima melhor dos dados experimentais do que o modelo de Dugoff, entretanto, este último é de fácil aplicação e subestima as forças realmente desenvolvidas pelo pneu. Desta forma, os limites operacionais de um veículo determinados por um modelo numérico que utilize Dugoff serão mais conservadores, e, portanto, mais seguros.

---

<sup>7</sup> MAALEJ, A. Y.; GUENTHER, D. A.; ELLIS, J. R. Experimental development of tire force and moment models. **International Journal of Vehicle Design**. v. 10, n. 1, p. 34-50. 1989.

O modelo de Dugoff define a força lateral e a força longitudinal, quer de frenagem quer de tração, como:

$$FT_{lat} = \frac{CL_T \cdot tg(\alpha_T)}{1 - SR} f(S) \quad (3.16)$$

$$FT_{long} = \frac{Ci_T \cdot SR}{1 - SR} f(S) \quad (3.17)$$

Onde:

$$f(S) = \begin{cases} S \cdot (2 - S) & \text{se } S < 1 \\ 1 & \text{se } S > 1 \end{cases}$$

e

$$S = \frac{\mu_T \cdot FT_{vert} \cdot [1 - \varepsilon_r \cdot U_{TH} \cdot \sqrt{SR^2 + tg^2(\alpha_T)}] \cdot (1 - SR)}{2 \cdot \sqrt{Ci_T \cdot SR^2 + CL_T^2 \cdot tg^2(\alpha_T)}}$$

Convém salientar que o modelo de Dugoff fornece somente o módulo da força longitudinal. É necessário tratar o sentido de atuação desta força separadamente, trabalhando com a adição de sinais “positivo” ou “negativo” ao seu módulo, de forma a adequar a convenção de sentidos adotada.

Este modelo é capaz de localizar o ponto de operação do pneu sob condições combinadas, ou seja, ele indica se o pneu estaria interno a elipse de fricção, como por exemplo, o ponto “A” da Figura 3.11, ou em algum ponto sobre a extremidade desta elipse, como por exemplo, os pontos “B” e “C” desta mesma figura.

Conforme descrito em SHILLER e SUNDAR (1998), é possível reproduzir-se a elipse de fricção utilizando-se as Equações 3.16 e 3.17, conforme segue.

As forças “ $FT_{lat}$ ” e “ $FT_{long}$ ” relacionam-se segundo a equação da elipse da seguinte forma:

$$\left( \frac{FT\_long}{FT\_long_{max}(\alpha_T)} \right)^2 + \left( \frac{FT\_lat}{FT\_lat_{max}(\alpha_T)} \right)^2 = 1 \quad (3.18)$$

Onde “ $FT\_lat_{max}$ ” é determinada a partir da Equação 3.16, com “ $SR=0$ ”, o que fornece:

$$FT\_lat_{max} = CL_T \cdot tg(\alpha_T) \cdot f(S_{SR=0})$$

e

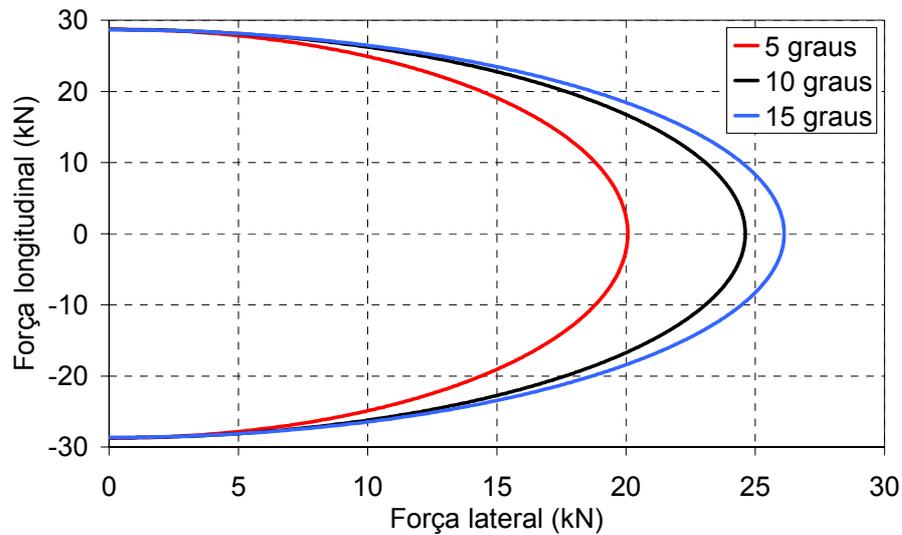
$$S_{SR=0} = \frac{\mu_T \cdot FTz \cdot (1 - \varepsilon_r \cdot \sqrt{1 + tg^2(\alpha_T)})}{2 \cdot CL_T \cdot tg(\alpha_T)}$$

Por sua vez, “ $FT\_long_{max}$ ” é obtida a partir da Equação 3.17 fazendo “ $SR \rightarrow 1$ ”, o que fornece:

$$FT\_long_{max}(\alpha_T) = \lim_{SR \rightarrow 1} F_{long} = \frac{Ci_T \cdot \mu_T \cdot FTz \cdot (1 - \varepsilon_r \cdot \sqrt{1 + tg^2(\alpha_T)})}{\sqrt{Ci_T^2 + CL_T^2 \cdot tg^2 \alpha_T}}$$

Com estas Equações é possível construir a elipse de fricção. A Figura 3.12 mostra esta elipse para o pneu Pirelli FH55, para uma carga vertical de 3500kg, e demais parâmetros conforme apresentados no Apêndice 2.

FIGURA 3.12: ELIPSE DE FRICÇÃO PARA O PNEU PIRELLI FH55



FONTE: O AUTOR

Comparando-se os valores obtidos para a máxima força lateral a partir da elipse de fricção com aqueles apresentados na Figura 3.9, observa-se que eles são diferentes. Isso se deve, em grande parte, ao desconhecimento, por exemplo, do coeficiente de atrito pneu/solo utilizado na construção das curvas da Figura 3.9.

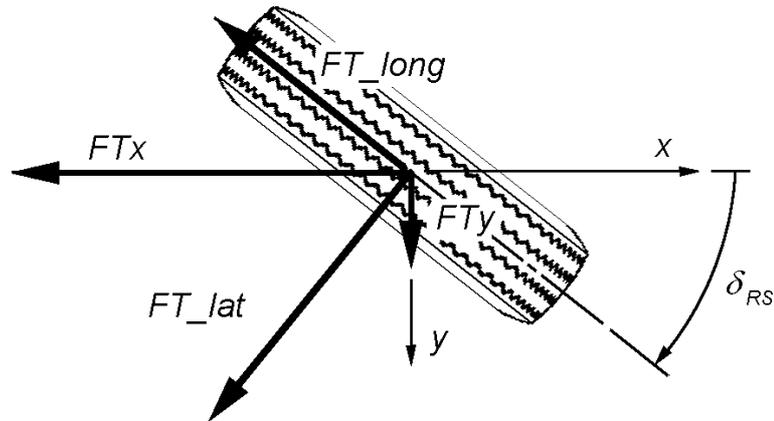
### 3.9 FORÇAS DO PNEU EM “x” E EM “y”

Quando o motorista do veículo gira a direção, os pneus direcionais do veículo são acionados, e o plano de rolamento do pneu passa a ter um determinado ângulo com o plano longitudinal do veículo: a este ângulo dá-se o nome de ângulo de esterçamento<sup>8</sup>. A Figura 3.13 mostra um esquema para a representação deste ângulo.

---

<sup>8</sup> Veja o Capítulo 3.1 sobre ângulo de esterçamento

FIGURA 3.13: DECOMPOSIÇÃO DE FORÇAS DO PNEU



FONTE: O AUTOR

Decompondo-se as forças lateral e longitudinal do pneu, obtém-se que:

$$FT_y = FT\_long \cdot \text{sen}(\delta_{RS}) + FT\_lat \cdot \text{cos}(\delta_{RS}) \quad (3.19)$$

$$FT_x = FT\_long \cdot \text{cos}(\delta_{RS}) - FT\_lat \cdot \text{sen}(\delta_{RS}) \quad (3.20)$$

### 3.10 FORÇAS DO PNEU EM “z”

Para a análise do comportamento dinâmico do veículo quando trafegando em pista reta com irregularidades no pavimento, é necessário estabelecer-se um modelo que represente as forças verticais desenvolvidas pelos pneus sobre as massas não suspensas.

O modelo que será adotado é o de um sistema “*mola + amortecedor*”, com comportamento linear, dispostos em paralelo (BARBIERI, 1989). Desta forma, os pneus exercerão sobre as massas não suspensas forças de mola e de amortecimento definidas, respectivamente, da seguinte forma:

$$FT_{z_K} = CK_T \cdot dR_T \quad (3.21)$$

$$FTz_D = CD_T \cdot \dot{dR}_T \quad (3.22)$$

O coeficiente de rigidez vertical do pneu é afetado por sua pressão interna, que, por sua vez, é ajustada em função do carregamento vertical e de sua velocidade durante a aplicação. A Tabela 3.1 mostra, a partir de informações colhidas em vários catálogos de fornecedores de pneus, valores aproximados da rigidez vertical para várias pressões internas recomendadas para uma velocidade de aplicação de 80 km/h.

TABELA 3.1: VALORES DE RIGIDEZ VERTICAL PARA PNEU 295/80R22,5 152/148M EM FUNÇÃO DA SUA PRESSÃO INTERNA

Pressão interna	Carga Vertical (kg)	$CK_T$ (N/m)
86 psi (591 kPa)	2550	790000
100 psi (680 kPa)	3000	890000
114 psi (789 kPa)	3300	990000
122 psi (838 kPa)	3550	1060000

FONTE: O AUTOR

É grande a falta de dados publicados em relação ao valor do coeficiente de amortecimento de pneus. Um valor de referência é apresentado por HORTON e CROLLA<sup>9</sup>, citado por BARBIERI (1989), onde “ $CD_T = 3500 \text{ N.s/m}$ ”.

---

<sup>9</sup> HORTON, D. N. L.; CROLLA, D. A. Theoretical analysis of a semi-active suspension fitted to an off-road vehicle. **Vehicle System Dynamics**. p. 351-374. 1986.

## 4 MODELO MATEMÁTICO PARA VEÍCULO TRAFEGANDO EM PISTA RETA COM PAVIMENTO IRREGULAR

Neste capítulo será mostrado como o veículo foi modelado para simular o seu comportamento dinâmico quando trafegando em pista reta com irregularidades no pavimento.

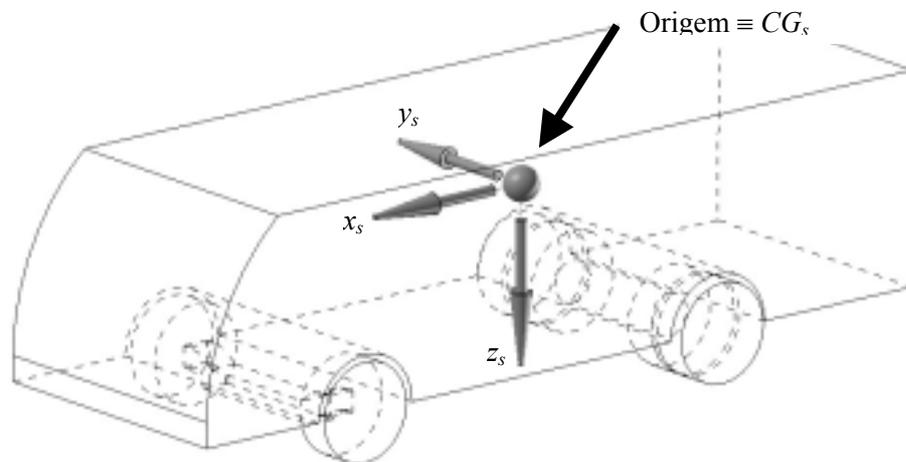
Primeiramente, será apresentado o sistema de coordenadas utilizado, na seqüência, será mostrada a obtenção das equações do movimento para a massa suspensa, para as massas não suspensas, e para o veículo como um todo.

### 4.1 SISTEMAS DE COORDENADAS

Para a análise do comportamento dinâmico do veículo em pista reta com excitação proveniente das irregularidades do pavimento, adotou-se um sistema de coordenadas móvel para a massa suspensa, ou seja, solidário ao movimento do veículo, com eixos coordenados “ $x_s y_s z_s$ ” (caracteres minúsculos). A Figura 4.1 ajuda entender o seu posicionamento. A origem deste sistema é coincidente com o centro de gravidade da massa suspensa.

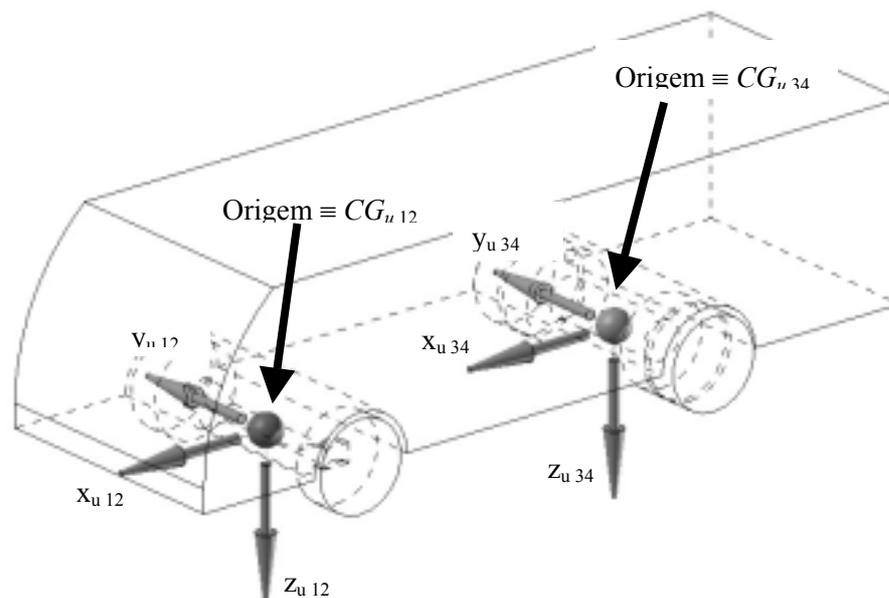
Para as massas não suspensas foram adotados sistemas de eixos coordenados “ $x_u y_u z_u$ ”, com orientação semelhantes ao da massa suspensa e com origem coincidente com os centros de gravidade das massas não suspensas. Estes eixos estão representados na Figura 4.2

FIGURA 4.1: SISTEMA DE COORDENADAS MÓVEL DA MASSA SUSPensa PARA ESTUDO DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DO VEÍCULO EM LINHA RETA



FONTE: O AUTOR

FIGURA 4.2: SISTEMA DE COORDENADAS MÓVEL DAS MASSAS NÃO SUSPENSAS PARA O MODELO EM PISTA RETA



FONTE: O AUTOR

Será adotado, também, um sistema de coordenadas fixo, ou seja, sem movimento, de eixos coordenados “ $X Y Z$ ” (caracteres maiúsculos). Este sistema coincide com o móvel quando o veículo está em repouso (antes de iniciar o movimento).

## 4.2 ACELERAÇÕES NOS SISTEMAS DE COORDENADAS MÓVEIS

O sistema de coordenadas móvel para a massa suspensa terá três graus de liberdade, ou seja, poderá deslocar-se verticalmente na direção “ $z_s$ ”, girar em torno do eixo “ $x_s$ ” de um ângulo “ $\phi_s$ ”, e girar em torno do eixo “ $y_s$ ” de um ângulo “ $\theta_s$ ”.

Como o desenvolvimento das equações do movimento para a massa suspensa será feito em relação a este sistema móvel, é necessário que as acelerações, lineares e angulares, sejam desenvolvidas levando-se em consideração a característica de mobilidade deste sistema.

Considerando-se os graus de liberdade do eixo móvel para a massa suspensa, e assumindo que sua orientação coincide com os eixos principais de inércia do veículo, e ainda que sua origem coincida com o centro de gravidade da massa suspensa, as equações dos movimentos são descritas por (ELLIS, 1995):

$$\sum Fz_s = m_s \cdot az_s = m_s \cdot (\dot{w}_s - u_s \cdot q_s) \quad (4.1)$$

$$\sum Mx_s = Ix_s \cdot \dot{p}_s \quad (4.2)$$

$$\sum My_s = Iy_s \cdot \dot{q}_s \quad (4.3)$$

Para as massas não suspensas é necessário um procedimento semelhante, porém, neste caso, o sistema de coordenadas possuirá os graus de liberdade de deslocamento vertical ao longo do eixo “ $z_u$ ” e de rotação “ $\phi_u$ ” em torno do eixo “ $x_u$ ”.

Neste caso, as Equações dos movimentos são (ELLIS, 1995):

$$\sum Fz_u = m_u \cdot az_u = m_u \cdot \dot{w}_u \quad (4.4)$$

$$\sum Mx_u = Ix_u \cdot \dot{p}_u \quad (4.5)$$

### 4.3 FORÇAS NOS FOLES DE AR, AMORTECEDORES, PNEUS E BARRAS ESTABILIZADORAS

Com a ação das imperfeições do pavimento sobre os pneus, tanto as massas não suspensas quanto a massa suspensa movimentam-se segundo os graus de liberdade definidos anteriormente. Estes movimentos relativos dos corpos resultam em deslocamentos e velocidades nas suspensões, que são traduzidos no desenvolvimento de forças nos foles de ar, nos amortecedores, nos pneus e nas barras de torção.

Para o estabelecimento das Equações do movimento, é necessário que sejam desenvolvidas expressões que relacionem os graus de liberdade com os deslocamentos e velocidades nas suspensões.

Segundo BARBIERI (1989) e DEMIĆ (1997), considerando-se pequenos movimentos angulares, e apenas o deslocamento e velocidade da suspensão na direção vertical, tem-se, com a ajuda das Equações 2.1 e 2.2, que:

- Força do amortecedor:

$$FD = CD \cdot ((w_s - w_u) - xp_D \cdot q_s + yp_D \cdot (p_s - p_u)) + BD \quad (4.6)$$

- Força dos foles de ar:

$$FAS = CK \cdot ((dz_s - dz_u) - xp_K \cdot \theta_s + yp_K \cdot (\phi_s - \phi_u)) + BB \quad (4.7)$$

Para as forças verticais desenvolvidas pelos pneus, segundo BARBIERI (1989) e DEMIĆ (1997), novamente, considerando-se pequenos deslocamentos angulares, tem-se, com o auxílio das Equações 3.21 e 3.22, que:

- Força de amortecimento desenvolvida pelos pneus:

$$FTz_D = CD_T \cdot d\dot{R}_T = CD_T \cdot \left( w_u - \dot{E}_T + yp_T \cdot p_u \right) \quad (4.8)$$

- Força de mola desenvolvida pelos pneus:

$$FTz_K = CK_T \cdot dR_T = CK_T \cdot (dz_u - E_T + yp_T \cdot \phi_u) \quad (4.9)$$

As barras estabilizadoras também exercem forças sobre a massa suspensa e não suspensa. Com o auxílio da Equação 2.3 e assumindo-se pequenos deslocamentos angulares, pode-se escrever que:

$$MSB = CSB \cdot d\phi_A = CSB \cdot (\phi_s - \phi_u) \quad (4.10)$$

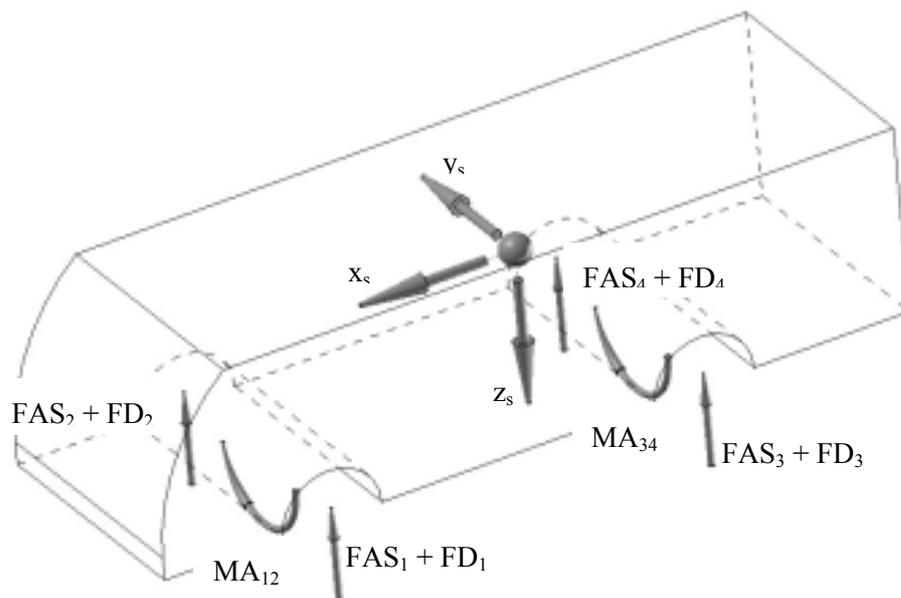
#### 4.4 EQUAÇÕES DO MOVIMENTO

As Equações do movimento serão estabelecidas baseadas no sistema de coordenadas móvel. Inicialmente, serão desenvolvidas para a massa suspensa e massas não suspensas, separadamente. Finalmente, estas Equações serão agrupadas para representar o veículo como um todo.

##### 4.4.1 Equações do movimento para a massa suspensa

Inicialmente, desenvolve-se um diagrama do corpo livre para a massa suspensa. Este diagrama é construído com a ajuda da Figura 4.1 e está mostrado na Figura 4.3.

FIGURA 4.3 DIAGRAMA DO CORPO LIVRE PARA A MASSA SUSPENSA



FONTE: O AUTOR

Com o auxílio deste diagrama desenvolve-se, a partir das Equações 4.1 até 4.3, o somatório de forças na direção “ $z_s$ ” e os somatórios dos momentos em torno dos eixos “ $x_s$ ” e “ $y_s$ ”, obtendo-se, respectivamente:

$$-\sum_{k=1}^{N_{AS}} FAS_k - \sum_{k=1}^{N_D} FD_k = m_s \cdot (\dot{w}_s - u_s \cdot q_s) \quad (4.11)$$

$$-\sum_{k=1}^{N_{AS}} (FAS_k \cdot yp_{Kk}) - \sum_{k=1}^{N_D} (FD_k \cdot yp_{Dk}) - \sum_{ij=12}^{MN_u} MSB_{ij} = Ix_s \cdot \dot{p}_s \quad (4.12)$$

$$\sum_{k=1}^{N_{AS}} (FAS_k \cdot xp_{Kk}) + \sum_{k=1}^{N_D} (FD_k \cdot xp_{Dk}) = Iy_s \cdot \dot{q}_s \quad (4.13)$$

Com o auxílio das Equações 4.6, 4.7 e 4.10 pode-se expandir as Equações 4.11 até 4.13, obtendo-se, após um rearranjo de variáveis, que:

$$\begin{aligned}
& m_s \cdot \dot{w}_s + \left( \sum_{k=1}^{N_D} CD_k \right) \cdot w_s + \left( \sum_{k=1}^{N_D} (CD_k \cdot yp_{Dk}) \right) \cdot p_s \dots \\
& + \left( - (m_s \cdot u_s) - \sum_{i=1}^{N_D} (CD_i \cdot xp_{Di}) \right) \cdot q_s - \sum_{ij=12}^{MN_u} \left( \sum_{k=i}^j CD_k \right) \cdot w_{u_{ij}} \dots \\
& - \sum_{ij=12}^{MN_u} \left( \sum_{k=i}^j (CD_k \cdot yp_{Dk}) \right) \cdot p_{u_{ij}} + \left( \sum_{k=1}^{N_{AS}} CK_k \right) \cdot dz_s + \left( \sum_{k=1}^{N_{AS}} (CK_k \cdot yp_{Kk}) \right) \cdot \phi_s \dots \\
& - \left( \sum_{k=1}^{N_{AS}} (CK_k \cdot xp_{Kk}) \right) \cdot \theta_s - \sum_{ij=12}^{MN_u} \left( \sum_{k=i}^j CK_k \right) \cdot dz_{u_{ij}} \dots \\
& - \sum_{ij=12}^{MN_u} \left( \sum_{k=i}^j (CK_k \cdot yp_{Kk}) \right) \cdot \phi_{u_{ij}} = - \sum_{k=1}^{N_D} BD_k - \sum_{k=1}^{N_K} BB_k
\end{aligned} \tag{4.14}$$

$$\begin{aligned}
& Ix_s \cdot \dot{p}_s + \left( \sum_{k=1}^{N_D} (CD_k \cdot yp_{Dk}) \right) \cdot w_s + \left( \sum_{k=1}^{N_D} (CD_k \cdot yp_{Dk}^2) \right) \cdot p_s \dots \\
& - \left( \sum_{k=1}^{N_D} (CD_k \cdot xp_{Dk} \cdot yp_{Dk}) \right) \cdot q_s - \sum_{ij=12}^{MN_u} \left( \sum_{k=i}^j (CD_k \cdot yp_{Dk}) \right) \cdot w_{u_{ij}} \dots \\
& - \sum_{ij=12}^{MN_u} \left( \sum_{k=i}^j (CD_k \cdot yp_{Kk}^2) \right) \cdot p_{u_{ij}} + \left( \sum_{k=1}^{N_{AS}} (CD_k \cdot yp_{Kk}) \right) \cdot dz_s \dots \\
& + \left( \sum_{k=1}^{N_{AS}} (CK_k \cdot yp_{Kk}^2) + \sum_{i,j=1,2}^{M,N} CSB_{i,j} \right) \cdot \phi_s - \left( \sum_{k=1}^{N_{AS}} (CK_k \cdot xp_{Kk} \cdot yp_{Kk}) \right) \cdot \theta_s \dots \\
& - \sum_{ij=12}^{MN_u} \left( \sum_{k=i}^j (CK_k \cdot yp_{Kk}) \right) \cdot dz_{u_{ij}} - \left( \sum_{ij=12}^{MN_u} \left( \sum_{k=i}^j (CK_k \cdot yp_{Kk}^2) \right) + CSB_{i,j} \right) \cdot \phi_{u_{ij}} \dots \\
& = - \sum_{k=1}^{N_{AS}} (BB_k \cdot yp_{Kk}) - \sum_{k=1}^{N_D} (BD_k \cdot yp_{Dk})
\end{aligned} \tag{4.15}$$

$$\begin{aligned}
& Iy_s \cdot \dot{q} - \left( \sum_{k=1}^{N_D} (CD_k \cdot xp_{Dk}) \right) \cdot w_s - \left( \sum_{k=1}^{N_D} (CD_k \cdot yp_{Dk} \cdot xp_{Dk}) \right) \cdot p_s \dots \\
& + \left( \sum_{k=1}^{N_D} (CD_k \cdot xp_{Dk}^2) \right) \cdot q_s + \sum_{ij=12}^{MN_u} \left( \sum_{k=i}^j (CD_k \cdot xp_{Dk}) \right) \cdot w_{u\ ij} \dots \\
& + \sum_{ij=12}^{MN_u} \left( \sum_{k=i}^j (CD_k \cdot yp_{Dk} \cdot xp_{Dk}) \right) \cdot p_{u\ ij} - \left( \sum_{k=1}^{N_{AS}} (CK_k \cdot xp_{Kk}) \right) \cdot dz_s \dots \\
& - \left( \sum_{k=1}^{N_{AS}} (CK_k \cdot yp_{Kk} \cdot xp_{Kk}) \right) \cdot \phi_s + \left( \sum_{k=1}^{N_{AS}} (CK_k \cdot xp_{Kk}^2) \right) \cdot \theta_s \dots \\
& + \sum_{ij=12}^{MN_u} \left( \sum_{k=i}^j (CK_k \cdot xp_{Kk}) \right) \cdot dz_{u\ ij} + \sum_{ij=12}^{MN_u} \left( \sum_{k=i}^j (CK_k \cdot yp_{Kk} \cdot xp_{Kk}) \right) \cdot \phi_{u\ ij} \dots \\
& = + \sum_{k=1}^{N_{AS}} (BB_k \cdot xp_{Kk}) + \sum_{k=1}^{N_D} (BD_k \cdot xp_{Dk})
\end{aligned} \tag{4.16}$$

#### 4.4.2 Equações do movimento para a massa não suspensa

De forma semelhante à massa não suspensa, é necessário montar um diagrama do corpo livre para a massa não suspensa. Este diagrama é desenvolvido com o auxílio da Figura 4.2, e está mostrado na Figura 4.4.

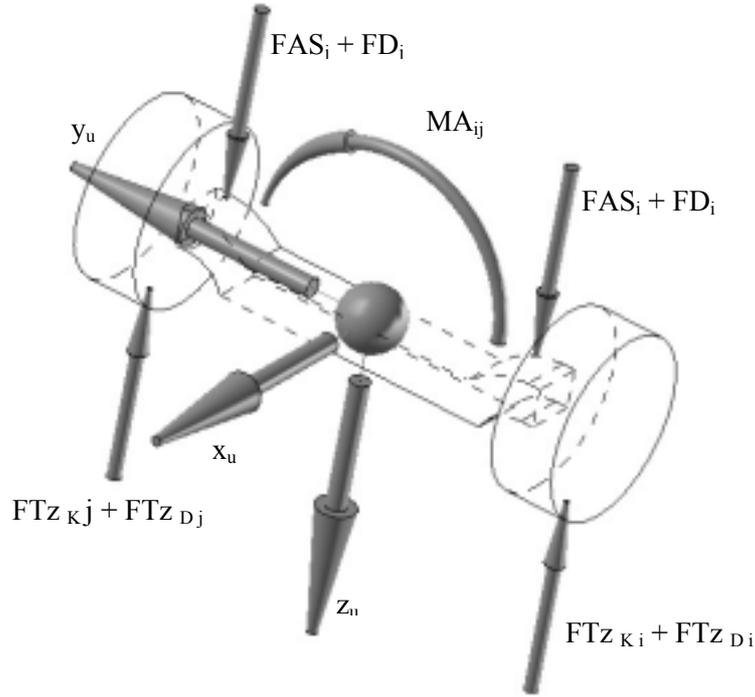
Novamente, com o auxílio deste diagrama, desenvolve-se, a partir das Equações 4.4 e 4.5, o somatório de forças na direção “ $z_u$ ” e o somatório dos momentos em torno do eixo “ $x_u$ ”, obtendo-se, respectivamente:

$$\sum_{k=i}^j FAS_k + \sum_{k=i}^j FD_k - \sum_{k=i}^j FTz_{Kk} - \sum_{k=i}^j FTz_{Dk} = m_{u\ ij} \cdot \dot{w}_{u\ ij} \tag{4.17}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{k=1}^j (FAS_k \cdot yp_{Kk}) + \sum_{k=i}^j (FD_k \cdot yp_{Dk}) - \sum_{k=i}^j (FTz_{Kk} \cdot yp_{T_k}) \dots \\
& - \sum_{k=i}^j (FTz_{Dk} \cdot yp_{T_k}) + MSB_{ij} = Ix_{u\ ij} \cdot \dot{p}_{u\ ij}
\end{aligned} \tag{4.18}$$

onde “ $i, j = 12; 34; \dots; MN_u$ ”.

