

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO PARANÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA DE PRODUÇÃO E SISTEMAS**

LUÍS GUILHERME RIBEIRO MARTINS

**AVALIAÇÃO DA EFICIÊNCIA DE COOPERATIVAS DE CRÉDITO ATRAVÉS
DA ANÁLISE POR ENVOLTÓRIA DE DADOS, ANÁLISE DE
COMPONENTES PRINCIPAIS E ÍNDICE DE MALMQUIST**

CURITIBA

2017

LUÍS GUILHERME RIBEIRO MARTINS

**AVALIAÇÃO DA EFICIÊNCIA DE COOPERATIVAS DE CRÉDITO ATRAVÉS
DA ANÁLISE POR ENVOLTÓRIA DE DADOS, ANÁLISE DE
COMPONENTES PRINCIPAIS E ÍNDICE DE MALMQUIST**

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia de Produção e Sistemas da Pontifícia Universidade Católica do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Engenharia de Produção.

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Maria Teresinha Arns Steiner

CURITIBA

2017

LUÍS GUILHERME RIBEIRO MARTINS

**AVALIAÇÃO DA EFICIÊNCIA DE COOPERATIVAS DE CRÉDITO ATRAVÉS
DA ANÁLISE POR ENVOLTÓRIA DE DADOS, ANÁLISE DE
COMPONENTES PRINCIPAIS E ÍNDICE DE MALMQUIST**

Qualificação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia de Produção e Sistemas da Pontifícia Universidade Católica do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Engenharia de Produção.

COMISSÃO EXAMINADORA

Professora Dr.^a Maria Teresinha Arns Steiner
Pontifícia Universidade Católica do Paraná

Professor Dr. Pedro José Steiner Neto
Universidade Positivo

Professor Dr. Volmir Eugenio Wilhelm
Universidade Federal do Paraná

**Curitiba
2017**

Dados da Catalogação na Publicação
Pontifícia Universidade Católica do Paraná
Sistema Integrado de Bibliotecas – SIBI/PUCPR
Biblioteca Central

M386a
2017

Martins, Luís Guilherme Ribeiro

Avaliação da eficiência de cooperativas de crédito através da análise por envoltória de dados, análise de componentes principais e índice de Malmquist / Luís Guilherme Ribeiro Martins ; orientadora: Maria Teresinha Arns Steiner. – 2017

viii, 91 f. : il. ; 30 cm

Dissertação (mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 2017

Bibliografia: 84-89

1. Cooperativas – Administração. 2. Cooperativas de crédito. 3. Eficiência organizacional. 4. Programação linear. I. Steiner, Maria Teresinha Arns. II. Pontifícia Universidade Católica do Paraná. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção e Sistemas. III. Título.

CDD 22. ed. – 658.047

À minha mãe.

AGRADECIMENTOS

A Deus, o Grande Arquiteto do Universo...

Por me mostrar Seu caminho, embora eu diariamente pise em falso. Dando conhecimento, embora apenas Ele realmente conheça. E sabedoria, embora apenas Ele realmente saiba.

Por me fazer crescer num lar de amor, o qual supera deficiências humanas. Pela minha mãe, minhas tias Isa e Sônia, minhas avós, meus avôs e meu irmão, que me apoiaram desde a pré escola.

Por ter inspirado os dirigentes do Banco do Brasil a apoiar o estudo.

Pela Marcella, minha melhor amiga, um dia ter aceitado sobrepor nossos destinos eternos. Pelo exemplo que é para mim e pela vontade de estender a mão.

Por mandar a Ana Rosa ao nosso convívio.

Por permitir que a Prof^a Maria Teresinha me acolhesse como orientando. Pela sua inteligência, disponibilidade, conhecimento e boa vontade, essenciais à finalização deste estudo. Por dar ao mundo pessoas assim.

Pelos amigos, que compartilham nossas angústias, dificuldades e nos animam, na frente dos quais não tememos parecer fracos. Pelas muitas vezes que acreditaram mais nesse projeto do que eu.

Pela esperança de que o futuro está em Suas mãos.

“Sei que Deus ama seus filhos;
não conheço, no entanto, o
significado de todas as coisas.”

- 1 Néfi 11:17

RESUMO

Este estudo visa avaliar a eficiência de cooperativas de crédito do Paraná com a utilização da metodologia de Análise por Envoltória de Dados (DEA, *Data Envelopment Analysis*), do Índice de Malmquist (MI, *Malmquist Index*) e da técnica de seleção de dados, Análise dos Componentes Principais (PCA, *Principal Components Analysis*). A metodologia DEA é uma técnica de análise não paramétrica que utiliza a envoltória, ou envelopamento de dados, para definir uma fronteira de eficiência, conforme os desempenhos globais atingidos pelas unidades que se inclui no modelo. O MI é uma técnica derivada de DEA, mas que considera a evolução dos índices de eficiência ao longo do tempo, podendo ser utilizado quando os dados são apresentados em painel. A avaliação foi realizada com o auxílio do *software MaxDea*, da empresa *Beijing Realworld Software Company Ltd* versão 6.6, utilizando o modelo DEA, versão BCC, voltada para o *input*. O MI foi calculado através do *DEA-Solver-Learning Version* (LV 8.0). Os dados utilizados foram os resultados trimestrais de cooperativas de crédito, no período de Junho de 2009 a Julho de 2015, totalizando 27 períodos, sendo 45 DMUs (cada uma das singulares de cooperativas de crédito pesquisadas), inicialmente com dados não tratados compostos por 494 indicadores chave. A escolha de variáveis para compor a análise foi feita através da técnica PCA, com auxílio do suplemento *Multibase*, da empresa *Numerical Dynamics* para o *MS Excel*, obtendo-se 10 variáveis utilizadas efetivamente, sendo 8 *inputs* e 2 *outputs*. Ao final a aplicabilidade combinada de DEA, MI e PCA neste ambiente são discutidos à luz dos resultados obtidos pela análise. Com o PCA foram selecionadas 10 variáveis (8 *inputs* e 2 *outputs*). Com a aplicação do modelo DEA, versão BCC, constatou-se que as cooperativas tiveram um comportamento bem definido. Neste caso, aproximadamente 55% das observações apontaram as cooperativas eficientes no período analisado. As cooperativas 233, 257, 448, 453, 465, 498 e 517 foram consideradas eficientes em todo o período, podendo ser consideradas *benchmarks*. Nenhuma cooperativa deixou de ser considerada eficiente em pelo menos uma observação. Finalmente, com a aplicação MI, pode-se observar que a variação da produtividade das cooperativas analisadas foi coerente com suas tendências demonstradas pelos índices de eficiência individuais durante todo o período analisado. As cooperativas 251, 357 e 358, por exemplo, apresentaram um comportamento tendendo à eficiência, evidenciado após análise do MI de período a período, enquanto as cooperativas 406, 416 e 498 apresentaram postura oposta. Com base nestas informações, concluiu-se que a utilização conjunta das técnicas PCA, DEA e MI podem auxiliar a tomada de decisão de forma importante, podendo subsidiar analistas na formatação de novas estratégias e definição de *benchmarks*.

Palavras-chave: DEA. Índice de Malmquist. PCA. Cooperativas de crédito. Otimização.

ABSTRACT

This study aims to evaluate the efficiency of Paraná's credit union with Data Envelopment Analysis (DEA) and the Malmquist Index (MI), as well as the Principal Components Analysis (PCA). The DEA is a non parametric technique that employs the envelopment in order to design an efficiency frontier, according to the global performance achieved by the decision making units (DMU) included in the analysis. The MI is a DEA derived technique that considers the productivities indices change along time and might be used when the data are presented in a panel format. The evaluation has been made through the MaxDea software, by Beijing Realworld Software Company Ltd, version 6.6, set with the BCC version of DEA, both input and output oriented. The MI has been calculated through DEA-Solver-Learning Version (LV 8.0). The database consists in the credit union's trimestrial results, from June 2009 to July 2015, resulting in 27 periods, from 45 DMUs (each one of the credit union's branches researched), initially with raw data of 494 key indicators. The variable choosing has been made through PCA with the Multibase software, by Numerical Dynamics for MS Excel, obtaining the variables used to feed both DEA and MI analysis. At the conclusion the outcomes and applicability of DEA, MI and PCA combined are discussed under the results from the analysis. Through PCA there were selected 10 variables (8 inputs and 2 outputs). With DEA model, BCC version it was found that the credit unions had a well defined behavior. In this study, about 55% of the observations classified the credit unions as efficient in the analyzed period. The credit unions 233, 257, 448, 453, 465, 498 and 517 have been considered efficient along the studied period, and could be chosen as benchmarks. No credit union lacked to be considered efficient in at least one observation. Finally, with MI application, it was observed that the credit union's productivities changes analyzed were consistent with the tendencies shown by the individual efficiency indices' trends throughout the entire analyzed period. The credit unions 251, 357 and 358, i.e., have presented a efficiency trended behavior, highlighted after MI analysis period by period, while the credit unions 406, 416 and 498 showed otherwise. Based on those information, it is concluded that the use of PCA, DEA and MI together might aid the decision making in an important way, making possible for analysts to establish new strategies and to define benchmarks.

Key-words: DEA. Malmquist Index. PCA. Credit Union. Optimization.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 2.1 - Alteração do nível de <i>input</i> para tornar uma unidade eficiente	7
Figura 2.2 - Função de Produção de Fronteira e Função de Produção Média	9
Figura 2.3 - Exemplo do valor de θ (modelo de envelope) para uma DMU	11
Figura 5.1 - Fluxo de Seleção de Dados	60

LISTA DE QUADROS

Quadro 2.1 - Modelos DEA clássicos, versões CCR e BCC	12
Quadro 2.2 - Exemplo de aplicação da versão CCR da metodologia DEA voltada para o <i>input</i>	16
Quadro 2.3 - Exemplo de aplicação da versão CCR da metodologia DEA orientada para o <i>output</i>	19
Quadro 2.4 - Exemplo de aplicação da versão BCC da metodologia DEA, orientada para o <i>input</i>	22
Quadro 2.5 - Exemplo de aplicação da versão BCC da metodologia DEA voltada para o <i>output</i>	25
Quadro 2.6 - Comparativo sucinto entre os artigos sobre DEA analisados	50
Quadro 2.7 - Comparativo sucinto entre os artigos sobre PCA analisados	51
Quadro 3.1 - Exemplo de Dados de uma Singular	55
Quadro 5.1 - Dados da análise por PCA	61
Quadro 5.2 - Exemplo de dados (R\$) de Cooperativas de Crédito Singulares	62
Quadro 5.3 - Resultados da metodologia DEA para Cooperativas de Crédito Singulares	64
Quadro 5.4 - Matriz de λ das cooperativas de crédito paranaenses	69
Quadro 5.5 - Índices de Malmquist das Cooperativas de Crédito	73

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

- AGO – Assembléia Geral Ordinária
- BACEN - Banco Central do Brasil
- BCC – Modelo intitulado de acordo com os nomes de seus desenvolvedores Banker, Charnes e Cooper
- BCG - metodologia criada para a *poston Consulting Group*, daí seu nome
- BRT – Ônibus de Trânsito Rápido, do inglês, *pus Rapid Transit*
- CCR – Modelo intitulado de acordo com os nomes de seus desenvolvedores Charnes, Cooper e Rhodes
- CRS - Retornos Constantes de Escala, do inglês, *Constant Returns to Scale*
- CUB – Custo Unitário Básico
- DEA - Análise por Envoltória de Dados, do inglês, *Data Envelopment Analysis*
- DMU - Unidades tomadoras de decisão , do inglês, *Decision Making Units*
- DP – Programação Dinâmica, do inglês, *Dynamic Programming*
- EBM – Medida Baseada no “Epsilon”, do inglês, *Epsilon-based Measure*
- Embrapa - Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária
- ERM - Gestão de risco empresarial, do inglês, *Enterprise Risk Management*
- FA – Análise de Fatores, do inglês, *Factor Analysis*
- IBGE- Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
- IDH - Índice de Desenvolvimento Humano
- IPCA - Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo
- LINGO – do inglês, *Language for Interactive General Optimizer*
- LRT – Sistema Leve sobre Trilhos, do inglês, *Light Rail Transit*
- MDS - *Multi-Dimensional Scaling*
- MI – Índice de Malmquist, do inglês *Malmquist Index*
- MLR – Regressão linear múltipla, do inglês, *Multiple Linear Regression*
- MS Excel – *Microsoft Excel*
- MRT - trânsito de massa sobre trilhos, do inglês, *Mass Rail Transit*
- NA – Não avaliável

OCDE - Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico

OTE - Nível geral de eficiência técnica, do inglês, *Overall Technical Efficiency*

PCA – Análise dos componentes principais, do inglês, *Principal Components Analysis*

PL – Programação Linear

PLS – Quadrados mínimos parciais, do inglês, *Partial Least Squares*

PSE - Eficiência do setor público, do inglês, *Public Sector Efficiency*

P&D – Pesquisa e Desenvolvimento

PR - Patrimônio de Referência

PRE - Patrimônio de Referência Exigido

ROA – retorno sobre ativos, do inglês, *Return On Assets*

SBM – Medida Baseada na Folga, do inglês, *Slacks based Measure*

SUS – Sistema Único de Saúde

TTO - escritórios de transferência de tecnologia, do inglês *technology transfer offices*

TFP- Fator de Produtividade Total, do inglês, *Total Factor Productivity*

VR - covariância parcial, do inglês, *Variable Reduction*

VRS - Retorno de Escala Variável, do inglês, *Variable Returns to Scale*

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	1
1.1 PROBLEMA DE PESQUISA	3
1.2 OBJETIVOS	3
1.2.1 Objetivo Geral.....	3
1.2.2 Objetivos específicos.....	4
1.3 JUSTIFICATIVA.....	4
1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO.....	5
2 REVISÃO DA LITERATURA	6
2.1 DEA.....	6
2.2 PRINCIPAIS MODELOS DEA.....	10
2.2.1 Modelos CCR.....	13
2.2.2 Modelos VRS.....	20
2.2.3 Variações nos Modelos DEA.....	26
2.3 MALMQUIST INDEX (MI).....	27
2.4 ANÁLISE DAS COMPONENTES PRINCIPAIS	30
2.5 TRABALHOS CORRELATOS	31
3 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA	53
3.1. COLETA DE DADOS	53
4 METODOLOGIA	56
5 RESULTADOS	60
5.1 EXCLUSÃO DE DADOS INCONSISTENTES.....	60
5.2 APLICAÇÃO DO PCA	61
5.3 APLICAÇÃO DE DEA.....	63
5.4 APLICAÇÃO DE MI.....	73
5.5 RESUMO DOS RESULTADOS	78
6 CONCLUSÕES	80
REFERÊNCIAS	84

1 INTRODUÇÃO

Com o aumento da quantidade e complexidade das tarefas realizadas pelas organizações, frequentes quebras de paradigmas e rompimento de barreiras do conhecimento, tornam-se ainda mais importantes a análise e avaliação do desempenho e eficiência de unidades tomadoras de decisão, conhecidas como DMU, do inglês *Decision Making Units*. Neste trabalho a ferramenta Análise por Envoltória de Dados, também conhecida como Análise por Envolvimento de Dados, *Data Envelopment Analysis* ou DEA, é aplicada à realidade das cooperativas de crédito paranaenses. Além disso, uma técnica derivada de DEA, conhecida como Índice de Malmquist, chamado ainda de *Malmquist Index*, ou MI, é também aplicada para se obter informações a respeito da evolução da eficiência das cooperativas com o passar do tempo, já que os índices de eficiência calculados através de DEA só devem ser analisados em conjunto com as mesmas DMUs que compuseram o cálculo e no mesmo período de tempo.

