

**ANÁLISE ESTRUTURAL DE COMPONENTES DE PLÁSTICOS  
AMORFOS FRÁGEIS COM LINHAS DE SOLDA POR MEIO DA  
MECÂNICA DA FRATURA.**

Alvaro Volpato Junior

Dissertação apresentada ao Programa de Pós  
Graduação em Engenharia Mecânica da Pontifícia  
Universidade Católica do Paraná, para a obtenção  
do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Roberto Dalledone Machado  
Co-orientador: Prof. Dr. João Elias Abdalla Filho.

Curitiba  
2002

## **AGRADECIMENTOS**

- À Electrolux do Brasil S.A., pelo apoio institucional e financeiro.
- À minha esposa e meu filho, pelo carinho e incentivo.
- Ao amigo Antônio Mesquita, pela sua valiosa colaboração durante as análises de injeção das peças plásticas.

## SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	i
LISTA DE TABELAS	viii
LISTA DE ABREVIATURAS	ix
LISTA DE SÍMBOLOS	x
RESUMO	xii
ABSTRACT	xiii
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Organização do Trabalho	6
2 MATERIAIS PLÁSTICOS	7
2.1 Definições	7
2.2 Classificação dos Plásticos	8
2.3 Processos de Industrialização de Peças Plásticas	10
2.3.1 Máquina Injetora	11
2.3.1.1 Sistema de injeção	12
2.3.1.2 Sistema de Molde	13
2.3.1.3 Sistema Hidráulico	14
2.3.1.4 Sistema de Suporte	14
2.3.1.5 Sistema de Controle	14
2.3.2 Princípios de Operação e Controle	15
2.4 O Problema do Encontro das Frentes de Fundido	16
2.4.1 Variações das Propriedades Mecânicas das Linhas de Solda em Relação às Condições de Processo de Injeção	18
2.4.2 Morfologia das Superfícies de Solda	24
2.4.3 Efeitos das Cargas Minerais e Reforços com Fibras na Qualidade Estrutural das Linhas de Solda	28

2.4.4 Mecanismos de Formação das Uniões Soldadas e Difusão de Cadeias	30
<b>3 MECÂNICA DA FRATURA</b>	<b>32</b>
3.1 Propriedades do Material Para a Caracterização do Estudo de Fratura	34
3.2 Mecânica da Fratura Linear Elástica	36
3.2.1 O Efeito da Concentração de Tensões	36
3.2.2 O Conceito de Griffith – Balanço de Energia	38
3.2.3 O Conceito de Irwin – Taxa de Liberação de Energia Elástica (G)	40
3.2.4 Campo de Tensões e Deslocamentos ao Redor da Ponta da Trinca	43
3.2.4.1 O Fator de Intensidade de Tensão (K)	45
3.2.4.2 Tenacidade à Fratura: O Fator ‘K’ como Critério de Falha	49
3.2.4.3 Efeito do Estado de Tensões e Deformações ao Redor da Trinca no Fator de Intensidade de Tensões Crítico	51
3.2.4.4 Efeito do Tamanho Finito dos Corpos de Prova na Tenacidade à Fratura	52
3.2.5 Relação entre o Fator de Concentração de Tensões ‘K’ e a Taxa de Liberação de Energia Elástica ‘G’	55
3.3 Aspectos de Mecânica da Fratura em Plásticos Amorfos	56
3.3.1 Escoamento e Fratura em Polímeros	57
3.3.2 O Fator de Concentração de Tensão em Materiais Plásticos	58
3.3.2.1 Métodos de Avaliação Experimental de $K_{IC}$ em Plásticos	62
3.4 Mecânica da Fratura Aplicada em Peças Plásticas com Linha de Solda	63
3.4.1 Modelos de Cura de Interfaces Soldadas Dependentes do Tempo	64
3.4.2 Modelos Teóricos de Resistência de Linhas de Solda	67
<b>4 ASPECTOS DE MECÂNICA DA FRATURA COMPUTACIONAL</b>	<b>77</b>
4.1 Formulação de Elementos Finitos na Mecânica do Contínuo	78
4.2 Aplicação do Método dos Elementos Finitos na Mecânica da Fratura Linear Elástica	82
4.2.1 Elemento Finito Quadrilátero de Estado Plano com Campo Singular de Deformações.	84

4.2.2 Elemento Finito Triangular de Estado Plano com Campo Singular de Deformações.	87
<b>5 METODOLOGIA DE ANÁLISE DAS REGIÕES ENFRAQUECIDAS POR LINHAS E SOLDA.</b>	<b>91</b>
5.1 Determinação da Trinca Equivalente.	92
5.1.1 Levantamento das Curvas de Resfriamento.	92
5.1.2 Análise de Difusão das Cadeias Moleculares	94
5.1.3 Cálculo da Interpenetração 'L(x)' de Cadeias Moleculares	95
5.1.4 Construção do Gráfico de Interpenetrações Totais de Cadeias Moleculares ao Longo da Espessura - Definição do Tamanho da Trinca Equivalente.	96
5.2 Análises Numéricas para Obtenção da Trinca Equivalente.	96
5.2.1 Obtenção das Curvas de Resfriamento ao longo da Espessura	96
5.2.2 Cálculo Numérico das Interpenetrações Moleculares pelo Modelo de Difusão e Obtenção da Trinca Equivalente.	97
5.2.2.1 Cálculo da Trinca Equivalente Utilizando as Curvas de Temperatura Obtidas Pela Análise em Elementos Finitos no Aplicativo ANSYS.	97
5.2.2.2 Cálculo da Trinca Equivalente Utilizando as Curvas de Temperatura Obtidas Pela Análise Reológica (C-Mold).	98
5.2.2.3 Curvas de Temperatura Obtidas Pela Execução do Programa baseado na Função Erro de Gauss.	99
5.2.3 Resumo das Etapas de Obtenção Numérica da Trinca Equivalente	99
5.3 Análise de Mecânica da Fratura em Elementos Finitos Aplicada a Trinca Equivalente a Linha de Solda.	101
5.4 Metodologia de Análise Conjunta do Processo e Projeto de Peças Formadas por Plásticos Frágeis com Linhas de Solda de Injeção.	104
<b>6 APLICAÇÕES DA METODOLOGIA PROPOSTA PARA ANÁLISE DE LINHAS DE SOLDA</b>	<b>107</b>

6.1	Análise da Resistência de Corpo de Prova de Tração com Linha de Solda	107
6.1.1	Geometria	107
6.1.2	Material Plástico	108
6.1.3	Condições de Injeção	108
6.1.4	Análises de Resfriamento	109
6.1.4.1	Curvas de Resfriamento Obtidas a Partir de Análises Reológicas	109
6.1.4.2	Curvas de Resfriamento Obtidas por Análise em Elementos Finitos	112
6.1.4.3	Curvas de Resfriamento Obtidas a Partir do Modelo de Erro de Gauss.	114
6.1.5	Análises de Difusão de Cadeias e Determinação da Trinca Equivalente	114
6.1.5.1	Curva de Interpenetração para Temperatura de Injeção de 160°C	115
6.1.5.2	Curva de Interpenetração para Temperatura de Injeção de 205°C	116
6.1.5.3	Curva de Interpenetração para Temperatura de Injeção de 250°C	117
6.1.6	Análises de Mecânica da Fratura Linear Elástica dos Corpos de Prova	119
6.1.6.1	Análise de Fratura dos Corpos Injetados a 250°C	119
6.1.6.2	Análise de Fratura dos Corpos Injetados a 205°C	124
6.2	Análise da Linha de Solda em Placa Retangular com Furo Central	127
6.2.1	Geometria da Placa	127
6.2.2	Material Plástico	127
6.2.3	Análise de Injeção	127
6.2.4	Análise de Difusão de Cadeias e Determinação das Trincas Equivalentes	130
6.2.5	Análises de Mecânica da Fratura Linear Elástica da Placa Plana Fragilizada pela Trinca Equivalente	133
6.2.6	Redução da Resistência da Placa Plana com Furo Central Devido a Presença da Linha de Solda	139
7	CONCLUSÕES	142
8	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	144

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1-1 Peça Plástica com Linha de Solda	2
Figura 2-1 Processos de Transformação de Plásticos	11
Figura 2-2 Principais Componentes de Máquina Injetora Típica	12
Figura 2-3 Sistema de Injeção Simples para Termoplásticos	12
Figura 2-4 Rosca Rotativa e suas Regiões	13
Figura 2-5 Fluxo de Material Plástico no Interior do Molde	14
Figura 2-6 Formação das Linhas de Solda - Encontro de Frentes de Fluxo	17
Figura 2-7 Situações de Injeção onde se Formam Linhas de Solda	17
Figura 2-8 Corpos de Prova Utilizados por Criens e Moislé (1986) para o Estudo da Capacidade Resistente das Linhas de Solda	19
Figura 2-9 Influência de Linhas de Solda nas Curvas Tensão-Deformação de Poliestireno em Várias Temperaturas de Injeção	20
Figura 2-10 Resumo dos Resultados Obtidos por Criens e Moislé (1986)	22
Figura 2-11 Fotografia da Região da Linha de Solda em uma Peça de Poliestireno (PS) Injetado	25
Figura 2-12 (a) Usinagem da Superfície da Peça com Linha de Solda (b) Variação da Resistência do Corpo de Prova em Relação a Profundidade de Usinagem	26
Figura 2-13 Foto ao Longo da Espessura na Superfície de Solda, Obtida Após a Ruptura do Corpo de Prova	27
Figura 2-14 Estrutura Típica da Superfície de Solda	28
Figura 3-1 Esquema de Análise Tradicional de Estruturas	32
Figura 3-2 Esquema de Análise de Estruturas pela Mecânica da Fratura	33
Figura 3-3 Classificação da Análise de Fratura pela Análise do Gráfico que Relaciona a Tensão Limite com a Tenacidade dos Materiais	34

Figura 3-4 Idealização da Força Coesiva 'F' entre Átomos Vizinhos	36
Figura 3-5 Concentração de Tensão ao Redor de Furo Elíptico em Placa Plana	38
Figura 3-6 Placa Plana de Grandes Dimensões com Trinca Interna '2a'	39
Figura 3-7 Placa Plana com Trinca Lateral	41
Figura 3-8 Viga Dupla Para Avaliação da Taxa de Liberação de Energia Crítica ( $G_c$ ) em Materiais Elásticos Lineares	42
Figura 3-9 Placa Plana com Trinca Lateral onde se Supõe Distribuição Uniforme de Tensões na Seção Resistente	43
Figura 3-10 Sistemas de Eixos Polar e Retangular na Ponta de Trinca	45
Figura 3-11 Modos de Carregamento de Corpos Fraturados	46
Figura 3-12 Campo de Tensões em um Ponto ao Redor da Trinca	46
Figura 3-13 Comparação entre o Modelo Teórico da Mecânica da Fratura Elástica Linear e Distribuição Real de Tensões	48
Figura 3-14 Placa Plana fraturada de Espessura 'B'	51
Figura 3-15 Transição do Estado Plano de Deformações na Meia Espessura da Corpo Fraturado para o Estado Plano de Tensões na Superfície	52
Figura 3-16 Efeito das Dimensões Finitas de uma Placa Plana no Fator de Intensidade de Tensões	53
Figura 3-17 Crescimento de uma Trinca em Material Elástico Linear	55
Figura 3-18 Crescimento da Trinca para um Valor Constante de Abertura na Ponta da Trinca Crítico ( $\delta_c$ )	59
Figura 3-19 Efeito do Fator de Intensidade de Tensões ( $K_I$ ) na Velocidade de Avanço da Ponta da Trinca para Várias Respostas Viscoelásticas (n) de Materiais Plásticos (Anderson – 1995).	61
Figura 3-20 Corpo de Prova Compacto de Tração - ASTM D5045	62
Figura 3-21 Curvas Tensão-Deformação de PC e PVC	63
Figura 3-22 Gráfico Bi-logarítmico da Tenacidade a Fratura ( $K_{Ic}$ ) Contra o Tempo de Penetração ou Cura ( $t_p$ ) Obtida por Jud et al (1981 )	67
Figura 3-23 Interpenetração de macromoléculas no instante de tempo 't'	68
Figura 3-24 Curvas de resfriamento Através da Espessura da Peça. O Plano $x=0$ Coincide com a Meia Espessura da Peça.	69

Figura 3-25 Curva de Interpenetração de Cadeias $L(x)$ e Determinação da Trinca Equivalente Através da Análise de Difusão	70
Figura 3-26 Corpo de Flexão de Três Pontos – Norma ASTM D5045	72
Figura 3-27 Curvas de Interpenetração de Cadeias ( $L_x$ ) Obtidas por Thomas J. Pecorini (1997)	73
Figura 4-1 Divisão do Domínio Plano $\Omega$ em Elementos Finitos Triangulares	78
Figura 4-2 Corpo Elástico Tridimensional onde Agem Forças de Corpo ( $F_b$ ) e Forças de Superfície ( $T$ ).	79
Figura 4-3 Porção de uma placa plana de espessura 't' e Larguras Muito Maiores que o Tamanho da Trinca.	82
Figura 4-4 Elemento Finito Triangular de Estado Plano (b) Utilizado para Modelar a Região ao Redor da Ponta da Trinca (Anderson –1995). (a) – Elemento Quadrilátero Isoparamétrico (b) – Elemento Triangular Degenerado para que Seja Aplicado na Ponta da Trinca, Prevendo a Singularidade do Campo de Tensões e Deslocamentos	84
Figura 4-5 (a) Elemento Quadrilátero Isoparamétrico de Oito Nós; (b) Elemento Quadrilátero com Nós 5 e 8 Deslocados	85
Figura 4-6 (a) Elemento Quadrilátero Isoparamétrico de Oito Nós; (b) Elemento Triangular com Nós 5 e 7 Deslocados	87
Figura 5-1 Temperatura Variável no Tempo ao Longo da Espessura da Peça	92
Figura 5-2 Camada na Posição 'x' Onde Será Realizada a Análise de Difusão de Cadeias Macromoleculares em Cada Instante de Tempo 't'	95
Figura 5-3 Curva de Interpenetração de Cadeias ( $\Delta$ ) e Determinação da Trinca Equivalente Através da Análise de Difusão.	96
Figura 5-4 Fluxo das Atividades que Utilizam as Ferramentas Propostas para Obtenção da Trinca Equivalente	100
Figura 5-5 Elementos Finitos que Apresentam Singularidade e Disponíveis no Programa ANSYS para Análise Linear Elástica de Fratura	101
Figura 5-6 Sistema Local de Coordenadas Definido na Ponta da Trinca	103
Figura 5-7 Ordem de Definição dos Nós que Formam o Caminho ou 'path' para o Cálculo dos Fatores de Intensidade de Tensão	104

Figura 5-8 Fluxo das Atividades para Determinação do Projeto e Processo Adequados de Peças Injetadas em Plásticos Amorfos Frágeis com Linhas de Solda.	106
Figura 6-1 Corpo de Prova de Tração de Materiais Plásticos	107
Figura 6-2 Formação da Linha de Solda pela Injeção em Dois Pontos Opostos	109
Figura 6-3 Modelo Computacional para Simulação da Injeção da Peça	109
Figura 6-4 Distribuição dos Níveis ao Longo da Espessura Definidos no C-Mold Onde se Desenvolverão Análises de Difusão Através das Curvas de Resfriamento	110
Figura 6-5 Curvas de Resfriamento em cada Nível ao Longo da Espessura para as Temperaturas de Injeção de : a) 160°C; b) 205°C; c) 250°C	111
Figura 6-6 Modelo de Elementos Finitos para Análise Térmica da Peça	112
Figura 6-7 (a)Condições Iniciais (t=0s) Impostas no Modelo de Elementos Finitos; (b)Condições de Contorno para Um Tempo t=30s Impostas no Modelo de Elementos Finitos	113
Figura 6-8 Curvas de Resfriamento Obtidas a Partir da Análise em Elementos Finitos para Temperatura Inicial de Injeção de 250°C	114
Figura 6-9 Curvas de Interpenetração das Cadeias Poliméricas ( $t_i = 160$ °C) Obtidas a Partir das Análises de Resfriamento: (a) Análise Reológica; (b) Análise Térmica em Elementos Finitos; (c) Modelo de Erro de Gauss.	115
Figura 6-10 Curvas de Interpenetração ( $t_i = 205$ °C) Obtidas a Partir das Curvas de Resfriamento por Meio da : (a) Análise Reológica; (b) Análise Térmica por Elementos Finitos; (c) Análise de Condução pelo Modelo de Gauss.	117
Figura 6-11 Curvas de Interpenetração ( $t_i = 250$ °C) Obtidas a Partir da: (a) Análise Reológica; (b) análise Térmica por Elementos Finitos; (c) Análise de Condução pelo Modelo de Gauss.	118
Figura 6-12 Região do Corpo de Prova a ser Modelada em Elementos Finitos para o Cálculo de Fratura	119
Figura 6-13 Malha de Elementos Finitos de Estado Plano de Deformações com Elementos Singulares o Redor da Ponta da Trinca	120

Figura 6-14	Malha Tridimensional de Elementos Finitos com Elementos Singulares o Redor da Ponta da Trinca	121
Figura 6-15	Condições de Contorno e de Cargas Aplicadas no Modelo Numérico Tridimensional	121
Figura 6-16	Deformação Calculada pelo Critério de Von Mises ao Longo da Largura do Corpo de Prova	122
Figura 6-17	Curva dos Valores das Deformações ( $\epsilon$ ) Calculadas Segundo o Critério de Von Mises para os Nós Localizados ao Longo da Ponta da Trinca.	123
Figura 6-18	Indicação das Linhas de Nós para as Quais se Calcula o Fator $K_I$	124
Figura 6-19	Modelo Computacional da Peça Plástica injetada	125
Figura 6-20	Curva do Valor da Deformação de Von Mises na Linha de 12,7 mm que Define a Ponta da Trinca ( $T_i=205^\circ\text{C}$ )	126
Figura 6-21	Paca Placa com Furo Central Contendo Linha de Solda e Carregada por Uma Tensão de Tração $\sigma$ .	127
Figura 6-22	Modelo Computacional para Simulação do Processo de Injeção em Placa Retangular com Furo Circular. (a) Malha de Elementos Finitos Utilizada para a Simulação de Injeção. (b) Detalhe da Região do Bico de Injeção (tipo “leque”).	128
Figura 6-23	Características da Extensão e Forma da Linha de Solda na Peça Injetada.	128
Figura 6-24	Propagação das Frentes de Fluxo Durante o Processo de Injeção da Placa.	129
Figura 6-25	Curvas de Resfriamento para os Elementos A, B e C P Para Temperatura de Injeção de $220^\circ\text{C}$ e Placa com Espessura 2mm.	
Figura 6-26	Curvas de Interpenetração para os Elementos (A), (B) e (C) Considerando Temperatura de Injeção de $280^\circ\text{C}$ e Placa de 4mm de Espessura	131
Figura 6-27	Gráficos da Porcentagem da Espessura Afetada pela Trinca Equivalente em Relação a: (a) Temperatura de Injeção; (b) a Espessura da Peça	132

Figura 6-28 Região Simétrica Utilizada para a Construção do Modelo Numérico de Fratura	134
Figura 6-29 Previsão de Trinca Equivalente no Modelo da Placa Plana: (a) Área onde se Localiza a Trinca Equivalente; (b) Região do Modelo Numérico onde se Prevê a Trinca Equivalente; (c) Condições de Contorno Aplicadas no Modelo	134
Figura 6-30 Tensão de Tração Distribuída na Parte Simétrica com Resultante Total de 6000 N	135
Figura 6-31 Inclusão de Elementos Singulares ao Redor da Ponta da Trinca	135
Figura 6-32 Distribuição de Tensão ao Longo da Seção Resistente	136
Figura 6-33 Tensão Interna na Direção de Aplicação da Carga Externa	137
Figura 6-34 Modelo Plano de Fratura para Placa de Espessura 2mm, Injetada a 220°C.	138
Figura 6-35 Tensão Máxima nas Placas sem Linha de Solda com Espessuras de 2, 3 e 4 mm	139
Figura 6-36 (a) Redução da Resistência da Placa em Relação à Temperatura de Injeção ; (b) Redução da Resistência da Placa em Relação à Sua Espessura	141

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2-1 Influência da Temperatura e Velocidade de Injeção na Resistência à Tração de Corpos de Prova Plásticos com e sem Linhas de Solda	23
Tabela 2-2 Influência das Pressões de Recalque e de Injeção na Resistência de Linhas de Solda Em Corpos de Prova de Poliestireno	24
Tabela 2-3 Variação da Resistência de Linhas de Solda em Corpos de Nylon em Relação ao Tipo e Teor de Cargas de Preenchimento	29
Tabela 3-1 Comportamento à Fratura de Materiais Comuns	65
Tabela 3-2 Fator de Concentração de Tensões para Alguns Corpos de Prova	54
Tabela 3-3 Resultados dos comprimentos de Trinca Equivalente a Linhas de Solda Formadas em Corpos Injetados em Diferentes Temperaturas (Pecorini-1997).	75
Tabela 3-4 Enfraquecimento de Corpos Injetados em Dois Estágios Obtidos por Huang e Chen(1999) para a Temperatura do Molde de 50°C	76
Tabela 6-1 Dados Termo-Físicos do Poliestireno PG33 (Chi-Mei Corp.)	108
Tabela 6-2 Valores de $K_I$ no Corpo de Prova Injetado a 205°C ao Longo da Largura de 12,7 mm	126
Tabela 6-3 Resumo dos Valores de Trinca Equivalentes Obtidos da Análise de Difusão.	132
Tabela 6-4 Resumo dos Seis Maiores Fatores de Concentração de Tensões Encontrados nas Placas Planas com Furo Central (MPa. m <sup>1/2</sup> )	138
Tabela 6-5 Redução da Capacidade de Carga de Tração Devido a Presença da Linha de Solda em Cada Configuração de Placa Plana com Furo Central.	140

## LISTA DE ABREVIATURAS OU SIGLAS

ABS – Acrilonitrila-butadieno-estireno

ASTM – *American Standard Association of Tests and Materials*

CTOD – *Crack tip opening displacement*

CTT – *Compact tension test*

EPD – Estado Plano de Deformações

EPT – Estado Plano de Tensões

HDPE – Polietileno Alta Densidade

HIPS – Poliestireno Alto Impacto

LDPE – Polietileno Baixa Densidade

MFLE – Mecânica da Fratura Linear Elástica

PC - Policarbonato

PIB – Poli-isobutileno

PMMA – Polimetil-Metacrilato

POM – Polióxi- Metileno

PP – Polipropileno

PS – Poliestireno

PVC – Polivinil-clorida

SAN – Estireno-Acrilonitrila

MEF – Método dos Elementos Finitos

TPB – *Three point bend specimen*

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\theta$  – ângulo polar

$r$  – distância polar (sistema polar definido à partir da ponta da trinca)

$\delta$  – abertura na ponta da trinca

$\nu$  – módulo de Poisson

$J$  – Integral ‘J’

$K_{I, II, III}$  – Fatores de Concentração de Tensões nos Modos I, II e III de carregamento

$t$  – tempo

$T$  – Temperatura

$T_i$  – vetor de tração aplicado num contorno fechado ao redor de meio contínuo

$\sigma_{ij}$  – componente do tensor de tensões

$\sigma_{ys}$  – tensão de escoamento do material

$\epsilon_{ij}$  – componente do tensor de deformações

$\epsilon_0$  – deformação uniaxial constante

$E_f(t)$  – módulo de fluência para o tempo ‘t’

$E(t)$  – módulo de relaxação para o tempo ‘t’

$H_d(t^*)$  – espectro de tempos de relaxação

$t^*$  – tempo de relaxação

$\eta$  – viscosidade

$\vartheta_M$  – temperatura do plástico fundido no instante inicial de sua entrada no molde

$\Pi$  – energia potencial elástica

$\gamma_s$  – energia de superfície do material

$u$  – deslocamento

$M_C$  – peso molecular crítico

$M$  – Peso molecular médio

$R_g$  – Raio de Giração  
 $\eta_{Mc}$  – Viscosidade no peso molecular crítico  
 $E_a$  – Energia de Ativação de Fluxo  
 $T_g$  – Temperatura de Transição Vítrea  
 $\rho$  – Massa Específica  
 $C_p$  – Calor específico  
 $k$  – condutibilidade térmica  
 $\Delta(x)$  – distância de interpenetração de cadeias moleculares  
 $G$  – taxa de liberação de energia elástica  
 $R$  – Constante universal do gases  
 $D_s$  – coeficiente de difusão instantânea entre as cadeias moleculares  
 $\{F\}$  – vetor de forças nodais  
 $[K]$  – matriz de rigidez  
 $\{\delta\}$  – vetor de deslocamentos nodais  
 $[C]$  – matriz constitutiva  
 $[J]$  – matriz jacobiana  
 $N_i$  – funções de interpolação de elementos finitos  
 $U$  – energia total  
 $\Gamma$  – contorno de um domínio contínuo  
 $\Omega$  – domínio contínuo  
 $a$  – comprimento de trinca  
 $\pi$  – energia potencial elástica

## **RESUMO**

Este trabalho tem por objetivo avaliar a resistência de peças de plástico injetado que, sob certas circunstâncias, apresentam uma região enfraquecida denominada “linha de solda”. As linhas de solda, que se formam pelo encontro de duas frentes de material fundido durante o preenchimento da cavidade do molde, não se constituem numa falha geométrica. Apesar disso, as linhas de solda são defeitos visuais e podem ser associadas a “trincas equivalentes”, permitindo que o problema seja tratado no âmbito da Mecânica da Fratura. A profundidade da “trinca equivalente” que toma parte da espessura da peça plástica depende de parâmetros que configuram o processo de injeção e do tipo de polímero considerado. A determinação da profundidade da trinca equivalente em peças de plásticos amorfos é realizada a partir de uma análise de transferência de calor, levando-se em conta a inter-difusão das cadeias macromoleculares do polímero. O presente trabalho procura avaliar a redução da resistência do componente plástico nas linhas de solda via análise numérico-computacional de Mecânica da Fratura, empregando o Método dos Elementos Finitos. Algumas aplicações procuram demonstrar a aplicabilidade desta metodologia.

## **ABSTRACT**

This work aims at evaluating the strength of injected plastic parts that present, under certain circumstances, a weakened region named weld line. This region is the result of the encounter of two fronts of melted material during the filling of the mold cavity. The weakened region is treated as a crack with a depth which depends on the parameters of the injection process and on the type of the polymer considered. The crack depth, for amorphous polymers, is evaluated by a heat transfer analysis considering the inter diffusion of the polymer molecule chains. A computational fracture mechanics analysis via the finite element method is employed to evaluate the reduction in strength of the parts along the weld lines. Some examples are showed to confirm the applicability of this methodology.

## 1 INTRODUÇÃO

Polímeros, ou plásticos como popularmente também são designados, são materiais complexos, naturais ou artificiais, e vêm sendo empregados largamente nos dias de hoje graças as suas características como moldabilidade, rigidez e leveza.

A comercialização em grande escala dos materiais plásticos iniciou-se em 1939 e, em 1960, já atingia uma produção mundial de cerca de 10 milhões de toneladas por ano, segundo relatórios apresentados por Woebcken (1995). Em 1979 a produção chegava aos 60 milhões de toneladas e em 2001 estima-se que tenha chegado aos incríveis 110 milhões de toneladas/ano.

Plásticos são considerados materiais indispensáveis não só nos países industrializados mas também nas economias chamadas “emergentes”, onde a tendência crescente do seu uso é igualmente constatada. O aumento no consumo de materiais plásticos nos países industrializados foi, por um bom tempo, proporcional ao próprio aumento do produto interno bruto desses países.

Os materiais plásticos e seus compostos têm sido muito pesquisados a fim de obterem requisitos importantes como, por exemplo, a melhoria da resistência mecânica ou do desempenho térmico, para aplicação em setores como a bio-engenharia, indústrias de bens de consumo, indústria aeroespacial, etc.

Dentre as diversas formas de fabricação de peças plásticas, um dos processos mais importantes é a injeção. Este processo é controlado por parâmetros como pressão, temperatura e velocidade do material plástico fundido. Mesmo assim, podem ocorrer defeitos estruturais ou estéticos que invalidam as peças. Um destes defeitos é o relacionado às chamadas “linhas de solda”, que surgem inevitavelmente em peças plásticas injetadas por mais de um ponto de injeção. A união de duas frentes de fluxo durante o preenchimento da cavidade do molde determina o surgimento de uma superfície de encontro que, para um observador qualquer, mostra-

se como uma linha bem definida. Em peças de plásticos transparentes, como poliestireno (PS) ou estireno acrilonitrila (SAN), os efeitos visuais das linhas de solda podem ser muito indesejáveis.

A influência das linhas de solda no comportamento estrutural está também associada à fragilização e à redução da capacidade de carga nas regiões em que as mesmas se encontram nas peças plásticas.

A figura 1.1 mostra uma peça plástica onde se verifica a presença de linha de solda.

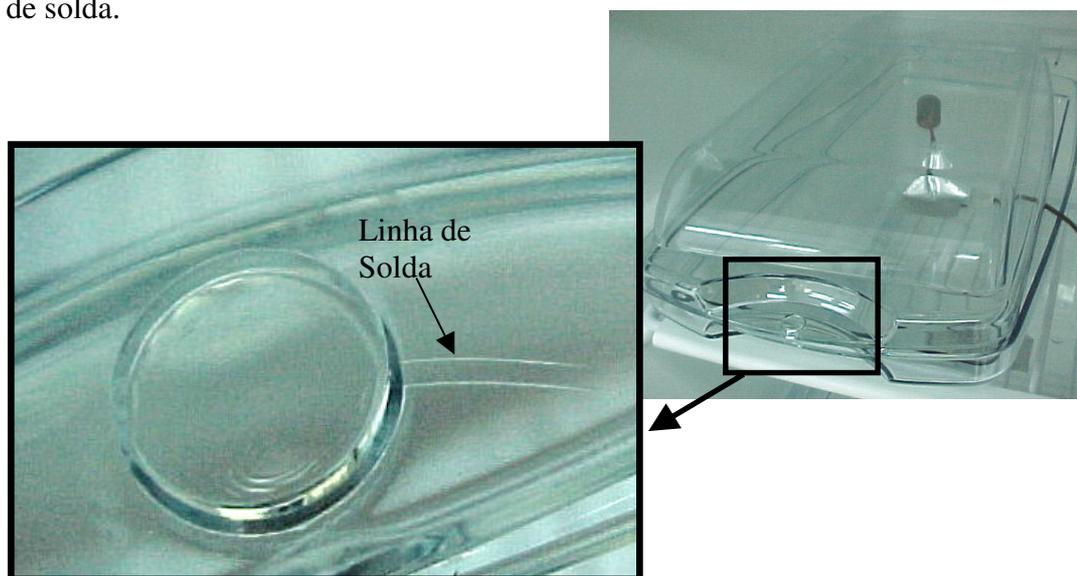


Figura 1-1 Prateleira Plástica de Refrigerador com Linha de Solda

A análise de peças plásticas utilizando ferramentas computacionais modernas deve ser capaz de atender a critérios de processo e projeto particulares. Quando peças plásticas desempenham algum papel estrutural, é muito provável que sua ruptura ocorra na linha de solda. Desta maneira, a análise do mecanismo de formação e das variáveis de controle da capacidade resistente das linhas de solda é de fundamental importância para um projeto adequado e seguro dessas peças.

A preocupação em controlar e amenizar os efeitos das linhas de solda levou os pesquisadores a procurar recursos no controle do processo de injeção que pudessem aumentar a capacidade resistente das seções.

Criens e Moslé (1986) examinaram a resistência das linhas de solda em corpos de tração e linhas de solda formadas após um furo interno em placas planas.

Este estudo aponta para a grande importância da temperatura do material fundido no momento do encontro de frentes de fluxo para a qualidade da união soldada.

Chang e Faison (1999) utilizaram o método dos arranjos ortogonais para identificar sistematicamente a importância da maioria dos parâmetros de injeção na qualidade estrutural da linha de solda. O estudo também mostrou que os parâmetros essenciais que influenciam a resistência das linhas de solda estão associados a temperatura do material plástico fundido e a temperatura do molde.

Koster (1999) desenvolveu estudos que relacionam a manufatura e o projeto da peça plástica com linhas de solda. Corpos de prova de tração, produzidos com e sem linhas de solda, combinando os efeitos de algumas velocidades de avanço de fluxo diferentes, diferentes temperaturas iniciais de fundido plástico e ainda diferentes pressões de recalque, foram injetados em poliestireno cristal. O efeito predominante das altas temperaturas no aumento da resistência dos corpos com linhas de solda foi novamente mostrado. Os efeitos da velocidade de avanço do fluxo e da pressão aparecem como sendo de menor importância para a resistência dos corpos de prova de tração, pois variações muito grandes deste parâmetros produzem corpos com resistências muito semelhantes.

As pesquisas experimentais confirmavam, até então, a grande influência da temperatura do plástico no instante do encontro de frentes para a qualidade da união, mas não havia condições de estabelecer lei física associada a tal fenômeno. Estas pesquisas observavam também a fragilização conferida aos corpos de prova ensaiados que continham linhas de solda. Mesmo os plásticos que apresentavam grandes deformações plásticas antes de sua ruptura, mostravam o efeito de fragilização na linha de solda. Esta fragilização foi associada por um bom tempo a um efeito natural de aprisionamento do ar interno na cavidade do molde e que resultava num entalhe microscópico chamado “entalhe-V” que, supostamente, desempenhava um papel de trinca, como descrito por Criens e Moislé (1986).

Quando Tomari et al. (1990) publicaram uma pesquisa experimental que se preocupava essencialmente com a influência do chamado “entalhe-V” na superfície das linhas de solda, pode-se concluir que não era o entalhe-V o causador da fragilização associada à linha de solda.

Observando microscopicamente a morfologia das linhas de solda em corpos de Estireno Acrilonitrila (SAN), Cho et al. (1997) mostraram o entalhe-V na superfície da peça com profundidade menor que 0,005 mm, seguido de uma região lisa mais superficial e uma região rugosa formada pela ruptura do corpo de prova. Assim como no estudo de Tomari et al. (1990), antes de cada ensaio de tração, Cho et al. (1997) eliminaram camadas gradativas de 0,1 mm de espessura na superfície dos corpos, mostrando que a fragilização dos mesmos acontecia até a profundidade de 0,2 mm de usinagem, muito maior que o tamanho de 0,005mm do entalhe-V observado. As observações realizadas por Cho et al. (1997), ao longo da espessura afetada pela solda após o rompimento dos corpos, identificavam uma região mais externa de união pobre entre as frentes de fundido que aparecia como uma superfície lisa, e outra região mais interna com união mais rica das frentes de fluxo, e que aparecia como uma superfície rugosa.

Começa assim uma associação direta das linhas de solda com modelos de fratura. A capacidade resistente das linhas de solda era, a partir daí, avaliada por critérios da mecânica da fratura linear elástica ou não linear, tais como a tenacidade à fratura (fator K) ou integral J.

Cho et al. (1997) avaliaram ainda a influência da temperatura do fundido na tenacidade à fratura de corpos compactos de tração onde a linha de solda desempenhou o papel de trinca na caracterização de fratura do material.

Mielewski et al. (1998) puderam constatar, em imagens de microscópios, que o entalhe-V em corpos de prova de tração de Polipropileno (PP) tinha uma dimensão próxima a 2,5  $\mu\text{m}$ . Tomando um valor típico de tenacidade a fratura deste material ( $K_{Ic}=0.35 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ ), estes autores notaram que uma falha mínima de 35 $\mu\text{m}$  era necessária para provocar a ruptura frágil do material, reforçando a idéia da insuficiência do entalhe-V para fragilizar os corpos com a linha de solda.

Quinn et al. (1997) se preocuparam em pesquisar a influência do teor de fibras de vidro na composição de plásticos com matriz de Nylon 66. Os resultados obtidos revelaram que o aumento do teor de fibras aumenta a resistência dos corpos de prova sem linha de solda, mas provocam um efeito contrário e enfraquecimento das regiões com linha de solda.

A necessidade de se associar a Mecânica de Fratura às linhas de solda formadas por um processo de união pobre entre moléculas, levaram os pesquisadores a buscar modelos de cura de interface já desenvolvidos na área das Ciências dos Materiais.

Jud et al. (1981) haviam proposto modelos de cura entre interfaces soldadas de Estireno Acrilo-Nitrila e Polimetilmetacrilato (PMMA) por critérios de Mecânica da Fratura. Neste trabalho, desenvolveram estudos de união de interfaces aquecidas em temperaturas acima da transição vítrea entre peças formadas por polímeros amorfos. Nestes casos, as moléculas se tornam móveis por ação do calor e a união entre as cadeias acontece por fenômenos associados aos modelos de difusão molecular. O estudo verificou a variação da tenacidade ( $K_{IC}$ ) da interface em relação a temperatura das superfícies unidas e aquecidas pouco acima da temperatura de transição vítrea do plástico, levando-se em consideração o tempo de penetração ou cura. A partir de um certo tempo “ $t$ ”, o contato é obtido na interface e o processo de cura acontece quando as cadeias moleculares começam a se difundir, restabelecendo a união na medida em que se desenvolve um entrelaçamento entre essas cadeias. Este processo acontece até que a temperatura de transição vítrea seja alcançada pelo resfriamento do material.

Baseados no estudo de Jud et al. (1981), Wool et al. (1989) descreveram o movimento molecular na interface entre polímeros, e mostraram que a qualidade da cura da interface depende do tempo de contato “ $t$ ”.

Utilizando os modelos de difusão e interpenetração das cadeias moleculares entre interfaces aquecidas, Pecorini (1997) tratou a linha de solda como uma “trinca aguda” que surge pela união entre interfaces soldadas e que toma parte da espessura da peça plástica. Os modelos de difusão e interpenetração foram aplicados por Pecorini (1997) na avaliação do tamanho de “trincas equivalentes” às linhas de solda, formadas em corpos de prova injetados por dois pontos. O modelo teórico proposto por Pecorini foi comprovado por uma avaliação experimental de fratura dos corpos injetados, mostrando equivalência aceitável.

Huang e Chen (1999) também aplicaram os modelos de difusão de cadeias para a descrição e previsão da qualidade estrutural da interface em peças injetadas em dois estágios, como no caso de lanternas traseiras de automóveis.

Desta maneira, a descrição moderna das linhas de solda que se formam durante a injeção de plásticos amorfos, se dá por critérios de difusão molecular e cura transiente entre as cadeias das frentes de fluxo que se encontram. Após determinada a trinca equivalente, a avaliação passa pela aplicação dos critérios da Mecânica da Fratura Clássica.

## **1.1 Organização do Trabalho**

Inicialmente será realizada, no Capítulo 2, uma descrição dos aspectos importantes ligados aos materiais plásticos, tais como definições e classificações, informações relevantes a respeito do processo de injeção e seus componentes, que poderão auxiliar no entendimento dos mecanismos de formação das linhas de solda. Finalizando o capítulo, serão tratados conceitos e descrições do problema do encontro das frentes de fluxo durante a injeção da peça, quando se forma a linha de solda. O anexo1 apresenta alguns aspectos do comportamento mecânico de plásticos sujeitos a cargas de longa duração.

No Capítulo 3 será realizada uma revisão teórica da Mecânica da Fratura Clássica, destacando alguns aspectos importantes da aplicação da Mecânica Clássica aos materiais plásticos e do tratamento das linhas de solda pela aplicação da Mecânica da Fratura nestes materiais.

O Capítulo 4 será reservado para o tratamento computacional dos problemas de peças com trinca, colocando aspectos atuais sobre a implementação numérica computacional dos problemas da Mecânica da Fratura via o Método dos Elementos Finitos.

O Capítulo 5 descreverá a metodologia proposta por este trabalho para o tratamento das linhas de solda durante a fase de concepção do projeto e do processo mais adequado à peça plástica.

No Capítulo 6, será aplicada a metodologia proposta no capítulo anterior em peças com linhas de solda, a fim de comprovar a viabilidade da metodologia proposta.

Finalmente, no Capítulo 7, serão feitos os comentários finais, trazendo conclusões e sugestões para a continuidade deste trabalho.

## 2 MATERIAIS POLIMÉRICOS

É crescente o uso dos plásticos nas aplicações industriais dos dias de hoje. O plástico vem sendo empregado não apenas em peças com funções estéticas e de vedação, mas também naquelas com finalidades estruturais relevantes. A opção por peças plásticas requer muitos cuidados, desde a escolha apropriada do material, a níveis químico, reológico e mecânico, até a definição dos processos de obtenção de peças. Neste capítulo, serão abordados alguns aspectos dos materiais plásticos, que ajudarão a entender as razões de sua importância na atualidade.

### 2.1 Definições

Segundo Eloisa B. Mano (1985), o termo “polímero” vem do grego, “muitas partes”, e é definido como qualquer substância cuja estrutura molecular é formada por unidades simples e repetidas chamadas “monômeros”. A união química dos monômeros se dá por um processo de polimerização. Este trabalho não pretende avaliar com profundidade os aspectos da ciência dos materiais plásticos, bem como os processos químicos de obtenção dos mesmos. Apenas serão abordados os aspectos relevantes para o entendimento e caracterização das linhas de solda.

A estrutura básica da macromolécula polimérica é uma cadeia longa de unidades iguais e repetidas (meros) ligadas com grupos químicos adicionais ao longo desta cadeia.

Embora usado erroneamente, o termo “plástico” que, do grego, significa “adequado a moldagem”, confunde-se com o termo “polímero”. Os plásticos, no entanto, são compostos cujo componente principal é um polímero orgânico sintético e que, embora sólidos à temperatura ambiente, tornam-se fluidos em alguma fase de seu processamento e possíveis de serem moldados. Outros sistemas poliméricos incluem as borrachas, fibras e adesivos.

O arranjo estrutural, o tamanho e a constituição química da macromolécula do polímero influenciam diretamente em suas propriedades físicas e químicas. A natureza macromolecular dos plásticos implica em propriedades dependentes do histórico mecânico e térmico que esses materiais experimentam durante seu processamento. Por exemplo, a viscosidade, que é uma medida da resistência ao fluxo que o polímero apresenta, aumenta com o peso molecular do polímero, mas decai com o aumento da temperatura.

Segundo Wuebcken (1995), as propriedades mecânicas e físicas do polímero podem ser modificadas por meio de misturas de polímeros diferentes, ou pela adição de outros materiais ou agentes de reforço. Estes processos resultam em alguns sistemas poliméricos, como os apresentados a seguir:

a) Ligas Poliméricas e “Blendas” (ou misturas) – são o resultado da mistura de dois ou mais polímeros acabados. Quando a combinação dos polímeros tem uma única temperatura de transição vítrea (temperatura de transição entre o estado líquido e sólido), e essa combinação produz um efeito de sinergia, ou seja, as propriedades da mistura são melhores que dos componentes individuais, o sistema é denominado de “liga polimérica”. Se, no entanto, a combinação possui múltiplas temperaturas de transição vítrea e suas propriedades são as médias dos componentes individuais, o sistema recebe o nome de “blenda” ou simplesmente mistura. Um exemplo de mistura comercialmente utilizado em larga escala é o ABS-PC (acrilonitrila butadieno estireno e policarbonato).

b) Compósitos de Polímero – são materiais que incorporam certos agentes na matriz do polímero agregando propriedades desejadas. Um exemplo são os compostos de polipropileno (PP) adicionados com cargas minerais que lhes conferem menores contrações térmicas e maior garantia de precisão dimensional das peças injetadas.

## 2.2 Classificação dos Plásticos

Eloisa B. Mano (1985) afirma que, segundo a característica de fusibilidade oriunda do tipo de reação química (polimerização) que mantêm as moléculas unidas, os plásticos são classificados como termoplásticos ou termofixos.

#### a) Termoplásticos:

As cadeias moleculares dos termoplásticos são tipicamente longas, lineares ou ramificadas. As cadeias moleculares laterais ou grupos que se ligam à cadeia principal, não estão ligadas a outras moléculas de polímero, resultando na possibilidade dos termoplásticos serem amolecidos ou endurecidos repetidamente por um aumento ou decréscimo de temperatura. A mudança de fase, sem uma reação química, permite a reciclagem das sobras do processo de injeção, como é o caso da porção de plásticos que preenche os canais de injeção. Apesar da possibilidade de reciclagem, os termoplásticos, quando amolecidos, apresentam um pequeno grau de mudança química devido a fatores como oxidação e degradação térmica, fazendo com que as propriedades do polímero reciclado não sejam exatamente as mesmas que as do polímero virgem ( C-Mold Design Guide – 1998).

As resinas termoplásticas mais comuns são: Polipropileno (PP), Polietileno de alta ou baixa densidade (HDPE ou LDPE), Poliestireno (PS), Polivinilclorida (PVC).

Os termoplásticos são comercializados em forma de grãos e são fundidos por ação do calor e sobre alta pressão, transformando-se em um líquido relativamente viscoso que se conformará na peça final por conta do resfriamento.

Dependendo da morfologia da cadeia polimérica, os termoplásticos são divididos em:

##### a.1) Termoplásticos Amorfos:

Segundo Alfrey e Gurnee (1971), os plásticos amorfos, quando resfriados, solidificam-se por um processo de vitrificação e, seja no estado líquido (fundido) ou no estado sólido, possuem moléculas randomicamente orientadas entrelaçando-se entre si. Em temperaturas acima da temperatura de transição vítrea, o polímero apresenta um comportamento semelhante a borracha e abaixo da temperatura de transição vítrea torna-se sólido. Estes plásticos geralmente têm características como baixa resistência a ação de agentes químicos, possibilidade de transparência e baixa contração.

##### a.2) Termoplásticos Semi-Cristalinos:

Possuem um arranjo molecular ordenado quando se encontra abaixo da temperatura de transição vítrea (Tg). Na prática, qualquer polímero apresenta um

determinado grau de cristalinidade sob condições normais, já que é difícil a cristalização da totalidade das moléculas até o resfriamento abaixo da temperatura de transição vítrea. O grau de cristalinidade depende da estrutura química do polímero e das condições do processo de injeção a que é submetido.

#### a.3) Termoplásticos líquido-cristalinos.

São aqueles que apresentam um arranjo ordenado das moléculas, tanto no estado líquido como no sólido. São caracterizados por sua rigidez, baixa viscosidade quando fundidos, resistência química e estabilidade dimensional. (C-Mold Design Guide – 1998).

#### b) Termofixos:

Os plásticos chamados de termofixos são formados a partir de uma reação química de polimerização denominada “união cruzada” (*cross-linking*). Essas ligações químicas são feitas entre moléculas de materiais termofixos, resultando numa rede tridimensional interligada de macromoléculas. Esta característica das ligações químicas é a principal diferença entre os termoplásticos e os termofixos. Antes da moldagem, as cadeias dos termofixos e termoplásticos são semelhantes. Durante o processamento, os termofixos se polimerizam com a ativação do calor em uma microestrutura de ligações cruzadas. Um vez a reação completada, as cadeias do polímero formam uma estrutura tridimensional com uniões entre as moléculas proibindo assim, a combinação individual das cadeias moleculares. Conseqüentemente, o termofixo não pode ser fundido nem solúvel, não sendo possível seu amolecimento sem a ocorrência de degradação.

Os termofixos são comumente comercializados em forma de monômeros líquidos que se misturam para a formação do polímero final.

## **2.3 Processo de Industrialização de Peças Plásticas**

Uma grande variedade de processos tem sido utilizada para se obter peças acabadas de plástico tais como extrusão, injeção, sopro, etc. Por ser o enfoque deste trabalho, será discutida com mais detalhes a técnica de injeção de termoplásticos.

Como se observa na figura 2-1, a injeção é uma das técnicas mais comuns de processamento de plásticos. Trata-se da transformação de grãos de polímero que

são aquecidos até uma temperatura controlada formando uma pasta altamente viscosa; o polímero líquido é então injetado sob alta pressão por meio de uma máquina injetora em uma cavidade de um molde para a formação da peça plástica final (Woebcken -1995). Nos próximos itens, serão vistos alguns aspectos da técnica de injeção de plásticos.

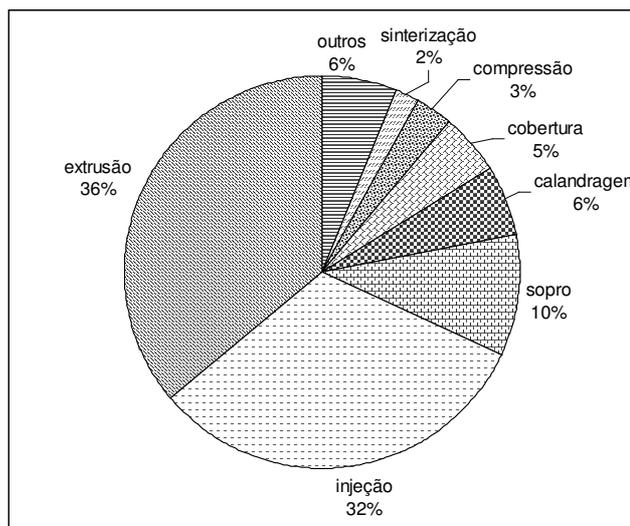


Figura 2-1 Processos de Transformação de Plásticos  
(C-Mold Design Guide-1998)

### 2.3.1 Máquina Injetora

As injetoras são as máquinas que convertem plástico virgem ou reciclado em forma de grãos em peças plásticas moldadas através de um processo que envolve a fusão, injeção, recalque e resfriamento.

A especificação de uma máquina injetora é dada principalmente pela força de fechamento de molde a ser requerida durante a injeção. Um tipo de molde é formado por duas partes, uma fixa e outra móvel, que deverão ser mantidas unidas para garantir a estanqueidade da cavidade a ser preenchida durante a injeção sob pressão.

Uma máquina injetora típica possui os seguintes componentes principais, conforme mostra a figura 2-2:

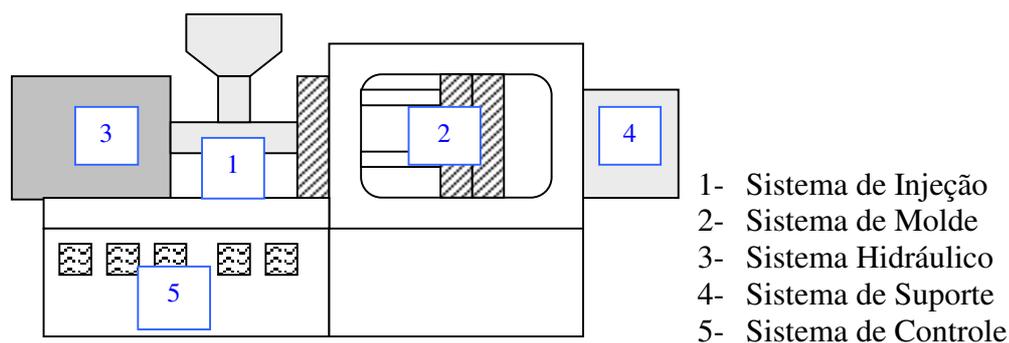


Figura 2-2 Principais Componentes da Máquina Injetora Típica  
(C-Mold Design Guide – 1998)

### 2.3.1.1 Sistema de Injeção

Um esquema simples do sistema de injeção é mostrado na figura 2-3. Os principais componentes são:

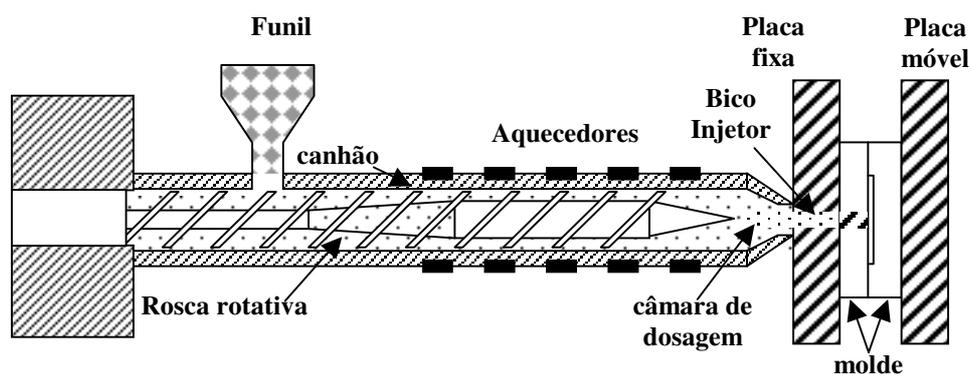


Figura 2-3 Sistema de Injeção Simples para Termoplásticos  
(C-Mold Design Guide – 1998)

a1) Funil - É o elemento que armazena e passa os grãos de plásticos para o interior do canhão por gravidade.

a2) Canhão - É um cilindro aquecido por resistências elétricas onde o plástico é fundido e pressionado para o interior da cavidade do molde por meio de uma rosca sem fim rotativa, que ao avançar comporta-se como um êmbolo injetor.

a3) Rosca Rotativa - É usada para comprimir, fundir, e carregar o material plástico. A rosca rotativa é dividida em três regiões: zona de alimentação, zona de compressão e zona de dosagem (C-Mold Design Guide-1998). A rosca rotativa

possui diâmetro externo que permanece constante enquanto que o diâmetro interno altera-se gradativamente na zona de compressão, conforme mostra a figura 2-4.

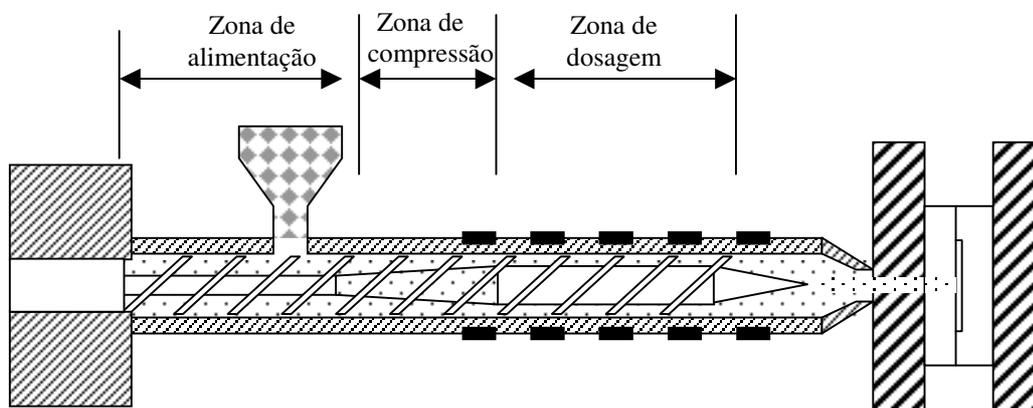


Figura 2-4 Rosca Rotativa e suas regiões (C-Mold Design Guide – 1998).

A redução do espaço vazio entre a rosca e a parede interna do canhão determina uma compressão gradual do material plástico. Esta compressão gera um calor que é o principal responsável pela fusão do material; os aquecedores de resistência elétrica fixados externamente no canhão ajudam a manter o plástico no estado fundido.