FIGURA 4.4: DIAGRAMA DO CORPO LIVRE PARA A MASSA NÃO SUSPensa



FONTE: O AUTOR

Com o auxílio das Equações 4.6 a 4.10 pode-se expandir as Equações 4.17 e 4.18, obtendo-se, após um rearranjo de variáveis, que:

$$\begin{aligned}
 & m_{u_{ij}} \cdot \dot{w}_{u_{ij}} - \left( \sum_{k=i}^j CD_k \right) \cdot w_s - \left( \sum_{k=i}^j (CD_k \cdot yp_{Dk}) \right) \cdot p_s - \left( \sum_{k=i}^j (CD_k \cdot xp_{Dk}) \right) \cdot q_s \dots \\
 & + \left( \sum_{k=i}^j CD_k + \sum_{k=i}^j CD_{T_k} \right) \cdot w_{u_{ij}} + \left( \sum_{k=i}^j (CD_k \cdot yp_{Dk}) + \sum_{k=i}^j (CD_{T_k} \cdot yp_{T_k}) \right) \cdot p_{u_{ij}} \dots \\
 & - \left( \sum_{k=i}^j CK_k \right) \cdot dz_s - \left( \sum_{k=i}^j (CK_k \cdot yp_{Kk}) \right) \cdot \phi_s - \left( \sum_{k=i}^j (CK_k \cdot xp_{Kk}) \right) \cdot \theta_s \dots \quad (4.19) \\
 & + \left( \sum_{k=i}^j CK_k + \sum_{k=i}^j CK_{T_k} \right) \cdot dz_{u_{ij}} + \left( \sum_{k=i}^j (CK_k \cdot yp_{Kk}) + \sum_{k=i}^j (CK_{T_k} \cdot yp_{T_k}) \right) \cdot \phi_{u_{ij}} \dots \\
 & = \sum_{k=i}^j (CK_{T_k} \cdot ET_k) + \sum_{k=i}^j (CD_{T_k} \cdot \dot{ET}_k) + \sum_{k=i}^j BB_k + \sum_{k=i}^j BD_k
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& Ix_{u ij} \cdot \dot{p}_{u ij} - \left( \sum_{k=i}^j (CD_k \cdot yp_{Dk}) \right) \cdot w_s - \left( \sum_{k=i}^j (CD_k \cdot yp_{Dk}^2) \right) \cdot p_s \dots \\
& - \left( \sum_{k=i}^j (CD_k \cdot xp_{Dk} \cdot yp_{Dk}) \right) \cdot q_s + \left( \sum_{k=i}^j (CD_k \cdot yp_{Dk}) + \sum_{k=i}^j (CDT_k \cdot yp_{Tk}) \right) \cdot w_{u ij} \dots \\
& + \left( \sum_{k=i}^j (CD_k \cdot yp_{Dk}^2) + \sum_{k=i}^j (CDT_k \cdot yp_{Tk}^2) \right) \cdot p_{u ij} - \left( \sum_{k=i}^j (CK_k \cdot yp_{Kk}) \right) \cdot dz_s \dots \\
& - \left( \sum_{k=i}^j (CK_k \cdot yp_{Kk}^2) - CSB_{ij} \right) \cdot \phi_s - \left( \sum_{k=i}^j (CK_k \cdot xp_{Kk} \cdot yp_{Kk}) \right) \cdot \theta_s \dots \\
& + \left( \sum_{k=i}^j (CK_k \cdot yp_{Kk}) + \sum_{k=i}^j (CKT_k \cdot yp_{Tk}) \right) \cdot dz_{u ij} \dots \\
& + \left( \sum_{k=i}^j (CK_k \cdot yp_{Kk}^2) + \sum_{k=i}^j (CKT_k \cdot yp_{Tk}^2) - CSB_{ij} \right) \cdot \phi_{u ij} \dots \\
& = \sum_{k=i}^j (CKT_k \cdot ET_k \cdot yp_{Tk}) + \sum_{k=i}^j \left( CDT_k \cdot \dot{ET}_k \cdot yp_{Tk} \right) + \sum_{k=i}^j (BB_k \cdot yp_{Kk}) \dots \\
& + \sum_{k=i}^j (BD_k \cdot yp_{Dk}) \tag{4.20}
\end{aligned}$$

#### 4.4.3 Para o veículo como um todo

Para representar o comportamento do veículo como um todo, as Equações 4.14, 4.15, 4.16, 4.19 e 4.20 são agrupadas em um grande conjunto de Equações, onde as Equações 4.19 e 4.20 são repetidas quantas vezes forem os números de massas não suspensas existentes no veículo, ou seja, caso o veículo tenha três eixos, está-se falando de um conjunto de três Equações para representar a massa suspensa, e outras seis Equações, duas para cada eixo, para representar as massas não suspensas, totalizando nove Equações para representar o veículo como um todo, e, conseqüentemente, nove variáveis de velocidade: “ $w_s$ ” “ $p_s$ ” “ $q_s$ ” “ $w_{u 1,2}$ ” “ $p_{u 1,2}$ ” “ $w_{u 3,4}$ ” “ $p_{u 3,4}$ ” “ $w_{u 5,6}$ ” “ $p_{u 5,6}$ ”, e outras nove para aceleração e nove deslocamentos correlatas a estas primeiras.

## 5 MODELO MATEMÁTICO PARA VEÍCULO EXECUTANDO MANOBRAS DIRECIONAIS EM PISTA PLANA

Neste capítulo, será mostrado como o veículo foi modelado para simular o seu comportamento dinâmico quando executando manobras direcionais trafegando em pista perfeitamente plana, ou seja, sem irregularidades no pavimento.

Os capítulos que seguem são referentes à construção do modelo com oito graus de liberdade conforme SMITH e STARKEY, 1995.

Primeiramente, será definido o sistema de coordenadas utilizado, na seqüência, será mostrada a obtenção das Equações do movimento para a massa suspensa, as massas não suspensas e para o veículo com um todo.

### 5.1 SISTEMA DE COORDENADAS

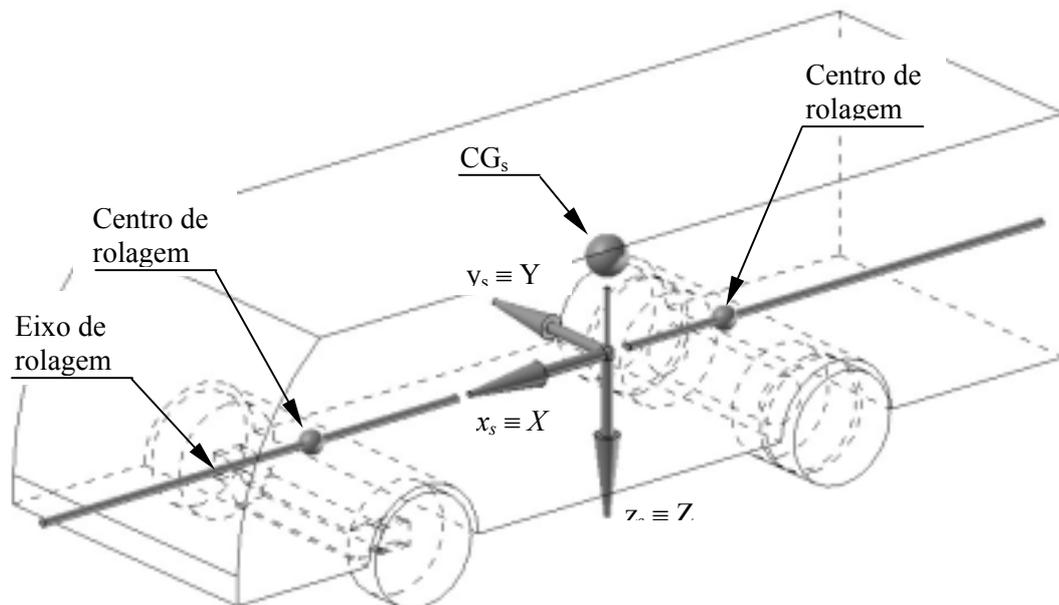
De maneira semelhante ao modelo dinâmico para o estudo do veículo em pista reta com irregularidades no pavimento, adotou-se, para a massa suspensa, um sistema de coordenadas móvel, ou seja, fixo ao veículo, de eixos coordenados “ $x_s$   $y_s$   $z_s$ ” (caracteres minúsculos), cujo posicionamento e orientação podem ser melhor entendidos com o auxílio da Figura 5.1.

A particularidade deste sistema de coordenadas é que a sua origem não é totalmente coincidente com o centro de gravidade da massa suspensa. O eixo “ $z_s$ ” passa pelo centro de gravidade da massa suspensa, porém, o plano “ $x_s$   $y_s$ ” não contém este ponto, ou seja, as coordenadas de posicionamento do centro de gravidade em relação ao eixo móvel são “ $(0, 0, z_{p_{CG_s}})$ ”, onde “ $z_{p_{CG_s}}$ ” determina a distância do

centro de gravidade ao plano “ $x_s y_s$ ”. O posicionamento vertical deste plano é coincidente com o eixo de rolagem<sup>10</sup> do veículo.

Será adotado, também, um sistema de coordenadas fixo a terra, de eixos coordenados “X Y Z” (caracteres maiúsculos). Este sistema é necessário para que seja possível determinar-se a trajetória percorrida pelo veículo. No início do movimento, este sistema de coordenadas é coincidente com o sistema móvel.

FIGURA 5.1: SISTEMA DE COORDENADAS DA MASSA SUSPensa PARA ESTUDO DE MANOBRAS DIRECIONAIS



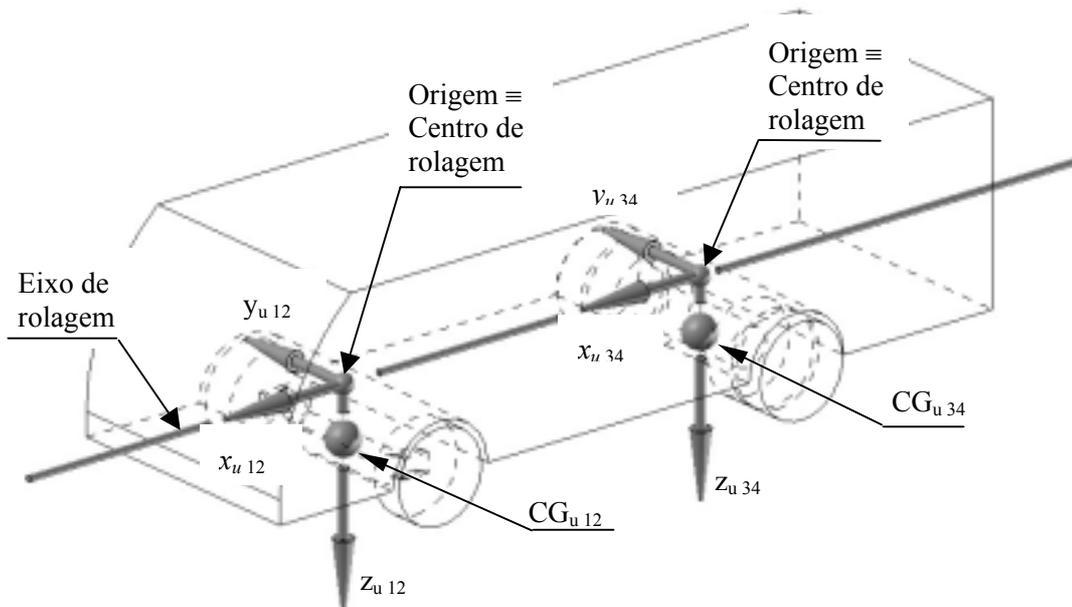
FONTE: O AUTOR

Para as massas não suspensas, serão adotados sistemas de coordenadas individuais “ $x_u y_u z_u$ ” (caracteres minúsculos). A disposição destes eixos coordenados é semelhante ao adotado para a massa suspensa, sendo mais facilmente entendido com o auxílio da Figura 5.2

<sup>10</sup> Veja o Capítulo 2.2 para mais detalhes sobre eixo de rolagem.

De forma semelhante ao eixo para a massa suspensa, o eixo “ $z_u$ ” passa pelo centro de gravidade da massa não suspensa, entretanto, posição vertical do plano “ $x_u y_u$ ” é coincidente com o centro de rolagem do veículo.

FIGURA 5.2: SISTEMAS DE COORDENADAS DAS MASSAS NÃO SUSPENSAS PARA ESTUDO DE MANOBRAS DIRECIONAIS



FONTE: O AUTOR

## 5.2 ACELERAÇÕES NO SISTEMA DE COORDENADAS MÓVEL

Como o desenvolvimento das Equações do movimento será feito tendo como referência o sistema de coordenadas móvel, é necessário que as acelerações, lineares e angulares, sejam desenvolvidas levando-se em consideração a característica de mobilidade deste sistema.

Para o estudo de dinâmica veicular direcional que será desenvolvido neste trabalho, os movimentos de deslocamento vertical e de giro em torno do eixo “ $y_s$ ” não serão considerados, pois os mesmos têm uma relação mais direta com perturbações

provenientes de irregularidades do pavimento, e, no modelo que será desenvolvido, considerar-se-á que o pavimento é livre de imperfeições.

Para a massa suspensa, a mobilidade do sistema admitirá movimento linear nas direções “ $x_s$ ” e “ $y_s$ ”, bem como rotação em torno do eixo “ $x_s$ ” e “ $z_s$ ”. Para as massas não suspensas, serão permitidos movimentos lineares nas direções “ $x_u$ ” e “ $y_u$ ”, bem como rotação em torno do eixo “ $z_u$ ”.

Conforme ELLIS (1995), os somatórios das forças nas direções “ $x_s$ ” e “ $y_s$ ” é igual ao produto das acelerações nas respectivas direções pela massa do sistema, conforme é apresentado nas Equações 5.1 e 5.2 <sup>11</sup>:

$$\sum Fx_s = m_s \cdot ax_s = m_s \cdot \left( \dot{u}_s - v_s \cdot r_s \right) + m_s \cdot zp_{CGs} \cdot p_s \cdot r_s \quad (5.1)$$

$$\sum Fy_s = m_s \cdot ay_s = m_s \cdot \left( \dot{v}_s + u_s \cdot r_s \right) - m_s \cdot zp_{CGs} \cdot \dot{p}_s \quad (5.2)$$

De forma semelhante, também de posse das hipóteses descritas anteriormente, acrescida de outra hipótese que assegura que os eixos coordenados estão alinhados segundo as direções principais de inércia, segundo ELLIS (1995), o somatório dos momentos nos eixos “ $x_s$ ” e “ $z_s$ ” é definido da seguinte forma:

$$\sum Mx_s = Ix_s \cdot \dot{p}_s - m_s \cdot zp_{CGs} \cdot \left( \dot{v}_s + u_s \cdot r_s \right) \quad (5.3)$$

$$\sum Mz_s = Iz_s \cdot \dot{r}_s \quad (5.4)$$

As mesmas relações são válidas para as massas não suspensas.

---

<sup>11</sup> As Equações com sub-índices “ $s$ ”, são referentes à massa suspensa, entretanto, também se aplicam para as massas não suspensas, representa pelo sub-índice “ $u$ ”.

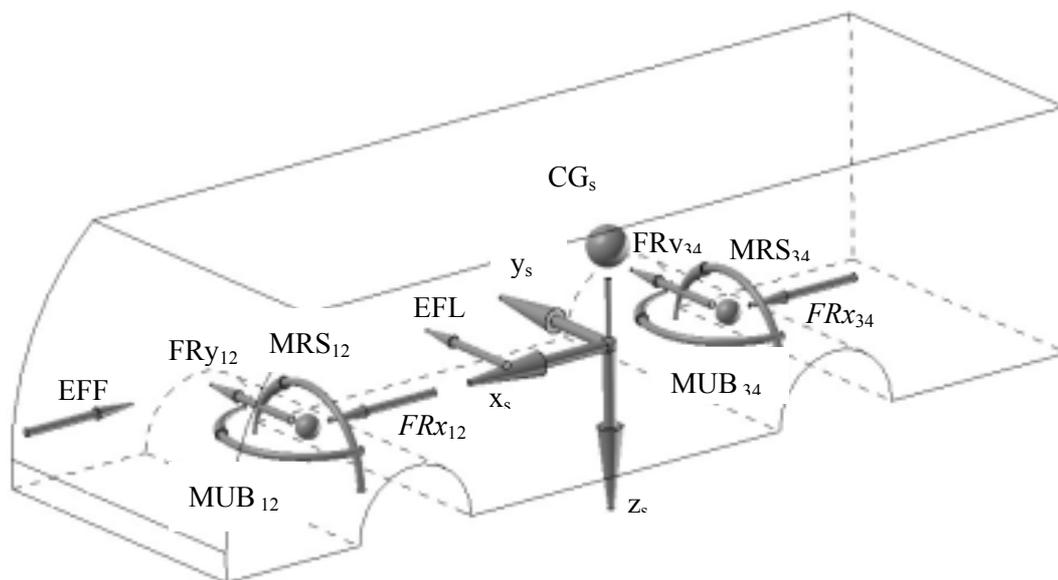
### 5.3 EQUAÇÕES DO MOVIMENTO

A partir do sistema de coordenadas móvel, definido conforme descrito no Capítulo 5.1, pode-se desenvolver as Equações do movimento para as massas suspensas, não suspensas, e, por fim, para o veículo como um todo. A obtenção destas equações será descrita a seguir.

#### 5.3.1 Equações do movimento para a massa suspensa

Com a ajuda da Figura 5.1, desenvolve-se um diagrama do corpo livre para a massa suspensa. Este diagrama está mostrado na Figura 5.3.

FIGURA 5.3: DIAGRAMA DO CORPO LIVRE PARA A MASSA SUSPensa



FONTE: O AUTOR

Neste diagrama, o termo “ $MRS_{ij}$ ” remete ao momento de resistência ao rolamento, que é definido por:

$$MRS_{ij} = \sum_{ij=12}^{MN_u} MSB_{ij} + \sum_{k=1}^{N_S} (FAS_k \cdot yp_{Kk}) + \sum_{k=1}^{N_D} (FD_k \cdot yp_{Dk})$$

Com o auxílio deste diagrama, e também assumindo que, para pequenos ângulos, “ $sen(\phi) \cong \phi$ ”, desenvolve-se, a partir das Equações 5.1 até 5.4, os somatórios de forças nas direções “ $x_s$ ” e “ $y_s$ ” e o somatório dos momentos em torno dos eixos “ $x_s$ ” e “ $z_s$ ”, obtendo-se, respectivamente:

$$\sum_{ij=12}^{MN_u} FRx_{ij} - EFF = m_s \cdot \dot{u}_s - m_s \cdot v_s \cdot r_s + m_s \cdot zp_{CG} \cdot p_s \cdot r_s \quad (5.5)$$

$$\sum_{ij=12}^{MN_u} FRy_{ij} + EFL = m_s \cdot \dot{v}_s - m_s \cdot zp_{CGs} \cdot \dot{p}_s + m_s \cdot u_s \cdot r_s \quad (5.6)$$

$$- EFL \cdot zp_{EFL} - \sum_{ij=12}^{MN_u} MSB_{ij} - \sum_{k=1}^{N_S} (FAS_k \cdot yp_{Kk}) - \sum_{k=1}^{N_D} (FD_k \cdot yp_{Dk}) \dots \quad (5.7)$$

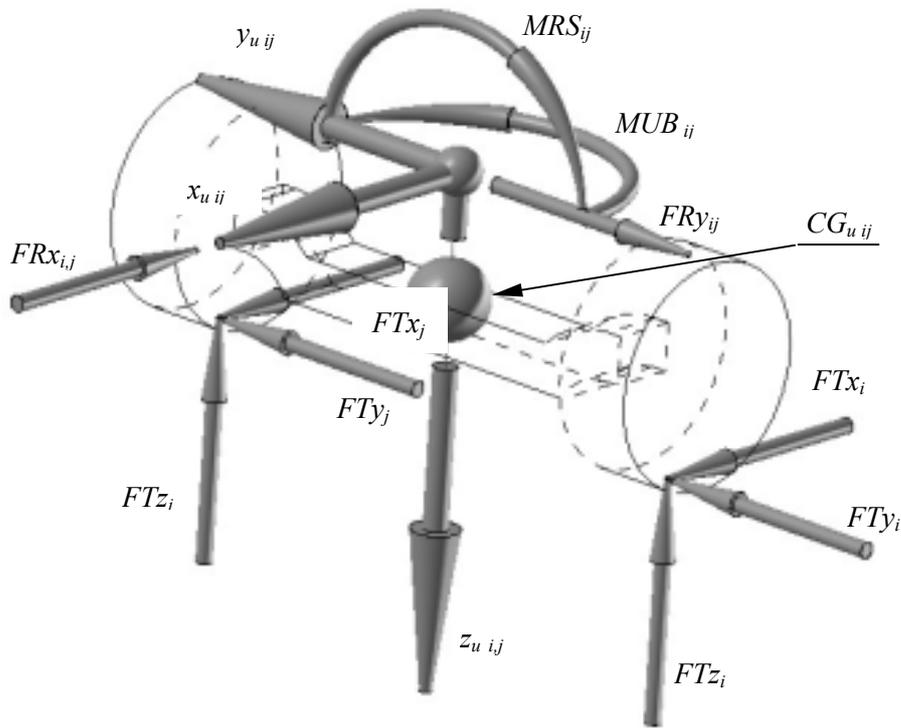
$$- m_s \cdot g \cdot zp_{CGs} \cdot \phi_s = Ix_s \cdot \dot{p}_s - m_s \cdot zp_{CGs} \cdot \dot{v}_s - m_s \cdot zp_{CGs} \cdot u_s \cdot r_s$$

$$\sum_{ij=12}^{MN_u} (FRy_{ij} \cdot xp_{Rij}) + \sum_{ij=12}^{MN_u} MUB_{ij} + EFF \cdot yp_{EFF} + EFL \cdot xp_{EFL} = Iz_s \cdot \dot{r}_s \quad (5.8)$$

### 5.3.2 Equações do movimento para a massa não suspensa

Com o auxílio da Figura 5.2 desenvolve-se um diagrama do corpo livre para a massa não suspensa. Este diagrama está mostrado na Figura 5.4.

FIGURA 5.4: DIAGRAMA DO CORPO LIVRE PARA A MASSA NÃO SUSPensa



FONTE: O AUTOR

Com o auxílio deste diagrama, e lembrando que para as massas não suspensas “ $p_u = 0$ ” e “ $\dot{p}_u = 0$ ”, desenvolve-se, a partir das Equações 5.1, 5.2 e 5.4, os somatórios de forças nas direções “ $x_u$ ” e “ $y_u$ ” e o somatório do momento em torno do eixo “ $z_u$ ”, obtendo-se, respectivamente, para cada massa não suspensa, que:

$$\sum_{k=i}^j FTx_k - FRx_{ij} = m_{u ij} \cdot \dot{u}_{u ij} - m_{u ij} \cdot v_{u ij} \cdot r_{u ij} \quad (5.9)$$

$$\sum_{k=i}^j FTy_k - FRy_{ij} = m_{u ij} \cdot \dot{v}_{u ij} + m_{u ij} \cdot u_{u ij} \cdot r_{u ij} \quad (5.10)$$

$$-FRy_{ij} \cdot xp_{R ij} + \sum_{k=i}^j (FTy_k \cdot xp_{T k}) - MUB_{ij} - \sum_{k=i}^j (FTx_k \cdot yp_{T k}) = Iz_{u ij} \cdot \dot{r}_{u ij} \quad (5.11)$$

É possível reescrever as Equações anteriores em função das variáveis “ $u_s$ ” “ $v_s$ ” e “ $r_s$ ” referentes à massa suspensa. Para tanto, é necessário estabelecer relações entre estas e as variáveis para a massa não suspensa “ $u_u$ ” “ $v_u$ ” e “ $r_u$ ”. As seguintes relações podem ser encontradas:

$$\begin{aligned} u_{u\ ij} &= u_s \\ v_{u\ ij} &= v_s + xp_{CGu\ ij} \cdot r_s \\ r_{u\ ij} &= r_s \end{aligned} \quad (5.12)$$

Para completar esta mudança de base é necessário que o momento de inércia da massa suspensa em torno do eixo “ $z_u$ ” seja tomado, agora, em relação ao eixo “ $z_s$ ”.

Desta forma, as Equações do movimento para a massa não suspensa podem ser escritas da seguinte forma:

$$\sum_{k=i}^j FTx_k - FRx_{ij} = m_{u\ ij} \cdot \dot{u}_s - m_{u\ ij} \cdot v_s \cdot r_s - m_{u\ ij} \cdot xp_{CGu\ ij} \cdot r_s^2 \quad (5.13)$$

$$\sum_{k=i}^j FTy_k - FRy_{ij} = m_{u\ ij} \cdot \dot{v}_s + m_{u\ ij} \cdot xp_{CGu\ ij} \cdot \dot{r}_s + m_{u\ ij} \cdot u_s \cdot r_s \quad (5.14)$$

$$\begin{aligned} &- FRy_{ij} \cdot xp_{R\ ij} + \sum_{k=i}^j (FTy_k \cdot xp_{T\ k}) - MUB_{ij} - \sum_{k=i}^j (FTx_k \cdot yp_{T\ k}) \dots \\ &= (Iz_{u\ ij} + m_{u\ ij} \cdot xp_{CGu\ ij}^2) \cdot \dot{r}_s \end{aligned} \quad (5.15)$$

### 5.3.3 Equações do movimento para o veículo como um todo

A partir das Equações desenvolvidas para as massas suspensa e para as massas não suspensas, pode-se compor o conjunto de Equações que governará o veículo como um todo.

As Equações das massas suspensa e não suspensas estão acopladas pelos termos referentes as forças desenvolvidas nos centros de rolagem das suspensões, desta forma, trabalhando com as Equações de forma a eliminar estes termos, obtém-se o conjunto de Equações para o veículo.