Uma das tendências em uma análise de eficiência poderia ser a de estabelecer que a maior cooperativa de crédito seja também a mais eficiente, talvez sem considerar profundamente a economia de escala. Entretanto, caso as vantagens desse efeito (economia de escala) sejam desconsideradas, o panorama poderia se alterar. Por isso, as versões de DEA e MI utilizadas neste estudo consideram a economia de escala de modo a mensurar simultaneamente DMUs de empresas de vários portes.

A ferramenta DEA é um método de fronteira não paramétrica. Tem sido utilizada por não precisar, a princípio, de uma função de produção e possuir capacidade para analisar eficiência de unidades produtivas com diversas variáveis sem escala comum, nem necessidade de estimação de pesos (MAHDILOO, NOORIZADEH e SAEN, 2011). DEA também tem sido utilizada para estudos na área de otimização financeira. Nesta área, dentre as centenas de artigos e seus respectivos autores pode-se citar: Bruce Ho, Dash Wu, (2009); Donthu, Hershberger e Osmonbekov, (2005); Eken, Kale, (2011); Holod, Lewis, (2011); Kuosmanen, Kortelainen, (2007); Luo, (2003); Vilela, Nagano e Merlo, (2007), Wang e Xu (2015), Chica *et al.* (2016), Ali (2014),

Kaffash e Marra (2016), Liu, Lu e Lu, (2016) e Shokrollahpour, Lofti e Zandieh, (2016). O MI também tem sido bastante estudado, como nos trabalhos de Chung, Fare e Grosskopf, (1997), Färe, Grosskopf e Margaritis, (2001), Pastor, Asmild e Lovell, (2011), Kawamoto e Kim (2016), Ortega e Chávez (2015), Hseu e Shang (2005), Odeck (2009), Kao e Liu (2014) e Maroto e Zofio (2016).

Várias cooperativas de crédito poderiam ser consideradas como “a maior”, ou “a melhor”, conforme o critério de classificação. Como um exemplo, o BACEN publica periodicamente alguns *rankings* de bancos brasileiros, intitulados conjuntamente como “Os 50 maiores bancos” e o faz em oito listas distintas (BACEN, 2013). Em cada uma dessas listas existe o maior banco em um determinado quesito. Porém, concluir qual banco é o melhor em aspectos que englobem duas ou mais dessas variáveis tem se mostrado infrutífero, pela dificuldade em conceituar eficiência, como observado através do trabalho de Fernandez, Koop e Steel (2005). Essa dificuldade se aplica da mesma forma a cooperativas de crédito, já que são de natureza semelhante aos bancos em muitos aspectos. A ferramenta DEA tem a capacidade de trabalhar simultaneamente com diversos *inputs* e *outputs*, solucionando parte desse problema. Entretanto, a quantidade de variáveis incluídas no modelo é inversamente proporcional à qualidade da análise (SHARP, MENG e LIU, 2007), (PREMACHANDRA, 2001). Por isso, um método independente de seleção de variáveis é crucial para dar legitimidade aos resultados.

Para auxiliar neste aspecto foi empregada a técnica Análise de Componentes Principais, *Principal Components Analysis*, ou PCA, amplamente utilizada para obter informações de grandes bases de dados (SLOTTJE, 1991), (ZHU, 1998), (PREMACHANDRA, 2001), (BRUCE HO E DASH WU, 2009), (LIANG, YOUNGJUN e SHIBING, 2009), (ADLER, 2010), (CHEN *et al.*, 2015), (DONG *et al.* 2015a), (DONG, MITCHELL E COLQUHOUN, 2015b). O objetivo do PCA é “resumir” os dados presentes em um sistema, com a mínima perda de informação possível. Neste estudo, o PCA é utilizado para determinar quais das características das cooperativas são mais significativas para integrar a análise de eficiência via DEA e MI.

Ao final, algumas conclusões e apontamentos sobre os resultados são discutidos.

1.1 PROBLEMA DE PESQUISA

Com a crescente complexidade das organizações e tarefas, a otimização de recursos tem adquirido muita importância. O número de possibilidades combinatórias ultrapassa rapidamente a capacidade humana de análise. Com isso, ferramentas computadorizadas de auxílio à tomada de decisão têm sido bastante utilizadas, devido a sua velocidade e quantidade de variáveis que podem ser rapidamente processadas.

Existem diversos empreendimentos com uniformidade de processos e unidades, bem como diferentes unidades produtivas que seguem um padrão produtivo. Apesar desse padrão, o nível de produção ótimo nem sempre é alcançado. Comparar unidades de produção como, por exemplo, restaurantes, fazendas com produções semelhantes ou empresas do mesmo ramo, torna-se desafiador conforme aumentam as unidades em tamanho ou quantidade.

Assim, uma ferramenta que possa avaliar com assertividade o nível de eficiência em que se encontra uma unidade é importante. Essa avaliação também deve ser rápida, objetiva e de fácil aplicação. Isso leva aos questionamentos: Pode a metodologia DEA avaliar cooperativas de crédito com a discriminação necessária? Essa avaliação é de aplicação viável? O MI traz informações relevantes para gestores dessas mesmas cooperativas de crédito?

Para responder a essas questões torna-se necessário o estudo detalhado das metodologias propostas para solucionar o problema abordado (DEA; PCA e MI), bem como avaliar os seus resultados.

1.2 OBJETIVOS

Os objetivos do presente trabalho estão organizados em geral e específicos.

1.2.1 Objetivo Geral

O objetivo geral do presente trabalho é avaliar o nível de eficiência de cooperativas de crédito paranaenses através de uma metodologia de apoio à tomada de decisão composta pelas técnicas DEA, PCA e MI.

1.2.2 Objetivos específicos

Os objetivos específicos podem ser listados da seguinte forma:

- Usar a técnica PCA para seleção de variáveis a serem utilizadas no modelo DEA e MI;
- Aplicar a metodologia DEA e MI com dados reais para avaliação de nível de eficiência apresentado;
- Aplicar a metodologia aos dados coletados, de modo a evidenciar as propriedades discriminatórias dos modelos escolhidos.

1.3 JUSTIFICATIVA

Realizar uma análise científica de cooperativas de crédito é de extrema importância. Não existem na literatura muitos trabalhos voltados para cooperativas de crédito nesta linha e, sendo assim, é aqui proposta uma metodologia composta pelas técnicas DEA, MI e PCA. Fazendo a detecção da(s) cooperativa(s) de maior eficiência, esta(s) poderá(ao) servir de “modelo” às demais, apontando como os recursos podem ser tratados. Como as ferramentas matemáticas disponíveis têm condições de ser implementadas com relativa facilidade, uma sistemática dinâmica poderia ser concebida a partir das mesmas.

Como o objeto de trabalho das cooperativas de crédito é o “dinheiro”, torna-se mais delicado selecionar as variáveis que irão ensejar quaisquer análises. Toda forma de troca envolvendo dinheiro nas duas vias (por exemplo, empréstimos concedidos por um lado e juros pagos por outro; aplicações financeiras por um lado e rentabilidade por outro; aceitação de um prêmio de seguro por um lado e segurança por outro) tem efeitos secundários dentro das organizações. Esses efeitos muitas vezes fazem com que a gestão de uma organização financeira seja bastante intrincada e sensível.

Além disso, a forma de trabalho das cooperativas é, em muitas situações, diferente das demais organizações comerciais. Os clientes são os próprios “donos” das cooperativas, o que torna as relações entre cliente e organização mais complexa, por vezes uma via de mão dupla. As assembleias têm um papel importante na gestão, tanto na forma de captar quanto aplicar recursos. Ainda os normativos vigentes precisam ser respeitados, e tudo dentro de uma economia dinâmica como a atual, cada vez mais complexa e globalizada.

Por isso é necessário sistematizar o máximo possível as decisões a serem tomadas. Estuda-se uma forma de manter o controle sobre as decisões, ao mesmo tempo em que se exclui a subjetividade e desequilíbrios inerentes às escolhas arbitrárias. Em outras palavras, procura-se um meio de facilitar a gestão enquanto técnica bem fundamentada, tanto matemática quanto metodologicamente.

1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

O trabalho está organizado em seis capítulos. Além deste capítulo 1, introdutório, é apresentada no capítulo 2 uma revisão da literatura dos conceitos e outras abordagens relacionadas utilizando DEA, MI e PCA.

No capítulo 3 é apresentada a descrição do problema, ou seja, da problemática das cooperativas de crédito paranaenses. O capítulo 4 apresenta a metodologia de pesquisa para o desenvolvimento do modelo DEA e MI e escolha das variáveis por meio de PCA.

A obtenção dos resultados é apresentada no capítulo 5. E, finalmente, no capítulo 6 são apresentadas as conclusões e as sugestões para futuros trabalhos.

2 REVISÃO DA LITERATURA

São aqui discutidos os principais conceitos e abordagens referentes ao presente trabalho; são também descritos vários trabalhos correlatos ao tema proposto.

2.1 DEA

DEA é uma técnica empregada para análise da eficiência de empresas, instituições, hospitais, dentre outros, conforme estudado por muitos pesquisadores, entre eles: Helfand e Levine (2004), Anderson, Crawford e Leicester (2011), Haugland, Myrtveit e Nygaard (2007), Luo (2003), Vilela, Nagano e Merlo (2007), Ceretta e Niederauder (2001), Macedo, Cípola e Ferreira (2010), Souza, Braga e Ferreira (2011), Gonçalves *et al.* (2007), Marinho (2003), Marinho, Soares e Benegas (2004), Souza (2006), Vaninsky (2006), Wang e Xu (2015), Chica *et al.* (2016), Ali (2014), Kaffash e Marra (2016), Liu, Lu e Lu, (2016) e Shokrollahpour, Lofti e Zandieh, (2016). O Quadro 2.6, mais adiante, sintetiza os trabalhos citados.

DEA é uma técnica não paramétrica de Programação Linear (PL) que trabalha com fronteiras de eficiência. Essa técnica é “alimentada” com variáveis de entrada e de saída. As variáveis de entrada são também chamadas de insumos ou *inputs*, ou seja, os recursos a partir dos quais a empresa produz o que se propõe. Alguns exemplos são: capitais à sua disposição; localizações privilegiadas de filiais; capital investido; matéria prima; recursos logísticos; escolaridade de seus colaboradores; entre outros. As variáveis de saída são designadas igualmente como produto ou *outputs*. São os resultados da produtividade da empresa, como por exemplo: produção bruta; lucro ou lucratividade; incremento de *marketshare*; vendas; *turnover*, entre outros.

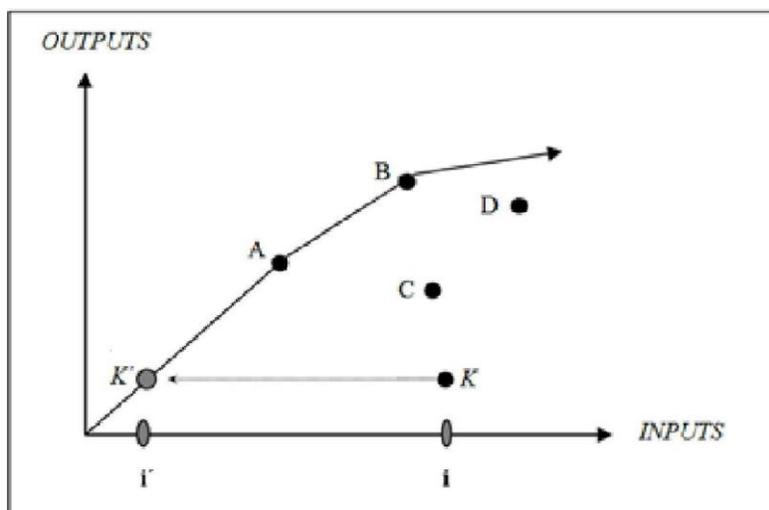
Através de DEA podem ser comparadas DMUs semelhantes, e classificá-las por eficiência. O modelo, após a sua implementação, retorna valores que podem ser apresentados em formato percentual, ou seja, valores de 0% a 100% em termos de eficiência. A ferramenta estabelece uma fronteira ótima de produção, ou seja, uma curva de máxima produtividade. A partir dessa curva, a classificação de cada unidade avaliada é feita em “percentual

de eficiência”, conforme a distância que sua produtividade estiver dessa fronteira. Caso o nível de produção de uma DMU esteja situado sobre a fronteira, ela seria considerada eficiente. A principal característica desta ferramenta é não necessitar que sejam designados “pesos” para cada característica incluída no modelo, o que não significa que eles não possam ser usados, caso considerado necessário, ou seja, é uma técnica não paramétrica, como citado por Boussofiane e Dyson (1991).