### 2.3.1.2 Sistema de Molde

O sistema de molde consiste basicamente em barras de ligação, plataformas móvel e estacionária, bem como o molde de injeção propriamente dito, onde se localizam a cavidade a ser preenchida, o sistema de canais de distribuição de polímero, os pinos extratores e os canais de resfriamento. O molde de injeção é essencialmente um trocador de calor em que o termoplástico fundido se solidifica produzindo a peça com forma, dimensões e detalhes definidos pela cavidade (C-Mold Design Guide – 1998).

O molde de injeção é basicamente uma ferramenta formada a partir de um bloco de aço usinado e outros materiais de inserto. Por usinagem são abertos os canais de resfriamento (onde circulará um líquido refrigerante como água, óleo ou vapor), os canais de injeção, os elementos de entrada de polímero na cavidade e a própria cavidade onde se conformará a peça final.

A figura 2-5 mostra um sistema de injeção típico.

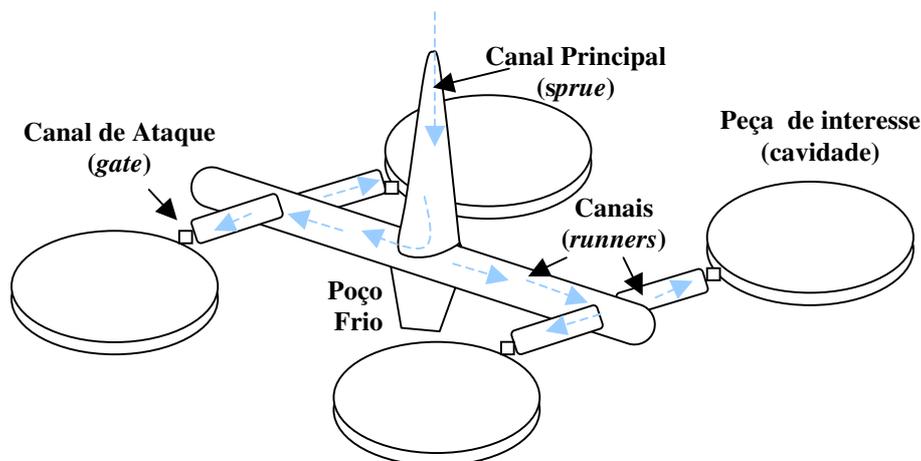


Figura 2-5 Fluxo do Material Plástico no Interior do Molde  
(C-Mold Design Guide – 1998)

### 2.3.1.3 Sistema Hidráulico

O sistema hidráulico de uma máquina injetora fornece a potência para abrir, fechar e manter a tonelagem de fechamento do molde, girar a rosca de avanço e mover os pinos extratores (C-Mold Design Guide – 1998).

### 2.3.1.4 Sistema de Suporte

Este sistema abre e fecha o molde, suporta e mantém as peças do molde unidas gerando uma força (tonelagem ou força de fechamento) suficiente para evitar a abertura do mesmo durante o processo de injeção, evitando possíveis vazamentos e rebarbas na peça plástica que poderiam inutilizá-las.

### 2.3.1.5 Sistema de Controle

Permite o controle dos principais parâmetros na fase da injeção, como velocidade, pressão, temperatura do polímero e tempos de injeção e recalque, de forma a garantir a repetibilidade e a consistência da operação. O controle do processo tem influência direta na qualidade da peça final, incluindo a própria linha de solda (alvo principal deste estudo).

### 2.3.2 Princípios de Operação e Controle

O processo de injeção é antes de tudo um processo cíclico. Durante uma injeção típica de peças plásticas, são desenvolvidas algumas operações básicas como indicadas a seguir:

#### a) Preenchimento (*filling*)

Inicia-se com a entrada do polímero fundido no molde e termina com a frente de fluxo alcançando a última região vazia da cavidade. Nesta fase, os parâmetros de controle mais importantes para a qualidade da peça final são o perfil de velocidade de avanço da rosca, a temperatura de injeção do polímero e a temperatura do molde.

O controle de velocidade procura um avanço ideal da rosca injetora, a fim de garantir uma velocidade o mais constante possível da(s) frente(s) de fluxo, dadas as variações de espessura e geometria da cavidade do molde.

O controle de temperatura é um dos mais importantes fatores de qualidade da peça final. Se a temperatura for muito baixa, a resina pode não ser completamente fundida tornando-se muito viscosa para fluir. Se a temperatura for muito alta, a resina poderá degradar.

#### b) Recalque

Nesta fase, a máquina injetora força a entrada de material para o interior da cavidade já preenchida, afim de promover uma densidade estável e ideal para o polímero, garantindo as características físico-químicas desejáveis. O controle da injeção é ainda feito basicamente pela velocidade de avanço do parafuso.

Com o controle até então baseado na velocidade de avanço do polímero fundido, a máquina comuta seu parâmetro de controle, que passa a ser baseado numa pressão constante e suficiente para evitar o refluxo de material ainda fundido.

Outra função desta fase do processo é minimizar a inevitável contração do polímero ainda no interior da cavidade durante sua solidificação. Devido as diferenças de taxas de perda de calor em regiões distintas da peça, originam-se contrações térmicas do material, que ocasionam, por sua vez, deformações internas residuais. Tais deformações podem causar graves distorções dimensionais (“rechupes” e empenamentos) que comprometem a qualidade estética e funcional das peças, além de gerarem tensões internas residuais que podem ser suficientes para

provocar a quebra das mesmas ainda antes da abertura do molde. Assim, para assegurar a estabilidade dimensional da peça plástica e minimizar os efeitos das contrações, a pressão de recalque é mantida sobre o polímero até a solidificação total do(s) ponto(s) de injeção.

### c) Resfriamento

Desde o momento que o material fundido entra no molde estará trocando calor com ele. Imediatamente ao final da fase de recalque, o material plástico ainda apresentará temperaturas que não garantem a estabilidade dimensional da peça para a abertura e extração do molde. Portanto, alguns instantes são necessários até que a peça possa ser extraída da cavidade.

Todo molde é dotado de um sistema de canais usinados em seu interior onde circula um líquido refrigerante de temperatura controlada. O sistema de refrigeração do molde ajuda a promover a regularidade dimensional da peça plástica final e evitar problemas decorrentes de contrações térmicas indesejáveis.

## **2.4 O Problema do Encontro das Frentes de Fluxo**

Em consequência do processo de injeção, aparecem alguns problemas a serem enfrentados no projeto de peças plásticas. Este trabalho pretende estudar a formação e análise mecânica de um defeito visual que ocorre em peças plásticas injetadas, denominado “linha de solda” (*weld line*). Por se tratar de um processo onde o polímero plastificado avança dentro de uma cavidade de molde, a injeção poderá provocar, em alguns casos, um inevitável encontro de frentes de fluxo durante o preenchimento. Se duas frentes de material fundido se encontram, conforme figura 2-6, formam entre si uma linha de solda (rigorosamente uma superfície de solda) que, por si só, define uma região enfraquecida.

Normalmente, as peças plásticas injetadas são cascas de espessura limitada, fazendo com que a superfície de encontro de fundido se apresente como uma linha nítida na superfície da peça. O problema é caracterizado pela união entre as macromoléculas de polímero das duas frentes de fundido que se encontram durante o preenchimento da cavidade do molde, restabelecendo as características originais do polímero, porém em menor grau.

As avaliações estruturais modernas das linhas de solda baseiam-se na Mecânica da Fratura. Apesar de não se constituir numa descontinuidade física do material plástico, a superfície de solda apresenta uma característica de união fraca entre cadeias poliméricas. À esta superfície de união pobre pode-se associar uma trinca equivalente obtida através de análise térmica transiente e de uma análise de difusão ou entrelaçamento das cadeias macromoleculares, calculadas desde o momento do encontro de fundidos até a vitrificação do polímero.



Figura 2-6 Formação das linhas de solda durante o encontro de frentes de fluxo

Tanto o projeto da peça ou do molde quanto as condições utilizadas no processo de injeção podem determinar e agravar o defeito natural das peças plásticas injetadas associadas à linhas de solda.

Pode-se identificar algumas situações de projeto em que aparecem linhas de solda nas peças plásticas injetadas, conforme mostra a figura 2-7.

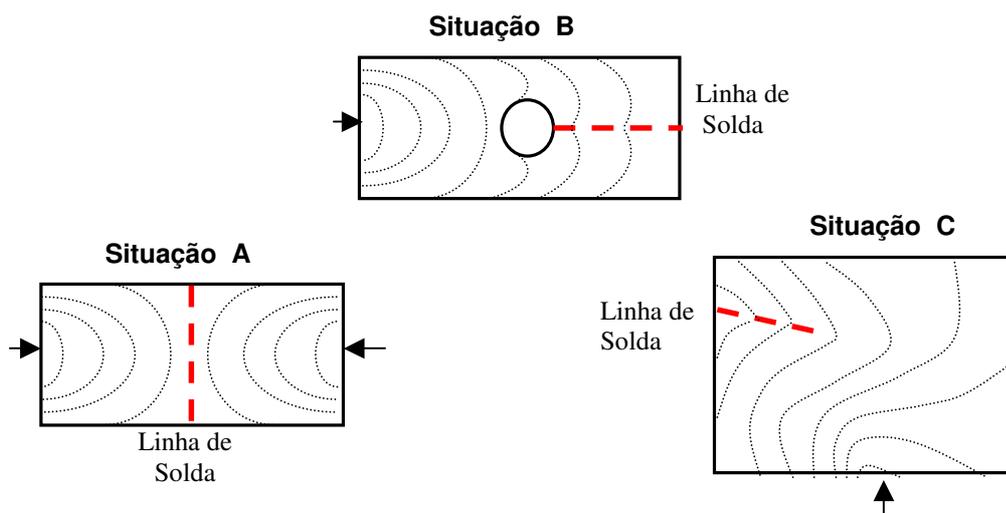


Figura 2-7 Situações na injeção da peça plástica em que ocorre formação de linhas de solda

#### Situação A:

Moldes com múltiplas entradas de polímero (*gates*) necessárias em peças de grandes dimensões.

#### Situação B:

Peças com furos ou descontinuidades internas que exigem insertos no molde de injeção ao redor dos quais haverá divisão e posterior reencontro de frentes do fluxo .

#### Situação C:

Hesitação de uma porção da frente de fluxo causada por grandes variações de espessura ou grandes diferenças de temperatura (viscosidade) do polímero durante o preenchimento.

A seguir será realizada uma revisão de alguns importantes estudos experimentais já publicados por pesquisadores da área de plásticos, resgatando alguns princípios e conclusões para o entendimento gradual sobre a formação, variação, morfologia e comportamento das linhas de solda em peças plásticas injetadas. As investigações experimentais basearam-se principalmente em testes para a avaliação das propriedades mecânicas de linhas de solda, variando-se os parâmetros do processo de injeção. Serão também apresentados, a seguir, algumas visualizações com o uso de microscópios, realizadas por pesquisadores preocupados com a morfologia das linhas de solda. Outras pesquisas apresentam estudos a respeito da variação da resistência de corpos de prova com linhas de solda em relação à presença e ao teor de cargas de preenchimentos (*fillers*) como fibras de vidro, cargas minerais ou fibras de carbono.

### **2.4.1 Variações das Propriedades Mecânicas das Linhas de Solda em Relação às Condições do Processo de Injeção**

É de se esperar que os parâmetros de temperatura, pressão, tempo e velocidade envolvidos no processo de injeção acarretem variações na qualidade estética e no desempenho da peça plástica final. Na prática observa-se que as linhas de solda são melhoradas ou prejudicadas conforme a escolha destes parâmetros de processo. Baseadas nestes fatos, algumas investigações experimentais foram

realizadas relacionando o grau de importância de alguns parâmetros de injeção na qualidade final da peça injetada.

Criens e Moslé (1986) examinaram a resistência das seções com linhas de solda em dois tipos de corpos de prova, um simples formado por dois pontos de injeção e posteriormente ensaiado à tração, e outro que consiste numa placa com furo, conforme mostra a figura 2-8.

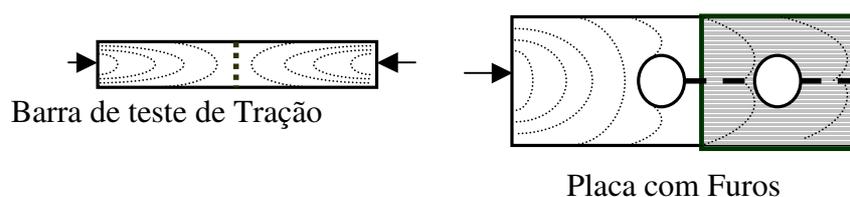


Figura 2-8 Corpos de Prova utilizados por Criens e Moislé (1986)

Afim de obter o grau de influência da linha de solda em sua resistência, os corpos de tração foram também produzidos e ensaiados sem as linhas de solda (injeção da cavidade do molde por apenas um dos pontos). Os corpos de prova com furos foram tracionados nas direções paralela e perpendicular à extensão da linha de solda.

O grau de influência da linha de solda foi determinado por um “fator de linha de solda”, segundo a equação (2-1).

$$f = \frac{\text{resistência mecânica do corpo de prova com linha de solda}}{\text{resistência mecânica do corpo de prova sem linha de solda}} \quad (2-1)$$

Os termoplásticos que foram utilizados na avaliação de Criens e Moslé (1986) são a seguir classificados segundo a morfologia das cadeias poliméricas e quanto ao comportamento tensão-deformação previamente conhecidos.

- Amorfos frágeis (sem escoamento) :  
PS (poliestireno cristal) e SAN (Estireno Acrilonitrila)
- Amorfos dúcteis (com escoamento) :  
ABS (Acrilonitrila Butadieno Estireno) e PC (policarbonato)

- Semicristalino frágil:

PMMA ( Polimetil-metacrilato).

Os ensaios realizados por esses pesquisadores foram:

a) Ensaio com Corpos de Tração Simples

Para qualquer polímero estudado, os resultados experimentais obtidos por Criens e Moslé (1986) revelam que é a temperatura do material fundido que tem a maior influência nas propriedades mecânicas dos corpos de prova com linhas de solda.

A figura 2-9 mostra as curvas tensão - deformação dos corpos de prova de tração simples de PS, produzidos com e sem linhas de solda, nas temperaturas de injeção de 210, 230 e 250° C. Os materiais SAN e PMMA possuem comportamento muito semelhante.

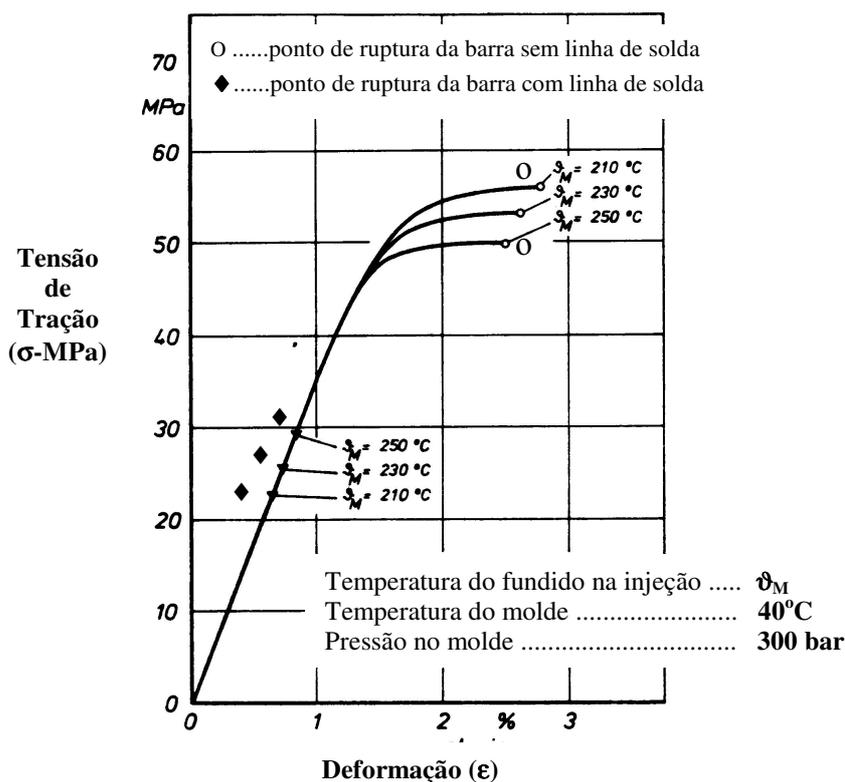


Figura 2-9 Curva Tensão x deformação de PS e influência da linha de solda para várias temperaturas de injeção. (Criens e Moslé -1986).

As curvas do poliestireno mostram claramente a influência da temperatura do material fundido na resistência do corpo de prova com linha de solda.

A maior orientação macromolecular causada por temperaturas mais baixas do material fundido leva a maiores resistências em corpos de prova sem linhas de solda.

Percebe-se que as curvas tensão-deformação dos corpos com e sem linhas de solda seguem um caminho comum até a fratura do corpo com linha de solda. Observa-se também que maiores temperaturas de injeção levam a maiores resistências dos corpos com linhas de solda. Esta observação é de fundamental importância para as definições teóricas que serão formuladas adiante a respeito do grau de união das cadeias das frentes de fundido e que determinam a qualidade final da linha de solda.

As pesquisas de Criens e Moslé (1986) levantaram hipóteses que explicam a grande influência da temperatura do fundido na qualidade das seções com linha de solda por causa da maior fluidez (menor viscosidade) do polímero.

Como se pode observar na figura 2-10, que relaciona a temperatura de injeção com o fator de linha de solda, alguns plásticos amorfos com comportamento dúctil, como por exemplo, o policarbonato, são menos afetados pela presença das linhas de solda do que outros como o ABS, para o qual se observa maior influência da temperatura na qualidade das linhas de solda, apresentando, no entanto, fatores de linha de solda muito superiores aos plásticos frágeis, por exemplo PS.

#### b) Ensaio com Placas Perfuradas.

A linha de solda neste caso é formada pela divisão do fluxo em torno do pino que forma o furo da placa e o posterior reencontro à frente do mesmo. Novamente Criens e Moslé (1986) chegaram a conclusão da predominância da temperatura sobre os outros fatores na qualidade final da linha de solda.

O poliestireno (PS) foi o plástico que apresentou a linha de solda mais sensível à temperatura, conforme mostra a figura 2-10, apresentando reduções desde 40% até 90% da resistência original, dependendo da temperatura a que é injetado.

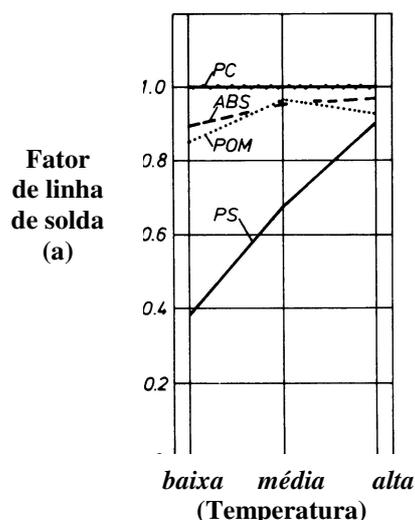


Figura 2-10 Resumo dos dados obtidos por Criens e Moslé (1986) relativos a influência da temperatura na qualidade das seções com linha de solda.

Os parâmetros de processo têm sido os elementos mais investigados com o propósito de encontrar ações práticas de melhoria no comportamento das linhas de solda.

Tao Chang e Ernest Faison (1999) utilizaram o “Método de Taguchi” para identificar sistematicamente a importância de sete parâmetros de injeção que influenciam na aparência e na resistência de linhas de solda. Foram confeccionados corpos normalizados de Polietileno de Alta densidade (HDPE) para tração e teste de impacto de polímeros, injetados por dois pontos de injeção, e induzindo a formação de uma linha de solda central. Os parâmetros de processo analisados, em ordem de influência na qualidade da linha de solda foram: 1) temperatura do fundido; 2) temperatura do Molde; 3) pressão de injeção; 4) pressão de recalque; 5) tempo de resfriamento; 6) tempo de recalque; 7) pressão final.

O estudo confirmou que os parâmetros essenciais que influenciam na resistência da linha de solda são a temperatura do material fundido e a temperatura do molde. Outros estudos sobre o processo de injeção concluíram pela grande importância da temperatura na qualidade da união.

R. P. Koster (1999) desenvolveu estudos que estabelecem relações entre a manufatura e o projeto das peças plásticas injetadas. Corpos de prova de tração

moldados em poliestireno cristal foram produzidos com e sem linhas de solda de injeção. Foram escolhidas três velocidades de avanço de frentes de fluxo (75 mm/s, 200 mm/s, 500 mm/s) e duas temperaturas do fundido (210° e 230° C) como variações das condições de processo, além da pressão de recalque para o cruzamento dos resultados obtidos nos testes de tração.

O efeito das altas temperaturas para a resistência dos corpos com linhas de solda foi claramente mostrado como sendo favorável. Por outro lado, baixas tensões residuais produzidas pelo fluxo em altas temperaturas, aumentam a resistência dos corpos de prova sem linha de solda.

O efeito da velocidade de injeção aparece no estudo de R. P. Koster (1999) como sendo de menor importância para a resistência dos corpos de prova com e sem linhas de solda. Grandes variações na velocidade de injeção produziram corpos de prova injetados na mesma temperatura com resistências a tração muito próximas umas das outras. Efeito semelhante acontece com a pressão de recalque. A seguir apresenta-se um resumo da resistência dos corpos de prova em MPa obtidos por Koster (1999) na tabela 2-1.

Tabela 2-1 Influência da temperatura e velocidade de injeção na resistência a tração de corpos de prova medidas em MPa. (R. P. Koster -1999).

Velocidade de injeção	Sem Linha de Solda		Com Linha de Solda	
	210°	230°	210°	230°
75 mm/s	41,3	42,0	35,3	36,7
200 mm/s	42,3	41,9	35,2	36,6
500 mm/s	41,8	41,3	35,8	36,2

K. Tomari et al. (1990) investigaram a resistência da linha de solda em corpos de prova de poliestireno (resistência média a tração de 50 MPa) injetados em diferentes pressões de recalque e pressões de injeção. Um resumo geral dos resultados obtidos por K. Tomari et al. (1990) aparece na tabela 2-2.

Tabela 2-2 Influência das Pressões de Recalque e de Injeção na Resistência de Corpos de Prova de Poliestireno com Linha de Solda (Tomari et al. – 1990)

Pressão de Injeção (MPa)	Pressão de Recalque (MPa)	Resistência de Tração (MPa)
41.9	0	20.3
	12	21.1
	23.9	21.4
	41.9	22.8
	59.8	24.6
	89.7	24.3
	131.5	25.5
59.8	0	25.1
	12	23.9
	23.9	23.5
	41.9	24.7
	59.8	25.8
	89.7	25.5

Percebe-se uma melhora pouco sensível na resistência de tração do corpo de prova com aumentos muito grandes na pressão de recalque, considerando uma mesma pressão de injeção. Isto confirma que não é a pressão um fator predominante na qualidade estrutural da linha de solda.

O elemento central da pesquisa de Tomari et al. (1990) foi a relação da queda na resistência dos corpos de prova pela presença das linhas de solda associadas a um elemento que surge na superfície da peça chamado de “Entalhe –V” e que será descrito a seguir .

#### 2.4.2- Morfologia das Superfícies de Solda

Na superfície da peça, ao longo da linha de solda, observa-se outro defeito decorrente do aprisionamento do ar que reside no molde, durante o encontro de frentes de fundido e por ocasião do preenchimento da cavidade, denominado efeito “*V-notch*” ou “entalhe-V”.

Baseando-se em observações de linhas de solda com o auxílio de microscópios eletrônicos, pode-se identificar que o entalhe na superfície da peça tem

a forma adequada para agir como um concentrador de tensões e provocar, desse modo, uma fragilização local do material.

Por muito tempo, o entalhe-V foi erroneamente associado à fragilização que a linha de solda confere a peças plásticas injetadas. Anteriormente ao estudo experimental de K. Tomari et al. (1990), publicações como a de Criens e Moslé (1986) levantaram a possibilidade da temperatura de injeção mais elevada diminuir o tamanho do entalhe-V e assim aumentar a resistência das linhas de solda.

A figura 2-11 apresenta uma foto de microscópio óptico que mostra a região da linha de solda em corpo de prova de poliestireno cristal.

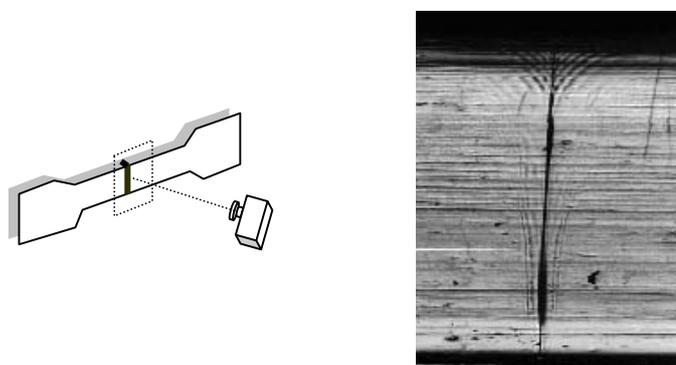


Figura 2-11 Fotografia da superfície de um corpo de prova injetado em PS-Cristal, na região de formação da linha de solda.

Tomari et al. (1990) utilizaram corpos de prova normalizados para caracterização do comportamento tensão versus deformação de corpos de prova de poliestireno, que foram injetados em dois pontos localizados nas extremidades da peça, originando assim um encontro de frentes de material fundido na região média do corpo de prova. As superfícies destes corpos de prova foram gradualmente raspadas por usinagem em sete profundidades ( $D_c$ ), dentro do intervalo de 0,1 a 0,7 mm a fim de eliminar o “entalhe-V” na linha de solda. A relação entre a profundidade de usinagem e a resistência do corpo de prova encontrada por Tomari aparece na figura 2-12.

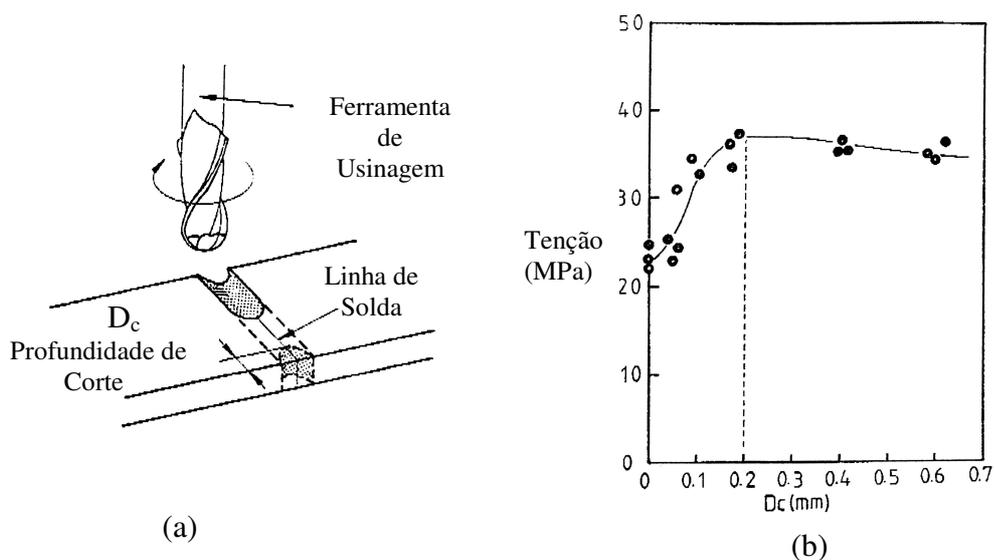


Figura 2-12 (a) Usinagem da superfície da peça; (b) Resistência à Tração do Corpo de Prova em relação a profundidade de usinagem. (Tomari et al.-1990).

O estudo aponta que o efeito de trinca produzido pela linha de solda e supostamente associada ao entalhe “V” está limitado à profundidade de 0,2 mm, a partir da qual a resistência a tração do corpo se estabiliza para maiores profundidades ( $D_c$ ) de retirada de material. Observando, porém, algumas imagens retiradas de microscópios eletrônicos ao longo da superfície da peça pode-se concluir que o entalhe -V tem uma profundidade muito menor do que 0,2 mm.

A figura 2-13, a seguir, reproduz uma foto tirada por Kilwon Cho et al. (1997) que mostra a estrutura de uma linha de solda num corpo de prova de SAN (estireno acrilonitrila) e que aponta o entalhe-V na superfície da peça com profundidade menor que 0,005 mm. Estes autores seguiram uma metodologia idêntica a de Tomari e verificaram igualmente que a resistência do corpo de prova de SAN não se alterava após a retirada de material da superfície em profundidades maiores que 0,2 mm .

As conclusões obtidas por K. Tomari et al. (1990) e Kilwon Cho et al. (1997) apontam que não é o entalhe superficial em forma de “V” que é o responsável pela fragilização do material na linha de solda.

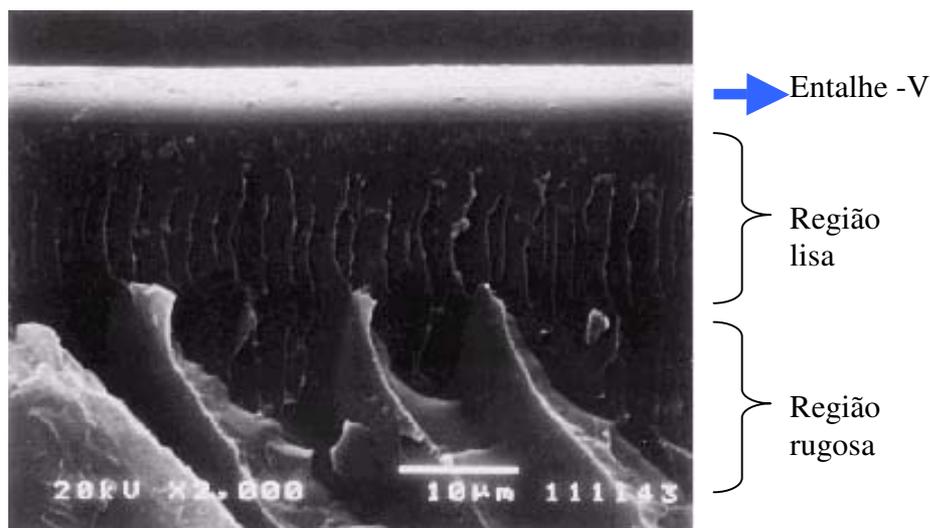


Figura 2-13 Foto ao longo da espessura na superfície da linha de solda após ruptura do corpo de prova (Kilwon Cho et al. - 1997 )

D.F. Mielewski et al. (1998) também estudaram a influência do entalhe-V em polipropileno (PP), utilizando, no entanto, uma abordagem de Mecânica da Fratura.

Baseados numa foto de microscópio óptico que mostra a linha de solda na região próxima a superfície, Mielewski et al. puderam estimar a profundidade do entalhe-V como próximo a 2,5 μm. Pela Mecânica da Fratura, verificaram que a dimensão mínima suficiente para que o entalhe-V fragilizasse o material do corpo de prova, poderia ser estimada pela equação (2-2), onde  $a_c$  é o tamanho mínimo da falha para a fragilização do corpo de prova,  $K_c$  é a tenacidade a fratura do material,  $Y$  é o fator geométrico e  $\sigma_y$  é a tensão de escoamento do material.

$$a_c = \left( \frac{1}{\pi} \right) \left( \frac{K_c}{Y\sigma_y} \right)^2 \quad (2-2)$$

Tomando valores típicos de polipropileno como:  $\sigma_y = 30$  MPa ,  $K_c = 0.35$  MPa.m<sup>1/2</sup>, Mielewski et al. (1998) apontaram uma falha mínima de 35 μm para que o corpo se rompesse fragilmente. Como o entalhe-V não ultrapassava 2,5 μm na imagem de microscópio, a conclusão reforçou os estudos anteriores que apontaram a insuficiência do entalhe-V para fragilizar o corpo de prova injetado.

Tomari et al. (1990) identificaram a seguinte estrutura ao longo da superfície de solda do corpo de prova, conforme mostra a figura 2-14:

a) Uma área lisa próxima a superfície da peça. Esta área superficial é nitidamente uma área de união fraca entre as cadeias poliméricas das duas frentes de fundido.

b) Um área rugosa, mais próxima ao interior do corpo de prova, caracterizada por uma união mais forte entre as cadeias do polímero.

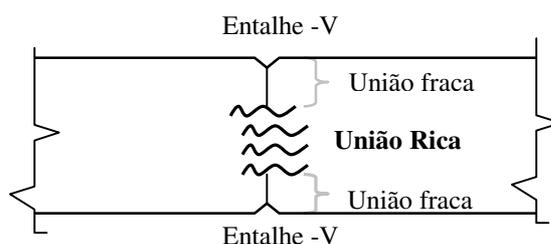


Figura 2-14 Estrutura típica da superfície de solda em peças plásticas injetadas

Admite-se que a trinca se origina nesta área lisa mais superficial e se propaga ao longo do material mais próximo do interior do polímero.

Desta maneira, uma conclusão importante obtida a partir da observação das linhas de solda é que sua fragilidade está associada à estrutura da interface criada entre as cadeias de polímero que se encontram durante sua formação. Um modelo teórico para a previsão da resistência das linhas de solda deverá, portanto, levar em consideração o efeito de difusão (mistura) entre cadeias de polímero durante o encontro de frentes e os elementos que influenciam neste processo.

### **2.4.3 Efeito de Cargas Minerais e Reforços com Fibras na Qualidade Estrutural das Linhas de Solda**

Kevin R. Quinn et al. (1997) estudaram a influência da concentração de cargas e reforços em matrizes plásticas como o Naylon 66. Um resumo dos resultados obtidos aparece na tabela 2-3.

Tabela 2-3 Variação da resistência de linhas de solda em corpos de tração de Nylon 66 com relação ao tipo e teor de elementos de preenchimento (Quinn et al.-1997).

Material de Reforço	Concentração (%)	Tensão de Ruptura (psi)		Redução na Resistência (%)
		Sem linha de Solda	Com linha de Solda	
Fibra de Vidro	0%	11,5	11,1	3%
	10	14	13	7%
	20	19,3	14,4	27%
	30	24,2	14,7	39%
	40	28,8	14,9	48%
Mineral	40	14,5	11,5	24%

Os resultados de Kevin R. Quinn et al. (1997) mostram que a perda de resistência por causa da linha de solda é fortemente agravada pela concentração de fibras de vidro em Nylon 66. Observações com microscópios eletrônicos mostram que as fibras acabam se orientando paralelamente a superfície da linha de solda. Com o encontro das frentes do material plastificado, o fluxo força as fibras a se orientarem em um ângulo de 90° com a direção das tensões que tendem a separar as duas frentes.

Como as tensões aplicadas no material plástico são transmitidas para as fibras através de um mecanismo de cisalhamento ao longo do comprimento da fibra, a orientação destas fibras em 90° anula o efeito do reforço. Além disso, a carga de fibra na interface acaba por dificultar a união entre as duas frentes de fluxo, reduzindo a resistência da linha de solda sem provocar nenhuma contribuição para suas propriedades estruturais.

Cargas minerais, como carbonato de cálcio ou talco, em plásticos que possuem grandes deformações antes da ruptura, como polipropileno ou polietileno, formam compósitos cujas perdas de capacidade estrutural estão associadas essencialmente a redução de suas deformações últimas. Mas o efeito destas cargas minerais com relação a resistência de corpos com linhas de solda é consideravelmente menor que o efeito das fibras de vidro, desde que esta carga mineral não aumente significativamente a resistência de corpos de prova sem linhas de solda.

#### 2.4.4 Mecanismos de Formação das Uniões Soldadas e Difusão de Cadeias

As pesquisas pioneiras que estudaram os mecanismos que regem a interface soldada de peças de polímero, utilizaram abordagens e conceitos da Química e da Ciência dos Materiais, aplicando teorias e desenvolvendo pesquisas ligadas aos mecanismos e propriedades moleculares dos materiais poliméricos.

É importante ressaltar que o foco deste estudo é a determinação da resistência mecânica de polímeros amorfos frágeis com linhas de solda, propondo uma metodologia de análise do problema. Conceitos e teorias ligadas à Química e Ciência dos Materiais que regem a formação das linhas e solda serão apresentadas de maneira superficial, apenas para que se possa obter uma relação mínima necessária com o processo mecânico de ruptura das peças plásticas com linhas de solda.

A junção ou solda de polímeros pode ser realizada por várias técnicas envolvendo solda térmica, solda por vibração, solda por fricção, solda por solventes, entre outras.

R. P. Wool et al. (1989) desenvolveram estudos de solda em interfaces de polímero onde as macromoléculas perto da superfície de solda tornam-se móveis. A resistência da solda se desenvolve por uma combinação de fatores como re-arranjo da superfície ou fusão seguida de difusão das cadeias de polímero nas duas frentes que se juntam. Em seu estudo, os autores propuseram uma descrição da estrutura macromolecular na interface polímero-polímero, bem como uma previsão das características mecânicas da solda entre os dois lados das peças formadas pelo mesmo polímero.

A mobilidade macromolecular proposta por Wool et al. pode ser induzida por fontes de calor como fricção, vibração, impacto ou fontes externas. Após um tempo de contato “t” entre as interfaces, pode-se esperar uma energia mecânica “G” necessária para separar as duas peças unidas pela solda. Soluções que encontram o valor de “G” em função de parâmetros de processo e de material têm sido aplicadas para obtenção da resistência de interfaces polímero-polímero como em linhas de solda de peças plásticas injetadas.

Segundo esses autores, num tempo  $t = 0$  s o contato é obtido na interface iniciando, assim, o processo de junção. Para um determinado tempo “t” de difusão das cadeias das duas frentes de fundido, a interpenetração e o entrelaçamento dessas

cadeias se desenvolvem e as propriedades estruturais do polímero vão se restabelecendo na interface.

Um grande número de experimentos tem evidenciado a existência de um processo de difusão que ocorre através da interface entre polímeros idênticos. Esta difusão deriva de um movimento macromolecular randômico que ocorre quando o polímero amorfo se encontra a temperaturas maiores que a temperatura de transição vítrea ( $T_g$ ).

O movimento molecular em polímeros fundidos foi descrito por Jud et al. (1981) como a composição de três movimentos principais: um deslocamento longitudinal, uma reorganização transversal e um movimento rotacional das cadeias poliméricas. Juntos, estes três movimentos são caracterizados por um coeficiente “ $D_s$ ” conhecido como coeficiente de difusão. Mostram ainda que a difusão de cadeias de polímero através da interface soldada dá origem à uma interpenetração das mesmas e a uniões físicas entre moléculas dos diferentes lados da interface.

É a difusão entre as moléculas que irá influenciar na magnitude da falha no encontro das frentes de material fundido. Esse assunto será visto em maiores detalhes no próximo capítulo.

### 3 MECÂNICA DA FRATURA

Conforme exposto no Capítulo 2, os estudos atuais associam a formação das linhas de solda aos mecanismos de difusão e entrelaçamento de macromoléculas que ocorrem após o encontro das frentes de fluxo. Este processo gera uniões físicas entre as cadeias macromoleculares, o que determina a resistência mecânica da linha de solda, ou seja, sua capacidade de transmitir esforços. Testes mecânicos realizados em corpos de prova plásticos revelam que a linha de solda fragiliza a região em que se encontra, como se aí houvesse uma trinca.

Desta forma, a avaliação moderna das linhas de solda formadas em peças de plásticos amorfos, passa pela análise transiente de difusão das cadeias moleculares. Associa-se, assim, uma “trinca equivalente” na interface das frentes de fluxo, cujo tratamento passa pela aplicação de critérios da Mecânica da Fratura.

Portanto, para que se possa compreender o mecanismo de falha das linhas de solda, será necessária uma breve revisão teórica dos conceitos da Mecânica da Fratura.

Para posicionar a Mecânica da Fratura no contexto geral de projeto de estruturas, duas abordagens para avaliação da resistência mecânica foram propostas por J. A. Collins (1993):

#### a) Análise Tradicional :

Nesta abordagem, corriqueiramente empregada no projeto de Engenharia e representada na figura 3-1, é feita uma comparação entre as tensões máximas atuantes com a tensão limite do material empregado. Haverá aceitação quando a tensão resistente for maior que tensão máxima esperada.

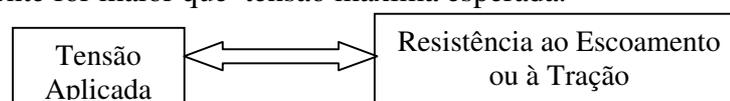


Figura 3-1 Esquema da análise tradicional de estruturas

b) Análise pela Mecânica da Fratura:

Neste caso, parte-se do princípio de que a estrutura é dotada de uma falha pré existente. Em relação a abordagem anterior, a variável de controle é o tamanho da falha. A tenacidade à fratura, definida no item 3.2.4.1 a seguir, toma o lugar da resistência como uma propriedade do material selecionado.

Mecânica da Fratura é o ramo da ciência que quantifica as combinações críticas de três variáveis, ilustradas na figura 3-2.

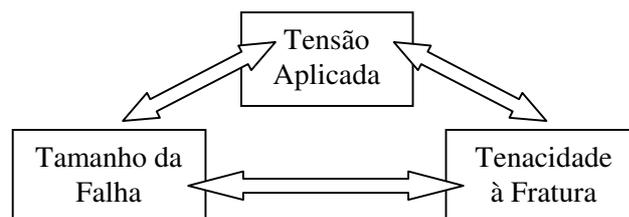


Figura 3-2 Esquema da análise de estruturas utilizando a Mecânica da Fratura

Há duas formas alternativas para a análise da fratura:

b.1) Critério Energético .

A propagação da trinca ocorre quando a energia oriunda das cargas impostas sobre a peça é suficiente para sobrepor a resistência do material. Esta resistência pode incluir a energia de superfície (definida a seguir) e o trabalho plástico, entre outras.

A. A. Griffith propôs, em 1920, um critério energético para o estudo da fratura e G.R. Irwin foi o responsável pelo desenvolvimento das versões atuais desta abordagem.

O conceito fundamental no estudo energético da propagação está associado a “Taxa de Liberação de Energia (G)” que pode ser entendida como a variação na energia potencial em relação à área de trinca em um material elástico linear. Segundo R. W. Hertzberg (1996), no momento da fratura,  $G = G_c$ , onde  $G_c$  é a taxa crítica de liberação de energia associada com a tenacidade à fratura característica do material em questão.

### b.2) Critério da Intensidade de Tensão

A partir das relações físicas de compatibilidade, equilíbrio e relações constitutivas pode-se identificar o estado de tensão e deformação em um corpo sólido, inclusive na região ao redor da ponta da trinca.

Cada componente do tensor de tensões é proporcional a uma constante  $K_I$ . Se esta constante é conhecida, pode-se identificar qualquer componente do tensor de tensões e deformações em qualquer ponto localizado a partir da ponta da trinca. Portanto, esta constante, conhecida como “fator de intensidade de tensões”, caracteriza completamente as condições na região da ponta da trinca em material elástico linear. Supondo que um material falha localmente, então a fratura ocorre quando o fator de intensidade de tensões alcança um valor crítico ( $K_{Ic}$ ), denominado tenacidade à fratura do material.

## **3.1 Propriedades do Material para a Caracterização do Estudo da Fratura.**

Seja uma placa carregada até a ruptura e que contém uma trinca de comprimento  $2a$ . Analisando a curva da figura 3-3, que relaciona a tensão de falha e a tenacidade à fratura ( $K_{Ic}$ ) em materiais elasto-plásticos, T. L. Anderson (1995) apresenta algumas conclusões importantes.

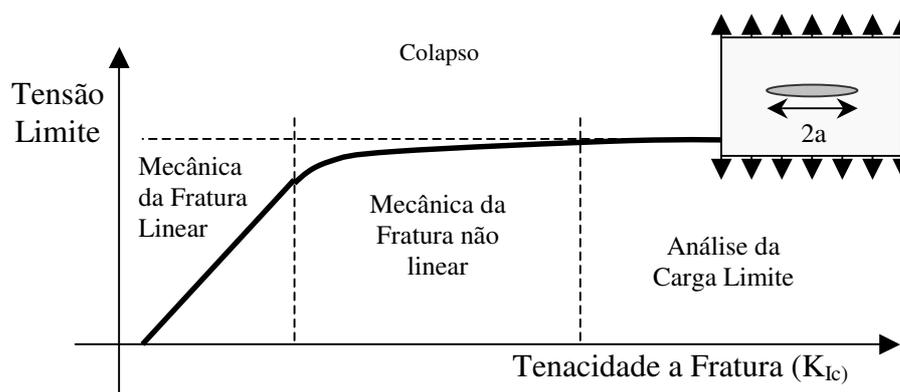


Figura 3-3 Gráfico que relaciona a tensão limite (escoamento ou ruptura) com a tenacidade dos materiais estruturais a fim de classificar o tipo de análise de fratura (T. L. Anderson –1995).

Para materiais que possuem valores baixos de  $K_{Ic}$  serão válidas as hipóteses da Mecânica da Fratura Linear (MFL), dentre as quais se destacam:

- a) a fratura é frágil e será governada por mecanismos de falha.
- b) a tensão que rompe o material varia proporcionalmente com  $K_{Ic}$ .

Para valores altos de  $K_{Ic}$ , devem ser utilizados critérios da análise de fratura não linear onde a ruptura é governada por propriedades de fluxo do material (plasticidade).

Em níveis intermediários de  $K_{Ic}$ , há uma transição entre a fratura frágil e a fratura dúctil.

Se a tenacidade é suficientemente alta, a Mecânica da Fratura deixa de ser importante para o problema, já que a tensão que causa a ruptura é praticamente insensível à fratura. Neste caso, uma análise simples de carga limite poderá ser suficiente para a prescrição da ruptura .

A tabela 3-1 apresenta, a título de ilustração, alguns comportamentos típicos de materiais frente a ruptura:

Tabela 3-1 Comportamentos de alguns materiais à fratura

<b>MATERIAL</b>	<b>COMPORTAMENTO TÍPICO</b>
Aço de alta Resistência	Elástico Linear
Aços de Baixa e Média Resistência	Elasto-plástico
Metais a Altas temperaturas	Viscoelástico
Metais a Baixas temperaturas	Viscoplástico
Polímeros (abaixo de $T_g^*$ )	Elástico Linear / Viscoelástico
Polímeros ( acima de $T_g^*$ )	Viscoelástico
Cerâmicos	Elástico Linear

(\*) **OBS:**  $T_g$  – temperatura de transição vítrea, abaixo da qual o polímero apresenta maior rigidez.

### 3.2 Mecânica da Fratura Frágil ou Linear Elástica.

O perfeito entendimento da Mecânica da Fratura Linear Elástica é fundamental para que seja possível compreender a ruptura de peças plásticas com linhas de solda.

#### 3.2.1 O Efeito da concentração de tensões.

A resistência de um material metálico puro, pode ser entendida a nível atômico. Ao ser tracionado, haverá um distanciamento entre os átomos do material. Para ocorrer a falha deste material, deverá ser realizado sobre ele um trabalho suficiente para romper as forças de atração que mantêm os átomos unidos. Segundo Pastoukhov e Voorwald (1995), com a separação entre átomos, a taxa de redução das forças de repulsão é maior do que a taxa de aumento da força de atração, o que resulta numa resistência do material à separação imposta aos átomos pela tração aplicada. Aumentando-se a tração externa, haverá uma determinada distância entre os átomos em que a repulsão é desprezível e as forças de atração começarão a reduzir na medida que os átomos se distanciam.

R. W. Hertzberg (1996) propõem que a relação da força coesiva e do deslocamento imposto seja idealizada através do meio período de uma onda senóide. A figura 3-4 ilustra a evolução da força coesiva “F” em razão do deslocamento interatômico “x”, sendo “λ” a distância entre os átomos em material não deformado.

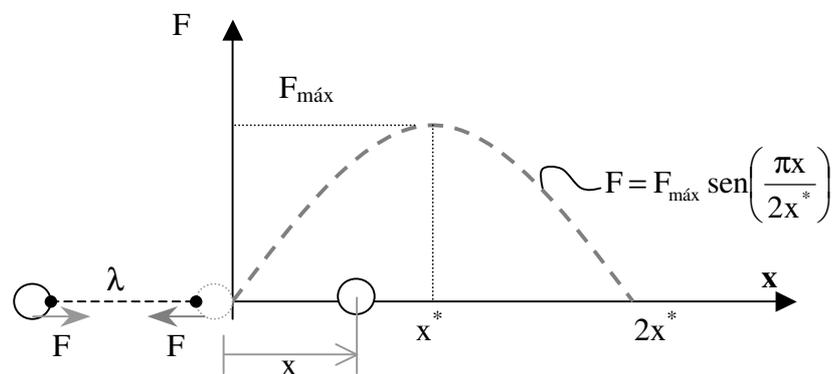


Figura 3-4 Idealização da força coesiva “F” entre átomos vizinhos dependendo da distância que os separam.

Devido a tensão externamente aplicada, haverá um deslocamento imposto entre os átomos ( $x^*$ ), tal que a força coesiva se tornará máxima, identificando a resistência coesiva teórica do material.

Multiplicando a força coesiva máxima pelo número de uniões interatômicas por unidade de área, pode-se obter a expressão 3-1 que determina as tensões em função de pequenos deslocamentos, o que corresponde a aproximar o valor de “sen(x)” igual a “x”.

$$\sigma = \sigma_{\text{máx}} \left( \frac{\pi x}{2x^*} \right) \quad \text{para } 0 < x \leq 2x^* \quad (3-1)$$

Para materiais em regime elástico linear, aplicando-se a lei de Hooke, tem-se:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon = E \cdot x / \lambda \quad (3-2)$$

Assim a equação resultante é:

$$\sigma_{\text{máx}} = \frac{E \cdot 2x^*}{\pi \lambda} = \frac{E \cdot \varepsilon_{\text{máx}}}{\pi} \quad (3-3)$$

Levando em conta materiais de engenharia cuja deformação máxima ( $\varepsilon_{\text{máx}}$ ) varia entre 1% a 20 %, Pastoukhov e Voorwald (1995) concluíram que a resistência teórica do material seria algo entre E/300 à E/15. Na realidade, esses materiais não apresentam nem um centésimo desta resistência teórica. O erro na estimativa da tensão máxima dos materiais ( $\sigma_{\text{máx}}$ ) é explicado pela irregularidade de sua microestrutura. Defeitos microscópicos, tais como microporos, incrustações ou microtrincas, alteram a condição local do carregamento, impossibilitando o cálculo da resistência do material por uma divisão simples da força aplicada pelo número de ligações interatômicas na seção analisada.

Na prática, a tensão máxima de tração em um material poderá ser determinada em ensaios uniaxiais e considerada como constante. O limite de resistência do material real é menor que o teórico pois a tensão que atua nas proximidades dos micro-defeitos é maior que a tensão média aplicada no material, isto é, existem muitas concentrações de tensão nas imediações destes micro-defeitos.

Uma evidência quantitativa desta concentração de tensões ao redor de falhas é mostrada por Collins (1993) no exemplo de furos elípticos em placas planas

tracionadas, cujo campo de tensões pode ser deduzido a partir da Teoria da Elasticidade, conforme mostra a figura 3-5 e a equação (3-4).

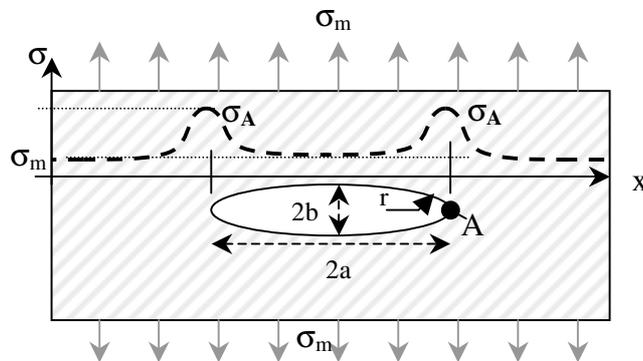


Figura 3-5 Concentração de tensão no ponto extremo “A” do furo elíptico interior a placa plana.

$$\sigma_A = \sigma_m \left( 1 + 2\sqrt{\frac{a}{r}} \right) \quad (3-4)$$

Na equação (3-4),  $\sigma_A$  é a tensão máxima que atua na extremidade do furo elíptico,  $\sigma_m$  é a tensão média correspondente à tração que atua nos contornos da placa,  $a$  e  $b$  são as dimensões principais do furo elíptico e “ $r$ ” é o raio de curvatura na extremidade do furo. Observa-se que, nas extremidades do furo, as tensões são muito superiores à tensão média, caracterizando a concentração de tensões.

### 3.2.2 O Conceito de Griffith – Balanço de Energia

O primeiro modelo de fratura foi formulado por A. Griffith em 1920. Segundo Anderson (1995), o modelo energético de Griffith pode ser fundamentado na primeira lei da termodinâmica, em que um sistema sai de um estado de não equilíbrio para um estado de equilíbrio apresentando um decréscimo da energia total. Assim o ponto crítico da fratura (surgimento ou crescimento da falha) ocorre sob condições de equilíbrio.

Considere-se uma placa plana de espessura “ $B$ ” e demais dimensões infinitas sujeita a tração remotamente aplicada, conforme mostra a figura 3-6. Uma trinca de comprimento “ $2a$ ” poderá se propagar no interior dessa placa, somente se houver energia potencial elástica suficiente para sobrepor a energia de superfície resistente do material.

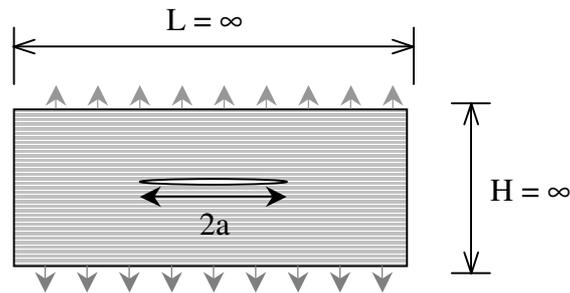


Figura 3-6 Placa plana de espessura “B” e com uma trinca interna de comprimento “2a” muito menor que as dimensões planas da placa.