Portanto, a partir das Equações 5.13 a 5.15, pode-se isolar os termos “ $FRx_{ij}$ ”, “ $FRy_{ij}$ ” e “ $FRy_{ij} \cdot xp_{Rij} + MUB_{ij}$ ”, obtendo-se:

$$FRx_{ij} = -m_{u_{ij}} \cdot \dot{u}_s + m_{u_{ij}} \cdot v_s \cdot r_s + m_{u_{ij}} \cdot xp_{CGu_{ij}} \cdot r_s^2 + \sum_{k=i}^j FTx_k \quad (5.16)$$

$$FRy_{ij} = -m_{u_{ij}} \cdot \dot{v}_s - m_{u_{ij}} \cdot u_s \cdot r_s - m_{u_{ij}} \cdot xp_{CGu_{ij}} \cdot \dot{r}_s + \sum_{k=i}^j FTy_k \quad (5.17)$$

$$FRy_{ij} \cdot xp_{Rij} + MUB_{ij} = \dots \quad (5.18)$$

$$\sum_{k=i}^j (FTy_k \cdot xp_{T_k}) - \sum_{k=i}^j (FTx_k \cdot yp_{T_k}) - (Iz_{u_{ij}} + m_{u_{ij}} \cdot xp_{CGu_{ij}}^2) \cdot \dot{r}_s$$

Deve-se ter em mente que as Equações 5.16 a 5.18 fazem referência a apenas uma massa não suspensa. Portanto, é necessário fazer-se o somatório destes termos para o número total de massas não suspensas, obtendo-se, a partir destas Equações, que:

$$\sum_{ij=12}^{MN_u} FRx_{u_{ij}} = -\sum_{ij=12}^{MN_u} (m_{u_{ij}} \cdot \dot{u}_s) + \sum_{ij=12}^{MN_u} (m_{u_{ij}} \cdot v_s \cdot r_s) + \sum_{ij=12}^{MN_u} (m_{u_{ij}} \cdot xp_{CGu_{ij}} \cdot r_s^2) + \sum_{k=1}^{N_T} FTx_k \quad (5.19)$$

$$\sum_{ij=12}^{MN_u} FRy_{ij} = -\sum_{ij=12}^{MN_u} (m_{u_{ij}} \cdot \dot{v}_s) - \sum_{ij=12}^{MN_u} (m_{u_{ij}} \cdot u_s \cdot r_s) + \sum_{ij=12}^{MN_u} (m_{u_{ij}} \cdot xp_{CGu_{ij}} \cdot \dot{r}_s) + \sum_{k=1}^{N_T} FTy_k \quad (5.20)$$

$$\sum_{ij=12}^{MN_u} (FRy_{ij} \cdot xp_{Rij}) + \sum_{ij=12}^{MN_u} MUB_{ij} = \dots \quad (5.21)$$

$$\sum_{k=1}^{N_T} (FTy_k \cdot xp_{T_k}) - \sum_{k=1}^{N_T} (FTx_k \cdot yp_{T_k}) - \sum_{ij=12}^{MN_u} \left( (Iz_{u_{ij}} + m_{u_{ij}} \cdot xp_{CGu_{ij}}^2) \cdot \dot{r}_s \right)$$

Substituindo-se as Equações 5.19, 5.20 e 5.21 em 5.5, 5.6 e 5.8, respectivamente, obtém-se:

$$\begin{aligned} & \left( m_s + \sum_{ij=12}^{MN_u} m_{u\ ij} \right) \cdot \dot{u}_s - \left( m_s + \sum_{ij=12}^{MN_u} m_{u\ ij} \right) \cdot v_s \cdot r_s + (m_s \cdot zp_{CGs}) \cdot p_s \cdot r_s \dots \\ & - \left( \sum_{ij=12}^{MN_u} (m_{u\ ij} \cdot xp_{CGu\ ij}) \right) \cdot r_s^2 = \sum_{k=1}^{N_T} FTx_k - EFF \end{aligned} \quad (5.22)$$

$$\begin{aligned} & \left( m_s + \sum_{ij=12}^{MN_u} m_{u\ ij} \right) \cdot \dot{v}_s + \left( m_s + \sum_{ij=12}^{MN_u} m_{u\ ij} \right) \cdot u_s \cdot r_s - (m_s \cdot zp_{CGs}) \cdot \dot{p}_s \dots \\ & - \left( \sum_{ij=12}^{MN_u} m_{u\ ij} \cdot xp_{CGu\ ij} \right) \cdot \dot{r}_s = \sum_{k=1}^{N_T} FTy_k + EFL \end{aligned} \quad (5.23)$$

$$\begin{aligned} & \left( Iz_s + \sum_{ij=12}^{MN_u} (Iz_{u\ ij} + m_{u\ ij} \cdot xp_{CGu\ ij}^2) \right) \cdot \dot{r}_s = \dots \\ & \sum_{k=1}^{N_T} (FTy_k \cdot xp_{T\ k}) - \sum_{k=1}^{N_T} (FTx_k \cdot yp_{T\ k}) + EFF \cdot yp_{EFF} + EFL \cdot xp_{EFL} \end{aligned} \quad (5.24)$$

Na Equação 5.7 aparecem termos referentes as forças exercidas pelas bolsas de ar, pelos amortecedores e pelas barras estabilizadoras. Estes termos podem ser expandidos com o auxílio das Equações 2.1 até 2.3 de forma que apresente as variáveis relativas ao ângulo de rolagem, “ $\phi_s$ ”, e velocidade angular de rolagem, “ $p_s$ ”. Para tanto, será assumida a simplificação de pequenos deslocamentos angulares, onde “ $seno(\phi) \cong \phi$ ”, desta forma:

$$\sum_{k=1}^{N_{AS}} (FAS_k \cdot yp_{K\ k}) = \sum_{k=1}^{N_{AS}} ((CK_k + CB_k) \cdot yp_{K\ k}^2) \cdot \phi_s + \sum_{k=1}^{N_{AS}} (BB_k \cdot yp_{K\ k})$$

$$\sum_{k=1}^{N_D} (FD_k \cdot y_{D\ k}) = \sum_{k=1}^{N_D} (CD_k \cdot yp_{D\ k}^2) \cdot p_s + \sum_{k=1}^{N_D} (BD_k \cdot yp_{D\ k})$$

$$\sum_{ij=12}^{MN_u} MSB_{ij} = \sum_{ij=12}^{MN_u} (CSB_{ij}) \cdot \phi_s$$

Substituindo-se estas expressões na Equação 5.7, obtém-se, após um pequeno reagrupamento de variáveis, que:

$$\begin{aligned}
 & Ix_s \cdot \dot{p}_s - (m_s \cdot zp_{CGs}) \cdot \dot{v}_s - (m_s \cdot zp_{CGs}) \cdot u_s \cdot r_s + \left[ \sum_{k=1}^{N_D} (CD_k \cdot yp_{Dk}^2) \right] \cdot p_s \dots \\
 & + \left[ \sum_{ij=12}^{MN_q} (CSB_{ij}) + \sum_{k=1}^{N_{AS}} (CK_k \cdot yp_{Kk}^2) + m_s \cdot g \cdot zp_{CGs} \right] \cdot \phi_s = \dots \quad (5.25) \\
 & - EFL \cdot zp_{EFL} - \sum_{k=1}^{N_D} (BD_k \cdot yp_{Dk}) - \sum_{k=1}^{N_{AS}} (BB_k \cdot yp_{Kk})
 \end{aligned}$$

## 6 METODOLOGIA DE SOLUÇÃO DOS MODELOS

Neste capítulo, será abordada a metodologia utilizada para resolver o sistema de Equações diferenciais que governam os problemas de dinâmica veicular em estudo.

Serão apresentadas as matrizes de massa, de rigidez e de amortecimento, bem como o vetor força, que, posteriormente, serão retrabalhados de forma a reduzir a ordem do conjunto das equações diferenciais, obtendo-se a Equação de estado.

### 6.1 MATRIZES DE MASSA, RIGIDEZ, AMORTECIMENTO E VETOR FORÇA

#### 6.1.1 Para o modelo do veículo trafegando em pista reta com pavimento irregular

As matrizes de massa, de rigidez, de amortecimento e o vetor força serão apresentados a seguir considerando-se um veículo com arranjo de eixo do tipo 8x2. Este tipo de veículo faz com que estas matrizes tenham uma ordem maior, porém, não elevam a complexidade do problema.

Adotou-se este veículo, pois, acredita-se que, para o leitor, seja mais fácil derivar matrizes para arranjos de eixos 6x2 e 4x2 a partir destas maiores, bastando para tal que os elementos referentes às massas suspensas excedentes sejam removidos.

A equação do movimento do sistema pode ser escrita como:

$$[M] \cdot \left\{ \ddot{\eta} \right\} + [C] \cdot \left\{ \dot{\eta} \right\} + [K] \cdot \left\{ \eta \right\} = \{F\} \quad (6.1)$$

As matrizes e vetores deste problema são construídos com o auxílio das Equações 4.14 até 4.16 e das Equações 4.19 e 4.20.

- Matriz de massa:

$$[M] = \begin{bmatrix} m_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Ix_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Iy_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{u12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Ix_{u12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{u34} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Ix_{u34} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{u56} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Ix_{u56} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{u78} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Ix_{u78} \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

- Matriz de amortecimento:

$$[C] = \begin{bmatrix}
 \sum_{k=1}^8 CD_k & \sum_{k=1}^8 (CD_k \cdot yp_{Dk}) & (-m_s \cdot u_s) - \sum_{k=1}^8 (CD_k \cdot xp_{Dk}) & -\sum_{k=1}^2 CD_k & -\sum_{k=1}^2 (CD_k \cdot yp_{Dk}) \\
 \sum_{k=1}^8 (CD_k \cdot yp_{Dk}) & \sum_{k=1}^8 (CD_k \cdot yp_{Dk}^2) & -\sum_{k=1}^8 (CD_k \cdot xp_{Dk} \cdot yp_{Dk}) & -\sum_{k=1}^2 (CD_k \cdot yp_{Dk}) & -\sum_{k=1}^2 (CD_k \cdot yp_{Dk}^2) \\
 -\sum_{k=1}^8 (CD_k \cdot xp_{Dk}) & -\sum_{k=1}^8 (CD_k \cdot xp_{Dk} \cdot yp_{Dk}) & \sum_{k=1}^8 (CD_k \cdot xp_{Dk}^2) & \sum_{k=1}^2 (CD_k \cdot xp_{Dk}) & \sum_{k=1}^2 (CD_k \cdot yp_{Dk} \cdot xp_{Dk}) \\
 -\sum_{k=1}^2 CD_k & -\sum_{k=1}^2 (CD_k \cdot yp_{Dk}) & \sum_{k=1}^2 (CD_k \cdot xp_{Dk}) & \sum_{k=1}^2 CD_k + \sum_{k=1}^2 CD_{Tk} & \left( \sum_{k=1}^2 (CD_k \cdot yp_{Dk}) + \sum_{k=1}^2 (CD_{Tk} \cdot yp_{Tk}) \right) \\
 -\sum_{k=1}^2 (CD_k \cdot yp_{Dk}) & -\sum_{k=1}^2 (CD_k \cdot yp_{Dk}^2) & \sum_{k=1}^2 (CD_k \cdot yp_{Dk} \cdot xp_{Dk}) & \left( \sum_{k=1}^2 (CD_k \cdot yp_{Dk}) + \sum_{k=1}^2 (CD_{Tk} \cdot yp_{Tk}) \right) & \left( \sum_{k=1}^2 (CD_k \cdot yp_{Dk}^2) + \sum_{k=1}^2 (CD_{Tk} \cdot yp_{Tk}^2) \right) \dots \\
 -\sum_{k=3}^4 CD_k & -\sum_{k=3}^4 (CD_k \cdot yp_{Dk}) & \sum_{k=3}^4 (CD_k \cdot xp_{Dk}) & 0 & 0 \\
 -\sum_{k=3}^4 (CD_k \cdot yp_{Dk}) & -\sum_{k=3}^4 (CD_k \cdot yp_{Dk}^2) & \sum_{k=3}^4 (CD_k \cdot yp_{Dk} \cdot xp_{Dk}) & 0 & 0 \\
 -\sum_{k=5}^6 CD_k & -\sum_{k=5}^6 (CD_k \cdot yp_{Dk}) & \sum_{k=5}^6 (CD_k \cdot xp_{Dk}) & 0 & 0 \\
 -\sum_{k=5}^6 (CD_k \cdot yp_{Dk}) & -\sum_{k=5}^6 (CD_k \cdot yp_{Dk}^2) & \sum_{k=5}^6 (CD_k \cdot yp_{Dk} \cdot xp_{Dk}) & 0 & 0 \\
 -\sum_{k=7}^8 CD_k & -\sum_{k=7}^8 (CD_k \cdot yp_{Dk}) & \sum_{k=7}^8 (CD_k \cdot xp_{Dk}) & 0 & 0 \\
 -\sum_{k=7}^8 (CD_k \cdot yp_{Dk}) & -\sum_{k=7}^8 (CD_k \cdot yp_{Dk}^2) & \sum_{k=7}^8 (CD_k \cdot yp_{Dk} \cdot xp_{Dk}) & 0 & 0
 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{cccccc}
-\sum_{k=3}^4 CD_k & -\sum_{k=3}^4 (CD_k \cdot yp_{Dk}) & -\sum_{k=5}^6 CD_k & -\sum_{k=5}^6 (CD_k \cdot yp_{Dk}) & -\sum_{k=7}^8 CD_k & -\sum_{k=7}^8 (CD_k \cdot yp_{Dk}) \\
-\sum_{k=3}^4 (CD_k \cdot yp_{Dk}) & -\sum_{k=3}^4 (CD_k \cdot yp_{Dk}^2) & -\sum_{k=5}^6 (CD_k \cdot yp_{Dk}) & -\sum_{k=5}^6 (CD_k \cdot yp_{Dk}^2) & -\sum_{k=7}^8 (CD_k \cdot yp_{Dk}) & -\sum_{k=7}^8 (CD_k \cdot yp_{Dk}^2) \\
\sum_{k=3}^4 (CD_k \cdot xp_{Dk}) & \sum_{k=3}^4 (CD_k \cdot yp_{Dk} \cdot xp_{Dk}) & \sum_{k=5}^6 (CD_k \cdot xp_{Dk}) & \sum_{k=5}^6 (CD_k \cdot yp_{Dk} \cdot xp_{Dk}) & \sum_{k=7}^8 (CD_k \cdot xp_{Dk}) & \sum_{k=7}^8 (CD_k \cdot yp_{Dk} \cdot xp_{Dk}) \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\sum_{k=3}^4 CD_k + \sum_{k=3}^4 CD_{Tk} & \left( \sum_{k=3}^4 (CD_k \cdot yp_{Dk}) + \sum_{k=3}^4 (CD_{Tk} \cdot yp_{Tk}) \right) & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\left( \sum_{k=3}^4 (CD_k \cdot yp_{Dk}) + \sum_{k=3}^4 (CD_{Tk} \cdot yp_{Tk}) \right) & \left( \sum_{k=3}^4 (CD_k \cdot yp_{Dk}^2) + \sum_{k=3}^4 (CD_{Tk} \cdot yp_{Tk}^2) \right) & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & \sum_{k=5}^6 CD_k + \sum_{k=5}^6 CD_{Tk} & \left( \sum_{k=5}^6 (CD_k \cdot yp_{Dk}) + \sum_{k=5}^6 (CD_{Tk} \cdot yp_{Tk}) \right) & 0 & 0 \\
0 & 0 & \left( \sum_{k=5}^6 (CD_k \cdot yp_{Dk}) + \sum_{k=5}^6 (CD_{Tk} \cdot yp_{Tk}) \right) & \left( \sum_{k=5}^6 (CD_k \cdot yp_{Dk}^2) + \sum_{k=5}^6 (CD_{Tk} \cdot yp_{Tk}^2) \right) & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & \sum_{k=8}^7 CD_k + \sum_{k=7}^8 CD_{Tk} & \left( \sum_{k=7}^8 (CD_k \cdot yp_{Dk}) + \sum_{k=7}^8 (CD_{Tk} \cdot yp_{Tk}) \right) \\
0 & 0 & 0 & 0 & \left( \sum_{k=7}^8 (CD_k \cdot yp_{Dk}) + \sum_{k=7}^8 (CD_{Tk} \cdot yp_{Tk}) \right) & \left( \sum_{k=7}^8 (CD_k \cdot yp_{Dk}^2) + \sum_{k=7}^8 (CD_{Tk} \cdot yp_{Tk}^2) \right)
\end{array} \quad (6.3)$$

- Matriz de rigidez:

$$[K] = \begin{bmatrix}
 \sum_{k=1}^8 CK_k & \sum_{k=1}^8 (CK_k \cdot yp_{Kk}) & -\sum_{k=1}^8 (CK_k \cdot xp_{Kk}) & -\sum_{k=1}^2 CK_k & -\sum_{k=1}^2 (CK_k \cdot yp_{Kk}) \\
 \sum_{k=1}^8 (CK_k \cdot yp_{Kk}) & \sum_{k=1}^8 (CK_k \cdot yp_{Kk}^2) + \sum_{IJ=12}^{MN_{ij}} CSB_{IJ} & -\sum_{k=1}^8 (CK_k \cdot xp_{Kk} \cdot yp_{Kk}) & -\sum_{k=1}^2 (CK_k \cdot yp_{Kk}) & -\sum_{k=1}^2 (CK_k \cdot yp_{Kk}^2) - CSB_{12} \\
 -\sum_{k=1}^8 (CK_k \cdot xp_{Kk}) & -\sum_{k=1}^8 (CK_k \cdot xp_{Kk} \cdot yp_{Kk}) & \sum_{k=1}^8 (CK_k \cdot xp_{Kk}^2) & \sum_{k=1}^2 (CK_k \cdot xp_{Kk}) & \sum_{k=1}^2 (CK_k \cdot yp_{Kk} \cdot xp_{Kk}) \\
 -\sum_{k=1}^2 CK_k & -\sum_{k=1}^2 (CK_k \cdot yp_{Kk}) & \sum_{k=1}^2 (CK_k \cdot xp_{Kk}) & \sum_{k=1}^2 CK_k + \sum_{k=1}^2 CK_{Tk} & \left( \sum_{k=1}^2 (CK_k \cdot yp_{Kk}) + \right. \\
 & & & & \left. + \sum_{k=1}^2 (CK_{Tk} \cdot yp_{Tk}) \right) \\
 -\sum_{k=1}^2 (CK_k \cdot yp_{Kk}) & -\sum_{k=1}^2 (CK_k \cdot yp_{Kk}^2) - CSB_{1,2} & \sum_{k=1}^2 (CK_k \cdot yp_{Kk} \cdot xp_{Kk}) & \left( \sum_{k=1}^2 (CK_k \cdot yp_{Kk}) + \right. & \left( \sum_{k=1}^2 (CK_k \cdot yp_{Kk}^2) + \right. \\
 & & & \left. + \sum_{k=1}^2 (CK_{Tk} \cdot yp_{Tk}) \right) & \left. + \sum_{k=1}^2 (CK_{Tk} \cdot yp_{Tk}^2) + CSB_{12} \right) \dots \\
 -\sum_{k=3}^4 CK_k & -\sum_{k=3}^4 (CK_k \cdot yp_{Kk}) & \sum_{k=3}^4 (CK_k \cdot xp_{Kk}) & 0 & 0 \\
 -\sum_{k=3}^4 (CK_k \cdot yp_{Kk}) & -\sum_{k=3}^4 (CK_k \cdot yp_{Kk}^2) - CSB_{34} & \sum_{k=3}^4 (CK_k \cdot yp_{Kk} \cdot xp_{Kk}) & 0 & 0 \\
 -\sum_{k=5}^6 CK_k & -\sum_{k=5}^6 (CK_k \cdot yp_{Kk}) & \sum_{k=5}^6 (CK_k \cdot xp_{Kk}) & 0 & 0 \\
 -\sum_{k=5}^6 (CK_k \cdot yp_{Kk}) & -\sum_{k=5}^6 (CK_k \cdot yp_{Kk}^2) - CSB_{56} & \sum_{k=5}^6 (CK_k \cdot yp_{Kk} \cdot xp_{Kk}) & 0 & 0 \\
 -\sum_{k=7}^8 CK_k & -\sum_{k=7}^8 (CK_k \cdot yp_{Kk}) & \sum_{k=7}^8 (CK_k \cdot xp_{Kk}) & 0 & 0 \\
 -\sum_{k=7}^8 (CK_k \cdot yp_{Dk}) & -\sum_{k=7}^8 (CK_k \cdot yp_{Dk}^2) - CSB_{78} & \sum_{k=7}^8 (CK_k \cdot yp_{Dk} \cdot xp_{Dk}) & 0 & 0
 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{cccccc}
\begin{array}{c} -\sum_{k=3}^4 CK_k \\ -\sum_{k=3}^4 (CK_k \cdot yp_{Kk}) \\ \sum_{k=3}^4 (CK_k \cdot xp_{Kk}) \\ 0 \\ 0 \end{array} &
\begin{array}{c} -\sum_{k=3}^4 (CK_k \cdot yp_{Kk}) \\ -\sum_{k=3}^4 (CK_k \cdot yp_{Kk}^2) - CSB_{34} \\ \sum_{k=3}^4 (CK_k \cdot yp_{Kk} \cdot xp_{Kk}) \\ 0 \\ 0 \end{array} &
\begin{array}{c} -\sum_{k=5}^6 CK_k \\ -\sum_{k=5}^6 (CK_k \cdot yp_{Kk}) \\ \sum_{k=5}^6 (CK_k \cdot xp_{Kk}) \\ 0 \\ 0 \end{array} &
\begin{array}{c} -\sum_{k=5}^6 (CK_k \cdot yp_{Kk}) \\ -\sum_{k=5}^6 (CK_k \cdot yp_{Kk}^2) - CSB_{56} \\ \sum_{k=5}^6 (CK_k \cdot yp_{Kk} \cdot xp_{Kk}) \\ 0 \\ 0 \end{array} &
\begin{array}{c} -\sum_{k=7}^8 CK_k \\ -\sum_{k=7}^8 (CK_k \cdot yp_{Kk}) \\ \sum_{k=7}^8 (CK_k \cdot xp_{Kk}) \\ 0 \\ 0 \end{array} &
\begin{array}{c} -\sum_{k=7}^8 (CK_k \cdot yp_{Kk}) \\ \sum_{k=7}^8 (CK_k \cdot yp_{Kk}^2) - CSB_{26} \\ \sum_{k=7}^8 (CK_k \cdot yp_{Kk} \cdot xp_{Kk}) \\ 0 \\ 0 \end{array} \\
\sum_{k=3}^4 CK_k + \sum_{k=3}^4 CK_{Tk} &
\left( \begin{array}{c} \sum_{k=3}^4 (CK_k \cdot yp_{Kk}) + \\ + \sum_{k=3}^4 (CK_{Tk} \cdot yp_{Tk}) \end{array} \right) &
0 &
0 &
0 &
0 \\
\left( \begin{array}{c} \sum_{k=3}^4 (CK_k \cdot yp_{Kk}) + \\ + \sum_{k=3}^4 (CK_{Tk} \cdot yp_{Tk}) \end{array} \right) &
\left( \begin{array}{c} \sum_{k=3}^4 (CK_k \cdot yp_{Kk}^2) + \\ + \sum_{k=3}^4 (CK_{Tk} \cdot yp_{Tk}^2) - CSB_{34} \end{array} \right) &
0 &
0 &
0 &
0 \\
0 &
0 &
\sum_{k=5}^6 CK_k + \sum_{k=5}^6 CK_{Tk} &
\left( \begin{array}{c} \sum_{k=5}^6 (CK_k \cdot yp_{Kk}) + \\ + \sum_{k=5}^6 (CK_{Tk} \cdot yp_{Tk}) \end{array} \right) &
0 &
0 \\
0 &
0 &
\left( \begin{array}{c} \sum_{k=5}^6 (CK_k \cdot yp_{Kk}) + \\ + \sum_{k=5}^6 (CD_{Tk} \cdot yp_{Tk}) \end{array} \right) &
\left( \begin{array}{c} \sum_{k=5}^6 (CK_k \cdot yp_{Dk}^2) + \\ + \sum_{k=5}^6 (CD_{Tk} \cdot yp_{Tk}^2) + CSB_{56} \end{array} \right) &
0 &
0 \\
0 &
0 &
0 &
0 &
\sum_{k=8}^7 CK_k + \sum_{k=7}^8 CK_{Tk} &
\left( \begin{array}{c} \sum_{k=7}^8 (CK_k \cdot yp_{Kk}) + \\ + \sum_{k=7}^8 (CK_{Tk} \cdot yp_{Tk}) \end{array} \right) \\
0 &
0 &
0 &
0 &
\left( \begin{array}{c} \sum_{k=7}^8 (CK_k \cdot yp_{Kk}) + \\ + \sum_{k=7}^8 (CK_{Tk} \cdot yp_{Tk}) \end{array} \right) &
\left( \begin{array}{c} \sum_{k=7}^8 (CK_k \cdot yp_{Kk}^2) + \\ + \sum_{k=7}^8 (CK_{Tk} \cdot yp_{Tk}^2) + CSB_{78} \end{array} \right)
\end{array} \quad (6.4)$$



• Vetor Força:

$$\{F\} = \left\{ \begin{array}{l}
 -\sum_{k=1}^{N_D} BD_k - \sum_{k=1}^{N_{AS}} BB_k \\
 -\sum_{k=1}^{N_{AS}} (BB_k \cdot yp_{Kk}) - \sum_{k=1}^{N_D} (BD_k \cdot yp_{Dk}) \\
 \sum_{k=1}^{N_{AS}} (BB_k \cdot xp_{Kk}) + \sum_{k=1}^{N_D} (BD_k \cdot xp_{Dk}) \\
 \sum_{k=1}^2 (CK_{Tk} \cdot E_{Tk}) + \sum_{k=1}^2 (CD_{Tk} \cdot \dot{E}_{Tk}) + \sum_{k=1}^2 BB_k + \sum_{k=1}^2 BD_k \\
 \sum_{k=1}^2 (CK_{Tk} \cdot E_{Tk} \cdot yp_{Tk}) + \sum_{k=1}^2 (CD_{Tk} \cdot \dot{E}_{Tk} \cdot yp_{Tk}) + \sum_{k=1}^2 (BB_k \cdot yp_{Kk}) + \sum_{k=1}^2 (BD_k \cdot yp_{Dk}) \\
 \sum_{k=3}^4 (CK_{Tk} \cdot E_{Tk}) + \sum_{k=3}^4 (CD_{Tk} \cdot \dot{E}_{Tk}) + \sum_{k=3}^4 BB_k + \sum_{k=3}^4 BD_k \\
 \sum_{k=3}^4 (CK_{Tk} \cdot E_{Tk} \cdot yp_{Tk}) + \sum_{k=3}^4 (CD_{Tk} \cdot \dot{E}_{Tk} \cdot yp_{Tk}) + \sum_{k=3}^4 (BB_k \cdot yp_{Kk}) + \sum_{k=3}^4 (BD_k \cdot yp_{Dk}) \\
 \sum_{k=5}^6 (CK_{Tk} \cdot E_{Tk}) + \sum_{k=5}^6 (CD_{Tk} \cdot \dot{E}_{Tk}) + \sum_{k=5}^6 BB_k + \sum_{k=5}^6 BD_k \\
 \sum_{k=5}^6 (CK_{Tk} \cdot E_{Tk} \cdot yp_{Tk}) + \sum_{k=5}^6 (CD_{Tk} \cdot \dot{E}_{Tk} \cdot yp_{Tk}) + \sum_{k=5}^6 (BB_k \cdot yp_{Kk}) + \sum_{k=5}^6 (BD_k \cdot yp_{Dk}) \\
 \sum_{k=7}^8 (CK_{Tk} \cdot E_{Tk}) + \sum_{k=7}^8 (CD_{Tk} \cdot \dot{E}_{Tk}) + \sum_{k=7}^8 BB_k + \sum_{k=7}^8 BD_k \\
 \sum_{k=7}^8 (CK_{Tk} \cdot E_{Tk} \cdot yp_{Tk}) + \sum_{k=7}^8 (CD_{Tk} \cdot \dot{E}_{Tk} \cdot yp_{Tk}) + \sum_{k=7}^8 (BB_k \cdot yp_{Kk}) + \sum_{k=7}^8 (BD_k \cdot yp_{Dk})
 \end{array} \right\} \quad (6.5)$$

- Vetor Aceleração, Velocidade e Deslocamento:

$$\left\{ \ddot{\eta} \right\} = \begin{Bmatrix} \dot{w}_s \\ \dot{p}_s \\ \dot{q}_s \\ \dot{w}_{u12} \\ \dot{\phi}_{u12} \\ \dot{w}_{u34} \\ \dot{\phi}_{u34} \\ \dot{w}_{u56} \\ \dot{\phi}_{u56} \\ \dot{w}_{u78} \\ \dot{\phi}_{u78} \end{Bmatrix} \quad \left\{ \dot{\eta} \right\} = \begin{Bmatrix} w_s \\ p_s \\ q_s \\ w_{u12} \\ p_{u12} \\ w_{u34} \\ p_{u34} \\ w_{u56} \\ p_{u56} \\ w_{u78} \\ p_{u78} \end{Bmatrix} \quad \left\{ \eta \right\} = \begin{Bmatrix} dz_s \\ \phi_s \\ \theta_s \\ dz_{u12} \\ \phi_{u12} \\ dz_{u34} \\ \phi_{u34} \\ dz_{u56} \\ \phi_{u56} \\ dz_{u78} \\ \phi_{u78} \end{Bmatrix} \quad (6.6)$$

### 6.1.2 Para o modelo do veículo executando manobras direcionais

A partir das Equações 5.22 até 5.25 é possível determinar-se as matrizes de massa, de rigidez e de amortecimento, e, também, o vetor força, para o modelo direcional de oito graus de liberdade.

Para ser possível a construção da matriz de amortecimento é necessário que não linearidades do tipo “ $v.r$ ”, “ $u.r$ ”, “ $p.r$ ” e “ $r^2$ ” sejam contornadas. Para tanto, a variável “ $r$ ” da Equação 5.22 e a variável “ $u$ ” das Equações 5.23 e 5.24 foram consideradas, momentaneamente, como constantes, e incluídas dentro da matriz de amortecimento.

Novos valores destas variáveis são calculados a cada passo da iteração numérica no tempo, permitindo, desta forma, que a matriz de amortecimento seja constantemente atualizada com os valores destas variáveis da iteração anterior.

A equação do sistema para este caso é idêntica a Equação 6.1, entretanto, as matrizes e vetores têm outra forma.

- Matriz de massa

$$[M] = \begin{bmatrix} m_s + \sum_{ij=12}^{MN_u} m_{u\ ij} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_s + \sum_{ij=12}^{MN_u} m_{u\ ij} & -\sum_{ij=12}^{MN_u} (m_{u\ ij} \cdot xp_{CGu\ ij}) & -m_s \cdot zp_{CGs} \\ 0 & 0 & Iz_s + \sum_{ij=12}^{MN_u} (Iz_{u\ ij} + m_{u\ ij} \cdot xp_{CGu\ ij}^2) & 0 \\ 0 & -m_s \cdot zp_{CGs} & 0 & Ix_s \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

- Matriz de rigidez:

$$[K] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sum_{ij=12}^{MN_u} (CSB_{ij}) + \sum_{k=1}^{N_{AS}} (CK_k \cdot yp_{K\ k}^2) + m_s \cdot g \cdot zp_{CGs} \end{bmatrix} \quad (6.8)$$

- Matriz de amortecimento:

$$[C] = \begin{bmatrix} 0 & -\left(m_s + \sum_{ij=12}^{MN_u} m_{u\ ij}\right) \cdot r_s & -\left(\sum_{ij=12}^{MN_u} (m_{u\ ij} \cdot xp_{CGu\ ij})\right) \cdot r_s & m_s \cdot zp_{CGs} \cdot r_s \\ 0 & 0 & \left(m_s + \sum_{ij=12}^{MN_u} m_{u\ ij}\right) \cdot u_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -m_s \cdot zp_{CGs} \cdot u_s & \sum_{k=1}^{N_D} (CD_k \cdot yp_{D\ k}^2) \end{bmatrix} \quad (6.9)$$

- Vetor força:

$$\{F\} = \left\{ \begin{array}{l} \sum_{t=1}^{n_T} FTx_t - EFF \\ \sum_{t=1}^{n_T} FTy_t + EFL \\ \sum_{k=1}^{n_T} (FTy_k \cdot xp_{T k}) - \sum_{k=1}^{n_T} (FTx_k \cdot yp_{T k}) + EFF \cdot yp_{EFF} + EFL \cdot xp_{EFL} \\ - EFL \cdot zp_{EFL} - \sum_{k=1}^{n_D} (BD_k \cdot yp_{D k}) - \sum_{k=1}^{n_{AS}} (BB_k \cdot yp_K) \end{array} \right\} \quad (6.10)$$

- Vetores Aceleração, Velocidade e Deslocamento:

$$\left\{ \ddot{\eta} \right\} = \begin{Bmatrix} \dot{u}_s \\ \dot{v}_s \\ \dot{r}_s \\ \dot{p}_s \end{Bmatrix} \quad \left\{ \dot{\eta} \right\} = \begin{Bmatrix} u_s \\ v_s \\ r_s \\ p_s \end{Bmatrix} \quad \left\{ \eta \right\} = \begin{Bmatrix} dx_s \\ dy_s \\ \theta_s \\ \phi_s \end{Bmatrix} \quad (6.11)$$

## 6.2 EQUAÇÃO DE ESTADO

Com o auxílio das matrizes e vetores mostrados nas Equações 6.2 a 6.11, é possível reescrever as equações do movimento desenvolvidas nos Capítulos 4 e 5 na forma matricial, conforme mostrado na Equação 6.1, que é classificada como uma equação diferencial vetorial de segunda ordem:

Para obter-se a solução numérica desta equação é conveniente reduzir a sua ordem (BARBIERI, 1989), para tanto, rearranjando-se a Equação 6.1 obtém-se:

$$\left\{ \ddot{\eta} \right\} = -[M]^{-1} \cdot [C] \cdot \left\{ \dot{\eta} \right\} - [M]^{-1} \cdot [K] \cdot \left\{ \eta \right\} + [M]^{-1} \cdot \{F\} \quad (6.12)$$

Agregando-se a este conjunto de N equações, representadas pela Equação 6.12, um conjunto com o mesmo número N de equações triviais  $\left\{ \dot{\eta} \right\} = \left\{ \dot{\eta} \right\}$ , obtém-se:

$$\left\{ \dot{\eta} \right\} = \left\{ \dot{\eta} \right\}$$

$$\left\{ \ddot{\eta} \right\} = -[M]^{-1} \cdot [C] \cdot \left\{ \dot{\eta} \right\} - [M]^{-1} \cdot [K] \cdot \left\{ \eta \right\} + [M]^{-1} \cdot \left\{ F \right\}$$

ou,

$$\left\{ \begin{array}{c} \dot{\eta} \\ \ddot{\eta} \end{array} \right\} = \left[ \begin{array}{cc} 0 & I \\ -[M]^{-1} \cdot [C] & -[M]^{-1} \cdot [K] \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \eta \\ \dot{\eta} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ [M]^{-1} \cdot \left\{ F \right\} \end{array} \right\}$$

ou, ainda

$$\left\{ \dot{\xi} \right\} = [A] \cdot \left\{ \xi \right\} + \left\{ b \right\} \quad (6.13)$$

A Equação 6.13 é conhecida como equação de estado, cujos componentes são conhecidos como:

- Vetor de estado

$$\left\{ \xi \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \left\{ \eta \right\} \\ \left\{ \dot{\eta} \right\} \end{array} \right\} \quad (6.14)$$

- Matriz de estado

$$[A] = \left[ \begin{array}{cc} 0 & I \\ -[M]^{-1} \cdot [C] & -[M]^{-1} \cdot [K] \end{array} \right] \quad (6.15)$$

- Termo fonte

$$\left\{ b \right\} = \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ [M]^{-1} \cdot \left\{ F \right\} \end{array} \right\} \quad (6.16)$$

## **7 VALIDAÇÃO DOS MODELOS**

Neste capítulo, os modelos computacionais desenvolvidos neste trabalho, tanto para o veículo trafegando em pista reta com irregularidades no pavimento da via como para o modelo do veículo executando manobras direcionais em pista perfeitamente plana, serão validados.