Os cálculos de eficiência através de DEA geralmente determinam se o foco de tornar uma DMU ineficiente em eficiente seria de diminuir os *inputs* ou aumentar os *outputs*. Diz-se assim que o modelo DEA é voltado ao *input* ou ao *output* (*input-oriented* ou *output-oriented*), conforme o caso. Com o modelo voltado ao *input*, o modelo de PL é configurado para determinar o quanto o *input* de uma DMU poderia ser reduzido, se usado eficientemente, de forma a manter os mesmos níveis de *outputs*. Já nos modelos voltados ao *output*, o PL é configurado para determinar quanto *output* uma DMU poderia produzir, dados os níveis atuais de *inputs*, se operasse como as DMUs com melhores práticas ao longo da fronteira de eficiência.

A Figura 2.1 ilustra a alteração nos valores de *inputs* que poderiam tornar uma unidade 100% eficiente. Neste caso particular, os pontos A e B correspondem a unidades eficientes, pois estão situados sobre a fronteira de eficiência. Os pontos C e D são unidades ineficientes. O ponto *K* representa também uma unidade ineficiente, com nível de *input* *i*. Se os recursos da unidade *K* fossem reduzidos a *i'*, sem alteração do *output*, então o novo índice de eficiência seria *K'*, situado sobre a fronteira, ou seja, seria considerado 100% eficiente.

Figura 2.1 - Alteração do nível de *input* para tornar uma unidade eficiente



Fonte: adaptado de Gonçalves *et al.*, 2007.

Neste sentido, a ferramenta DEA possui características importantes, listadas a seguir, como descrito nos trabalhos de Charnes, Cooper e Rhodes (1997), Helfand e Levine (2004), Anderson, Crawford e Leicester (2011), Haugland, Myrtveit e Nygaard (2007), Kassai (2002), Luo (2003), Vilela, Nagano e Merlo (2007), Ceretta e Niederauder (2001), Macedo, Cípola e Ferreira (2010), Souza, Braga e Ferreira (2011), Gonçalves *et al.* (2007), Marinho (2003), Marinho, Soares e Benegas (2004), Souza (2006), Weyman-Jones *et al.* (2012) e Vaninsky (2006):

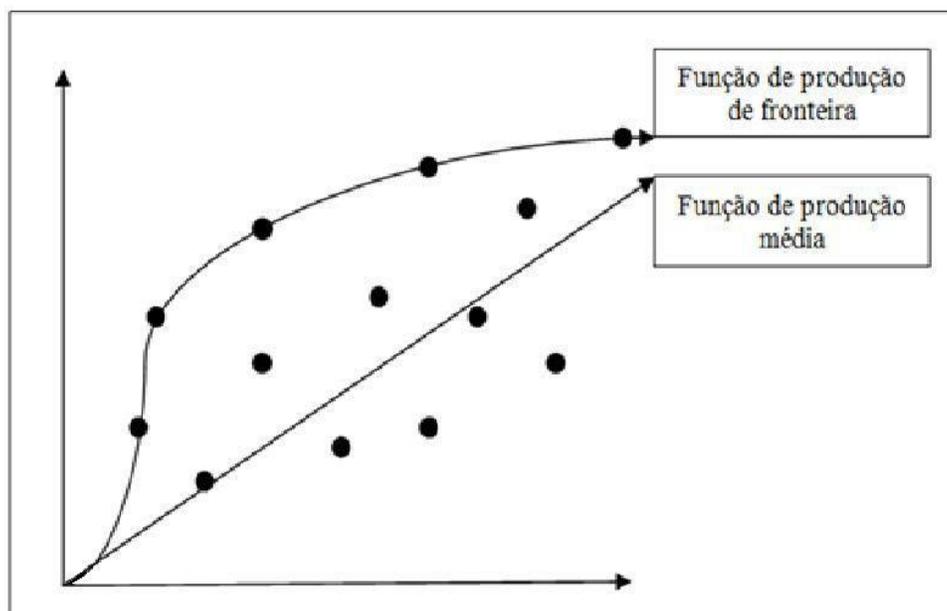
- Produz uma medida agregada individual para cada DMU em termos de sua utilização de insumos (variáveis independentes; *inputs*) para produzir os produtos almejados (variáveis dependentes; *outputs*);
- Tem foco em observações individuais em contraste com as médias da população;
- Pode utilizar simultaneamente múltiplos produtos e insumos com cada um sendo considerado em diferentes unidades de medida;
- Pode ser ajustado para variáveis exógenas, ou seja, integrar variáveis novas se necessário;
- Pode incorporar variáveis categóricas (*dummy*), ou seja, que assumem valores de 1 ou 0. Por exemplo: possui gerente ou não possui;
- É livre de valores e não requer especificação ou conhecimento de pesos ou preços de insumos a princípio;
- Não coloca restrições à forma funcional da função de produção;

- Pode incorporar julgamentos quando desejado, ou seja, incluir pesos arbitrários às variáveis;
- Produz estimativas específicas das mudanças almejadas nos insumos e produtos para projeção das DMUs localizadas abaixo da fronteira de eficiência sobre a fronteira;
- É Pareto eficiente, ou seja, estabelece a maior eficiência de uma DMU, sem que seja necessário diminuir as eficiências das demais DMUs que formam o conjunto estudado.
- Dá ênfase nas melhores práticas identificadas, ao invés de nas medidas de tendência central das fronteiras, como na regressão linear, por exemplo;
- Satisfaz ao critério de equidade estrita na avaliação relativa de cada DMU;
- É sensível a *outliers*;
- É efetiva para analisar a eficiência relativa de uma DMU na presença de diversas variáveis;
- Utiliza o conceito de fronteira de eficiência como um padrão de excelência, porém com múltiplos formatos considerados eficientes. Pode estabelecer inúmeros conjuntos de *inputs-outputs* considerados simultaneamente 100% eficientes;
- É capaz de sobrepujar a falta de medida comum entre as variáveis sem a necessidade de atribuição de pesos arbitrariamente;
- Pode ser facilmente computadorizado;
- “Funciona melhor” quanto maior for a razão DMU/variáveis;
- Permite identificar pontos fracos e fortes das DMUs.

A diferença entre essa técnica e outras que calculam a tendência média de eficiência é que as DMUs são comparadas levando em consideração as melhores práticas produtivas.

A Figura 2.2 representa a diferença entre uma função de produção média (obtida através de Regressão Linear, por exemplo) e uma função de produção de fronteira (obtida através de DEA, por exemplo).

Figura 2.2 - Função de Produção de Fronteira e Função de Produção Média



Fonte: autor, 2016.

2.2 PRINCIPAIS MODELOS DEA

Existem, basicamente, oito modelos clássicos de DEA, que diferem a respeito da sensibilidade à variabilidade dos retornos de escala, quanto à orientação e ainda suas versões primais e duais.

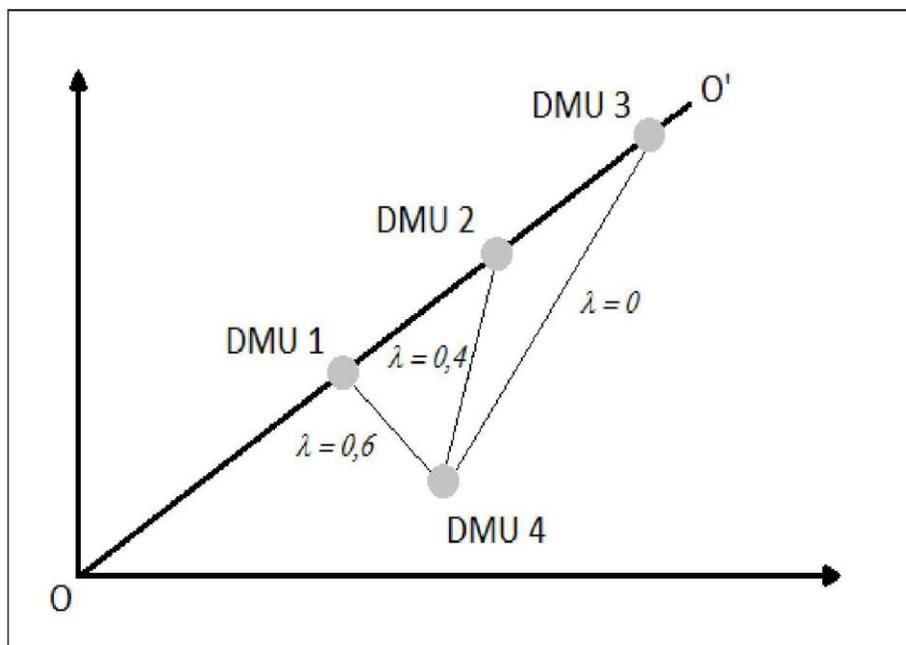
A respeito da sensibilidade à variabilidade de retornos de escala, existem os modelos clássicos CCR (que considera retornos constantes de escala) e BCC (que considera retornos variáveis de escala). Quando um sistema de produção apresenta retornos de escala constante, equivale a dizer que os seus produtos irão variar na mesma proporção dos seus insumos. No caso de retornos de escala variáveis, o que ocorre é a variação desproporcional dos produtos com relação aos insumos. Essa falta de linearidade pode ser mais que proporcional, menos que proporcional, ou ainda mudar de comportamento no decorrer da curva de produtividade.

Sobre a orientação, os modelos podem ser orientados ao *input* (recomendável quando se tem maior controle sobre os insumos a serem consumidos pela DMU) ou orientados ao *output* (quando se tem maior possibilidade de aumentar o nível de produção ao invés de diminuir os recursos consumidos).

Os modelos DEA são problemas de PL. Assim, possuem sua versão primal e dual, os quais são chamados de modelos multiplicadores e de modelos de envelope, respectivamente. O modelo multiplicador evidencia os pesos atribuídos automaticamente durante o cálculo para cada uma das variáveis. A importância de se usar o modelo dual é a presença da variável λ , que representa a importância de cada uma das DMUs como *benchmarks* com relação à DMU em questão. Em outras palavras, quanto maior o valor de λ de uma k -ésima DMU com relação a uma o -ésima DMU, mais interessante será para o decisor conhecer as práticas da DMU k para nortear suas atividades. É importante salientar que o modelo de PL deverá ser resolvido N vezes, ou seja, uma para cada DMU.

Na Figura 2.3 a seguir, há um exemplo gráfico do valor de λ para a DMU 4. Sendo a reta O-O' a fronteira de eficiência, as DMUs 1, 2 e 3 eficientes e a DMU 4 não eficiente, observa-se que o valor de λ_1 para a DMU 4 é de 0,6, o que significa que ao propor um objetivo à DMU 4 para que se torne eficiente, as práticas apresentadas pela DMU 1 deverão responder por 60% do peso. As práticas da DMU 2 deverão representar 40% do peso e as práticas da DMU 3 não necessitam ser consideradas, já que é uma opção dominada pelas demais. É muito mais prático para a DMU ineficiente se aproximar da fronteira ao replicar as práticas das DMUs mais próximas, daí a importância dos valores de λ .

Figura 2.3 - Exemplo do valor de λ (modelo de envelope) para uma DMU



Fonte: autor, 2016.

Cada um dos modelos DEA, que possuem características distintas, pode ser empregado conforme a necessidade de cada caso. Atualmente, a maioria dos *softwares* que utilizam DEA tem todos os modelos clássicos à disposição, facilitando o acesso às suas diferentes vantagens. De forma resumida, têm-se os modelos DEA apresentados no Quadro 2.1 a seguir.

Quadro 2.1 - Modelos DEA clássicos, versões CCR e BCC

Modelos DEA (quanto aos retornos de escala)	Quanto à orientação	Primal / Dual	Função Objetivo (Max / Mino)	Presença da variável I	Descrição matemática (mais adiante)
CCR	<i>Input</i>	Primal	Maximização	Não	(2.1o a (2.5o

CCR	<i>Input</i>	Dual	Minimização	Sim	(2.6o a (2.9o
CCR	<i>Output</i>	Primal	Minimização	Não	(2.10o a (2.14o
CCR	<i>Output</i>	Dual	Maximização	Sim	(2.15o a (2.18o
BCC	<i>Input</i>	Primal	Maximização	Não	(2.19o a (2.23o
BCC	<i>Input</i>	Dual	Minimização	Sim	(2.24o a (2.28o
BCC	<i>Output</i>	Primal	Minimização	Não	(2.29o a (2.33o
BCC	<i>Output</i>	Dual	Maximização	Sim	(2.34o a (2.38o

Fonte: o autor, 2016.

Para esclarecer algumas das diferentes versões clássicas da metodologia DEA, seguem, após a apresentação de cada um dos modelos DEA, aplicações simplificadas com valores aleatórios das variáveis entre 1 e 50. Os valores de cada variável, bem como os resultados da análise para cada uma das 4 DMUs dos exemplos, seguem após a apresentação de cada versão, na seção a seguir.

2.2.1 Modelos CCR

A versão CCR de DEA não leva em consideração variáveis de escala. Assim, esta versão é utilizada para avaliar DMUs cuja produção não tenha esta característica. Périco, Rebelato e Santana (2008) trazem as duas opções de modelagem para o modelo CCR, intitulado de acordo com os nomes de seus desenvolvedores, Abraham Charnes, William Cooper e Edward Rhodes (CHARNES, COOPER e RHODES, 1978).