O balanço da energia de Griffith pode ser definido a partir das equações (3-5) e (3-6), onde se descreve a iminência da propagação da trinca. Ainda no estado de equilíbrio (taxa de variação da energia total nula), essas equações definem a condição limite para a geração de área incremental de trinca “dS”, onde o parâmetro “U” é a energia total, “ $\Pi$ ” é a energia potencial e “ $dW_s$ ” é a energia requerida para criar uma nova superfície infinitesimal de trinca “dS”.

$$\frac{dU}{dS} = \frac{d\Pi}{dS} + \frac{dW_s}{dS} = 0 \quad (3-5)$$

$$\frac{d\Pi}{dS} = -\frac{dW_s}{dS} \quad (3-6)$$

A superfície da trinca é livre de tensões e sua propagação consiste do aparecimento de um incremento elementar “dS” de superfície de trinca. A equação (3-6) revela que o processo da propagação consiste no descarregamento elástico do material vizinho à trinca, ou seja, a propagação só ocorre mediante a perda de energia elástica. A liberação da energia elástica acumulada durante a deformação é uma fonte para a propagação seguinte. Griffith considerou a propagação da trinca como sendo instável quando a intensidade da energia potencial liberada é maior que a energia de superfície necessária para a criação de uma nova trinca. A energia de superfície  $\gamma_s$ , considerada como parâmetro de cada material, é definida por Griffith como sendo:

$$\frac{d\Pi}{dS} = -2\gamma_s \quad (3-7)$$

Utilizando o exemplo da figura 3-6, R. W. Hertzberg (1996) descreve a equação de Griffith para a obtenção da energia potencial da placa infinita com trinca interna pela equação (3-8), onde  $\Pi_0$  é a energia potencial da placa sem trinca,  $\Pi$  é a energia potencial da placa com trinca,  $B$  é a espessura da placa e  $E$  é o módulo elástico do material.

$$\Pi = \Pi_0 - \frac{\pi\sigma^2 a^2 B}{E} \quad (3-8)$$

A energia associada a uma dada trinca é determinada pela equação (3-9), onde “ $\gamma_s$ ” é a energia de superfície do material.

$$W_s = 4aB\gamma_s \quad (3-9)$$

Assim, pode-se rescrever a equação (3-7) como em (3-10).

$$\frac{d\Pi}{dS} = -\frac{dW_s}{dS} = -\frac{\pi\sigma^2 a}{E} = 2\gamma_s \quad (3-10)$$

Da equação (3-10) pode-se obter, portanto, a tensão  $\sigma_f$  que é suficiente para provocar a propagação da trinca pré existente na placa plana, isto é:

$$\sigma_f = \sqrt{\frac{2 E \gamma_s}{\pi a}} \quad (3-11)$$

### 3.2.3 O Conceito de Irwin – Taxa de Liberação de Energia (G)

Segundo Anderson (1995), o critério energético de Irwin é muito similar ao previamente proposto por Griffith, porém mais conveniente na solução de problemas de engenharia. Irwin definiu a “taxa de liberação de energia” (G) que é a medida da variação da energia potencial elástica “ $\Pi$ ” com relação ao incremento de área de trinca durante a propagação.

$$G = \frac{d\Pi}{dS} \geq 2\gamma_s = G_c \quad (3-12)$$

Da análise anterior, pode-se verificar que a trinca irá se propagar se  $G$  alcançar um valor crítico,  $G_c$ , definido pela equação (3-13).

$$G_c = \frac{dW_s}{dS} = 2\gamma_s \quad (3-13)$$

A utilização de  $G_c$  como critério para o estudo de propagação de trincas em material elástico linear poderá ser uma importante ferramenta na previsão do comportamento de falhas, como no exemplo da figura 3-7, desde que se possa identificar a flexibilidade ( $D$ ) do corpo fraturado em relação ao comprimento da trinca existente.

Pascoe (1986) propõe o estudo da flexibilidade de uma placa de espessura “B” com trinca lateral conforme mostra a figura 3-7.

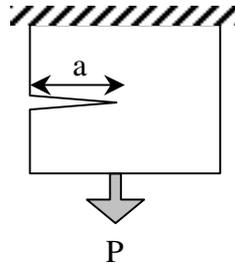


Figura 3-7 Placa com trinca lateral e espessura “B” constante

A flexibilidade do corpo elástico tracionado é definida como a razão entre o deslocamento “u” observado no ponto e na direção da aplicação da carga externa “P”.

$$D = \frac{u}{P} \quad (3-14)$$

A energia de deformação armazenada no corpo pela aplicação da carga “P” poderá ser escrita pela equação (3-15).

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_0^u P \, du = \frac{1}{2} P u = \frac{1}{2} D P^2 \quad (3-15)$$

Como a energia potencial “ $\Pi$ ” está colocada em função da flexibilidade pela equação (3-15), pode-se então obter a taxa “G” pela variação da flexibilidade do corpo em relação ao incremento de trinca “dS”, ou seja:

$$G = \frac{d\Pi}{dS} = \frac{P^2}{2B} \frac{dD}{dS} \quad (3-16)$$

Avaliações da flexibilidade de corpos de prova de mesma geometria e com diferentes comprimentos de trinca poderão auxiliar na definição experimental da função flexibilidade  $D(S)$ . A inclinação da curva que define a função  $D(S)$  poderá ser então obtida para qualquer valor de comprimento de trinca inicial  $S^*$ .

Com os valores da derivada de “D” e da carga crítica de propagação da fratura ( $P_c$ ) pode-se então determinar a taxa de liberação de energia crítica ( $G_c$ ) do material que constitui o corpo de prova.

Pascoe (1986) propõe ainda um exemplo para a determinação do valor crítico de taxa de liberação de energia de material elástico linear através do método de ensaio DBC (*Double cantilever beam*), como mostra a figura 3-8.

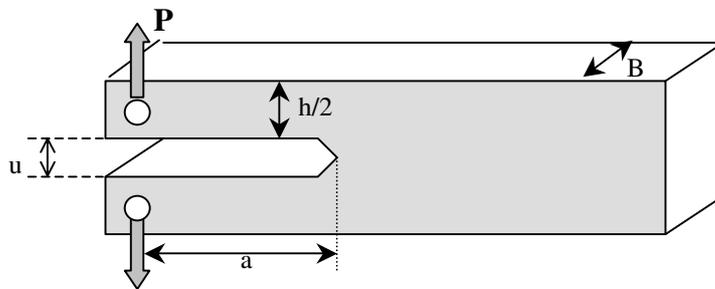


Figura 3-8 Modelo de viga dupla para avaliação da taxa de liberação de energia crítica ( $G_c$ ) de materiais elásticos lineares.

O deslocamento “u” desenvolvido pela aplicação da carga “P” será dado pela equação (3-17), onde o parâmetro “I” é o momento de inércia correspondente a cada uma das metades separadas pela trinca.

$$u = \frac{2 P a^3}{3 E I} \quad (3-17)$$

A função flexibilidade (D) poderá ser então escrita como (3-18).

$$D = \frac{u}{P} = \frac{8a^3}{E(h/2)^3 B} \quad (3-18)$$

Levando-se a equação (3-18) na (3-16), determina-se a taxa crítica ( $G_c$ ) do material conforme a carga que provoca a propagação da trinca existente, ou seja:

$$G_c = \frac{12P_c^2 a^2}{E(h/2)^3 B^2} \quad (3-19)$$

### 3.2.4 Campo de Tensões e Deslocamentos ao Redor da Ponta da Trinca

Aplicando-se o critério energético inicialmente proposto por Griffith a um problema simples, como o ilustrado na figura 3-9, pode-se identificar a distribuição real das tensões e deformações no corpo fraturado.

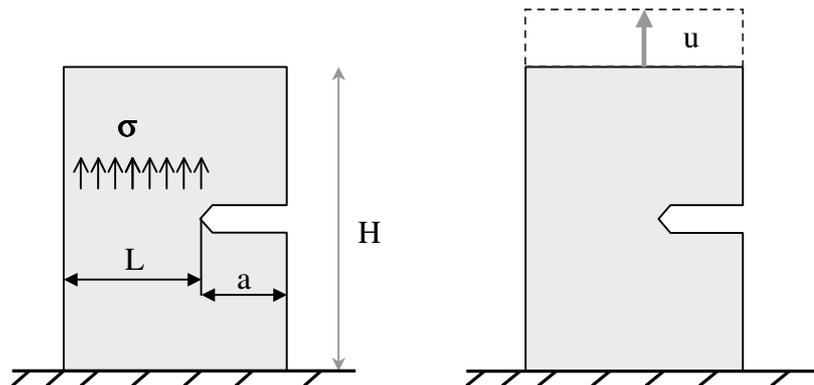


Figura 3-9 Placa Plana com trinca na borda, onde se supõe uma distribuição uniforme de tensões na seção resistente .

Considere uma placa de espessura unitária, fixada na extremidade inferior e que sofre um deslocamento “u” na sua extremidade superior. Seja “u” o deslocamento máximo que poderá ser imposto no corpo fraturado de modo que a trinca não de propague.

Suponha um campo simplificado e uniforme de tensões, e que o material abaixo e acima da trinca está livre de tensões. Supondo ainda que a tensão age uniformemente distribuída na seção resistente da peça, a energia elástica armazenada no corpo devido ao deslocamento “u” imposto será escrita pela equação (3-20).

$$\Pi = \frac{1}{2}(\sigma a)u = \frac{kEa}{2H}u^2 \quad (3-20)$$

O fator “k” poderá ser escrito segundo condição da equação (3-21), onde “v” é o coeficiente de Poisson.

$$k = \begin{cases} 1/(1-v)^2 & \text{Estado Plano de Tensões} \\ \frac{1-v}{(1+v)(1-2v)} & \text{Estado Plano de Deformações} \end{cases} \quad (3-21)$$

Considerando o material como elástico linear, pode-se obter a relação entre a tensão e o descolamento segundo a equação (3-22).

$$\sigma = k.E.\varepsilon = k.E.u/H \quad (3-22)$$

Aplicando as equações (3-20) e (3-22) no critério energético proposto por Irwin, escreve-se a equação (3-23). Desta forma, a equação (3-24) define o máximo descolamento “u” permitido antes da propagação da trinca, considerando um campo uniforme de tensões na seção resistente, como indicado na figura 3-9.

$$G = \frac{\partial \Pi}{\partial S} = \frac{kE}{2H} u^2 = 2\gamma \quad (3-23)$$

$$u_c = 2\sqrt{\frac{\gamma H}{2E}} \quad (3-24)$$

A equação (3-24) que retrata o deslocamento crítico, apresenta fortes e evidentes incoerências físicas. A partir de experimentos, mostra-se a influência direta do comprimento da trinca inicial (a) no deslocamento crítico, sendo que a equação (3-24) é incapaz de prever esta dependência.

Isto se deve ao princípio básico da distribuição de tensões assumida inicialmente. Essa distribuição de tensões é, sem dúvida, não uniforme, já que a trinca é um forte concentrador de tensões.

Um dos objetivos essenciais da Mecânica da Fratura é a investigação do campo de tensões em torno da trinca. A geometria complexa de alguns elementos estruturais resulta em dificuldades na solução de tais problemas.

As características essenciais do campo de tensões em problemas de fratura estão associadas à concentração de tensões em torno da ponta da trinca.

Seja a trinca como mostrada na figura 3-10, onde são definidos dois sistemas de eixos, cuja origem é o ponto “O”. Definem-se as coordenadas locais retangulares, onde o eixo “x” é normal à frente da trinca e o eixo y é normal ao plano médio da trinca. No plano XOY definem-se as coordenadas polares “(r,θ)”, onde r é a distância do ponto P, onde se pretende avaliar as tensões atuantes, e “θ” o ângulo formado entre a direção “PO” e o eixo “X”.

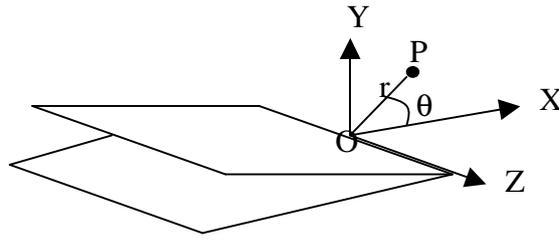


Figura 3-10 Sistemas de eixos polar e retangular definidos a partir da ponta da trinca

Segundo Anderson (1995), a vizinhança do ponto “O” formada por material elástico linear apresentará o campo de tensões representado na equação (3-25) em notação indicial, onde “ $\sigma_{ij}$ ” é o tensor de tensões, “r” e “ $\theta$ ” são as coordenadas polares, “L” é uma constante, “ $f_{ij}$ ” é uma função adimensional de “ $\theta$ ”, e os termos de alta ordem internos ao somatório estão relacionados à geometria do corpo fraturado.

$$\sigma_{ij}(r, \theta) = \left( \frac{L}{\sqrt{r}} \right) f_{ij}(\theta) + \sum_{\alpha} A_{\alpha} (r)^{\frac{m}{2}} g_{ij}^{(m)}(\theta) \quad (3-25)$$

Na equação (3-25) verifica-se que o primeiro termo tende ao infinito quando  $r \rightarrow 0$ , indicando portanto que, independente da geometria do corpo fraturado, as tensões próximas à ponta da trinca variam com  $1/\sqrt{r}$ , configurando uma singularidade do campo de tensões uma vez que a tensão é assintótica em  $r = 0$ .

### 3.2.4.1 O Fator de Intensidade de Tensões (fator K)

A equação (3-25) define o campo de tensões em torno da ponta da trinca. Nesta equação, o parâmetro constante “ $L_i$ ” pode ser escrito na forma de outra constante “ $K_i$ ”, como indica a equação (3-26).

$$L_i = K_i / \sqrt{2\pi} \quad (3-26)$$

O termo “ $K_i$ ” é o fator de intensidade de tensões, onde o índice “i” denota o modo de carregamento que atua no corpo fraturado (  $K_I$ ,  $K_{II}$  ou  $K_{III}$ ). O modo está associado à direção de aplicação da carga externa que um corpo fraturado pode experimentar de maneira isolada ou simultaneamente, como mostra a figura 3-11.

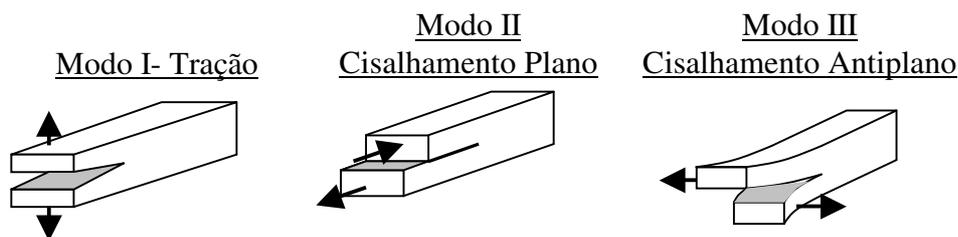


Figura 3-11 Modos de carregamento de corpos fraturados

O Modo I ocorre quando a carga principal é aplicada em direção normal ao plano da fratura. O Modo II corresponde ao cisalhamento plano e ocorre quando a carga aplicada é normal à frente da trinca e tende a deslizar uma face em relação a outra. O Modo III corresponde ao cisalhamento antiplano e ocorre quando a força é aplicada paralelamente à frente da trinca.

A figura 3-6 mostrou anteriormente uma placa plana constituída de material elástico linear, de dimensões infinitas comparada com o tamanho “ $2a$ ” da trinca nela presente e onde atua uma tensão remotamente aplicada  $\sigma$ .

Para o sistema de eixos posicionado conforme a figura 3-12, o campo de tensões e deslocamentos na ponta da trinca é o expresso nas equações (3-27) para o modo de carregamento I, nas equações (3-28) para o modo de carregamento II e (3-29) para o modo de carregamento III, onde EPT é a sigla para estado plano de tensões e EPD para estado plano de deformações. O fator  $K_I$  poderá ser obtido para alguns corpos de prova padrões, como mostra a tabela 3-2. Métodos numéricos, como o Método do Elementos Finitos são utilizados para o cálculo do fator  $K_I$  em peças com geometria particulares, como será visto no capítulo 6.

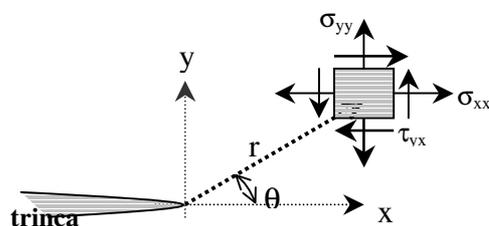


Figura 3-12 Campo de tensões em um ponto o redor da ponta da trinca

---

 Modo I
 

---

$$\sigma_{xx} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[ 1 - \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right]$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[ 1 + \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right]$$

$$\tau_{yx} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right)$$

$$\sigma_{zz} = 0 \quad \rightarrow \text{EPT} \quad (3-27)$$

$$\sigma_{zz} = \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) \rightarrow \text{EPD}$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$$

---


$$u_x = \frac{K_I}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[ \kappa - 1 + 2\operatorname{sen}^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right]$$

$$u_y = \frac{K_I}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[ \kappa + 1 - 2\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right]$$

---

 Modo II
 

---

$$\sigma_{xx} = -\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[ 2 + \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right]$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right)$$

$$\tau_{yx} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[ 1 - \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right]$$

$$\sigma_{zz} = 0 \quad \rightarrow \text{EPT}$$

$$\sigma_{zz} = \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) \rightarrow \text{EPD}$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$$

---


$$u_x = \frac{K_{II}}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[ \kappa + 1 + 2\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right]$$

$$u_y = -\frac{K_{II}}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[ \kappa - 1 - 2\operatorname{sen}^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right]$$

---

 Modo III
 

---

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{zz} = \sigma_{xy} = 0$$

$$\tau_{xz} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

$$\tau_{yz} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

---


$$u_x = u_u = 0$$

$$u_z = \frac{K_{III}}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

(3-29)

Nas equações (3-27), (3-28) e (3-29), o valor do parâmetro “ $\mu$ ” representa o módulo de cisalhamento do material e o valor do parâmetro “ $\kappa$ ” é dado segundo as equações (3-30).

$$\kappa = (3-\nu)/(1+\nu) \quad (\text{para estado plano de tensões}) \quad (3-30)$$

$$\kappa = (3-4\nu) \quad (\text{para estado plano de deformações})$$

É preciso observar, no entanto, que as equações da Mecânica da Fratura Linear Elástica, (3-27), (3-28) e (3-29), são válidas apenas para uma região vizinha a ponta da trinca, como detalhado a seguir.

Considerando a placa plana apresentada na figura 3-6, verifica-se que se trata do Modo I de carregamento. Neste caso, a tensão “ $\sigma_{yy}$ ”, escrita segundo as equações (3-27) e tomada na direção das superfícies da trinca (onde “ $\theta = 0$ ”), resulta na equação (3-31).

$$\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \quad (3-31)$$

Na figura 3-13, apresenta-se uma comparação da curva tracejada de “ $\sigma_{yy}$ ” segundo a equação da Mecânica da Fratura Linear Elástica (3-31), com a curva real da tensão “ $\sigma_{yy}$ ” na seção resistente da peça. Nestas curvas, pode-se identificar as zonas a, b e c.

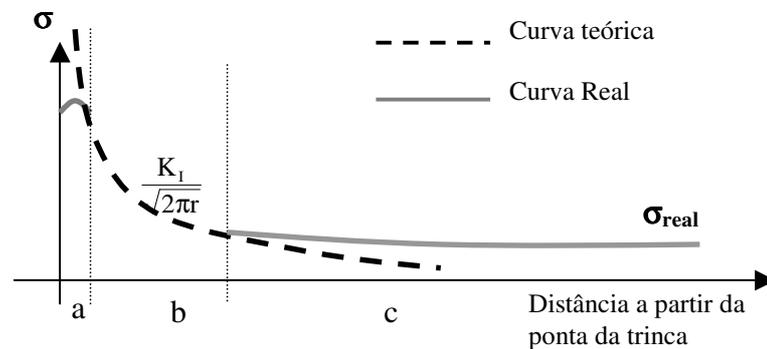


Figura 3-13 Comparação entre o Modelo Teórico da Mecânica da Fratura Linear Elástica e a distribuição real de tensões. (Anderson –1995)

Na zona a, muito pequena e próxima à ponta da trinca, observa-se que as tensões reais são menores que as prescritas pelas equações da Mecânica da Fratura Linear Elástica e que, por sua vez, tendem ao infinito quando  $r \rightarrow 0$ . Esta concentração de tensões na ponta da trinca seria uma das causas da fratura. É evidente que nenhum material suportaria um valor infinito de tensão mesmo porque a fratura ocorre sob uma carga finita.

Estas contradições se devem às hipóteses adotadas que supõem um comportamento linear elástico para o material sujeito a qualquer valor de tensão ou, ainda, admitem a aplicação indiscriminada da Mecânica do Contínuo, cuja validade restringe-se a aplicações onde a escala considerada é muito grande comparada com a escala da microestrutura atômica, característica da ponta da trinca.

A zona b, vizinha à ponta da trinca, é a região onde são válidas as equações da Mecânica da Fratura Linear Elástica, já que nesta região observa-se a coincidência das curvas da tensão teórica e da tensão real.

A zona c é aquela onde o efeito da concentração de tensões deixa de atuar e a geometria do corpo passa a influenciar as equações do campo de tensão.

### **3.2.4.2 Tenacidade a Fratura: O fator “ $K_c$ ” como critério de falha**

Os resultados anteriores mostram que, em materiais elásticos lineares, o estado de tensões à frente da ponta da trinca nos modos I, II e III é caracterizado pelo fator de intensidade de tensões. Desta forma, o fator de intensidade de tensões é o único parâmetro que está associado à carga aplicada e ao tamanho da trinca existente. Por isso, a intensidade e o grau de influência dos campos assintóticos de tensões na integridade estrutural da peça fraturada são completamente descritos pelos fatores de intensidade de tensão.

Considerando uma trinca como uma falha no material que poderá se propagar ou continuar estável diante do carregamento imposto à peça, uma questão importante é a definição do critério adotado para avaliação da propagação da trinca. Este critério deverá associar o comprimento da trinca pré-existente com o valor da carga crítica ou, ainda, associar um dado carregamento fixo a um valor de comprimento máximo da trinca para o qual seu crescimento é iminente.

Baseado nestas idéias, Irwin, em 1957, propôs que a propagação de trincas ocorre quando o fator de intensidade de tensões alcança um valor crítico ( $K_c$ ), associado a cada modo geométrico de fratura. Assim, a iminência da propagação ocorre na situação em que a igualdade da equação (3-32) é válida.

$$K_i = K_{iC} \quad (i = I, II, III) \quad (3-32)$$

O valor de “ $K_{iC}$ ” é chamado de “tenacidade à fratura” do material. Seu valor é constante para temperatura e velocidade de carregamento fixas e caracteriza a resistência que o material possui à propagação de trincas ou ainda a resistência à fratura frágil deste material.

Os valores críticos de  $K_{iC}$  podem ser determinados apenas na forma experimental. A determinação destes fatores é estabelecida em normas específicas.

Por exemplo, a norma ASTM D5045 é específica para a caracterização de fratura em materiais plásticos. Ela estabelece a metodologia de teste para caracterizar a tenacidade de plásticos em relação ao fator de intensidade crítico  $K_{Ic}$  e, ainda, a energia crítica por unidade de área de superfície de trinca  $G_{Ic}$  (taxa de liberação de energia elástica) no início da fratura.

Deve-se notar porém que muitas condições de teste da ASTM D5045 são idênticas àsquelas do método de teste ASTM-E-399 ou da norma britânica BS-5047 que tratam da caracterização da fratura de materiais metálicos. Algumas condições importantes para caracterização de fratura em plásticos, não contempladas pela E 399 ou BS-5047, aparecem na ASTM D5045 .

Dois tipos clássicos de corpos de prova são prescritos pelos métodos de teste da norma ASTM que caracterizam a resistência a fratura de plásticos com comportamento elástico linear :

- a) Espécime de Flexão entre três pontos (*three-point-bend specimen-TPB*)
- b) Espécime compacto de tração (*compact tension test – CTT*).

### 3.2.4.3 Efeito do Estado de Tensões e Deformações ao Redor da Ponta da Trinca no Fator de Intensidade de Tensões Crítico

Os corpos de prova que caracterizam a tenacidade à fratura dos materiais devem ter relações geométricas apropriadas para que garantam um estado plano de deformações na ponta da trinca. Isto é importante pois os fatores de intensidade de tensão na região de singularidade estão intimamente ligados ao campo de deformações ou de tensões que nela atuam, como se verifica nas deduções anteriores.

Em geral, as condições à frente da trinca não são nem de estado plano de tensões e nem de estado plano de deformações. Porém, em corpos de prova normalizados, exige-se uma espessura mínima em relação às demais dimensões planas da peça, a fim de se obter um estado plano de deformações em seu interior. Para uma compreensão adequada deste efeito, analisa-se uma placa trincada de espessura “B” conforme figura 3-14, submetida à uma tensão de tração externamente aplicada, segundo a direção do eixo “y”, que tende a abrir a trinca existente.

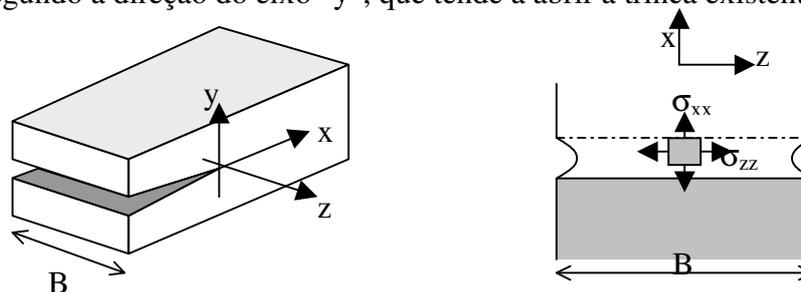


Figura 3-14 Placa plana fraturada de espessura “B”.

O material próximo à ponta da trinca é mais tensionado do que o material ao seu redor devido o efeito da concentração de tensões. Por causa da grande tensão normal à superfície da trinca ( $\sigma_{yy}$ ), o material da ponta da trinca tende a se contrair pelo efeito de Poisson nas direções “x” e “z”, mas é impedido de o fazer pela presença do material ao seu redor. Esta restrição causa um estado triaxial de tensões próximo à ponta da trinca e na região média da espessura da placa. Porém, pode-se afirmar que o material na ponta da trinca e no meio da espessura da placa está sujeito a um estado plano de deformações se houver espessura mínima que garanta suficiente aprisionamento do material na superfície média do corpo. Este efeito aumenta o valor da tensão “ $\sigma_{zz}$ ” e “ $\sigma_{xx}$ ” e provoca uma maior tendência à fragilização

da placa, indicando portanto, valores menores de resistência à fratura do material (tenacidade). Desta maneira, Pascoe (1986) afirma que a determinação segura do fator de intensidade crítico dos materiais deverá ser feita utilizando corpos de prova com espessura mínima que garanta um estado plano de deformações no interior do corpo de prova.

Mas o material na ponta da trinca que se localiza na superfície da peça não possui suficiente restrição à sua contração natural. Desta maneira, observa-se que, nas superfícies da peça, o material está sujeito a um estado plano de tensões. Desta maneira, existe uma transição gradual do estado plano de deformações no meio da espessura da placa da figura 3-14 para um estado plano de tensões em sua superfície, ao longo da ponta da trinca, como mostra a figura 3-15.

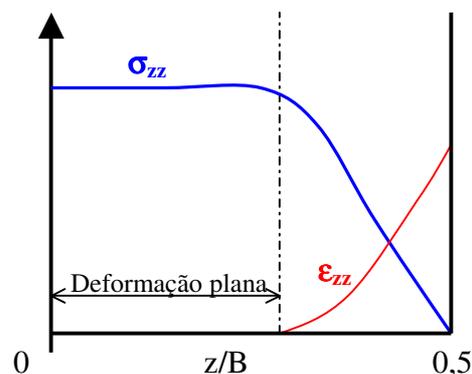


Figura 3-15 Transição entre o estado plano de deformações na meia espessura do corpo fraturado ( $z/B = 0$ ) para um estado plano de tensões na superfície.

Sendo assim, observa-se que nesta e em outras normas que indicam métodos de avaliação do fator crítico de intensidade de tensões, são empregados corpos de prova cujas dimensões e relações geométricas garantem uma condição de EPD e, dessa forma, garantem também valores seguros de tenacidade à fratura dos materiais estudados.

#### 3.2.4.4 Efeito do Tamanho Finito dos Corpos de Prova na Tenacidade à Fratura

Deve-se observar que o campo de tensões deduzido anteriormente na região de singularidade é válido para corpos onde a trinca apresenta dimensões muito

inferiores às do corpo fraturado, de modo que as condições de contorno da ponta da trinca não são influenciadas pelo contorno externo. Mas, à medida em que as dimensões da placa tracionada reduzem-se em relação ao tamanho da trinca, as condições de contorno externas começam a exercer mais influência. Em tais situações uma fórmula única que retrate o campo de tensões não é usualmente possível.

Para uma compreensão deste efeito, Anderson (1995) analisou duas placas sobre as quais atua uma tração “ $\sigma$ ” remotamente aplicada e onde há uma falha central de comprimento “ $2a$ ”, como mostra a figura 3-16. Observa-se que as tensões locais são tanto maiores quanto menor é o espaçamento entre as linhas tracejadas (linhas de força).

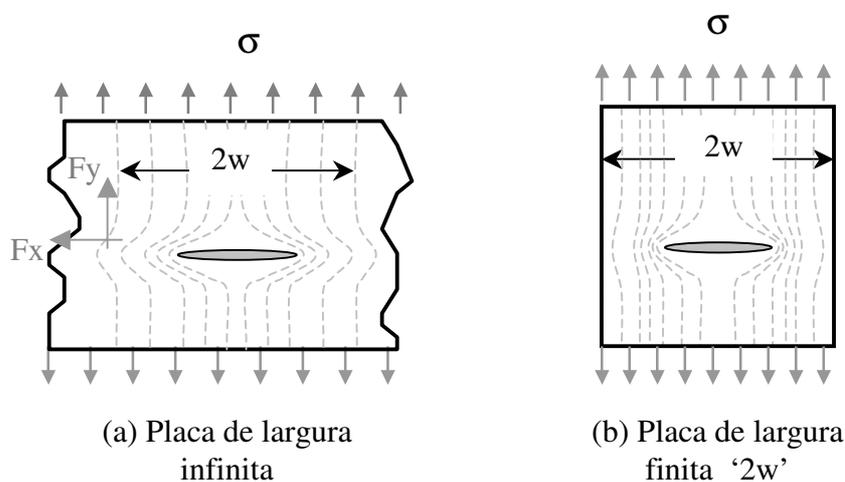
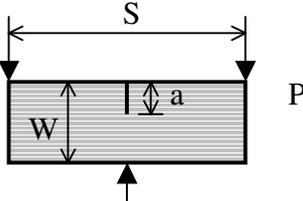
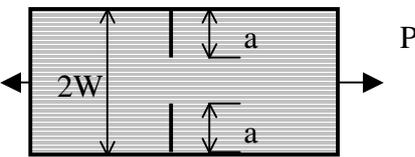
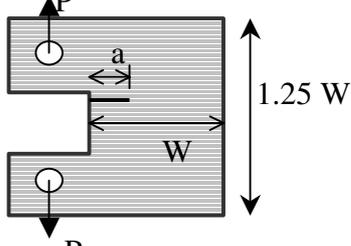


Figura 3-16 Efeito das dimensões finitas de uma placa plana no fator de intensidade de tensões (Anderson-1995)

Uma vez que as tensões de tração não podem ser transmitidas através da trinca, as linhas de força são desviadas ao redor dela, resultando em uma concentração de tensões. As linhas de força da placa de largura infinita que estão a uma distância “ $w$ ” da linha central da trinca possuem componentes horizontal ( $F_x$ ) e vertical ( $F_y$ ). Se a largura da placa é restrita à dimensão de “ $2w$ ” como na placa finita (figura 3-16(b)), a componente horizontal ( $F_x$ ) da força precisa ser zero no contorno livre da placa. Esta condição de contorno causa uma compressão maior das linhas de força na placa finita, o que resulta em uma concentração de tensões maior ainda comparada com a placa de largura infinita (figura 3-16(a)). Tal como o campo de tensões, cujas linhas de fluxo mudam ao redor da trinca, mudarão também os fatores

de intensidade de tensões, intimamente ligados a essa concentração. Desse modo, há necessidade agora de se introduzir um fator de correção “f(a/w)” nas expressões anteriores, para que possam retratar as mudanças que ocorrem devido a influência das condições de contorno externas. Soluções com razoável precisão para o fator de intensidade de tensões em placas de dimensões finitas têm sido obtidas a partir de análises numéricas e experimentais, como mostra a tabela 3-2.

Tabela 3-2 Fatores de intensidade de tensões para corpos comuns

GEOMETRIA	$f(a/w)$
<p><b>Flexão entre três pontos</b></p> 	$\frac{3 \frac{S}{W} \sqrt{\frac{a}{W}}}{2 \left(1 + 2 \frac{a}{W} \left(1 - \frac{a}{W}\right)^{3/2}\right)} \left[ 1.99 - \left(\frac{a}{W}\right) \left(1 - \frac{a}{W}\right) \times \left\{ 2.15 - 3.93 \left(\frac{a}{W}\right) + 2.7 \left(\frac{a}{W}\right)^2 \right\} \right]$
<p><b>Tração em placa com duas trincas laterais</b></p> 	$\frac{\sqrt{\frac{\pi a}{2W}}}{\sqrt{1 - \frac{a}{W}}} \left[ 1.122 - 0.561 \left(\frac{a}{W}\right) - 0.205 \left(\frac{a}{W}\right)^2 + 0.471 \left(\frac{a}{W}\right)^3 + 0.190 \left(\frac{a}{W}\right)^4 \right]$
<p><b>Corpo Compacto de Tração</b></p> 	$\frac{2 + \frac{a}{W}}{\left(1 - \frac{a}{W}\right)^{3/2}} \left[ 0.0886 + 4.64 \left(\frac{a}{W}\right) - 13.32 \left(\frac{a}{W}\right)^2 + 14.72 \left(\frac{a}{W}\right)^3 - 5.6 \left(\frac{a}{W}\right)^4 \right]$
$K_I = \frac{P}{B\sqrt{W}} f(a/w)$	<p>B é a espessura da placa</p>

### 3.2.5 Relação entre o Fator de Intensidade de Tensões “K” e a Taxa de Liberação de Energia Elástica “G”

Segundo Pastoukhov e Voorwald (1995), durante um crescimento elementar “da” no comprimento de uma trinca como indicado na figura 3-17, ocorre o descarregamento da energia potencial elástica armazenada nesse segmento, fazendo com que a variação na energia potencial ( $\Pi$ ) do corpo em relação ao incremento de trinca possa ser escrito segundo a equação (3-33), onde G é a taxa de liberação de energia elástica.

$$G = \frac{d\Pi}{dS} \quad (3-33)$$

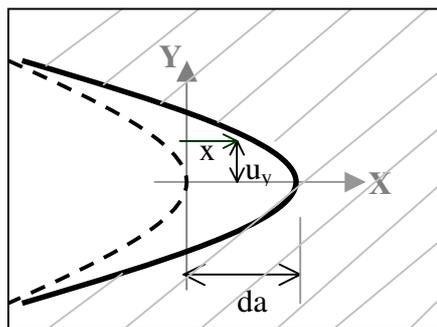


Figura 3-17 Crescimento “da” no comprimento de uma trinca em material elástico linear

Observa-se que um ponto que estiver localizado originalmente sobre o eixo X à uma distância “x” da origem, com a propagação da trinca, sofrerá um deslocamento perpendicular “ $u_y$ ”. Um ponto vizinho à esse, sofreria o mesmo deslocamento mas em sentido contrário “ $-u_y$ ”. Logo, nessa seção, a trinca sofrerá uma abertura no valor de “ $2u_y$ ”.

R. W. Hertzberg (1996) escreve a força por unidade de largura “B” do corpo fraturado, que atua sobre o segmento “da” segundo a equação (3-34), e a densidade de energia na ponta da trinca (energia por unidade de área de trinca) segundo a equação (3-35).

$$F_y = \sigma_{yy} da \quad (3-34)$$

$$G = \lim_{a \rightarrow 0} \left( \frac{1}{2a} \int_0^a \sigma_{yy} 2u_y dx \right) \quad (3-35)$$

Considerando os valores de tensão e deslocamento para o Modo I já apresentados na equação (3-27), obtém-se a equação (3-36):

$$G = (1 - \nu^2) \frac{K_I^2}{E} \quad \text{Estado plano de deformações} \quad (3-36)$$

$$G = \frac{K_I^2}{E} \quad \text{Estado plano de tensões}$$

Deste modo, considerando as equações (3-35) e (3-36), pode-se perceber que existe uma relação completa entre as características energéticas e de força na Mecânica da Fratura para materiais elástico-lineares.

Considerando que os plásticos frágeis não apresentam deformações plásticas, serão aplicados neste trabalho os critérios da Mecânica da Fratura Linear Elástica para a análise da linha de solda. Em uma eventual extensão deste trabalho, onde se aplicaria a metodologia de análise proposta para a linha de solda em componentes plásticos não frágeis, será necessária a aplicação dos conceitos da Mecânica da Fratura Quase Frágil ou da Mecânica da Fratura não linear, apresentados no Anexo 2.

### 3.3 Aspectos de Mecânica da Fratura em Materiais Plásticos

Os conceitos e teorias ligadas à Mecânica da Fratura clássica estudada anteriormente foram desenvolvidas principalmente para materiais metálicos. A aplicação e a adaptação destes conceitos para os chamados “novos materiais”, como os polímeros, merecem algumas considerações importantes, como as que serão abordadas a seguir.

### 3.3.1 Escoamento e Fratura em Polímeros

Inicialmente, no caso dos metais, alguns importantes aspectos do mecanismo de falha em metais são observados (Anderson - 1995):

- a) A condição de fratura frágil ocorrerá em metais de difícil escoamento.
- b) Os metais dúcteis experimentam grandes deformações plásticas antes de sua eventual ruptura.
- c) Baixas temperaturas e altas taxas de carregamento favorecem a fratura frágil.

Já para o caso dos polímeros, algumas características são muito semelhantes, porém o mecanismo de escoamento e fratura possui alguns detalhes importantes.

Como já apresentado no capítulo anterior, os polímeros constituem-se de longas cadeias moleculares. A fratura em um nível atômico envolve a quebra das ligações que unem os átomos. Nos materiais plásticos, cujas longas moléculas não apresentam uniões cruzadas (*cross linked*), aparecem dois tipos de ligações ou forças inter-atômicas: as ligações covalentes principais que ligam os átomos formando a grande molécula, e as forças de atração mais fracas entre segmentos da mesma ou de moléculas vizinhas, como é o caso das “forças de van der Waals”. Estas forças secundárias mais fracas se contrapõem ao alongamento sobre a molécula. Frequentemente, desempenham o papel central no mecanismo que produz a fratura do material, ainda que o fraturamento total do corpo necessite da quebra das pontes principais que ligam os átomos.

Os fatores que influenciam a tenacidade à fratura e a ductilidade dos polímeros são principalmente taxa de deformação, temperatura e estrutura molecular. Segundo Anderson (1995), os polímeros tendem a se comportar fragilmente quando submetidos a altas taxas de carregamento ou baixas temperaturas.

Para Menges e Boden (1986), a causa essencial da fratura frágil é a incapacidade do material em reduzir rapidamente o valor das tensões internas decorrentes da deformação forçada, via relaxação e processos de fluxo. Uma maneira de armazenar a energia imposta sobre qualquer material pelas cargas externas é o desenvolvimento de deformações internas (que, no regime elástico, está associado à

energia potencial elástica). Apesar dos plásticos apresentarem fortes características viscoelásticas, em geral as altas taxas de aplicação de cargas externas não oferecem tempo suficiente para o desenvolvimento de deformações viscoelásticas ou de escoamento, que poderiam gastar parte desta energia externa evitando a ruptura do material. Desta maneira, pequenas deformações internas do material associadas às altas taxas de carregamento promovem uma maior tendência à fragilidade dos polímeros.

Segundo Hertzberg (1996), os polímeros cristalinos geralmente exibem maior tenacidade à fratura que os polímeros amorfos. Os polímeros denominados “frágeis”, como poliestireno (PS) ou estireno acrilonitrila (SAN) possuem menores deformações de ruptura e sua fragilidade é verificada mesmo em temperatura ambiente. A tenacidade dos polímeros frágeis pode ser aumentada pela adição de partículas finamente dispersas de elastômeros em sua composição, e com diâmetro no intervalo de 0,1 a 10  $\mu\text{m}$ . No entanto, a mistura da matriz de um plástico amorfo (como poliestireno) com partículas de elastômero (como butadieno), realizada de maneira tal que as partículas de elastômero possuam grandes diâmetros e formas muito irregulares, pode resultar num composto cuja tenacidade é inferior àquela apresentada pela matriz original. Nesse caso, a interface entre a matriz e a carga de preenchimento é fraca e serve como uma região de nucleação de trinca sob níveis baixos de tensão. Um exemplo comum de polímero que possui um elastômero na sua composição e muito utilizado na indústria de transformação de plásticos injetáveis é o HIPS (*high impact polystyrene*), formado pela composição de poliestireno e butadieno.

### 3.3.2 O Fator de Intensidade de Tensão (K) em materiais plásticos.

Em materiais viscoelásticos lineares, as cargas externas aplicadas suficientemente afastadas da trinca e as tensões locais desenvolvidas na ponta da trinca obedecem as mesmas relações que os materiais elásticos lineares, sendo válida a equação (3-27), agora repetida para maior comodidade.

$$\sigma_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) \quad (3-37)$$

A Mecânica da Fratura Frágil seria suficiente para caracterizar o comportamento da maioria dos materiais plásticos frágeis. Mas as tensões e as deformações em polímeros dependem de suas propriedades viscoelásticas. Portanto o fator de intensidade de tensão crítico ( $K_{Ic}$ ) de materiais viscoelásticos depende da taxa ou velocidade de aplicação do carregamento.

Considere-se a figura 3-18, onde se observa o crescimento da trinca a partir do tempo  $t_0$  para o tempo  $t_0+\Delta t$ , acompanhando o deslocamento “a” da ponta da trinca (A).

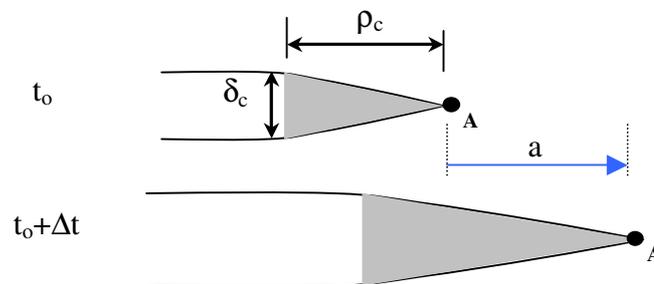


Figura 3-18 Crescimento da trinca para um valor constante de abertura na ponta da trinca crítico ( $\delta_c$ )

O modelo da Mecânica da Fratura quase-frágil prevê uma zona plastificada pequena na ponta da trinca comparada com as dimensões do corpo fraturado. Segundo esse modelo, apresentado no anexo 2, o tamanho crítico da zona plastificada adiante da ponta da trinca pode ser aproximado por meio de:

$$\rho_c = \frac{1}{\pi} \left( \frac{K_{Ic}}{\sigma_y} \right)^2 \quad (3-38)$$

A abertura crítica na ponta da trinca é escrita por Anderson (1995) como (3-39).

$$\delta_c = \frac{K_{Ic}^2}{\sigma_y E(\Delta t)} \quad (3-39)$$

No modelo viscoelástico adotado assume-se que o valor da abertura crítica ( $\delta_c$ ) é constante para o material e não depende da velocidade de aplicação do carregamento, que é razoável apenas para os plásticos que estão a uma temperatura abaixo da transição vítrea ( $T_g$ ).

O intervalo de tempo  $\Delta t$  é escrito na equação (3-40), onde  $da/dt$  é a velocidade de avanço da ponta da trinca.

$$\Delta t = \frac{\rho_c}{da/dt} \quad (3-40)$$

Shiro Matsuoka (1986) afirma que, para muitos polímeros, pode-se assumir a lei de potência para caracterizar sua viscoelasticidade, como indica a equação (3-41). Nesta equação os valores de  $E_0$  e “n” são tomados como constantes do material e podem ser empiricamente determinados.

$$E(t) = E_0 t^{-n} \quad (3-41)$$

Assumindo ainda que a deformação de escoamento do material tem pequena variação com relação à taxa de deformação, pode-se escrever a tensão de escoamento como mostra a equação (3-42).

$$\sigma_y = E(t) \varepsilon_y \quad (3-42)$$

Levando as equações (3-38), (3-40), (3-41) e (3-42) na equação (3-39), determina-se o valor da tenacidade crítica do material viscoelástico :

$$K_{Ic} = \sqrt{\delta_c \varepsilon_y} \left( \frac{8 \varepsilon_y}{\pi \delta_c} \right)^n E_0 (da/dt)^n \quad (3-43)$$

De acordo com esta análise, a tenacidade crítica do material é proporcional a velocidade de avanço da ponta da trinca  $da/dt$ .

Observando-se o gráfico da figura 3-19, pode-se associar o efeito da potência “n” com a velocidade de avanço da trinca e o fator de intensidade de tensões “ $K_I$ ”.

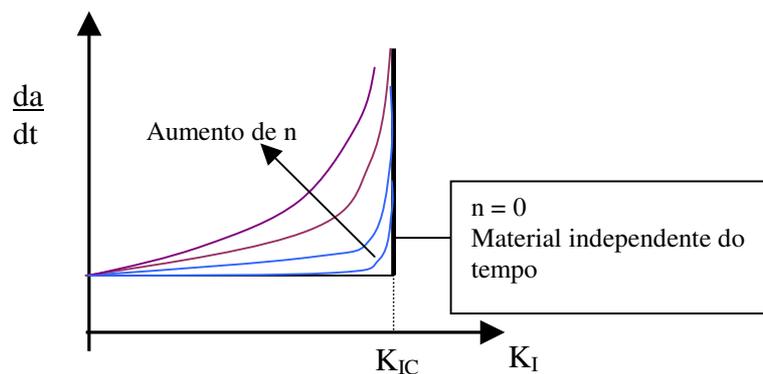


Figura 3-19 Efeito do fator de intensidade de tensões ( $K_I$ ) na velocidade de avanço da ponta da trinca para várias respostas viscoelásticas ( $n$ ) de materiais plásticos (Anderson – 1995).

Percebe-se que:

a) Para materiais independentes da taxa de variação da carga externa ( $n = 0$ ) a trinca permanece estacionária até que o valor de  $K_I$  alcance um valor crítico único e característico do material  $K_{IC}$ .

b) Quando  $n > 0$ , a propagação da trinca ocorrerá para um intervalo de valores de  $K_I$ .

c) Se  $n$  é pequeno, a curva  $da/dt$  versus  $K_I$  apresenta um canto agudo e o avanço da trinca é muito pouco sensível à variação de  $K_I$ .

d) A maioria dos plásticos amorfos em temperaturas abaixo de  $T_g$  possuem valores de “ $n$ ” muito baixos ( $n < 0,1$ ). Nestas condições, o avanço da trinca para baixos valores de  $K_I$  pode ser negligenciado e pode haver propagação súbita se  $K_{IC}$  for atingido. Para este material é suficiente considerar um valor único de  $K_{IC}$  insensível à taxa de deformação ou das cargas externas aplicadas.

Portanto, pode-se concluir que se o material plástico possui uma curva de canto afiado ( $n$  pequeno), um teste padrão de curta duração para a avaliação de sua tenacidade crítica é suficiente. Entretanto é preciso ter cuidado com a consideração de um valor único de  $K_{IC}$  para estruturas plásticas. Enquanto uma estrutura feita de um material com comportamento independente do tempo não se rompe se  $K_I$  for menor que  $K_{IC}$ , estruturas de plásticos poderão sofrer um lento crescimento da trinca para baixos valores de  $K_I$ , se o valor da potência “ $n$ ” da equação (3-43) não for suficientemente pequeno.

### 3.3.2.1 Métodos de Avaliação Experimental de $K_{IC}$ em Materiais Plásticos

Instituições importantes de normalização como a Sociedade Americana de Testes e Materiais (ASTM) dedicaram-se à elaboração de normas específicas para a avaliação de parâmetros de fratura em plásticos, como a ASTM D5045, muito semelhante ao ASTM E 399, que é a norma para avaliação de fratura em metais.

A norma ASTM D5045 prevê alguns requerimentos importantes para as dimensões do corpo de prova de tração compacto de plástico como mostra a figura 3-20 e as equações (3-44) e (3-45).

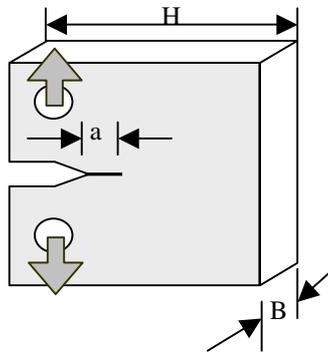


Figura 3-20 Corpo de Prova compacto de tração - ASTM D5045

$$B, a \geq 2.5 \left( \frac{K_{IC}}{\sigma_y} \right)^2 \quad (3-44)$$

$$0.45 \leq \frac{a}{H} \leq 0.55 \quad (3-45)$$

O parâmetro “B” é a espessura do corpo, “a” é a dimensão inicial da trinca e “H” é a largura do corpo de prova.

As dimensões do corpo de prova são tais que garantem um estado plano de deformações na ponta da trinca e uma zona plástica pequena comparada com as dimensões do corpo de prova.

Em materiais plásticos, a tensão de escoamento ( $\sigma_y$ ) é definida como o pico de tensão que aparece freqüentemente nas curvas tensão-deformação destes materiais, após o qual ocorre uma redução das tensões com o aumento da deformação, conforme mostra a figura 3-21. Alguns plásticos se comportam como

Polycarbonato (PC), cuja tensão diminui após o escoamento, e outros não apresentam a redução como é o caso do polivinil-clorida (PVC).

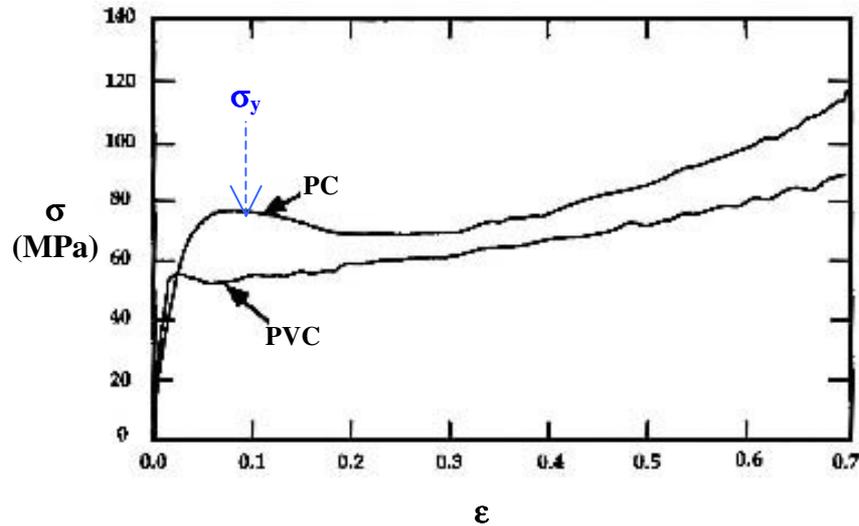


Figura 3-21 Curvas tensão-deformação de PC e PVC descritas por Anderson (1995)

Por causa das propriedades viscoelásticas dos plásticos, a norma ASTM D5045 requer que o tempo para se obter a tensão de escoamento  $\sigma_y$  no teste de tração simples seja coincidente com o necessário para causar a ruptura no teste de fratura dentro de uma tolerância de  $\pm 20\%$ .

### 3.4 Mecânica da Fratura Aplicada às Peças Plásticas com Linha de Solda

A resistência das superfícies de união entre duas partes de uma peça plástica pode ser avaliada e quantificada através da medida da energia ou da força necessária para separar e destruir a interface.

É comum a utilização de testes normalizados para a obtenção da tenacidade à fratura do material ( $K_{Ic}$ ) ou da taxa de liberação de energia elástica para a propagação da trinca ( $G_{Ic}$ ) em corpos elásticos rígidos. No entanto, é recente a utilização desta mesmas técnicas para medir quantitativamente a resistência de uniões recém- formadas entre duas superfícies de materiais termoplásticos.

### 3.4.1 Modelos de Difusão em Interfaces Soldadas Dependentes do Tempo

Jud et al. (1981) utilizaram corpos de tração compactos de PMMA e SAN para a avaliação da resistência de interfaces soldadas dos dois polímeros amorfos e compatíveis. Determinaram a variação do parâmetro de tenacidade à fratura da interface em relação à temperatura das superfícies unidas, aquecidas pouco acima da temperatura de transição vítrea dos materiais (de 1 a 15 °K acima de T<sub>g</sub>) e ao tempo de penetração das cadeias ou de cura da interface.

Observaram que quando superfícies suaves estão à temperaturas T > T<sub>g</sub>, um contato íntimo entre as frentes é obtido muito rapidamente e a difusão de cadeias é o processo governante.

No mesmo trabalho, os autores propuseram que a resistência da interface G<sub>c</sub> fosse proporcional aos seguintes valores:

a) relação de área em contato, A/A<sub>0</sub>, onde “A” é a área da interface que mantém contato e “A<sub>0</sub>” é a seção total das superfícies na interface.

b) relação de ligações moleculares na área de interface, N/N<sub>0</sub>, onde “N” é a concentração de ligações (uniões por unidade de área) formadas através da interface e “N<sub>0</sub>” é a concentração de uniões quando se obtém a resistência máxima da interface ou resistência original do polímero “G<sub>c0</sub>”.

$$\frac{G_c}{G_{c0}} = \frac{A}{A_0} \frac{N}{N_0} \quad (3-46)$$

A obtenção de contato completo (A/A<sub>0</sub> = 1) de duas superfícies com alguma rugosidade inicial poderá ser obtida rapidamente se a temperatura das interfaces T é maior que T<sub>g</sub> e uma pequena pressão externa atuar (~0.8 bar) para manter o contato entre as superfícies durante a cura.

De acordo com o modelo de difusão apresentado anteriormente, assume-se que um número de uniões físicas de moléculas, n(t) = A\*N(t), em um determinado tempo “t” após o contato, é proporcional à profundidade média de penetração, Δx, de moléculas através da interface, como se observa na equação (3-47). Nessa equação, “n(t)” é o número de ligações formadas após um tempo “t” de união, “n<sub>0</sub>” é o número de ligações que restabelece a resistência total da interface ou original do polímero

quando se trata de união de peças do mesmo polímero e “ $\Delta x$ ” é a profundidade de interpenetração das cadeias.

$$\frac{\langle \Delta x^2(t) \rangle^{1/2}}{\langle \Delta x^2(t_0) \rangle^{1/2}} = \frac{n(t)}{n_0} \quad (3-47)$$

A profundidade de interpenetração “ $\Delta x$ ” entre as cadeias do polímero através da interface de junção, a partir do modelo matemático de difusão, está escrito na equação (3-48), onde “ $t$ ” é o tempo de interpenetração e “ $D_s$ ” é o coeficiente de difusão das cadeias, estimado através de parâmetros moleculares e estruturais do polímero como indica a equação (3-49).

$$\langle \Delta x^2(t) \rangle = 2 D_s t \quad (3-48)$$

$$D_s = \left( \frac{\rho RT}{270} \right) \left( \frac{M_c}{M} \right)^2 \cdot \left( \frac{Rg^2}{M} \right) \left( \frac{1}{\eta_{Mc} \cdot \exp\left(\frac{E_a}{RT}\right)} \right) \quad (3-49)$$

onde:

- $\rho$  é a massa específica do polímero.
- $R$  é a constante universal dos gases.
- $M$  é o peso molecular médio, ou seja, um valor associado ao comprimento médio das cadeias do polímero.
- $M_c$  é o peso molecular crítico de entrelaçamento. Está associado à quantidade mínima de monômeros que formam as cadeias moleculares para que se garanta o entrelaçamento entre as mesmas durante a cura da junção.
- $Rg$  é o raio de giração. Este parâmetro, característico de cada polímero, está associado à distribuição de cada monômero em relação ao centro de gravidade da molécula.
- $\eta_{Mc}$  é a viscosidade do polímero no peso molecular crítico
- $E_a$  é energia de ativação térmica do fluxo
- $T$  é a temperatura do polímero.