Tal validação será apresentada em duas etapas. Primeiramente, os resultados obtidos pelos modelos numéricos serão comparados com resultados publicados em outros trabalhos, ou seja, será feita uma validação numérica. Posteriormente, serão comparados valores medidos em um experimento utilizando-se um veículo real com os resultados encontrados utilizando-se os modelos numéricos desenvolvidos, ou seja, será feita uma validação experimental.

### **7.1 MODELO PARA VEÍCULO TRAFEGANDO EM PISTA RETA COM PAVIMENTO IRREGULAR**

#### **7.1.1 Validação numérica**

Poucos são os trabalhos publicados na literatura com riqueza de dados suficiente de forma a permitir uma validação numérica confiável. Para validar numericamente este modelo serão utilizados, como referência, os dados dos veículos apresentados no trabalho desenvolvido por BARBIERI (1989), cujas características estão apresentadas, em detalhes, no Anexo 2.

Convém salientar que, no trabalho desenvolvido por esse pesquisador para veículos com suspensão convencional, ou seja, suspensão passiva, foi considerado um veículo, no caso um caminhão, com características lineares de molas e amortecedores, e com suspensão independente no eixo dianteiro. Portanto, alguma adaptação dos

dados do veículo de BARBIERI (1989) são necessárias para adequação ao modelo desenvolvido neste trabalho, onde a suspensão dianteira considera o uso de um eixo rígido. Desta forma, adotou-se, para efeitos desta validação numérica, que “ $m_{u\ 1,2} = 560\ (kg)$ ” e que “ $I_{x_{u\ 1,2}} = 560\ (kg.m^2)$ ”. Os valores de “CB” “BB” “BD” foram mantidos iguais a zero.

Cabe também um esclarecimento quanto à forma como BARBIERI (1989) mostra os resultados por ele obtidos. Estes não são apresentados de uma forma explícita no domínio do tempo, ou seja, eles são apresentados em figuras onde o eixo das abscissas contém o número de intervalos de tempo utilizado na solução numérica, definido por:

$$\text{número de intervalos de tempo} = \frac{WL}{16 \cdot u_s}$$

Finalmente, convém salientar que BARBIERI (1989) adota uma orientação para os eixos coordenados diferente da adotada neste trabalho, ou seja, ele posiciona o eixo “ $z_s$ ” com o sentido positivo para cima, e, neste trabalho, o mesmo eixo está posicionado com o sentido positivo para baixo<sup>12</sup>.

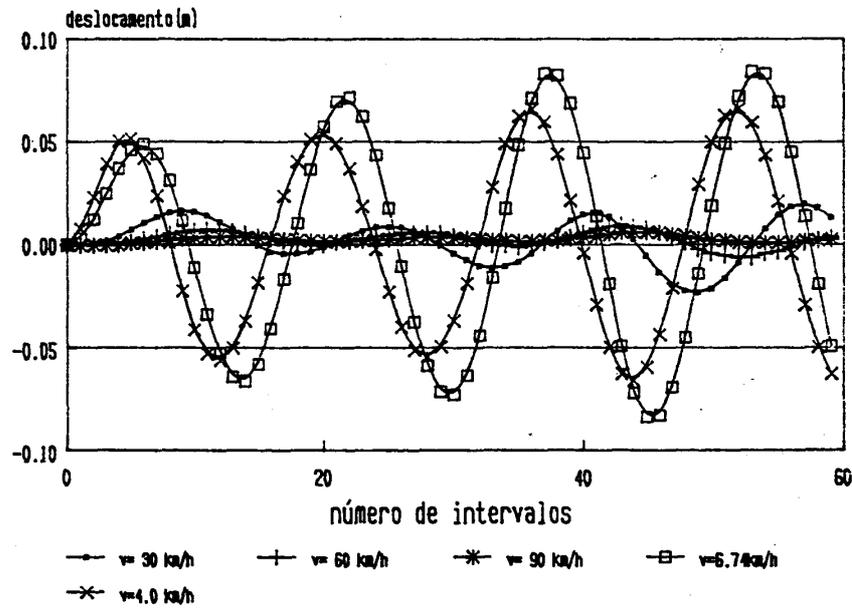
As figuras que se seguem mostram, aos pares, os resultados obtidos por BARBIERI (1989) e os obtidos a partir do modelo aqui desenvolvido, para as mesmas variáveis sob as mesmas condições de carregamento do veículo. Os títulos de cada figura descrevem, em detalhes, as variáveis apresentadas e a condição específica do carregamento do veículo.

Comparando-se os resultados apresentados por BARBIERI (1989) com os obtidos aqui, verifica-se uma grande coincidência entre os valores, o que garante a validação numérica do modelo desenvolvido neste trabalho.

---

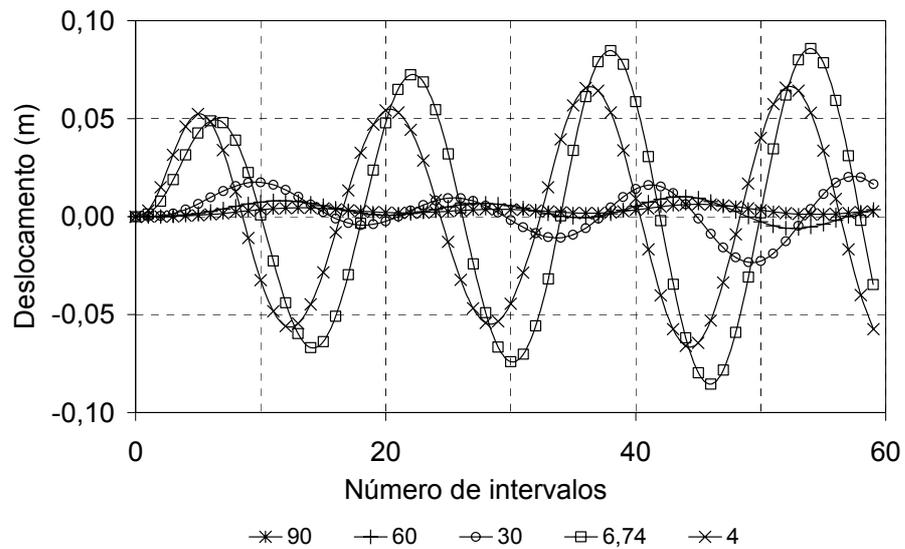
<sup>12</sup> Ver o Capítulo 4.1 para mais detalhes sobre o posicionamento dos eixos coordenados

FIGURA 7.1: VARIAÇÕES DO DESLOCAMENTO DA MASSA SUSPensa, SEGUNDO BARBIERI, PARA A CONDIÇÃO VEÍCULO DESCARREGADO



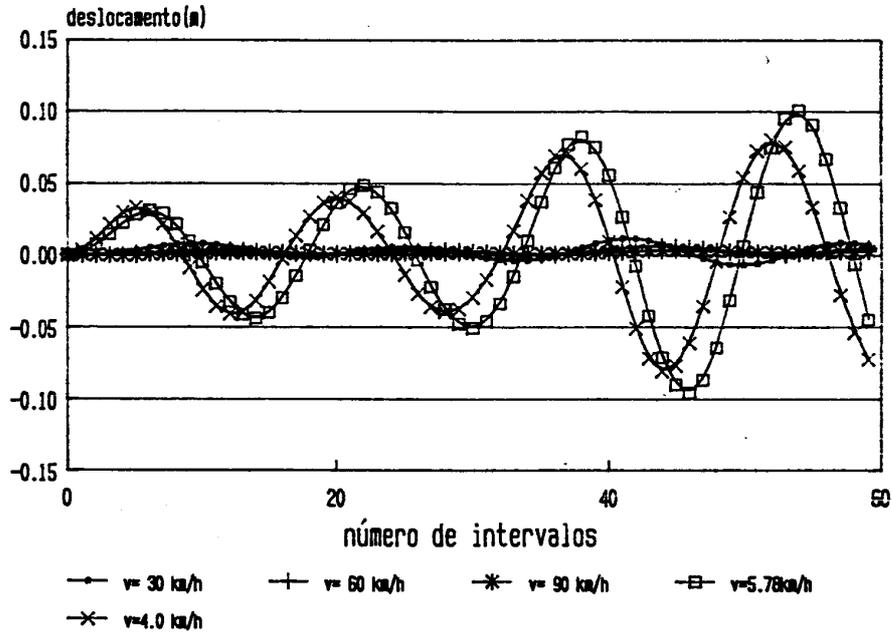
FONTE: BARBIERI, 1989

FIGURA 7.2: VARIAÇÕES DO DESLOCAMENTO DA MASSA SUSPensa, SEGUNDO ESTE AUTOR, PARA A CONDIÇÃO VEÍCULO DESCARREGADO



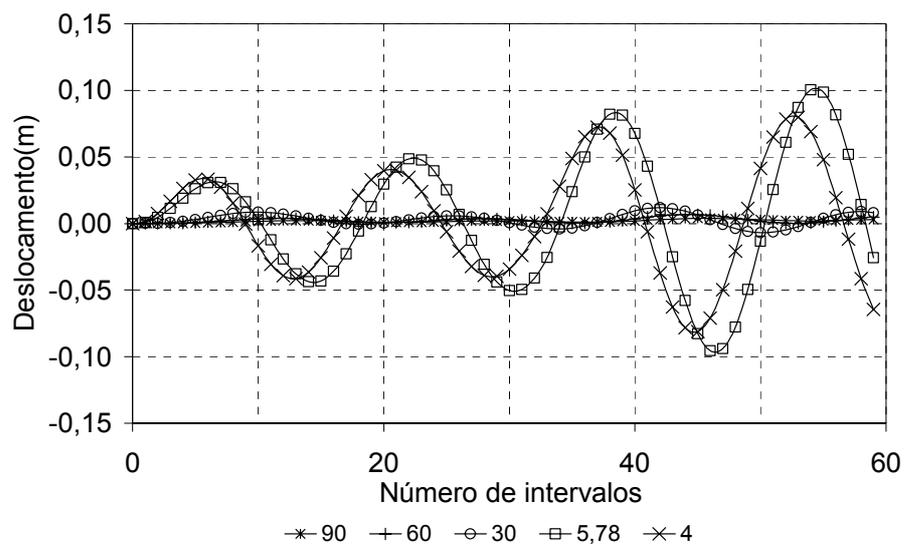
FONTE: O AUTOR

FIGURA 7.3: VARIAÇÕES DO DESLOCAMENTO VERTICAL DA MASSA SUSPENSA, SEGUNDO BARBIERI, PARA A CONDIÇÃO VEÍCULO CARREGADO



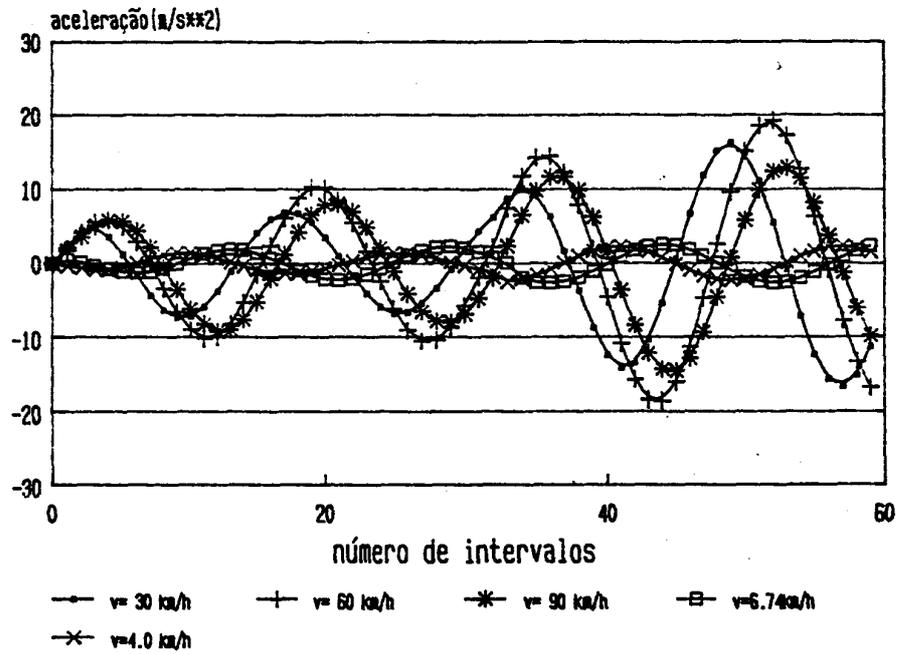
FONTE: BARBIERI, 1989

FIGURA 7.4: VARIAÇÕES DO DESLOCAMENTO VERTICAL DA MASSA SUSPENSA, SEGUNDO ESTE AUTOR, PARA A CONDIÇÃO VEÍCULO CARREGADO



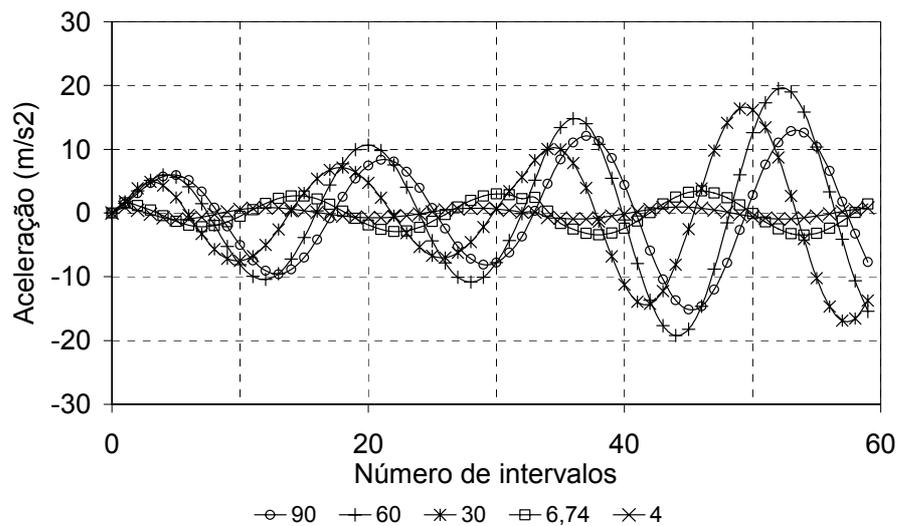
FONTE: O AUTOR

FIGURA 7.5: VARIAÇÕES DA ACELERAÇÃO VERTICAL DA MASSA SUSPensa, SEGUNDO BARBIERI, PARA A CONDIÇÃO VEÍCULO DESCARREGADO



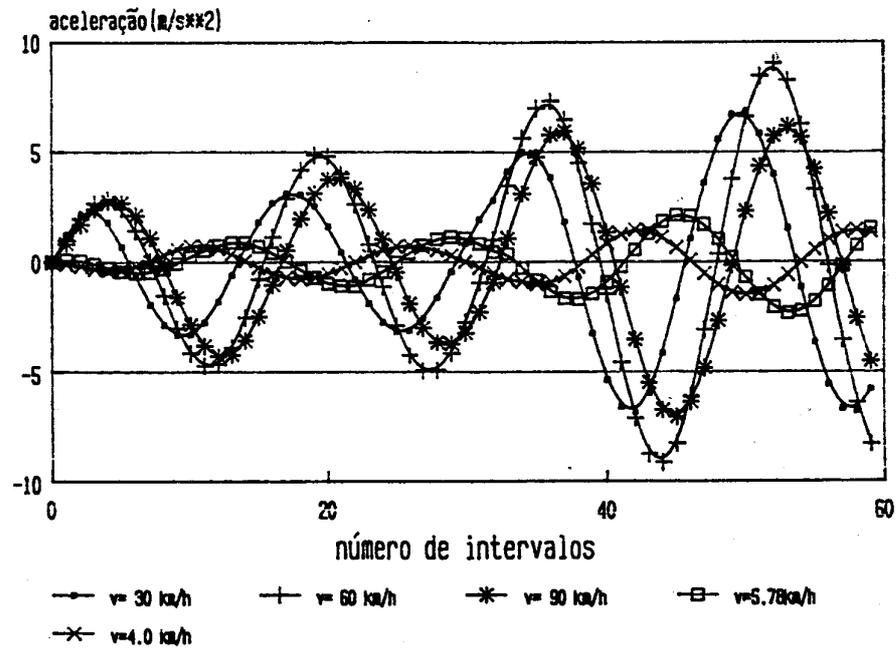
FONTE: BARBIERI, 1989

FIGURA 7.6: VARIAÇÕES DA ACELERAÇÃO DA MASSA SUSPensa, SEGUNDO ESTE AUTOR, PARA A CONDIÇÃO VEÍCULO DESCARREGADO



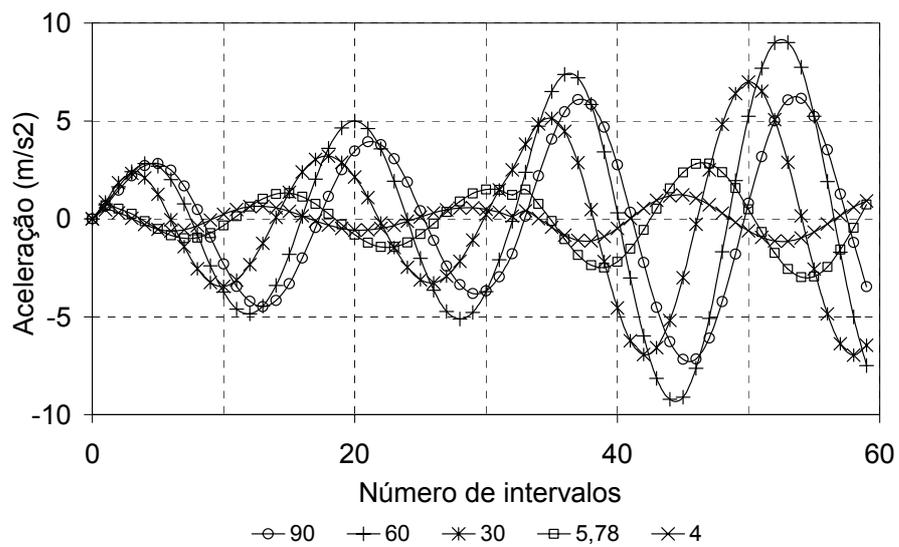
FONTE: O AUTOR

FIGURA 7.7: VARIAÇÕES DA ACELERAÇÃO VERTICAL DA MASSA SUSPensa, SEGUNDO BARBIERI, PARA A CONDIÇÃO VEÍCULO CARREGADO



FONTE: BARBIERI, 1989

FIGURA 7.8: VARIAÇÕES DA ACELERAÇÃO VERTICAL DA MASSA SUSPensa, SEGUNDO ESTE AUTOR, PARA A CONDIÇÃO VEÍCULO CARREGADO



FONTE: O AUTOR

### 7.1.2 Validação experimental

Uma outra fase necessária para a validação total do modelo numérico desenvolvido neste trabalho é a comparação dos resultados obtidos por simulação computacional com os valores obtidos experimentalmente.

Da mesma forma que citado no capítulo anterior, a riqueza de dados experimentais publicados é escassa. Portanto, foi necessário fazer-se medições de em um ônibus Volvo a fim de se criar um banco de dados cujos resultados pudessem ser comparados aos obtidos pelo modelo numérico.

As medições foram executadas em um ônibus Volvo B7R urbano. Apesar deste veículo não ser exatamente o que será explorado neste trabalho, o chassi B7R fretamento<sup>13</sup>, ambos possuem a mesma suspensão, o que justifica o uso do chassi urbano como veículo para validação experimental.

Infelizmente, não havia disponíveis recursos necessários para reproduzir os procedimentos experimentais padronizados segundo as normas ISO. Entretanto, como o foco da validação experimental está no modelo numérico e não no veículo, a adoção ou não destes procedimentos padronizados torna-se uma questão secundária.

Procurou-se criar, durante a execução do experimento, duas situações distintas, que provocassem respostas particulares na dinâmica do veículo. Na primeira situação um obstáculo artificial foi colocado na pista de forma que os pneus dianteiros direito e esquerdo o atingissem no mesmo instante, e, após alguns segundos, devido a grande distância entre eixos do ônibus de 6,3 metros, o mesmo acontecesse com os pneus do eixo de tração. Desta forma, com este primeiro experimento, procurou-se excitar ao máximo o modo de vibrar vertical da massa suspensa do veículo. Em um segundo experimento, colocou-se dois obstáculos iguais, alinhados um a frente do outro, distanciados da mesma medida de entre eixos do ônibus, de tal forma que

---

<sup>13</sup> Veja o Capítulo 1 para a descrição do veículo objeto de pesquisa.

somente os pneus do lado direito do veículo fossem excitados. Procurou-se, desta forma, excitar ao máximo o modo de vibrar associado à rolagem da massa suspensa do veículo.

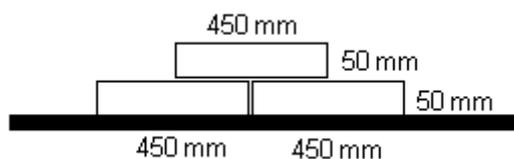
Cada obstáculo era composto por três placas de cimento, com 50mm de altura e 450mm de comprimento cada uma, posicionadas conforme mostrado na Figura 7.9. Escolheu-se este perfil com o objetivo de excitar o veículo em uma larga faixa de frequências.

Como dispositivos de medição, utilizou-se um acelerômetro, com sensibilidade uniaxial, e dois sensores de deslocamentos. O acelerômetro foi posicionado no centro de gravidade do veículo de forma a captar a aceleração vertical da massa suspensa. Os transdutores de deslocamentos foram posicionados nos amortecedores dianteiro e traseiro direito, de forma a medir o movimento da suspensão.

Cada teste foi realizado com o veículo movimentando-se a velocidades de 10km/h, 20km/h e 30km/h.

Os dados deste veículo estão apresentados no Apêndice 1

FIGURA 7.9: PERFIL DO OBSTÁCULO UTILIZADO NOS TESTES



FONTE: O AUTOR

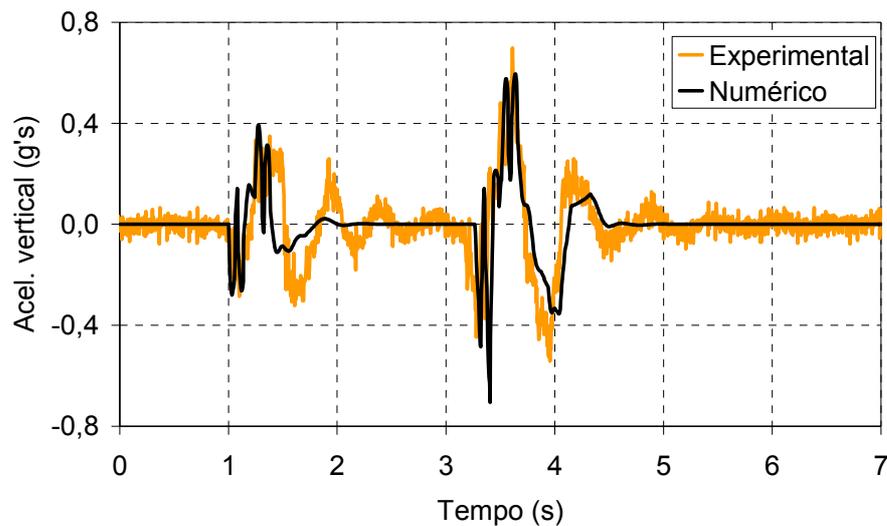
Os resultados obtidos com o primeiro procedimento de teste estão apresentados nas Figuras 7.10 à 7.15.

Observa-se uma boa concordância entre os valores obtidos experimentalmente com os valores calculados a partir do modelo numérico desenvolvido. Entretanto, à

medida que a velocidade do veículo aumenta, uma aceleração parasita é detectada pelo acelerômetro. Isto pode ser observado com clareza nas figuras para velocidades de 20km/h e, em especial, naquelas para velocidade de 30km/h. Isto pode ser entendido a partir do momento em que existiam alguma partes da carroceria soltas, haja vista que este veículo já fora utilizado, por diversas vezes, nos mais variados testes, e, portanto, a sua condição de conservação estava um pouco comprometida.

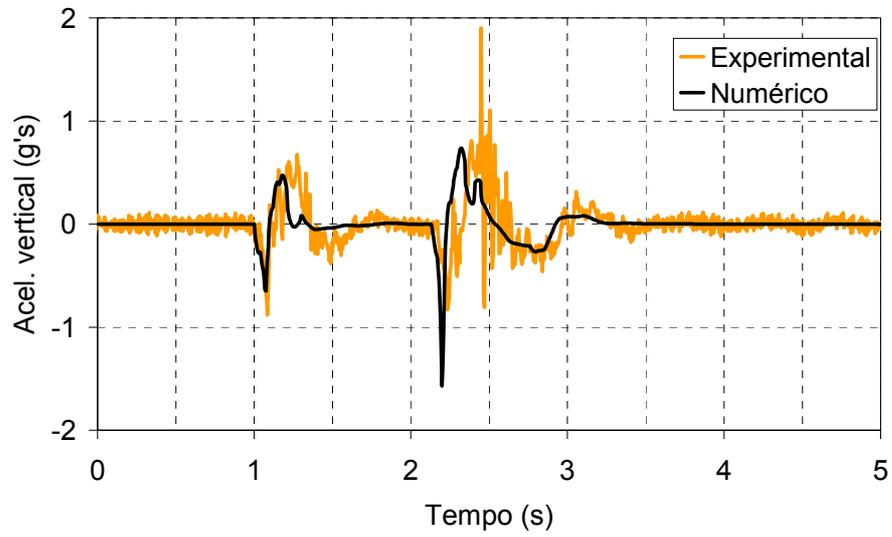
Estas acelerações parasitas são aquelas observadas, em especial, quando o eixo de tração passa por sobre o obstáculo, ou seja, no segundo pico de acelerações na curva da figura no domínio do tempo. Já na figura no domínio da frequência, tais acelerações representam os picos referentes a faixa de frequências superiores a 11 Hz.