O modelo (2.1) a (2.5), apresentado mais adiante, representa o CCR primal com orientação ao *input*. O objetivo central deste modelo é auxiliar na busca pela eficiência a partir de alterações (reduções) nos níveis de *input* (insumos), mantendo constante o nível de *output* (produto), considerando o

retorno constante de escala. Em outras palavras, o objetivo do analista em utilizar este modelo é reduzir a quantidade de recursos sem diminuir a quantidade produzida. Em (2.1), mais adiante, tem-se a função objetivo, que busca maximizar o valor de θ_o . Esse valor representará, ao fim do cálculo, o índice de eficiência da DMU em questão. A restrição (2.2) traz as saídas da DMU, já que esta versão do modelo permite obter conclusões sobre alterações no *input*, mantendo-se os mesmos níveis de *output*. A restrição em (2.3) pode ser definida como o resultado da empresa, calculado pela subtração dos produtos (somatório das quantidades produzidas multiplicadas pelos pesos dos produtos) dos insumos (somatório dos insumos consumidos multiplicados pelos respectivos pesos). A restrição em (2.4) é o somatório da multiplicação das quantidades consumidas pelos pesos específicos para a empresa o , devendo ser igual a “1”. Se a o -ésima empresa for eficiente, θ_o será igual a “1”. Caso contrário, obterá um indicador inferior a “1”. Finalmente, em (2.5) tem-se as restrições de não-negatividade.

Modelo CCR primal orientado ao *input*:

$$\text{maximizar } \theta_o \quad (2.1)$$

Sujeito a

$$\theta_o = \sum_{r=1}^m u_r y_{or} \quad (2.2)$$

$$\sum_{r=1}^m u_r y_{kr} - \sum_{i=1}^n v_i x_{ki} \leq 0, \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (2.3)$$

$$\sum_{i=1}^n v_i x_{oi} = 1 \quad (2.4)$$

$$u_r, v_i \geq 0 \quad (2.5)$$

O modelo seguinte, de (2.6) a (2.9), representa o CCR dual orientado ao *input*. A função objetivo, em (2.6), indica, assim como no modelo primal pelo teorema da dualidade, a distância do nível de produção atual da o -ésima DMU ao máximo nível de produção existente no ambiente em que se encontra. Se o nível de produção da o -ésima DMU coincidir com este nível máximo, esta é considerada 100% eficiente. Caso contrário, o modelo retorna o valor

correspondente à distância entre o nível atual de produção da DMU o e a fronteira de produção. A restrição em (2.7) representa o consumo da DMU o em questão. Traz ainda a variável λ_k , que é a medida de importância da DMU k para a DMU o enquanto *benchmark*. Matematicamente, o modelo “procura” um valor λ_k tal que minimize o valor de θ_o , posicionando-o o mais próximo possível da fronteira de eficiência. Quando λ_k é não nulo, este representa a contribuição da DMU k na formação do objetivo da DMU o . A restrição (2.8) garante que a produção continue pelo menos igual à observada anteriormente. A restrição (2.9) faz com que nenhum valor de λ_k seja negativo.

Modelo CCR dual orientado ao *input*:

$$\text{minimizar } \theta_o \quad (2.6)$$

Sujeito a

$$\theta_o x_{oi} - \sum_{k=1}^N x_{ki} \lambda_k \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.7)$$

$$-y_{or} + \sum_{k=1}^N y_{kr} \lambda_k \geq 0, \quad r = 1, 2, \dots, m \quad (2.8)$$

$$\lambda_k \geq 0, \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (2.9)$$

onde:

θ_o = índice de eficiência da o -ésima DMU;

o = DMU sob análise;

N = quantidade de DMUs;

k = índice de DMU ($k=1, 2, \dots, N$);

λ_k = nível de importância como *benchmark* da k -ésima DMU para a o -ésima DMU

i = índice de *inputs* ($i=1, 2, \dots, n$);

n = quantidade de *inputs*;

x_{ki} = i -ésimo *input* da k -ésima DMU;

x_{oi} = i -ésimo *input* da o -ésima DMU;

r = índice de *outputs* ($r = 1, 2, \dots, m$);

m = quantidade de *outputs*;

y_{kr} = r -ésimo *output* da k -ésima DMU;

y_{or} = r -ésimo *output* da o -ésima DMU;

u_r = peso do r -ésimo *output*;

v_i = peso do i -ésimo *input*.

O Quadro 2.2 a seguir apresenta um exemplo de aplicação de DEA, na versão CCR, voltada para o *input*.

Quadro 2.2 - Exemplo de aplicação da versão CCR da metodologia DEA voltada para o *input*

DMU	<i>Input 1</i>	<i>Input 2</i>	<i>Output 1</i>	Índice de Eficiência
DMU A	11	50	38	0,723044
DMU B	9	32	43	1,00
DMU C	30	18	22	0,57716
DMU D	27	17	36	1,00

Fonte: o autor, 2015.

A seguir está a construção do modelo matemático (2.1) a (2.5) aplicado aos dados do Quadro 2.2, para a DMU A. Os resultados estão dispostos na última coluna do Quadro 2.2, cuja interpretação é análoga à já fornecida anteriormente. Logo após está a aplicação do modelo (2.6) a (2.9), para os mesmos dados. O Quadro 2.2, bem como os Quadros 2.3, 2.4 e 2.5, são, são compostos por uma base de dados pequena, para fins de demonstração. Por ser uma amostra pequena, observa-se que os resultados apresentados nos Quadros 2.2 e 2.3 são idênticos, ou seja, não apresentam diferença entre os cálculos da versão do modelo CCR voltado para o *input* e para o *output*. Entretanto, em casos com maior quantidade de variáveis isso ocorre raramente, a não ser quando a análise é feita com a versão CCR e BCC, com a mesma orientação (*input* ou *output*). Além dessa coincidência, não são apresentados os valores das DMUs como *benchmark*, ou seja, os valores de θ , já que estariam inconsistentes devido ao diminuto tamanho da amostra.

CCR *Input* Primal – Modelo (2.1) a (2.5)

$$\text{Maximizar } = \theta_A;$$

$$\theta_A = 38 * U_1;$$

$$\begin{aligned}
38 * U_1 - 11 * V_1 + 50 * V_2 &\leq 0; \\
43 * U_1 - 9 * V_1 + 32 * V_2 &\leq 0; \\
22 * U_1 - 30 * V_1 + 18 * V_2 &\leq 0; \\
36 * U_1 - 27 * V_1 + 17 * V_2 &\leq 0; \\
11 * V_1 + 50 * V_2 &= 1;
\end{aligned}$$

$$U_1, V_1, V_2 \geq 0;$$

CCR *Input* Dual – Modelo (2.6) a (2.9)

$$\text{Minimizar } = \theta_o;$$

$$\begin{aligned}
\theta_o * 11 - (11 * I_A + 9 * I_B + 30 * I_C + 27 * I_D) &\geq 0; \\
\theta_o * 50 - (50 * I_A + 32 * I_B + 18 * I_C + 17 * I_D) &\geq 0; \\
-38 + (38 * I_A + 43 * I_B + 22 * I_C + 36 * I_D) &\geq 0;
\end{aligned}$$

$$I_A, I_B, I_C, I_D \geq 0;$$

Já o modelo (2.10) a (2.14), mais adiante, representa o primal do CCR com orientação ao *output*. O objetivo do analista ao utilizar este modelo é a maximização do nível de produção, utilizando, no máximo, o consumo de *inputs* observados. Neste caso busca-se aumentar a produção sem alterar a quantidade de recursos utilizados. A função objetivo (2.10) minimiza θ_o , que representa o índice de eficiência técnica da DMU o . A restrição (2.11) trata dos *inputs* da DMU o , a qual está sob análise. A restrição (2.12) representa o resultado da empresa, subtraindo o somatório de tudo o que é consumido do total produzido. Através deste cálculo o modelo determina a fronteira eficiente, visto que essa restrição é calculada uma vez para cada DMU do grupo que se analisa. A restrição (2.13) garante que o consumo apresentado pela DMU o permaneça igual. A restrição (2.14) é de não negatividade. Assim sendo, o resultado da função objetivo estará no intervalo $[1, +\infty]$, significando o quanto a produção da DMU o pode aumentar sem necessidade de incremento de insumos.

Modelo CCR primal orientado ao *output*:

$$\text{minimizar } \theta_o \tag{2.10}$$

Sujeito a

$$\theta_o = \sum_{i=1}^n v_i x_{oi} \tag{2.11}$$

$$\sum_{r=1}^m u_r y_{kr} - \sum_{i=1}^p v_i x_{ki} \leq 0, \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (2.12)$$

$$\sum_{r=1}^m u_r y_{or} = 1 \quad (2.13)$$

$$u_r, v_i \geq 0 \quad (2.14)$$

Na sequência, o modelo (2.15) a (2.18) representa o dual do CCR com orientação ao *output*. A função objetivo (2.15) minimiza o valor de θ_o , ou seja, pelo teorema da dualidade, apresentará o mesmo valor da função objetivo de (2.10), trazendo o índice de eficiência técnica da DMU o . A restrição (2.16) representa a produção da DMU o que está sob análise. A restrição (2.17), ao ser utilizada para cada DMU k presente no conjunto analisado, constrói a fronteira de eficiência. Quando o valor de l_k é positivo, exprime a importância da DMU k como objetivo a ser perseguido pela DMU o . A restrição (2.18) garante que as importâncias das DMUs como objetivo à DMU o nunca sejam negativas. Os valores de l ficam no intervalo $[0,1]$, podendo ser expressos em termos percentuais por analogia.

Modelo CCR dual orientado ao *output*:

$$\text{maximizar } \theta_o \quad (2.15)$$

Sujeito a

$$-\theta_o y_{or} + \sum_{k=1}^N y_{kr} l_k \geq 0, \quad r = 1, 2, \dots, m \quad (2.16)$$

$$x_{oi} - \sum_{k=1}^N x_{ki} l_k \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.17)$$

$$l_k \geq 0, \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (2.18)$$

onde:

θ_o = índice de eficiência da o -ésima DMU;

o = DMU sob análise;

N = quantidade de DMUs;

k = índice de DMU ($k=1, 2, \dots, N$);

λ_k = nível de importância como *benchmark* da k -ésima DMU para a o -ésima DMU

i = índice de *inputs* ($i=1, 2, \dots, n$);

n = quantidade de *inputs*;

x_{ki} = i -ésimo *input* da k -ésima DMU;

x_{oi} = i -ésimo *input* da o -ésima DMU;

r = índice de *outputs* ($r = 1, 2, \dots, m$);

m = quantidade de *outputs*;

y_{kr} = r -ésimo *output* da k -ésima DMU;

y_{or} = r -ésimo *output* da o -ésima DMU;

u_r = peso do r -ésimo *output*;

v_i = peso do i -ésimo *input*.

O Quadro 2.3 apresenta um exemplo de aplicação da versão CCR da metodologia DEA orientada para o *output*. O índice resultante do cálculo, ou seja, o valor da função objetivo, situam-se no intervalo $[1, +\infty]$. Todos os *softwares* pesquisados já retornam o inverso do valor ($1/X$, onde X é o valor da função objetivo). Dessa forma, os valores resultantes da inversão estarão situados no intervalo $[0, 1]$, o mesmo das versões voltadas ao *input*, para que a analogia possa ser feita em termos percentuais.

Quadro 2.3 - Exemplo de aplicação da versão CCR da metodologia DEA orientada para o *output*

DMU	<i>Input 1</i>	<i>Input 2</i>	<i>Output 1</i>	Índice de Eficiência
DMU A	11	50	38	0,723044
DMU B	9	32	43	1,00
DMU C	30	18	22	0,57716
DMU D	27	17	36	1,00

Fonte: o autor, 2015.

A seguir está a construção do modelo matemático (2.10) a (2.14) aplicado aos dados do Quadro 2.3, para a DMU A. Os resultados estão dispostos na última coluna do Quadro 2.3, cuja interpretação é análoga a já

fornecida anteriormente. Logo após está a aplicação do modelo (2.15) a (2.18), para os mesmos dados.

CCR *Output* Primal – Modelo (2.10) a (2.14)

Minimizar = θ_A ;

$$\begin{aligned}\theta_A &= 11 * V_1 + 50 * V_2; \\ 38 * U_1 - (11 * V_1 + 50 * V_2) &\leq 0; \\ 43 * U_1 - (9 * V_1 + 32 * V_2) &\leq 0; \\ 22 * U_1 - (30 * V_1 + 18 * V_2) &\leq 0; \\ 36 * U_1 - (27 * V_1 + 17 * V_2) &\leq 0; \\ 38 * U_1 &= 1;\end{aligned}$$

$U_1, V_1, V_2 \geq 0$;

CCR *Output* Dual – Modelo (2.15) a (2.18)

Maximizar = θ_A ;

$$\begin{aligned}-38 * \theta_A + (38 * \lambda_A + 43 * \lambda_B + 22 * \lambda_C + 36 * \lambda_D) &\geq 0; \\ 11 - (11 * \lambda_A + 9 * \lambda_B + 30 * \lambda_C + 27 * \lambda_D) &\geq 0; \\ 50 - (50 * \lambda_A + 32 * \lambda_B + 18 * \lambda_C + 17 * \lambda_D) &\geq 0;\end{aligned}$$

$\lambda_A, \lambda_B, \lambda_C, \lambda_D \geq 0$;

2.2.2 Modelos VRS

Périco, Rebelato e Santana (2008) versam sobre modelos VRS (*Variable Returns to Scale* ou Retorno de Escala Variável), conhecidos como BCC, cujo nome é o acrônimo dos seus primeiros desenvolvedores, Banker, Charnes e Cooper (Banker, Charnes e Cooper, 1984). Os modelos BCC podem ser orientados para o *input* ou *output*, como os modelos CCR apresentados na seção 2.2.2.

O modelo (2.19) a (2.23) apresenta o primal do BCC orientado para o *input*. A função objetivo (2.19) representa o maior nível de eficiência técnica para a σ -ésima DMU, dada a fronteira de produção atual e retorna valores no intervalo [0, 1], ou seja, entre 0% e 100% de eficiência. A restrição (2.20) traz os *inputs* da DMU σ em questão. A restrição em (2.21) garante que o nível de insumos seja reduzido até atingir a fronteira de produção, visto que se deseja consumir menos e produzir no mínimo a mesma quantidade. A restrição em (2.22) garante que o nível de produção na fronteira seja no mínimo igual ao observado. A restrição (2.23) garante retornos variáveis de escala.