Desta maneira, a variação da energia  $G$  necessária para romper a união da interface soldada de polímeros em relação ao tempo de cura é dada por:

$$\frac{G_c(t)}{G_{co}} = \frac{n(t)}{n_o} = \left( \frac{t}{t_o} \right)^{1/2} \quad (3-50)$$

A partir dos princípios de Mecânica da Fratura, pode-se relacionar a taxa de liberação de energia (G) com a tenacidade a fratura (K) como já visto anteriormente.

$$G = \frac{K^2}{E} \quad (3-51)$$

Utilizando a equação (3-50) e (3-51), pode-se obter a variação da tenacidade à fratura da junta soldada em relação ao tempo de cura da união segundo a equação (3-52).

$$\frac{K_I(t)}{K_{I_o}} = \left( \frac{t}{t_o} \right)^{1/4} \quad (3-52)$$

Utilizando corpos de prova compactos de tração de polimetil-metacrilato (PMMA) e estireno acrilnitrila (SAN), Jud et al (1981) obtiveram a comprovação experimental do modelo de resistência à fratura das juntas soldadas dependente do tempo de cura e traduzida na equação (3-52). Para isso, os corpos de prova foram aquecidos a temperaturas de 1 a 15°K acima da temperatura de transição vítrea do SAN e PMMA (Tg ~ 375° K) e mantidos em contato por diferentes tempos antes do teste de ruptura. Assim, pode-se avaliar a tenacidade à fratura da união soldada em relação ao tempo de cura e a temperatura do material acima de Tg.

Os resultados obtidos por Jud et al (1981) aparecem na figura 3-22.

A partir desses resultados, os autores observaram que pequenas alterações de temperatura acima de Tg provocam grandes variações na tenacidade à fratura da união soldada.

Os experimentos constataram que a resistência da união soldada é muito sensível em relação à variação da temperatura, e pode ser explicada pela dependência exponencial da temperatura na equação (3-49) que estima o coeficiente de difusão de cadeias.

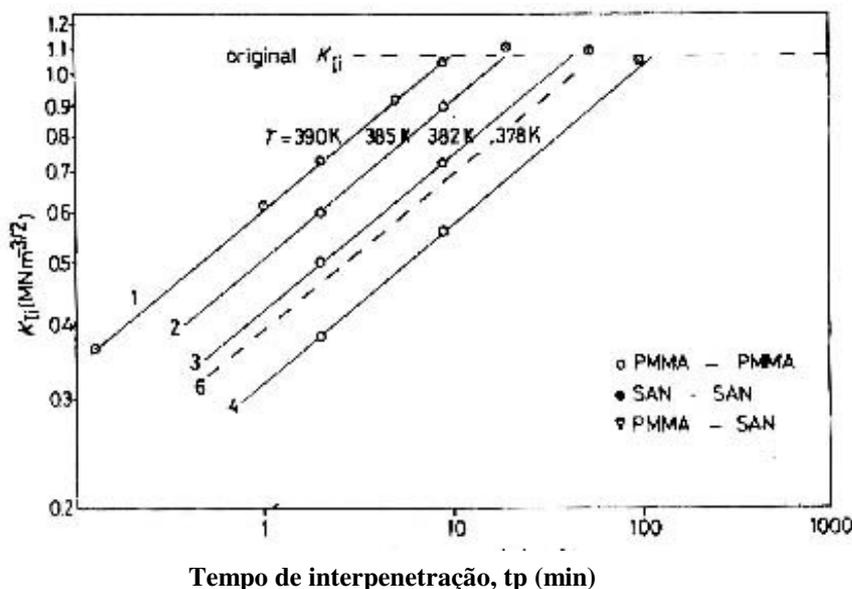


Figura 3-22 Gráfico bi-logarítmico da tenacidade à fratura ( $K_{IIc}$ ) contra o tempo de interpenetração ( $t_p$ ) obtida por Jud et al. (1981)

### 3.4.2 Modelos Teóricos de Resistência de Linhas de Solda de Injeção.

Utilizando os princípios nos quais se basearam as publicações de Jud et al. (1981) e Wool et al. (1989), Thomas J. Pecorini (1997) utilizou o modelo de difusão de cadeias para a análise da resistência de linhas de solda em peças injetadas com uma abordagem pela Mecânica da Fratura, tratando a linha de solda como uma trinca aguda. Os modelos de difusão molecular e de interpenetração de cadeias através da superfície de solda foram empregados por Pecorini para a avaliação da cura transiente da linha de solda em plásticos amorfos.

Desta maneira, o cálculo teórico da resistência de peças com linhas de solda poderia ser realizado em duas etapas sucessivas, onde a primeira é a determinação de uma trinca equivalente à linha de solda, e a segunda é o cálculo dos parâmetros da Mecânica da Fratura associados à trinca equivalente e às cargas aplicadas na peça.

Pecorini considerou a natureza transiente da cura das linhas de solda segundo a formulação proposta por Jud et al. (1981), rescrita a seguir por conveniência.

$$\langle \Delta x^2(t) \rangle = 2 D_s t \quad (3-53)$$

A profundidade instantânea de interpenetração de cadeias  $\Delta x$  será obtida através do cálculo do coeficiente de difusão das cadeias “Ds”.

$$D_s = \left( \frac{\rho RT}{270} \right) \left( \frac{M_c}{M} \right)^2 \left( \frac{Rg^2}{M} \right) \left( \frac{1}{\eta_{Mc} \cdot \exp\left(\frac{E_a}{RT}\right)} \right) \quad (3-54)$$

A cura completa da linha de solda está associada à interpenetração resultante entre as cadeias macromoleculares das duas frentes de fluxo, após decorrido um tempo “t” suficiente para que o polímero alcance a temperatura de transição vítrea. Uma representação geométrica simples do entrelaçamento e da difusão de cadeias através da interface aparece na figura 3-23.

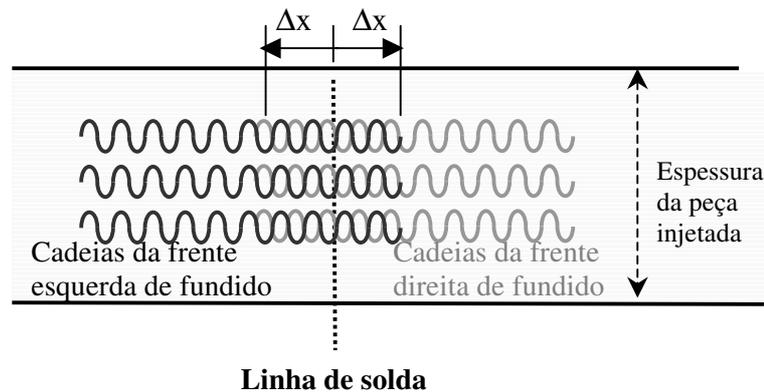


Figura 3-23 Interpenetração de macromoléculas em um dado instante de tempo “t”.

Observa-se que a difusão de macromoléculas é uma função da temperatura que, por sua vez, também é uma função transiente. O resfriamento não uniforme através da espessura da peça provocará o aparecimento de um gradiente de temperaturas na direção desta espessura.

A temperatura varia muito mais rapidamente na superfície da peça injetada do que em seu núcleo, já que a superfície está em contato direto com as paredes do molde durante seu resfriamento. Assim, uma análise de difusão simplista do polímero, considerando condições térmicas uniformes, poderia acarretar graves erros no cálculo da interpenetração de cadeias associadas à linha de solda.

Um resfriamento rápido perto das paredes do molde levará a uma menor difusão e portanto a uma menor resistência da linha de solda na casca externa da peça comparada com a resistência maior do material no núcleo onde o resfriamento será mais lento. Desta forma, um perfil de temperaturas ao longo da espessura da peça poderá ser encontrado através de uma análise de transferência de calor em regime não-permanente.

Assim, a qualidade da união soldada poderá ser teoricamente obtida pela combinação do perfil de temperaturas através da espessura da peça com o cálculo do coeficiente de difusão a cada instante de tempo.

A título de ilustração, a evolução da temperatura do polímero no interior do molde poderá ser descrita por meio de uma função  $T(x,t)$ , onde “ $x$ ” é a distância da espessura média até a parede do molde e “ $t$ ” é o tempo decorrido a partir do encontro de frentes de fluxo, como ilustra a figura 3-24 .

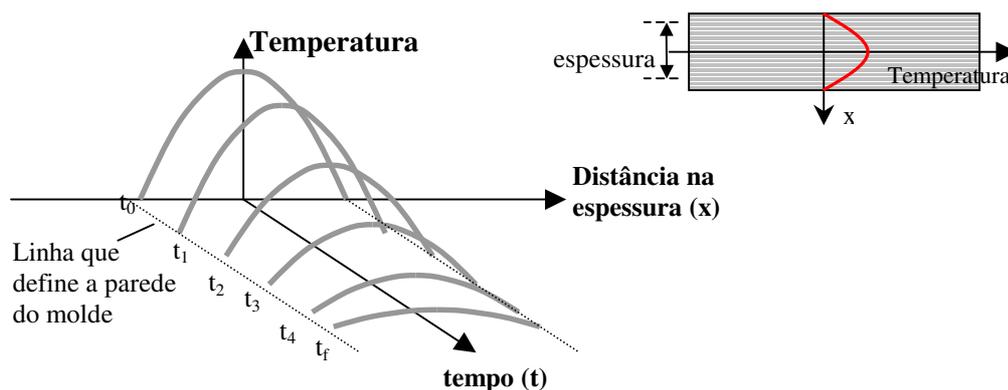


Figura 3-24 Curvas de resfriamento através da espessura da peça. O plano  $x = 0$  coincide com a meia espessura da peça. (Volpato et al. – 2000)

Integrando a equação (3-53) em relação ao tempo de resfriamento “ $t$ ”, obtém-se a distância de interpenetração total durante o resfriamento em qualquer coordenada “ $x$ ” ao longo da espessura na junção das frentes de fundido.

$$\langle \Delta x^2 \rangle = 2 \int_0^{t_f} D_s(x, T(x, t)) dt \quad (3-55)$$

Os intervalos de integração são os instantes  $t = 0$  s, onde ocorre o contato inicial das frentes de fluxo, e o tempo “ $t_f$ ” em que a temperatura em determinada

posição ao longo da espessura alcança a temperatura de transição vítrea (temperatura na qual a difusão na interface de solda cessa).

Assim, determinando-se a temperatura do plástico fundido na superfície de encontro de fluxo, pode-se obter a curva de interpenetração ( $\Delta x$ ) de cadeias ao longo da espessura da peça, ao longo do tempo e ao longo da espessura, como mostra a figura 3-25. O comprimento da trinca corresponde à profundidade “x” onde distância de interpenetração ( $\Delta x$ ) não é suficiente para produzir um nível mínimo de entrelaçamento entre as cadeias moleculares das duas frentes.

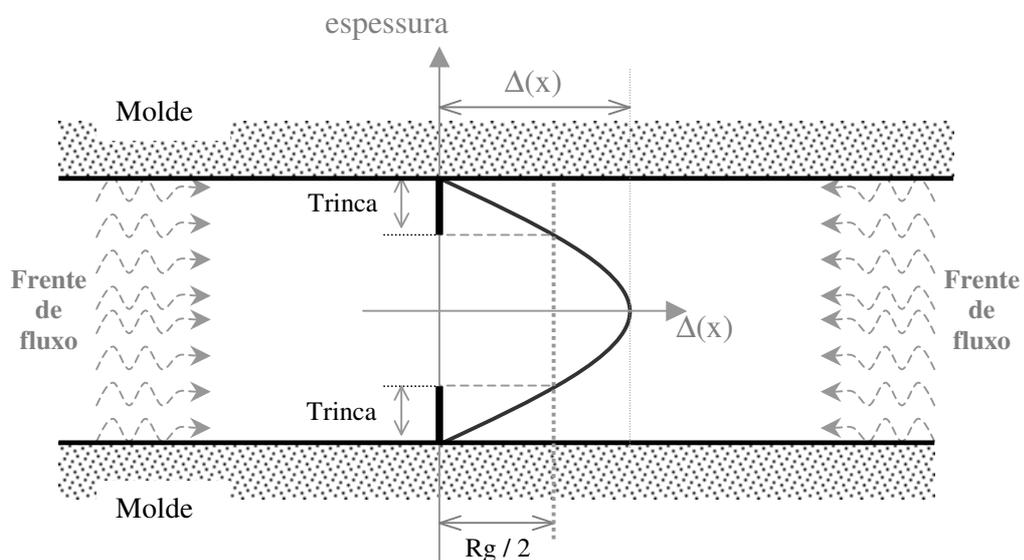


Figura 3-25 Curva de Interpenetração de cadeias  $\Delta(x)$  e determinação da Trinca Equivalente através da análise de difusão

A distância mínima ( $\Delta_{\min}$ ) de interpenetração de cadeias macromoleculares necessária para restabelecer a resistência do material na superfície de solda é descrita por Jud et al. (1981) como sendo a metade de “ $R_g$ ”, uma propriedade física do material polimérico chamado “Raio de Giração”, já mencionado anteriormente e utilizado na determinação do coeficiente de difusão ( $D_s$ ).

$$\Delta_{\min} = \frac{R_g}{2} \quad (3-56)$$

A figura 3-25 indica o comprimento da trinca associada à linha de solda, obtido a partir da interseção da curva de interpenetração de cadeias ( $\Delta x$ ) com a linha

que determina o valor mínimo de interpenetração para a cura total da junta, ou seja, a medida da metade do raio de giração ( $R_g/2$ ).

Pecorini (1997) descreveu alguns resultados da aplicação do modelo teórico de difusão de cadeias para a previsão e quantificação da trinca equivalente às linhas de solda formadas em corpos de prova normalizados de plástico amorfo, no caso, propionato acetato de celulose (PAC). Em seu trabalho, Pecorini apresentou os resultados obtidos em relação ao comprimento das trincas equivalentes obtidas a partir do modelo teórico de difusão, bem como comprovou experimentalmente estes comprimentos a partir de corpos de prova normalizados que continham linhas de solda formadas nas condições contempladas pelo modelo teórico.

Para a avaliação experimental dos comprimentos das trincas equivalentes às linhas de solda, Pecorini (1997) utilizou dois tipos de corpos de prova previstos em normas ASTM específicas para avaliação das características mecânicas em plástico:

- Corpos de flexão de três pontos ( Three Point Bend Specimens -TPBS), segundo a norma ASTM D5045 para a avaliação de tenacidade à fratura sob impacto.
- Corpos de tração para baixas taxas de deformação segundo a norma ASTM D638 em corpos sem a linha de solda.

Inicialmente foi obtida a tenacidade crítica à fratura do material Propionato Acetato de Celulose (PAC), utilizando corpos de flexão de três pontos sem linha de solda e com trincas usinadas com dimensões controladas. Com isso pôde-se determinar o fator  $K_{Ic}$  e, em seguida, determinar experimentalmente a trinca equivalente à linha de solda.

Para a determinação experimental da trinca equivalente, corpos de flexão de três pontos foram injetados em diferentes temperaturas (200, 220, 240, 260 e 280°C), formando uma linha de solda em seu comprimento médio. O teste de impacto nesses corpos de prova foi realizado posicionando-os de maneira tal que a linha de solda simulava a trinca ainda desconhecida e prevista no teste padrão.

Desta maneira, o comprimento ( $a_w$ ) da trinca equivalente pôde então ser determinado a partir dos testes experimentais segundo a equação (3-57), baseada na Mecânica da Fratura frágil. Nesta equação,  $K_{Ic}$  é a tenacidade crítica do material determinada anteriormente,  $Y$  é o fator de forma associado ao corpo de prova e

calculado como  $\sqrt{\pi}$  para trincas de pequena dimensão comparadas com as dimensões da placa.

$$a_w = \frac{K_{Ic}^2}{Y^2 \sigma_f^2} \quad (3-57)$$

A tensão de flexão  $\sigma_f$  atuante no corpo durante o impacto, é calculada segundo a equação (3-58).

$$\sigma_f = \frac{6 S P_f}{4 B H^2} \quad (3-58)$$

Na equação (3-58), “ $P_f$ ” é carga máxima obtida no teste de impacto e que é suficiente para provocar a propagação frágil da trinca existente (linha de solda). Os demais parâmetros da equação são representados na figura 3-26.

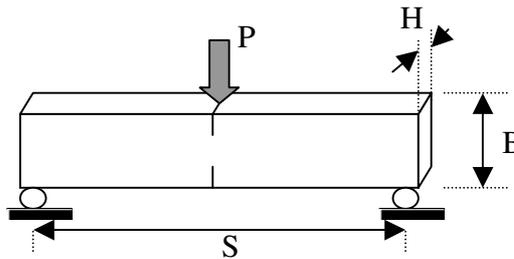


Figura 3-26 Corpo de Flexão de três pontos – Norma ASTM D5045

Nos testes de impacto, as barras injetadas em temperaturas de 280° C escoam ao invés de fraturarem fragilmente. Esta situação ocorre quando a trinca não tem comprimento suficiente para que resistência à fratura seja inferior a resistência ao escoamento do material. Segundo Pecorini (1997), o comprimento de trinca crítico a partir do qual o material se rompe fragilmente sob impacto sem escoar é dado por (3-59), onde  $\sigma_y$  é a tensão de escoamento do material plástico.

$$a_c = \frac{K_c^2}{Y^2 \sigma_y^2} \quad \begin{cases} a < a_c \rightarrow \text{ocorre escoamento} \\ a \geq a_c \rightarrow \text{ocorre ruptura frágil} \end{cases} \quad (3-59)$$

A tensão de escoamento característica do material plástico empregado por Pecorini (PAC) é de 65 MPa. Aplicando-se esta tensão na equação (3-59), resulta na

dimensão de trinca crítica de 0.09 mm, abaixo da qual o corpo escoava ao invés de se romper fragilmente.

O valor da tenacidade a fratura crítica do material Propionato Acetato de Celulose encontrado nos teste de fratura foi de  $K_{Ic} = 1.10 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ .

A figura 3-27 apresenta as curvas de interpenetração obtidas por Thomas J. Pecorini (1997) para as temperaturas de injeção de polímero de 200, 220, 240, 260 e 280 ° C. Como se pode observar nessa figura, os corpos injetados a 280 °C apresentaram trincas determinadas tanto experimentalmente quanto através do modelo teórico, de cerca de 0.08 mm, ficando assim abaixo do comprimento crítico de 0.09 mm característico do material e confirmando as expectativas teóricas formuladas no problema de fratura.

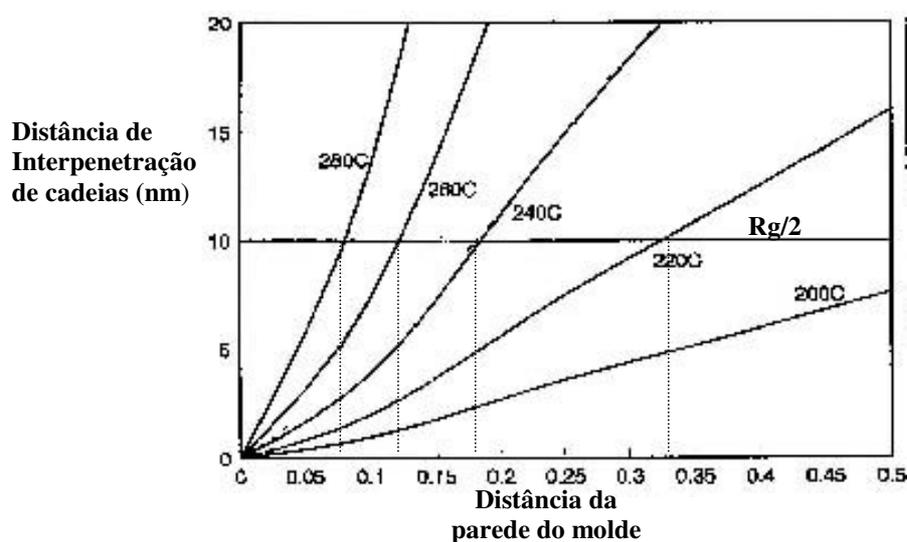


Figura 3-27 Curvas de Interpenetração de Cadeias ( $L_x$ ) obtidas por Thomas J. Pecorini (1997)

Após realizadas as análises experimentais para determinar a tenacidade à fratura do material e os comprimentos de trinca equivalentes às linhas de solda, Pecorini (1997) realizou a análise teórica do comprimento das trincas equivalentes utilizando os modelos de difusão e interpenetração de cadeias através da interface.

A determinação teórica do comprimento de linha de solda, através do modelo de difusão de cadeias, necessita de um análise de transferência de calor prévia entre o material fundido e as paredes do molde. Pecorini utilizou um modelo

simplificado de condução transiente chamado de “Função Erro de Gauss” para a previsão do resfriamento da peças injetadas (corpos de prova) durante o processo de injeção. Segundo Kreith (1973), a função Erro de Gauss é a particularização unidimensional do modelo de condução de calor transiente em corpos semi infinitos e que pode ser escrita segundo a equação (3-60).

$$\frac{T(x,t) - T_{\infty}}{T_m - T_{\infty}} = G\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right) \quad (3-60)$$

onde:

$$G\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{x/2\sqrt{\alpha t}} e^{-\beta^2} d\beta$$

Os parâmetros da equação (3-60) que definem a Função Erro de Gauss são: “x” - distância ao longo da espessura da peça plástica a partir da parede do molde; “T<sub>∞</sub>” - temperatura do molde; “T<sub>m</sub>” - temperatura inicial do fundido; “t” - tempo decorrido de resfriamento desde o momento do encontro de frentes de fluxo; G - Função Erro de Gauss; e α é dado pela relação α = k / (ρ.C<sub>p</sub>), onde “k” - condutibilidade térmica do plástico; “ρ” - massa específica do plástico; “C<sub>p</sub>” - calor específico do plástico.

A hipótese de corpos semi-infinitos determina que a temperatura do molde de injeção seja constante e a distribuição de temperaturas do material plástico fundido em contato com a superfície do molde é a mesma que a do molde; assim o molde cumpre a função de uma placa infinitamente espessa no modelo teórico de Gauss. As condições de contorno impostas no modelo teórico simplificado de condução de calor utilizadas por Pecorini foram as seguintes:

- a) A distribuição de temperaturas no molde é constante e uniforme.
- b) A temperatura do fundido no instante do encontro entre as duas frentes de fluxo, coincide com a temperatura no momento em que inicia a entrada de material na cavidade do molde.
- c) O coeficiente de transmissão de calor sobre a face do molde é constante e uniforme.
- d) O fluxo de calor é muito mais lento através do polímero que através do molde.

Uma boa aproximação foi encontrada no trabalho de Pecorini entre os valores para o comprimento de trinca equivalente teoricamente obtidos pelos cálculos de difusão e os valores experimentais decorrentes dos testes normalizados e avaliações de Mecânica da Fratura, validando assim o modelo teórico por ele proposto.

A tabela 3-3 apresenta um resumo dos resultados obtidos por Pecorini para os comprimentos de trincas equivalentes à linhas de solda. Pode-se observar que o modelo teórico apresenta comprimentos de trinca cujos valores são mais próximos dos experimentais, quanto menor é a temperatura de injeção.

Tabela 3-3 Resultados dos comprimentos de trincas equivalentes às linhas de solda formadas em corpos injetados em diferentes temperaturas (Pecorini-1997).

Temperatura do Fundido (°C)	Comprimento teórico (mm)	Comprimento experimental (mm)
200	0.6	0.50 ± 0.05
220	0.32	0.31 ± 0.07
240	0.18	0.14 ± 0.01
260	0.12	0.16 ± 0.02
280	0.08	0.06 ± 0.01

Outra aplicação do modelo teórico de difusão de cadeias para avaliar o comprimento da trinca equivalente à linha de solda na interface de peças injetadas em dois estágios foi realizada por Huang e Chen (1999). A injeção em dois estágios é uma técnica pela qual se obtém peças plásticas através de duas etapas sequenciais de injeção. O material fundido é injetado parcialmente em um molde e, em seguida, resfriado. O material fundido que forma a outra parte da peça é injetado na sequência, após abertura de uma gaveta do molde. Um exemplo da aplicação desta técnica são as lanternas traseiras de automóveis.

A interface que une a porção injetada na primeira com a segunda fase constitui uma junta soldada cujas características mecânicas são semelhantes às de linhas de solda formadas em processos convencionais de injeção. Entretanto, agora se esperam maiores níveis de fragilização da peça, pois a segunda porção de material fundido que entra no molde deverá trocar calor não só com as paredes do mesmo, mas também com o material plástico já solidificado da primeira fase da injeção.

Huang e Chen estudaram a resistência das interfaces em peças de poliestireno injetadas em dois estágios utilizando os mesmos modelos de difusão de cadeias moleculares empregados no estudo de linhas de solda convencionais.

O teste de tração com a baixa taxa de deformação de 5 mm/min utilizado por Hung e Chen poderia ser justificado pelo tipo de plástico que constituiu os corpos de prova, ou seja, o poliestireno cristal (PS) que é um plástico frágil. Para os plásticos frágeis como o PS, espera-se que a taxa de deformação tenha uma influência muito menor na avaliação da fratura em linhas de solda do que plásticos com escoamento e baixa tenacidade a fratura como o Propionato Acetato de Celulose (PAC) utilizado por Pecorini (1997).

A tabela 3-4 apresenta os resultados obtidos por Hung e Chen (1999) relacionando  $\sigma_w/\sigma$  com a temperatura do fundido no segundo estágio de injeção, onde  $\sigma_w$  é a tensão de ruptura do corpo com linha de solda e  $\sigma$ , sem linha de solda. O estudo comprova novamente a validade do modelo de difusão para a avaliação do comprimento da trinca equivalente à linha de solda.

Tabela 3-4 Enfraquecimento de corpos injetados em dois estágios obtidos por Huang e Chen (1999) para a temperatura do molde de 50°C

Temperatura do Fundido (°C)	$\sigma_w / \sigma$ Teórico	$\sigma_w / \sigma$ Experimental
200	0.2390	0.221
210	0.2791	0.301
220	0.3226	0.365
230	0.3610	0.373
240	0.3876	0.376
250	0.4089	0.389
260	0.4266	0.436

Este capítulo apresentou um breve resumo dos conceitos ligados à Mecânica da Fratura Frágil, como a tenacidade à fratura e a taxa de liberação de energia elástica. Foram analisados ainda algumas aspectos importantes da aplicação desses conceitos em materiais plásticos.

Após obtida a “trinca equivalente” à linha de solda pelo modelo de difusão de cadeias moleculares, os conceitos descritos neste capítulo serão aplicados para a avaliação da resistência da peça plástica com linhas de solda.

## **4 ASPECTOS DE MECÂNICA DA FRATURA COMPUTACIONAL**

Nos dias atuais, os problemas de engenharia são solucionados muito mais por técnicas numéricas aproximadas do que por soluções exatas. As dificuldades na obtenção das soluções analíticas podem ir desde a descrição das complexas e arrojadas geometrias propostas para as estruturas modernas, até mesmo para a descrição matemática dos fenômenos físicos que regem o problema.

Dentre os diversos procedimentos numéricos desenvolvidos nos últimos anos, um método muito empregado é o dos Elementos Finitos (MEF).

O Método dos Elementos Finitos é uma técnica de solução para a determinação de soluções aproximadas dos problemas de valor de contorno. Estes problemas podem ser associados a um sistema de equações que se relaciona ao domínio contínuo e a algumas condições aplicadas no contorno  $\Gamma$  (ver a figura 4-1).

Em um domínio contínuo  $\Omega$ , a variável de campo característica do problema (como temperatura, deslocamento, pressão) assume um valor para cada grau de liberdade. Num meio contínuo, constituído de infinitos pontos, rigorosamente a solução seria determinada por um número infinito de variáveis não conhecidas. O procedimento básico do Método dos Elementos Finitos consiste na divisão deste domínio contínuo  $\Omega$  em regiões denominadas de elementos, definidos e interligados entre si por um número finito de nós, transformando assim o problema contínuo em discreto. No interior de cada elemento, as variáveis de campo são aproximadas por meio de expansões polinomiais dos valores nodais, empregando-se para tanto, funções de interpolação. As funções de aproximação ou de interpolação são definidas em termos dos valores nodais da variável campo. Os valores nodais são as incógnitas que devem ser encontradas, e, uma vez conhecidas, poderão gerar a solução aproximada para todo o domínio do problema. Desta forma, o grau de aproximação

da solução por elementos finitos dependerá tanto do tamanho e número de elementos utilizados para sub-dividir o domínio contínuo de solução como também do grau das funções de interpolação selecionadas.

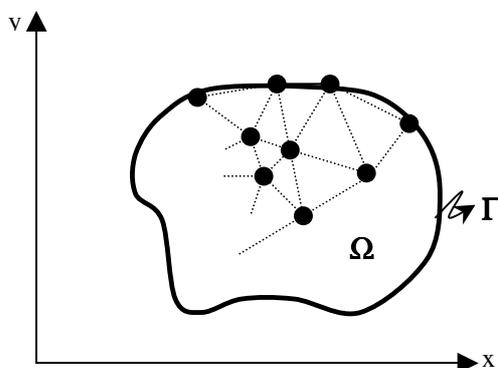


Figura 4-1 Divisão do domínio plano  $\Omega$  em elementos finitos triangulares

Segundo Liebowitz e Moyer (1989), a Mecânica da Fratura também tem sido beneficiada significativamente pela tecnologia dos elementos finitos. Desta forma, este trabalho propõe o uso do Método dos Elementos Finitos para a solução aproximada do problema da linha de solda formada em plásticos amorfos frágeis.

Baseando-se nas obras de Huebner (1975), Zienkiewicz e Taylor (1989), Carey e Oden (1984), Bathe (1996), Cook (1981) e Brebbia e Ferrante (1975), este capítulo desenvolve uma breve revisão dos conceitos essenciais do Método dos Elementos Finitos aplicado à Mecânica do Contínuo e à Mecânica da Fratura Linear Elástica. No anexo 3, será apresentada uma revisão do Método dos Elementos Finitos aplicado aos problemas de condução de calor.

#### 4.1 Formulação de Elementos Finitos na Mecânica do Contínuo

Para o corpo contínuo  $\Omega$  formado por material elástico linear e sujeito às forças de corpo  $F_b$  e forças de superfície  $\vec{t}$ , conforme mostra a figura 4-2, a energia potencial total  $\Pi$  pode ser escrita segundo a equação (4-1).

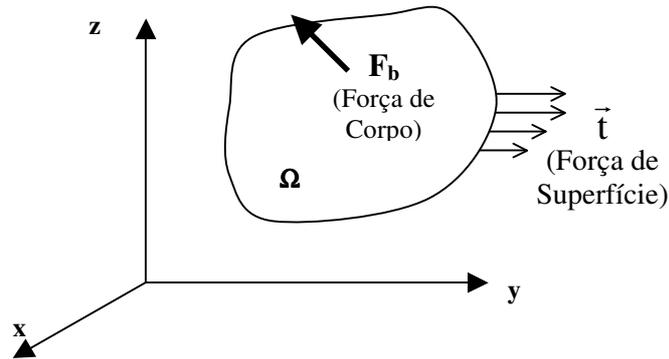


Figura 4-2 Corpo Elástico tridimensional onde agem forças de corpo ( $F_b$ ) e forças de superfície ( $\vec{t}$ ).

$$\Pi = \int_{\Omega} \left[ \frac{1}{2} \{\epsilon\}^T [C] \{\epsilon\} \right] d\Omega - \int_V \{\delta\}^T \{F_b\} dV - \int_{\Gamma} \{\delta\}^T \{\vec{t}\} d\Gamma \quad (4-1)$$

Considerando a discretização por meio de uma malha de elementos finitos no domínio  $\Omega$  do corpo, pode-se escrever o vetor  $\{\delta\}^{(e)}$  de deslocamentos dentro de um elemento (e) como uma combinação linear dos seus deslocamentos nodais, utilizando as funções de interpolação, tal como mostrado na equação (4-2).

$$\begin{Bmatrix} u(x, y, z) \\ v(x, y, z) \\ w(x, y, z) \end{Bmatrix} = \{\delta\}^{(e)} = [N] \{\delta\} \quad (4-2)$$

$$\{\delta\}^{(e)} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & \dots & N_r & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & \dots & 0 & N_r & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & \dots & 0 & 0 & N_r \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \\ \vdots \\ u_r \\ v_r \\ w_r \end{Bmatrix}$$

onde  $\{\delta\}$  é o vetor de deslocamentos nodais e  $[N]$  é a matriz de funções de forma.

Com o vetor de deslocamentos nodais, aplicando-se as relações deformação - deslocamento, obtém-se:

$$\{\varepsilon\}^{(e)} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yz} \end{Bmatrix} = [D] \{\delta\}^{(e)} = \begin{bmatrix} \partial/\partial x & 0 & 0 \\ 0 & \partial/\partial y & 0 \\ 0 & 0 & \partial/\partial z \\ \partial/\partial y & \partial/\partial x & 0 \\ \partial/\partial z & 0 & \partial/\partial x \\ 0 & \partial/\partial z & \partial/\partial y \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u(x,y,z) \\ v(x,y,z) \\ w(x,y,z) \end{Bmatrix} \quad (4-3)$$

Por meio da lei de Hooke, relacionam-se as tensões e a deformações, tal como:

$$\{\sigma\}^{(e)} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} = [C] \{\varepsilon\}^{(e)} = [C] [D] \{\delta\}^{(e)} \quad (4-4)$$

onde [C] é a matriz das relações constitutivas do material e [D] a matriz dos operadores diferenciais que aparece em (4-3).

Substituindo a equação (4-2) em (4-3), obtêm-se a expressão das deformações específicas dentro do elemento (e) através das funções de forma [N]:

$$\{\varepsilon\}^{(e)} = \begin{bmatrix} \partial/\partial x & 0 & 0 \\ 0 & \partial/\partial y & 0 \\ 0 & 0 & \partial/\partial z \\ \partial/\partial y & \partial/\partial x & 0 \\ \partial/\partial z & 0 & \partial/\partial x \\ 0 & \partial/\partial z & \partial/\partial y \end{bmatrix} [N] \{\delta\}^{(e)} = [B] \{\delta\}^{(e)} \quad (4-5)$$

A matriz [B] na equação (4-5) é definida como a matriz das derivadas das funções de forma do elemento (e). Uma vez que o vetor de deformações específicas foi definido em relação aos deslocamentos nodais, pode-se rescrever o funcional de energia potencial total do elemento como mostrado na equação (4-6).

$$\begin{aligned} \Pi^{(e)} = & \int_{\Omega^{(e)}} \left[ \frac{1}{2} \{\delta\}^{(e)T} [B]^T [C] [B] \{\delta\}^{(e)} \right] d\Omega^{(e)} - \\ & \int_{\Omega^{(e)}} \{\delta\}^{(e)T} [N]^T \{F_b\}^{(e)} d\Omega^{(e)} - \int_{\Gamma^{(e)}} \{\delta\}^{(e)T} [N]^T \{t\}^{(e)} d\Gamma^{(e)} \end{aligned} \quad (4-6)$$

Pelo princípio variacional, a condição de equilíbrio de cada elemento é alcançada quando sua energia potencial é mínima ( $\delta\Pi^{(e)} = 0$ ). O processo de minimização do funcional associado a problemas comuns da elasticidade leva a um sistema de equações algébricas lineares como indica a equação (4-7), cujo vetor  $\{\delta\}$  são os deslocamentos nodais a serem determinados,  $\{F\}$  é o vetor de forças nodais e  $[K]$  é a matriz de rigidez da estrutura.

$$\{F\}=[K]\{\delta\} \quad (4-7)$$

Assim, a equação (4-6) resulta em:

$$\int_{\Omega(e)} [B]^T [C] [B] \{\delta\}^{(e)} d\Omega_{(e)} - \int_{\Omega(e)} [N]^T \{F_b\}^{(e)} d\Omega_{(e)} - \int_{\Gamma(e)} [N]^T \{t\}^{(e)} d\Gamma_{(e)} = 0 \quad (4-8)$$

A equação (4-8) pode ser rescrita dentro de cada elemento como:

$$[K]^{(e)} \{\delta\}^{(e)} = \{F\}^{(e)} = \{F_b\}^{(e)} + \{F_t\}^{(e)} \quad (4-9)$$

onde:

$$[K]^{(e)} = \int_{\Omega(e)} [B]^T [C] [B] d\Omega_{(e)} \quad \text{matriz de rigidez} \quad (4-10)$$

$$\{F_b\}^{(e)} = \int_{\Omega(e)} [N]^T \{F_b\}^{(e)} d\Omega_{(e)} \quad \text{vetor de força de corpo}$$

$$\{F_t\}^{(e)} = \int_{\Gamma(e)} [N]^T \{t\}^{(e)} d\Gamma_{(e)} \quad \text{vetor de força de superfície}$$

Para o caso de elementos de Estado Plano de Tensões e material isotrópico, a matriz constitutiva  $[C]$  é dada pela equação (4-11), onde “E” é o módulo elástico e “v” é o coeficiente de Poisson.

$$[C] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix} \quad (4-11)$$

Analogamente, para o caso de Estado Plano de Deformações, a matriz constitutiva  $[C]$  é dada pela equação (4-12).

$$[C] = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \nu/(1-\nu) & 0 \\ \nu/(1-\nu) & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-2\nu)/[2(1-\nu)] \end{bmatrix} \quad (4-12)$$

Considerando que o elemento de estado plano possui uma espessura “t” uniforme, o volume infinitesimal  $d\Omega$  pode ser escrito segundo a equação (4-13), onde “ $\Delta$ ” é a área plana do elemento.

$$d\Omega_{(e)} = t \cdot dx \, dy = t \cdot \Delta_{(e)} \quad (4-13)$$

Assim, no caso particular de Estado Plano de Tensões ou de Deformações, a matriz de rigidez pode ser expressa por:

$$[K]^{(e)} = \int_{A(e)} [B]^T [C] [B] t \, dx \, dy \quad (4-14)$$

## 4.2 Aplicação do Método dos Elementos Finitos à Mecânica da Fratura Linear Elástica

Utilizando os conceitos apresentados no capítulo 3, observa-se que a aplicação de uma tensão  $\sigma$  na placa formada de material elástico linear e com larguras muito maiores que o tamanho de sua falha central, tal como mostra a figura 4-3, leva a um fator de intensidade de tensões na ponta da trinca segundo a equação (4-15).

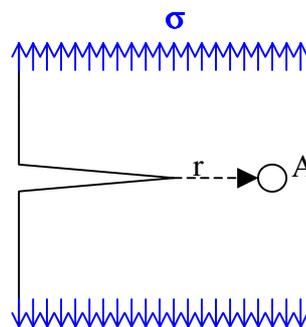


Figura 4-3 Porção de uma placa plana de espessura “t” e larguras muito maiores que o tamanho da trinca.

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} [\sigma \sqrt{2\pi r}] \quad (4-15)$$

Ou ainda, em termos do deslocamento “u” que se desenvolve na direção da aplicação da tensão  $\sigma$ , chega-se à:

$$K_I = \frac{2\mu}{\kappa + 1} \lim_{r \rightarrow 0} \left[ u \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \right] \quad (4-16)$$

Segundo Anderson (1995), as análises de problemas da Mecânica da Fratura Frágil pelo Elementos Finitos em formulações baseadas em deslocamentos são mais precisas do que aquelas obtidas por formulações baseadas em tensões. Isto porque, nestas últimas, são necessárias derivadas dos valores nodais e das funções de interpolação, resultando assim, em aproximações de menor ordem. Entretanto, a utilização de elementos finitos comuns em cálculos de fratura pode exigir um refino de malha elevado na região da ponta da trinca para que se alcance precisão razoável.

Liebowitz e Moyer (1989) descrevem que as primeiras implementações do Método dos Elementos Finitos para problemas de fratura consideravam elementos convencionais que ignoravam a singularidade do campo de tensões e deslocamentos ao redor da ponta da trinca. Desta maneira, malhas extremamente finas foram aplicadas para avaliar a deformação com erros razoáveis, mas ao redor da ponta da trinca as soluções nunca ofereceram resultados aceitáveis.

A utilização de elementos finitos especiais ao redor da ponta da trinca para cálculos de Mecânica da Fratura permite reduzir o tamanho da malha exigida. São introduzidas características especiais nesses elementos que incorporam as singularidades de tensões e deslocamentos.

Em problemas da elasticidade, para se levar em conta a singularidade de tensões, pode-se utilizar do procedimento ilustrado na figura 4-4.

O elemento (a) da figura 4-4 é um elemento quadrilátero isoparamétrico cujos nós 1, 4 e 8 são colapsados, formando um elemento triangular (b) degenerado, onde os nós 5 e 7 foram deslocados à posição um quarto a partir da ponta da trinca (nó 1) ao longo dos lados que emanam deste ponto.

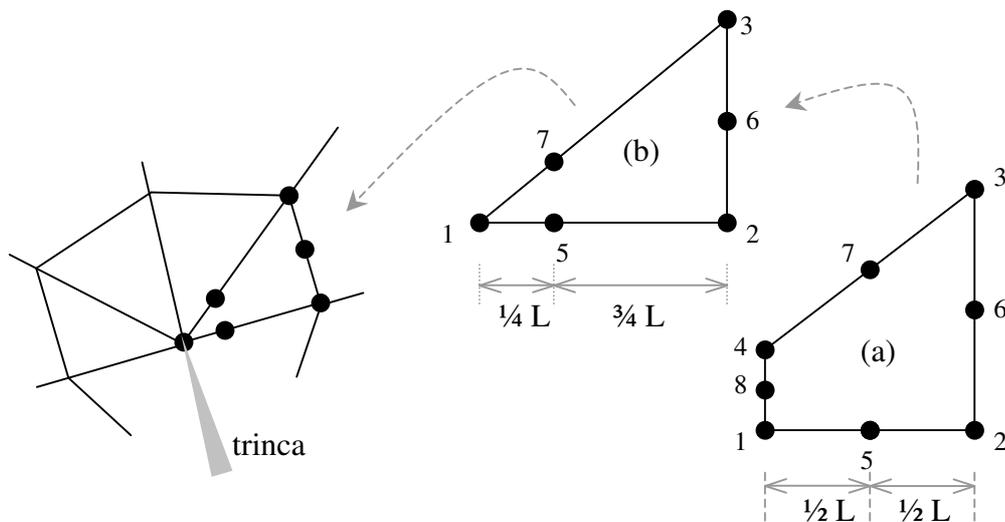


Figura 4-4 Elemento Finito Triangular de estado plano utilizado para modelar a região ao redor da ponta da trinca :  
 (a) – elemento quadrilátero isoparamétrico  
 (b)– elemento triangular degenerado.

Liebowitz e Moyer (1989) enfatizam dois pontos importantes a respeito dos elementos com nós deslocados, também chamados de elementos “quarter-point”:

a) O elemento “quarter-point” pode ser usado como qualquer elemento finito quadrilateral de oito nós (para problemas planos) ou elemento comum com a forma de “tijolo” de vinte nós (para problemas tridimensionais). Na definição da malha, o usuário poderá modificar o elemento e deslocar os nós vizinhos à ponta da trinca.

b) A singularidade é produzida sem a suposição do campo de deslocamento em estado plano de deformações, isto é, sem a necessidade de se empregar expressões da Mecânica da Fratura deduzidas no capítulo 3. O efeito da singularidade está diretamente embutido na própria formulação do elemento, conforme será visto adiante.

#### 4.2.1 Elemento Quadrilátero de Estado Plano com Campo Singular de Deformações.

Para ilustrar a consideração da singularidade de tensões e deslocamentos nos elementos com nós deslocados, seja o elemento isoparamétrico quadrático de oito nós da figura 4-5.

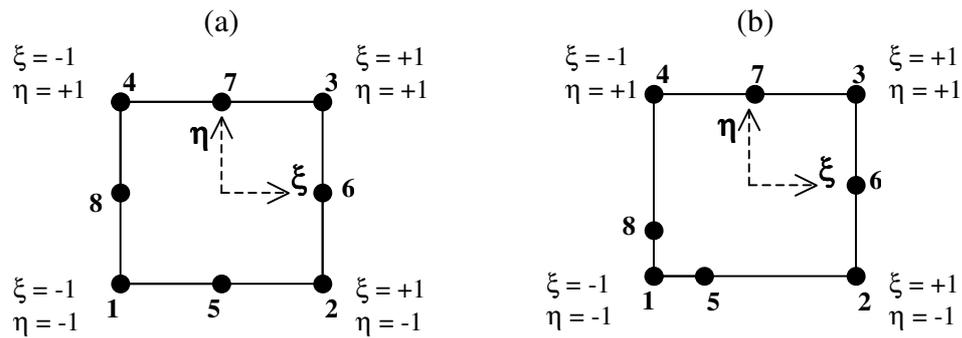


Figura 4-5 (a) Elemento quadrilátero isoparamétrico de oito nós;  
(b) Elemento isoparamétrico com nós 5 e 8 deslocados .

As funções de interpolação para o elemento quadrilátero de estado plano, isoparamétrico de oito nós, como mostra a figura 4-5(a), podem ser escritas em coordenadas paramétricas  $(\xi, \eta)$  como mostra a equação (4-17).

$$N_i(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1 + \xi\xi_i)(1 + \eta\eta_i)(\xi\xi_i + \eta\eta_i - 1) \quad \text{para os nós 1, 2, 3 e 4}$$

$$N_i(\xi, \eta) = \frac{1}{2}(1 - \xi^2)(1 + \eta\eta_i) \quad \text{para os nós 5 e 7} \quad (4-17)$$

$$N_i(\xi, \eta) = \frac{1}{2}(1 + \xi\xi_i)(1 - \eta^2) \quad \text{para os nós 6 e 8}$$

Nas equações (4-17),  $(\xi_i, \eta_i)$  representam as coordenadas naturais dos nós.

Analisando-se o campo de deslocamento no contorno formado pelos nós 1, 5 e 2 (onde  $\eta = -1$ ), obtêm-se as funções de interpolação  $N_1$ ,  $N_2$  e  $N_5$  como mostra a equação (4-18).

$$N_1 = -\frac{1}{2}\xi(1 - \xi) \quad ; \quad N_2 = \frac{1}{2}\xi(1 + \xi) \quad ; \quad N_5 = (1 - \xi^2) \quad (4-18)$$

Assumindo que o elemento quadrilátero em questão é isoparamétrico, as mesmas funções de interpolação  $N_i$  que expressam as variáveis de campo (deslocamentos  $u$  e  $v$ ) pela combinação dos valores nodais, podem ser usadas para expressar também as coordenadas reais  $(x, y)$  do elemento em função das coordenadas nodais  $(x_i, y_i)$ .

Desta maneira, a abscissa “ $x$ ” do contorno entre os nós 1 e 2 poderá ser mapeada pela coordenada paramétrica “ $\xi$ ” como indica equação (4-19).

$$x = N_1 x_1 + N_2 x_2 + N_5 x_5 \quad \text{ou}$$

$$x = \left[ -\frac{1}{2}\xi(1-\xi) \right] x_1 + \left[ \frac{1}{2}\xi(1+\xi) \right] x_2 + \left[ (1-\xi^2) \right] x_5 \quad (4-19)$$

Colocando a origem do sistema global de coordenadas (x,y) sobre o nó 1, e considerando-se o comprimento do contorno entre os nós 1 e 2 tem um valor “L”, pode-se escrever  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = L$  e  $x_5 = L/4$ . A abscissa “x” do contorno entre os nós 1 e 2 será rescrita como indicada na equação (4-20).

$$x = \left[ \frac{1}{2}\xi(1+\xi) \right] L + \left[ (1-\xi^2) \right] \frac{L}{4} \quad (4-20)$$

Inversamente, pode-se escrever a coordenada paramétrica “ $\xi$ ” em função de “x” como :

$$\xi = -1 + 2\sqrt{\frac{x}{L}} \quad (4-21)$$

As funções de interpolação poderão descrever a variável de campo ou o deslocamento “u” ao longo de todo o contorno entre os nós 1 e 2 como uma combinação linear dos valores nodais de deslocamento.

$$u = N_1 u_1 + N_2 u_2 + N_5 u_5 \quad (4-22)$$

ou seja:

$$u = \left[ -\frac{1}{2}\xi(1-\xi) \right] u_1 + \left[ \frac{1}{2}\xi(1+\xi) \right] u_2 + \left[ (1-\xi^2) \right] u_5$$

Levando a equação (4-21) em (4-22), é possível rescrever o deslocamento “u” ao longo do contorno entre 1 e 2 como função apenas da coordenada real “x” do elemento:

$$u = \left[ -\frac{1}{2} \left( -1 + 2\sqrt{\frac{x}{L}} \right) \left( 2 - 2\sqrt{\frac{x}{L}} \right) \right] u_1 + \quad (4-23)$$

$$1/2 \left[ \left( -1 + 2\sqrt{\frac{x}{L}} \right) \left( 2\sqrt{\frac{x}{L}} \right) \right] u_2 + \left[ 4 \left( \sqrt{\frac{x}{L}} - \frac{x}{L} \right) \right] u_5$$

Pelas relações deformação - deslocamento, chega-se à:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{3}{\sqrt{xL}} - \frac{4}{L} \right) \right] u_1 + \left[ \frac{1}{2} \left( -\frac{1}{\sqrt{xL}} + \frac{4}{L} \right) \right] u_2 + \left[ \left( \frac{2}{\sqrt{xL}} - \frac{4}{L} \right) \right] u_5 \quad (4-24)$$

A equação (4-24) incorpora a singularidade de deformações no contorno entre os nós 1 e 2 devido a presença do fator  $1/\sqrt{x}$ . Percebe-se, no entanto, que esta singularidade acontece apenas nos contornos do elemento onde há deslocamentos dos nós e não em todo seu domínio interno. O campo de deslocamentos também pode ser tratado como singular no interior do elemento, tal como será tratado no item seguinte.

#### 4.2.2 Elemento Finito Triangular de Estado Plano com Campo Singular de Deformações.

Se o elemento da figura 4-5(a) é modificado de maneira que os nós 1, 4 e 8 são unidos e os nós 7 e 5 se aproximam a  $1/4$  da distância do contorno de comprimento  $L$ , pode-se construir o elemento triangular de estado plano para problemas de fratura linear, como mostra a figura 4-6. A investigação anterior da singularidade do campo de deformações no elemento quadrilátero se desenvolveu ao longo apenas do contorno do elemento. No caso dos elementos triangulares especiais para cálculos de Mecânica da Fratura, a singularidade do campo de deformações será observada não somente nos contornos em que houver deslocamento de nós, mas também para todo o domínio interno do elemento.

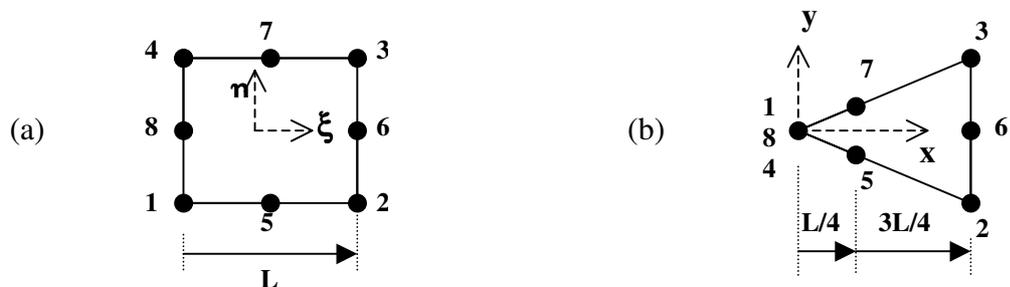


Figura 4-6 (a) Elemento quadrilátero isoparamétrico de oito nós

(b) Elemento triangular com nós 5 e 7 deslocados

Considerando as funções de interpolação  $N_i$  para o elemento triangular quadrático de seis nós e assumindo que o elemento da figura 4-6 é isoparamétrico, pode-se escrever a coordenada global “x” para qualquer ponto interno ao elemento em função das coordenadas paramétricas  $(\xi, \eta)$  e das coordenadas nodais “ $x_i$ ”, segundo a equação (4-25).

$$x = \sum_{i=1}^6 N_i(\xi, \eta) x_i \quad (4-25)$$

As funções de interpolação do elemento triangular plano de seis nós, deduzidas a partir das coordenadas naturais  $L_1, L_2$  e  $L_3$ , podem ser escritas como mostram as equações (4-26) a (4-29), cujos índices obedecem a definição do elemento triangular da figura 4-6(b).

$$N_i = L_i(2L_i - 1) \quad \text{para } i = 1, 2, 3 \quad (4-26)$$

$$N_5 = 4 L_1 L_2 \quad (4-27)$$

$$N_6 = 4 L_2 L_3 \quad (4-28)$$

$$N_7 = 4 L_1 L_3 \quad (4-29)$$

Os parâmetros  $L_1, L_2$  e  $L_3$  são definidas em relação à área “ $\Delta$ ” do elemento triangular e das coordenadas dos nós nos vértices 1, 2 e 3, conforme as equações seguintes:

$$L_1(\xi, \eta) = \frac{1}{2\Delta} (a_1 + b_1\xi + c_1\eta) \quad (4-30)$$

$$L_2(\xi, \eta) = \frac{1}{2\Delta} (a_2 + b_2\xi + c_2\eta) \quad (4-31)$$

$$L_3(\xi, \eta) = \frac{1}{2\Delta} (a_3 + b_3\xi + c_3\eta) \quad (4-32)$$

$$\Delta = \frac{1}{2} \det \begin{bmatrix} 1 & \xi_1 & \eta_1 \\ 1 & \xi_2 & \eta_2 \\ 1 & \xi_3 & \eta_3 \end{bmatrix} \quad (4-33)$$

$$\begin{aligned} a_1 &= \xi_2\eta_3 - \xi_3\eta_2 & ; & & a_2 &= \xi_3\eta_1 - \xi_1\eta_3 & ; & & a_3 &= \xi_1\eta_2 - \xi_2\eta_1 \\ b_1 &= \eta_2 - \eta_3 & ; & & b_2 &= \eta_3 - \eta_1 & ; & & b_3 &= \eta_1 - \eta_2 \\ c_1 &= \xi_3 - \xi_2 & ; & & c_2 &= \xi_1 - \xi_3 & ; & & c_3 &= \xi_2 - \xi_3 \end{aligned} \quad (4-34)$$

Considerando que:

a) As funções de forma  $N_i$  do elemento triangular de seis nós são escritas conforme mostrado anteriormente;

b) O sistema de coordenadas paramétricas  $(\xi, \eta)$  está localizado sobre o nó 1 e coincide com o sistema global de coordenadas  $(x, y)$ , conforme mostra 4-6(b);

c) Os nós 5 e 7 são deslocados para mais próximo do nó 1 onde se prevê a ponta da trinca;

Pode-se escrever a coordenada global “x” dos pontos internos ao domínio do elemento e sobre o próprio eixo “x” como :

$$x = (\xi^2 + 2\xi + 1) L/4 \quad (4-35)$$

Isolando a coordenada paramétrica  $\xi$  na equação (4-58), obtêm-se a equação (4-36).

$$\xi = -1 + 2\sqrt{\frac{x}{L_1}} \quad (4-36)$$

A expressão (4-36) é idêntica a expressão (4-21) obtida anteriormente na análise do elemento quadrilátero de oito nós para fratura elástica linear. Desta maneira, o processo de obtenção da equação das deformações ao longo do eixo “x” segue o mesmo caminho que o comentado com o elemento quadrilátero, com a diferença de que os pontos sobre o eixo “x” no elemento quadrilátero estão sobre o contorno e no elemento triangular estão no interior do elemento. Assim, a singularidade do campo de deformações a ser encontrada no elemento triangular se estende no interior do domínio do elemento e não apenas em seus contornos.