FIGURA 7.10: ACELERAÇÃO VERTICAL DA MASSA SUSPensa À 10KM/H



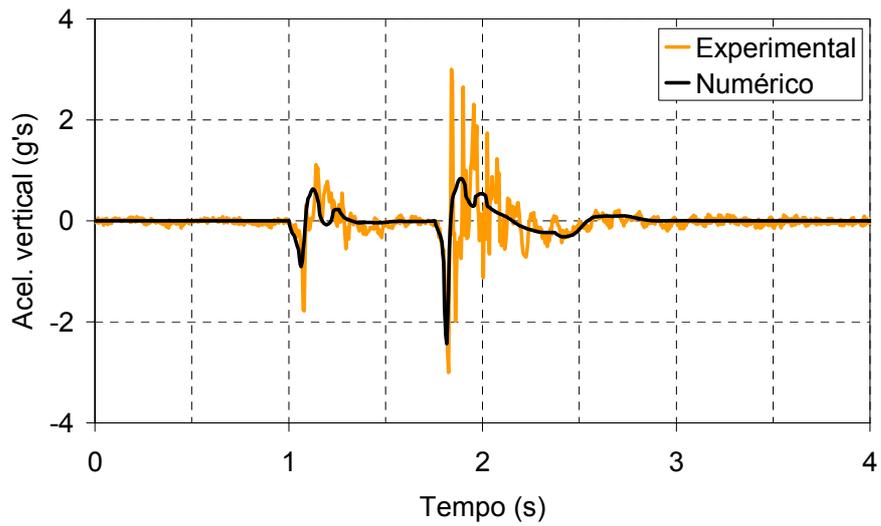
FONTE: O AUTOR

FIGURA 7.11: ACELERAÇÃO VERTICAL DA MASSA SUSPensa À 20KM/H



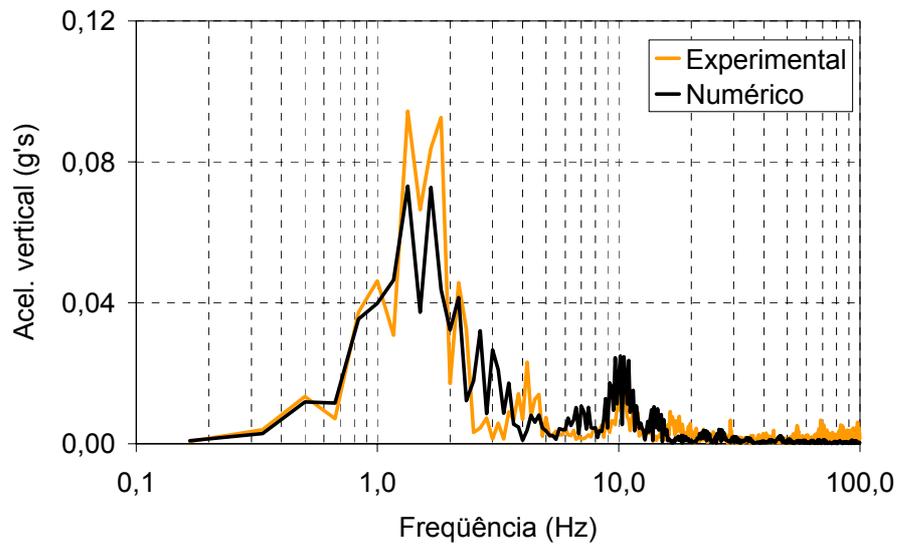
FONTE: O AUTOR

FIGURA 7.12: ACELERAÇÃO VERTICAL DA MASSA SUSPensa À 30KM/H



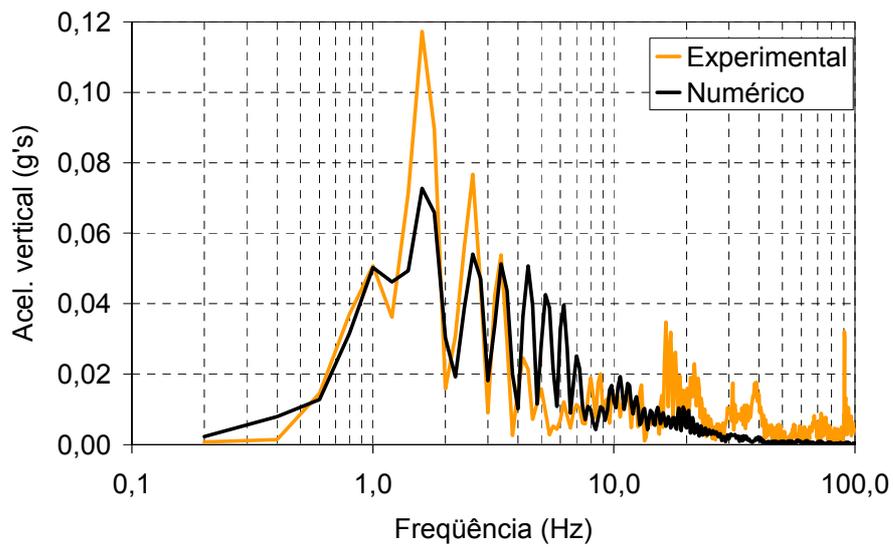
FONTE: O AUTOR

FIGURA 7.13: RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DA ACELERAÇÃO VERTICAL DA MASSA SUSPensa À 10KM/H



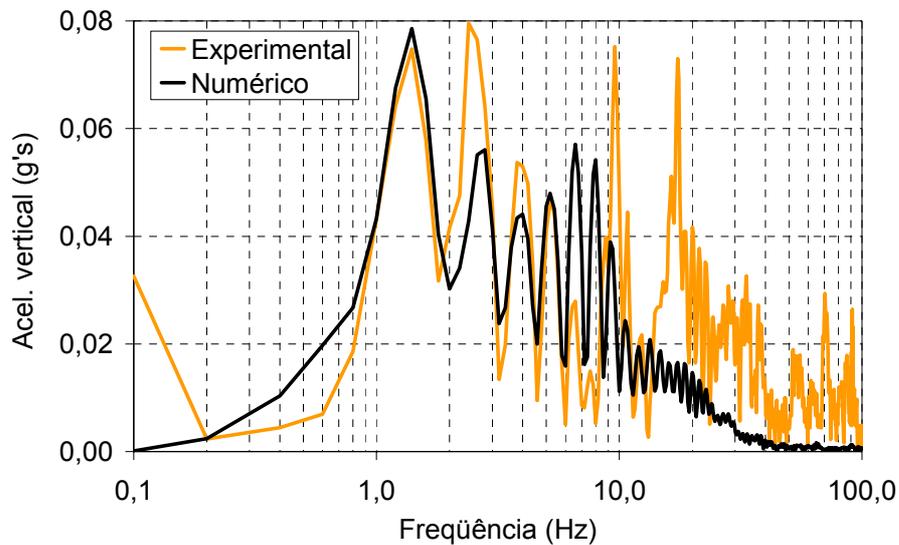
FONTE: O AUTOR

FIGURA 7.14: RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DA ACELERAÇÃO VERTICAL DA MASSA SUSPensa À 20KM/H



FONTE: O AUTOR

FIGURA 7.15: RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DA ACELERAÇÃO VERTICAL DA MASSA SUSPensa À 30KM/H



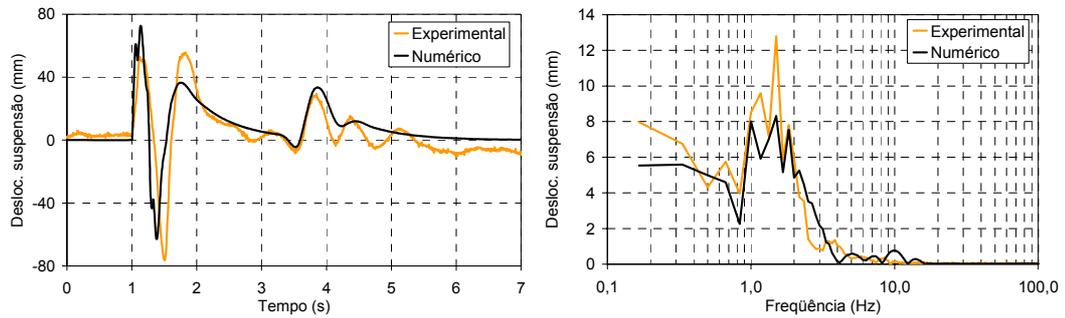
FONTE: O AUTOR

Apesar de não ser comumente utilizada na determinação dos parâmetros vibratórios de um veículo, o deslocamento das suspensões, adquiridos durante este primeiro procedimento de testes, foram comparados com os valores obtidos a partir do modelo numérico. Esta comparação é julgada importante pelo autor para a validação do modelo numérico, pois envolve um conjunto de movimentos relativos complexos entre a massa suspensa e as massas não suspensas para a sua determinação.

As Figuras 7.16 a 7.19 apresentam os dados obtidos experimentalmente e os obtidos através do modelo numérico, no domínio da frequência e no domínio do tempo, para velocidades de 10km/h e 30km/h. Os resultados obtidos à 20 km/h apresentam a mesma ordem de grandeza de precisão entre os resultados numéricos e os experimentais, e não estão apresentados aqui.

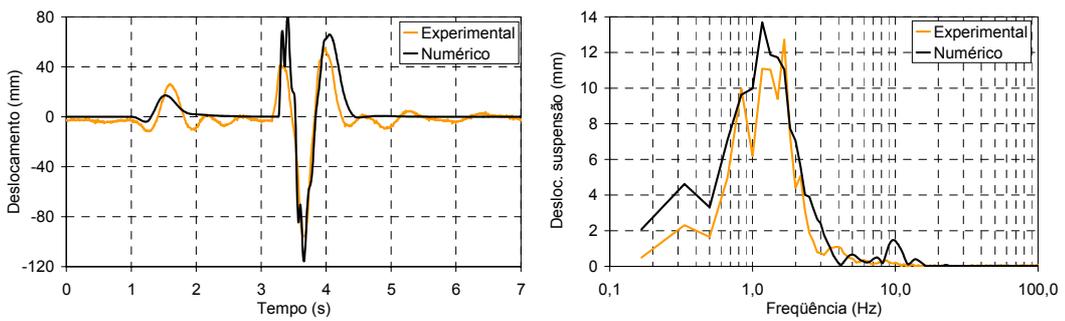
Analisando estas figuras pode-se observar uma boa coerência dos resultados numéricos com os obtidos experimentalmente, o que, mais uma vez, vem a validar o modelo numérico desenvolvido neste trabalho.

FIGURA 7.16: DESLOCAMENTO DA SUSPENSÃO DIANTEIRA DIREITA À 10KM/H



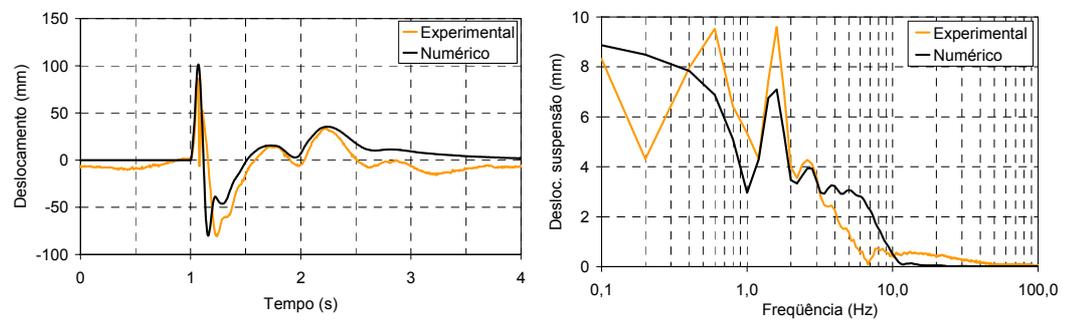
FONTE: O AUTOR

FIGURA 7.17: DESLOCAMENTO DA SUSPENSÃO TRASEIRA DIREITA À 10KM/H



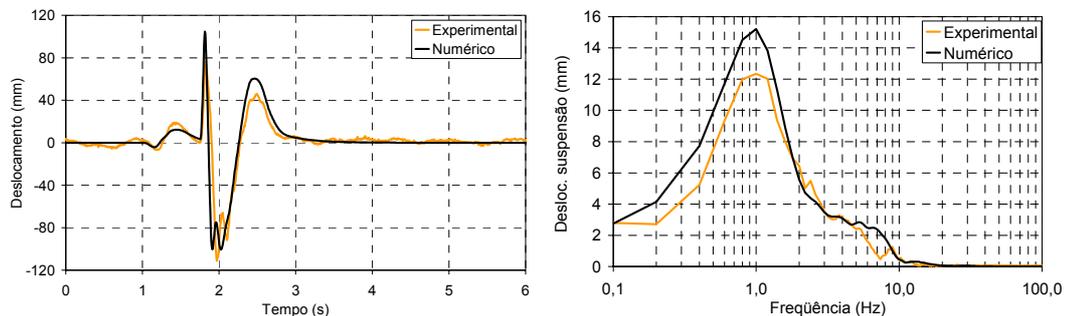
FONTE: O AUTOR

FIGURA 7.18: DESLOCAMENTO DA SUSPENSÃO DIANTEIRA DIREITA À 30KM/H



FONTE: O AUTOR

FIGURA 7.19: DESLOCAMENTO DA SUSPENSÃO TRASEIRA DIREITA À 30KM/H



FONTE: O AUTOR

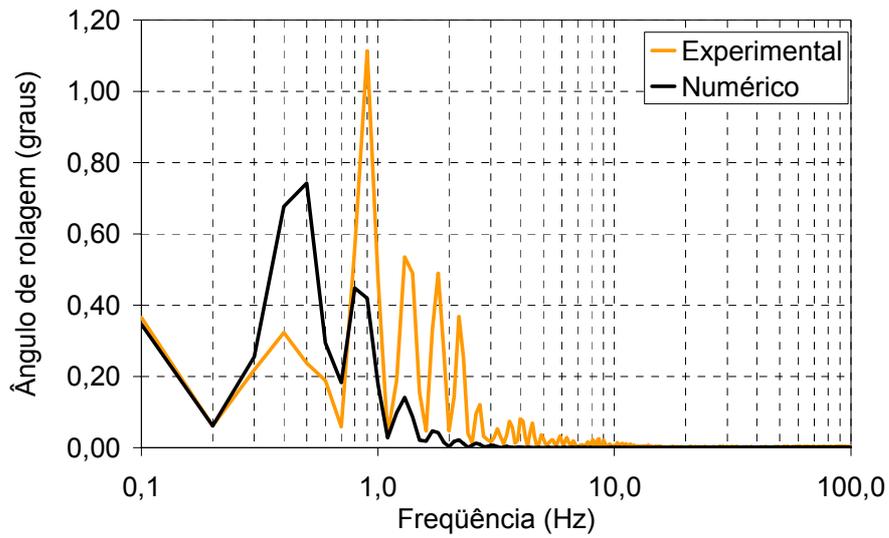
Conforme dito anteriormente, no segundo procedimento de testes procurou-se excitar o modo de vibrar associado à rolagem da massa suspensa. Como não se dispunha de um equipamento apropriado para medir diretamente esta variável, adotou-se, para efeitos de análise qualitativa dos resultados, que o movimento de rolagem da massa suspensa estaria associado ao valor do deslocamento médio dos amortecedores dianteiro e traseiro a cada instante de tempo. Desta forma, de posse destes valores, e conhecendo-se a distância dos amortecedores até o centro do veículo, é possível estimar-se, por intermédio de relações trigonométricas, o movimento de rolagem da massa suspensa.

Com a aproximação descrita acima, uma comparação do movimento de rolagem da massa suspensa no domínio do tempo entre os dados experimentais e numéricos fica comprometida, uma vez que os movimentos das suspensões estão fortemente relacionados com o momento em que os pneus passavam por sobre os obstáculos, o que ocorre em instantes diferentes para o eixo dianteiro e o traseiro. Desta forma, optou-se por fazer uma análise somente no domínio da frequência. Tais resultados estão apresentados nas Figuras 7.20 à 7.22.

Observa-se uma concordância, não em intensidade, mas na faixa de frequências, entre os resultados obtidos pelo modelo numérico e aqueles obtidos

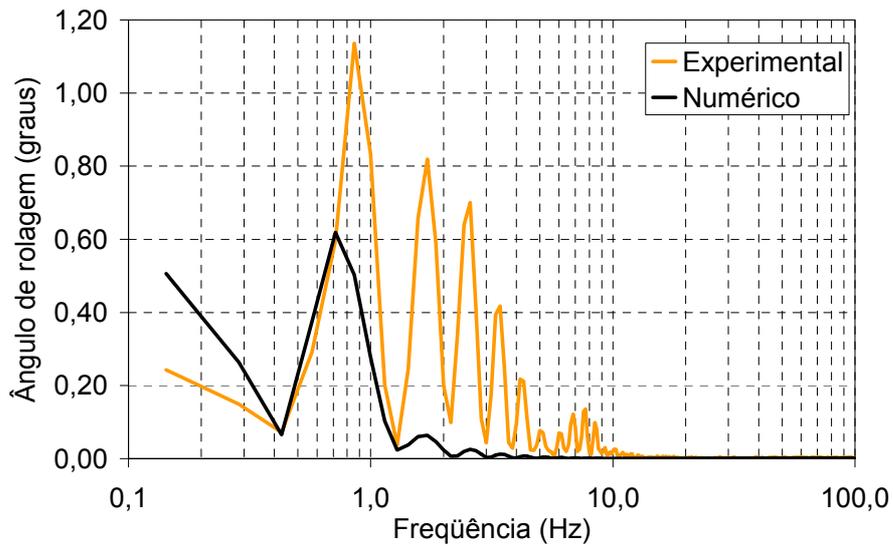
experimentalmente. Isto, em certa extensão, não ajuda o corroborar sobre a validade do modelo numérico, mas, certamente, não acusa nenhuma incoerência.

FIGURA 7.20: RESPOSTA EM FREQUÊNCIA PARA O ÂNGULO DE ROLAGEM DA MASSA SUSPensa À 10KM/H



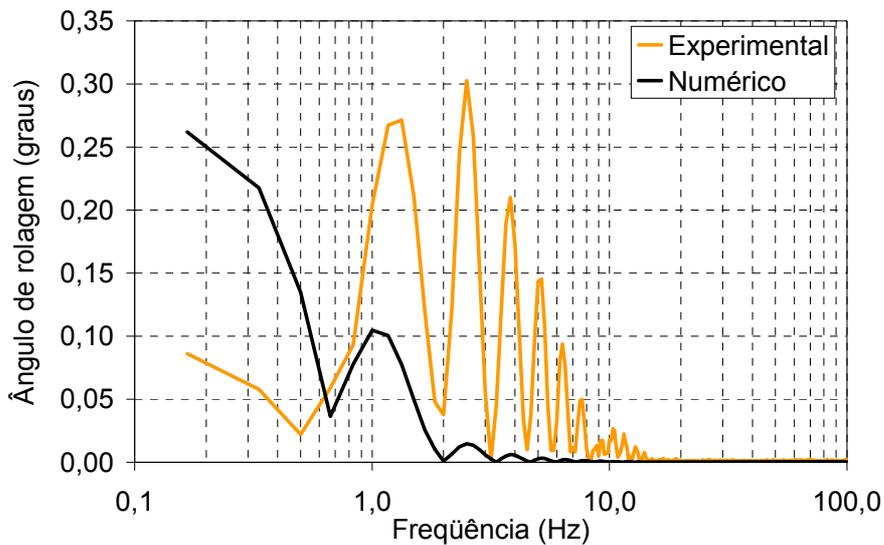
FONTE: O AUTOR

FIGURA 7.21: RESPOSTA EM FREQUÊNCIA PARA O ÂNGULO DE ROLAGEM DA MASSA SUSPensa À 20KM/H



FONTE: O AUTOR

FIGURA 7.22: RESPOSTA EM FREQUÊNCIA PARA O ÂNGULO DE ROLAGEM DA MASSA SUSPensa À 30KM/H



FONTE: O AUTOR

## 7.2 MODELO MATEMÁTICO PARA O VEÍCULO EXECUTANDO MANOBRAS DIRECIONAIS EM PISTA PLANA

### 7.2.1 Validação numérica

A validação numérica do modelo direcional será feita em relação aos resultados apresentados por SMITH e STARKEY (1995).

O trabalho desenvolvido por esses pesquisadores serviu de base para o desenvolvimento do modelo numérico de oito graus de liberdade desenvolvido neste trabalho, e será utilizado também como base para a sua validação numérica.

Smith e Strakey publicaram alguns resultados onde é mostrada a aceleração lateral (“*lateral acceleration*”), a velocidade de guinada (“*yaw rate*”), e o ângulo de escorregamento lateral (“*vehicle side slip*”) do veículo. Eles também apresentam a trajetória deste em relação ao sistema de coordenadas “*XY*” fixo na terra.

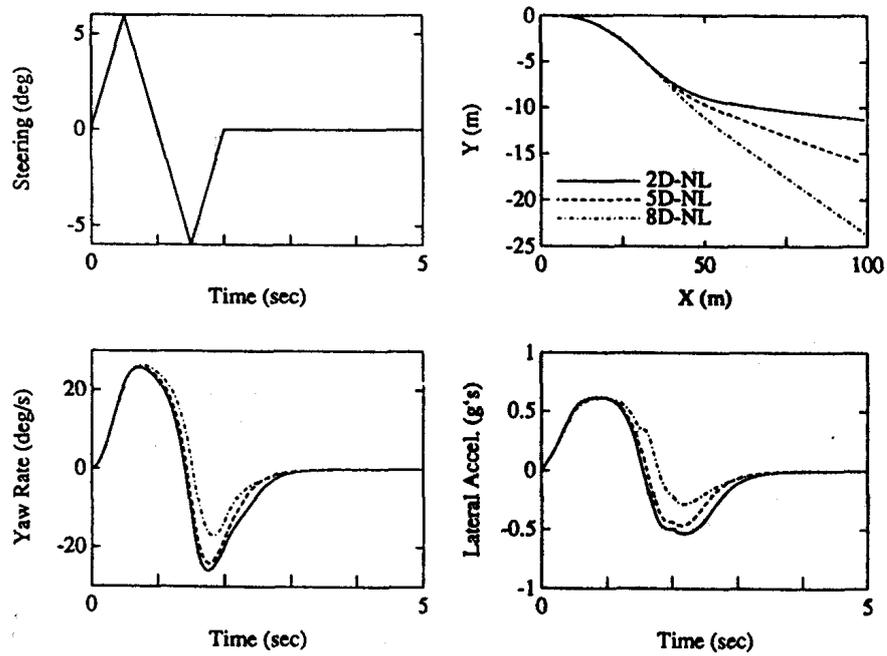
As diferentes curvas de resposta dinâmica apresentadas referem-se a diferentes solicitações dinâmicas, ou seja, a diferentes formas de esterçamento da direção (“*steering*”) e de atuação nos freios (“*brake*”) em determinadas velocidades. Os dados do veículo utilizado por esses pesquisadores estão apresentados no Anexo 1.

Os resultados obtidos por SMITH e STARKEY (1995) estão reproduzidos nas Figuras 7.27, 7.29 e 7.31, e, intercaladas a estas, nas Figuras 7.28, 7.30 e 7.32, estão apresentados, de forma correlata, os resultados obtidos a partir do modelo numérico desenvolvido neste trabalho.

No trabalho desenvolvido por SMITH e STARKEY (1995), vários modelos, com diferentes graus de complexidade, foram desenvolvidos e comparados entre si. Portanto, em cada uma das figuras apresentadas por esses autores há mais de uma curva. Para efeitos de comparação com o modelo aqui desenvolvido, o leitor deve-se reportar as curvas referentes ao modelo indicado por “*8D-NL*”, indicando o modelo com oito graus de liberdade não linear.

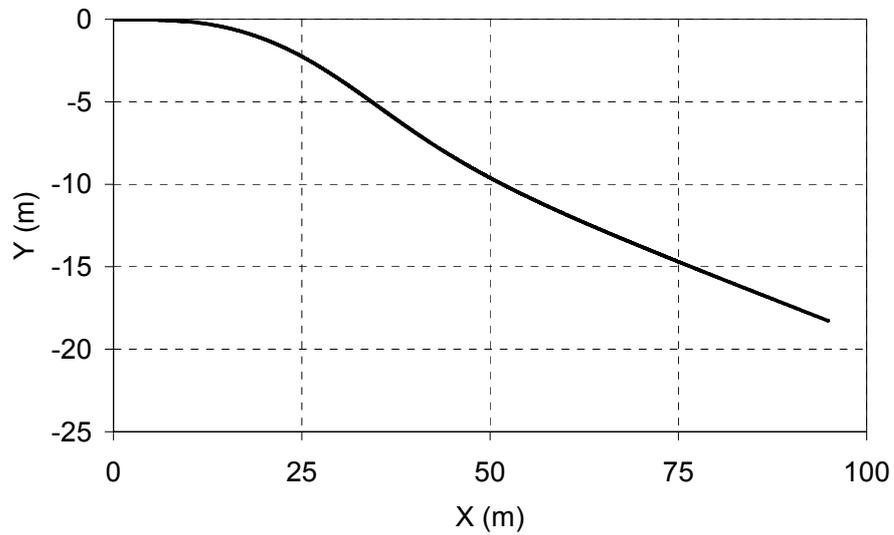
Observa-se, em todas as situações dinâmicas, uma boa concordância entre os resultados publicados por SMITH e STARKEY (1995) com os obtidos a partir do modelo desenvolvido neste trabalho, o que valida, numericamente, este modelo numérico.

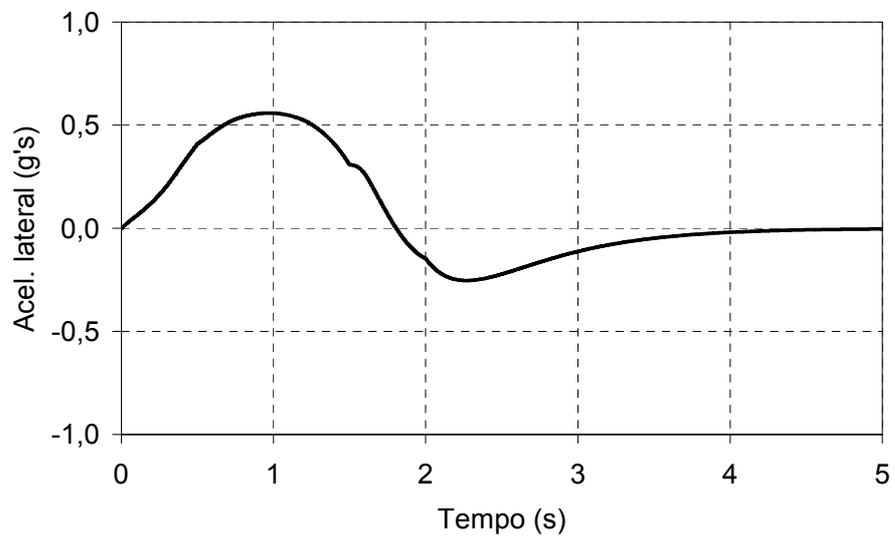
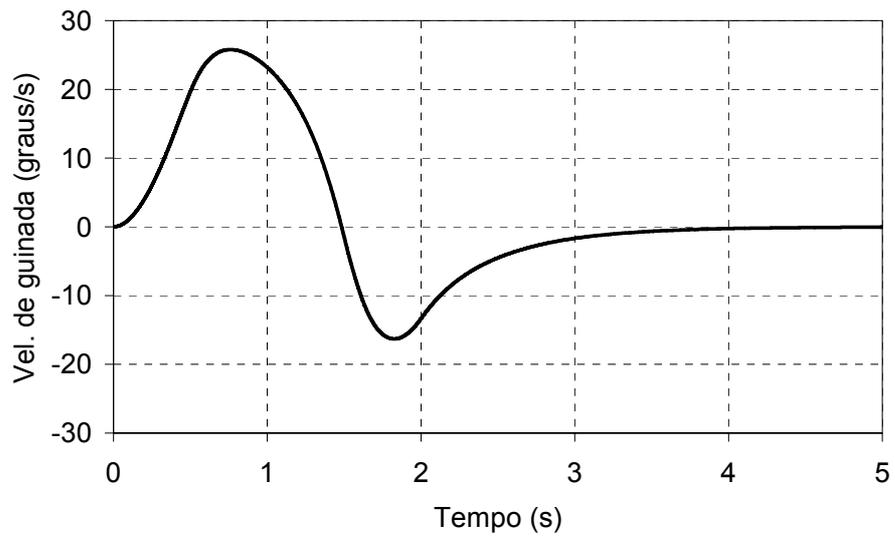
FIGURA 7.23: RESULTADOS APRESENTADOS POR SMITH E STARKEY PARA MANOBRA DIRECIONAL TIPO RAMPA À 20 M/S



FONTE: SMITH E STARYKEY (1995)

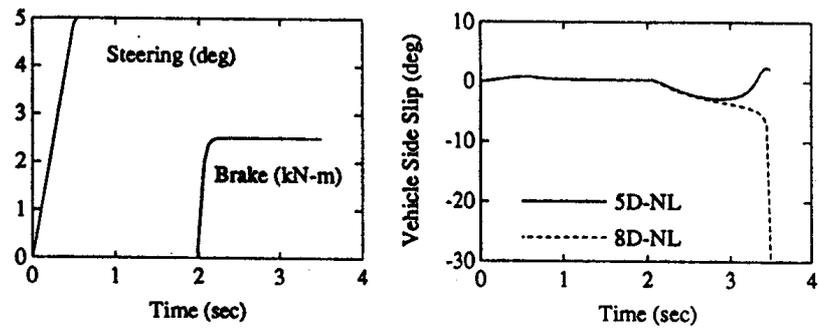
FIGURA 7.24: RESULTADOS OBTIDOS PELO AUTOR PARA MANOBRA DIRECIONAL TIPO RAMPA À 20 M/S





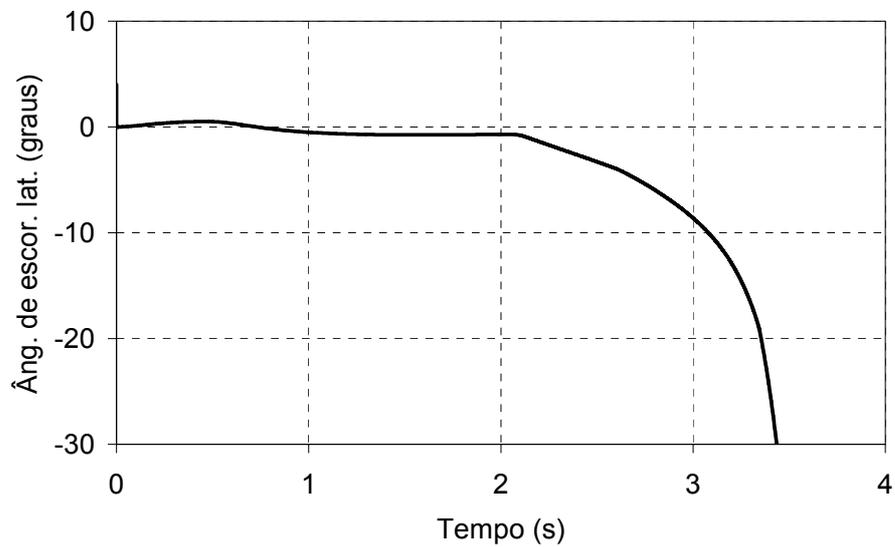
FONTE: O AUTOR

FIGURA 7.25: RESULTADOS APRESENTADOS POR SMITH E STARKEY PARA MANOBRA DIRECIONAL TIPO RAMPA COM FRENAGEM SIMULTÂNEA



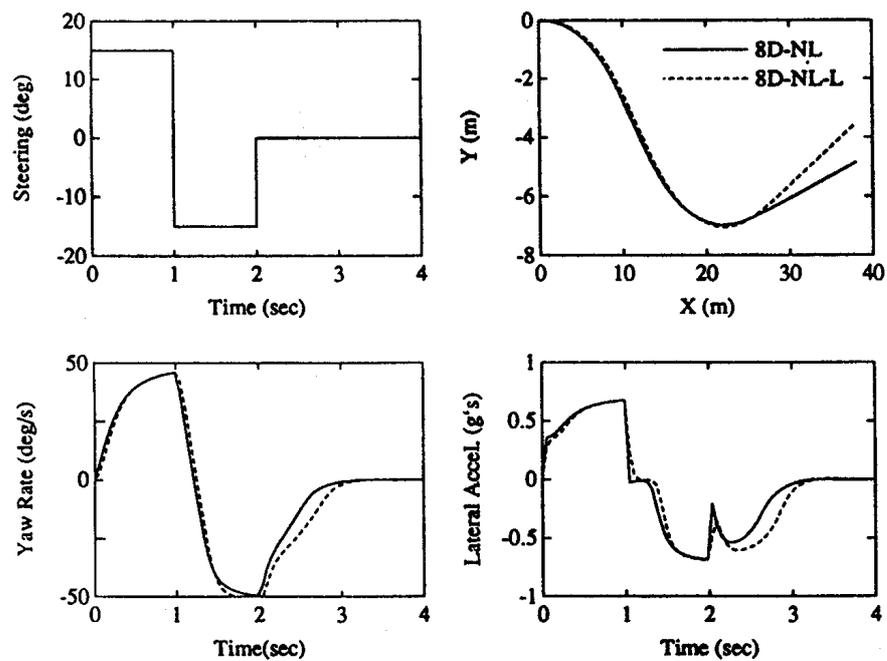
FONTE: SMITH E STARYKEY (1995)