Modelo BCC primal orientado ao *input*.

$$\text{maximizar } \theta_o \quad (2.19)$$

Sujeito a

$$\theta_o = \sum_{r=1}^m u_r y_{ro} + w \quad (2.20)$$

$$\sum_{i=1}^n v_i x_{io} = 1 \quad (2.21)$$

$$\sum_{r=1}^m u_r y_{rk} - \sum_{i=1}^n v_i x_{ik} + w \leq 0, \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (2.22)$$

$$u_r, v_i \geq 0 \quad (2.23)$$

Na sequência é apresentado o modelo BCC dual orientado ao *input*, de (2.24) a (2.28). A função objetivo (2.24) maximiza θ_o , que designará o índice de eficiência técnica da DMU o , que, pelo teorema da dualidade, deverá ser o mesmo do modelo primal. A restrição (2.25) direciona o modelo a buscar o valor de l_k que minimize θ_o e da mesma forma que nos modelos CCR, quando o valor de l_k é positivo, representa a importância da DMU k enquanto *benchmark* para a DMU o . A restrição (2.26) define a fronteira de eficiência para o conjunto de DMUs analisado. A restrição (2.27) garante que todos os valores de l_k somados não superem “1”, permitindo computar cada valor de l_k em termos percentuais de importância sobre a formatação de *benchmarks* para a DMU o . A restrição (2.28) mantém os valores de l_k como não negativos.

Modelo BCC dual orientado ao *input*.

$$\text{minimizar } \theta_o \quad (2.24)$$

Sujeito a

$$\theta_o x_{oi} - \sum_{k=1}^N x_{ki} l_k \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.25)$$

$$-y_{or} + \sum_{k=1}^N y_{kr} l_k \geq 0, \quad r = 1, 2, \dots, m \quad (2.26)$$

$$\sum_{k=1}^N l_k = 1 \quad (2.27)$$

$$l_k \geq 0, \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (2.28)$$

onde:

θ_o = índice de eficiência da o -ésima DMU;

o = DMU sob análise;

N = quantidade de DMUs;

k = índice de DMU ($k=1, 2, \dots, N$);

λ_k = nível de importância como *benchmark* da k -ésima DMU para a o -ésima DMU

i = índice de *inputs* ($i=1, 2, \dots, n$);

n = quantidade de *inputs*;

x_{kr} = i -ésimo *input* da k -ésima DMU;

x_{or} = i -ésimo da o -ésima DMU;

r = índice de *outputs* ($r = 1, 2, \dots, m$);

m = quantidade de *outputs*;

y_{kr} = r -ésimo *output* da k -ésima DMU;

y_{or} = r -ésimo *output* da o -ésima DMU;

u_r = peso do r -ésimo *output*;

v_i = peso do i -ésimo *input*;

w = retorno de escala.

O Quadro 2.4 apresenta um exemplo de aplicação da versão BCC da metodologia DEA, orientada para o *input*.

Quadro 2.4 - Exemplo de aplicação da versão BCC da metodologia DEA, orientada para o *input*

DMU	<i>Input 1</i>	<i>Input 2</i>	<i>Output 1</i>	Índice de Eficiência
DMU A	11	50	38	0,818182
DMU B	9	32	43	1,00
DMU C	30	18	22	0,944444
DMU D	27	17	36	1,00

Fonte: o autor, 2015.

A seguir está a construção do modelo matemático (2.19) a (2.23) aplicado aos dados do Quadro 2.4, para a DMU A. Os resultados estão dispostos na última coluna do Quadro 2.4, cuja interpretação é análoga a já fornecida anteriormente Logo após está a aplicação do modelo (2.24) a (2.28), para os mesmos dados.

BCC *Input* Primal – Modelo (2.19) a (2.23)

$$\text{Maximizar } = \theta_A;$$

$$\theta_A = (38 * U_1) + W;$$

$$11 * V_1 + 50 * V_2 = 1;$$

$$38 * U_1 - (11 * V_1 + 50 * V_2) + W \leq 0;$$

$$43 * U_1 - (9 * V_1 + 32 * V_2) + W \leq 0;$$

$$22 * U_1 - (30 * V_1 + 18 * V_2) + W \leq 0;$$

$$36 * U_1 - (27 * V_1 + 17 * V_2) + W \leq 0;$$

$$U_1, V_1, V_2 \geq 0;$$

BCC *Input* Dual – Modelo (2.24) a (2.28)

$$\text{Minimizar } = \theta_A;$$

$$11 * \theta_A - (11 * I_A + 9 * I_B + 30 * I_C + 27 * I_D) \geq 0;$$

$$50 * \theta_A - (50 * I_A + 32 * I_B + 18 * I_C + 17 * I_D) \geq 0;$$

$$-38 + (38 * I_A + 43 * I_B + 22 * I_C + 36 * I_D) \geq 0;$$

$$I_A + I_B + I_C + I_D = 1;$$

$$I_A, I_B, I_C, I_D \geq 0;$$

No modelo BCC primal orientado para o *output*, a função objetivo (2.29) minimiza o valor de θ_o , que significará o quanto a DMU *o* poderá aumentar a produção sem alterar a quantidade de *inputs* consumidos. A restrição (2.30) traz o consumo da DMU *o*. A restrição (2.31) garante que os níveis de produção (*outputs*) sejam mantidos. A restrição (2.32) integra o retorno de escala, assim como no modelo orientado para o *input*, no resultado da empresa. Em outras palavras, os modelos poderiam auxiliar a indicar o quanto mais se poderiam produzir sem gastar mais, ou ainda, o quanto seria possível de economizar em recursos sem afetar a produção, duas formas de se aumentar a eficiência sendo tratadas de forma isolada. A restrição (2.33) é de não-negatividade.

Modelo BCC primal orientado ao *output*:

$$\text{minimizar } \theta_o \quad (2.29)$$

Sujeito a

$$\theta_o = \sum_{i=1}^n v_i x_{oi} + w \quad (2.30)$$

$$\sum_{r=1}^m u_r y_{or} = 1 \quad (2.31)$$

$$\sum_{r=1}^m u_r y_{rk} - \sum_{i=1}^n v_i x_{ik} - w \leq 0, \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (2.32)$$

$$u_r, v_i \geq 0 \quad (2.33)$$

Quanto ao modelo BCC dual orientado ao *output*, a função objetivo (2.34) maximiza o valor de θ_o , que representará o mesmo valor da função objetivo (2.29), considerado o teorema da dualidade. A restrição (2.35) garante que o valor encontrado de l_k seja o que maximize θ_o . A restrição (2.36) define a fronteira de eficiência. A restrição (2.37) mantém a soma de todos os valores de l_k como 1, de forma que os valores de l_k podem ser assumidos em termos percentuais pelo analista, conforme a importância da DMU k enquanto *benchmark* para a DMU o . A restrição (2.38) é de não negatividade dos valores de l_k .

Modelo BCC dual orientado ao *output*:

$$\text{maximizar } \theta_o \quad (2.34)$$

Sujeito a

$$-\theta_o y_{or} + \sum_{k=1}^N y_{kr} l_k \geq 0, \quad r = 1, 2, \dots, m \quad (2.35)$$

$$x_{oi} - \sum_{k=1}^N x_{ki} l_k \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.36)$$

$$\sum_{k=1}^N l_k = 1 \quad (2.37)$$

$$l_k \geq 0, \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (2.38)$$

onde:

θ_o = índice de eficiência da o -ésima DMU;

o = DMU sob análise;

N = quantidade de DMUs;

k = índice de DMU ($k=1, 2, \dots, N$);

λ_k = nível de importância como *benchmark* da k -ésima DMU para a o -ésima DMU

i = índice de *inputs* ($i=1, 2, \dots, n$);

n = quantidade de *inputs*;

x_{kr} = i -ésimo *input* da k -ésima DMU;

x_{or} = i -ésimo da o -ésima DMU;

r = índice de *outputs* ($r = 1, 2, \dots, m$);

m = quantidade de *outputs*;

y_{kr} = r -ésimo *output* da k -ésima DMU;

y_{or} = r -ésimo *output* da o -ésima DMU;

u_r = peso do r -ésimo *output*;

v_i = peso do i -ésimo *input*.

w = retorno de escala.

O Quadro 2.5 apresenta um exemplo de aplicação da versão BCC da metodologia DEA voltada para o *output*. Da mesma forma que a versão CCR orientada para o *output*, o modelo BCC orientado para o *output* retorna o valor da função objetivo no intervalo $[1, +\infty]$. Porém, para possibilitar a analogia em termos percentuais, os *softwares* pesquisados retornam os valores inversos da função objetivo ($1/X$, onde X é o valor da função objetivo). Por essa razão, foi mantida a mesma forma de apresentação dos índices.

Quadro 2.5 - Exemplo de aplicação da versão BCC da metodologia DEA voltada para o *output*

DMU	Input 1	Input 2	Output 1	Índice de Eficiência
DMU A	11	50	38	0,883721
DMU B	9	32	43	1,00
DMU C	30	18	22	0,603291

DMU D	27	17	36	1,00
-------	----	----	----	------

Fonte: o autor, 2015.

A seguir está a construção do modelo matemático (2.29) a (2.33) aplicado aos dados do Quadro 2.5, para a DMU A. Os resultados estão dispostos na última coluna do Quadro 2.5, cuja interpretação é análoga a já fornecida anteriormente. Logo após está a aplicação do modelo (2.34) a (2.38), para os mesmos dados.

BCC *Output* Primal – Modelo (2.29) a (2.33)

Minimizar = θ_A ;

$$\theta_A = (11 * V_1 + 50 * V_2) + W;$$

$$38 * U_1 = 1;$$

$$38 * U_1 - (11 * V_1 + 50 * V_2) - W \leq 0;$$

$$43 * U_1 - (9 * V_1 + 32 * V_2) - W \leq 0;$$

$$22 * U_1 - (30 * V_1 + 18 * V_2) - W \leq 0;$$

$$36 * U_1 - (27 * V_1 + 17 * V_2) - W \leq 0;$$

$$U_1, V_1, V_2 \geq 0;$$

BCC *Output* Dual – Modelo (2.34) a (2.38)

Maximizar = θ_A ;

$$-38 * \theta_A + (38 * I_A + 43 * I_B + 22 * I_C + 36 * I_D) \geq 0;$$

$$11 - (11 * I_A + 9 * I_B + 30 * I_C + 27 * I_D) \geq 0;$$

$$50 - (50 * I_A + 32 * I_B + 18 * I_C + 17 * I_D) \geq 0;$$

$$I_A + I_B + I_C + I_D = 1;$$

$$I_A, I_B, I_C, I_D \geq 0;$$

2.2.3 Variações nos Modelos DEA

Novas formas de aplicações e formatos dos modelos DEA, ampliando os horizontes da utilização dessa técnica são apresentadas continuamente. Existem, portanto, muitas outras versões de DEA, além das já apresentadas anteriormente, com diferentes focos e abordagens.

Quanto à medida da distância até a fronteira de eficiência, os modelos CCR e BCC são chamados de radiais, mas existem outras formas. O modelo

SBM (*Slacks Based Measure*), por exemplo, mede a maior distância entre a DMU avaliada e a fronteira de eficiência (Sharp e Menge, 2007), (Tone, 2001). Existem modelos híbridos entre radiais e SBM, como EBM (*Epsilon-based Measure*), proposto por Tone e Tsutsui (2010), bem como vários outros.

Com relação ao retorno de escala, além do retorno constante (modelo CCR) e do retorno variável (BCC) já comentados, são ainda possíveis outras abordagens, como o retorno não crescente, o não decrescente e o generalizado (estes três últimos são formatos mais restritos do retorno variável de escala). Nestes casos, restrições no formato das variações nos retornos de escala são inseridas no cálculo do modelo BCC.

No que se refere à orientação, foram mostrados anteriormente tanto para o *input* quanto para o *output*. Entretanto existem modelos que não têm orientação definida, bem como outros que apenas priorizam o *input* ou o *output*, sem orientar categoricamente o modelo.

Outros modelos têm customizações que os levam a outras lógicas de interpretação. Por exemplo, o modelo de Super Eficiência (Andersen e Petersen, 1993; Tone, 2002), calcula o índice de eficiência excluindo a DMU a ser analisada do conjunto de DMUs que formam a fronteira de eficiência. Neste caso, o índice de eficiência pode ser inclusive maior que 100%.

Existem ainda modelos que trabalham com *outputs* indesejáveis (Chung, Fare e Grosskopf, 1997), com *outputs* desejáveis e indesejáveis inseparáveis (COOPER, SEIFORD e TONE, 2001), modelos com dados em rede (TONE e TSUTSUI, 2010), modelos que consideram variáveis que funcionam tanto como *input* quanto como *output* simultaneamente (COOK, GREEN e ZHU, 2006), versões que variam o formato de selecionar *benchmarks* (ZHU, 2009) e que integram lógica *Fuzzy* (HATAMI-MARBINI e TAYANA, 2011).

2.3 MALMQUIST INDEX (MI)

O Índice de Malmquist (*Malmquist Index*, ou MI) avalia a variação de produtividade total de uma DMU entre dois períodos. É definida pelo produto da mudança de eficiência (também chamada de *catch-up effect*) e do movimento de fronteira (também conhecido como *frontier-shift*). A mudança de eficiência

representa a extensão para onde a DMU analisada melhorou ou piorou sua eficiência, enquanto o movimento de fronteira reflete a alteração na fronteira de eficiência entre os dois períodos analisados.

O MI é uma técnica derivada de DEA, para acompanhamento da evolução da produtividade de sistemas de produção ao longo do tempo. Assim como DEA, também pode ser focado no *input* ou no *output*, bem como considerar ou não retornos de escala variáveis. Quando o índice de eficiência é calculado em um grupo $(1, \dots, n)$ de n DMUs no decorrer de m períodos, teremos $(n \cdot m)$ índices de eficiência. Caso a n -ésima DMU seja eficiente no período “1”, não necessariamente o será no período m . Além disso, é incorreto comparar a eficiência da DMU “1” no período “1” com a eficiência da DMU n no período m (CHARNES, COOPER e RHODES, 1978), (SHOKROLLAHPOUR, LOFTI e ZANDIEH, 2016). As comparações devem ser feitas em um mesmo período de tempo, dentro de um mesmo grupo de DMUs, como nos trabalhos de Chung, Fare e Grosskopf, (1997), Färe, Grosskopf e Margaritis, (2001), Pastor, Asmild e Lovell, (2011), Kawamoto e Kim (2016), Ortega e Chávez (2015), Hseu e Shang (2005), Odeck (2009), Kao e Liu (2014) e Maroto e Zofio (2016), dentre muitos outros.