O deslocamento “ $u(\xi)$ ” dos pontos no interior do elemento triangular e ao longo do eixo “x” poderá ser escrito como uma combinação linear dos valores nodais de deslocamento.

$$u = \sum_{i=1}^6 N_i(\xi) u_i \quad (4-37)$$

Levando a equação (4-36) em (4-37), rescreve-se o deslocamento “ $u(\xi)$ ” no elemento triangular em função da coordenada real “x”, obtendo  $u(x)$ . Derivando a

expressão de  $u(x)$  em relação “ $x$ ”, encontra-se a equação da deformação  $\varepsilon_x$  que mostra singularidade  $1/\sqrt{x}$  para os pontos no interior do elemento.

Abdalla et al. (1994) descrevem um estudo de convergência utilizando os elementos de singularidade de Tracey em placas planas com trinca lateral e central. Variando o tamanho e o número de elementos singulares ao redor da ponta da trinca, os autores puderam observar a importância da relação entre o tamanho dos elementos singulares ao redor da ponta da trinca e o tamanho total da trinca, bem como a importância do número de elementos singulares para melhores resultados nos valores dos fatores de intensidade de tensão.

## **5 METODOLOGIA DE ANÁLISE DAS REGIÕES ENFRAQUECIDAS POR LINHAS E SOLDA**

Baseando-se nos fundamentos teóricos apresentados nos capítulos 2, 3 e 4, será proposta a seguir uma metodologia de análise das linhas de solda formadas em peças injetadas em plásticos amorfos.

Alguns estudos desenvolvidos a respeito dos mecanismos de união das frentes de fundido durante a injeção de peças plásticas, e mencionados nos capítulos anteriores, associam o problema das linhas de solda à Mecânica da Fratura.

Fundamentalmente, um problema clássico da Mecânica da Fratura baseia-se na determinação da capacidade de carga que uma peça fraturada pode suportar sem que haja o crescimento da trinca e a ruptura total da peça. Esta tarefa pode se tornar bem mais complicada quando o tamanho da trinca preexistente não é conhecido ou não pode ser facilmente medido.

A falha que se associa à linha de solda é chamada de “trinca equivalente”, já que, na realidade, não existe uma “descontinuidade material”. Desta maneira, a análise da linha de solda por critérios de fratura deverá ser feita em duas etapas distintas.

a) Determinação da trinca equivalente pela análise de difusão das cadeias macromoleculares durante o processo de injeção;

b) Análise dos parâmetros de fratura associados à trinca equivalente e às cargas impostas.

## 5.1 Determinação da Trinca Equivalente.

Estudos e observações experimentais como as realizadas por Tomari et al. (1990) nas regiões contendo linhas de solda revelam que o entalhe “V” não é o causador da fragilização observada na peça pela presença da linha de solda. Na realidade, esta fragilização está associada ao grau de união macromolecular entre as duas frentes de fluxo durante a formação da interface de encontro.

Os modelos de difusão molecular utilizados por Pecorini (1997) para determinar o tamanho da trinca equivalente, revelaram-se eficientes conforme a boa aproximação entre os resultados teóricos e os resultados experimentais de caracterização de fratura. Outros pesquisadores como Hung e Chen (1999) utilizaram também os modelos de difusão para avaliação da trinca equivalente à linha de solda, comparando resultados teóricos com experimentais e obtendo boas aproximações.

Desta maneira, para a avaliação da trinca equivalente à linha de solda pelo modelo de difusão macromolecular será necessário seguir os passos seguintes.

### 5.1.1 Levantamento das Curvas de Resfriamento

A etapa inicial para o cálculo da trinca equivalente é a análise da transmissão de calor transiente entre o material plástico fundido e o molde durante o processo de fabricação por injeção da peça plástica. Nesta etapa deve-se obter a função de temperatura  $T(x,t)$ , onde “T” é a temperatura, “x” a distância de determinada camada ao longo da espessura a partir da parede do molde e “t” é o tempo decorrido desde o momento do encontro das frentes de fluxo, como já visto no capítulo 3 e como está representado na figura 5-1.

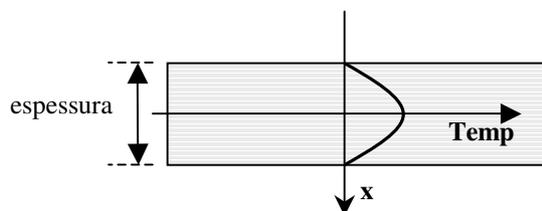


Figura 5-1 Temperatura variável no tempo ao longo da espessura da peça

Modelos analíticos simplificados de transmissão de calor, como a função de Erro de Gauss utilizada por Pecorini (1997), poderão ser aplicados em peças de geometria simples. Se, no entanto, a análise de transferência de calor entre o polímero e o molde apresentar alguns complicadores como uma grande distância entre o ponto de injeção e a região do encontro de frentes, poderá haver uma diferença razoável entre temperatura de injeção do polímero na máquina injetora e a temperatura do fundido no momento em que as frentes de fluxo se encontram, uma vez que, mesmo durante o preenchimento, haverá uma importante transferência de calor entre o fundido e o molde. Outro elemento que poderá tornar a análise térmica mais complexa é a presença de condições não uniformes no molde de injeção devido a existência de insertos formados por materiais de alta condutibilidade (como a liga cobre-berílio) ou ainda devido ao próprio sistema de canais de resfriamento do molde. Nestes casos, a aplicação direta de modelos simplificados de troca térmica torna-se impraticável.

Por se tratar de um problema de campo, a transferência de calor transiente poderá ser feita numericamente utilizando o Método dos Elementos Finitos ou qualquer outro método consagrado. Um modelo numérico de condução de calor poderá ser elaborado dividindo-se a espessura da peça em camadas de elementos; em cada camada ao longo da espessura será determinada a curva de resfriamento respectiva até um tempo “ $t$ ” que é suficiente para que o polímero atinja sua temperatura de transição vítrea.

A análise de transferência de calor tem o objetivo de levantar as curvas de resfriamento do material fundido na superfície de união desde o momento do contato entre as frentes de fluxo até o tempo em que a temperatura de transição vítrea é alcançada em cada camada ao longo da espessura. Isto poderá trazer algumas incertezas em relação às condições iniciais e algumas condições de contorno necessárias para análise, já que as temperaturas iniciais do material fundido e do molde no momento do encontro poderão ser desconhecidas.

A solução desses casos pode ser determinada por meio de uma análise numérica que simula o processo de injeção de peças plásticas, comumente chamada de “análise reológica de injeção”. Essa análise compreende o estudo do comportamento transiente do material plástico durante todas as etapas do processo de

injeção, ou seja, o preenchimento, a compactação, o recalque e o resfriamento, descritas no item 2.3.2. Programas comerciais que realizam esse tipo de análise poderão ser úteis para:

a) Avaliar os parâmetros ideais de configuração e escolha da máquina injetora tais como tempos, temperaturas, e pressões envolvidos no processo.

b) Projetar o molde e a peça plástica a fim de melhorar o processo e o projeto da própria peça.

Dois importantes resultados da análise reológica serão utilizados para o estudo das linhas de solda:

- O posicionamento da linha de solda na peça, decorrente do encontro de frentes de fluxo na fase de preenchimento.
- As curvas de resfriamento do material plástico ao longo da espessura e a qualquer tempo durante o processo.

Nesse trabalho, as curvas de resfriamento ao longo da espessura e ao longo da linha de solda, serão determinadas por:

- a) Análises de condução de calor utilizando processos simplificados (Função Erro de Gauss);
- b) Análises térmicas por elementos finitos;
- c) Análises reológicas do processo de injeção de peças plásticas;

### **5.1.2 Determinação do Coeficiente de Difusão**

Após obtidas as curvas de temperatura na superfície de encontro de frentes, são realizadas as análises de difusão instantânea das cadeias macromoleculares em cada camada de interesse ao longo da espessura da peça .

Seja uma determinada camada na posição “x” como indica a figura 5-2.

O modelo de difusão das cadeias macromoleculares das duas frentes de fluxo nesta camada foi apresentada no capítulo 3 e para maior facilidade, será rescrito na equação (5-1). O significado de cada parcela foi explicado naquele capítulo.

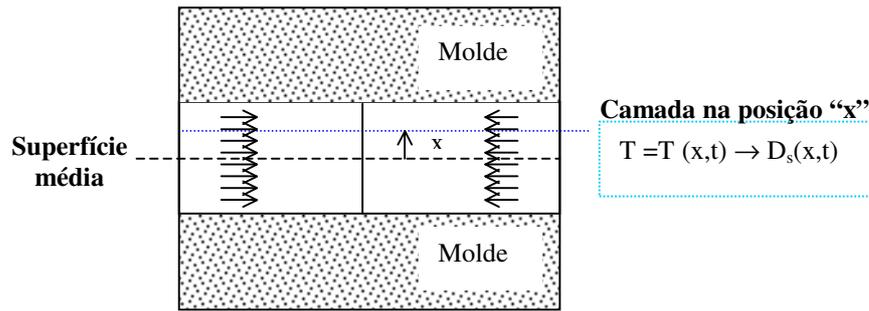


Figura 5-2 Camada na posição “x” onde será realizada a análise de difusão de cadeias moleculares em cada instante de tempo “t”

$$D_s(x, t) = \left( \frac{\rho R T(x, t)}{270} \right) \left( \frac{M_c}{M} \right)^2 \left( \frac{R g^2}{M} \right) \left( \frac{1}{\eta_{Mc} \cdot \exp\left( \frac{E_a}{R T(x, t)} \right)} \right) \quad (5-1)$$

Nota-se que, além dos parâmetros termo-físicos do material, o coeficiente de difusão “ $D_s$ ” depende da temperatura em que o material se encontra na camada na posição “x” para um certo tempo “t” decorrido após o encontro de frentes de fluxo.

### 5.1.3 Cálculo da Interpenetração “ $\Delta(x)$ ” de Cadeias Moleculares

A difusão de cadeias macromoleculares que ocorre entre as frentes de fluxo em cada camada até a temperatura alcançar a transição vítrea, determina o nível de entrelaçamento das cadeias das duas frentes. Este entrelaçamento é medido por uma grandeza denominada “interpenetração de cadeias” ou  $\Delta(x)$ , e que é uma medida do restabelecimento das propriedades estruturais do polímero na interface para a posição “x” ao longo da espessura.

$$\langle \Delta(x) \rangle^2 = 2 \int_0^{t_f} D_s(x, T(x, t)) dt \quad (5-2)$$

Desta maneira, a interpenetração total de cadeias na camada é o resultado da integral das difusões instantâneas “ $D_s(x, t)$ ” ao longo do tempo. Os limites da integral para cada camada são o tempo inicial de encontro de frentes ( $t = 0$  s) e o tempo final ( $t = t_f$ ) onde a temperatura na camada de posição “x” atinge a temperatura de transição vítrea ( $T_g$ ).

### 5.1.4 Construção do Gráfico de Interpenetrações Totais de Cadeias Macromoleculares ao Longo da Espessura - Definição do Tamanho da Trinca Equivalente.

Repetindo-se o mesmo processo de análise da difusão macromolecular e o cálculo da interpenetração total de cadeias em várias camadas discretas na espessura, pode-se construir uma curva de interpenetração ao longo da espessura da peça. Segundo Pecorini (1997), a interpenetração mínima necessária para restabelecer a resistência do material na união de frentes é a metade do raio de giração do polímero ( $R_g/2$ ). Desta maneira pode-se encontrar a profundidade teórica da trinca equivalente à linha de solda, como mostra a figura 5-3.

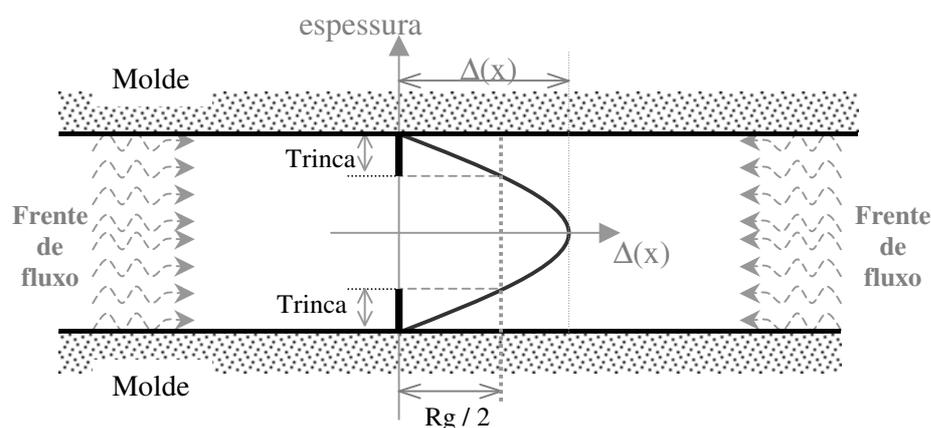


Figura 5-3 Curva de Interpenetração de Cadeias ( $\Delta$ ) e determinação da Trinca Equivalente através da análise de difusão.

## 5.2 Análises Numéricas Para Obtenção da Trinca Equivalente

### 5.2.1 Obtenção das Curvas de Resfriamento ao Longo da Espessura

As curvas de resfriamento do polímero fundido ao longo da espessura da peça são obtidas neste trabalho utilizando três ferramentas numéricas distintas :

a) Análise reológica de preenchimento e resfriamento, considerando até 20 camadas ao longo da espessura, utilizando um aplicativo comercial específico para injeção de peças plásticas (C-Mold - 1999).

b) Análise linear de condução de calor plana em elementos finitos, onde são consideradas as condições iniciais e as condições de contorno próprias do modelo adotado. Para este procedimento, emprega-se um aplicativo comercial de elementos finitos (ANSYS 5.6 - 2000) .

c) Execução de programas escritos em linguagem MatLab e baseados na função erro de Gauss. A partir de dados como espessura da peça, distribuição das camadas ao longo da espessura e dados reológicos e termofísicos do polímero, determinam-se as curvas de temperatura em cada camada ao longo do tempo por meio de integração numérica e utilizando a função erro de Gauss.

## **5.2.2 Cálculo Numérico das Interpenetrações Macromoleculares pelo Modelo de Difusão e Obtenção da Trinca Equivalente.**

Após obtidas as curvas de resfriamento em cada camada, o processo segue com o cálculo da interpenetração total de cadeias ao longo do tempo, através do modelo de difusão de cadeias.

### **5.2.2.1 Cálculo da Trinca Equivalente Utilizando as Curvas de Temperatura Obtidas Pela Análise em Elementos finitos no software ANSYS.**

Utilizando um arquivo de dados que deverá conter alguns pontos das curvas de resfriamento, definidas em cada camada ao longo da espessura conforme indicou o item 5.2.1, um programa baseado no modelo de difusão calcula as interpenetrações entre as cadeias, construindo um gráfico de interpenetrações ao longo da espessura da peça, onde se pode identificar o tamanho da trinca equivalente, como mostra a figura 5-3. A integral das difusões instantâneas é desenvolvida numericamente pelo Método de Simpson.

Quanto maior o número de camadas e quanto menor o tempo de integração utilizados na análise térmica (que corresponde ao número de ponto na curvas de resfriamento), maior será a precisão obtida na curva de interpenetrações entre as cadeias das frentes de fluxo. Como o processo de interdifusão de cadeias ocorre apenas quando o polímero se encontra acima da temperatura de transição vítrea ( $T_g$ ),

deverão ser considerados apenas os pontos das curvas de resfriamento para temperaturas maiores que a temperatura de transição vítrea ( $T_g$ ).

O resultado final da execução do programa é um gráfico que contém a curva de interpenetrações ao longo da espessura da peça na superfície de solda e a reta que corresponde a distância da metade do raio de giração ( $R_g/2$ ) do polímero. O comprimento da trinca equivalente é determinado neste gráfico pelo cruzamento das curvas de interpenetração e da reta que indica a metade do raio de giração.

### **5.2.2.2 Cálculo da Trinca Equivalente Utilizando as Curvas de Temperatura Obtidas Pela Análise Reológica (C-Mold).**

Conforme já mencionado anteriormente, a execução de uma análise reológica fornecerá dados importantes a respeito do processo de injeção desde a fase de preenchimento do molde até a extração da peça. Dentre estes resultados, determinam-se as curvas de temperatura ao longo do tempo para cada camada configurada na análise. Com as temperaturas obtidas da análise reológica, pode-se então obter a curva de interpenetrações ao longo da espessura da peça e a dimensão da trinca equivalente.

Um cuidado muito importante deverá ser tomado no pós processamento do C-Mold, já que poderá haver um número insuficiente de pontos nas curvas de resfriamento das camadas superficiais da peça. Nas camadas mais internas (que resfriam mais lentamente), o C-Mold poderá fornecer pontos da curva de resfriamento em número suficiente para dar um resultado de interpenetração satisfatório. Mas nas camadas próximas à parede do molde, que apresentam uma variação de temperatura muito mais rápida, poderão ocorrer um ou dois pontos apenas com temperatura maiores que  $T_g$ , tornando o cálculo das interpenetrações muito impreciso. Uma vez que a “trinca equivalente” ocorrerá sempre nas proximidades das superfícies da peça, procurou-se um refinamento das curvas de resfriamento calculadas pelo C-Mold.

Para a solução deste problema, foi construído um programa que determina uma curva polinomial de grau “n” ou do tipo “spline”, a partir da leitura dos pontos de temperatura fornecidos pelo C-Mold. Este programa exporta um novo arquivo de dados que contém um número maior de pontos localizados sobre as curvas

interpoladoras e no intervalo em que as temperaturas são menores que  $T_g$  (transição vítrea). Este “novo” arquivo de dados poderá ser então ser lido pelo programa que determina a curva de interpenetrações e também o tamanho da trinca equivalente.

### **5.2.2.3 Curvas de Temperatura Obtidas Pela Execução do Programa baseado na Função Erro de Gauss**

A utilização do modelo simplificado de troca de calor, baseado na hipótese de corpos semi-infinitos para condução de calor transitória, corresponde a edição de um arquivo de dados termo físicos do polímero e a execução de um programa que lerá o arquivo de dados anterior e determinará as curvas de temperatura para cada camada, baseando-se na integral erro de Gauss. Desta forma, os pontos das curvas de temperatura em cada camada são armazenados em memória temporária e utilizados para o traçado da curva de interpenetrações de cadeias, onde se determina a trinca equivalente à linha de solda.

### **5.2.3 Resumo das Etapas de Obtenção Numérica da Trinca Equivalente**

Para a determinação da trinca equivalente, este trabalho propõe a utilização de algumas ferramentas de análise numérica muito comuns nos ambientes de desenvolvimento de produtos das grandes indústrias e que são a análise térmica por elementos finitos e a análise reológica do processo de injeção. Para o caso de peças planas em condições de molde e processo que se encaixam em algumas hipóteses simplificadoras, é possível também a utilização de rotinas baseadas nos modelos de Erro de Gauss.

Estas ferramentas, que determinarão a transferência de calor entre o plástico fundido e o molde, deverão permitir o estabelecimento de curvas de temperatura a serem aplicadas nos programas de análise de difusão e interpenetração de cadeias. Com este processo será possível determinar a porção da espessura afetada pela trinca equivalente, permitindo assim a realização de análises de Mecânica da Fratura que irão avaliar a capacidade de carga da peça plástica. A figura 5.4 ilustra um resumo das análises utilizadas neste trabalho para a determinação da trinca equivalente.

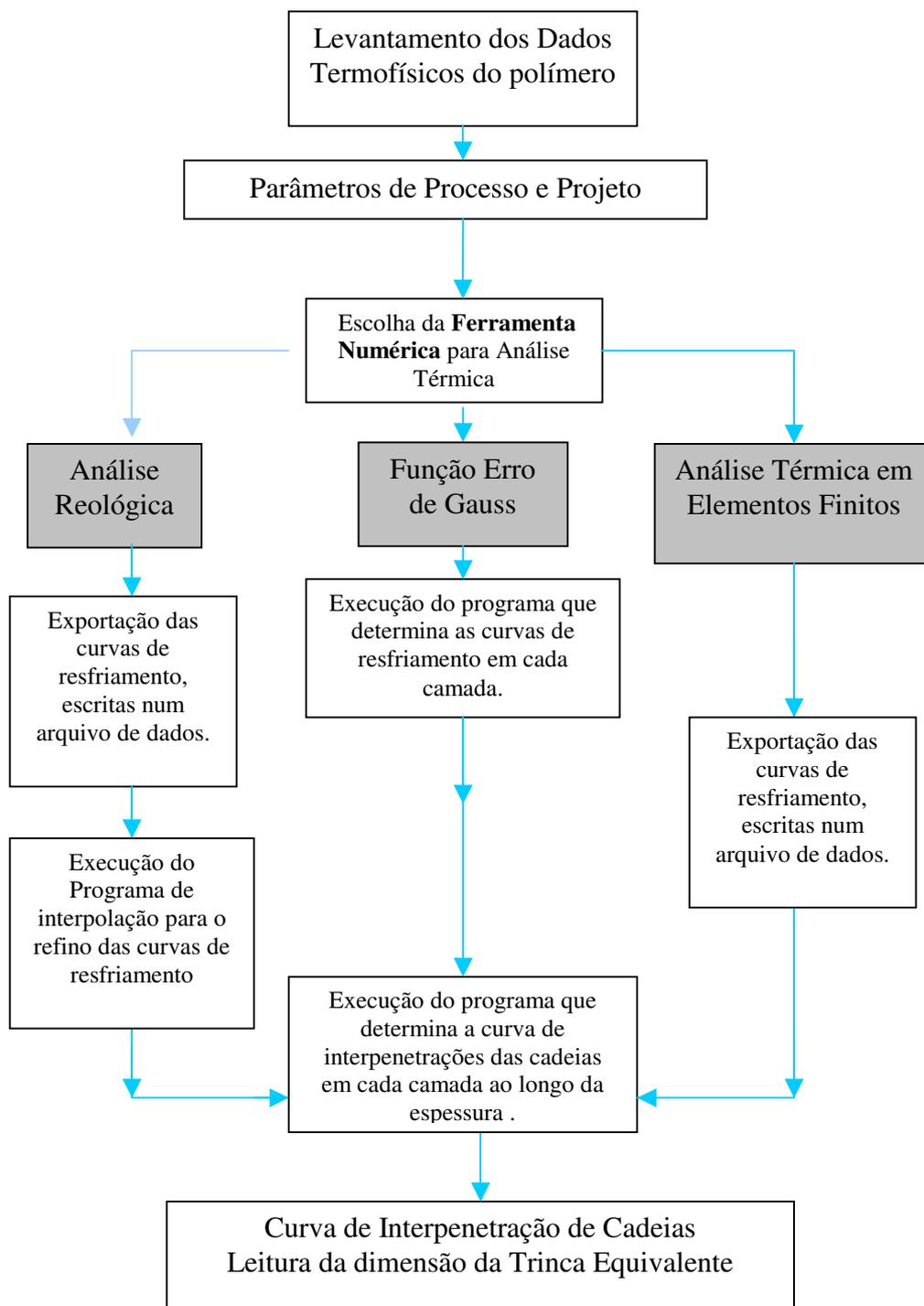


Figura 5-4 Fluxo das Atividades que Utilizam as Ferramentas Propostas para obtenção da Trinca Equivalente

### 5.3 Análise de Mecânica da Fratura em Elementos Finitos da Trinca Equivalente à Linha de Solda

Após realizado o processo de determinação da trinca equivalente pelo modelo de difusão de cadeias, a peça é analisada sob o enfoque da Mecânica da Fratura. Os conceitos teóricos de Mecânica da Fratura aplicados neste trabalho estão restritos à análise de peças formadas por plásticos frágeis, tais como o poliestireno cristal.

Em se tratando de plásticos amorfos frágeis, cujas curvas tensão-deformação apresentam uma forte característica linear, será aplicada a teoria da Mecânica da Fratura Elástica Linear (MFEL) para a caracterização da trinca equivalente à linha de solda já determinada. As análises de Mecânica da Fratura em elementos finitos para a determinação dos fatores de intensidade de tensão ( $K_I$ ) associados à trinca equivalente são realizadas no programa ANSYS-5.6. Os elementos de fratura linear elástica no ANSYS foram implementados considerando um deslocamento dos nós vizinhos à ponta da trinca a  $\frac{1}{4}$  do contorno do elemento para considerar a singularidade do campo de tensões e deslocamentos. Este artifício é empregado tanto para elementos bidimensionais quanto em modelos tridimensionais, como mostra a figura 5-5.

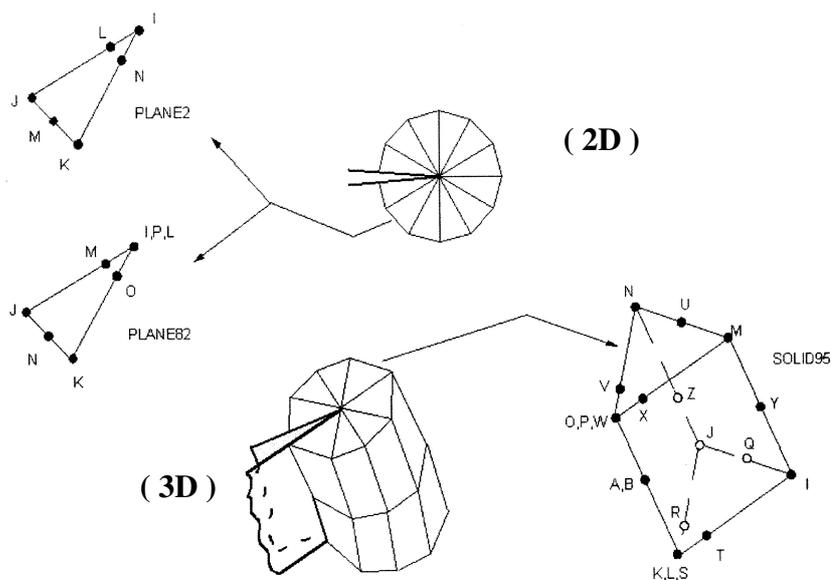


Figura 5-5 Elementos Finitos que apresentam singularidade e disponíveis no programa ANSYS para análise linear elástica de fratura.

Observa-se que os elementos 2D para cálculos de fratura no ANSYS são triangulares e de ordem quadrática, garantindo assim a singularidade em todo o domínio do elemento e não apenas em seu contorno. Os elementos quadráticos são muito comuns na execução de análises estruturais e originalmente não prevêm a singularidade no campo de tensões e deslocamentos. É preciso, portanto, a execução de comandos especiais que deslocam os nós correspondentes mais próximos à ponta da trinca, transformando estes elementos próprios para cálculos de fratura.

A seguir, mencionam-se alguns aspectos importantes para o pré-processamento, solução e pós-processamento de uma análise de fratura linear-elástica.

a) Pré-Processamento:

O elemento bidimensional recomendado para cálculo de fratura é o PLANE2, um elemento originalmente triangular, quadrático de seis nós.

O elemento tridimensional recomendado é SOLID95, originalmente em forma de cubo quadrático de 20 nós e que, para a aplicação em cálculos de fratura, assume a configuração de união dos nós O,P,W e K,L,S conforme mostra a figura 5-5, sendo que a linha de frente da trinca coincide com o lado OK do elemento.

Para a geração automática de malha plana de elementos finitos no ANSYS, um comando de pré processamento chamado “KSCON” (*keypoint stress concentration*) poderá prever elementos tipo “quarter” (nós deslocados) ao redor da ponta da trinca. Na geração automática de elementos singulares em malhas bidimensionais, a ponta da trinca deverá ser coincidente com um determinado ponto geométrico, o que, no programa ANSYS, recebe o nome de “keypoint”. Antes da geração automática de malha, o comando “KSCON” atribui ao *keypoint* correspondente a característica de um local onde ocorrerá forte concentração de tensões. Por meio deste comando será atribuído um raio “R” para uma região circular onde aparecerão elementos de singularidade ao redor do *keypoint* coincidente com a ponta da trinca e, ainda, o número de elementos singulares ao redor do mesmo.

A geração dos elementos singulares poderia também ser feita sem a utilização do comando de geração automática, movendo os nós vizinhos à ponta da trinca. Neste caso é necessária a geração forçada de uma malha de elementos

isósceles em uma região circular ao redor da ponta da trinca e a execução de um comando que moveria os nós intermediários para  $\frac{1}{4}$  do contorno.

Não há comandos de geração automática de elementos sólidos singulares no ANSYS. Desta forma, é preciso gerar uma malha local em uma região circular ao redor da ponta da trinca de elementos SOLID95 com a união dos nós conforme indica a figura 5-5.

### b) Solução

A solução dos problemas de fratura utilizando o programa ANSYS pode ser linear ou não linear. Para problemas que envolvem plasticidade, poderão ser obtidos os valores de integral J após a solução através de alguns comandos de pós-processamento.

### c) Pós-Processamento

O pós-processamento de análises numéricas de fratura linear elástica tem como objetivo o cálculo dos fatores de intensidade de tensão  $K_I$ ,  $K_{II}$  e  $K_{III}$  ou das taxas de liberação de energia  $G_I$ ,  $G_{II}$  e  $G_{III}$ .

Inicialmente deve-se construir um sistema local de coordenadas com origem na ponta da trinca de maneira que o eixo “X” local coincida com a face da trinca e o eixo “Y” esteja perpendicular a ela, conforme mostra a figura 5-6.

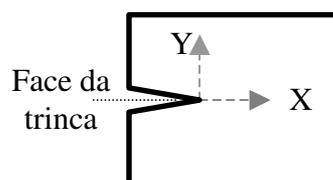


Figura 5-6 Sistema local de Coordenadas definido na Ponta da Trinca

Em seguida, deve-se definir o caminho (*path*) ao longo da face da trinca para o qual se dará o cálculo dos fatores de intensidade de tensão.

O primeiro nó do caminho definido no comando de pós-processamento deverá ser a ponta da trinca. Caso se esteja modelando apenas a parte simétrica de uma peça com fratura, dois outros nós ao longo da face da trinca deverão formar o

caminho em construção. No caso de modelos completos que não utilizam simetria, quatro nós adicionais são requeridos: dois ao longo de uma das faces e dois ao longo de outra.

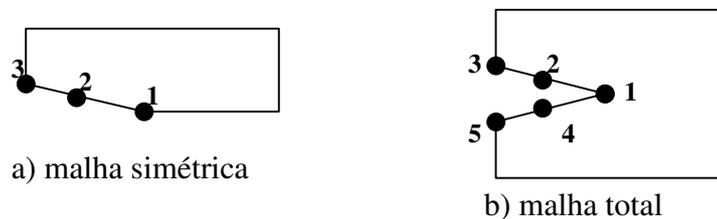


Figura 5-7 Ordem de definição dos nós que formam o caminho ou “*path*” para o cálculo dos fatores de concentração de tensão

Finalmente, executa-se o comando “KCALC” de pós-processamento que calcula os fatores de intensidade de tensão  $K_I$ ,  $K_{II}$  e  $K_{III}$ , após especificados os campos que indicam se o modelo é simétrico, antissimétrico ou completo, e ainda os campos que indicam se o problema de fratura ocorre em estado plano de tensões ou deformações.

#### 5.4 Metodologia de Análise Conjunta do Processo e Projeto de Peças Formadas por Plásticos Frágeis com Linhas de Solda de Injeção

A obtenção do fator de intensidade de tensões poderá ser usada para prever a propagação ou a estagnação da trinca equivalente diante das cargas impostas, por comparar seu valor com a tenacidade à fratura do material plástico frágil ( $K_{IC}$ ).

No capítulo 3 foram abordados conceitos ligados ao comportamento à fratura de plásticos de maneira geral, adicionado-se aspectos viscoelásticos importantes ao comportamento de fratura quase frágil destes materiais, quando submetidos a cargas de longa duração. Anderson (1995) descreveu as variações na tenacidade à fratura do material ( $K_{IC}$ ) em relação à velocidade de propagação da trinca ( $da/dt$ ), sendo importante nestes casos a análise da curva que relaciona  $K_{IC}$  com  $da/dt$ . Essas considerações, no entanto, tornam-se desnecessárias quando a peça é formada por um plástico amorfo frágil e quando submetida a cargas de curta duração. Isto se deve a dois fatores essenciais:

a) A natureza abrupta do carregamento não oferece tempo suficiente para a manifestação de um comportamento viscoelástico.

b) A característica frágil do material plástico está associada à ausência de deformações plásticas significativas, tornando impróprias as avaliações da Mecânica da Fratura quase-frágil.

Uma extensão deste trabalho poderá ser desenvolvida pela análise do comportamento da linha de solda formada em plásticos amorfos frágeis ou dúcteis, submetidos a cargas de longa duração, onde serão necessárias as considerações relativas à viscoelasticidade e à Mecânica da Fratura não linear, apresentadas no anexo 1 e anexo 2, respectivamente.

O presente trabalho adota valores médios característicos de tenacidade à fratura de materiais frágeis como poliestireno (PS) ou estireno-acrilonitrila (SAN) em torno de  $1 \text{ MPa.m}^{1/2}$ , conforme podem ser verificados em publicações experimentais como a de Cho et al (1997).

Em estudos convencionais de fratura frágil, a trinca tem um comprimento inicial determinado e a análise se baseia na avaliação do fator de concentração de tensões comparado ao fator crítico  $K_C$ . No caso de peças com linhas de solda, são as condições de processo e projeto que determinam o tamanho da trinca equivalente, tornando necessária uma avaliação conjunta do dimensionamento estrutural e da configuração dos parâmetros de injeção da peça plástica. Um exemplo é a decisão a respeito de qual espessura é a mais adequada para a peça plástica na região da linha de solda, levando-se em conta não apenas o enfoque de projeto, mas também ao processo de fabricação. Este fato está ligado à dependência da qualidade da união em relação não apenas à temperatura inicial ou final da cura mas também da velocidade de resfriamento da superfície de união.

A figura 5-8 apresenta um fluxo completo de atividades para análise de peças com linha de solda a fim de definir adequadamente o projeto e o processo de peças de plástico amorfo frágil.

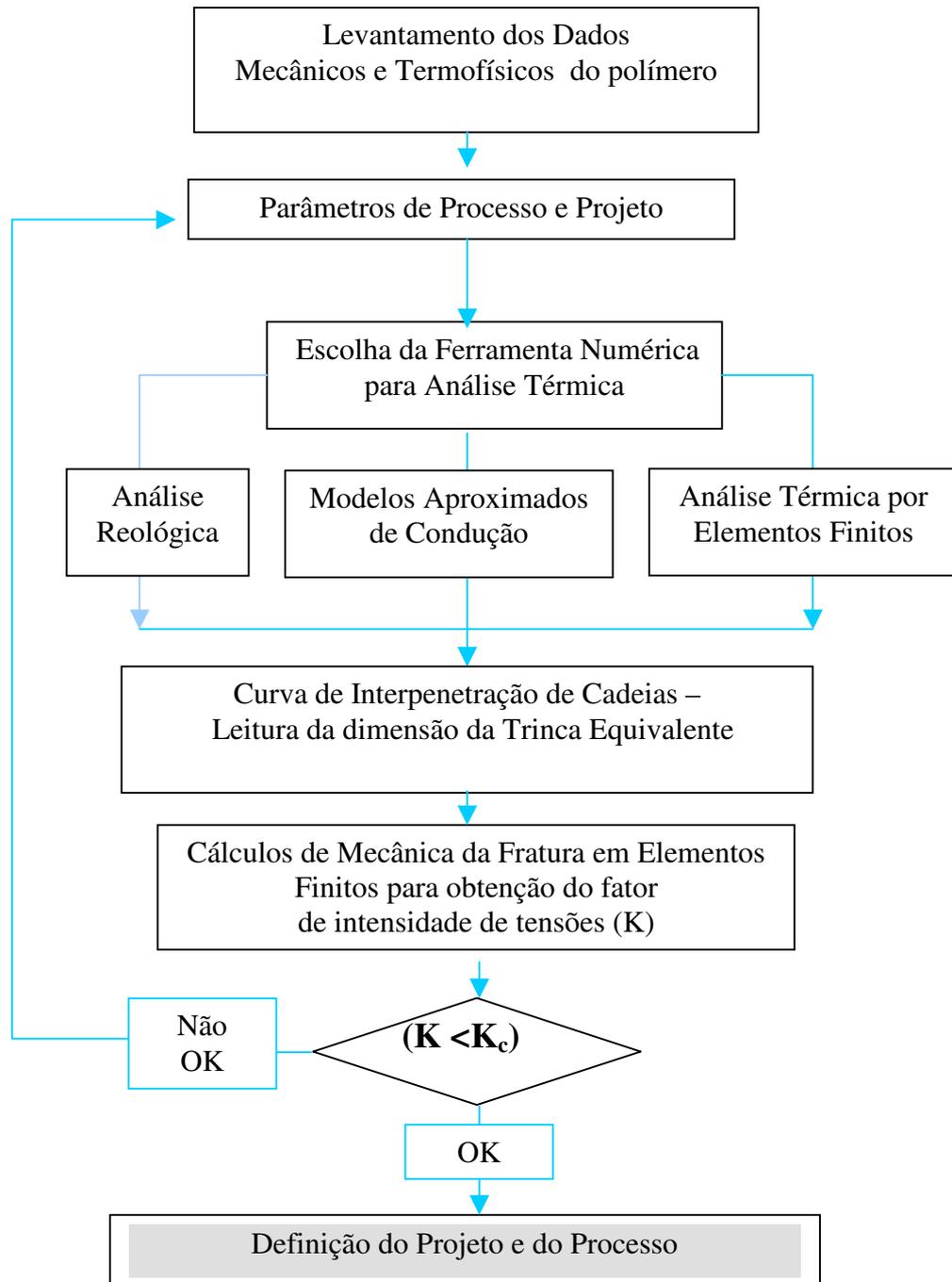


Figura 5-8 Fluxo das atividades para determinação do projeto e processo adequados de peças injetadas em plásticos amorfos frágeis com linhas de solda.

## 6 APLICAÇÕES

Neste capítulo são analisados e discutidos problemas de trincas equivalentes a linhas de solda em peças plásticas, utilizando-se modelos de difusão e de resistência a fratura frágil.

Dois exemplos de peças plásticas injetadas em material frágil são tratados:

a) Corpo de Prova de Tração Simples.

Neste caso, será verificada a qualidade da união de fluxos que avançam na mesma direção mas em sentidos idealmente opostos.

b) Placa Plana com Furo Central.

Este exemplo estuda a superfície de solda formada por frentes fluxos que se dividem para contornar um furo circular central e se reencontram adiante deste, formando uma linha de solda que se estende na direção de seu diâmetro.

### 6.1 Análise da Resistência de Corpo de Prova de Tração com Linha de Solda

#### 6.1.1 Geometria

A descrição geométrica do corpo de prova de tração simples segundo a NBR 9622 é feita na figura 6-1.

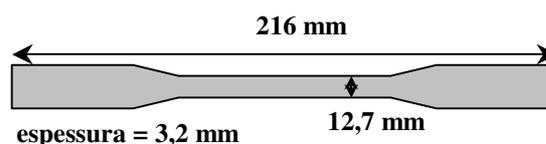


Figura 6-1 Corpo de Prova de Tração de Materiais Plásticos

### 6.1.2 Material Plástico

O polímero adotado para a formação do corpo de prova foi o poliestireno de proposta geral PG33, fabricado pela Chi-Mei Corp., cujas propriedades importantes estão indicadas na publicação de Huang e Chen (1999) e reproduzidas na tabela 6-1.

Tabela 6-1 Dados termo-físicos do poliestireno PG33 (Chi-Mei Corp.)

Dados do Polímero	Valor
Condutibilidade Térmica (K)	0,18 W/m/ K
Calor Específico (Cp)	2100 J/Kg / K
Massa Específica ( $\rho$ )	1050 Kg /m <sup>3</sup>
Constante Universal do Gases (R)	8,314 J/mol/°K
Peso Molecular Crítico (Mc)	35 Kg/mol
Peso Molecular (M)	280 Kg/mol
Raio de Giração (Rg)	5,18 e-9 m
Energia de Ativação do Fluxo (Ea)	59000 J/mol
Constante de Viscosidade ao Cisalhamento Nulo - $\eta_{Mc,T}$ para T = 1,2 Tg	63,5 Pa-s
Temperatura de Transição Vítreia (Tg)	373,2° K =100° C

### 6.1.3 Condições de Injeção

A norma NBR 9622 prevê a condição de injeção da cavidade pela entrada de fluxo em apenas um ponto na extremidade da peça. Para esta análise, a injeção da peça plástica será simulada por um bico injetor a partir do qual o fluxo se divide em dois canais de distribuição que levam material plástico para a cavidade do molde. Partindo de dois pontos opostos nas extremidades da cavidade interna do molde, o fluxo se encontra na região média da peça formando a linha de solda de interesse conforme mostra a figura 6-2.

Serão realizadas análises de injeção do polímero injetado na cavidade do molde em três temperaturas distintas: 160, 205 e 250 °C. A temperatura do molde será configurada em 50°C. Outras condições de processo consideradas na análise foram: tempo de injeção de 1,04 s, velocidade de injeção de 200 mm/s, tempo de recalque de 5 s, pressão de recalque de 50 MPa, tempo de resfriamento 5s.

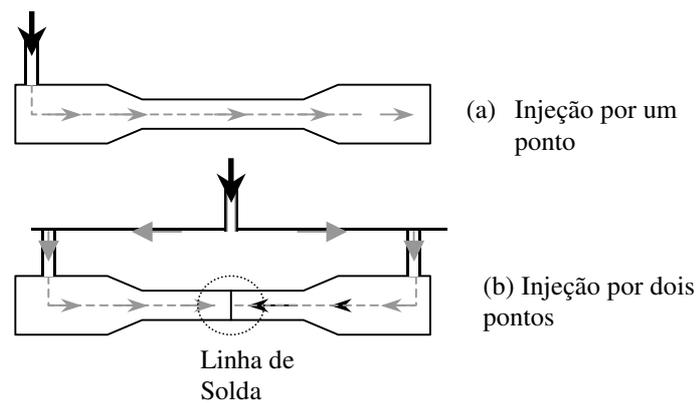


Figura 6-2 Formação da linha de Solda pela injeção em dois pontos opostos

### 6.1.4 Análises de Resfriamento

Para o cálculo das curvas de resfriamento na superfície de solda ao longo da espessura foram utilizadas as três ferramentas numéricas propostas no capítulo 5: a análise reológica, a análise térmica transitória por elementos finitos, e a análise térmica pelo modelo simplificado de Erro de Gauss.

#### 6.1.4.1 Curvas de Resfriamento obtidas a partir de Análises Reológicas

A simulação da injeção da peça está baseada na malha de elementos triangulares da figura 6-3, empregada pelo software C-Mold.

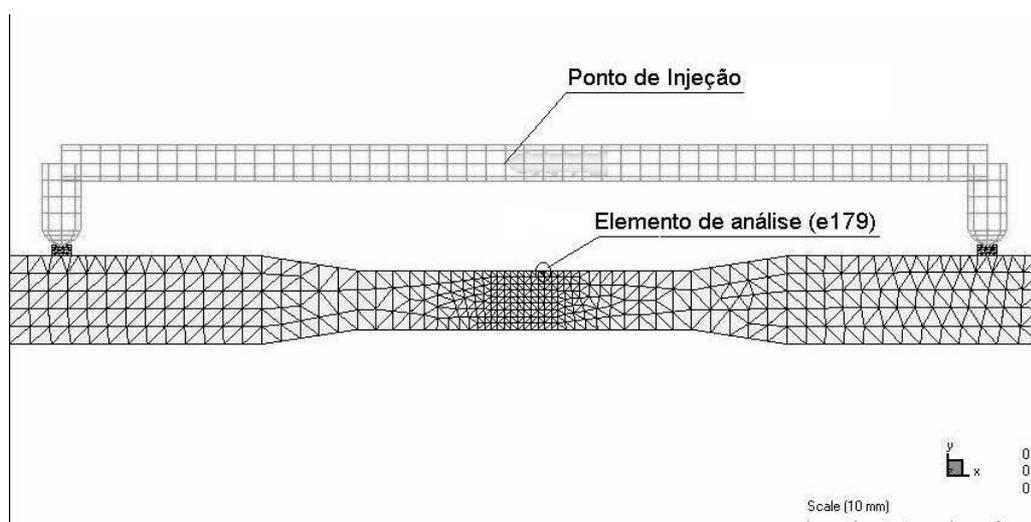


Figura 6-3 Modelo computacional para simulação da injeção da peça plástica.

No elemento 179 serão obtidas as curvas de resfriamento, já que a linha de solda aparece em um de seus contornos. Observa-se um refino maior da malha na região da linha de solda.

A região do aparecimento da linha de solda é óbvia neste caso. Em situações mais complexas, onde hajam incertezas a respeito da localização e da extensão da linha de solda, a análise numérica do processo de injeção utilizando programas como o C-Mold poderá apontar tanto a localização quanto a dimensão da mesma.

O pós-processador do C-Mold traça gráficos de grandezas como a temperatura do material fundido ao longo do tempo (curvas de resfriamento) para até 20 níveis ao longo da espessura. A distribuição das camadas ao longo da espessura não é igualmente espaçada. O C-Mold considera uma distribuição tal que as camadas mais próximas da parede do molde estão menos espaçadas que aquelas mais afastadas, conforme mostra a figura 6-4.

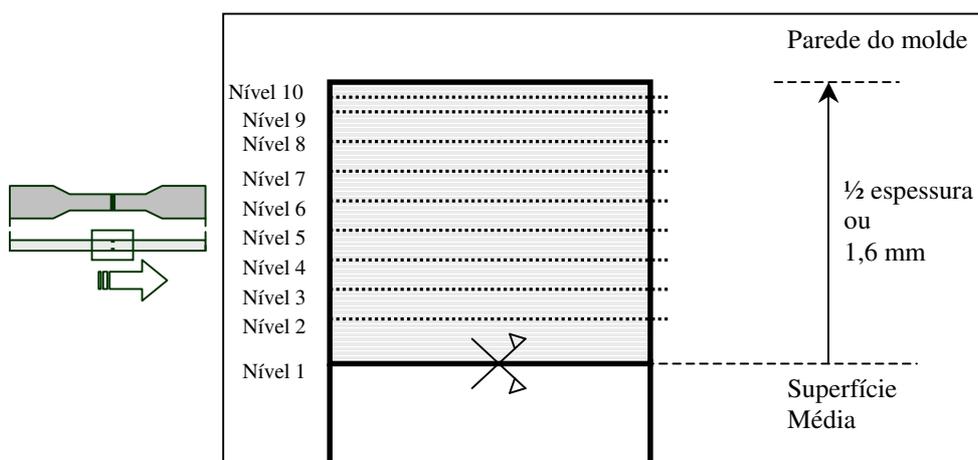


Figura 6-4 Distribuição dos níveis ao longo da espessura definidos no C-Mold onde se desenvolverão análises de difusão através das curvas de resfriamento

A figura 6-5 mostra as curvas de temperaturas obtidas após a análise de preenchimento e resfriamento realizadas no C-Mold para temperaturas de entrada de material fundido de 160, 205 e 250 °C em cada nível entre a superfície média e a parede do molde.

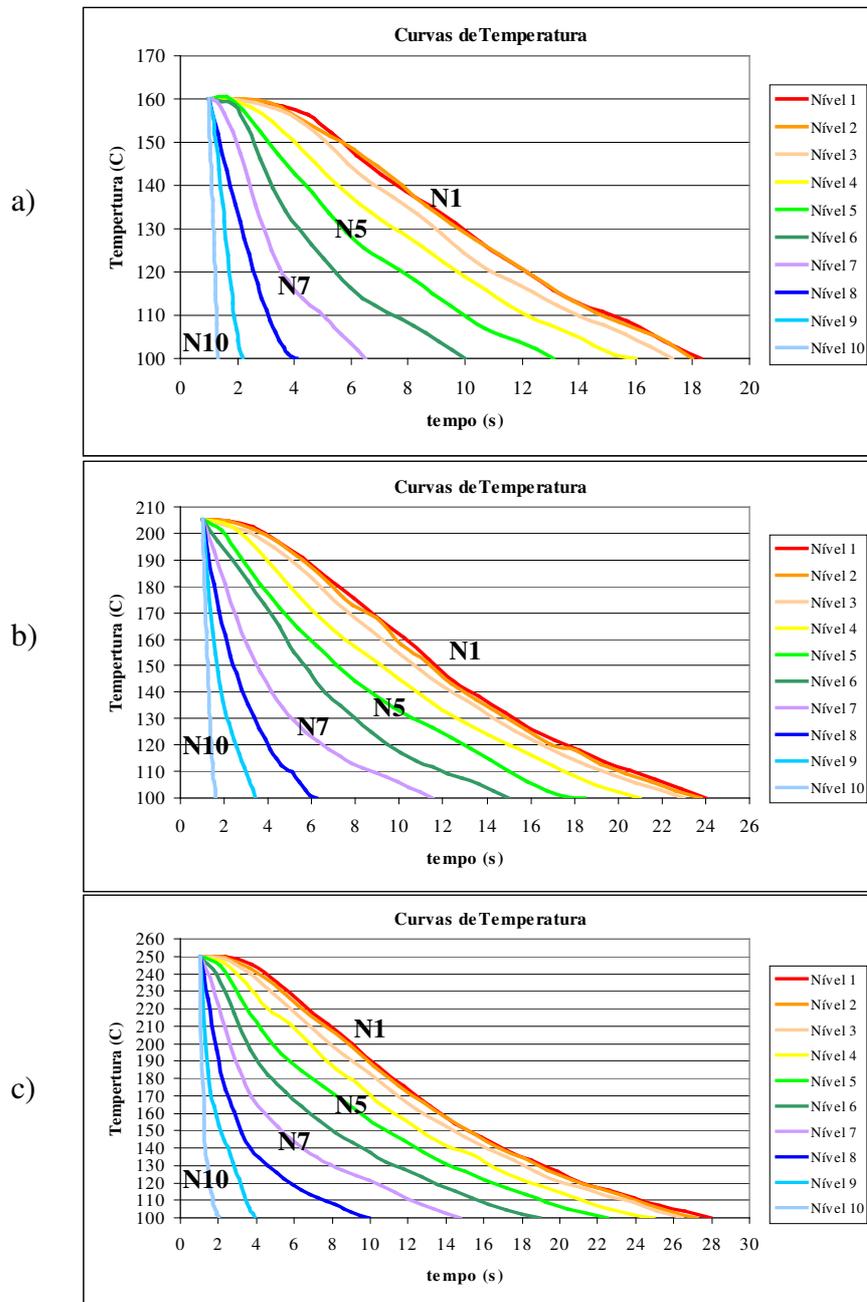


Figura 6-5 Curvas de resfriamento em cada nível ao longo da espessura para as temperaturas de injeção de : a) 160°C; b) 205°C; c) 250°C.

Após realizadas as análises de cada uma das três temperaturas iniciais de injeção, as curvas de resfriamento são extraídas em formato de texto e exportadas por meio de pós-processamento do C-Mold. Os arquivos texto contém um número limitado de pontos que relacionam o tempo e a temperatura de cada camada dentro

do intervalo entre a temperatura de injeção (160, 205 ou 250°C) e a temperatura do molde (50°C). Na figura 6-5 observa-se que os níveis mais próximos à parede do molde resfriaram-se muito rapidamente. Assim, nos níveis mais externos, os arquivos exportados pelo C-Mold contém um número pequeno de pontos dentro do intervalo de temperaturas de interesse para a análise de difusão, ou seja, entre a temperatura inicial de injeção (160, 205 ou 250 °C) e a temperatura de transição vítrea (100 °C).

Desta maneira, os três arquivos texto (para cada temperatura de injeção) foram lidos pelo programa que interpola uma curva tipo “spline” entre os pontos fornecidos pelo C-Mold e produz três novos arquivos. Estes arquivos contém as novas curvas de temperatura no intervalo compreendido entre a temperatura de injeção e a de transição vítrea, com um maior número de pontos entre elas.

#### 6.1.4.2 Curvas de Resfriamento Obtidas por Análise em Elementos Finitos

Para a análise por meio do Método dos Elementos Finitos, foi desenvolvido um modelo de condução de calor plana no programa ANSYS, conforme mostra a figura 6-6.

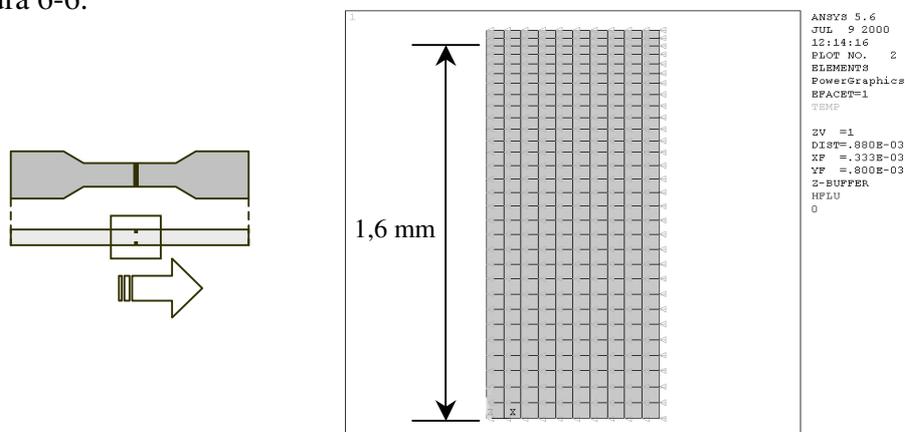


Figura 6-6 Modelo de elementos finitos para análise térmica do corpo de prova

Foram previstos 30 níveis ao longo da meia espessura da peça, com um refino maior de elementos nos níveis externos onde o resfriamento é mais rápido.

Para a solução do problema foram introduzidas condições iniciais de contorno ( $t = 0$  s) correspondentes à temperatura do molde, temperatura do material plastificado no momento do encontro das frentes de fluxo e a condição de simetria imposta na linha média, como mostra figura 6-7(a).