FIGURA 7.26: RESULTADO OBTIDO PELO AUTOR PARA MANOBRA DIRECIONAL TIPO RAMPA COM FRENAGEM SIMULTÂNEA À 10 M/S



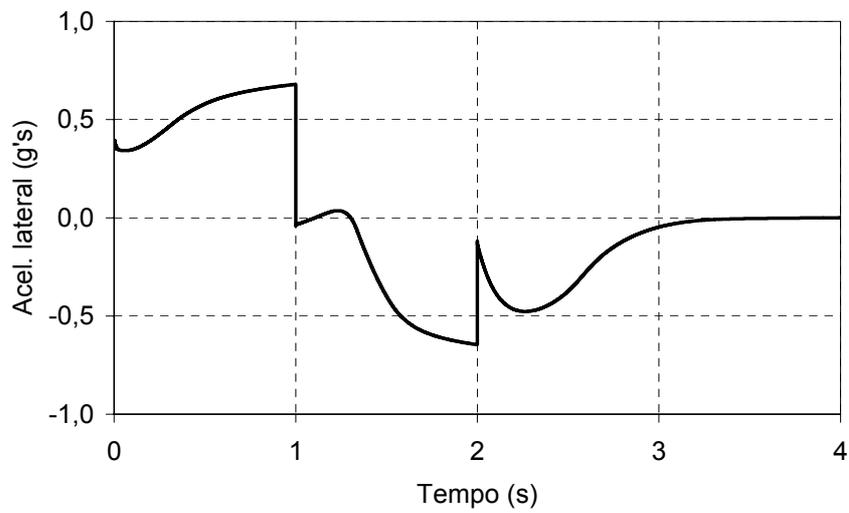
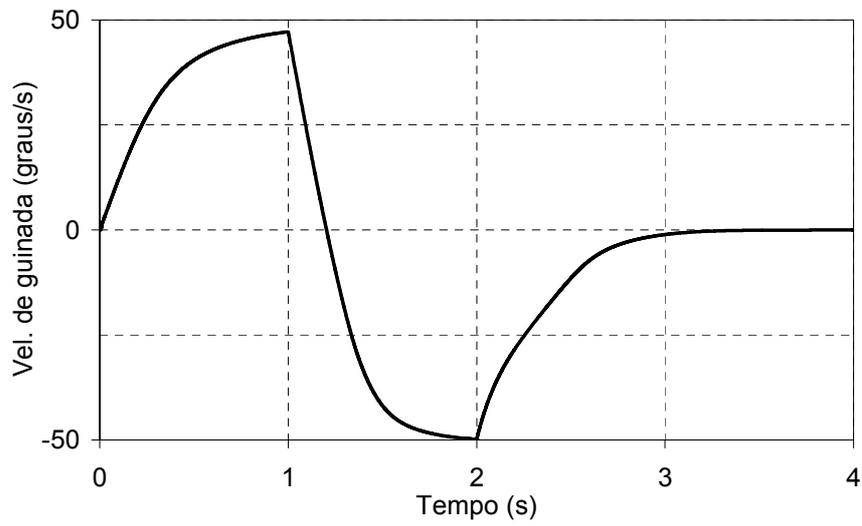
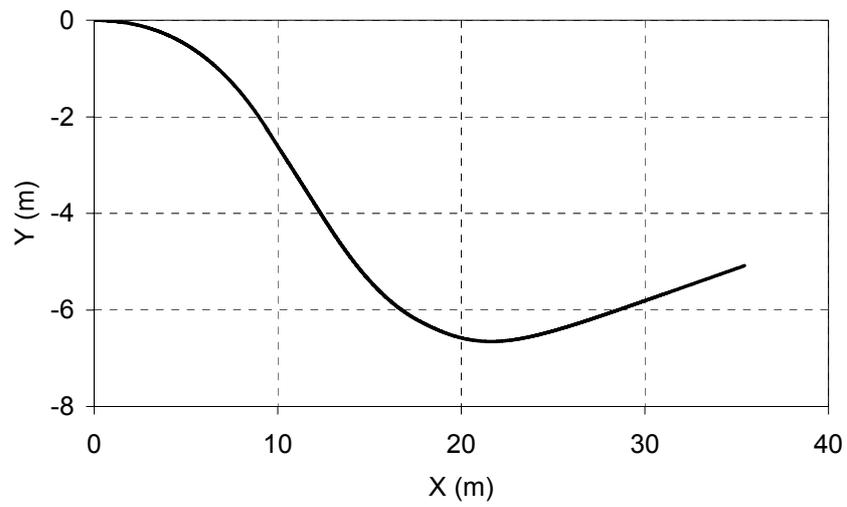
FONTE: O AUTOR

FIGURA 7.27: RESULTADOS APRESENTADOS POR SMITH E STARKEY PARA MANOBRA DIRECIONAL TIPO DEGRAU À 10 M/S



FONTE: SMITH E STARKEY (1995)

FIGURA 7.28: RESULTADOS OBTIDOS PELO AUTOR PARA MANOBRA DIRECIONAL TIPO DEGRAUS À 10 M/S



FONTE: O AUTOR

## 7.2.2 Validação experimental

O mesmo veículo utilizado para a validação experimental do modelo numérico em pista reta, conforme descrito no Capítulo 7.1.2, foi empregado para coletar dados necessários para a validação do modelo numérico direcional. Isto se fez necessário, pois, da mesma forma que afirmam SMITH e STARKEY (1995), não são muitos os dados experimentais publicados na literatura que permitam uma validação experimental confiável.

Os instrumentos de medição são os mesmos utilizados durante a validação experimental descrito no Capítulo 7.1.2. A única diferença é que o acelerômetro uni-axial, ainda localizado sobre o centro de gravidade da massa suspensa, teve que ser posicionado de forma que a sua direção de sensibilidade coincidisse com a direção “ $y_s$ ”, de modo que fosse possível adquirir a aceleração lateral do veículo. Além destes instrumentos, empregou-se um potenciômetro para fazer a leitura, temporal, do ângulo de giro da direção.

O método de teste consistia em, após estabilizada a velocidade do veículo, impor um movimento à direção de forma que o ônibus se movesse para a pista da esquerda e, então, retornasse para a pista da direita no menor tempo possível, simulando uma manobra de desvio lateral em situação de emergência.

Da mesma forma que comentado no Capítulo 7.1.2, a falta de recursos para reproduzir as manobras direcionais padronizadas segundo as normas ISO não prejudica a validação experimental do modelo numérico desenvolvido.

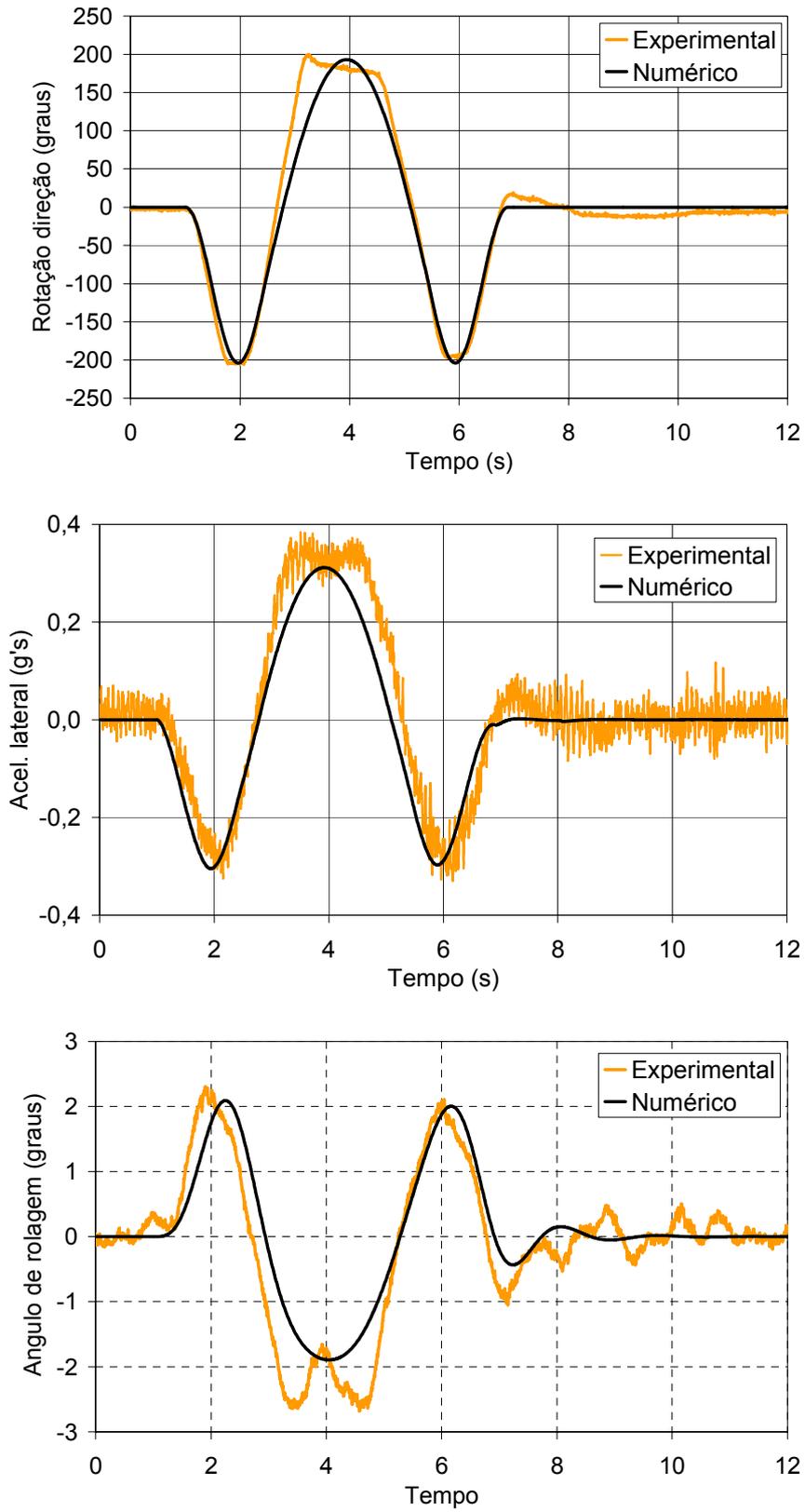
O sinal da aceleração lateral foi adquirido diretamente por intermédio do acelerômetro uni-axial, porém, para medir-se o ângulo de rolagem da massa suspensa, lançou-se mão do mesmo artifício utilizado no Capítulo 7.1.2, ou seja, a medição desta variável foi feita indiretamente através da média dos deslocamentos das suspensões do lado direito.

Diferentemente do ocorrido para medições temporais do movimento de rolagem da carroceria para excitações vindas da base, como descrito no Capítulo 7.1.2, para manobras direcionais em pista plana, o movimento de compressão/expansão da suspensão está diretamente associado ao movimento de rolagem da carroceria, e este deslocamento da suspensão acontece simultaneamente no eixo dianteiro e traseiro, desde que a rigidez torcional da carroceria e do chassi não seja considerada, ou seja, estes componentes possuem rigidez torcional infinita. Esta simplificação é grosseira, entretanto, o autor deixa para trabalhos futuros a inclusão desta variável.

As Figuras 7.33 a 7.35 confrontam as curvas referentes aos dados coletados em experimento com aqueles obtidos a partir do modelo numérico direcional.

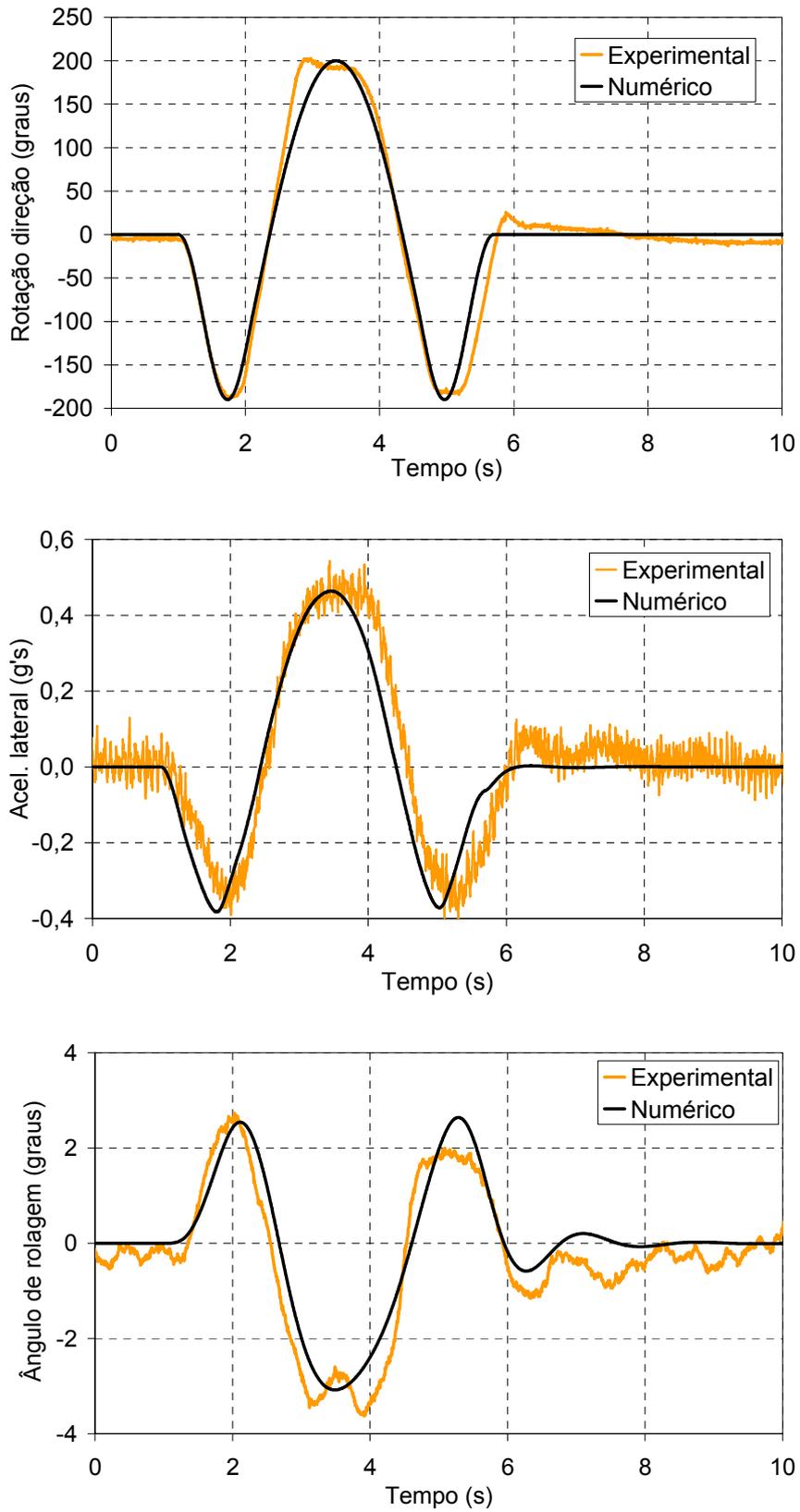
Observa-se uma boa correlação entre os resultados experimentais e numéricos, o que vem a estabelecer a validação experimental do modelo numérico.

FIGURA 7.29: MANOBRA DIRECIONAL À 40KM/H



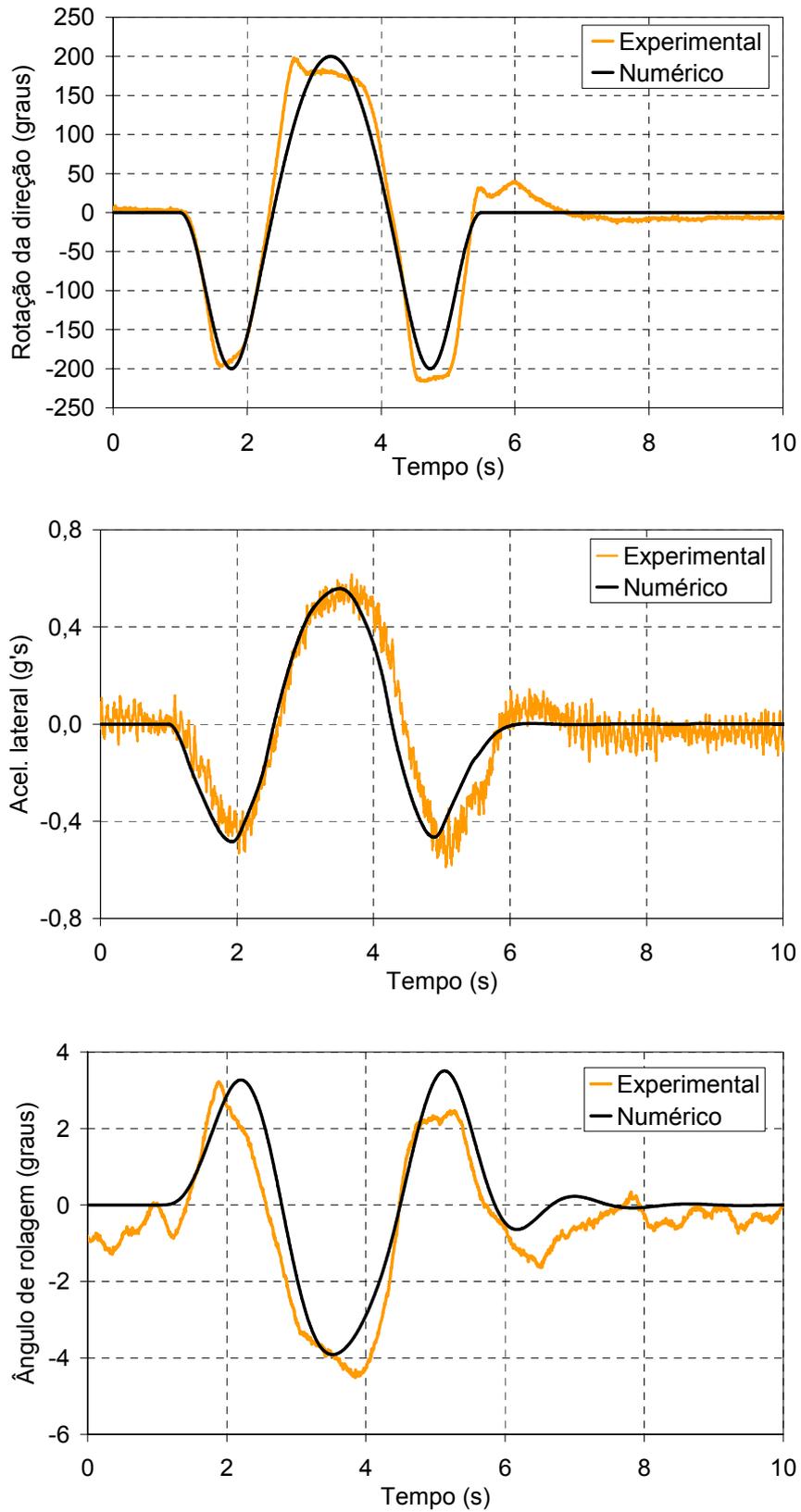
FONTE: O AUTOR

FIGURA 7.30: MANOBRA DIRECIONAL À 50KM/H



FONTE: O AUTOR

FIGURA 7.31: MANOBRA DIRECIONAL À 60 KM/H



FONTE: O AUTOR

## **8 ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DINÂMICO PARA VEÍCULOS COM DIFERENTES ARRANJOS DE EIXOS**

O processo de desenvolvimento de novos produtos, em especial o projeto de veículos, é muito complexo de repleto de detalhes, considerações e variáveis. A fim de se identificar o potencial do modelo numérico desenvolvido neste trabalho, neste Capítulo será feito um ensaio sobre o efeito de uma única variável pertencente à família de variáveis que têm efeito sobre o comportamento dinâmico de um veículo, explorando-se as conseqüências arremetidas devido a sua alteração.

Este não é o espaço ideal, tão pouco suficiente, para executar-se um projeto completo de um veículo do ponto de vista dinâmico. Serão colocadas observações ou indicações, e não soluções finais.

Neste contexto, será explorado o efeito da rigidez da barra estabilizadora durante o processo de análise de soluções de projetos envolvendo a área da dinâmica veicular.

Primeiramente, será procurada uma composição de rigidez das barras estabilizadoras sob o ponto de vista do problema da dinâmica direcional. Na seqüência, as conseqüências desta alteração serão analisadas do ponto de vista do nível de conforto oferecido pelo veículo.

### **8.1 ANÁLISE DIRECIONAL DO ÔNIBUS 6X2 DO TIPO 2**

O chassi de ônibus que será foco desta investigação, conforme já mencionado anteriormente em outros capítulos, em especial no Capítulo 1, será o chassis de ônibus B7R fretamento. O projeto deste veículo foi concebido como sendo somente de arranjo de eixos do tipo 4x2, entretanto, conforme justificado também naquele Capítulo, seria interessante oferecer este produto na configuração 6x2.

Antes de iniciar-se a investigação, é necessário criar-se um parâmetro de referência, que, neste caso, será o próprio produto na sua configuração original. Para tanto, este chassis, na sua configuração original do tipo 4x2, será simulado numericamente sob as mesmas condições direcionais empregadas nos testes de validação<sup>14</sup>. O ideal seria que os testes de campo executados durante as validações experimentais tivessem sido executados com um veículo deste tipo, porém, isto não foi possível, e tem-se que, agora, incluí-lo como objeto de simulação.

A Figura 8.1 mostra, simultaneamente, o resultado obtido por simulação numérica para o B7R atual de produção, ou seja, na configuração 4x2, e um primeiro veículo virtual, onde foi adicionado um eixo auxiliar traseiro, posicionado atrás do eixo de tração, de tal forma que fosse atingida a configuração 6x2, do tipo 2<sup>15</sup>. Entretanto, como primeira tentativa, optou-se por não se utilizar barra estabilizadora neste eixo auxiliar. Este veículo virtual está identificado nas figuras sob a legenda de “*Tipo 2 S/ BE*”. O veículo original está identificado sob a legenda de “*Tipo 1*”.

Para esta simulação, bem como para todas as outras que se seguirão, utilizou-se o mesmo perfil de atuação na direção adotado durante as validações experimentais para 60km/h de velocidade, conforme mostrado na Figura 7.35. Entretanto, neste capítulo, todas as simulação serão feitas a 80km/h.

Observa-se, nesta figura, que o chassi virtual 6x2 teve um desempenho dinâmico direcional similar ao chassi 4x2. A trajetória final ficou um pouco mais distante do que a obtida pelo chassi original, o que implicará em um pequeno trabalho extra do motorista para colocar o veículo na trajetória adequada. Observa-se também que, em ambos os casos, a massa suspensa inclinou-se próximo ao valor máximo permitido pela suspensão. Ainda é possível verificar que o novo veículo ficou mais lento para respostas em manobras direcionais. Isto é constatado a partir do momento em que a sua velocidade de guinada e o ângulo de escorregamento lateral diminuem. A

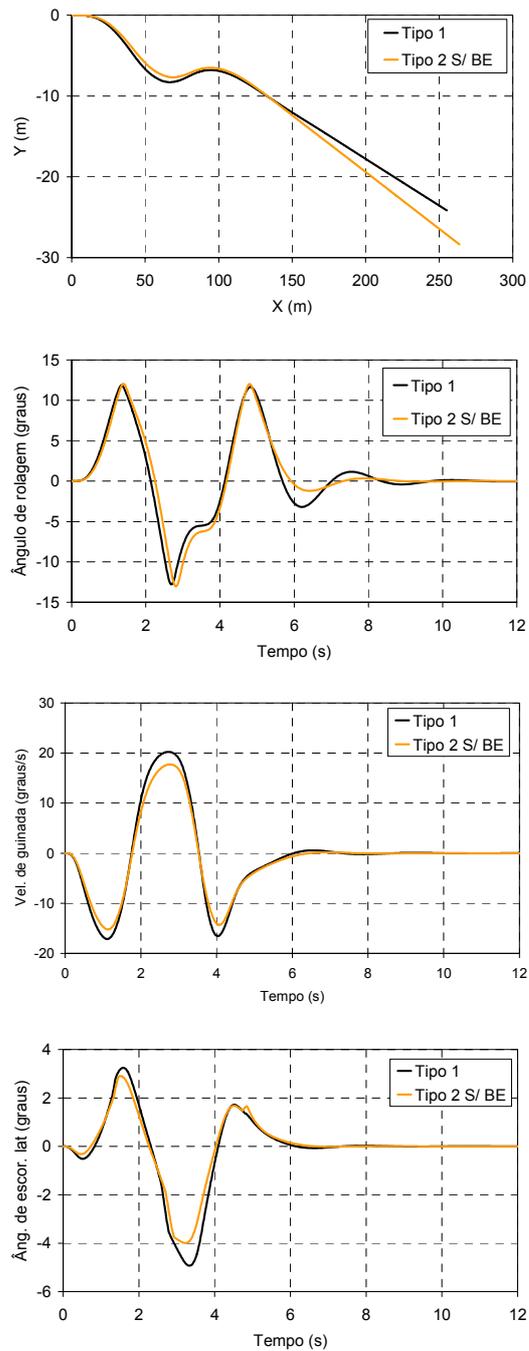
---

<sup>14</sup> Veja mais detalhes sobre validação no Capítulo 7.2.2.

<sup>15</sup> Veja o Capítulo 2.10 sobre classificação por tipos

causa provável para queda de desempenho neste aspecto deve-se a maior inércia do veículo 6x2.

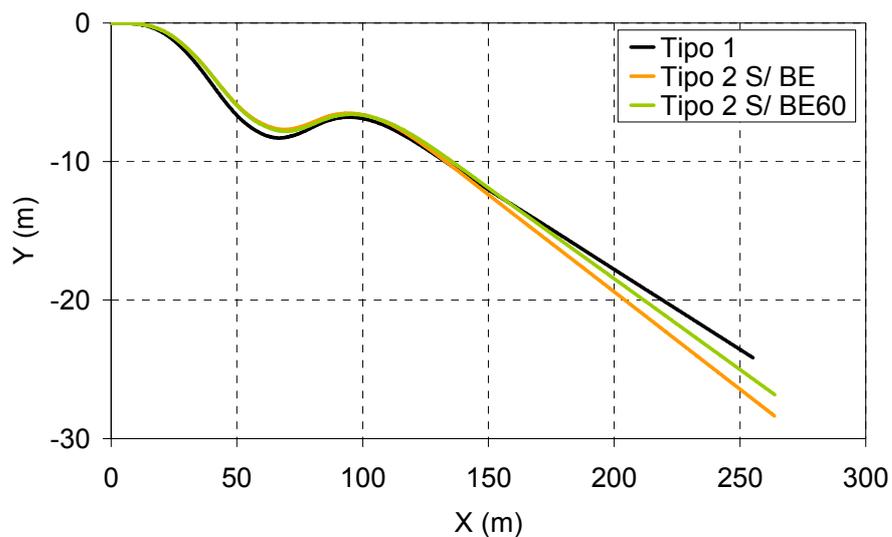
FIGURA 8.1: ÔNIBUS B7R 6X2 (TIPO 2)  
SEM BARRA ESTABILIZADORA



FONTE: O AUTOR

O que se pode tentar, uma vez que o comportamento dinâmico do veículo 6x2 está próximo do 4x2, é diminuir, levemente, a rigidez da barra estabilizadora do eixo direcional, diminuindo, conseqüentemente, a rigidez ao rolamento neste eixo, e, portanto, conforme introduzido no Capítulo 2.7, atribuindo um menor grau de subesterçamento a fim de gerar mais força lateral nos pneus dianteiros. Isto poderia ser conseguido aplicando-se ao eixo direcional uma barra estabilizadora nova, com, por exemplo, 60% da rigidez torcional da barra original. Este novo veículo virtual está identificado sob a legenda “*Tipo 2 S/ BE60*”.