O MI foi introduzido primeiramente por Caves, Christensen e Diewert (1982), e então desenvolvido por diversos autores em seus trabalhos, como por exemplo Chung, Fare e Grosskopf, (1997), Färe, Grosskopf e Margaritis, (2001) e Pastor, Asmild e Lovell, (2011). Tem sido utilizado em muitos campos do conhecimento, com diversas versões da ferramenta, cada uma com características próprias.

Como os dados que integram o presente estudo se apresentam em forma de painel, é possível acompanhar a evolução da produtividade. Porém, um índice de eficiência obtido através de DEA só faz sentido se for comparado com as demais DMUs que compuseram o estudo, e no mesmo período de tempo. Assim, essa evolução na produtividade pode ser representada pelo MI que, conforme Pastor, Asmild e Lovell, (2011) é obtido por meio da equação (2.39), a seguir.

$$\text{Índice de Malmquist (MI)} = \frac{\text{Eficiência Técnica Total } P_t}{\text{Eficiência Técnica Total } P_0} \quad (2.39)$$

Decompondo MI, tem-se (2.40).

$$MI = \left(\sqrt{\frac{D_0(x^t, y^t) \cdot D_0(x^0, y^0)}{D_t(x^t, y^t) \cdot D_t(x^0, y^0)}} \right) \cdot \left(\frac{D_t(x^t, y^t)}{D_0(x^0, y^0)} \right) = \Delta \cdot T \cdot \Delta E \quad (2.40)$$

onde:

D_0 = Distância relativa à fronteira no período 0;

D_t = Distância relativa à fronteira no período t ;

y_v^0 = Quantidade do *input* virtual da DMU em análise no período 0;

x_v^0 = Quantidade do *output* virtual da DMU em análise no período 0;

y_v^t = Quantidade do *input* virtual da DMU em análise no período t ;

x_v^t = Quantidade do *output* virtual da DMU em análise no período t ;

$D_0(x_v^0, y_v^0)$ = Distância da produção da DMU no período 0 à fronteira de produção no período 0;

$D_0(x_v^t, y_v^t)$ = Distância da produção da DMU no período 0 à fronteira de produção no período t ;

$D_t(x_v^0, y_v^0)$ = Distância da produção da DMU no período t à fronteira de produção no período 0;

$D_t(x_v^t, y_v^t)$ = Distância da produção da DMU no período t à fronteira de produção no período t ;

ΔT = Movimento de fronteira entre os períodos 0 e t ;

ΔE = Mudança de eficiência da DMU entre os períodos 0 e t .

Compreender a evolução da produtividade de uma determinada DMU pode ser útil para a evolução da eficiência de uma organização. Quando os dados a serem analisados estão organizados em formato de painel, ou seja, apresentam as mesmas informações de todas as DMUs em diferentes períodos de tempo, pode-se extrair o MI. Isto ocorre frequentemente em DMUs avaliadas periodicamente, como agências bancárias com metas semestrais, ambientes estudantis com avaliações bimestrais, empresas ou setores com fechamentos anuais, dentre outras.

2.4 ANÁLISE DAS COMPONENTES PRINCIPAIS

Existem diversas formas de se filtrar os dados úteis de uma base de dados mais ampla, de forma a evidenciar as características mais importantes de um sistema. Alguns exemplos são: PLS (*Partial Least Squares*), MLR (*Multiple Linear Regression*), FA (*Factor Analysis*), entre outros. Neste estudo é utilizada a técnica PCA (*Principal Components Analysis* ou Análise das Componentes Principais), uma técnica largamente utilizada para obter informações de grandes bases de dados (SLOTTJE, 1991), (ZHU, 1998), (PREMACHANDRA, 2001), (BRUCE HO e DASH WU, 2009), (ADLER, 2010), (DONG *et al.*, 2015a), (LIANG, YOUNGJUN e SHIBING, 2009), (DONG, MITCHELL e COLQUHOUN, 2015b), (CHEN *et al.*, 2015).

Como já comentado anteriormente, o objetivo dessa técnica é resumir a quantidade de informações presentes em um sistema, com a mínima perda possível. Praticamente todos os sistemas com muitas variáveis poderão ter conjuntos de dados com alta correlação entre si. A técnica PCA trata esses conjuntos de variáveis e os agrega em vetores compostos. Esses vetores são então chamados de componentes principais.

A técnica PCA traça um vetor num hiperplano onde a somatória das distâncias para os valores observados de cada variável seja minimizada. Esse vetor é o primeiro componente principal. O segundo componente principal é ortogonal ao primeiro, com a somatória das distâncias para os valores também minimizada. Naturalmente as distâncias ao primeiro componente principal serão menores, pois o segundo (e os seguintes) são inseridos a partir dele. Quando se analisa cada componente, observa-se que as variáveis com maior representatividade são as mais importantes no sistema como um todo. Pode-se então substituir o conjunto original pelos vetores resultantes ou utilizar a técnica para identificar os fatores principais de um sistema e ignorar os demais (Camacho, Pico e Ferrer, 2010). Neste trabalho, para operacionalização do método PCA, é utilizado um pacote suplementar para o MS Excel chamado *Multibase*, versão 2015, desenvolvido pela *Numerical Dynamics*, Japão.

2.5 TRABALHOS CORRELATOS

Esta seção aborda alguns trabalhos correlatos em termos de busca de eficiência bancária e ao uso da metodologia DEA para otimização em outros campos, além da técnica PCA para extração de informações de grandes bases de dados. Estes trabalhos estão sintetizados, em ordem cronológica, no Quadro 2.6 mais adiante.

Wu e Olson (2010) expuseram que a gestão de risco empresarial (*Enterprise Risk Management* ou ERM) tornou-se um tópico importante no atual cenário comercial global complexo e inter-relacionado, repleto de ameaças oriundas de fontes naturais, políticas, econômicas e técnicas. Bancos estão expostos a riscos financeiros inerentes ao mercado e ao sistema de capitais, como as notícias da crise de 2008 que deixaram tais riscos ainda mais aparentes, segundo os autores. O artigo demonstrou apoio ao gerenciamento de risco através da validação de *scorecards* preditivos para um grande banco. O banco desenvolveu um modelo para fazer análise de crédito de contas, que foi então validado e comparado ao do departamento de crédito pelos pesquisadores. Também foram comparados métodos alternativos de análise de risco.

Haugland, Myrtveit e Nygaard (2007) desenvolveram a hipótese de que a relação entre a orientação mercadológica e o desempenho é o alicerce da literatura de orientação mercadológica. Entretanto, alguns estudos empíricos aplicando medidas de desempenho objetivas levantaram dúvidas sobre a questão de serem as empresas mais orientadas mercadologicamente necessariamente as de melhor desempenho. Os autores descreveram um estudo que testa o modelo de orientação mercadológica utilizando uma abordagem multimetodológica para avaliar o desempenho. No estudo aplicaram duas formas objetivas de avaliar o desempenho: produtividade relativa, calculada pela metodologia DEA e retorno sobre ativos (*return on assets* ou ROA) e outra análise de desempenho subjetiva: a percepção de lucratividade comparada a competidores chave. Construídos sobre dados empíricos da indústria hoteleira, os resultados indicaram que a orientação mercadológica tem um efeito apenas modesto na produtividade relativa e

nenhum efeito sobre os ativos. O efeito mais forte da orientação mercadológica no desempenho ocorre ao ser aplicada a análise subjetiva. Nessa abordagem multimetodológica, existe uma preocupação com características variáveis de naturezas distintas que influenciam os resultados das operações das empresas estudadas. Essas características normalmente não podem ser incluídas num mesmo modelo sem a atribuição de pesos. Essa atribuição é normalmente efetuada de forma arbitrária, trazendo à tona o problema da subjetividade influenciando os resultados da análise.

Vilela, Nagano e Merlo (2007) afirmaram que a forma cooperativa de organização tem-se mostrado uma alternativa importante para o desenvolvimento das pequenas e médias organizações. Entretanto, assim como ocorre em outras organizações, as cooperativas necessitam ser avaliadas do ponto de vista da eficiência ao desempenharem suas atividades. A avaliação de eficiência é de grande importância para as organizações deste tipo, pois as cooperativas possuem uma gestão que deve atender às necessidades dos seus diversos cooperados. No seu trabalho foi realizada a aplicação do método DEA para avaliar o desempenho das cooperativas de crédito rural do estado de São Paulo. Um dos resultados mais relevantes, evidenciados no estudo, foi que as cooperativas que dispunham de maiores volumes de recursos conseguiram obter maiores taxas de eficiência, quando considerada a relação ativo total e despesas administrativas relativamente ao volume de crédito concedido, ou seja, conseguiram obter desempenho superior no tocante ao seu objetivo de operação (concessão de crédito). Os resultados obtidos demonstraram que a metodologia DEA pode ser uma interessante alternativa para a avaliação de desempenho.

Em Gonçalves *et al.* (2007), a metodologia DEA foi aplicada na avaliação do desempenho de hospitais públicos em termos das internações em suas clínicas médicas. A eficiência dos hospitais foi medida a partir do desempenho de unidades de decisão nas variáveis estudadas para cada hospital. Foram analisados dados referentes às internações em clínica médica dos hospitais SUS das capitais estaduais do Brasil e Distrito Federal (taxas de mortalidade e tempo médio de internação, valor médio da internação e perfil de doenças). A técnica de análise de correlação canônica é introduzida na

restrição do intervalo de variação das variáveis. O modelo CRS, citado na seção 2.2.1 do presente trabalho, é utilizado para gerar *scores* que permitissem avaliar a eficiência das unidades. A partir dos *scores* obtidos, os municípios foram classificados de acordo com seu desempenho relativo nas variáveis analisadas. Os autores procuraram correlação entre os *scores* de classificação com variáveis exógenas: despesas com programas de saúde básica por habitante e índice de desenvolvimento humano das capitais.

No caso da escolha dos dados a serem utilizados para análise em uma amostra é importante destacar que existe uma variedade significativa entre cada banco, como discutido no trabalho de Eken e Kale (2011). O objetivo do estudo foi desenvolver um modelo para avaliar a eficiência relativa e capacidade de aumento de potencial de agências bancárias ao identificar seus pontos fortes e fracos. Outro propósito foi investigar, sob a ótica de produção e lucratividade, características das agências que foram agrupadas de acordo com tamanhos e regiões. Observou-se que estas possuíam tendências similares. Em ambas as análises são visíveis que o tamanho da agência e a eficiência de escala estão relacionados. Ao aumentar o tamanho da agência, a eficiência de escala aumenta também e após o tamanho ótimo de produção em escala, ou seja, o ápice da curva de produção marginal, a eficiência decai. Este movimento é explicado pela lei dos rendimentos marginais decrescentes (VARIAN, SHAPIRO, 1999). Concluiu-se que agências pequenas ou grandes demais mereciam atenção especial. Colocar a eficiência de produção e lucro em duas escalas revela as características de comportamento de cada agência e que cada região precisa ser trabalhada de forma diferente. Agências com pouca produção e pouca eficiência do ponto de vista do lucro devem ser evoluídas visando regiões com alta eficiência em produção e lucratividade.

Em Giokas (2008) foi relatada a avaliação de agências de um banco grego, em termos de desempenho em três dimensões distintas: sua eficiência em gerenciar os registros econômicos das agências; a eficiência ao satisfazer a demanda por transações dos clientes e sua eficiência ao gerar lucros. De um ponto de vista metodológico, o artigo empregou o método DEA. Mais ainda, as agências são analisadas usando-se um método de fronteira determinístico, de modo a examinar a concordância de nível de eficiência entre dois modelos. Algumas diferenças são encontradas na distribuição de estimativas das

eficiências. Em todos os casos, os resultados indicaram que existe lugar para melhorias substanciais na eficiência. A informação mais importante que se disponibilizou para a melhor gestão do banco são as características percebidas como similares nas piores agências analisadas, que todos os modelos identificaram como sendo basicamente as mesmas: o baixo desempenho de agências na rede bancária.

No trabalho de Helfand e Levine (2004) foi analisada a eficiência de fazendas de diversas culturas considerando o TFP (*Total Factor Productivity*, ou Fator de Produtividade Total), que segundo os autores, poderia diminuir ou até inverter a concepção de que a relação entre tamanho das fazendas e produtividade é inversamente proporcional. Utilizaram dados de fazendas, tanto agrícolas como pecuárias, com base no Censo Agrícola do Brasil, realizado pelo IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) em 1998 e explorou-se determinantes de eficiência técnica, a relação entre o tamanho da fazenda e sua eficiência no centro-oeste brasileiro, que foi considerada pelos autores, após revisão bibliográfica, a região de crescimento mais acelerado de produção agrícola e fatores de produtividade totais desde 1970. É também uma região que tem como característica fazendas maiores que a média nacional. A eficiência técnica foi estudada com DEA e o nível de dados dos municípios desagregados por tamanho de fazenda e tipo de posse de cada propriedade. A medida de eficiência foi devolvida em uma série de variáveis explicativas que incluem tamanho da propriedade, tipos de posse, composição dos resultados e produtos, níveis de acesso a instituições e indicadores de tecnologia e insumos utilizados. A relação entre tamanho da propriedade rural e eficiência foi concluída como sendo não linear, com eficiência decrescente no início da curva de tamanho da propriedade e posteriormente tornando-se crescente. Tipo de propriedade, acesso a instituições e mercados e ainda insumos agrícolas modernos foram considerados de importância substancial ao determinar-se as diferenças de eficiência entre as fazendas.