O tempo final de 30s para a análise térmica transiente, está baseado na informação da análise reológica anterior, que indicou ser um tempo suficiente para que todos os níveis atinjam a temperatura de transição vítrea ( $T_g$ ).

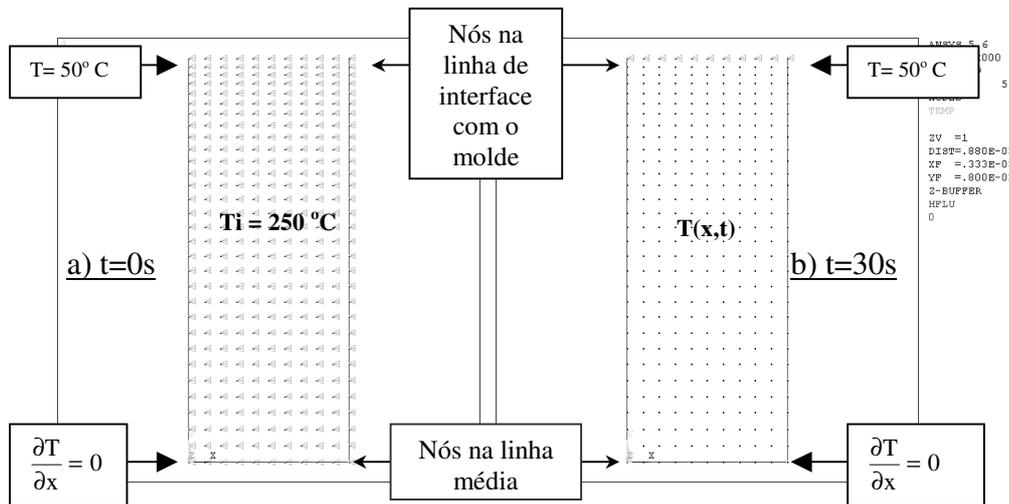


Figura 6-7 (a)  $T_i = 250\text{ }^\circ\text{C}$  fixado para todos os nós do domínio, a menos para o contorno de interface com o molde. (b)  $T(x,t)$  - valor obtido na análise transiente.

Para se obter maior precisão nos resultados, a análise transiente foi realizada em duas etapas.

Etapa 1) Determinação das curvas de temperatura dos níveis mais próximos ao centro da peça, onde o resfriamento é mais lento, utilizando-se um tempo de integração de 0.2 s. A análise se estendeu até o tempo de 30 s, quando todos os níveis já alcançaram a temperatura de  $T_g$ .

Etapa 2) Realização do refinamento das curvas de temperatura dos 5 níveis mais próximos da parede do molde, onde o resfriamento é muito rápido. Nesta etapa foi utilizado um tempo de integração de 0,01s e se estendeu até o tempo de 5s, quando todos os 5 níveis mais superficiais da peça já haviam atingido a temperatura  $T_g$ .

As curvas obtidas das análises no ANSYS foram muito próximas àquelas das análises reológicas, mostradas na figura 6-5. A figura 6-8 apresenta as curvas de resfriamento considerando temperatura de injeção de  $250\text{ }^\circ\text{C}$ .

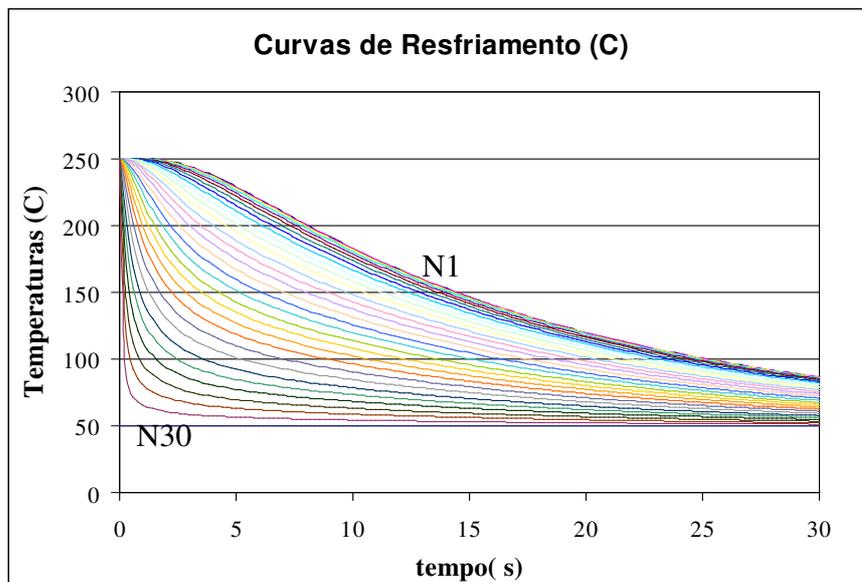


Figura 6-8 Curvas de resfriamento obtidas a partir da análise em elementos finitos para temperatura inicial de injeção de 250°C.

#### 6.1.4.3 Curvas de Resfriamento Obtidas do Modelo de Erro de Gauss.

Assim como no trabalho de Pecorini (1997) e por se tratar de uma geometria simples, utilizou-se a função de Erro de Gauss para a determinação do resfriamento das camadas ao longo da espessura do corpo de prova.

Os dados termofísicos do poliestireno PG-33, apresentados na tabela 6-1, como também a temperatura inicial de injeção e do molde, foram editados no arquivo de dados (ver figura 5-4) necessário ao programa que constrói as curvas de resfriamento em cada camada ao longo da espessura. Baseando-se na análise reológica anterior, foi considerado um tempo de análise de condução de 30s, suficiente para que a camada na superfície média atinja a temperatura  $T_g$ .

#### 6.1.5 Análise de Difusão e Determinação da Trinca Equivalente

Obtidas as curvas de resfriamento, o próximo passo é a execução do programa que calcula a interpenetração total de cadeias em cada nível ao longo da espessura e constrói um gráfico de interpenetrações através do qual se determina o tamanho da trinca equivalente.

### 6.1.5.1 Curvas de Interpenetração para Temperatura de injeção de 160°C

A figura 6-9 mostra curvas de interpenetrações entre as cadeias versus a distância na espessura a partir da superfície média da peça, obtidas a partir das curvas de resfriamento, mencionadas anteriormente.

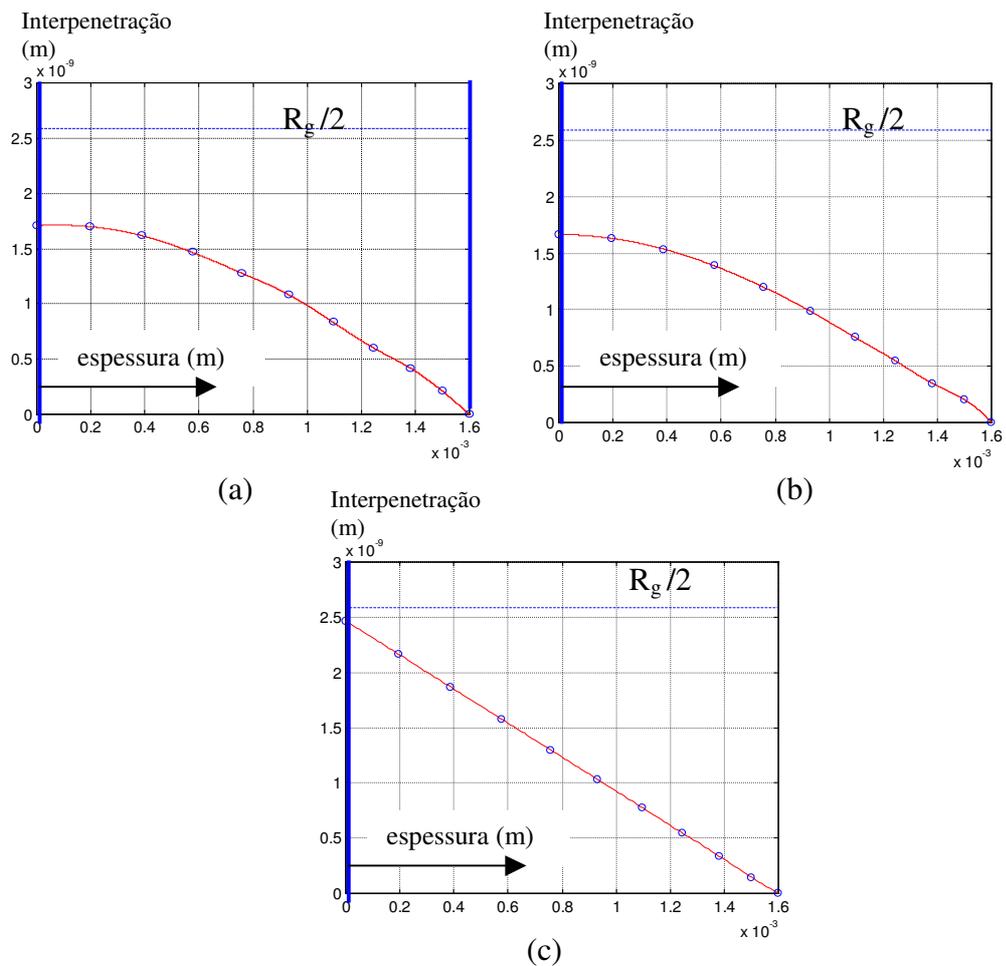


Figura 6-9 Curvas de interpenetração das cadeias poliméricas ( $t_i = 160\text{ }^\circ\text{C}$ ) obtidas a partir das análises de resfriamento: (a) Análise Reológica; (b) Análise térmica em elementos finitos; (c) Modelo de Erro de Gauss.

Nestes gráficos, os pontos ao longo da curva definem os valores de interpenetração calculados para cada camada ao longo da espessura. O programa traça a curva do tipo “spline” passando por estes pontos e ainda desenha a reta tracejada paralela ao eixo das espessuras que define o valor da metade do raio de giração do polímero.

Quando se considera uma temperatura de injeção de 160°C, a metodologia adotada indicará uma trinca equivalente que tomará toda a espessura da peça, já que em qualquer camada não se alcançou uma interpenetração superior a metade do raio de giração do polímero. Esta conclusão é comprovada nas três curvas anteriores, onde se observa que a reta correspondente a  $Rg/2$  não intercepta a curva das interpenetrações

A temperatura de injeção recomendada pelo fabricante para o poliestireno considerado na análise é de cerca de 200°C, sendo portanto a temperatura de 160°C considerada “fria” para a injeção deste polímero. Poliestireno injetado em temperaturas baixas como a de 160°C em peças de grande porte (onde o comprimento de fluxo a ser percorrido pelo material fundido durante o preenchimento é muito maior que o verificado no corpo de prova de tração), é improvável a possibilidade de preenchimento completo da cavidade do molde em máquinas injetoras de médio ou grande porte. Desta maneira, é de se esperar grandes prejuízos no material injetado “frio” mesmo sem presença da linha de solda.

#### **6.1.5.2 Curva de Interpenetração para Temperatura de Injeção de 205°C**

Utilizando as curvas de resfriamento da análise reológica obtidas em cada camada ao longo da espessura para uma temperatura de injeção de 205°C, obtém-se o gráfico de interpenetrações ao longo da espessura conforme mostra a figura 6-10. A trinca equivalente calculada tem um comprimento de cerca de 0,8 mm .

A partir das curvas de resfriamento calculadas no ANSYS obtém-se uma curva de interpenetrações muito próxima da obtida pela análise reológica no C-Mold. O comprimento da trinca equivalente ao longo da espessura do corpo de prova injetado a 205°C é novamente calculado como próximo a 0,8 mm.

Apesar do formato da curva de interpenetrações obtida a partir da análise térmica simplificada ser diferente da curva de interpenetrações obtidas pelas análises térmicas mais completas do ANSYS ou C-Mold, o comprimento da trinca equivalente é praticamente o mesmo (~ 0,8mm), como se pode verificar na figura 6-10, indicando assim, a validade do modelo simplificado de Gauss para o corpo de prova adotado nesta análise.

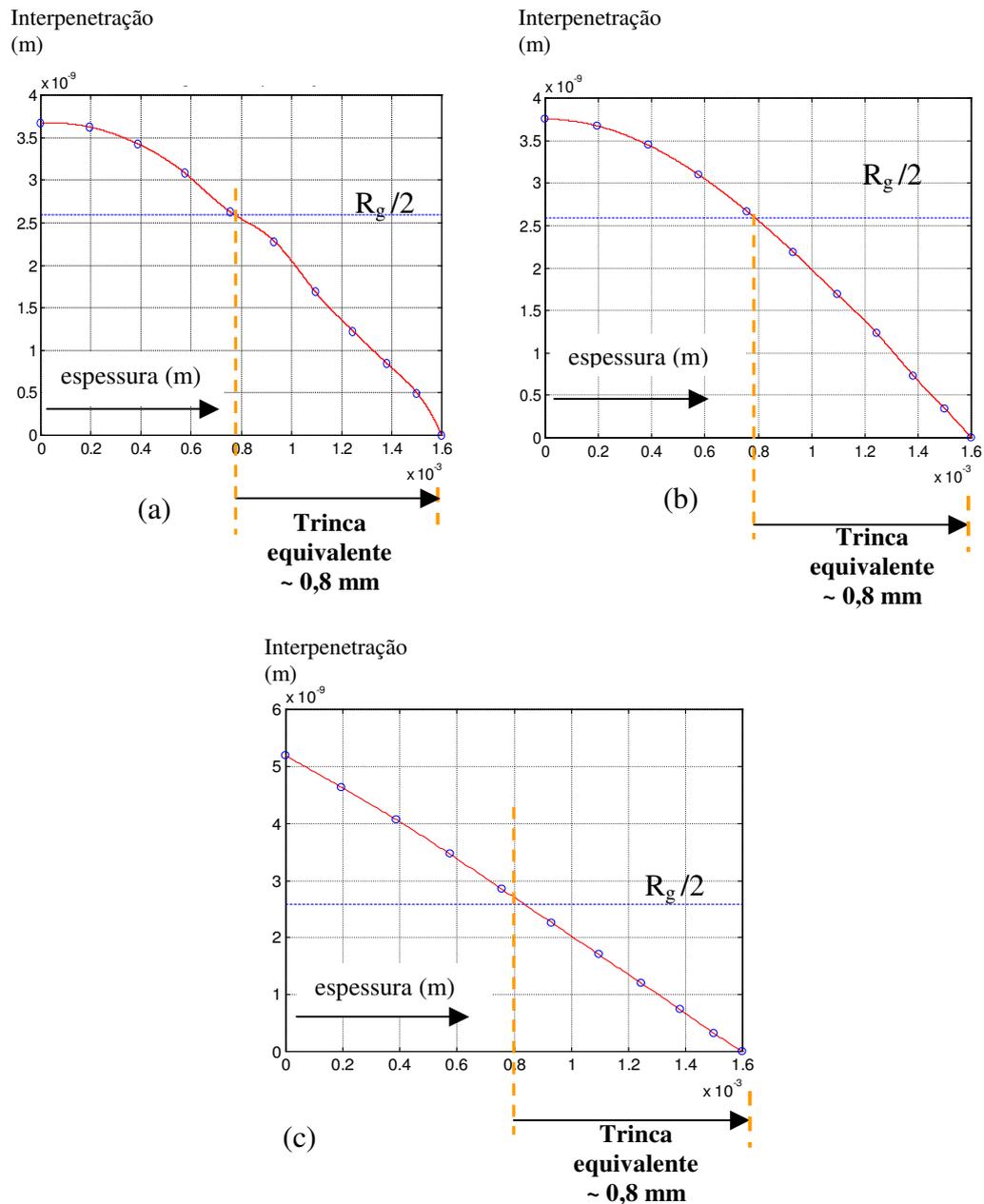


Figura 6-10 Curvas de Interpenetração ( $t_i = 205^\circ\text{C}$ ) obtidas a partir das curvas de resfriamento da : (a) análise reológica (C-Mold); (b) análise térmica por elementos finitos (ANSYS); (c) análise de condução pelo modelo de Gauss.

### 6.1.5.3 Curva de Interpenetração para Temperatura de Injeção de $250^\circ\text{C}$

Para uma temperatura de injeção de  $250^\circ\text{C}$ , a trinca equivalente obtida a partir da análise reológica ou da análise em elementos finitos tem um comprimento

de cerca de 0,4 mm. A curva de interpenetrações obtida a partir da análise de elementos finitos é novamente muito próxima da obtida pela análise reológica. A curva de interpenetrações obtida a partir da análise térmica simplificada de erro de Gauss tem um formato diferente das curvas de interpenetrações obtidas pelas análises do ANSYS ou C-Mold, mas, no entanto, o comprimento da trinca equivalente é praticamente o mesmo (~0,4mm).

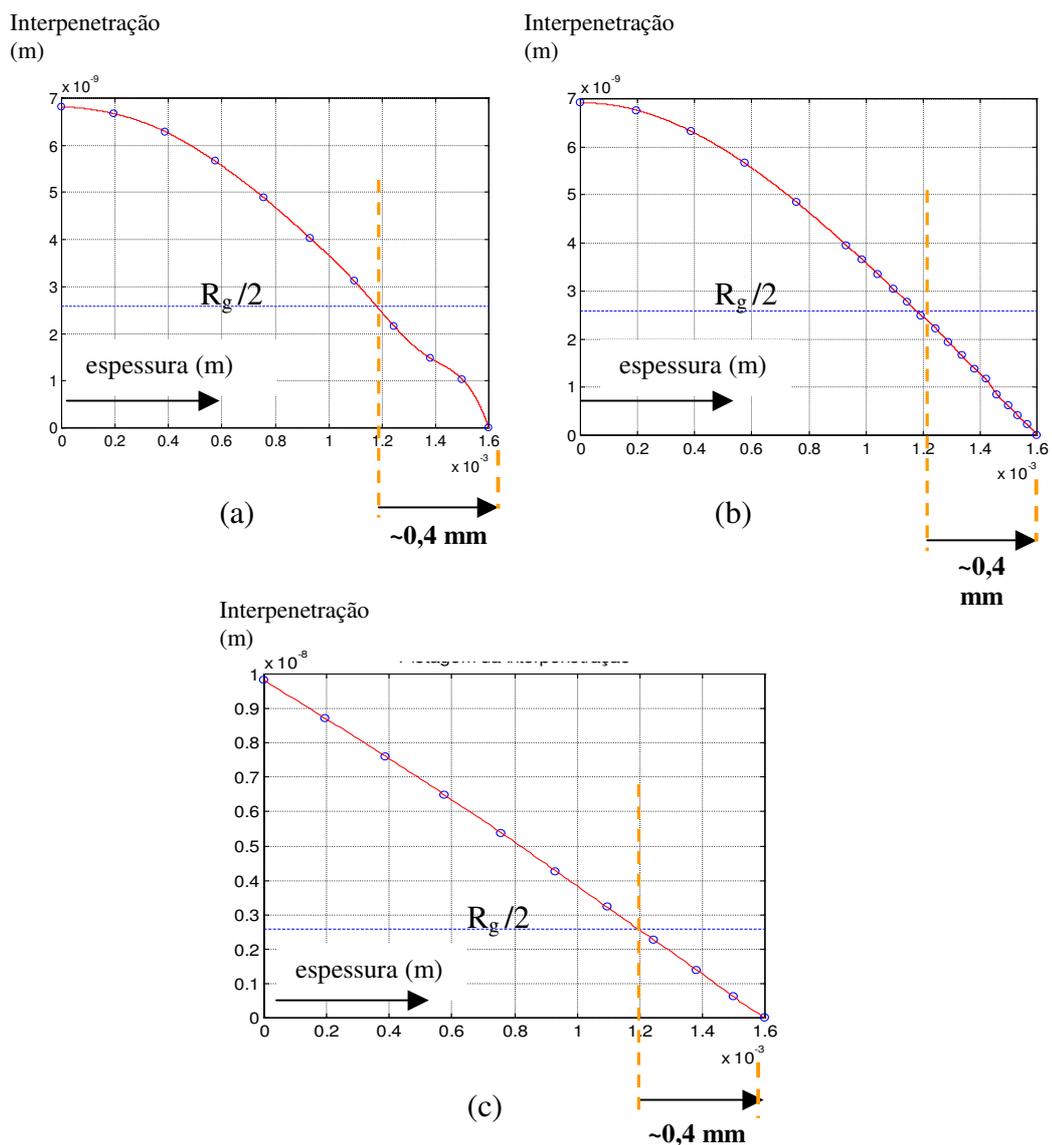


Figura 6-11 Curvas de Interpenetração ( $t_i = 250$  °C) obtidas a partir das curvas de resfriamento da: (a) análise reológica (C-Mold) ; (b) análise térmica por elementos finitos (ANSYS); (c) análise de condução pelo modelo de Gauss.

### 6.1.6 Análises de Mecânica da Fratura dos Corpos de Prova

A seguir, será verificada a resistência do corpo de prova com as linhas de solda formadas durante a injeção da peça, estando o material fundido a 205 e 250°C. Para a temperatura de injeção de 160°C não há união considerável entre as cadeias através da superfície de encontro de frentes de fluxo e, portanto, não será feita esta análise.

Por se tratar de poliestireno puro, a peça apresenta essencialmente um comportamento linear elástico, o que torna possível a análise ser realizada através do modelo de fratura frágil. A figura 6-12 mostra a região do corpo de prova modelada para a análise de fratura da trinca equivalente.

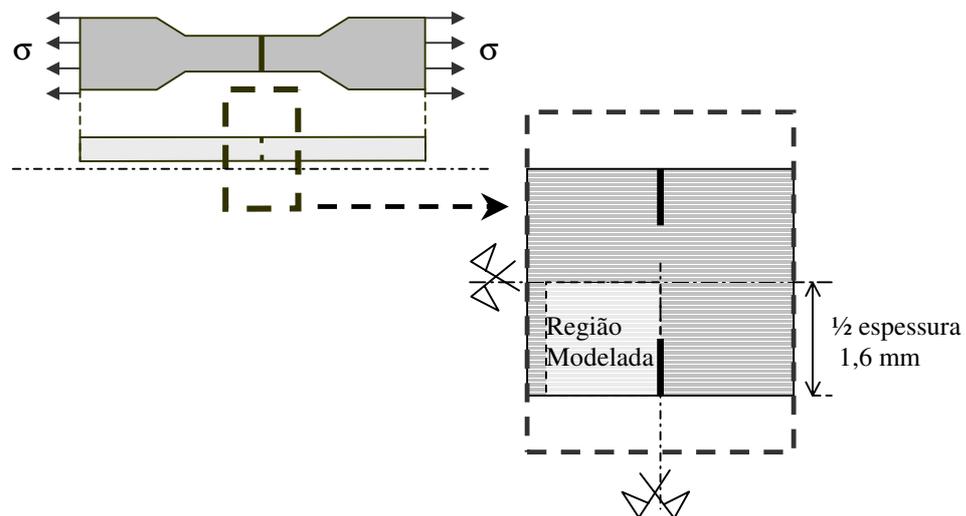


Figura 6-12 Região do Corpo de Prova a ser modelada em elementos finitos para o cálculo de fratura

#### 6.1.6.1 Análise de Fratura dos Corpos Injetados a 250°C

Como indicado no item 6.1.5.3, a trinca equivalente para a temperatura de injeção de 250° tem um profundidade de 0,4 mm; para análise da capacidade resistente do corpo de prova carregado por uma tensão “ $\sigma$ ” de tração de 10 MPa, serão realizadas análises de modelos planos e tridimensionais de elementos finitos.

### a) Modelo Plano de Fratura

A figura 6-13 mostra a malha de elementos finitos de estado plano de deformações com a presença de elementos singulares ao redor da ponta da trinca.

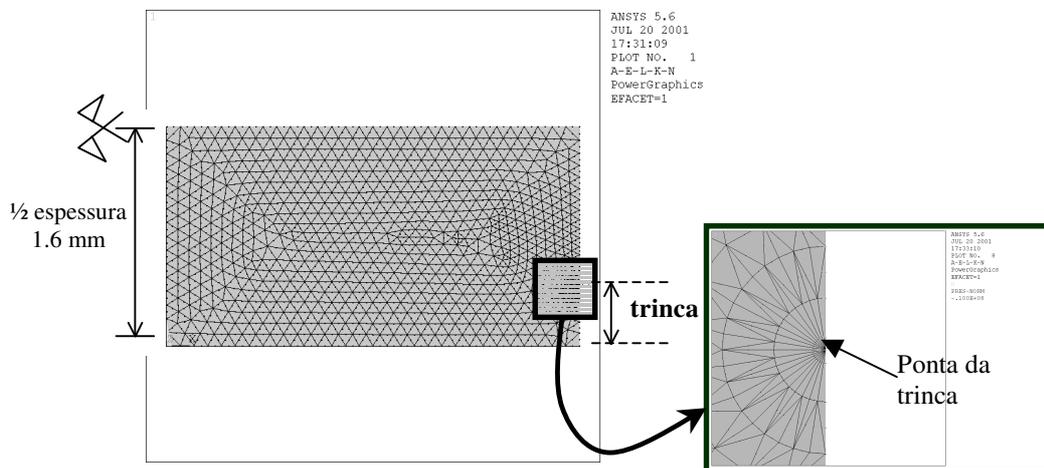


Figura 6-13 Malha de Elementos Finitos de Estado Plano de Deformações com elementos singulares o redor da ponta da trinca.

Para a análise de fratura do modelo numérico foram aplicadas as condições de contorno de simetria e a tensão “ $\sigma$ ” de tração de 10 MPa, conforme mostra a figura 6-12.

Após a fase de processamento da solução do problema, definiu-se a linha de nós onde se localiza a trinca para o pós processamento do campo de tensões. Desta maneira, observou-se que uma tensão de 10 MPa tracionando o corpo de prova, provocará um fator de concentração de tensões  $K_I = 0.433 \text{ MPa.m}^{1/2}$ , considerando como hipótese que a largura de 12,7 mm será suficiente para garantir um estado plano de deformações em seu interior. Para comprovar esta hipótese, será apresentada, a seguir, um estudo considerando o modelo 3D de fratura

### b) Modelo Tridimensional de Fratura

A figura 6-14 mostra a malha de elementos finitos tridimensionais do ANSYS com a presença de elementos singulares ao redor da ponta da trinca, para um corpo de prova injetado a 250°C.

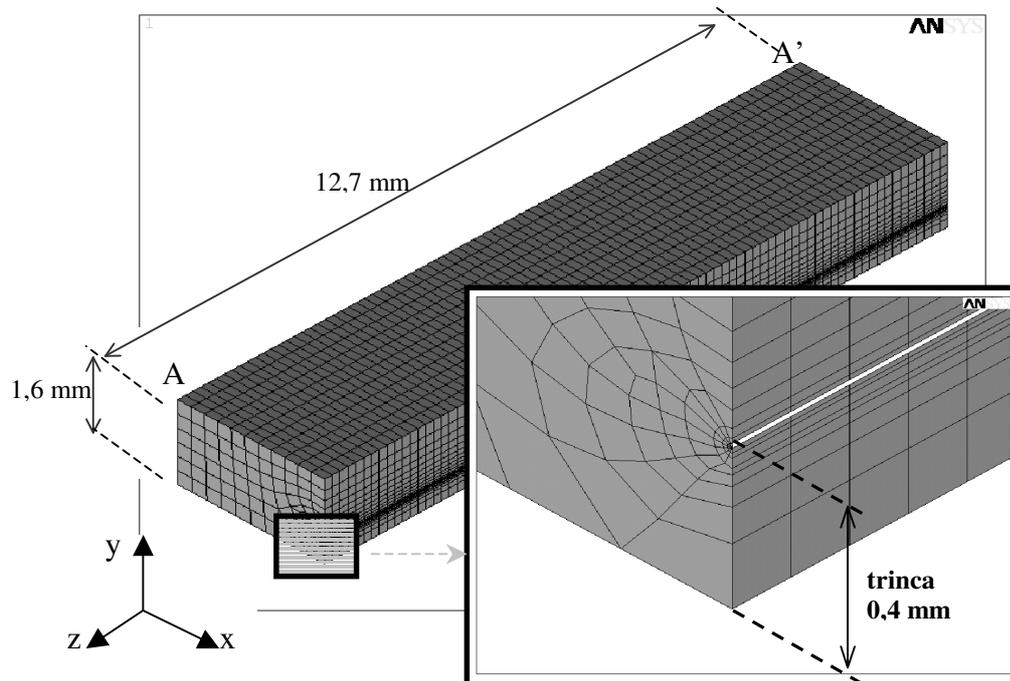


Figura 6-14 Malha Tridimensional de Elementos Finitos com elementos singulares o redor da ponta da trinca

Para a análise à fratura do modelo numérico tridimensional foram aplicadas as condições de contorno de simetria e a tensão de 10 MPa conforme mostra a figura 6-15.

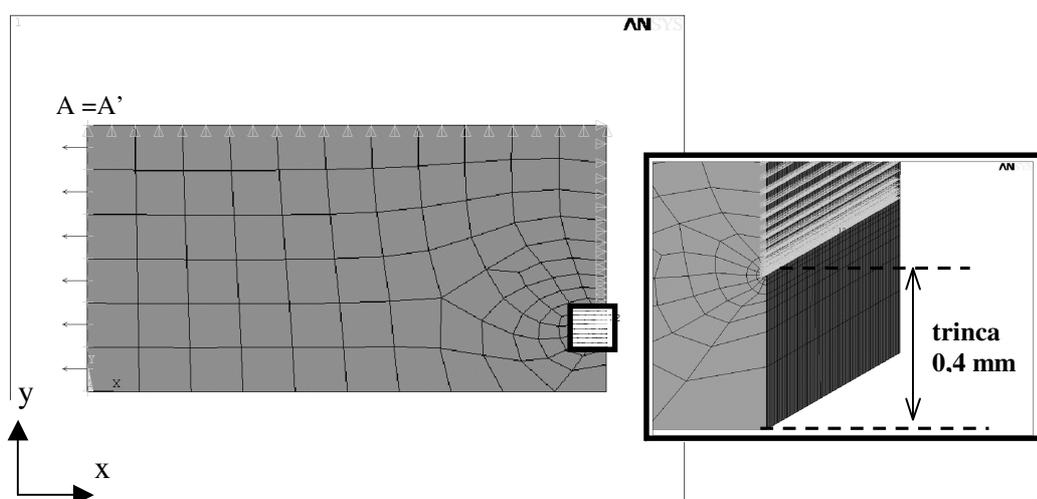


Figura 6-15 Condições de contorno e de cargas aplicadas no modelo numérico tridimensional.

Nesta figura é importante observar que o grau de liberdade na direção “z” não foi restringido, a menos para os nós ao longo da linha AA’ (ver figura 6-14) para efeito de equilíbrio do modelo. Sendo assim, pode-se obter a distribuição do fator de intensidade de tensão ao longo da largura do corpo de prova e verificar se esta dimensão é mesmo suficiente para garantir estado plano de deformações em seu interior.

Na figura 6-16, aparece a deformação de Von Mises na região da ponta da trinca, onde foram retirados alguns elementos finitos a fim facilitar a observação do comportamento nesta região. Observa-se que, ao longo da linha de frente da trinca, o estado de deformações na superfície do corpo de prova não é o mesmo que em seu interior. Isto fica mais evidente quando se traça um gráfico como o da figura 6-17, que mostra o valor da deformação específica de Von Mises ao longo da linha que define a frente da trinca (largura de 12,7 mm), onde o campo de tensões e deformações é singular.

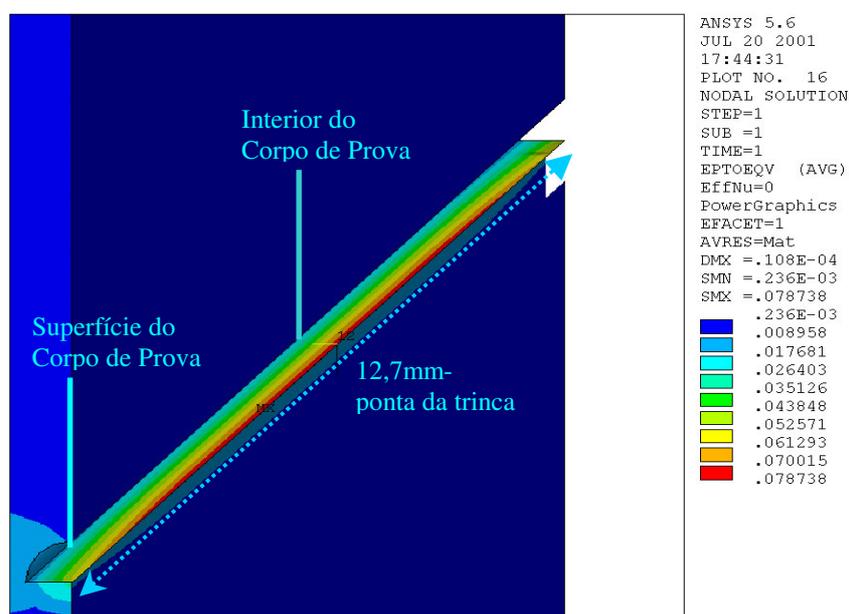


Figura 6-16 Deformação calculada pelo critério de Von Mises ao longo da largura do corpo de prova

Desta maneira, espera-se que o valor do fator  $K_I$  se altere dependendo da posição do caminho de nós ao longo da largura de 12,7 mm que se define para o cálculo de fratura no pós processador do ANSYS.

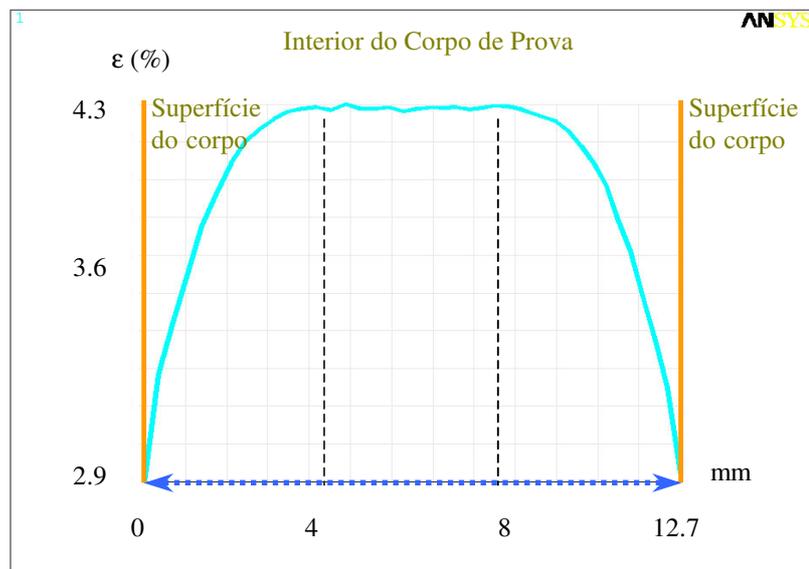


Figura 6-17 Curva dos valores das deformações ( $\epsilon$ ) calculadas segundo o critério de Von Mises para os nós localizados ao longo da ponta da trinca.

No gráfico da figura 6-17 observa-se que, na região da trinca, a deformação na superfície do corpo é de cerca de 2.9 %, crescendo para um valor de 4.3 % na região entre 4 mm e 8 mm. Nesse intervalo, o valor da deformação não se altera, voltando a cair a partir de 9 mm até atingir novamente o valor de 2.9 %.

Por isso, para a avaliação do fator de intensidade de tensões define-se o caminho de nós na superfície e na seção média de 6.35 mm.

A figura 6-18 aponta o caminho de nós na superfície (a) e no meio do corpo de prova (b), utilizados para o cálculo do fator de intensidade de tensões.

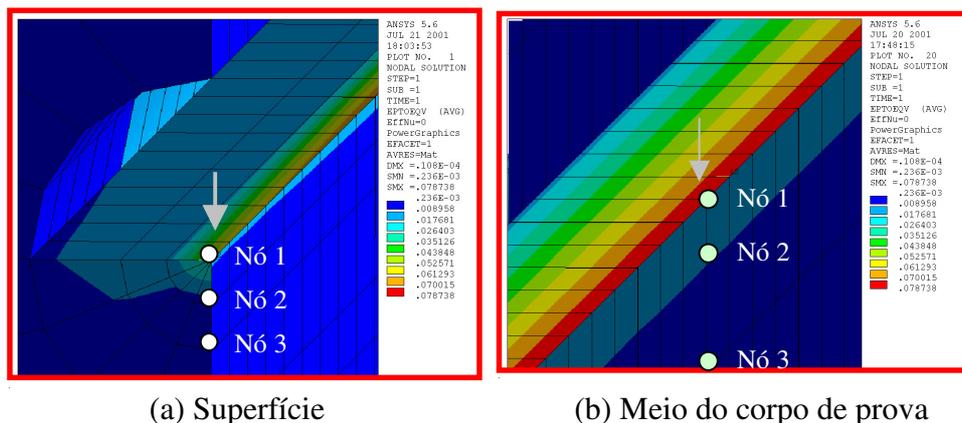


Figura 6-18 Indicação das linhas de nós para as quais se calcula o fator  $K_I$ .

O fator de intensidade de tensões  $K_I$  obtido no caminho definido no interior do corpo de prova é de  $K_I = 0,43 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ , idêntico ao valor anteriormente obtido pelo modelo de estado plano de deformações. Como a tenacidade à fratura do material está por volta de  $1 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ , não ocorrerá a ruptura do corpo de prova.

O fator de concentração de tensões  $K_I$  obtido na superfície é de  $K_I = 0,28 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ , diferente do valor anteriormente obtido pelo modelo de estado plano de deformações. Isto reforça o fato de que, na superfície média, o modelo 2D de fratura é bastante aceitável.

### 6.1.6.2 Análise de Fratura dos Corpos Injetados a 205°C

A análise de difusão de cadeias mostrou que a trinca equivalente para a temperatura de injeção de 205°C tem uma profundidade de 0,8 mm. O processo de análise de fratura do corpo de prova injetado agora em 205°C é idêntico ao processo anterior do corpo injetado a 250°C.

#### a) Modelo Plano de Fratura

A figura 6-19 mostra a malha de elementos finitos de estado plano de deformações com a presença de elementos singulares ao redor da ponta da trinca que foi elaborado para a avaliação do fator de intensidade de tensões devido a tração de 10 MPa externamente aplicada.

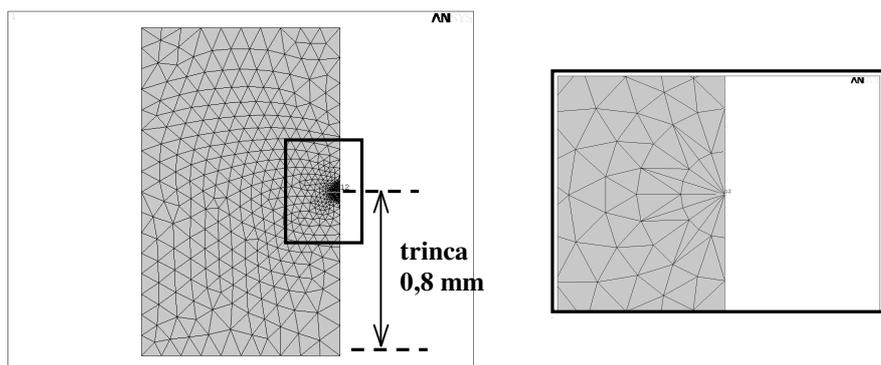


Figura 6-19 Modelo Computacional da Peça Plástica Injetada a 205 °C.

Definindo a linha de nós onde se localiza a trinca, o pós processamento do campo de tensões apresenta um valor de  $K_I = 1,06 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ .

Desta maneira, conclui-se que uma tensão de 10 MPa tracionando o corpo de prova, provocará um fator de intensidade de tensões de  $1 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ , indicando a ruptura do corpo de prova ( $K_{IC} = 1 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ ).

#### b) Modelo Tridimensional de Fratura

Semelhante ao caso anterior, foi construída uma malha de elementos finitos tridimensionais no ANSYS com a presença de elementos singulares ao redor da ponta da trinca de 0,8 mm.

Novamente o grau de liberdade na direção da largura de 12,7 mm (direção z) não foi restringido para a avaliação do fator de intensidade de tensão ao longo da largura do corpo de prova .

O gráfico da figura 6-20 mostra o valor da deformação específica de Von Mises, nos nós localizados ao longo da linha que define a ponta da trinca (região de singularidade) .

Observa-se que a deformação na superfície do corpo é de cerca de 8.3 %, crescendo para um valor de 10.3 % na profundidade de cerca de 1 mm onde alcança o valor máximo de deformação. A partir da profundidade de 1 mm, a deformação começa a cair novamente, alcançando um valor de 10 % na profundidade média do corpo de prova (6,35 mm).

Desta maneira, espera-se que o valor do fator  $K_I$  novamente se altere dependendo da posição do caminho de nós ao longo da largura de 12.7 mm que se define para o cálculo de fratura no pós processador do ANSYS.

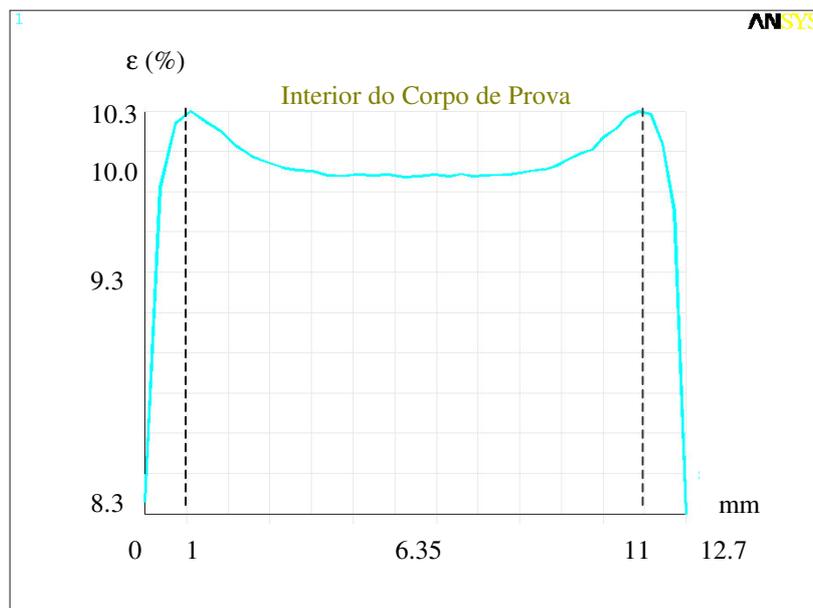


Figura 6-20 Curva do valor da deformação de Von Mises na linha de 12,7 mm que define a ponta da trinca ( $T_i=205^{\circ}\text{C}$ )

Para a avaliação do fator de intensidade de tensões foram considerados os caminhos de nós próximos da superfície, na profundidade de 1mm, onde o valor de deformação é máximo, e na profundidade média de 6.35 mm.

A tabela 6-2 apresenta o resumo dos valores de  $K_I$  obtidos em cada uma das três linhas de nós. É importante observar que à 1 mm da superfície, praticamente ocorre o mesmo valor de  $K_I$  calculado anteriormente pela análise de fratura em estado plano de deformações, indicando novamente a validade do modelo 2D de fratura para o corpo de prova, agora com uma trinca equivalente maior comparado com o modelo anterior do corpo injetado a  $250^{\circ}\text{C}$ .

Tabela 6-2 Valores de  $K_I$  no corpo de prova injetado a  $205^{\circ}\text{C}$

REGIÃO DA LINHA DE NÓS	VALOR DE $K_I$ (MPa.m <sup>1/2</sup> )
Superfície	0,97
Região Média	0,76
Distância de 1mm da Superfície	1,00

## 6.2 Análise da Linha de Solda Formada Em Uma Placa Retangular Com Furo Central

### 6.2.1 Geometria da Placa

Neste exemplo, procura-se analisar uma placa retangular de 300 x 600 mm, com um furo central circular de diâmetro 80 mm e com espessura uniforme, tal como mostra a figura 6-21.

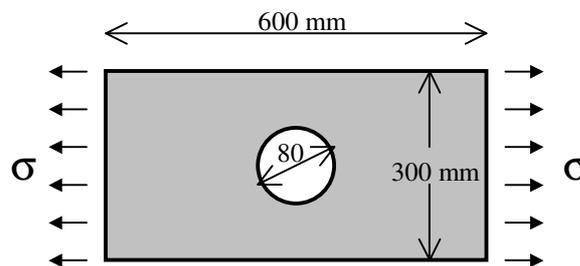


Figura 6-21 Placa Placa com Furo Central contendo linha de solda e carregada por uma tensão de tração  $\sigma$ .

### 6.2.2 Material Plástico

O material adotado foi o mesmo polímero frágil utilizado no corpo de prova de tração, ou seja, poliestireno de proposta geral PG33 da Chi-Mei Corp. e cujas propriedades foram apresentadas na tabela 6-1.

### 6.2.3 Análise de Injeção

A figura 6-22 ilustra o modelo numérico utilizado no aplicativo C-Mold para a análise reológica de injeção onde se verifica, no destaque (b), o bico de entrada do polímero do tipo “leque”. Nota-se também o refino da malha na região provável de formação da linha de solda.

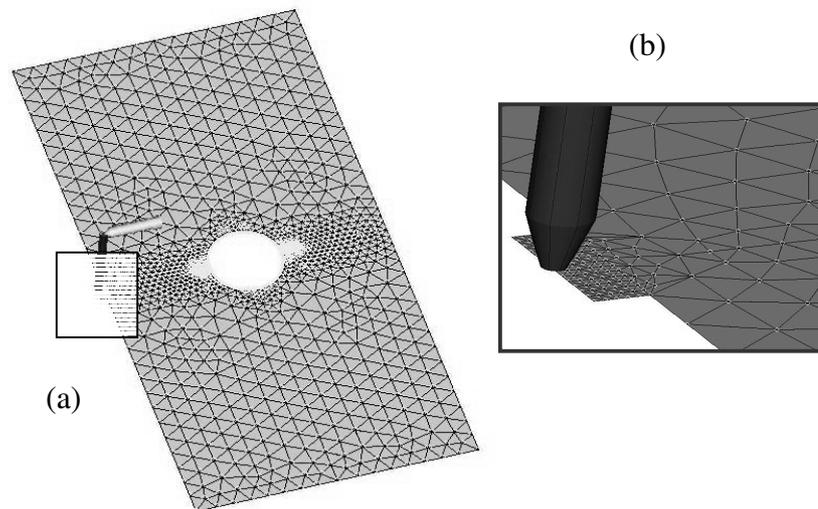


Figura 6-22 (a) Malha de elementos finitos utilizada para a simulação de injeção.  
(b) Detalhe da região do bico de injeção (tipo “leque”).

Em torno do furo há uma divisão do fluxo de material plástico injetado e posterior reencontro formando assim a linha de solda no lado oposto ao ponto de injeção, como mostram as figura 6-23 e 6-24. Estas figuras foram extraídas do aplicativo C-Mold, após realizada a análise reológica, onde se verifica a extensão da linha de solda no plano médio da peça e onde são identificados três elementos finitos, A, B e C, tais como mostrados na figura 6-23(b), para a determinação da espessura da trinca equivalente em cada um deles. A extensão da linha de solda é determinada pelo C-Mold, basendo-se no ângulo “ $\varphi$ ” de encontro de frentes de fluxo, como indicado na figura 6-23(c). A linha de solda é considerada ao longo de uma extensão onde “ $\varphi$ ” é menor que  $135^\circ$  ( C-Mold Design Guide – 1998).

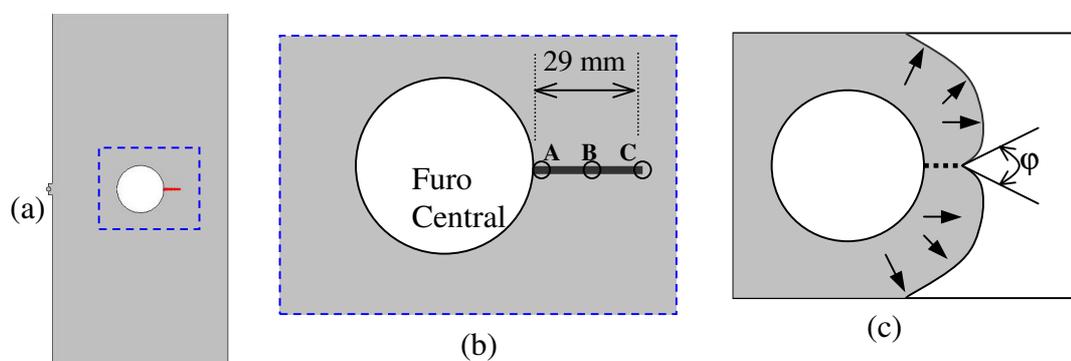


Figura 6-23 Características da extensão e forma da linha de solda na peça injetada.

A figura 6-24 ilustra o avanço das frentes de fluxo onde se verifica a divisão e posterior reencontro ao redor do furo. Nessa figura há também a indicação do tempo de avanço das frentes de material fundido.

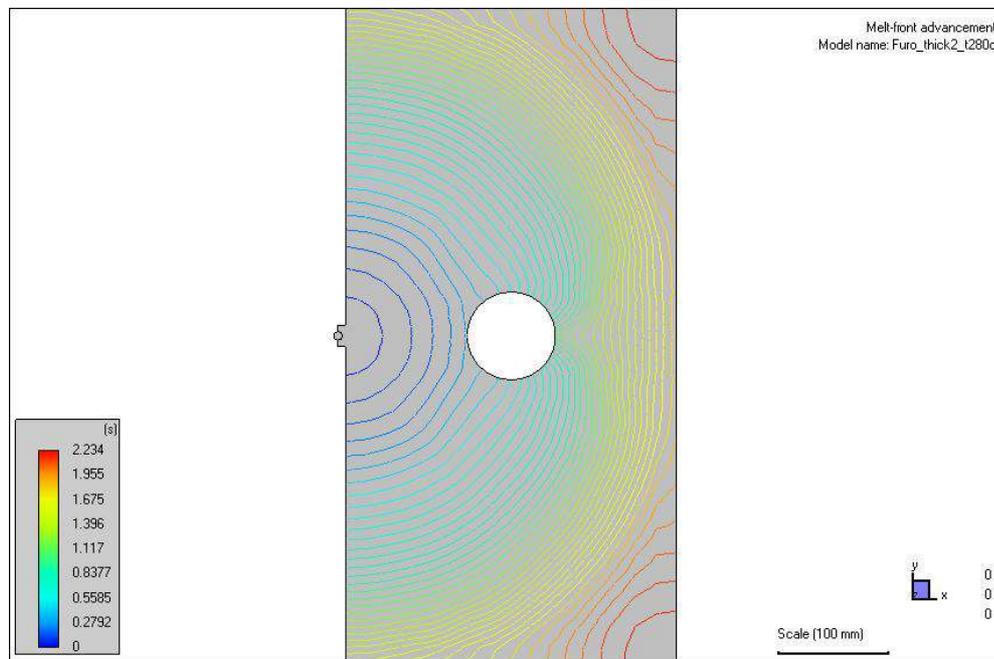


Figura 6-24 Propagação das frentes de material fundido durante o processo de injeção da placa.

Foram feitas análises de placas com três espessuras distintas de 2.0, 3.0 e 4.0 mm, nas temperaturas de injeção de 220, 250 e 280 °C, resultando num total de nove configurações que caracterizam a linha de solda deste problema. Para cada uma das nove configurações que combinam espessura e temperatura de injeção, foram extraídas as curvas de temperatura dos elementos (A, B e C) e em cada um dos dez níveis ao longo da meia espessura definidos pelo C-Mold. As condições de processo consideradas nesta análise foram: tempo de injeção de 2s, tempo de recalque de 7.1s, pressão de recalque de 60 MPa, tempo de resfriamento de 20s, temperatura do molde de 50° C.

A figura 6-25 mostra as curvas de resfriamento em cada nível para os elementos A, B e C, considerando uma temperatura de injeção de 220°C e espessura da placa de 2mm.

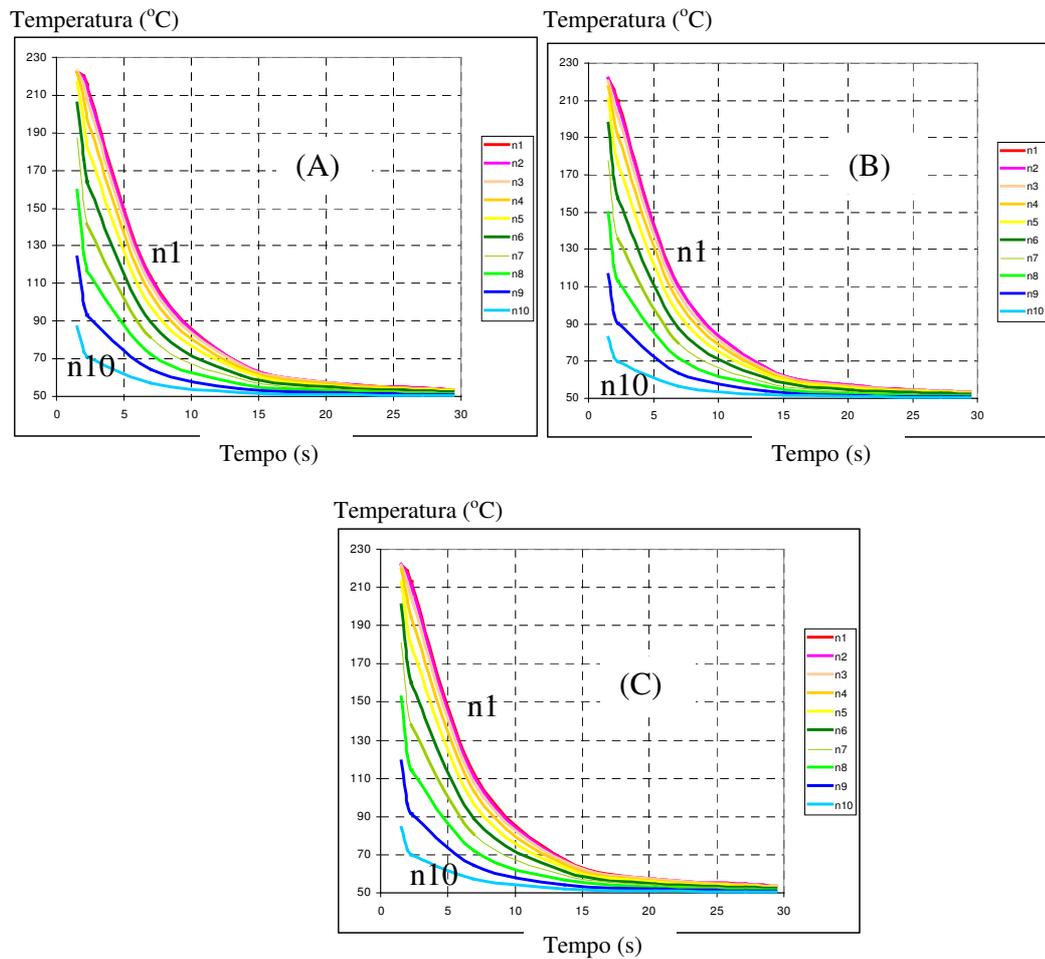


Figura 6-25 Curvas de Resfriamento para os Elementos A, B e C considerando temperatura de injeção de 220° C e placa com espessura 2mm.