FIGURA 8.2: ÔNIBUS B7R 6X2 (TIPO 2) SEM BARRA ESTABILIZADOR NO EIXO AUXILIAR TRASEIRO E BARRA NO EIXO DIANTEIRO COM RIGIDEZ 60% DA ORIGINAL



FONTE: O AUTOR

A Figura 8.2 mostra o resultado obtido com a alteração descrita acima. Outras alterações poderiam ser feitas, entretanto, conforme mencionado no início deste Capítulo, deseja-se, aqui, mostrar como o modelo pode ajudar no direcionamento do projeto, não sendo pretensão deste trabalho mostrar, aqui, a melhor solução ou configuração. Nesta figura, somente está sendo mostrado o resultado referente à

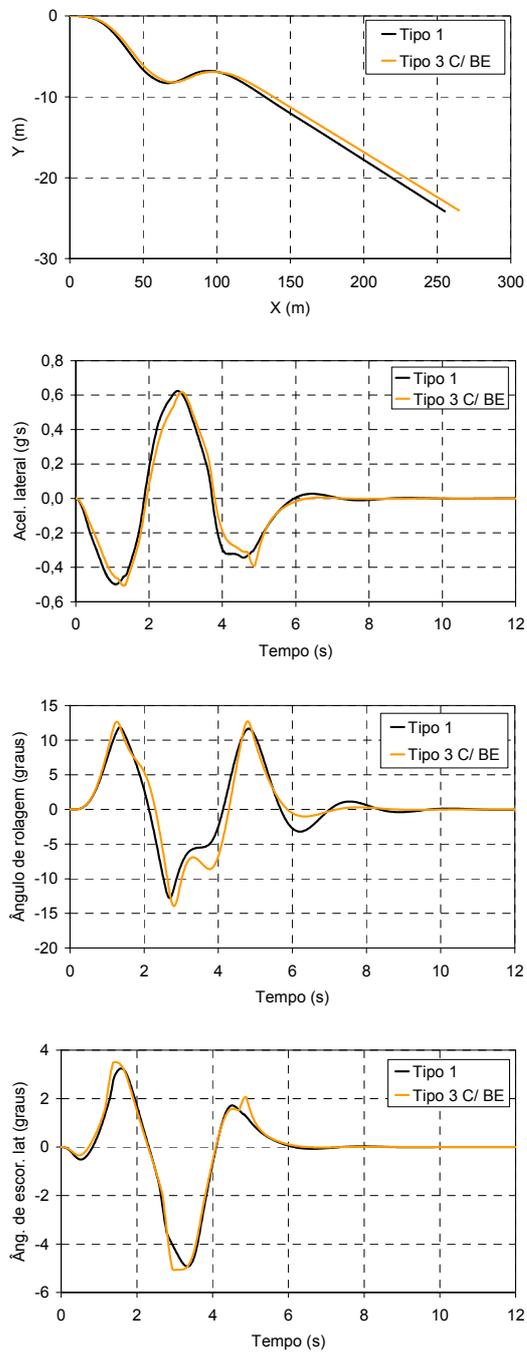
trajetória do veículo, pois, nas outras, as novas curvas ficaram muito próximas das anteriores.

## 8.2 ANÁLISE DIRECIONAL DO ÔNIBUS 6X2 DO TIPO 3

O grande problema da dinâmica veicular é o posicionamento vertical do centro de gravidade do veículo. Posições do centro de gravidade muito elevadas complicam o projeto do veículo do ponto de vista dinâmico, limitando, algumas vezes, a velocidade máxima do veículo, caracterizando, neste caso, um comportamento insatisfatório.

O chassi 6x2 do tipo 3 não foge a esta regra. Pode-se observar que, na Figura 8.3, algumas regiões de instabilidade direcional são aparentes. A princípio, pode-se imaginar, através da análise da trajetória, que o comportamento do veículo é adequado, porém, alguns movimentos inesperados do veículo, como o aumento abrupto da aceleração lateral e do ângulo de escorregamento lateral do veículo por volta dos 5 segundos. Estes movimentos abruptos do veículo podem assustar o motorista e comprometer a segurança dos passageiros. Uma investigação mais profunda seria necessária para descobrir a causa desta perturbação, porém, foge ao objetivo deste trabalho, que ficou plenamente cumprido quando tais perturbações foram detectadas.

FIGURA 8.3: CHASSIS B7R 6X2 (TIPO 3)  
COM BARRA ESTABILIZADOR NOS  
TRES EIXOS



FONTE: O AUTOR

### 8.3 ANÁLISE DIRECIONAL DO ÔNIBUS 8X2 DO TIPO 4

Da mesma forma que foi feito nos casos anteriores, foi criado um veículo virtual, agora com configuração de eixo do tipo 8x2 e com barras estabilizadoras em todos os eixos.

A idéia do desenvolvimento deste Capítulo é, a partir da alteração de um parâmetro simples, como a rigidez torcional da barra estabilizadora, seja possível aproximar-se os comportamentos dinâmicos dos dois veículos, o virtual 8x2 e o real. Cabe, então, uma observação de que, neste trabalho, não estamos procurando o melhor comportamento dinâmico, mas sim, procurando detectar problemas com os modelos virtuais propostos.

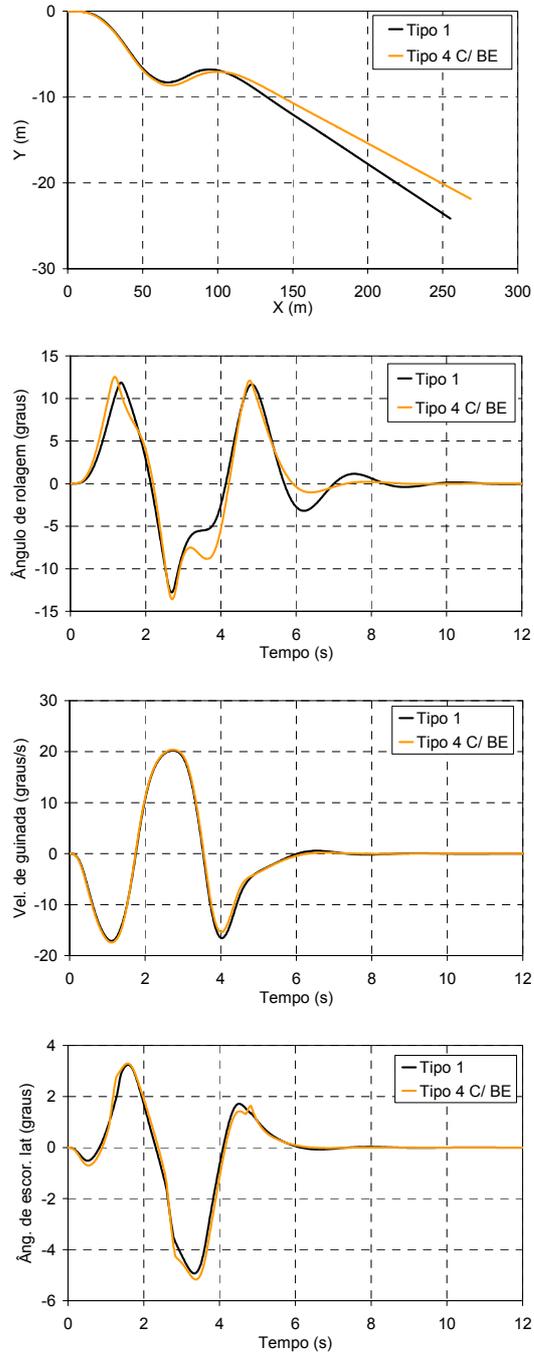
A Figura 8.4 mostra as respostas dinâmicas principais para o ônibus virtual 8x2 em comparação com as obtidas, também numericamente, para o B7R 4x2. Estas respostas dinâmicas refletem a situação onde barras estabilizadoras foram aplicadas em todos os eixos do veículo. O ônibus virtual está identificado nesta figura sob a legenda de “*Tipo 4 C/BE*”.

Observa-se, nesta figura, que o comportamento dinâmico do ônibus virtual B7R 8x2 está próximo ao do modelo 4x2. A diferença maior está no ângulo de rolagem da massa suspensa, o que é fácil de entender haja vista que os dois veículos têm alturas de centro de gravidade das massas suspensas bem diferentes. Verifica-se uma oscilação não muito agradável para o passageiro, onde, por volta dos três segundos, quando o chassi já se encontrava a quase 14° de inclinação, começa a ceder, e, de repente, volta a aumentar este ângulo, reduzindo logo em seguida.

O chassi B7R 4x2 esboça um movimento semelhante, porém, dado a posição mais baixa do centro de gravidade desse veículo, este fenômeno não ocorre.

Convém salientar que esta oscilação está associada ao momento em que o motorista modifica, de forma brusca, a posição da direção, conforme pode ser visto na Figura 7.35.

FIGURA 8.4: CHASSIS B7R 8X2 (TIPO 4)  
COM BARRA ESTABILIZADORA NOS  
QUATRO EIXOS



FONTE: O AUTOR

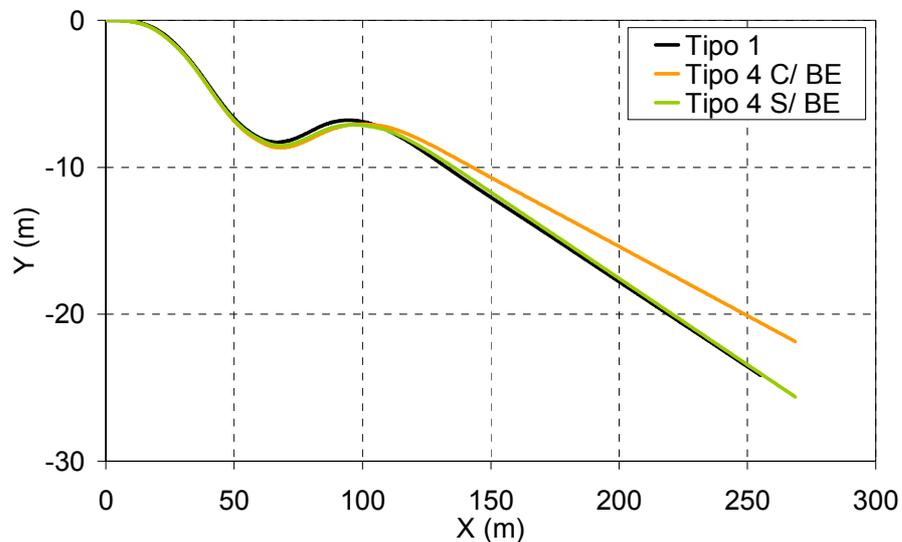
Um outro ponto interessante para ser observado é que, por alguns instantes, pouco antes de 4,5 segundos, quando o movimento da direção está por se encerrar, o ângulo de escorregamento lateral do veículo modifica a sua trajetória de queda, e volta a subir. Este comportamento deve ser estudado mais profundamente.

Voltando-se, mais uma vez, para o objetivo de trazer o comportamento dinâmico dos veículos virtuais mais próximos ao do veículo real, o desafio está em agir no sentido de diminuir a força lateral desenvolvida pelos pneus direcionais, que estão colocando o veículo em uma trajetória diferente.

Neste caso, diferentemente do primeiro, deve-se atuar no coeficiente de rigidez das barras estabilizadoras no sentido de aumentá-lo, de tal forma que o grau de sub-esterçamento do veículo aumente. Quando se fala em aumentar ou diminuir, não é obrigatório atuar diretamente sobre a barra estabilizadora, o que se deve procurar é alterar o balanceamento da rigidez ao rolamento de veículo entre os eixos dianteiros e traseiros. Neste caso, por exemplo, optou-se por retirar a barra estabilizadora do eixo auxiliar traseiro.

A Figura 8.5 mostra o resultado, somente para a trajetória do veículo, obtido com esta simples alteração. Todas as outras curvas, praticamente, não foram alteradas. Nesta figura, o novo veículo virtual sem barra estabilizadora no eixo auxiliar traseiro está identificado sob a legenda de “*Tipo 4 S/ BE*”.

FIGURA 8.5: CHASSIS B7R 8X2 (TIPO 4) COM BARRA ESTABILIZADORA NOS DOIS EIXOS DIANTEIROS E NO EIXO DE TRAÇÃO



FONTE: O AUTOR

#### 8.4 ANÁLISE DO NÍVEL DE CONFORTO

Conforme dito anteriormente, é necessário verificar-se como está o desempenho destes veículos do ponto de vista de conforto, ou seja, de isolamento de vibrações vindas do solo.

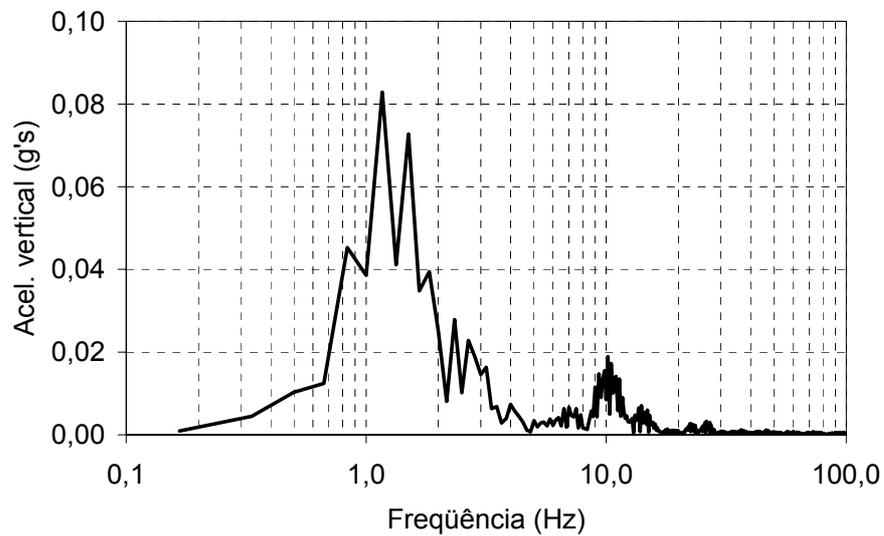
A análise de conforto em veículo é muito subjetiva e concluída, na sua forma final, somente com testes de campo. Entretanto, neste trabalho, o que será feito é comparar os espectros de resposta de frequências dos veículos virtuais com o veículo referência, o B7R 4x2, que terá o seu espectro também determinado numericamente.

Desta forma, foi aplicada aos veículos B7R virtuais em estudo a mesma simulação numérica utilizada para a validação experimental, descrita no Capítulo 7.1.2, onde, após o veículo ter passado, a uma velocidade de 10 km/h, por um obstáculo, como o apresentado na Figura 7.9, registra-se a sua resposta no domínio da

freqüência sob a qual será feita a análise, sempre na forma comparativa contra o veículo B7R 4x2 de referência.

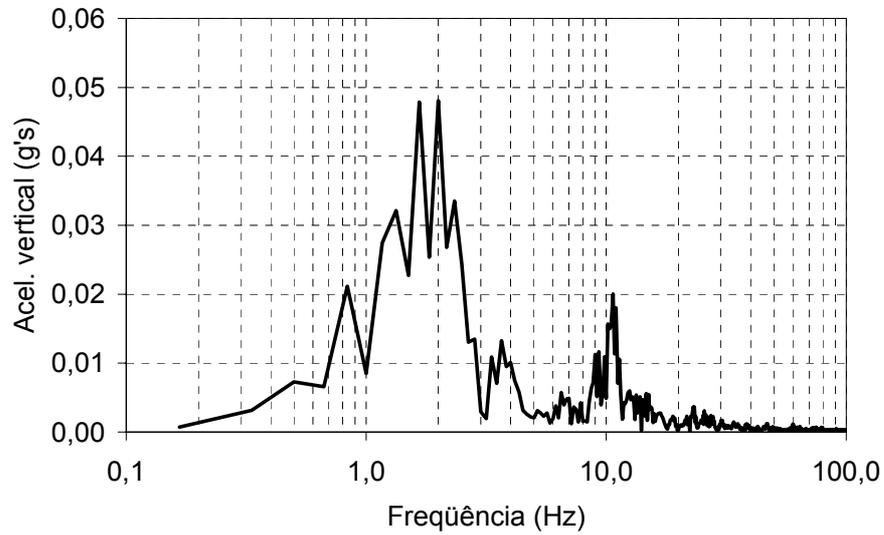
As Figuras 8.6 a 8.9 mostram as curvas de resposta em freqüência dos ônibus virtuais, bem como do ônibus referência, obtidas a partir do modelo numérico desenvolvido neste trabalho, para a situação em que ambas as rodas de cada eixo atingem o obstáculo ao mesmo tempo, criando uma excitação no sentido vertical.

FIGURA 8.6: CURVA DE RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DA ACELERAÇÃO VERTICAL DO ÔNIBUS B7R 4X2 (TIPO 1)



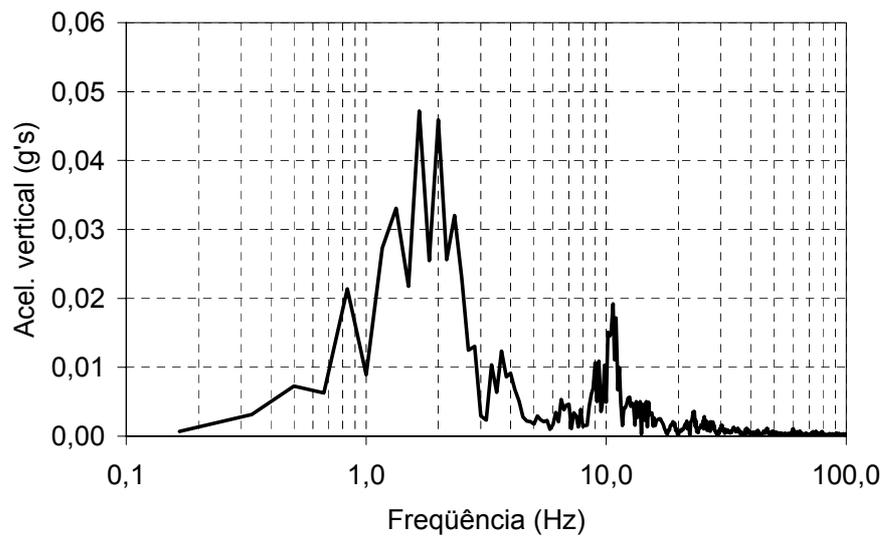
FONTE: O AUTOR

FIGURA 8.7: CURVA DE RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DA ACELERAÇÃO VERTICAL DO ÔNIBUS B7R 6X2 (TIPO 2)



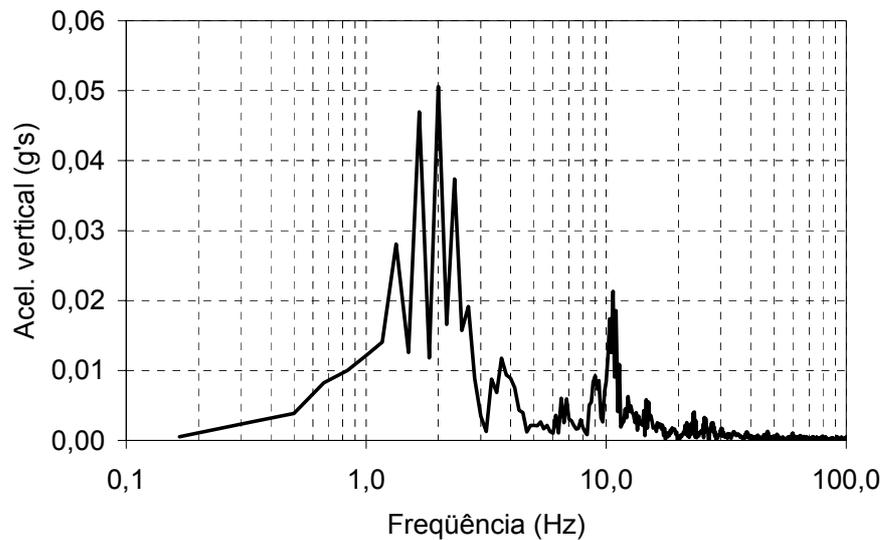
FONTE: O AUTOR

FIGURA 8.8: CURVA DE RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DA ACELERAÇÃO VERTICAL DO ÔNIBUS B7R 6X2 (TIPO 3)



FONTE: O AUTOR

FIGURA 8.9: CURVA DE RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DA ACELERAÇÃO VERTICAL DO ÔNIBUS B7R 8X2 (TIPO 4)



FONTE: O AUTOR

Observa-se, após comparação das Figuras 8.7 até 8.9 com a Figura 8.6, que os veículos tipo 2, 3 e 4 tiveram a sua faixa de frequência de maior amplitude de vibração aumentada, afastando-se de 1Hz e aproximando-se de 1,1Hz. Isto indica que um trabalho com a rigidez dos foles de ar e amortecedores é necessário.

Uma outra forma de vibrar que deve ser verificada, em especial pelo fato de que as barras estabilizadoras nos veículos virtuais foram alteradas, é a relativa ao movimento de rolamento do chassi. Para tanto, o modelo numérico foi novamente aplicado a todos os veículos virtuais, bem como ao B7R 4x2 de referência, porém, desta vez, os obstáculos estavam alinhados, e separados entre si da distância entre eixos equivalente ao modelo reduzido para 4x2<sup>16</sup>.

O modelo numérico foi aplicado a estes veículos com as mesmas configurações de barras estabilizadores avaliadas durante o ensaio direcional a fim de detectar alguma diferença no modo de vibrar do veículo.

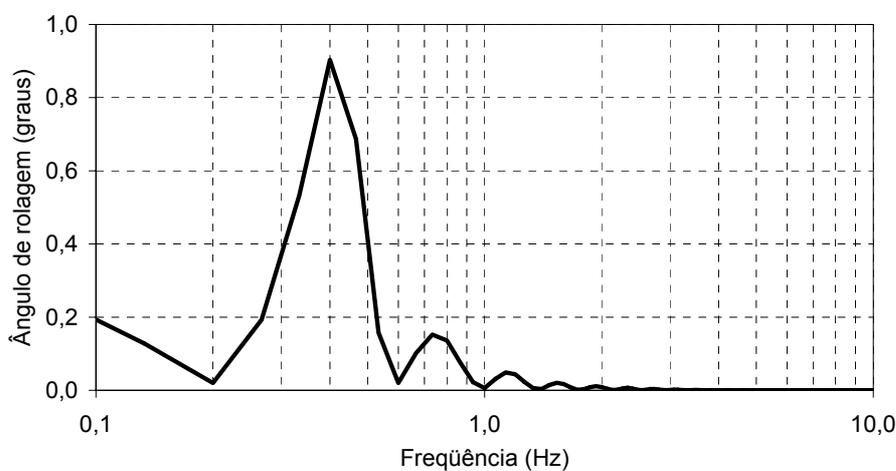
---

<sup>16</sup> Veja o Capítulo 3.7 sobre redução para modelo 4x2.

As Figuras 8.10 à 8.13 apresentam os resultados obtidos a partir do modelo desenvolvido neste trabalho.

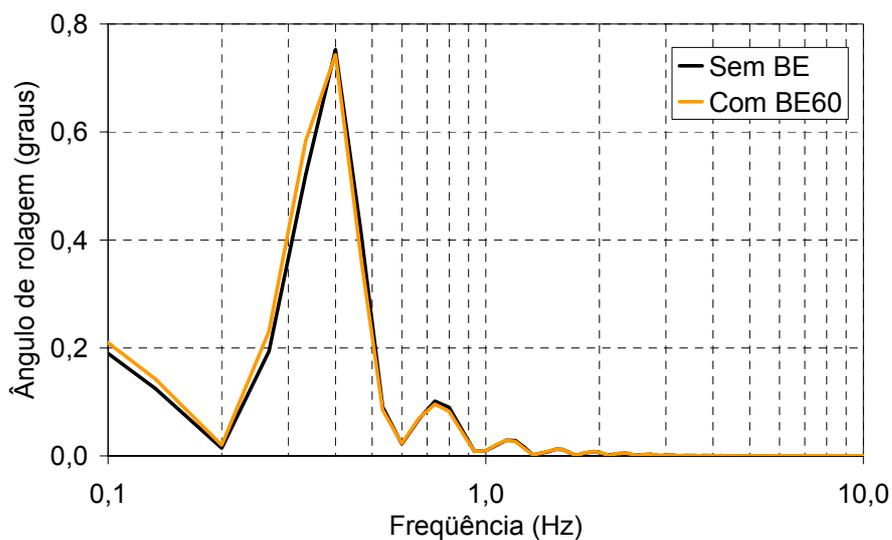
Observou-se que as alterações da barras estabilizadoras não influenciaram, significativamente, os modos de vibrar dos veículos, A influência maior das barras está na amplitude de vibração.

FIGURA 8.10: RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DO MODO DE VIBRAR EM ROLAMENTO DO ÔNIBUS B7R 4X2 (TIPO 1)



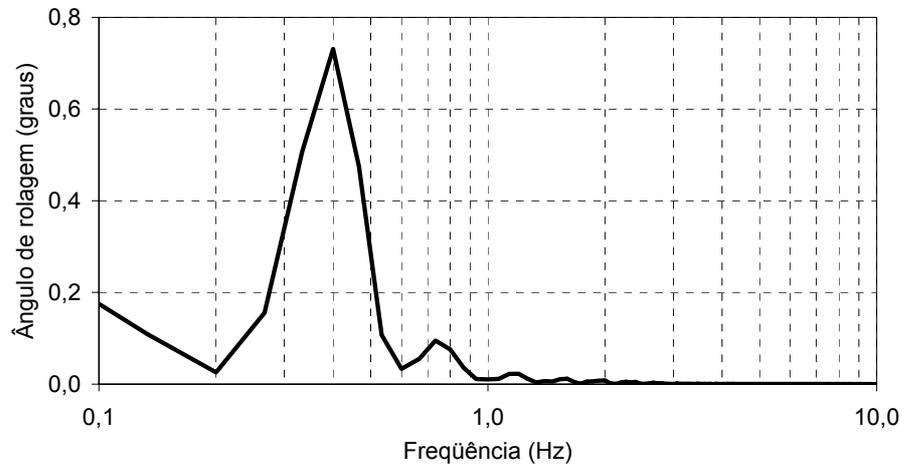
FONTE: O AUTOR

FIGURA 8.11: RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DO MODO DE VIBRAR EM ROLAMENTO DO ÔNIBUS B7R 6X2 (TIPO 2)



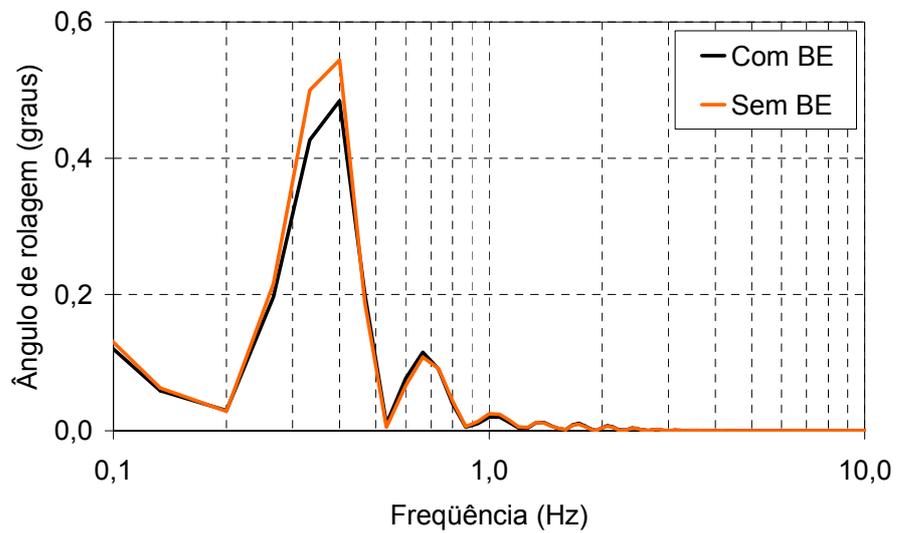
FONTE: O AUTOR

FIGURA 8.12: RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DO MODO DE VIBRAR EM ROLAMENTO DO ÔNIBUS B7R 6X2 (TIPO 3)



FONTE: O AUTOR

FIGURA 8.13: RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DO MODO DE VIBRAR EM ROLAMENTO DO ÔNIBUS B7R 8X2 (TIPO 4)



FONTE: O AUTOR

## 9 CONCLUSÕES

Dois modelos numéricos distintos, um para o veículo trafegando em linha reta com perturbações provenientes de irregularidade no pavimento, e outro para o veículo executando manobra direcional em pista plana, foram desenvolvidos com uma boa riqueza de detalhes<sup>17</sup>.

As não linearidades aplicadas no modelo para irregularidades no pavimento, como aquelas inerentes ao comportamento do batente de borracha da suspensão e, principalmente, dos amortecedores, demonstraram-se importantes, haja vista a grande coerência atingida entre este modelo numérico e os resultados experimentais.

No modelo para manobras direcionais, desenvolvido também com elevado grau de detalhamento, destacando-se o modelo não linear de Dugoff para o pneu, o que auxiliou na grande coerência com os resultados obtidos experimentalmente.

Modelos de elevados graus de liberdade, e fieis ao máximo ao modelo físico, são trabalhosos de serem construídos, entretanto, os resultados obtidos a partir destes são muito mais ricos em detalhes, e recuperam o tempo maior despendido para o seu desenvolvimento quando de sua aplicação em problemas de engenharia, em especial no desenvolvimento de veículos, onde se pode citar o ensaio feito neste trabalho sobre a influência da barra estabilizadora no comportamento direcional do veículo.

A análise de conforto em veículo é, até o momento, grandemente baseada no empirismo, entretanto, o modelo desenvolvido neste trabalho pode ser utilizado, com excelentes resultados, especialmente em se tratando de análises comparativas.

Quanto ao questionamento colocado no início deste trabalho sobre a viabilidade de novos produtos a partir da investigação possibilitada pelo modelo, ainda não se tem condições de responder, entretanto, pode-se afirmar que um grande passo foi dado neste direção.

---

<sup>17</sup> Outros detalhes que poderiam ser adicionados aos modelos são discutidos no Capítulo 10

## 10 PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS

Algumas simplificações admitidas durante a execução dos modelos numéricos poderiam ser objeto de investigação para trabalhos futuros, como é o caso da não inclusão das rigidez dos elementos de borrachas das barras de reação da suspensão, que, como já é conhecido da prática, transmitem ruído parasita a carroceria, e que dificulta o trabalho de arranjo de amortecedores para o veículo.

Um outro fator importante para a criação de um modelo dinâmico mais próximo da realidade seria a inclusão de parâmetros que levem em consideração a rigidez torcional do conjunto chassis/carroçaria.

Quanto ao modelo direcional, seria interessante incluir a cinemática do movimento dos mecanismos dos braços da suspensão no processo de geração de forças no contato pneu solo. Fez-se a suposição, neste trabalho, que a pista seria plana e isenta de imperfeições, e sabemos que, por experiência, isso não ocorre na prática.

O desenvolvimento de um modelo numérico único que seja capaz de simular o comportamento de um veículo executando manobras direcionais sob pavimento irregular ainda é um desafio para trabalhos futuros. Tentou-se desenvolver tal modelo neste trabalho, entretanto, a sua concepção atingiu um grau elevado de complexidade, principalmente nos termos de acelerações das equações do movimento, haja vista que, neste caso, o sistema de coordenadas teria um maior grau de liberdade, exigindo um número maior de termos para representar as acelerações. O desenvolvimento deste modelo necessitaria de um esforço especial, demandando um tempo adicional que não era disponível.

A identificação de parâmetros, com o objetivo de tentar aproximar ainda mais o modelo numérico dos resultados experimentais, seria outro assunto interessante a ser explorado em outros trabalhos.

A aplicação de outro modelo de pneu, com o BNP, também seria uma questão interessante de ser estudada.