O estudo publicado por Anderson, Crawford e Leicester (2011) mostrou argumentos de que o bem estar econômico e social são inerentemente multidimensionais. Entretanto, escolher um método de avaliação que combine diversos indicadores é difícil e pode incluir efeitos não planejados e

indesejados nos incentivos dados pelos tomadores de decisões. Desta forma, propôs-se um método não paramétrico empírico para desenvolver classificações de bem estar para um planejador social baseado em DEA, o que evita a necessidade de atribuições de pesos para cada variável. Aplicou-se este método em dados de desenvolvimento humano.

Luo (2003) mostrou que a literatura sobre eficiência bancária em sua maior parte é endereçada à eficiência da lucratividade (ou atividades que tragam maiores margens de lucro para os bancos), ignorando a eficiência de mercado (atividades que geram aos bancos maior valor de mercado). Ao aplicar DEA em uma amostra de 245 grandes bancos, este estudo concluiu que os atuais grandes bancos estão num nível de eficiência mercadológica relativamente baixa. Existem 34 (em torno de 14%) bancos que têm alto nível de desempenho lucrativo, mas baixo nível de desempenho mercadológico. Os resultados também indicaram que a localização geográfica parece não ter qualquer relação tanto com a eficiência mercadológica quanto lucratividade. Finalmente, que o nível geral de eficiência técnica (*overall technical efficiency*, ou OTE, como usado no trabalho) pode predizer a probabilidade de falência bancária.

No estudo de Ceretta e Niederauder (2001) argumentou-se que as transformações na economia internacional vêm atingindo em grande escala o setor bancário brasileiro. Para verificar o nível de competição no setor e para investigar o desempenho comparativo entre os bancos brasileiros, aplicou-se o método DEA. Foram utilizados dados sobre o montante de capital dos proprietários, capital de terceiros, receita total e resultado do semestre de 144 instituições bancárias do país. Os bancos foram agrupados em três categorias: grande, médio e pequeno porte. Foi utilizada a abordagem da matriz BCG, criada para a Boston Consulting Group, daí seu nome. Essa matriz representa o portfólio de uma empresa com relação à posição de seus produtos no mercado, considerando seus impactos no fluxo de caixa e ciclos de vida, para enquadrar os diversos indicadores de eficiência operacional e de rentabilidade. Os resultados sugeriram que os bancos de grande porte são os de melhor desempenho e os de pequeno porte os de pior desempenho.

Macedo, Cípola e Ferreira (2010) apresentaram a importância da questão socioambiental nas empresas advém da crescente demanda da sociedade por informações a respeito dos impactos que as atividades empresariais exercem sobre os trabalhadores, a comunidade e o meio ambiente. A partir daí, as empresas começam a ter que provar que o seu custo-benefício é positivo, na medida em que agregam valor à economia e à sociedade, respeitam os direitos humanos de seus colaboradores e, ainda, desenvolvem todo o seu processo operacional sem agredir o meio ambiente. É nesse contexto que se inseriu o seu trabalho, cujo objetivo é verificar, por meio da aplicação de DEA, a relação entre capacidade de investimento e benefícios socioambientais, de forma que, quanto maiores forem os benefícios para uma menor capacidade de investimento, maior será a eficiência e, por conseguinte, o desempenho socioambiental da empresa. Os resultados do estudo, que envolveu 19 usinas de processamento de cana-de-açúcar no Brasil, mostraram que a Agrovale (principal *benchmark*) apresenta o melhor e a São José Estiva, o menor desempenho socioambiental. Além disso, observou-se uma relação entre desempenho socioambiental e tamanho (medido pela receita), com as maiores empresas tendo desempenho melhores. O estudo foi conduzido de forma simplificada, objetivando apenas estabelecer a relação entre duas variáveis. O restante das conclusões partiu destes resultados.

O estudo de Souza, Braga e Ferreira (2011) analisou a eficiência técnica e de escala das cooperativas agropecuárias do Paraná, bem como identifica os fatores que estão relacionados com sua eficiência. A metodologia empregada está baseada em DEA e análise discriminante. Os resultados demonstraram que as cooperativas agropecuárias de grande porte foram mais eficientes do que as de pequeno porte. Entre os principais fatores que influenciaram a eficiência nas cooperativas, destacam-se as aplicações de capital próprio (patrimônio líquido) e os prazos de pagamento menores. Em síntese, para atingir maiores níveis de competitividade, é necessário que as cooperativas desenvolvam práticas bem definidas de capitalização.

Marinho, Cardoso e Almeida (2012) avaliaram a eficiência na provisão de serviços de saúde no Brasil, comparado com os países da Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE). Estimam, em que

medida, variáveis como: gasto *per capita* em saúde; esperança de vida ao nascer; e índice de sobrevivência infantil; servem de representação para um serviço de saúde eficiente, dado o gasto per capita com saúde. Foram geradas fronteiras de eficiência e os resultados, em termos relativos, não são totalmente desfavoráveis ao Brasil. Nosso país, a despeito dos indicadores de saúde desfavoráveis em relação aos países da amostra tem, em termos de eficiência técnica relativa, o melhor desempenho relativo em todos os anos da análise. A conclusão a que chegaram deve-se em parte à escolha das variáveis.

Marinho (2003) realizou uma avaliação dos serviços ambulatoriais e hospitalares nos municípios do estado do Rio de Janeiro. A avaliação foi realizada com base em fronteiras de eficiência não estocásticas, combinadas com modelos de regressão, contemplando variáveis relacionadas com os recursos e a produção de serviços nos municípios. O desempenho dos serviços de saúde dos municípios e das regiões do estado e os níveis ótimos de produção e de consumo foram explicitados. Foram obtidas relações entre eficiência técnica, produto interno bruto, tamanho da população e o prazo médio de internação nos municípios. O estudo foi baseado nos parâmetros em que a metodologia DEA se assenta. Dessa forma os modelos de regressão utilizados facilitam a busca pela correlação entre os fatores considerados importantes no estudo.

O artigo de Marinho, Soares e Benegas (2004) estimou as medidas de eficiência técnica dos estados brasileiros na geração de bem-estar, entre os anos de 1986 e 1998, utilizando DEA. Foram utilizadas como medidas de bem-estar a medida de Sen e, alternativamente, o PIB per capita e o Índice de Desenvolvimento Humano (IDH). Adicionalmente, foram calculadas as medidas de desigualdade de renda inter e intra-regional de Theil para se analisar a trajetória da desigualdade no Brasil como uma determinante do bem-estar. Foram utilizadas formas alternativas de incremento da base de dados, no sentido darem melhor fundamentação aos resultados que seriam obtidos, através de utilização de variáveis compostas, tais como medida de Sen e IDH.

No artigo de Souza (2006) utilizou-se modelos estatísticos censurados e truncados na avaliação de efeitos técnicos que potencialmente afetam a fronteira de produção dos centros de pesquisa da Embrapa (Empresa Brasileira

de Pesquisa Agropecuária). Especificamente estudou-se a significância dos fatores nível da geração de fundos para pesquisa externamente ao Tesouro Nacional, ações de parceria, qualidade técnica dos projetos de pesquisa, satisfação dos clientes, mudança administrativa, tipo e tamanho, na eficiência técnica de produção dos centros de pesquisa. As medidas de eficiência técnica foram calculadas com base em DEA e na análise de fronteiras estocásticas de produção. Conclui-se que as medidas de DEA são mais informativas para a avaliação dos efeitos técnicos e que a geração de renda, as ações de parceria, a qualidade técnica dos projetos e o tamanho são fatores significantes. A análise estatística que conduz a esses resultados ajusta, às medidas de eficiência de DEA, um modelo do tipo Tobit definido por uma distribuição na família *gama*. A análise Tobit é consistente com o ajuste de uma distribuição normal truncada aos resíduos obtidos de uma função de produção de DEA.

O trabalho de Adam, Delis e Kammass (2011), explorou a relação entre a eficiência do setor público (ou *public sector efficiency*, sigla PSE) e o nível de democracia, ambos teórica e empiricamente. No nível teórico um modelo simples de eleições com dois períodos de tempo foi apresentado, o qual leva em conta se o regime político é democrático ou não. Especificamente, assumiu-se que governantes oficiais eleitos são “mais responsáveis” perante os eleitores do que seus equivalentes em regimes autocráticos. Este mecanismo induz os políticos democráticos a produzir bens públicos de uma maneira mais eficiente, de forma a continuar no poder, uma vez que, a princípio, será julgado pela opinião pública pelo seu desempenho. Na seção empírica examinaram o efeito da democracia no PSE em uma base de dados de 50 países desenvolvidos e em desenvolvimento durante o período entre 1980 e 2000. Os resultados sugeriram que a relação entre PSE e democracia é positiva e estatisticamente significativa, confirmando então a hipótese inicial.

Demetriades e Fielding (2009) utilizando uma nova base de dados do oeste africano disponibilizaram evidências das características determinantes individuais de empréstimos e ativos bancários em alguns dos países mais pobres do mundo. Taxas de juros de empréstimos mais altas reduzem tanto a razão entre empréstimos e ativos quanto o volume total de ativos. Entretanto, o tamanho destes efeitos é sensível à idade e à estrutura de propriedade do

banco. Jovem, privado, de propriedade nacional são os bancos mais afetados, sugerindo que tais bancos são os afetados mais severamente por desvantagens de informações. Os bancos bastante antigos e controlados pelo governo se beneficiam com altas taxas de juros médias para empréstimos. Também exploraram a maneira pela qual a qualidade da governança corporativa impacta os empréstimos e ativos dos bancos na região estudada.

O artigo de Fernandez, Koop e Steel (2005) teve dois propósitos principais. Primeiramente, desenvolveram várias maneiras de definir eficiência no caso de múltiplas entradas e saídas. O quadro se estendeu a modelos prévios ao permitir a inseparabilidade de entradas e saídas. Também especificamente consideraram o caso onde algumas saídas são indesejáveis, tais como poluentes. Investigaram como essas definições de eficiência se correlacionam entre si e entre outras definições encontradas na literatura. Depois, examinaram o comportamento dessas definições em dois exemplos de relevância prática em tamanho e complexidade. Um desses envolve dados do mercado bancário e outro do agrícola. As principais conclusões podem ser sumarizadas conforme segue: para uma dada definição de eficiência, classificações de eficiência podem ser consideradas informativas, apesar de uma considerável incerteza estar presente na inferência das eficiências. Entretanto é importante para o pesquisador selecionar o conceito apropriado de eficiência para o assunto particular do estudo a ser desenvolvido, visto que a diferença entre definições de eficiência podem levar a conclusões completamente diferentes.

Curi, Daraio e Llerena (2012) apresentaram a primeira análise de eficiência de transferência de tecnologia operada pelos sistemas universitários franceses e seus principais determinantes. A análise foi baseada numa base de dados original e detalhada de 51 escritórios de transferência de tecnologia (*technology transfer offices* ou TTOs no original) categorizados por tipo de universidade à qual pertencem pelo período de 2003 a 2007. Sobretudo, foi encontrado um baixo nível de eficiência, em variações tanto intra quanto intercategorias. A análise dos determinantes mostrou que a eficiência dos escritórios de transferências de tecnologia francesa depende primariamente da natureza da categoria (com as universidades especializadas em ciência e

engenharia como sendo as mais eficientes), e de características institucionais e ambientais. Tanto a idade do escritório quanto o tamanho da universidade tiveram impacto positivo na análise. Em termos de variáveis ambientais, a intensidade de atividades de P&D (tanto privadas quanto públicas) tem um impacto positivo; entretanto, em termos de taxa de crescimento, atividades privadas de P&D parece ser o carro-chefe. Por último, concluíram que a existência de um hospital universitário é negativa para a eficiência. Ainda fizeram uma discussão sobre os resultados em comparação com a literatura já existente.

O artigo de Vaninsky (2006) estimou a eficiência da geração de energia elétrica nos Estados Unidos no período de 1991 até 2004 utilizando DEA. Custos operacionais e perda de energia foram utilizados como entradas (*inputs*) e utilização da capacidade líquida como saída (*output*). Os resultados obtidos apontaram para uma relativa estabilidade em eficiência de 1994 a 2000 em níveis entre 99 a 100% com um declínio importante para 94-95% nos anos seguintes. A eficiência foi então estendida para uma previsão em 2010, e calculada como sendo igual a 96.8%, o que significa que permanece abaixo dos valores encontrados nos anos anteriores. Por último um modelo de gerenciamento de eficiência foi apresentado e discutido.

Donthu, Hershberger e Osmonbekov (2005) explicaram que o *benchmarking* não tem recebido muita atenção em literatura de marketing pela falta de ferramentas apropriadas para ajudar no processo de se estabelecer os próprios *benchmarks*. Tentaram preencher esta lacuna no conhecimento e sugeriram uma abordagem rigorosamente quantitativa na produtividade de se estabelecer *benchmarks* em *marketing*. A metodologia DEA foi sugerida para auxiliar as atividades tradicionais de estabelecimento de *benchmark* e para oferecer um guia para gestores. O método DEA foi considerado útil para identificar as unidades com melhores desempenhos para serem utilizadas como parâmetros. Foi útil também ao oferecer medidas concretas para a melhoria de um desempenho de *marketing* de uma empresa. Uma ilustração foi utilizada para demonstrar os pontos fortes e fracos da metodologia DEA como uma ferramenta de auxílio ao estabelecimento de *benchmarks*. Algumas

implicações para gestores e direcionamentos para pesquisas futuras foram discutidas ao final.

Utilizando a metodologia DEA os autores Barrientos e Boussofiane (2005) avaliaram a administração de fundos de pensão chilenos desta maneira: Se propuseram a avaliar e medir a eficiência técnica dos administradores de fundos de previdência privada no Chile. Novos gestores de fundos de pensão competem por investidores através do custo de suas tarifas, dos índices de rendimento oferecidos e da qualidade do serviço prestado, estando sujeitos a uma regulamentação rigorosa. Aplicando DEA aos dados obtidos para o Chile entre 1982 e 1999, examinaram as questões de eficiência, competitividade e regulamentação. A análise concluiu que os administradores de fundos de previdência privada chilena operavam abaixo do nível de eficiência desejado, e não havia previsão de que viesse a ocorrer nenhuma melhora consistente na eficiência técnica desses fundos num futuro próximo. A análise focou em duas variáveis de saída: receita total e número de contribuintes. As variáveis de entrada foram custos de marketing e vendas, salário de funcionários e executivos e custos de administração e computacionais. Isto tudo ao utilizarem tanto os dados primários quanto os dados secundários gerados pela metodologia DEA.