## 6.2.4 Análise de Difusão de Cadeias e Determinação das Trincas Equivalentes

As curvas de resfriamento, nos dez níveis ao longo da meia espessura e para cada elemento (A, B e C) ao longo da linha de solda, foram exportadas da análise reológica em arquivos tipo “texto” de formato ASC. As curvas de resfriamento são formadas por nove pontos, desde o início do encontro de frentes de fluxo até um determinado tempo onde se atinge um nível completo de congelamento do material na cavidade do molde.

Estes arquivos exportados do C-Mold foram lidos pelo programa em linguagem MATLAB que determina uma curva do tipo “spline” e que passa pelos nove pontos de cada curva de resfriamento. Após obtidos os pontos sobre a curva e dentro do intervalo de interesse (temperatura maior que a de transição vítrea), foram exportados 27 arquivos de dados relativos a cada elemento (A, B ou C) ao longo da linha de solda, a uma temperatura de injeção (220, 250 ou 280 °C) e uma espessura de placa (2, 3 ou 4 mm). Cada um destes 27 arquivos obtidos foram lidos pelo programa que analisa a difusão das cadeias poliméricas no encontro de frentes de fluxo e constrói a curva definida pelos comprimentos de interpenetração atingidos em cada camada. A figura 6-26 mostra as curvas de interpenetração de cadeias obtidas para a placa com 4 mm de espessura injetada a 280 °C para os elementos (A), (B) e (C) ao longo da linha de solda.

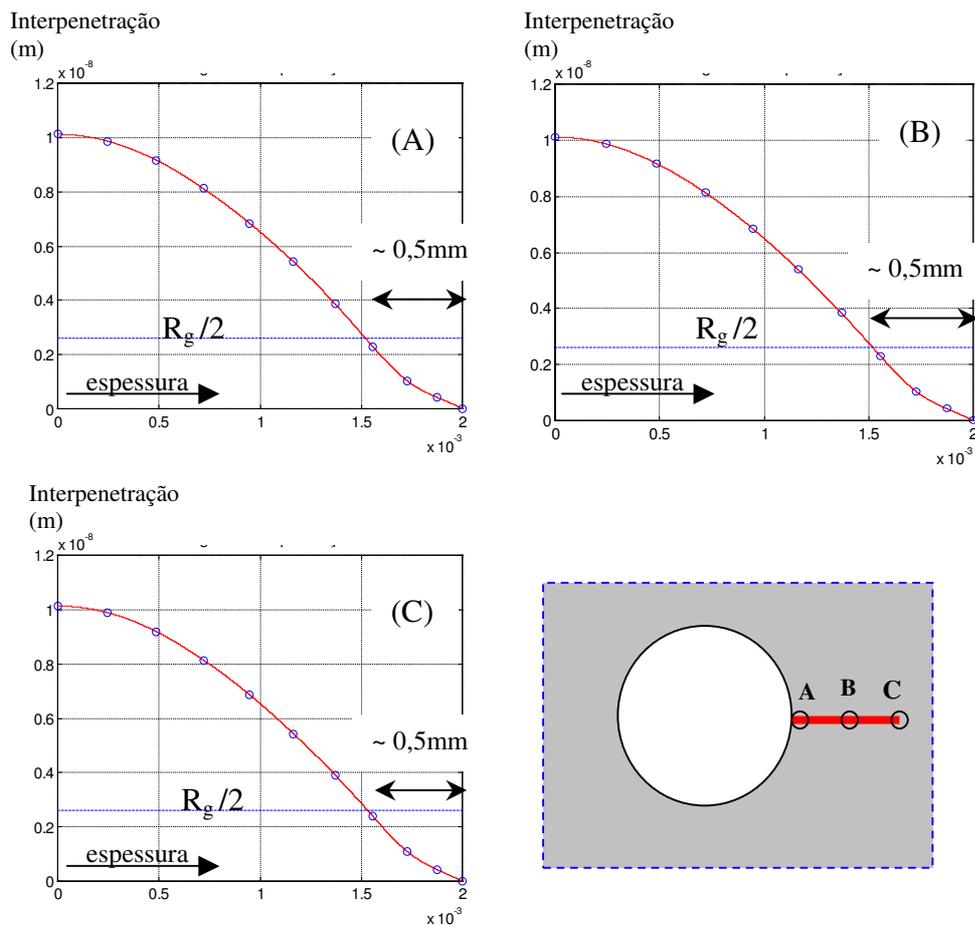


Figura 6-26 Curvas de interpenetração para os elementos (A), (B) e (C) considerando temperatura de injeção de 280°C e placa de 4mm de espessura.

Após este processo, pode-se então encontrar as espessuras das trincas equivalentes para os três elementos (A, B e C), para as três espessuras (2, 3 e 4 mm) e para as três temperaturas analisadas (220, 250 e 280 °C).

Das análises de difusão, obtêm-se dimensões de trinca equivalente muito próximas para os elementos A, B e C. Por este motivo, nesta análise será considerada a mesma profundidade da trinca ao longo de toda sua extensão (aproximadamente iguais à trinca calculada em B).

A avaliação do comprimento da linha de solda ao longo da espessura está sintetizada na tabela 6-3 e ainda nos gráficos da figura 6-27.

Tabela 6-3 Resumo da Dimensões (mm) de Trinca Equivalentes para Placa Plana Com Furo Central

ESPESSURA	220 °C	250 °C	280 °C
2 mm	<b>1.0</b>	<b>0,68</b>	<b>0,54</b>
3 mm	<b>0,84</b>	<b>0,63</b>	<b>0,50</b>
4 mm	<b>0,80</b>	<b>0,60</b>	<b>0,50</b>

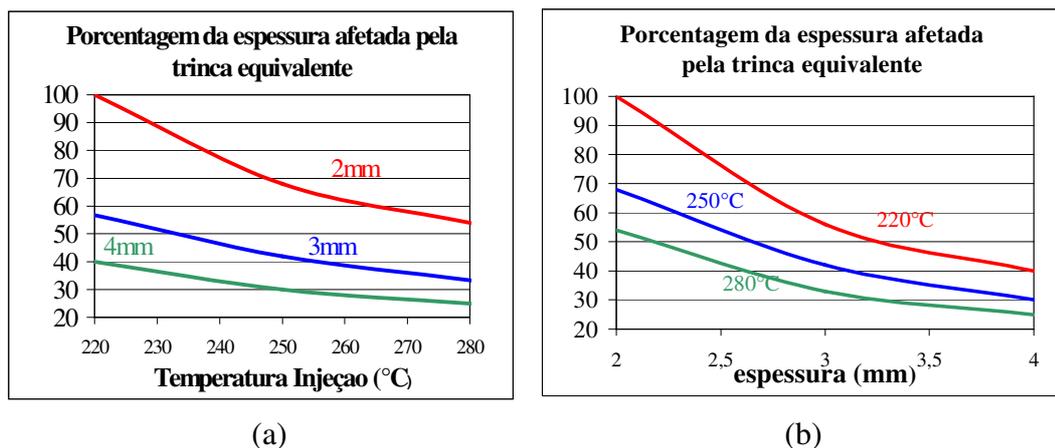


Figura 6-27 Gráficos da porcentagem da espessura afetada pela trinca equivalente em relação a: (a) temperatura de injeção; (b) a espessura da peça.

O gráfico 6-27(a) mostra a porcentagem da espessura da placa afetada pela trinca equivalente em relação a temperatura de injeção para as três espessuras de placas analisadas. O gráfico 6-27(b) apresenta a mesma porcentagem em relação a espessura da placa, para várias temperaturas de injeção.

A partir destes resultados observa-se que o acréscimo de temperatura de injeção diminui sensivelmente o tamanho da trinca equivalente para uma dada espessura. Para uma mesma temperatura de injeção, o acréscimo de espessura da placa faz reduzir o tamanho da trinca equivalente. Esse fato comprova que o aumento de espessura retarda a troca de calor do polímero com as paredes do molde, melhorando a união das frentes de fundido e reduzindo o tamanho da trinca.

Esta informação é essencial para a definição da espessura e da temperatura de injeção no projeto da peça plástica. Por exemplo, uma placa de 2.0 mm de espessura injetada a uma temperatura de 220 °C, apresentará uma trinca equivalente correspondente a 100% da espessura. Essa não é uma situação desejável, uma vez que a trinca equivalente tem a própria espessura da peça e, com isso, pode comprometer muito a sua capacidade resistente.

### **6.2.5 Análises de Mecânica da Fratura Linear Elástica da Placa Plana Fragilizada pela Trinca Equivalente**

Nove modelos de fratura em elementos finitos foram desenvolvidos combinando as três espessuras e as três temperaturas de injeção, prevendo a dimensão de trinca equivalente respectiva a cada configuração e segundo a análise anteriormente apresentada. A figura 6-28 ilustra a região onde se construiu a malha de elementos finitos na placa, bem como a condição de simetria aplicada ao modelo.

As placas com furo central apresentam uma linha de solda cuja trinca equivalente não atravessa toda a espessura, tornando necessário o uso de modelos numéricos tridimensionais para representar o comportamento da fratura. A única exceção foi a placa com espessura de 2 mm e injetada na temperatura de 220°C, para a qual a trinca equivalente atravessa toda a espessura, tornando possível a análise de um modelo de elementos finitos plano.

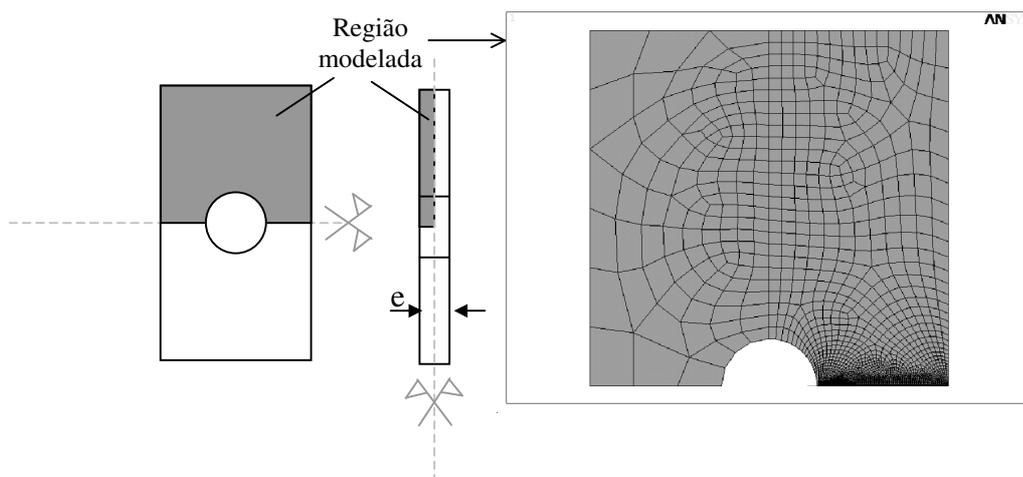


Figura 6-28 Região simétrica utilizada para a construção do modelo numérico de fratura da placa plana de espessura “e”.

Na figura 6-29(a) são indicadas as áreas onde se localizam as trincas equivalentes, previstas no modelo de elementos finitos pela ausência das condições de contorno de simetria, como mostra a figura 6-29(c).

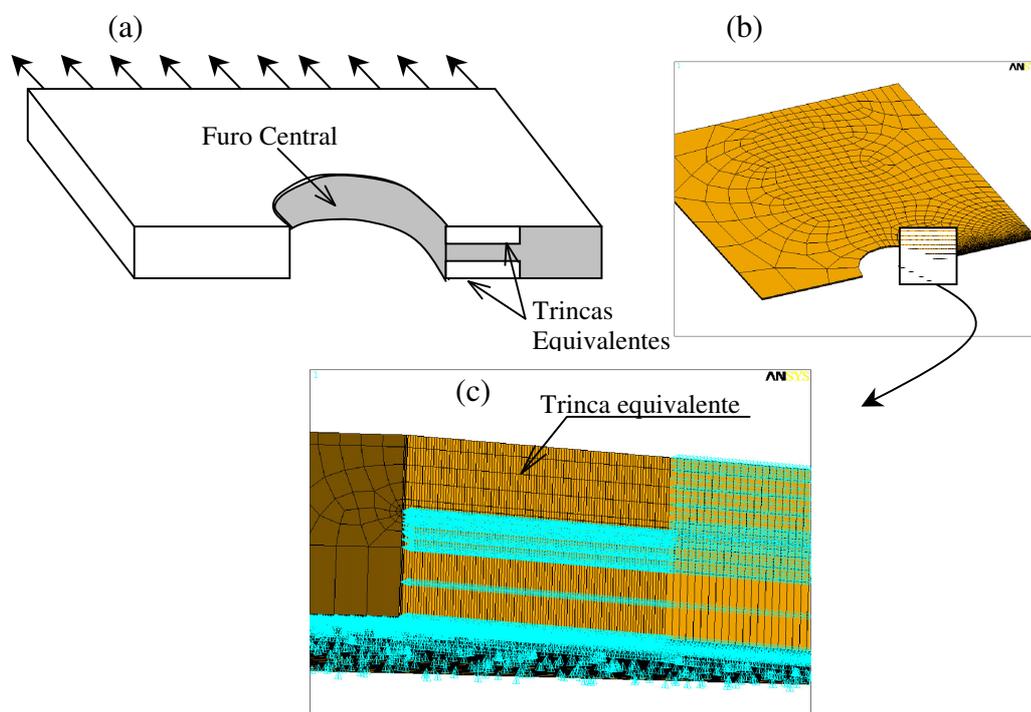


Figura 6-29 Previsão de trinca equivalente no modelo da placa plana:

(a) área onde se localiza a trinca equivalente; (b) região do modelo numérico onde se prevê a trinca equivalente; (c) Condições de contorno aplicadas no modelo;

Considera-se que uma mesma força de 6000 N distribuída uniformemente, traciona a placa plana em qualquer situação de espessura, como mostra a figura 6-30.

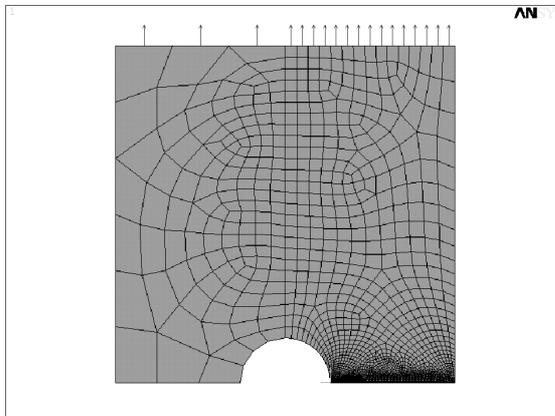


Figura 6-30 Tensão de tração distribuída na parte simétrica com resultante total de 6000 N

Os elementos ao redor da ponta da trinca foram transformados em elementos singulares para a correta avaliação do fator de concentração de tensões, como mostra a figura 6-31.

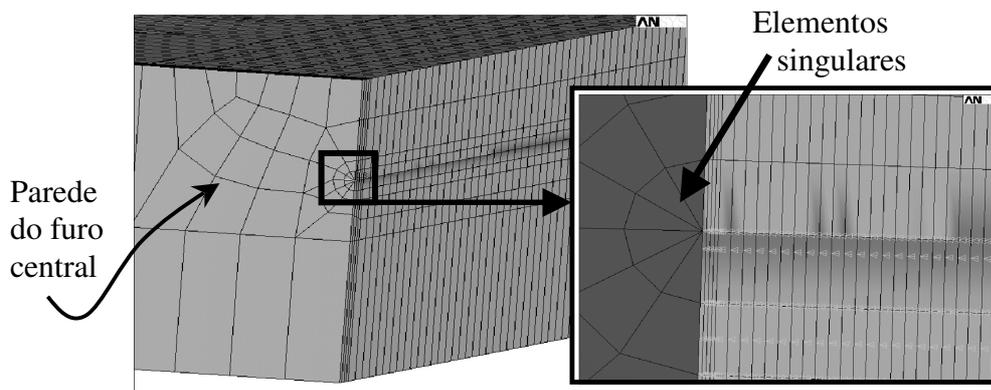


Figura 6-31 Inclusão de elementos singulares ao redor da ponta da trinca

Como se observa na figura 6-31, um refino maior foi previsto próximo a parede do furo central para considerar a maior concentração de tensões.

Para verificação da condição de Estado Plano de Deformações, é necessário fazer uma investigação do campo de tensões ao longo da extensão da trinca equivalente, tal como no caso anterior do corpo de prova de tração.

A partir da parede do furo central, foi investigada a tensão interna, que atua na direção da aplicação da carga externa, ao longo da frente da trinca e passando por toda a seção resistente da placa plana, como mostra a figura 6-32.

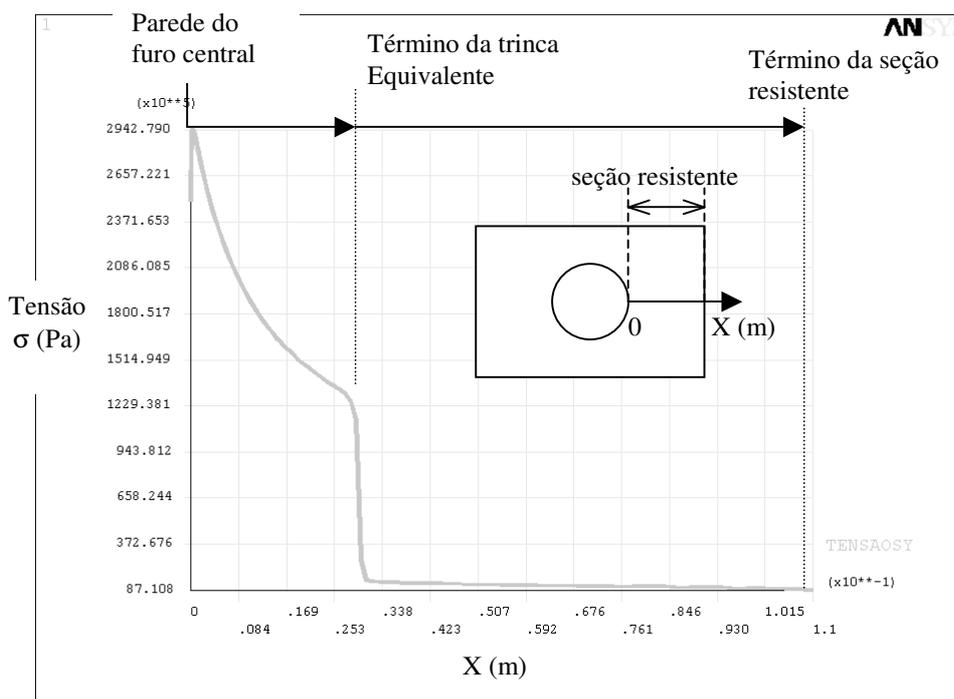


Figura 6-32 Distribuição de tensão ao longo da seção resistente

A distribuição de tensão ao longo da seção resistente da peça (após o furo central) permite identificar a região onde se encontra o maior fator de concentração de tensões e onde se encontra a maior tendência à propagação da trinca. A forma do gráfico da figura 6-32 é representativa do comportamento da tensão em todos os modelos tridimensionais de fratura referentes à placa plana.

Como se observa na figura 6-32, espera-se um fator de concentração de tensões mais elevado próximo à parede do furo central. A figura 6-33 mostra a distribuição de tensões correspondente ao gráfico da figura 6-32.

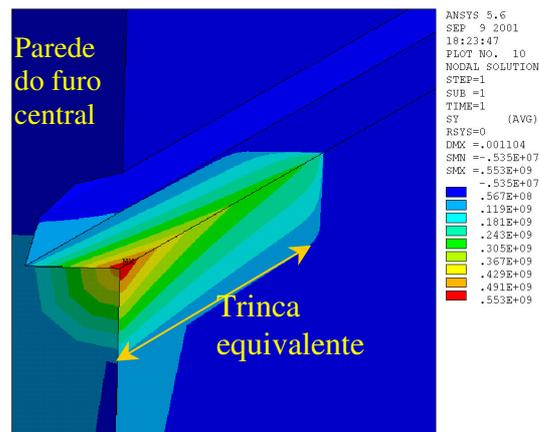


Figura 6-33 Tensão interna atuante na direção de aplicação da carga externa

Para a investigação do fator de concentração de tensões, foram aplicados caminhos de nós a partir da face do furo central e em toda a seção resistente, de maneira análoga a investigação realizada anteriormente no corpo de prova de tração. Para cada caminho de nós, foi levantado o fator de concentração de tensão  $K_t$ .

Como se espera, os maiores fatores de concentração de tensão estão associados aos caminhos de nós mais próximos à parede do furo central, reduzindo seu valor abruptamente até se anular no final da trinca equivalente e permanecendo assim até o final da seção resistente. Desta maneira, o comportamento do fator  $K_t$  observado ao longo da seção resistente está relacionado ao comportamento do campo de tensões que aparece nas figuras 6-32 e 6-33.

A tabela 6-4 mostra os seis maiores fatores de concentração de tensão ( $K_t$ ) obtidos das análises ao longo da trinca equivalente e enumerados de acordo com a distância em que se encontram da parede do furo central. A partir do sexto caminho de nós que aparece na tabela 6-4, os valores de  $K_t$  começam a diminuir.

Para o caso da placa com a menor espessura (2mm), injetada na menor temperatura de fundido (220°C), a trinca equivalente toma toda a espessura e se estende por 30 mm ao longo da seção resistente. Desta maneira foi elaborado um modelo de fratura com elementos de estado plano, conforme mostra a figura 6-34.

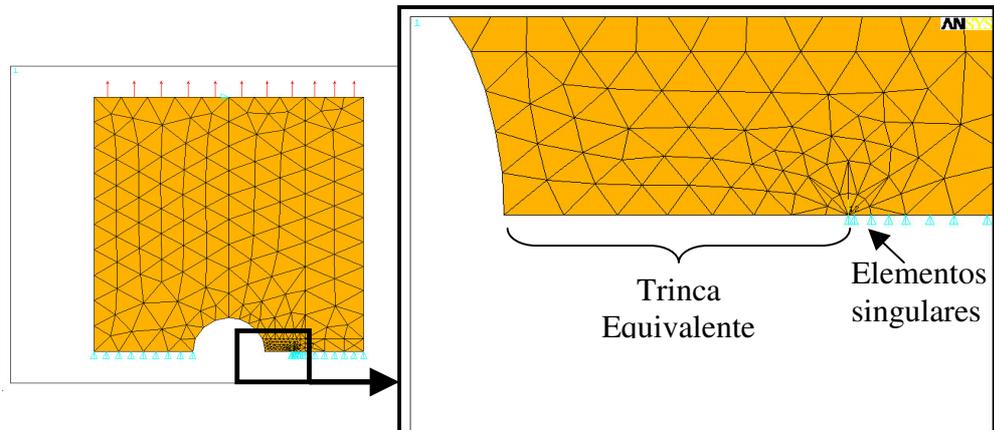


Figura 6-34 Modelo Plano de Fratura para placa de espessura 2mm e injetada a 220°C.

A mesma força resultante de 6000N foi aplicada nos bordos externos, produzindo uma tensão externa “ $\sigma$ ”, como em todas as configurações anteriores.

Os resultados dos fatores de concentração de tensões obtidos para os modelos planos e tridimensionais aparecem na tabela 6-4.

Tabela 6-4 Resumo dos seis maiores fatores de concentração de tensões encontrados nas placas planas com furo central (MPa. m<sup>1/2</sup>)

Espessura (mm)	Temperatura (°C)	K <sub>I</sub> (1)	K <sub>I</sub> (2)	K <sub>I</sub> (3)	K <sub>I</sub> (4)	K <sub>I</sub> (5)	K <sub>I</sub> (6)
<b>2</b>	<b>220</b>	5,6	Modelo Plano de Fratura				
<b>2</b>	<b>250</b>	1,8	1,96	1,97	1,97	2,0	2,0
<b>2</b>	<b>280</b>	1,46	1,55	1,55	1,55	1,55	1,55
<b>3</b>	<b>220</b>	1,2	1,3	1,3	1,3	1,3	1,2
<b>3</b>	<b>250</b>	1,0	1,06	1,08	1,08	1,08	1,06
<b>3</b>	<b>280</b>	0,9	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96
<b>4</b>	<b>220</b>	0,84	0,9	0,9	0,9	0,9	0,88
<b>4</b>	<b>250</b>	0,70	0,75	0,75	0,75	0,75	0,73
<b>4</b>	<b>280</b>	0,67	0,71	0,71	0,71	0,71	0,7

### 6.2.6 Redução da Resistência da Placa Plana com Furo Central Devido a Presença da Linha de Solda

Inicialmente, foi analisado um modelo plano de elementos finitos da placa com furo central e sem a linha de solda (o furo é usinado em uma placa plana), variando-se a espessura deste modelo (2, 3 e 4 mm) e obtendo a tensão máxima atuante para cada espessura. O material adotado foi o mesmo poliestireno de comportamento elástico linear. O modelo foi carregado pela mesma força resultante de tração de 6000N. Os resultados da tensão máxima para cada espessura aparecem na figura 6-35.

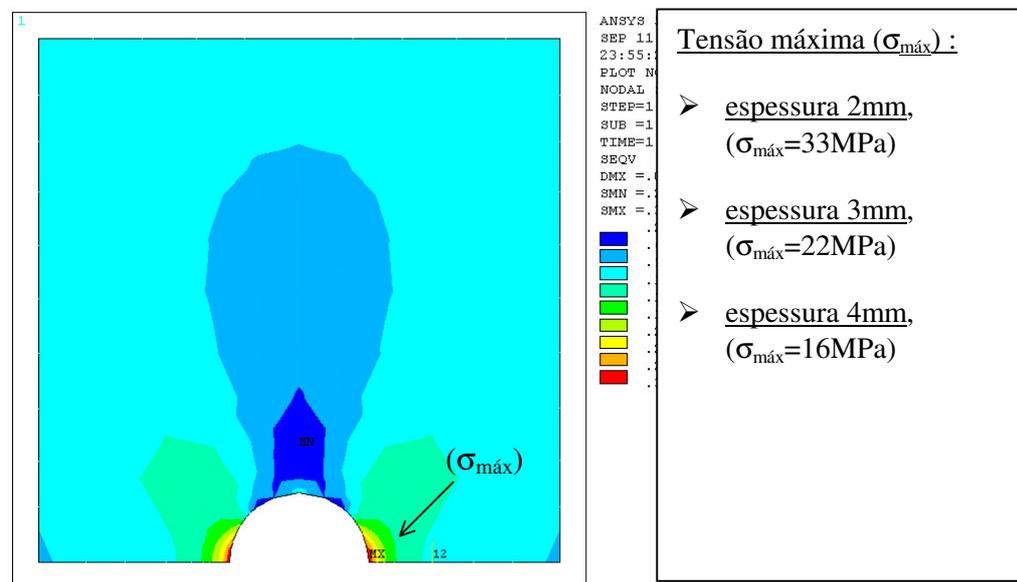


Figura 6-35 Tensão máxima nas placas sem linha de solda.

Como a análise da placa sem a linha de solda considera um regime elástico linear, e uma vez adotada uma tensão máxima de ruptura do poliestireno frágil em torno de 50 MPa (Cho et al. – 1990), pode-se obter a força resultante máxima de tração (carga limite) que a placa poderá suportar para cada espessura analisada (2, 3 e 4mm), como mostra a tabela 6-5.

Como a análise desenvolvida no item 6.2.5 considera a Mecânica da Fratura Linear Elástica, é válida a proporcionalidade entre os fatores de concentração de tensão ( $K_I$ ), obtidos para cada espessura e temperatura de injeção, e a força resultante de tração aplicada (6000 N).

Como mencionado anteriormente, admite-se um valor médio de tenacidade à fratura do poliestireno de  $K_{IC} \sim 1 \text{ MPa.m}^{1/2}$ . Desta forma, pode-se obter a força máxima de tração (carga limite) que provocará a propagação da “trinca equivalente” e a ruptura total da peça, como mostra a tabela 6-5.

Os valores da tensão máxima de ruptura de 50 MPa e de tenacidade à fratura do poliestireno de  $K_{IC} \sim 1 \text{ MPa.m}^{1/2}$  são considerados, neste trabalho, como sendo fixos para o material plástico. A influência da temperatura de injeção dos corpos de prova (ou de outros parâmetros do processo) nos valores da tenacidade e da tensão de ruptura do material plástico, é uma investigação experimental proposta para futuros trabalhos.

Assim, comparando-se as capacidades de carga da placa plana com e sem linha de solda, calculadas segundo a metodologia proposta, obtém-se a redução da resistência da peça para cada espessura e temperatura de injeção em função da presença da linha de solda.

Tabela 6-5 Redução da capacidade de carga de tração devido a presença da linha de solda na placa plana, em cada configuração de espessura e temperatura.

Espessura Da Placa (mm)	Temperatura De Injeção (°C)	Carga Limite com Linha de Solda (N)	Carga Limite sem Linha de Solda (N)	Redução de resistência
<b>2</b>	<b>220</b>	1070	9090	88 %
<b>2</b>	<b>250</b>	3000		67 %
<b>2</b>	<b>280</b>	3870		57 %
<b>3</b>	<b>220</b>	4615	13630	66 %
<b>3</b>	<b>250</b>	5555		59 %
<b>3</b>	<b>280</b>	6250		54 %
<b>4</b>	<b>220</b>	6666	18750	64 %
<b>4</b>	<b>250</b>	8000		57 %
<b>4</b>	<b>280</b>	8450		54 %

A partir dos dados da tabela 6-5, as figuras 6-36(a) e 6-36(b) mostram a redução percentual na resistência da placa em relação à temperatura de injeção e em relação à sua espessura. Nestes gráficos, pode-se observar alguns aspectos

importantes a respeito da influência desses parâmetros na qualidade da linha de solda, analisada pelo modelo de difusão de cadeias:

a) A resistência da placa plana com furo central será mais afetada pela linha de solda quanto menor for a sua espessura, já que, nesse caso, a transferência de calor do fundido plástico para o molde será mais rápida, e a difusão das macromoléculas na linha de solda acontecerá durante um menor intervalo de tempo (ver equação 5-2).

b) O aumento esperado na resistência de uma placa, cuja espessura esteja no intervalo entre 2 e 3 mm, devido ao aumento na temperatura de injeção, será sensivelmente maior do que outra placa com espessura entre 3 e 4 mm. Desta forma, quanto maior é a espessura da placa, menor é o ganho de resistência que se pode obter com o aumento na temperatura de injeção.

c) No caso da placa plana analisada, espessuras maiores do que 3mm aumentarão o custo de matéria prima e de processamento da peça plástica (aumento no tempo de ciclo de injeção), sem melhorar significativamente sua resistência mecânica.

d) Para uma mesma espessura de placa, quanto maior a temperatura de injeção, menor será o aumento esperado em sua resistência mecânica devido a incrementos nessa temperatura.

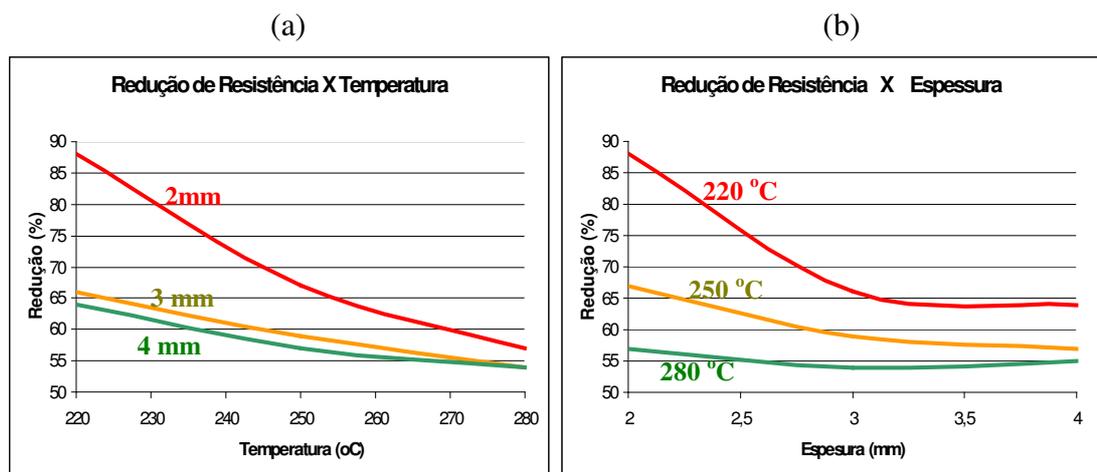


Figura 6-36 (a) Redução da resistência da placa plana em relação à temperatura de injeção.  
(b) Redução da resistência da placa plana em relação à sua espessura

## 7 CONCLUSÕES

O presente trabalho teve como objetivo principal iniciar o estudo de peças plásticas injetadas considerando o tratamento das regiões enfraquecidas por linhas de solda. Trata-se de uma área ainda pouco investigada. Procurou-se, portanto, apresentar uma metodologia para a avaliação da resistência de tais peças.

A linha de solda é um fenômeno relacionado ao resfriamento da superfície de encontro de frentes de fluxo durante o preenchimento do molde e a fenômenos de entrelaçamento de cadeias macromoleculares das frentes de fluxo na superfície de encontro da peça injetada. Apesar do foco principal do trabalho recair sobre o estudo mecânico das linhas de solda, deve-se notar o caráter multi-disciplinar do tratamento dessas regiões em materiais plásticos.

Ao longo deste estudo, foi desenvolvida uma metodologia de análise de peças de plásticos amorfos frágeis com linha de solda, utilizando:

- a) Os modelos de difusão e interpenetração de cadeias Macromoleculares, desenvolvida na área da Físico-Química e da Ciência dos Materiais;
- b) A análise térmica pelo Método dos Elementos Finitos, pela Função de Erro de Gauss e pela análise reológica de injeção. O objetivo é a determinação das curvas de resfriamento da interface soldada, necessária para a análise de difusão macromolecular que possibilitou determinar a “trinca equivalente” à linha de solda;
- c) A Mecânica da Fratura Linear Elástica aplicada via o Método dos Elementos Finitos para a avaliação estrutural da trinca equivalente;

A metodologia de análise das linhas de solda, utilizando os modelos de difusão e interpenetração de cadeias moleculares para a determinação da “trinca equivalente”, e a utilização da Mecânica da Fratura para a análise da peça plástica submetida à cargas de curta duração, mostrou-se válida nas publicações que serviram

de base para este estudo. Nessas publicações foram comparados parâmetros teóricos de Mecânica da Fratura, obtidos pelo modelo de difusão de cadeias, e dados experimentais, obtidos em peças injetadas com linhas de solda.

Neste estudo, observa-se que a aplicação dos modelos de difusão e interpenetração de cadeias macromoleculares, restringe-se aos plásticos frágeis como PS (poliestireno) ou SAN (Estireno acrílico-nitrila).

Nas aplicações da metodologia de análise de linhas de solda desenvolvidas no capítulo 6 deste trabalho, a determinação do resfriamento, tanto pela análise com elementos finitos utilizando o aplicativo ANSYS, quanto pela análise reológica de injeção utilizando o aplicativo CMOLD, aplicadas aos modelos de difusão, resultou em comprimentos de “trincas equivalentes” muito semelhantes. No caso do corpo de prova de tração, a utilização da função Erro de Gauss também resultou em comprimentos de trincas muito próximas às obtidas pelas análises de condução de calor ou de injeção.

A aplicação da Mecânica da Fratura Linear Elástica para o estudo de peças plásticas com linhas de solda não levou em conta os efeitos da viscoelasticidade característica dos polímeros, dada a natureza abrupta da carga imposta sobre as peças analisadas.

Desta forma, abrem-se novos e importantes caminhos futuros para o estudo mais amplo das linhas de solda formadas em peças plásticas injetadas:

- a) O estudo das interfaces soldadas em polímeros não frágeis, como ABS, e a avaliação das trincas equivalentes obtidas dos modelos de difusão utilizando os conceitos da Mecânica da Fratura Não Linear.
- b) Avaliações teóricas e experimentais do comportamento viscoelástico dos polímeros aplicado à Mecânica da Fratura, para o estudo de peças plásticas fraturadas e submetidas a cargas de longa duração.
- c) O aprofundamento do estudo de Mecânica da Fratura aplicada em peças plásticas sujeitas a cargas mais complexas como flexão ou torção.
- d) Realização de testes normalizados para a avaliação dos parâmetros de fratura (como  $K_{IC}$ ) dos plásticos mais comuns nas indústrias de transformação.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABDALLA, J. E. F<sup>o</sup>; MARQUES, J. F<sup>o</sup>; OHDE, C. H.; 1994. An Assessment of The Capabilities of Tracey's Singularity Element. *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 49, n. 3, p. 465-472

ALFREY, T.; GURNEE, E. F.; 1971. *Polímeros Orgânicos*. 2<sup>a</sup> ed. São Paulo: Edgard Blucher Ltda.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS; 1982. *Standard Method of Test for Plain- Strain Fracture Toughness of Metallic Materials*, ASTM E 399. Philadelphia.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS; 1985. *Standard Test Methods for Plane-Strain Fracture Toughness and Strain Energy Release Rate of Plastics Materials*, ASTM D5045. Philadelphia.

ANDERSON, T. L.; 1995. *Fracture Mechanics – Fundamentals and Applications*. 2 nd ed. Boca Raton: CRC Press.

ANSYS Structural Design Guide; 1990. 9 th. ed. SAS IP

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS; 1986. *Plásticos – Determinação das Propriedades Mecânicas à Tração – Método de Ensaio*, NBR 9622. Rio de Janeiro

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS; 1986. *Plásticos Rígidos – Determinação da Resistência ao Impacto Charpy*, NBR 9564. Rio de Janeiro

BARSOUM, R. S.; 1977. Triangular Quarter-Point Elements as Elastic and Perfectly-Plastic Crack Tip Elements. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 11, p. 85-98.

BATHE, K.; 1996. *Finite element procedures*. New Jersey: Prentice Hall.

BREBBIA, C. A.; FERRANTE, A. J.; 1975. *The Finite Element Technique: an Introduction for Engineers*. Porto Alegre: URGs.

BRITISH STANDARDS INSTITUTION; 1977. *Methods of Tests for Plane Strain Fracture Toughness ( $K_{IC}$ ) of Metallic Materials*, BS 5447. London

BROSTOW, W.; CORNELIUSSEN, R. D.; 1986. Introduction of Failure Analysis and Prediction. In: \_\_\_\_\_. *Failure of Plastics*. 1 ed. New York: Hanser Publishers. p. 1-7

CAREY, G. F.; ODEN, J. T.; 1984. *Finite Elements – vol. 3: Computational aspects*. New Jersey: Prentice Hall.

CHANG, T. C.; FAISON, E.; 1999. Optimization of Weld Line Quality in Injection Molding Using an Experimental Design Approach. *Journal of Injection Molding Technology*, Vol. 3, n. 2, p. 61-66.

CHO, K.; AHN, S.; PARK, J.; PARK, C. E.; 1997. Evaluation of the Weld Line Strength of Thermoplastics by Compact Tension Test. *Polymer Engineering and Science*, Vol. 37, n. 7, p. 1217-1225.

CMOLD Design Guide; 1998. A Resource for Plastics Engineers, Ithaca, New York, USA.

- COLLINS, J. A.; 1993. *Failure of Materials in Mechanical Design*. 2 nd. ed. New York: John Wiley & Sons.
- COOK, Robert D.; 1981. *Concepts and applications of finite element analysis*. 2nd ed. New York: J. Wiley & Sons.
- CRIENS, R. M.; MOSLÉ, H. G.; 1986. Knit-Lines in Injection Molding and Mechanical Behavior. In: BROSTOW, W.; CORNELIUSSEN, R. D. *Failure of Plastics*. 1. ed. New York: Hanser Publishers. p. 415-429
- HERTZBERG, R. W.; 1996. *Deformation and Fracture Mechanics of Engineering Materials*. 4 th. ed. New York: John Wiley & Sons.
- HUANG, D. Y.; CHEN, R. S.; 1999. Bonding Strength at Solid-Melt Interface for Polystyrene in a Sequential Two-Staged Injection Molding Process. *Polymer Engineering and Science*, Vol. 39, n. 11, p. 2159-2171.
- HUEBNER, K. H.; BYROM, T. G.; THORNTON, E. A.; 1995. *The Finite Element Methods for Engineers*. 3 th. ed. New York: John Wiley & Sons.
- JUD, K.; KAUSCH, H. H.; WILLIAMS, J. G.; 1981. Fracture Mechanics Studies of Crack Healing and Welding of Polymers. *Journal of Materials Science*, Vol. 16, p. 204-210.
- KENNER, V. H.; 1986. Failure Mechanisms. In: BROSTOW, W.; CORNELIUSSEN, R. D. *Failure of Plastics*. 1. ed. New York: Hanser Publishers. p. 8-23
- KOSTER, R. P.; 1999. Importance of Injection Molding Parameters for Mechanical Performance of Cold Flow Weld Lines. *Journal of Injection Molding Technology*, Vol. 3, n. 3, p. 154-158.

- KREITH, Frank; 1973. *Principles of Heat Transfer*. 3 th. ed. New York: Intext Press.
- KUBÁT, J.; RIGDAHL, M.; 1986. Stress-Relaxation Behavior of Solid Polymers. In: BROSTOW, W.; CORNELIUSSEN, R. D. *Failure of Plastics*. 1. ed. New York: Hanser Publishers. p. 60-83
- LEWIS, R. W.; 1996. *The finite element method in heat transfer analysis*. New York: J. Wiley & Sons.
- LIEBOWITZ, H.; MOYER, E. Jr.; 1989. Finite Element Methods in Fracture Mechanics. *Computer & Structures*, Vol. 31, n. 1, p. 1-9
- MACHADO, Roberto D.; ABDALLA, João E. Filho; VOLPATO, Alvaro Jr; 2001. *Aspectos da Análise Computacional de Peças Plásticas com Linhas de Solda Pela Mecânica da Fratura*. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA MECÂNICA – COBEM 2001 . *Anais*. Uberlândia-MG, 2001.
- MANO, ELOISA B.; 1985. *Introdução a Polímeros*. 1<sup>a</sup> ed. São Paulo: Edgard Blucher Ltda.
- MATSUOKA, S.; 1986. Nonlinear Viscoelastic Stress-Strain Relationships in Polymers Solids. In: BROSTOW, W.; CORNELIUSSEN, R. D. *Failure of Plastics*. 1. ed. New York: Hanser Publishers. p. 24-59
- MENGES, G.; BODEN, H-E; 1986. Deformation and Failure of Thermoplastics on Impact . In: BROSTOW, W.; CORNELIUSSEN, R. D. *Failure of Plastics*. 1. ed. New York: Hanser Publishers. p. 169-190

- MIELEWSKI, D. F.; BAUER, D. R.; SCHMITZ, P. J.; OENE, H. V.; 1998. Weld Line Morphology of Injection Molded Polypropylene. *Polymer Engineering and Science*, Vol. 38, n. 12, p. 2020-2028.
- PASCOE, K. J.; 1986. General Fracture Mechanics. In: BROSTOW, W.; CORNELIUSSEN, R. D. *Failure of Plastics*. 1. ed. New York: Hanser Publishers. p. 119-143
- PASTOUKHOV, V. A.; VOORWALD, H. J. C.; 1995. *Introdução à Mecânica da Integridade Estrutural*. 1. ed. São Paulo: Editora UNESP
- PECORINI, T. J.; 1997. A Fracture Mechanics Approach to Weld-Line Fracture in an Amorphous Cellulose Acetate Propionate. *Polymer Engineering and Science*, Vol. 37, n. 2, p. 308-314.
- QUINN, K. R.; DUFFY, J. A.; ELLI, C. S.; 1997. Reinforced Thermoplastics: Understanding Weld Line Integrity. *Journal of Injection Molding Technology*, Vol. 1, n. 2, p. 123-129.
- TOMARI, K.; TONOGAI, S.; HARADA, T.; HAMADA, H.; LEE, K.; MORII, T.; MAEKAWA, Z.; 1990. The V-Notch at Weld Lines in Polystyrene Injection Molding. *Polymer Engineering and Science*, Vol. 30, n. 15, p. 931-936.
- TRACEY, D. M.; 1974. Finite Elements for Three-Dimensional Elastic Crack Analysis. *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 26, p. 282-290.
- VOLPATO, Alvaro Jr; MACHADO, Roberto D.; ABDALLA, João E. Filho; 2000. *Avaliação da Resistência de Peças Plásticas em Seções Enfraquecidas Por Linhas de Solda por Meio da Mecânica da Fratura*. In: CONGRESSO IBERO LATINO AMERICANO SOBRE MÉTODOS COMPUTACIONAIS EM ENGENHARIA – CILAMCE 2000 . *Anais*. Rio de Janeiro-RJ., 2000.

WOEBCKEN, W.; 1995. *International Plastics Handbook for the Technologist, Engineer and User*. 3 th. ed. New York: Hanser Publishers.

WOOL, R. P.; YUAN, B. L.; MCGAREL, O. J.; 1989. Welding of Polymer Interfaces. *Polymer Engineering and Science*, Vol. 29, n. 19, p. 1340-1367

ZIENKIEWICS, O. C.; TAYLOR, R. L.; 1989. *The finite element method*. 4 th. ed. London: MacGraw-Hill.

## ANEXO 1 - ASPECTOS DO COMPORTAMENTO MECÂNICO DOS POLÍMEROS

### A - Relações Tensão - Deformação: da Elasticidade à Viscoelasticidade

Para materiais lineares, elásticos, isotrópicos e cujas características mecânicas podem ser encaradas como independentes do tempo ou temperatura, a relação constitutiva pode ser expressa pela lei de Hooke generalizada tal como escrita na equação (1), onde  $\lambda^*$  e  $G_s$  são as constantes elásticas de Lamé,  $\sigma_{ij}$  e  $\varepsilon_{ij}$  representam os tensores de tensões e deformações,  $\delta_{ij}$  é o delta de Kronecker e  $\Delta$  é o traço do tensor de deformações e igual a  $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$ .

$$\sigma_{ij} = \lambda^* \delta_{ij} \Delta + 2G_s \varepsilon_{ij} \quad \text{onde} \begin{cases} \delta_{ij}=0 & \text{se } i \neq j \\ \delta_{ij}=1 & \text{se } i=j \end{cases} \quad (1)$$

As constantes elásticas  $\lambda^*$  e  $G_s$  são relacionadas aos módulos de Young (E) e de Poisson ( $\nu$ ) e podem ser obtidas através de testes mecânicos independentes do tempo, muito tipicamente um ensaio de tração uniaxial.

Segundo V. H. Kenner (1986), ao contrário do que normalmente se considera para materiais metálicos, os materiais poliméricos exibem uma deformação dependente do tempo como resposta a cargas de longa duração (fluência). Suas tensões também variam com o tempo como resposta a deformações mantidas constantes (relaxação). Por isso, ao invés de constantes elásticas, os materiais poliméricos necessitam de funções características dependentes do tempo para caracterizar sua resposta às cargas atuantes.

Nesse intuito, existem testes de fluência que consistem num corpo de tração simples submetido a carga constante ao longo do tempo, e que é usado para medir a deformação dependente do tempo  $\varepsilon(t)$ , fornecendo assim o módulo de fluência  $E_f(t)$ .

$$E_f(t) = \frac{\varepsilon(t)}{\sigma} \quad (2)$$

Para os testes de relaxação, o mesmo tipo de corpo de prova é submetido a uma deformação constante e é usado para avaliar a tensão interna que varia com o tempo, definindo o módulo de relaxação  $E(t)$ .

$$E(t) = \frac{\sigma(t)}{\varepsilon} \quad (3)$$

As relações constitutivas agora devem refletir o fato de que as tensões dependem não somente das deformações atuantes (e vice-versa) no momento considerado mas também de todo o histórico prévio de carregamento. A relação constitutiva viscoelástica apropriada para a maioria dos plásticos pode ser escrita como mostra Kenner (1986), pela equação (4) escrita em notação indicial.

$$\sigma_{ij}(t) = \delta_{ij} \int_{-\infty}^t \left( \lambda^*(t-\tau) \frac{\partial \varepsilon_{kk}}{\partial \tau} \right) d\tau + 2 \int_{-\infty}^t \left( G_s(t-\tau) \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial \tau} \right) d\tau \quad (4)$$

## B - O Problema de Relaxação dos Plásticos Sólidos

Segundo J. Kubát e M. Rigdahl (1986), relaxação e fluência são os experimentos transientes mais importantes para caracterizar as propriedades viscoelásticas dos polímeros.

A relaxação é o processo de decaimento da tensão ao longo do tempo, em um corpo rígido sujeito à uma deformação mantida constante e considerada como sendo desenvolvida instantaneamente a partir de  $t = 0$  s.

Comparada com o processo de fluência, a relaxação pode parecer de menor importância geral, mas em casos como comportamento de parafusos e fixadores, bem como crescimento de trincas em corpos sujeitos a deformações constantes é de importância central. Formalmente, a relaxação pode ser escrita como na equação

(5), onde  $t$  é o tempo,  $T$  é a temperatura absoluta,  $\phi$  é a função de relaxação e  $\dot{\sigma}$  é a taxa de variação das tensões.

$$\dot{\sigma} = \frac{d\sigma}{dt} = -\phi(t, \sigma, T) \quad (5)$$

A título de ilustração, J. Kubát e M. Rigdahl (1986) descrevem o comportamento geral de poli-isobutileno (PIB) e polietileno de alta densidade (HDPE), num gráfico mono-log, como mostra a figura 1, onde a tensão  $\sigma_0$  é a tensão inicial do teste (em  $t = 0s$ ) e  $\sigma$  é a tensão no tempo  $t(s)$ .

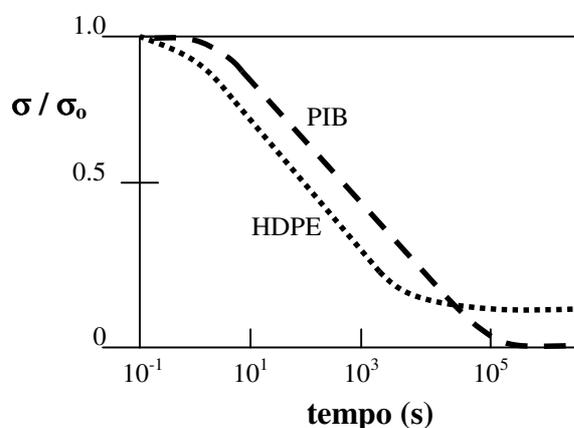


Figura 1 Curvas da relaxação de tensão  $\sigma / \sigma_0$  versus log “t” para os materiais poliméricos PIB e HDPE

Algumas características importantes devem ser observadas:

- a) A curva é linear em grande parte de sua extensão, considerando uma escala logarítmica para o tempo.
- b) A inclinação da região linear é a maior inclinação da curva.
- c) Para baixos valores de  $(\sigma/\sigma_0)$ , a curva torna-se não linear, indicando mudanças no mecanismo de fluxo do material.
- d) HDPE possui uma tensão mínima assintótica ( $\sigma_i$ ) enquanto PIB apresenta relaxação total, isto é, a tensão interna atuante anula-se.

O nível de tensão mínima que certos materiais apresentam é medido depois de longos tempos de teste e é frequentemente referenciado como “nível de tensão interna” ( $\sigma_i$ ). Uma visão mais ampla da cinética da relaxação foi descrita por Kubát

e Rigdahl (1986) nas curvas que relacionam:  $(\sigma - \sigma_i)/(\sigma_o - \sigma_i)$  com o tempo em escala logarítmica, como mostra a figura 2.

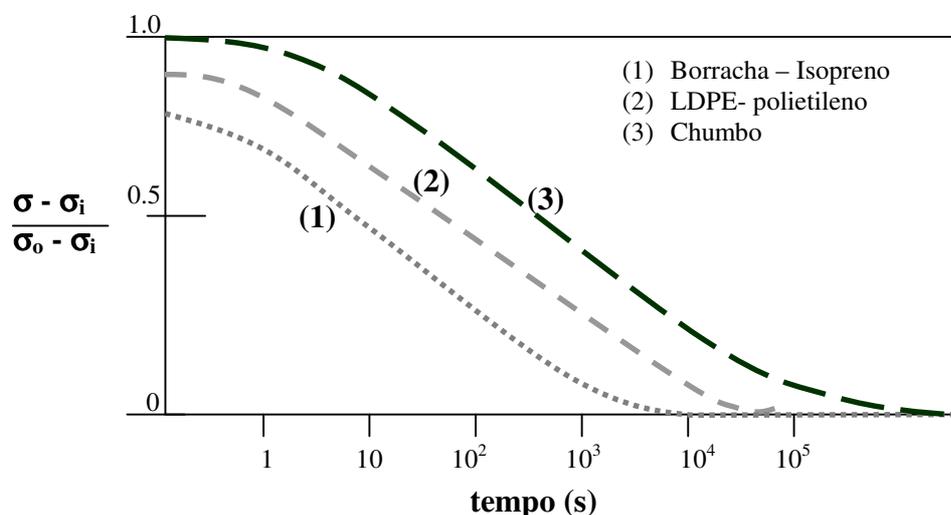


Figura 2 Curvas de relaxação de tensão

## B.1 - Modelos Teóricos de Relaxação para Viscoelasticidade Linear

### B.1.1 - O Modelo Uniaxial de Maxwell

O modelo simples de viscoelasticidade linear de Maxwell descrito por J. Kubát e M. Rigdahl (1986), consiste de uma mola Hookeana em série com um amortecedor de viscosidade newtoniana e pode descrever a relaxação de tensão uniaxial, segundo a equação (6).

$$\sigma(t) = E_o \varepsilon_o e^{-t/t^*} \quad (6)$$

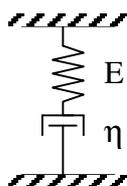


Figura 3 Modelo uniaxial de Maxwell para Viscoelasticidade Linear.

Na equação (6),  $E_0$  representa o módulo de Young,  $\epsilon_0$  é a deformação constante aplicada,  $t$  é o tempo e  $t^*$  é chamado de “tempo de relaxação”, definido segundo a equação (7), onde  $\eta$  é a viscosidade do elemento amortecedor.

$$t^* = \frac{\eta}{E} \quad (7)$$

A compreensão do significado do “tempo de relaxação” pode ser obtida pela análise dos gráficos da figura 4 que relaciona o valor de  $\sigma/\epsilon_0$  com o tempo decorrido  $t$ , adotando-se tempos de relaxação “ $t^*$ ” de 10,  $10^5$  e  $10^8$  s. e módulos de Young “ $E_0$ ” iguais a 0.8 GPa, 0.6 GPa e 0.4 GPa, correspondentes à três materiais diferentes e hipotéticos. Pode-se observar que  $t^*$  representa um tempo médio durante o processo de fluxo em que ocorrem grandes variações de tensão ao longo do tempo.