Não foi possível fazer a validação experimental do modelo numérico direcional com manobras simultâneas de frenagem. Este assunto é importante do ponto de vista de desenvolvimento de um produto voltado para segurança. Este estudo/validação poderia ser desenvolvido em trabalhos futuros.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALTE, M. **B7R Taiwan – styrgeometristudie av framvagn**. Gotemborg: Volvo Bus Corporation, 2000. Relatório técnico VBC.

BAKKER, E. NYBORG, L. PACEJKA, H. B. Tyre modeling for use in vehicle dynamics studies. In: INTERNATIONAL CONGRESS AND EXPOSITION, 1987, Detroit. SAE Technical Paper Series. Warrendale, PA: Society of Automotive Engineers, 1987, p. 1-15.

BARBIERI, N. **Análise do comportamento dinâmico de um veículo automotivo**. Campinas, 1989. 93 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Departamento de Mecânica Computacional, Universidade Estadual de Campinas.

BASTOW, D. **Car suspension and handling**. 3. ed. London: Pentech, 1993.

D'SOUZA, J. M.; STARKEY, J. M. A force-base suspension modeling approach for vehicle steady-state handling. **Int. J. of Vehicle design**, v. 19, n. 2, 1998.

DEMIĆ, M. Identification of vibration parameters for motor vehicles. **Vehicle System Dynamics**, v.27, p. 65-88, 1997.

DIXON, J. C. **Tire, suspension and handling**. 2. ed. Warrendale: Society of Automotive Engineers, 1996.

ELLIS, J. R. **Vehicle handling dynamics**. London: Mechanical Engineering Publications, 1994.

FERREIRA, M. B. **Ensaio em bancada para obtenção das curvas características e coeficientes elásticos de foles de suspensão**. Curitiba: Volvo do Brasil Veículos Ltda, 2000. Relatório técnico VdB.

GILLESPIE, T. D. **Fundamentals of vehicle dynamics**. Warrendale, PA: Society of Automotive Engineers, 1992.

JANG, B.; KARNOPP, D. Simulation of vehicle and power steering dynamics using tire model parameter matched to whole vehicle experimental results. **Vehicle System Dynamics**. v. 33, p.121-133, 2000.

MILLIKEN, W. F.; MILLIKEN, D. L.. **Race car vehicle dynamics**. Warrendale: Society of Automotive Engineers, 1995.

RAMANATA, P. **Optimal vehicle path generator using optimization methods**. Disponível em: < <http://scholar.lib.vt.edu/theses/available/etd-32298-194239/>> Acesso em 18 fev. 2003.

RAO, S. S. **Mechanical vibrations**. 3. Ed. Massachusetts: Addison-Wesley, 1995.

SHILLER, Z.; SUNDAR, S. Emergency lane-change maneuvers of autonomous vehicles. **ASME Journal of Dynamic Systems, Measurements and Control**, v. 120, n. 1, p. 37-44, 1998.

SMITH, E. D.; STARKEY, J. M. Effects of model complexity on the performance of automated vehicle steering controllers: model, development, validation and comparison. **Vehicle System Dynamics**, v. 24, p. 163-181, 1995.

VOLVO DO BRASIL. **Air bellows, mounting**. Curitiba, 1997a. Desenho número 3159256, edição P01.

VOLVO DO BRASIL. **Air bellows, mounting**. Curitiba, 1997b. Desenho número 3159257, edição P01.

VOLVO DO BRASIL. **Shock absorber, rear**. Curitiba, 1998. Desenho número 3159801, edição P01.

VOLVO DO BRASIL. **Shock absorber, front**. Curitiba, 1999. Desenho número 20385381, edição 01.

WADE-ALLEN, R.; ROSENTHAL, T. J.; SZOSTAK, H. T. Steady state and transient analysis of ground vehicle handling. **SAE Paper No. 870495**. 1987.

## REFERÊNCIAS COMPLEMENTARES

ALLEN, R. W.; ROSENTHAL, T. J.; SZOSTAK, H. T. Steady state and transient analysis of ground vehicle handling.

ANTOUN, R. J. et al. Vehicle dynamic handling computer simulation: model development, correlation, and application using ADAMS. In: INTERNATIONAL CONGRESS AND EXPOSITION, 1986, Detroit. **SAE Technical Paper Series**. Warrendale, PA: Society of Automotive Engineers, 1986, p. 1-10.

BARBIERI, N. **Comportamento dinâmico de um veículo automotivo – simulação, controle e otimização**. Campinas, 1993. 175 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Departamento de Mecânica Computacional, Universidade Estadual de Campinas.

BRACH, R. M. Vehicle dynamics model for simulation on a microcomputer. **Int. J. of Vehicle Design**, v. 12, n. 4, p. 404-419.

HIBBELER, R. C. **Engineering mechanics: dynamics**. New Jersey: Prentice - Hall, 1997.

HUTTEENLOCHER, L. M. G.; COSTA NETO, A. Modelagem e simulação de veículos automotivos utilizando técnicas de sistemas multicorpos para estudo da dinâmica lateral. In: CONGRESSO E EXPOSIÇÃO INTERNACIONAIS DA TECNOLOGIA DA MOBILIDADE, 8., 1999, São Paulo. **SAE Technical Paper Series**. Warrendale, PA: Society of Automotive Engineers, 1999.

JUNG, H. KWAK, B. PARK, Y. Improving the directional stability of a tractor control system without additional sensors. **Proc. Instn Mech. Engrs**, v. 216, part D, p. 641-648, 2002.

KAMAR, E. A.; EL-ZAFARANY, A.; COOKSON, R. A. Simulation of suspension systems by the finite element method. **Int. J. of Vehicle Design**, v. 9, n. 4/5, p. 447-459, 1988.

KWAK, B.; PARK, Y. Robust vehicle stability controller based on multiple sliding mode control. In: SAE 2001 WORLD CONGRESS, 2001, Detroit. SAE Technical Paper Series. Warrendale, PA: Society of Automotive Engineers, 2001, p. 1-7.

LEE, U.; HAN, C. A suspension system with a variable roll center for the improvement of vehicle handling characteristics. **Proc. Instn Mech. Engrs**, v. 215, part D, p. 677-696, 2001.

LEE, S. H.; LEE, U. K.; HAN, C. S. Enhance of vehicle handling characteristics by suspension kinematic control. **Proc. Instn Mech. Engrs**, v. 215, part D, p. 197-216, 2001.

QU, Q.; LIU, Y. On lateral dynamics of vehicle based on nonlinear characteristics of tires. **Vehicle System Dynamics**, v. 34, p. 131-141, 2000.

NARDELO, A. BENICÁ, L. A. VARGAS, V. M. A. Avaliação de desempenho de uma suspensão. In: COLLOQUIUM DE SUSPENSÕES – MOSTRA DE ENGENHARIA, 1., 2000, Caxias do Sul. **Anais**. Caxias do Sul: SAE Brasil seção – Caxias do Sul, 2000. P.26 – 47.

PRADO, M. et al. **Bus handling analysis and experimental validation using the multibody system technique**. Disponível em : <<http://www.geocities.com/sunsetstrip/4060/pneus.html>> Acesso em: 18 fev. 2003a.

PRADO, M. et al. **Bus handling validation and analysis using ADAMS/Car**. Disponível em : <[http://www.mscsoftware.com/support/library/conf/adams/euro/2001/proceedings/papers\\_pdf/paper\\_62.pdf](http://www.mscsoftware.com/support/library/conf/adams/euro/2001/proceedings/papers_pdf/paper_62.pdf)> Acesso em: 18 fev. 2003b.

SANCHEZ, J. P. de A.; PASQUINI JÚNIOR, J.; COSTA NETO, A. Estudo comparativo de desempenho entre suspensões passiva, semi-ativa e totalmente ativa utilizando modelo completo de veículo. In: COLLOQUIUM DE SUSPENSÕES – MOSTRA DE ENGENHARIA, 1., 2000, Caxias do Sul. **Anais**. Caxias do Sul: SAE Brasil seção – Caxias do Sul, 2000. P.21 – 25.

VLK, F. A linear study of the transient and steady turning behaviour of articulated buses. **Int. J. of Vehicle Design**, v. 5, n. 1/2, p. 171-196, 1984.

WADE-ALLEN, R. et al. Validation of a non-linear vehicle dynamics simulation for limit handling. **Proc. Instn Mech. Engrs**, v. 216, part D, p. 319-327, 2002.

WINKLER, C. B. Simplified analysis of the steady-state turning of complex vehicles. **Vehicle System Dynamics**, v. 29, p.141-180, 1998.

WOLLHERR, D. **Robust steering control for swerving manoeuvres of a motor vehicle**. München, 2000. 64 f. Tese - Institute of Automatic Control Engineering, Technische Universität München.

**APÊNDICE 1**  
**DADOS DO VEÍCULO UTILIZADO NA VALIDAÇÃO**  
**EXPERIMENTAL**

Coefficiente de arraste aerodinâmico do veículo: 0,85

Área frontal do veículo (m<sup>2</sup>): 7,5

Redução do sistema de direção:

- Para direita = 20,4:1
- Para esquerda = 21,9:1

Coefficiente de atrito pneu solo: 0,85

Altura do centro de rolagem das suspensão até o solo (m):

- Eixo direcional: 0,9
- Eixo traseiro: 0,9

Coordenada de posicionamento dos pneus em relação z origem do sistema de coordenadas (m):

- Eixo direcional, lado esquerdo e direito, coordenada em “x”: 4,4
- Eixo direcional, lado direito, coordenada em “y”: 1,011
- Eixo direcional, lado esquerdo, coordenada em “y”: -1,011
- Eixo traseiro, lado esquerdo e direito, coordenada em “x”: -2,3
- Eixo direcional, lado direito, coordenada em “y”: 0,95
- Eixo direcional, lado esquerdo, coordenada em “y”: -0,95

Raio dinâmico do pneu (m): 0,49

Inércias rotacional do peno e roda ( $\text{kg.m}^2$ ):

- Eixo direcional, lado esquerdo: 46,5
- Eixo direcional, lado direito: 46,5
- Eixo traseiro, lado esquerdo:  $2*46,5$
- Eixo direcional, lado direito:  $2*46,5$

Coefficiente de rigidez lateral do pneu (N/rad):

- Eixo direcional, lado esquerdo: 267380
- Eixo direcional, lado direito: 267380
- Eixo traseiro, lado esquerdo:  $2*267380$
- Eixo direcional, lado direito:  $2*267380$

Fator redutor de adesão do pneu: 0,015

Posição dos centros de rolamento das suspensões dos eixos em relação ao sistema de coordenadas da massa suspensa (m):

- Eixo direcional: 4,4
- Eixo traseiro: -2,3

Posição em “z” do CG da massa suspensa em relação ao eixo de coordenadas (m):

- Em relação ao solo: 1,40
- Em relação ao eixo de coordenadas: -0,50

Posição em “z” do CG das massas não suspensas em relação ao eixo de coordenadas (m): 0,41

Coeficiente de ângulo de esterçamento induzido:

- Eixo direcional: 0,095
- Eixo traseiro: 0

Valor da massa suspensa (kg): 8877

Valores das massas não suspensas (kg):

- Eixo direcional: 887
- Eixo traseiro: 1366

Momentos de inércia da massa suspensa ( $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ ):

- $I_x$ : 16279
- $I_y$ : 132878
- $I_z$ : 145766

Momentos de inércia das massas não suspensas ( $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ ):

- Eixo direcional,  $I_x$ : 376
- Eixo direcional,  $I_y$ : 376
- Eixo traseiro,  $I_x$ : 651
- Eixo traseiro,  $I_z$ : 651

Coordenada de posicionamento da força externa frontal (m):

- $y_p$ : 0
- $z_p$ : -1,2

Coefficiente de rigidez da bolsa de ar (N/m):

- Eixo direcional, lado esquerdo: 82000
- Eixo direcional, lado direito: 82000
- Eixo traseiro, lado esquerdo:  $2 \cdot 81000$
- Eixo direcional, lado direito:  $2 \cdot 81000$

Coordenada de posicionamento das bolsas de ar (m):

- Eixo direcional, lado esquerdo e direito, coordenada em “ $x$ ”: 4,4
- Eixo direcional, lado direito, coordenada em “ $y$ ”: 0,43
- Eixo direcional, lado esquerdo, coordenada em “ $y$ ”: -0,43
- Eixo traseiro, lado esquerdo e direito, coordenada em “ $x$ ”: -2,3
- Eixo traseiro, lado direito, coordenada em “ $y$ ”: 0,43
- Eixo traseiro, lado esquerdo, coordenada em “ $y$ ”: -0,43

Coefficiente de rigidez dos amortecedores (para modelo direcional) (N.s/m):

- Eixo direcional, lado esquerdo: 39370
- Eixo direcional, lado direito: 39370
- Eixo traseiro, lado esquerdo: 38415

- Eixo direcional, lado direito: 38415

Coordenada de posicionamento dos amortecedores (m):

- Eixo direcional, lado esquerdo e direito, coordenada em “x”: 4,4
- Eixo direcional, lado direito, coordenada em “y”: 0,51
- Eixo direcional, lado esquerdo, coordenada em “y”: -0,51
- Eixo traseiro, lado esquerdo e direito, coordenada em “x”: -2,3
- Eixo traseiro, lado direito, coordenada em “y”: 0,51
- Eixo traseiro, lado esquerdo, coordenada em “y”: -0,51

Coefficiente de rigidez torcional da barras estabilizadoras (Nm/rad):

- Eixo direcional: 76300
- Eixo traseiro: 119546

**APÊNDICE 2**  
**DADOS DOS VEÍCULOS UTILIZADOS EM SIMULAÇÕES**

Coefficiente de arraste aerodinâmico do veículo:

Tipo 1	Tipo 2A	Tipo 2B	Tipo3	Tipo4
0,85	0,85	0,85	0,85	0,85

Área frontal do veículo (m<sup>2</sup>):

Tipo 1	Tipo 2A	Tipo 2B	Tipo3	Tipo4
8,32	8,5	8,5	9,1	9,1

Redução do sistema de direção:

- Para direita = 20,4:1
- Para esquerda = 21,9:1

Coefficiente de atrito pneu solo:

Tipo 1	Tipo 2A	Tipo 2B	Tipo3	Tipo4
0,85	0,85	0,85	0,85	0,85

Altura do centro de rolagem das suspensão até o solo (m):

	Tipo 1	Tipo 2A	Tipo 2B	Tipo 3	Tipo 4
Eixo direcional	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
Eixo de tração	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
Eixo auxiliar traseiro	-x-	0,9	0,9	0,9	0,9
Eixo auxiliar direcional	-x-	-x-	-x-	-x-	0,9

Coordenada de posicionamento dos pneus em relação z origem do sistema de coordenadas (m):

		Tipo 1		Tipo 2A		Tipo 2B		Tipo 3		Tipo 4	
		xp	yp	xp	yp	xp	yp	xp	yp	xp	yp
Eixo direcional	lado direito	4,4	-1,011	5,15	-1,011	5,45	-1,011	5,15	-1,011	5,45	-1,011
	lado esquerdo	4,4	1,011	5,15	1,011	5,45	1,011	5,15	1,011	5,45	1,011
Eixo de tração	lado direito	-2,7	-0,95	-1,65	-0,95	-2,65	-0,95	-1,65	-0,95	-2,65	-0,95
	lado esquerdo	-2,7	0,95	-1,65	0,95	-2,65	0,95	-1,65	0,95	-2,65	0,95
Eixo auxiliar traseiro	lado direito	-x-	-x-	-2,95	-1,011	-1,35	-1,011	-2,95	-1,011	-3,95	-1,011
	lado esquerdo	-x-	-x-	-2,95	1,011	-1,35	1,011	-2,95	1,011	-3,95	1,011
Eixo auxiliar direcional	lado direito	-x-	-x-	-x-	-x-	-x-	-x-	-x-	-x-	4,15	-1,011
	lado esquerdo	-x-	-x-	-x-	-x-	-x-	-x-	-x-	-x-	4,15	1,011

Raio dinâmico do pneu (m):

Tipo 1	Tipo 2A	Tipo 2B	Tipo3	Tipo4
0,49	0,49	0,49	0,49	0,49

Inércias rotacional do pneu e roda (kg.m<sup>2</sup>):

		Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3	Tipo 4
Eixo direcional	Lado direito	46,5	46,5	46,5	46,5
	Lado esquerdo	46,5	46,5	46,5	46,5
Eixo de tração	Lado direito	2*46,5	2*46,5	2*46,5	2*46,5
	Lado esquerdo	2*46,5	2*46,5	2*46,5	2*46,5
Eixo auxiliar traseiro	Lado direito	-x-	46,5	46,5	46,5
	Lado esquerdo	-x-	46,5	46,5	46,5
Eixo auxiliar direcional	Lado direito	-x-	-x-	-x-	46,5
	Lado esquerdo	-x-	-x-	-x-	46,5

Coeficiente de rigidez lateral do pneu (N/rad):

		Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3	Tipo 4
Eixo direcional	Lado direito	267380	267380	267380	267380
	Lado esquerdo	267380	267380	267380	267380
Eixo de tração	Lado direito	2*267380	2*267380	2*267380	2*267380
	Lado esquerdo	2*267380	2*267380	2*267380	2*267380
Eixo auxiliar traseiro	Lado direito	-x-	267380	267380	267380
	Lado esquerdo	-x-	267380	267380	267380
Eixo auxiliar direcional	Lado direito	-x-	-x-	-x-	267380
	Lado esquerdo	-x-	-x-	-x-	267380

Fator redutor de adesão do pneu:

Tipo 1	Tipo 2A	Tipo 2B	Tipo3	Tipo4
0,015	0,015	0,015	0,015	0,015

Posição dos centros de rolamento das suspensões dos eixos em relação ao sistema de coordenadas da massa suspensa (m):

	Tipo 1	Tipo 2A	Tipo 2B	Tipo 3	Tipo 4
Eixo direcional	4,4	5,15	5,15	5,15	5,45
Eixo de tração	-2,7	-1,65	-2,65	-1,65	-2,65
Eixo auxiliar traseiro	-x-	-2,95	-1,35	-2,95	-3,95
Eixo auxiliar direcional	-x-	-x-	-x-	-x-	4,15

Posição em “z” do CG da massa suspensa em relação ao eixo de coordenadas

(m):

	Tipo 1	Tipo 2A	Tipo 2B	Tipo 3	Tipo 4
Em relação ao solo	1,55	1,6	1,6	1,8	1,8
Em relação ao eixo de coordenadas	-0,65	-0,7	-0,7	-0,9	-0,9

Posição em “z” do CG das massas não suspensas em relação ao eixo de coordenadas (m):

Tipo 1	Tipo 2A	Tipo 2B	Tipo 3	Tipo 4
0,41	0,41	0,41	0,41	0,41

Coefficiente de ângulo de esterçamento induzido:

	Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3	Tipo 4
Eixo direcional	0,095	0,095	0,095	0,095
Eixo de tração	0	0	0	0
Eixo auxiliar traseiro	-x-	0	0	0
Eixo auxiliar direcional	-x-	-x-	-x-	0,095

Valor da massa suspensa (kg):

Tipo 1	Tipo 2A	Tipo 2B	Tipo 3	Tipo 4
14400	18200	18200	19360	21735

Valores das massas não suspensas (kg)

	Tipo 1	Tipo 2A	Tipo 2B	Tipo 3	Tipo 4
Eixo direcional	887	887	887	887	887
Eixo de tração	1366	1366	1366	1366	1366
Eixo auxiliar traseiro	-x-	887	887	887	887
Eixo auxiliar direcional	-x-	-x-	-x-	-x-	887

Momentos de inércia da massa suspensa ( $\text{kg.m}^2$ ):

	Tipo 1	Tipo 2A	Tipo 2B	Tipo 3	Tipo 4
$I_x$	38500	50200	50200	57000	64000
$I_y$	273000	383000	383000	373000	463000
$I_z$	267000	374000	374000	360000	448000

Momentos de inércia das massas não suspensas ( $\text{kg.m}^2$ ):

		Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3	Tipo 4
Eixo direcional	$I_x$	376	376	376	376
	$I_z$	376	376	376	376
Eixo de tração	$I_x$	651	651	651	651
	$I_z$	651	651	651	651
Eixo auxiliar traseiro	$I_x$	-x-	376	376	376
	$I_z$	-x-	376	376	376
Eixo auxiliar direcional	$I_x$	-x-	-x-	-x-	376
	$I_z$	-x-	-x-	-x-	376

Coordenada de posicionamento da força externa frontal (m):

	Tipo 1	Tipo 2A	Tipo 2B	Tipo 3	Tipo 4
$y_p$	0	0	0	0	0
$z_p$	-1,2	-1,245	-1,245	-1,355	-1,355

Coefficiente de rigidez da bolsa de ar (N/m)

		Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3	Tipo 4
Eixo direcional	Lado direito	133000	130000	135000	108000
	Lado esquerdo	133000	130000	135000	108000
Eixo de tração	Lado direito	2*118000	2*118000	2*123000	2*118000
	Lado esquerdo	2*118000	2*118000	2*123000	2*118000
Eixo auxiliar traseiro	Lado direito	-x-	108000	118000	114000
	Lado esquerdo	-x-	108000	118000	114000
Eixo auxiliar direcional	Lado direito	-x-	-x-	-x-	108000
	Lado esquerdo	-x-	-x-	-x-	108000

Coordenada de posicionamento das bolsas de ar (m):

		Tipo 1		Tipo 2A		Tipo 2B		Tipo 3		Tipo 4	
		xp	yp	xp	yp	xp	yp	xp	yp	xp	yp
Eixo direcional	lado direito	4,4	-0,43	5,15	-0,43	5,45	-0,43	5,15	-0,43	5,45	-0,43
	lado esquerdo	4,4	0,431	5,15	0,431	5,45	0,431	5,15	0,431	5,45	0,431
Eixo de tração	lado direito	-2,7	-0,43	-1,65	-0,43	-2,65	-0,43	-1,65	-0,43	-2,65	-0,43
	lado esquerdo	-2,7	0,431	-1,65	0,431	-2,65	0,431	-1,65	0,431	-2,65	0,431
Eixo auxiliar traseiro	lado direito	-x-	-x-	-2,95	-0,43	-1,35	-0,43	-2,95	-0,43	-3,95	-0,43
	lado esquerdo	-x-	-x-	-2,95	0,431	-1,35	0,431	-2,95	0,431	-3,95	0,431
Eixo auxiliar direcional	lado direito	-x-	-x-	-x-	-x-	-x-	-x-	-x-	-x-	4,15	-0,43
	lado esquerdo	-x-	-x-	-x-	-x-	-x-	-x-	-x-	-x-	4,15	0,431

Coefficiente de rigidez dos amortecedores (para modelo direcional) (N.s/m):

		Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3	Tipo 4
Eixo direcional	Lado direito	39370	39370	39370	39370
	Lado esquerdo	39370	39370	39370	39370
Eixo de tração	Lado direito	38415	38415	38415	38415
	Lado esquerdo	38415	38415	38415	38415
Eixo auxiliar traseiro	Lado direito	-x-	38415	38415	38415
	Lado esquerdo	-x-	38415	38415	38415
Eixo auxiliar direcional	Lado direito	-x-	-x-	-x-	39370
	Lado esquerdo	-x-	-x-	-x-	39370

Coordenada de posicionamento dos amortecedores (m):

		Tipo 1		Tipo 2A		Tipo 2B		Tipo 3		Tipo 4	
		xp	yp	xp	yp	xp	yp	xp	yp	xp	yp
Eixo direcional	lado direito	4,4	-0,51	5,15	-0,51	5,45	-0,51	5,15	-0,51	5,45	-0,51
	lado esquerdo	4,4	0,508	5,15	0,508	5,45	0,508	5,15	0,508	5,45	0,508
Eixo de tração	lado direito	-2,7	-0,51	-1,65	-0,51	-2,65	-0,51	-1,65	-0,51	-2,65	-0,51
	lado esquerdo	-2,7	0,508	-1,65	0,508	-2,65	0,508	-1,65	0,508	-2,65	0,508
Eixo auxiliar traseiro	lado direito	-x-	-x-	-2,95	-0,51	-1,35	-0,51	-2,95	-0,51	-3,95	-0,51
	lado esquerdo	-x-	-x-	-2,95	0,508	-1,35	0,508	-2,95	0,508	-3,95	0,508
Eixo auxiliar direcional	lado direito	-x-	-x-	-x-	-x-	-x-	-x-	-x-	-x-	4,15	-0,51
	lado esquerdo	-x-	-x-	-x-	-x-	-x-	-x-	-x-	-x-	4,15	0,508

Coefficiente de rigidez torcional da barras estabilizadoras (Nm/rad):

	Tipo 1	Tipo 2A	Tipo 2B	Tipo 3	Tipo 4
Eixo direcional	76300	76300	76300	76300	76300
Eixo de tração	119546	119546	119546	119546	119546
Eixo auxiliar traseiro	-x-	76300	76300	76300	76300
Eixo auxiliar direcional	-x-	-x-	-x-	-x-	76300

**ANEXO 1**

**DADOS UTILIZADOS POR SMITH E STARKEY (1995)**

Coefficiente de arraste aerodinâmico do veículo: 0,85

Área frontal do veículo ( $m^2$ ): 2,1

Redução do sistema de direção: 1:1

Coefficiente de atrito pneu solo: 0,85

Altura do centro de rolagem das suspensão até o solo (m): 0,3

Coordenada de posicionamento dos pneus em relação z origem do sistema de coordenadas (m):

- Eixo direcional, lado esquerdo e direito, coordenada em “x”: 1,203
- Eixo direcional, lado direito, coordenada em “y”: 0,665
- Eixo direcional, lado esquerdo, coordenada em “y”: -0,665
- Eixo traseiro, lado esquerdo e direito, coordenada em “x”: -1,217
- Eixo direcional, lado direito, coordenada em “y”: 0,665
- Eixo direcional, lado esquerdo, coordenada em “y”: -0,665

Raio dinâmico do pneu (m): 0,3

Inércias rotacional do penu e roda ( $kg.m^2$ ):

- Eixo direcional, lado esquerdo: 2,1
- Eixo direcional, lado direito: 2,1

- Eixo traseiro, lado esquerdo: 2,1
- Eixo direcional, lado direito: 2,1

Coefficiente de rigidez lateral do pneu (N/rad):

- Eixo direcional, lado esquerdo: 20000
- Eixo direcional, lado direito: 20000
- Eixo traseiro, lado esquerdo: 20000
- Eixo direcional, lado direito: 20000

Fator redutor de adesão do pneu: 0,015

Posição em “z” do CG da massa suspensa em relação ao eixo de coordenadas (m):

- Em relação ao solo: 0,5
- Em relação ao eixo de coordenadas: -0,20

Posição em “z” do CG das massas não suspensas em relação ao eixo de coordenadas (m): 0

Coefficiente de ângulo de esterçamento induzido:

- Eixo direcional: 0,05
- Eixo traseiro: 0

Valor da massa suspensa (kg): 1160

Valores das massas não suspensas (valor total) (kg):120

Momentos de inércia da massa suspensa (kg.m<sup>2</sup>):

- $I_x$ : 750
- $I_z$ : 2500

## **ANEXO 2**

### **DADOS DO VEÍCULO UTILIZADO POR BARBIERI**

Abaixo estão mostrados os dados<sup>18</sup> do veículo utilizado por Barbieri (BARBIERI, 1989).

- Características do veículo:

Descrição da característica	Unidade	Variação equivalente	Valor na condição carregado	Valor na condição descarregado
Massa suspensa	g	$m_s$	5260	11260
Massa não suspensa referente a suspensão dianteira esquerda	g	-x-	280	280
Massa não suspensa referente a suspensão dianteira direita	g	-x-	280	280
Massa não suspensa referente ao eixo traseiro	g	$m_u$	860	860
Momento de inércia da massa suspensa em torno do eixo "y"	g.m <sup>2</sup>	$I_{y_s}$	10520	22520
Momento de inércia da massa suspensa em torno do eixo "x"	g.m <sup>2</sup>	$I_{x_s}$	5260	5260
Momento de inércia do eixo traseiro em relação ao eixo "x"	g.m <sup>2</sup>	$I_{x_u}$	860	860
Distância, em "x", da massa não suspensa dianteira ao centro de gravidade da massa suspensa.	m	$x_{p_u}$	0,77	1,85
Distância, em "x", da massa não suspensa do eixo traseiro ao centro de gravidade da massa suspensa.	m	$x_{p_u}$	-2,93	-1,85
Distância dos pneus, molas e amortecedores do lado esquerdo ao centro de gravidade da massa suspensa.	m	$y_{p_T}$ $1; y_{p_{T3}}$ $y_{p_K}$ $1; y_{p_{K3}}$	-0,625	-0,625

<sup>18</sup> Os dados com valores negativos devem-se a orientação dos eixos coordenados adotada neste trabalho

Descrição da característica	Unidade	Unidade Variável equivalente	Valor na condição carregado	Valor na condição descarregado
		$Y_{PD}$ $1; Y_{PD3}$		
Distância dos pneus, molas e amortecedores do lado direito ao centro de gravidade da massa suspensa.		$N$ $2; Y_{PT4}$ $Y_{PK}$ $2; Y_{PK4}$ $Y_{PD}$ $1; Y_{PD4}$	0,625	0,625
Coefficiente de rigidez das molas (sem batente de borracha)	/m	$N$ $CK$	100000	100000
Coefficiente de amortecimento dos amortecedores (lineares)	.s/m	$N$ $CD$	12000	12000
Coefficiente de rigidez dos pneus	/m	$N$ $T$ $CK$	700000	700000
Coefficiente de amortecimento dos pneus	.s/m	$N$ $T$ $CD$	3500	3500

- Perfil da irregularidade do pavimento do tipo senoidal:

Descrição da característica	Unidade	Unidade Variável equivalente	Valor na condição carregado	Valor na condição descarregado
Comprimento de onda para as irregularidades sob os pneus do lado esquerdo.		$n$ $1; WL_3$ $WL$	1,85	1,85
Amplitude da irregularidade sob os pneus do lado esquerdo.		$n$ $; E_3$ $E_1$	- 0,05	- 0,05
Comprimento de onda para as irregularidades sob os pneus do lado direito.		$n$ $1; WL_3$ $WL$	1,85	1,85
Amplitude da irregularidade sob os pneus do lado direito.		$n$ $; E_3$ $E_1$	- 0,05	- 0,05