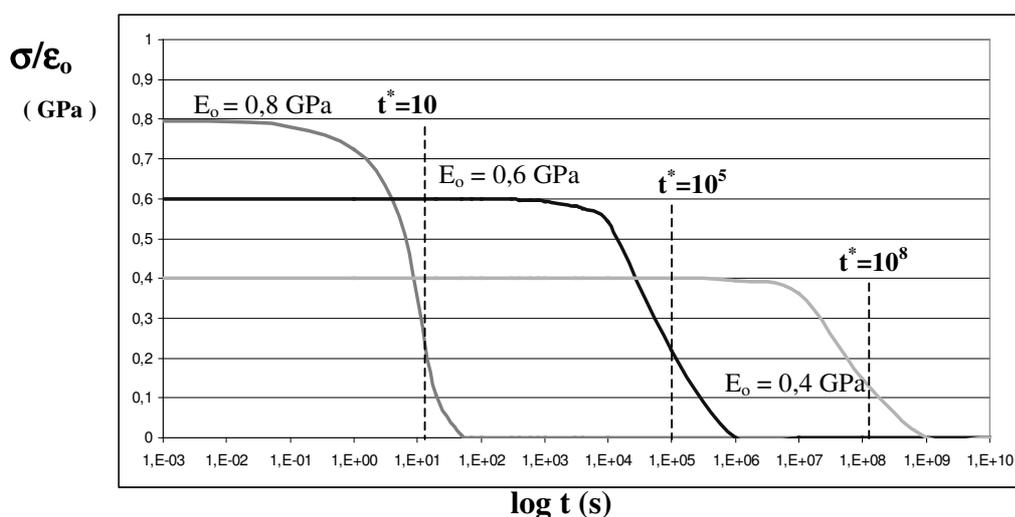


Figura 4 Gráficos de relaxação simples (Maxwell) para diferentes  $t^*$ .

### B.1.2 - Modelo Discreto de Relaxação

Em muitos casos, o modelo simples de Maxwell não é suficiente para descrever o comportamento da relaxação em plásticos. O processo de fluxo normalmente se estende sobre um intervalo de tempo muito maior que o prescrito pelo modelo simples e, assim, um único tempo de relaxação não é suficiente.

Uma solução de caráter discreto pode ser obtida, acoplando-se um número finito de modelos simples de Maxwell em paralelo, a fim de alargar o tempo de fluxo. A equação correspondente aparece descrita em (8).

$$\sigma(t) = (E_{\infty} \varepsilon_{\infty}) + \varepsilon_0 \sum_{i=1}^n E_i e^{-\frac{t}{t_i^*}} \quad (8)$$

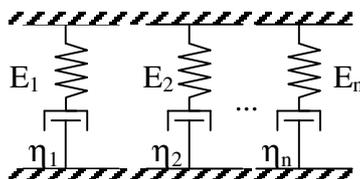


Figura 5 Associação discreta de modelos de Maxwell com diferentes  $t^*$

Utilizando o exemplo anterior da figura 9 e somando as curvas de  $t^* = 10$ ,  $10^5$  e  $10^8$  s, resulta na curva de relaxação que aparece na figura 6.

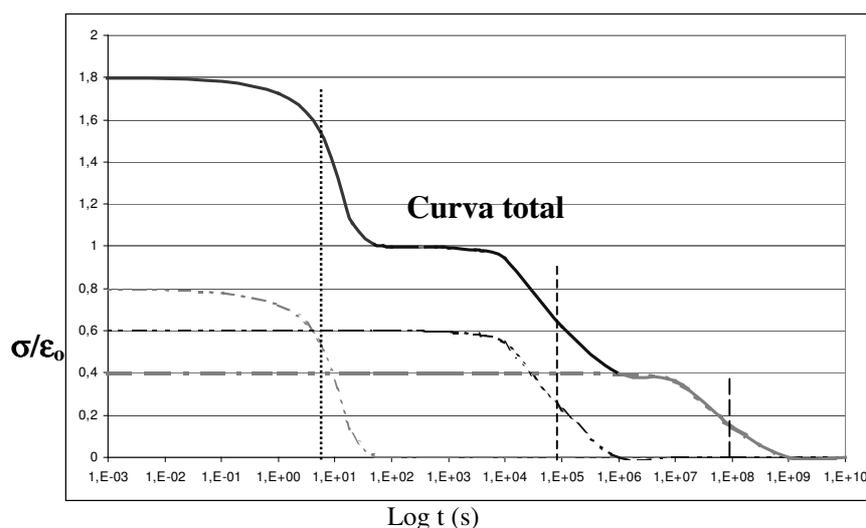


Figura 6 Curva de Relaxação obtida da soma das curvas de  $t^* = 10$ ,  $10^5$  e  $10^8$

## C - Efeitos da Temperatura sobre o Comportamento dos Plásticos

### C.1 - Estágios de Comportamento Mecânico: de Materiais Vítreos à Líquidos.

Segundo Brostow e Corneliussen (1986), é correto usar a designação de “borracha” a um polímero, referindo-se a um estado e não ao tipo de material. Para exemplificar isso, propuseram a uma deformação constante e mantida por 30

segundos em um corpo de prova plástico. Observando o módulo de Young ( $E$ ) ao longo do tempo, pode-se usualmente chamá-lo de “Módulo de Relaxação”

$$E(t) = \frac{\sigma(t)}{\varepsilon} \quad (9)$$

Para um tempo  $t = 30$  s e um número de corpos de prova em várias temperaturas pode-se construir uma curva que relaciona o módulo de relaxação  $E(T)$  em escala logarítmica com a temperatura “ $T$ ” do material, como indica Brostow e Corneliussen (1986).

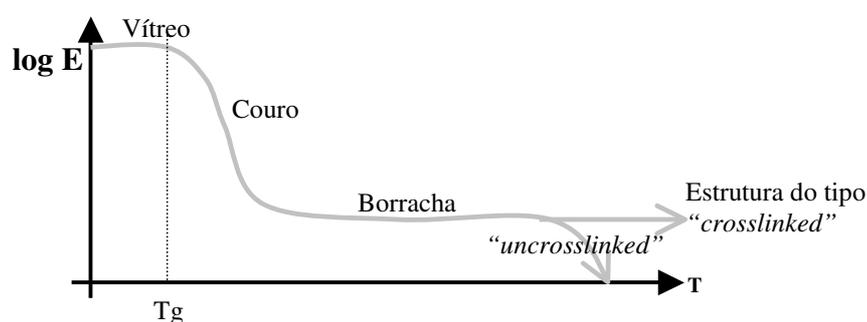


Figura 7 Estágios de comportamento mecânico dependentes da temperatura em que se encontram os corpos de prova de polímero – Brostow e Corneliussen (1986).

A fixação do tempo  $t = 30$  s é de fundamental importância para que todos os corpos de prova, em diversas temperaturas, estejam submetidos ao mesmo tempo de relaxação.

Analisando a curva da figura 7, Brostow e Corneliussen (1986) concluem propriedades importantes para a compreensão da influência da temperatura sobre os polímeros :

a) Para baixas temperaturas, o material se comporta como um vidro, já que o módulo de elasticidade é alto e a fratura, quando ocorre, é frágil.

b) A partir da temperatura de transição vítrea (cerca de  $T_g + 30^\circ$  K), observa-se um comportamento semelhante ao couro natural, onde o polímero apresenta grande variação do módulo de elasticidade em relação à temperatura. A palavra “couro” é usada apenas para qualificar o estado do polímero quando se encontra

entre o estado vítreo e o de borracha, não implicando em nenhuma conexão com o material natural.

c) Com o aumento da temperatura, o polímero passa da região onde ele apresenta maior módulo de elasticidade (maior rigidez) para outra região onde apresenta módulo de elasticidade menor (maior elasticidade). Neste estado o polímero encontra-se como uma borracha e a curva se caracteriza por um patamar horizontal.

d) A partir deste patamar, aumentos ainda maiores na temperatura poderão ocasionar dois caminhos distintos: se o material possuir as cadeias poliméricas com a estrutura de ligações cruzadas (cross-linking), o patamar persiste; se as cadeias não apresentam ligações cruzadas, aumentos de temperatura irão levar o plástico a adquirir a característica de fluidos viscosos.

## **C.2 - Princípio da Superposição Tempo e Temperatura**

Observando o comportamento da relaxação de um corpo de prova sujeito a uma deformação constante  $\epsilon_0$  e a uma dada temperatura constante  $T_0$ , J. Kubát e M. Rigdahl (1986) determinaram a variação de “logE” em função do tempo. A curva resultante tem a mesma forma daquela apresentada na figura 7 (LogE x Temperatura). Mesmo que a coordenada horizontal seja o tempo, a curva igualmente apresenta o estado vítreo, estado de couro e o estado de borracha.

Desta forma, Kubát e Rigdahl concluíram que, se o processo viscoelástico na temperatura de interesse é muito lento (meses ou décadas), pode-se aumentar a temperatura e o processo será acelerado. O procedimento inverso também é verdadeiro, ou seja, reduzindo a temperatura, o polímero apresentará um comportamento viscoelástico retardado.

Os fatos anteriormente apresentados formam a base de um princípio fundamental para o estudo do comportamento viscoelástico dos plásticos denominado “Princípio da Superposição Tempo-Temperatura”.

Um aspecto prático muito importante no processo de superposição tempo-temperatura é que ele prevê uma base para programas de testes acelerados para os polímeros.

Assim, para se obter uma curva de relaxação ou de fluência do material ao longo de décadas, é possível deduzí-la de uma curva denominada “curva master” obtida no processo de superposição tempo-temperatura.

A curva “master” é formada pela translação de várias outras curvas obtidas em diferentes temperaturas para a obtenção de uma única curva referente a uma dada temperatura  $T_0$ .

## **ANEXO 2 – MECÂNICA DA FRATURA QUASE-FRÁGIL E MECÂNICA DA FRATURA ELASTO- PLÁSTICA.**

A análise linear elástica de tensões em trincas afiadas supõe a existência de tensões infinitas na ponta da trinca. Sabe-se porém que, em situações reais, essas tensões são finitas, mesmo porque haverá sempre um raio de curvatura na ponta da trinca por menor que seja. Apesar disso, as tensões poderão atingir valores que ultrapassam o limite de escoamento do material fraturado ou mesmo sua capacidade resistente.

Segundo Anderson (1995), a análise linear elástica de tensões torna-se gradualmente imprecisa na medida em que a região plastificada (inelástica) aumenta. Mesmo assim, a utilização da Mecânica da Fratura Linear Elástica é possível quando a região plastificada na vizinhança da ponta da trinca for de tamanho moderado. Para os casos em que se observam elevados níveis de plastificação, é necessário então se aplicar a abordagem da Mecânica da Fratura não linear.

### **A - Mecânica da Fratura Quase Frágil - Forma da Zona Plástica**

Através da análise linear de fratura, é possível avaliar aproximadamente a extensão da zona plastificada, supondo que seu tamanho seja muito pequeno comparado com as dimensões do corpo fraturado e que, desse modo, não afetará a distribuição de tensões na zona elástica. Estas características descrevem o modo de fratura “quase-frágil”.

Para se obter a extensão da zona plastificada é necessário se adotar um critério de escoamento apropriado ao material estudado.

Considere-se um material elasto-plástico ideal cujo escoamento segue a equação (1) de Von Mises, onde  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  e  $\sigma_3$  são as tensões principais.

$$\sigma_{VM} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_2)^2]} \quad (1)$$

De acordo com o critério de Von Mises, o escoamento ocorre quando a igualdade  $\sigma_{VM} = \sigma_{ys}$  é alcançada, sendo “ $\sigma_{ys}$ ” a tensão de escoamento de um corpo de prova de tração uniaxial formado pelo material estudado. Para o caso de estado plano de tensões ou deformações, as componentes de tensões principais podem ser escritas através das relações da equação (2), onde “ $\nu$ ” é o coeficiente de Poisson.

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} \pm \left[ \left( \frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2 \right]^{1/2} \quad (2)$$

$$\sigma_3 = \begin{cases} 0 & \text{----- tensão plana} \\ \nu(\sigma_1 + \sigma_2) & \text{----- deformação plana} \end{cases}$$

Substituindo as componentes de tensão  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$  e  $\tau_{xy}$  pelas expressões (3-27) à (3-29) do capítulo 3, que descrevem o campo de tensões ao redor da ponta da trinca, pode-se encontrar cada componente de tensão principal  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  e  $\sigma_3$  em função dos coeficientes de concentração de tensões ( $K_I$ ,  $K_{II}$  e  $K_{III}$ ) e das coordenadas polares ( $r$  e  $\theta$ ) para os modos I, II e III. Utilizando, por exemplo, o modo I de carregamento chega-se ao conjunto de equações (3).

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[ 1 + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] \\ \sigma_2 &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[ 1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] \\ \sigma_3 &= \begin{cases} 0 & \text{----- tensão plana} \\ \frac{2\nu K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) & \text{----- deformação plana} \end{cases} \end{aligned} \quad (3)$$

Substituindo as componentes de tensões principais da equação (3) para o modo de fratura I na equação (1) de Von Mises, pode-se descrever a equação polar (4) que determina a zona plastificada ( $r$  em função de  $\theta$ ) ao redor da ponta da trinca, a partir das relações da mecânica frágil para os estados planos de tensões e de deformações.

$$r_y(\theta) = \frac{1}{4\pi} \left( \frac{K_I}{\sigma_{ys}} \right)^2 \left[ 1 + \cos\theta + \frac{3}{2} \sin^2\theta \right] \quad (\text{EPD}) \quad (4)$$

$$r_y(\theta) = \frac{1}{4\pi} \left( \frac{K_I}{\sigma_{ys}} \right)^2 \left[ (1-2\nu)^2 (1 + \cos\theta) + \frac{3}{2} \sin^2\theta \right] \quad (\text{EPT})$$

A equação (4) define, aproximadamente, o contorno entre a região elástica e plástica. Estas equações do modo I e as correspondentes equações dos modos II e III, determinadas por processo semelhante, são representadas nas figuras 1 a, b, c, onde o valor do parâmetro “ $\rho$ ” é dado segundo a equação (5).

Note-se que há uma grande diferença entre o tamanho e a forma da zona plastificada do modo I de fratura para o estado plano de tensões (EPT) e estado plano de deformações (EPD). Sendo assim, é conveniente examinar melhor os estados de tensões e deformações planas na ponta da trinca quase frágil.

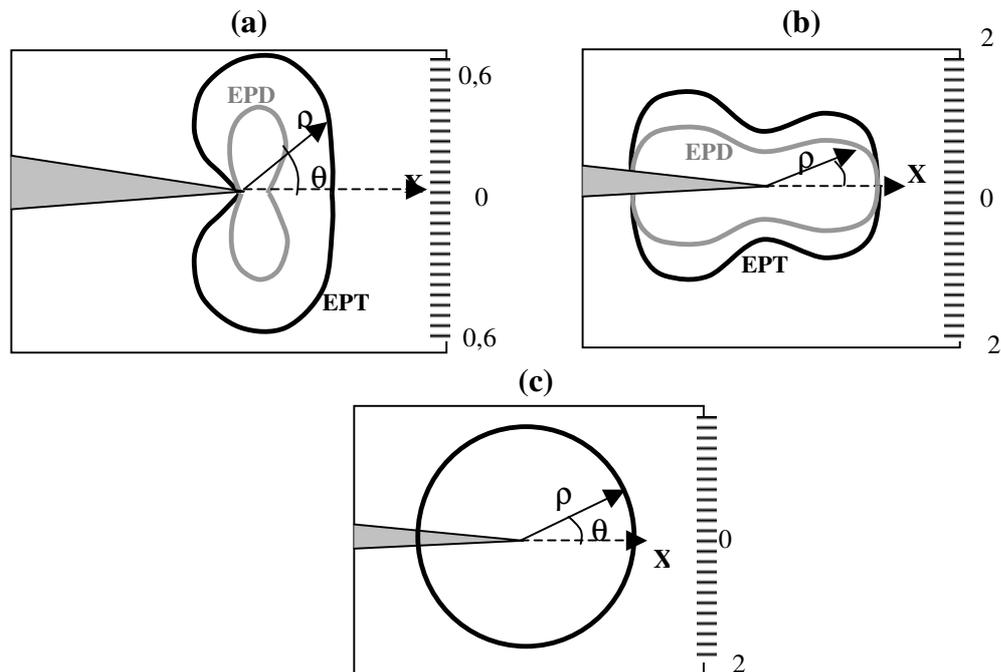


Figura 1 Gráficos Representativos da Forma das Zonas Plásticas para Estado Plano de Tensões (EPT) e Estado Plano de Deformações (EPD) nos modos de carregamento : (a) I , (b) II e (c) III .

$$\rho = r_y / \left[ \frac{1}{\pi} \left( \frac{K_I}{\sigma_y} \right)^2 \right] \quad (5)$$

### **A.1 - Influência do Estado Plano de Tensões (EPT) e Estado Plano de Deformações (EPD) na Resistência à Fratura Quase-Frágil**

Através das expressões (4) que estabelecem a zona plastificada na mecânica quase frágil, observa-se grande diferença na forma e no tamanho desta zona para cada estado.

Tomando-se o modo I de fratura e ainda fixando-se a atenção no eixo “x” da trinca onde  $\theta = 0$ , obtém-se o conjunto de equações (6) :

$$\begin{aligned} r_{y(\theta=0)} &= \frac{1}{2\pi} \left( \frac{K_I}{\sigma_{ys}} \right)^2 && \text{tensão plana (EPT)} \\ r_{y(\theta=0)} &= \frac{1}{2\pi} \left( \frac{K_I}{\sigma_{ys}} \right)^2 (1-2\nu)^2 && \text{deformação plana (EPD)} \end{aligned} \quad (6)$$

As equações (6) deixam muito claro que a grande diferença da zona plástica para o estado plano de tensões e deformações é o efeito de Poisson; em  $\theta = 0$  as duas equações diferem apenas do termo  $(1-2\nu)^2$ . Assim como no caso de um material elástico linear, o aprisionamento do material à frente da trinca e na meia espessura da fratura provoca, em materiais elasto-plásticos, uma maior fragilidade.

Considerando um coeficiente de Poisson médio dos materiais metálicos e plásticos ( $\nu = 1/3$ ), a extensão da zona plástica em  $\theta = 0^\circ$  é nove vezes menor em estado plano de deformações do que em relação ao estado plano de tensões. A redução da zona plástica implica em uma menor resistência à propagação da trinca e portanto em uma característica mais frágil ao nível local da fratura sob condições de estado plano de deformações. Isto corresponde à fratura frágil sob condições de cargas externas menores e portanto à uma situação mais crítica.

### **A.2 - A Correção de Irwin na Mecânica da Fratura Quase - Frágil.**

Deve-se destacar que a forma e o tamanho das zonas plásticas descritas anteriormente são aproximadas, já que partem dos princípios da Mecânica da Fratura linear elástica, incluindo o campo de tensões e de deslocamentos deduzidos para a região de singularidade. Assim, esta análise simplificada da forma e tamanho da zona

plástica permite apenas que se possa demonstrar a diferença entre os estados de deformações e tensões planos. As soluções corretas para o problemas que incluem a plasticidade na Mecânica da Fratura utilizando ferramentas numéricas ou investigações experimentais podem fornecer resultados bastante diferentes.

A substituição da condição de tensão infinita na ponta da trinca pelo limite de escoamento do material, diminui a tensão interna total na seção resistente da peça comparada com a carga externamente aplicada, o que caracteriza uma infração da condição de equilíbrio da peça.

Esta primeira observação foi feita por Irwin em 1960 analisando uma placa sob modo de fratura I, conforme figura 2.

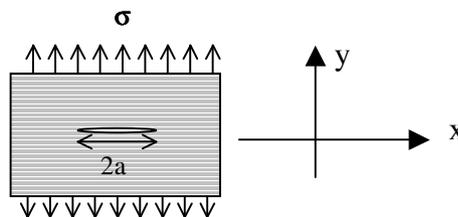


Figura 2 Placa plana com trinca central de espessura uniforme e material elasto-plástico

Na direção do eixo “x” onde ( $\theta = 0^\circ$ ), as equações de “ $\sigma_{xx}$ ” e “ $\sigma_{yy}$ ”, segundo a Mecânica da Fratura Linear Elástica, são iguais e são as próprias tensões principais. A outra componente de tensão depende do estado plano que o material está sujeito, como já foi descrito pela equação (2).

Aplicando-se estas tensões no critério de escoamento de Von Mises, obtém-se a equação (7), onde “ $\sigma_{ys}$ ” é a tensão de escoamento do material.

$$\sigma_{xx}(0) = \sigma_{yy}(0) = \begin{cases} \sigma_{ys} & \text{EPT} \\ \frac{\sigma_{ys}}{(1-2\nu)} & \text{EPD} \end{cases} \quad (7)$$

Partindo da análise de fratura elástica linear, Irwin (1960) notou que as equações (7) consideram a substituição de um comportamento singular na ponta da trinca por um patamar máximo de tensão. Portanto, parte do campo de tensões que equilibra as cargas externas foi subtraído, provocando uma condição de desequilíbrio

na formulação quase-frágil desenvolvida anteriormente. Assim, para obedecer a condição de equilíbrio, a redução de tensão na zona elástica é compensada com um aumento da zona plastificada, durante um processo de acomodação das forças internas no material. Pode-se obter este efeito através de um deslocamento horizontal da curva assintótica de uma distância “ $r_1$ ”, como mostra a figura 3, onde se percebe que a subtração da região  $S_1$  está sendo compensada pela adição da área  $S_2$ , garantindo assim o equilíbrio das força externas aplicadas. Neste gráfico, o valor “ $k$ ” que multiplica a tensão e escoamento “ $\sigma_{ys}$ ” dependerá do estado plano que a ponta da trinca está sujeita, ou seja, para estado plano de tensões  $k=1$ , e para estado plano de deformações  $k = 1/(1-2\nu)$ .

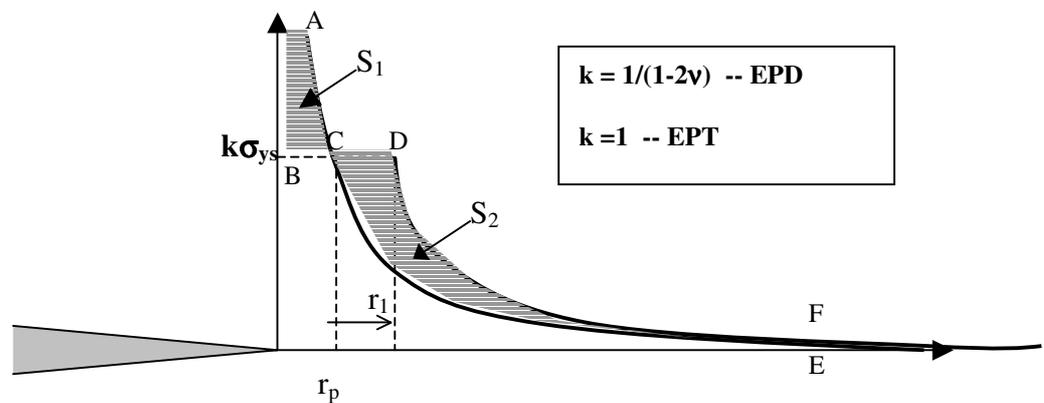


Figura 3 Correção da Zona plastificada proposta por Irwin (1960) para garantir o estado de equilíbrio.

O valor “ $r_1$ ” de deslocamento da curva, baseia-se na teoria de Irwin (1960) e é determinada como indicam as equações (8) à (11) a seguir.

$$S_1 = \int_0^{r_p} \left( \frac{K_I}{\sqrt{2\pi x}} - k\sigma_{ys} \right) dx = \frac{2K_I\sqrt{r_p}}{\sqrt{2\pi}} - k\sigma_{ys}r_p \quad (8)$$

Aplicando-se a avaliação do tamanho da zona plástica, descrita em (6), chega-se à equação (9).

$$S_1 = k\sigma_{ys}r_p \quad (9)$$

A área “ $S_2$ ” da figura 3, é dada pela equação (10).

$$S_2 = k\sigma_{ys}r_1 \quad (10)$$

Como  $S_1 = S_2$ , para garantir a condição de equilíbrio,  $(r_1)$  deverá ser igual à extensão de  $r_p$ . Desta maneira, a zona plastificada deverá ser dobrada a fim de garantir a condição de equilíbrio. Assim, a equação (6) que definiu anteriormente o tamanho da zona plástica, é corrigida e rescrita em (11), para as quais se garante a condição de equilíbrio.

$$r_{y(\theta=0)} = \frac{1}{\pi} \left( \frac{K_I}{\sigma_{ys}} \right)^2 \quad \text{tensão plana (EPT)} \quad (11)$$

$$r_{y(\theta=0)} = \frac{1}{\pi} \left( \frac{K_I}{\sigma_{ys}} \right)^2 (1-2\nu)^2 \quad \text{deformação plana (EPD)}$$

### A.3 - Limites da Aplicação da Mecânica da Fratura Quase-Frágil

A solução do problema de fratura a partir da formulação assintótica em materiais elasto-plásticos é válida apenas quando o tamanho da zona plastificada é muito pequeno comparada com as dimensões da peça. O comportamento assintótico das tensões deverá não só existir na zona plastificada mas deve predominar nesta região.

É por este motivo que o parâmetro “ $r_p$ ” (comprimento da zona plastificada ao longo do eixo da trinca) é de importância decisiva na classificação da fratura.

a) Se  $r_p \rightarrow 0$  (zona plástica desprezível) a fratura tem característica complementemente frágil.

b) Se  $r_p \ll a$  (zona plástica muito menor que o comprimento da trinca inicial) a fratura pode ser considerada “quase frágil”.

c) Se  $r_p \sim a$  (tamanho da zona plástica próximo ao comprimento da trinca inicial) ou  $r_p \rightarrow \infty$  (escoamento plástico de toda a seção resistente), o comportamento não linear do material torna-se significativo, impedindo a adoção da tenacidade a fratura como critério de falha. Outros critérios de fratura devem ser adotados, como o “CTOD”, sigla em língua inglesa para : “deslocamento de abertura na ponta da trinca” (*crack tip opening displacement*) ou a “Integral J”, que são critérios da mecânica não linear de fratura, descritos a seguir.

## **B - Mecânica da Fratura Elasto-Plástica**

Pastoukhov e Voorwald (1995) afirmam que as simplificações introduzidas na análise da Mecânica da Fratura quase-frágil são válidas somente se as deformações não lineares do material forem restritas a uma região muito pequena ao redor da ponta da trinca, não tendo influência no equilíbrio mecânico do corpo. Mas em alguns materiais de alta tenacidade à fratura, analisados sob o enfoque da Mecânica da Fratura frágil, a tensão necessária para a propagação da fratura é muito maior que a tensão de escoamento do material, indicando, portanto, que um escoamento de grandes proporções ocorrerá antes da propagação da trinca.

Assim, dois parâmetros de fratura não linear serão descritos a seguir :

a) Deslocamento de abertura na ponta da trinca ou CTOD (“*crack tip open displacement*”).

b) Integral J

Ambos os critérios são relativos ao estudo da fratura considerando o trabalho plástico na ponta da trinca e extrapolando as limitações da Mecânica da Fratura linear elástica.

### **B.1 Deslocamento de Abertura na Ponta da Trinca (CTOD)**

Segundo Anderson (1995), quando A. A. Wells publicou seu trabalho em 1961, pode-se concluir que o valor de  $K_{Ic}$  de alguns metais não era válido, dada a alta tenacidade que os mesmos apresentavam. Experimentos indicaram que as teorias relacionadas à Mecânica da Fratura existentes na época não eram aplicáveis para uma classe importante de materiais. Wells pode notar que:

a) As faces de fratura tinham se movido separadamente antes de fratura.

b) Deformações plásticas arredondaram a ponta da trinca, inicialmente afiada. O grau de arredondamento da ponta da trinca aumentava em proporção com a tenacidade do material.

A figura 4 mostra a trinca visualizada por Wells .

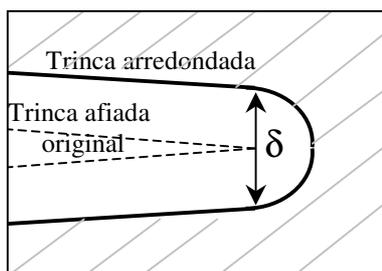


Figura 4 Definição da Abertura na ponta da trinca a partir do crescimento de um trinca fiada em material plastificado

Esta observação levou Wells a propor a medida da abertura na ponta da trinca ( $\delta$ ) como um parâmetro de tenacidade à fratura do material. Criou-se então o parâmetro que atualmente se conhece por CTOD, sigla em língua inglesa para “*crack tip open displacement*” ou, “deslocamento de abertura da ponta da trinca”.

Em sua publicação original, Wells desenvolveu uma análise aproximada que relacionou o CTOD ao fator de concentração de tensões crítico ( $K_{Ic}$ ) dentro de limites de pequenos escoamentos .

Considere-se uma trinca com uma pequena zona plástica, como ilustrado na figura 5.

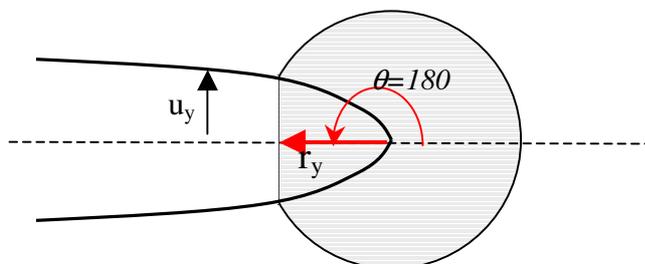


Figura 5 Trinca com pequena zona plástica desenvolvida

As considerações de Irwin a respeito da correção da zona plástica na mecânica quase-frágil, permitem considerar a zona plastificada como parte da trinca onde o material não perdeu completamente sua capacidade de carga. Para o meio elasto-plástico ideal, esta capacidade resistente é constante e igual ao limite de escoamento do material “ $\sigma_{ys}$ ”. Anderson (1995) descreve o parâmetro CTOD ( $\delta$ ) pela solução do deslocamento na ponta da trinca física (real), assumindo uma trinca fictícia de comprimento “ $a+r_y$ ” .

Conforme visto anteriormente, através da Mecânica da Fratura linear elástica, pôde-se determinar o deslocamento “ $u_y$ ” de um ponto próximo à ponta da trinca, na região de singularidade para o modo “I” de fratura, segundo a equação (12).

$$u_y = \frac{K_I}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[ \kappa + 1 - 2\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] \quad (12)$$

Wells propôs a obtenção do parâmetro “ $\delta$ ” ou CTOD ( Abertura na ponta da trinca ) a partir do dobro do deslocamento “ $u_y$ ”, considerando na equação (12) as coordenadas “ $\theta=180$ ” e “ $r = r_y$ ”, como pode ser observado na figura 5, resultando em:

$$\delta = 2u_y = \frac{\kappa + 1}{\mu} K_I \sqrt{\frac{r_y}{2\pi}} \quad (13)$$

Levando a equação (11) em (13), obtêm-se a estimativa da abertura “ $\delta$ ” escrita a seguir para o estado plano de tensões.

$$\delta = 2u_y = \frac{4}{\pi} \frac{K_I^2}{\sigma_{ys} E} \quad (14)$$

Alternativamente, a abertura na ponta da trinca pode ser relacionada com a taxa de liberação de energia “ $G$ ” tal como:

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{4}{\pi} \frac{G}{\sigma_{ys}} && \text{para Estado Plano de Tensões} \\ \delta &= \frac{2}{\pi} \frac{G}{\sigma_{ys}} && \text{para Estado Plano de Deformações} \end{aligned} \quad (15)$$

Desta maneira, Wells propôs que “ $\delta$ ” fosse um parâmetro para caracterizar aproximadamente a ponta da trinca quando a Mecânica da Fratura linear elástica não fosse mais válida. Esta hipótese foi validada mais tarde quando se pôde relacionar o deslocamento de abertura na ponta da trinca com a integral J, analisada adiante.

### **B1.1 - Avaliações experimentais da abertura na ponta da trinca - CTOD como um critério de falha.**

Segundo Pastoukhov e Voorwald (1995), na prática existem algumas dificuldades para se avaliar experimentalmente a abertura na ponta da trinca em

materiais comuns, já que sua determinação passa (na maioria das formulações) pela determinação prévia do fator de concentração de tensões em estimativas quase-frágeis. Heetzberg (1996) afirma também que o parâmetro de abertura na ponta da trinca liga as condições de fratura elástica e plástica. Assim, esse parâmetro é apenas um indicativo do fator de concentração de tensões e não tem muita importância própria. Um critério que defina a abertura na ponta da trinca crítica de determinado material ( $\delta_c$ ) terá a mesma aplicação e validade que o critério de tenacidade a fratura se  $\delta_c$  não for avaliada por análises gerais do campo de tensões ou análises experimentais apropriadas.

A dificuldade na medição experimental da abertura na ponta da trinca é uma grande desvantagem do método considerado. Na prática, é muito difícil até mesmo determinar o limite entre a trinca e o começo da zona plástica.

Um maneira de se estimar a abertura na ponta da trinca tem sido usada utilizando um corpo de prova em flexão, apoiado em dois pontos como mostra a figura 6.

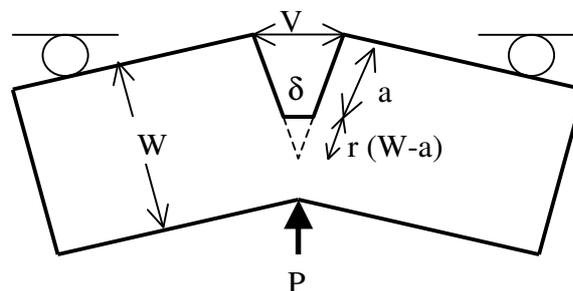


Figura 6 Teste comum para se avaliar o parâmetro “ $\delta$ ” (Anderson-1995).

Neste teste, mede-se a abertura “ $V$ ” e a abertura na ponta da trinca “ $\delta$ ” é estimada assumindo-se que as metades do corpo de prova são rígidas e rotacionam-se em torno de um ponto. Baseado nesta hipótese, pode-se estimar a abertura na ponta da trinca (CTOD) por semelhança de triângulos, obtendo assim a equação (16).

$$\frac{\delta}{r(W-a)} = \frac{V}{r(W-a)+a}$$

(16)

$$\delta = \frac{r(W-a)V}{r(W-a)+a}$$

O modelo assumido com a rótula fixa é impreciso à medida que aparecem deformações elásticas antes da plasticidade. Assim, métodos padrões para a avaliação do CTOD adotam tipicamente um modelo modificado de rótula fixa, em que os deslocamentos são separados em uma parte elástica e outra componente plástica. O modelo de rótula fixa é aplicado apenas na componente de deslocamento plástico.

Para a avaliação do CTDO, é possível descrever uma curva que relaciona a carga “P” aplicada e a abertura “V” segundo a figura 7.

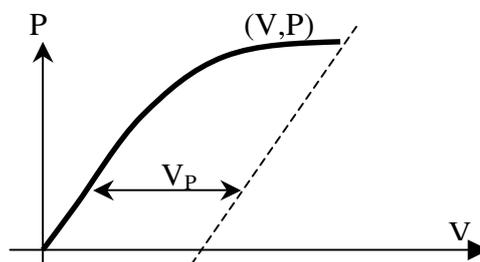


Figura 7 Curva que ilustra a relação entre a carga “P” e a abertura “V”.

A forma desta curva é semelhante à curva tensão–deformação do material elásto-plástico, ou seja, tem um trecho de deformações elásticas lineares e, em seguida, outro trecho de deformações plásticas. A linha tracejada representa o descarregamento do corpo de prova depois de sofrer um deslocamento plástico  $V_p$ .

A abertura na ponta da trinca do corpo de prova é então estimada pela equação (17).

$$\delta = \delta_{el} + \delta_{pl} = \frac{4}{m\pi} \frac{K_I^2}{E} + \frac{r_p(W-a)V_p}{r_p(W-a)+a} \begin{cases} m=1 \rightarrow \text{EPD} \\ m=2 \rightarrow \text{EPT} \end{cases} \quad (17)$$

O fator de concentração de tensões ( $K_I$ ) é estimado através da aplicação da função de forma já definida anteriormente para este tipo de corpo de prova, respeitando-se as relações geométricas definidas por norma.

O fator “ $r_p(W-a)$ ” é aproximadamente 0.4 para materiais típicos e corpos de prova de teste.

## B.2 - “Integral J” ou Taxa de Liberação de Energia Não Linear

A integral de contorno “J” é um importante parâmetro para a caracterização de fratura em materiais de comportamento não linear. A aplicação das integrais invariantes (independentes do caminho) para caracterizar os estados de tensões e deformações em corpos com trinca foi proposto por James Rice no final dos anos 60 e a letra “J” utilizada para a notação desta integral vem da inicial de seu nome.

Rice aplicou a teoria de plasticidade para a análise de trincas em material não linear. Ele mostrou que taxa de liberação de energia J, pode ser escrita como uma integral de linha independente do caminho.

Sob a ausência de forças de corpo e considerando uma trinca bidimensional em uma região de um corpo limitada pela curva  $\Gamma'$ , como mostra a figura 8, a integral “J” pode ser escrita como na equação (18), onde  $u_i$  são os componentes do vetor de deslocamentos,  $t_i$  são os componentes do vetor de tração aplicado no contorno  $\Gamma'$ ,  $ds$  é um incremento infinitesimal ao longo do contorno  $\Gamma'$  e  $\pi$  é a densidade de energia de deformação.

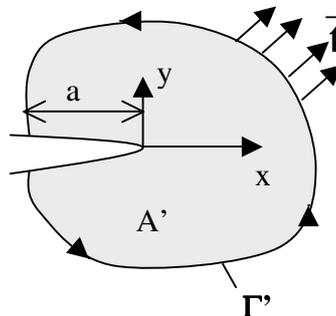


Figura 8 Placa Plana com trinca lateral.

$$J = \int_{\Gamma'} \left( \pi dy - t_i \frac{\partial u_i}{\partial x} ds \right) \quad (18)$$

O sentido físico da integral “J” está associado ao balanço de energia na região “A” do corpo fraturado limitada pelo contorno  $\Gamma'$ .

A densidade de energia de deformação “ $\pi$ ” pode ser escrita como:

$$\pi = \int_0^{\epsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\epsilon_{ij} \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (19)$$

Na equação (19),  $\sigma_{ij}$  e  $\varepsilon_{ij}$  são os tensores de tensão e deformação respectivamente.

O vetor de tração externa possui componentes  $t_i$  escritas segundo a equação (20), onde  $n_j$  são as componentes do versor normal ao trecho do contorno  $\Gamma'$ , onde a tração atua, ou seja:

$$t_i = \sigma_{ij} n_j \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (20)$$

Sabendo-se que as duas superfícies da trinca são livres de tensão, a variação do trabalho das forças externas  $\delta W$ , em razão do incremento do comprimento de trinca  $\delta a$ , é escrito como:

$$\delta W = \int_{\Gamma'} t_i \frac{du_i}{da} \delta a ds \quad (21)$$

A variação da energia de deformação  $\delta \Pi$ , dentro do contorno  $\Gamma'$ , devido ao incremento  $\delta a$  da trinca, é escrita por:

$$\delta \Pi = \iint_{A'} \frac{d\pi}{da} \delta a dx dy \quad (22)$$

Considerando que a propagação da trinca ocorre ao longo do eixo  $x$  e aplicando-se o Teorema de Green, tem-se:

$$\delta \Pi = \int_{\Gamma'} \pi \delta a dy \quad (23)$$

Por ocasião de um incremento  $\delta a$  no comprimento da trinca, o balanço de energia total ( $\delta U$ ) entre a energia produzida pelas forças externas ( $\delta W$ ) e a energia internamente armazenada pelas forças internas ( $\delta \Pi$ ) resulta em:

$$\delta U = \delta W - \delta \Pi = - \int_{\Gamma'} \left( t_i \frac{du_i}{dx} \delta a ds - \pi \delta a dy \right) \quad (24)$$

Comparando (24) com (18), pode-se constatar que a integral “J” é a medida da liberação da energia mecânica da área  $A'$ , em material elástico linear ou não linear, por ocasião da propagação da trinca.

$$J = - \frac{\partial \Pi}{\partial a} \quad (25)$$

Se escolhermos o contorno  $\Gamma'$  como sendo o próprio contorno externo do corpo fraturado formado por material elástico, a integral “J” coincide com a taxa de liberação de energia  $G$ , introduzida por Griffith.

### B.2.1 - A Independência do Caminho da Integral J.

Segundo Hertzberg (1996), uma propriedade importante da integral “J” é sua invariância em relação ao caminho escolhido para o contorno  $\Gamma$ . Anderson (1995) mostrou matematicamente que o valor da integral “J” ao longo de um contorno fechado  $\Gamma^*$ , como mostra a figura 9, é igual a zero.

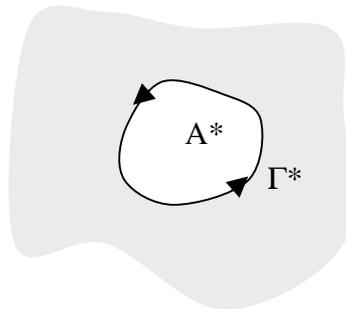


Figura 9 Região  $A^*$  em meio contínuo delimitada pelo contorno fechado  $\Gamma^*$ .

A expressão da integral “J” apresentada anteriormente para o contorno fechado  $\Gamma^*$  vale:

$$J^* = \int_{\Gamma^*} \left( \pi dy - t_i \frac{\partial u_i}{\partial x} ds \right) \quad (26)$$

Aplicando-se o teorema da divergência, pode-se obter a expressão da integral “J” em termos da integral de área tal como:

$$J = \iint_{A^*} \left[ \frac{\partial \pi}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \sigma_{ij} \frac{\partial u_j}{\partial x} \right) \right] dx dy \quad (27)$$

Inicialmente, avalia-se o primeiro termo do integrando da equação (27) relativo ao conceito de densidade de energia de deformação ( $\pi$ ). Para isso é aplicada a regra da cadeia e o conceito de comportamento elástico linear, onde a variação da densidade de energia em relação aos componentes de deformação define as componentes do tensor de tensões. Desta maneira chega-se à:

$$\frac{\partial \pi}{\partial x} = \frac{\partial \pi}{\partial \epsilon_{ij}} \frac{\partial \epsilon_{ij}}{\partial x} = \sigma_{ij} \frac{\partial \epsilon_{ij}}{\partial x} \quad (28)$$

Considerando-se as relações entre deformações e deslocamentos da Teoria da Elasticidade, bem como o Teorema de Cauchy, a equação (28) pode ser rescrita como:

$$\frac{\partial \pi}{\partial x} = \frac{1}{2} \sigma_{ij} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] = \sigma_{ij} \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x} \right) \quad (29)$$

Observa-se que (29) pode ser rescrita como:

$$\frac{\partial \pi}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x} \right) \quad (30)$$

Uma vez que, pela condição de equilíbrio:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = 0 \quad (31)$$

A expressão (30) é idêntica ao segundo termo do integrando em (27), o que resulta num valor nulo para a integral J, para qualquer contorno  $\Gamma^*$  considerado.

Considerando agora um caminho ao redor da trinca dividido em quatro segmentos  $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3, \Gamma_4$ , como mostra a figura 10, pode-se observar que as faces da trinca estão livres de tensão ( $t_i = 0$ ), e portanto são válidas as relações:  $J_3 = J_4 = 0$  e  $J_1 = -J_2$ , para que se garanta um valor nulo da integral avaliada na área interna aos contornos  $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$  e  $\Gamma_4$ .

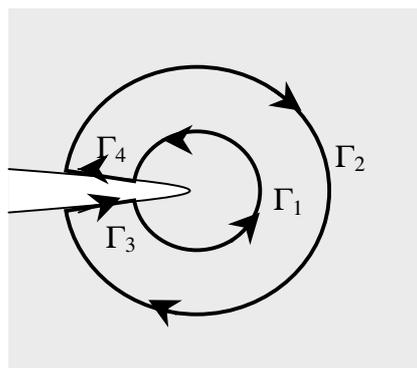


Figura 10 Caminho definido pelos contornos  $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$  e  $\Gamma_4$

Portanto, será obtido o mesmo valor para a integral J ao longo de qualquer contorno definido ao redor da trinca.

## **ANEXO 3 - FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE CONDUÇÃO DE CALOR POR ELEMENTOS FINITOS**

Uma análise de transferência de calor tem como objetivo básico o cálculo da distribuição de temperaturas em um corpo material. Os três modos básicos de transferência de calor são condução, convecção e radiação.

Condução é a transferência de energia térmica através de um sólido ou de um fluido por meio de um gradiente de temperatura, sem movimento de massa do material.

Convecção é a transferência de energia térmica através de um fluido por meio do seu movimento. Quando o movimento do fluido é causado pela ação de um elemento mecânico externo, como um ventilador, a transferência de calor é chamada de “convecção forçada”. No caso do movimento ser causado por diferenças na densidade do fluido, a transferência é chamada de “convecção livre ou natural”.

Radiação é a transferência de energia térmica entre duas regiões por ondas eletromagnéticas.

O modelo de difusão das cadeias moleculares descrito anteriormente e utilizado para a determinação da capacidade resistente da linha de solda, necessita de uma análise de transferência por condução de calor ao longo da superfície de união, desde o momento do encontro das frentes de fluxo, até o instante em que toda a superfície de união atinge a temperatura de transição vítrea do material plástico. Desta forma, será realizada a seguir, uma revisão teórica dos aspectos fundamentais da formulação do problema de condução de calor por elementos finitos.

## A - Equação da Conservação de Energia em Problemas de Condução de Calor

A equação básica que descreve a transferência de calor por condução obedece a lei de Fourier, descrita na equação (1), onde “q” é a taxa de transferência de calor por unidade de área cuja normal é o vetor “n”, “k” é a condutibilidade térmica do material e “T” é a temperatura.

$$q = -k \frac{\partial T}{\partial n} \quad (1)$$

O sinal negativo indica que o fluxo térmico “q” terá sempre um sentido inverso ao gradiente de temperaturas.

Para um meio isotrópico, a lei de Fourier segue a equação (2), onde “∇T” é o gradiente do campo de temperaturas.

$$\{q\} = \begin{Bmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \end{Bmatrix} = -k \begin{Bmatrix} \partial T / \partial x \\ \partial T / \partial y \\ \partial T / \partial z \end{Bmatrix} = -k \nabla T \quad (2)$$

Segundo Huebner et al.(1995) e Lewis (1996), a lei da conservação de energia em problemas de condução de calor em um corpo formado por material isotrópico segue a equação (3), onde “Q” é a taxa de geração de calor interno por unidade de volume do corpo, “t” é tempo, “ρ” é a densidade e “c” é o calor específico do material.

$$-\left( \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) + Q = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3)$$

Colocando a lei de Fourier (2) em (3), obtêm-se a equação (4), para condução de calor em material isotrópico e com propriedades térmicas constantes em relação a temperatura, onde “α” é definido como a difusividade térmica e escrito segundo a equação (5).

$$\nabla^2 T + \frac{Q}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4)$$

$$\alpha = \frac{k}{\rho c} \quad (5)$$

## B - Formulação por Elementos Finitos

Seja um corpo  $\Omega$ , limitado pelos segmentos  $\Gamma_1$ ,  $\Gamma_2$  e  $\Gamma_3$ , onde são prescritas as condições de contorno ilustradas na figura 1.

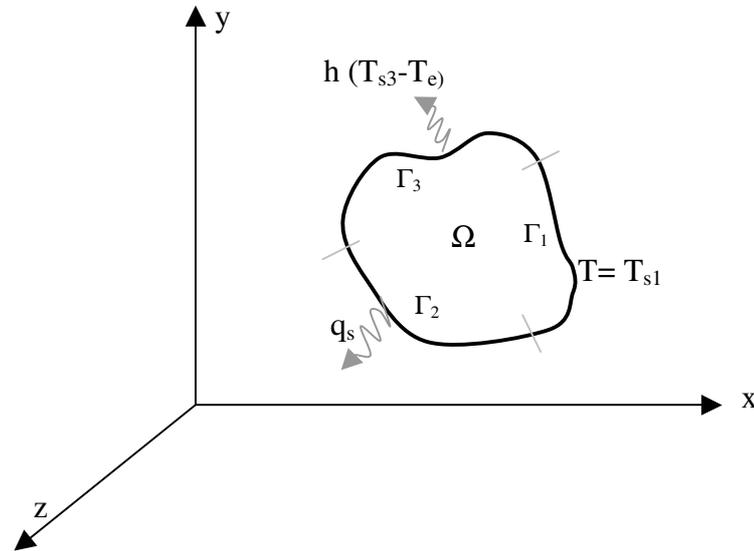


Figura 1 - Corpo  $\Omega$  definido para o problema de condução de calor.

O contorno do corpo  $\Omega$  foi dividido em três segmentos para a descrição das seguintes condições:

- Na porção  $\Gamma_1$  prescreve-se uma temperatura externa constante  $T_{s1}$ .
- Na porção  $\Gamma_2$  prescreve-se um fluxo de calor  $q_s$ , segundo a equação (6), onde  $n_x$ ,  $n_y$  e  $n_z$  são os cossenos diretores do vetor  $\{n\}$  normal à superfície de contorno. O fluxo de calor prescrito  $q_s$  segue a lei de Fourier apresentada na equação (1), anterior.

$$q_x n_x + q_y n_y + q_z n_z = -q_s \quad (6)$$

- Na porção  $\Gamma_3$  prescreve-se uma troca de calor convectiva segundo a equação (7), onde  $h$  é o coeficiente de troca de calor convectiva,  $T_s$  é a temperatura da superfície em  $\Gamma_3$  e  $T_e$  é a temperatura do fluido que circunda o corpo  $\Omega$ .

$$q_x n_x + q_y n_y + q_z n_z = h(T_{s3} - T_e) \quad (7)$$

O processo usual do Método dos Elementos Finitos começa por dividir o domínio de solução  $\Omega$  em “M” elementos de “r” nós. Dentro do domínio de cada elemento, a temperatura e o gradiente de temperatura são escritos através dos valores nodais e das funções de interpolação  $N_i$ , como indicam as equações (8) e (9).

$$T^{(e)}(x, y, z, t) = [N(x, y, z)] \{T(t)\} \quad (8)$$

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial T}{\partial x}(x, y, z) \\ \frac{\partial T}{\partial y}(x, y, z) \\ \frac{\partial T}{\partial z}(x, y, z) \end{Bmatrix} = [B(x, y, z)] \{T(t)\} \quad (9)$$

onde  $[N(x, y, z)]$  é a matriz linha das funções de interpolação e  $[B]$  é a matriz das derivadas das funções de interpolação, indicadas como:

$$[N(x, y, z)] = [N_1 \ N_2 \ N_3 \ \dots \ N_r] \quad (10)$$

$$[B(x, y, z)] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \dots & \frac{\partial N_r}{\partial x} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \dots & \frac{\partial N_r}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1}{\partial z} & \frac{\partial N_2}{\partial z} & \dots & \frac{\partial N_r}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (11)$$

Como já apresentado anteriormente, o problema de condução de calor que se investiga é governado pela equação diferencial (3). Pode-se, no entanto, obter a forma integral dessa equação utilizando o método dos resíduos ponderados, como mostra a equação (12), onde  $\Omega^{(e)}$  é o domínio do elemento (e).

$$\int_{\Omega^{(e)}} \left( -Q + \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \right) N_i(t) d\Omega = \int_{\Omega^{(e)}} \left( \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) N_i(t) d\Omega \quad (12)$$

Aplicando-se o teorema de Gauss no segundo termo, a equação (12) é re-escrita na equação (13), onde aparece a integral de superfície para a aplicação das condições de contorno ilustradas na figura 1.

$$\int_{\Omega^{(e)}} \left( Q - \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \right) N_i d\Omega = \int_{\Gamma^{(e)}} (q_x n_x + q_y n_y + q_z n_z) N_i d\Gamma - \int_{\Omega^{(e)}} \left( \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_i}{\partial z} \right) \begin{Bmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \end{Bmatrix} d\Omega \quad i=(1,2,3 \dots r) \quad (13)$$

Aplicando-se as condições de contorno e considerando-se a lei de Fourier, re-escrita em (14), obtêm-se a equação matricial (15), que permite determinar a temperatura  $T(x,y,z,t)$ .

$$\begin{Bmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \end{Bmatrix} = -k [B] \{T\} \quad (14)$$

$$[C] \left\{ \frac{dT}{dt} \right\} + [[K_c] + [K_h]] \{T\} = \{R_T\} + \{R_Q\} + \{R_q\} + \{R_h\} \quad (15)$$

Onde:

$$[C] = \int_{\Omega^{(e)}} \rho c \{N\} [N] d\Omega \quad \text{Matriz de Capacitância.} \quad (16)$$

$$[K_C] = \int_{\Omega^{(e)}} [B]^T k [B] d\Omega \quad \text{Matriz de Condutância – Relativa à condução.} \quad (17)$$

$$[K_h] = \int_{\Gamma_3} h \{N\} [N] d\Gamma \quad \text{Matriz de Condutância – Relativa à convecção em } \Gamma_3. \quad (18)$$

$$[R_T] = - \int_{\Gamma_1} \{q\} \cdot \{n\} \{N\} d\Gamma \quad \text{Vetor de Carga térmica devido à condição de contorno em } \Gamma_1. \quad (19)$$

$$[R_Q] = \int_{\Omega} Q \{N\} d\Omega \quad \text{Vetor de carga térmica devido à geração de calor interno 'Q'.} \quad (20)$$

$$[R_q] = \int_{\Gamma_2} q_s \{N\} d\Gamma \quad \text{Vetor de carga térmica devido à condição de contorno em } \Gamma_2. \quad (21)$$

$$[R_h] = \int_{\Gamma_3} h T_e \{N\} d\Gamma \quad \text{Vetor de carga térmica devido à condição de contorno em } \Gamma_3. \quad (22)$$

A equação (15) pode ser simplificada para os seguintes casos:

a) Análise Linear de Condução de Calor em Estado Permanente:

$$[[K_c] + [K_h]] \{T\} = \{R_Q\} + \{R_q\} + \{R_h\} \quad (23)$$

b) Análise Linear de Condução de Calor Transiente:

$$[C] \left\{ \frac{dT}{dt} \right\} + [[K_c] + [K_h(t)]] \{T(t)\} = \{R_Q(t)\} + \{R_q(t)\} + \{R_h(t)\} \quad (24)$$

c) Análise não Linear de Condução de Calor em Estado Permanente:

$$[[K_c(T)] + [K_h(T)]] \{T\} = \{R_Q(T)\} + \{R_q(T)\} + \{R_h(T)\} \quad (25)$$

d) Análise não Linear de Condução de Calor Transiente:

$$[C(T)] \left\{ \frac{dT}{dt} \right\} + [[K_c(T)] + [K_h(T,t)]] \{T(t)\} = \{R_Q(T,t)\} + \{R_q(T,t)\} + \{R_h(T,t)\} \quad (26)$$

A análise de transferência de calor utilizada neste estudo para a avaliação estrutural das linhas de solda, corresponde ao caso da equação (24).