Relativamente à escolha de variáveis e estabelecimento de um *benchmark*, ou seja, um ponto de referência como objetivo a ser alcançado, Homburg (2001) investigou o uso da metodologia para gerenciamento baseado em atividades. Analisou os pontos fortes e fracos da metodologia ao ser aplicada a atividades que necessitam de um *benchmark*. Primeiramente, a ferramenta requisita meramente informação da atividade, que pode ser facilmente conseguida, resultando em baixo custo de informação. Em segundo lugar, em atividades de *benchmark*, não requer nenhuma avaliação financeira. Isso permite atividades de *benchmark* em DMUs que diferem em suas capacidades de arcar com custos. Em terceiro, estabelece a base de *benchmark* ao combinar atividades observadas. Isso pode resultar em melhoras para DMUs que não são diretamente dominadas pelas DMUs observadas. Entretanto também mostra que a informação que a metodologia oferece sobre DMUs ineficientes normalmente não é suficiente para elencar

seus pontos fracos e alavancar seus desempenhos. Para fazer isso seria necessário analisar cada DMU ineficiente em detalhes. De qualquer modo, a principal vantagem da metodologia proposta é a de identificar pontos críticos de atividades sem necessitar de muita informação.

No trabalho de Thanassoulis, Kortelainen e Allen (2012) foram discutidos aspectos da metodologia a respeito do peso automaticamente atribuído para cada variável e propõem formas de balancear este detalhe. Argumentaram que na metodologia, alguns dos pesos usados para computar a eficiência de uma DMU podem ter um valor nulo ou insignificante apesar de sua importância como variável de entrada ou saída. Ofereceram então uma abordagem com vistas a evitar que variáveis importantes sejam ignoradas pela avaliação da metodologia em um ambiente de múltiplas entradas e saídas. O método proposto por eles é baseado numa ideia de introduzir DMUs não observadas, criadas ao ajustar os níveis de entradas e saídas de certas DMUs observadas relativamente eficientes, de forma a refletir uma combinação de informações técnicas e de julgamentos de valores do tomador de decisão. Em contraste com muitas técnicas alternativas utilizadas para aumentar a envoltória de dados e/ou restringir o uso de pesos, essa abordagem permite imposição de dados locais.

Xu e Lin (2016) utilizaram um modelo chamado PCA – DP (*Principal Components Analysis and Dynamic Programming*) para escolha de um projeto de trânsito a ser proposto para a cidade chinesa de Xiamen. O modelo PCA-DP encontrou uma solução ótima cobrindo quatro aspectos avaliados pelo sistema de trânsito: o nível de serviço, a previsão de custos e receitas relevantes, bem como influências externas esperadas. O modelo PCA bi-hierárquico, construído com dados de outras 15 cidades chinesas, gerou a função de produção (ou função retorno) usada como insumo para que o modelo DP selecionasse o projeto de trânsito multifásico para a cidade de Xiamen. A análise empírica posterior mostrou que para a maioria dos cenários, a atualização dos sistemas de ônibus de trânsito rápido (*Bus Rapid Transit*, BRT) para o sistema leve sobre trilhos (*Light Rail Transit*, LRT) e a construção de linhas de um sistema de trânsito de massa sobre trilhos (*Mass Rail Transit*, MRT) nos próximos 10 anos parece ser a opção de melhor custo-benefício. Os autores ainda apontam

que outros achados na pesquisa podem facilitar outras pesquisas em priorização de planejamentos de sistemas de trânsito e transporte.

LIANG, YOUNGJUN e SHIBING, (2009) argumentaram sobre a redução da dimensão de conjuntos de dados, na presença de *outputs* indesejáveis. Primeiro, transformou-se os *outputs* indesejáveis em desejáveis, ao invertê-los, ou seja, dividindo-se 1 pelo valor da variável em questão. Depois aplicou-se PCA à proporção de um *output* desejável para um *input*. De forma a reduzir o tamanho do conjunto de dados, os principais componentes foram selecionados dentre os gerados. Então uma transformação monotônica de aumento de dados foi feita para evitar que estes principais componentes fossem negativos. Finalmente, os componentes principais transformados foram tratados como *outputs* num modelo DEA. Essa abordagem foi então aplicada com dados reais para avaliar o desempenho ecológico de 17 cidades chinesas na província de Anhui.

Em Adler (2010) foi comparado o método PCA - DEA ao método de redução de dados baseado em covariância parcial (*Variable Reduction, VR*). Argumentaram que no contexto de DEA, frequentemente “brotam” discussões sobre problemas de capacidade discriminatória, especialmente se existe um grande número de variáveis observadas. Os autores aplicaram então uma simulação de Monte Carlo para generalizar e comparar os métodos mencionados. O critério de desempenho foi baseado no percentual de observações classificados incorretamente. Uma comparação entre as duas metodologias é feita, demonstrando que o modelo PCA – DEA é uma ferramenta mais poderosa do que o modelo VR, com resultados mais consistentemente precisos. O modelo PCA – DEA é aplicado então a todos os modelos básicos DEA, com instruções para sua utilização para minimização de erros na classificação, provando-se útil especialmente quando se estuda conjuntos de dados pequenos, removendo-se a necessidade de informar preferências adicionais ao modelo.

Conforme Dong *et al.* (2015a) mostrou-se que a sustentabilidade documentada na produção rural está se tornando um elemento essencial para assegurar sua entrada e garantia no mercado. Um processo de avaliação foi então desenvolvido para auxiliar produtores de soja a documentar práticas e

avanços na sustentabilidade da comunidade, no meio ambiente e economia. Algumas dificuldades técnicas ao analisar e sumarizar tais dados incluem um grande número de procedimentos, variáveis altamente correlacionadas e o uso de variáveis discretas. Ao combinar PCA com vetores não negativos com DEA, essas dificuldades são superadas e é calculado um índice composto de sustentabilidade para cada propriedade, bem como para o grupo como um todo. Aplicando-se este método para a base de dados de avaliações de 410 produtores de soja do meio-oeste norte-americano, os autores obtiveram uma média de sustentabilidade de 0,846 e 0,842 para os produtores especificamente e para o grupo como um todo, respectivamente. A análise do cenário mostrou que se os produtores 10% menos eficientes adotassem melhorias em suas práticas sustentáveis em apenas 2%, o menor índice de eficiência iria aumentar de 0,515 para 0,647 para os produtores de soja especificamente, de 0,624 para 0,685 para o grupo como um todo. Esses resultados indicaram que maiores esforços deveriam ser feitos nos produtores do espectro mais baixo dos índices de eficiência.

Bruce Ho e Dash Wu (2009) apresentaram uma abordagem híbrida ao mensurar o desempenho de *Internet Banking* usando PCA e DEA. Para cada banco, DEA foi aplicado para computar um índice de eficiência agregado, baseado nos *outputs*, tais como receita e medidas de rede. Os *inputs* considerados foram equipamentos, custo de operação e funcionários como exemplo. As 45 combinações de eficiência dos bancos foram calculadas com DEA e uma classificação neste sentido foi efetuada. PCA então foi usado como mecanismo de aplicação de eficiência relativa entre os bancos, bem como para classificá-los em diferentes grupos, em termos de orientações operacionais (foco em custo ou eficiência de rede, por exemplo). A identificação da saúde operacional, bem como orientação administrativa de cada instituição, poderia trazer uma melhor visualização e compreensão das exposições e pontos fortes dos bancos, os quais têm se movido no sentido das operações *online* de forma irreversível. Outra face importante do estudo foi a de que ao se escolher a “melhor versão” de DEA para o problema em questão, escolheram-se por consequência as variáveis que deveriam alimentá-lo, concluindo qual o conjunto de *inputs* e *outputs* pode maximizar o poder discriminatório do modelo.

De acordo com Dong, Mitchell e Colquhoun (2015), mensurar o desempenho em sustentabilidade de uma propriedade rural é uma forma crucial de se melhorar a sustentabilidade agrícola. Com a presença atual de extensas avaliações e indicadores, refletindo diversas facetas da sustentabilidade agrícola, especialmente pelo relativamente grande número de medidas e interações entre elas, um indicador composto que integre e agregue todas essas variáveis é particularmente útil. No seu trabalho, os autores descreveram e avaliaram empiricamente um método para construir um indicador de sustentabilidade composto que avalie e classifique as propriedades conforme seu desempenho. O método usa primeiro PCA policórica (através do coeficiente de correlação policórica, ou seja, uma medida de associação que pode ser usada quando as variáveis são ordinais e possuem ao menos três categorias) não negativo, para reduzir o número de variáveis, remover a correlação e transformar variáveis categóricas em contínuas. Depois, o método aplica DEA nestes dados resultantes para classificar cada propriedade produtiva. Como DEA soluciona e aplica pesos endogenamente, permite aos autores identificar práticas importantes em avaliação da sustentabilidade. Uma aplicação empírica em propriedades produtoras de *cranberry* no Wisconsin, EUA, encontrou heterogeneidade na adoção de práticas sustentáveis, podendo significar que a sustentabilidade geral da indústria agrícola pode estar sendo influenciada por algumas propriedades que adotam práticas relevantes.

Al-Sayed (2015) utilizou o método PCA em diferentes parâmetros afetando um conjunto de núcleos atômicos de elementos químicos, para interação com o modelo dinâmico simétrico de bósons. Os resultados demonstraram que o uso de PCA dentro da estrutura nuclear atômica pode prover um meio simples de identificar a coletividade de parâmetros sendo afetados simultaneamente. Num ambiente que foge aos sentidos, este tipo de análise é particularmente importante.

Mishima *et al.* (2015) propuseram evidenciar a diferença entre sorrisos em ambos os gêneros utilizando PCA. Foram coletados dados de 7 homens e 7 mulheres, todos voluntários. Utilizando um sistema de análise de movimento desenvolvido por eles, uma série de imagens e 55 redes virtuais foram

produzidas por toda a sequência, enquanto os voluntários eram convidados a sorrir. Dois conjuntos de todas as inserções das redes virtuais foram capturadas durante o sorriso e relacionadas como variáveis para o PCA. Uma análise discriminatória foi então aplicada para comparar homens de mulheres. Os resultados indicaram que quando os dois componentes principais foram plotados nos eixos x e y, respectivamente, apresentaram uma discriminação correta em 74,4% dos casos. Ainda que as amostras foram consideradas pequenas para que se possam fazer conclusões mais generalizadas. As conclusões do estudo mostram que o método PCA pode ser utilizado para identificar o gênero através do sorriso.

Zhu (1998) comparou duas abordagens que agregam múltiplos *inputs* e *outputs* na avaliação de DMUs, sejam elas DEA e PCA. Ambos os métodos foram aplicados a três conjuntos de dados reais que caracterizam a economia de cidades chinesas, retornando resultados complementares e mutuamente consistentes. Testes estatísticos não-paramétricos foram utilizados para avaliar a consistência de ambos os resultados, obtidos por DEA e PCA e validar os dados obtidos.

Sohrabi e Akbari (2016) argumentaram que a utilização de redes sociais tem aumentado muito nos últimos anos, e que este fato tem levado à produção de grandes quantidades de dados. Os dados largamente utilizados por usuários de mídias sociais são muito extensos, poluídos, desestruturados e dinâmicos. Propor uma estrutura flexível e um método dinâmico para todos esses casos poderia ser bastante útil. As incertezas que surgem da complexidade de decisões em reconhecer fortes laços entre usuários de redes sociais têm levado pesquisadores a procurar por variáveis que denotem intimidade entre as pessoas. Já que existem diversas variáveis efetivas, mas cujas efetividades não foram determinadas e ainda possuem relações não lineares e complexas, a utilização de técnicas de *Data Mining* pode ser considerada como uma solução prática para esses problemas. Alguns tipos de pesquisa em *Data Mining* não supervisionados têm sido conduzidos no campo de detecção do tipo de laço de relacionamento entre os usuários. *Data mining* pode ser considerada como uma das ferramentas aplicáveis por pesquisadores em explorar os relacionamentos. Assim, os autores utilizaram diferentes

métodos, tanto supervisionados quanto não supervisionados, para solucionar o problema de detecção do grau de profundidade dos relacionamentos entre usuários de redes sociais. Propuseram então um estudo compreensivo sobre os efeitos de diferentes técnicas de classificação como árvores de decisão, redes Bayesianas, dentre outras, em adição às mais clássicas já existentes. A rede social LinkedIn é usada como estudo de caso para os resultados experimentais de extração de dados. Diversos modelos, baseados em técnicas básicas e métodos combinados e suas eficiências são comparadas com a Medida-F, em sua precisão e tempo de execução. Os resultados do estudo mostraram que o modelo baseado em comportamento e perfil tem precisão muito superior com as técnicas utilizadas baseadas em dados e perfil.

Unsal e Orcuz (2015) formataram a ideia de que DEA tem sido usada numa variedade de campos do conhecimento e pesquisa desde seu desenvolvimento e em suas interações com outras técnicas. Visto que o método pode ser aplicado com múltiplas variáveis de entrada e saída, pode também interagir com métodos estatísticos multivariados. PCA é um método de análise multivariado, usado para “desconstruir” a estrutura de dependência entre as variáveis e reduzir o número de dimensões nas amostras. Na literatura, PCA e DEA são comparados ao avaliar a eficiência de DMUs. Depois o procedimento PCA-DEA foi modificado. No seu estudo, o algoritmo MDS (*multi-dimensional scaling*), um método de estatística multivariado, considerado comum pelos autores, foi integrado ao método PCA-DEA para classificação das DMUs. De acordo com a correlação de classificação de Spearman o método proposto retornou uma correlação mais alta com supereficiência comparada com outros métodos.

Premachandra (2001) fez uma contribuição técnica ao modelo proposto por Zhu (1998), o qual afirma não ter a capacidade de produzir conjuntos de índices de eficiência consistentes quando se tratam de várias DMUs consideradas eficientes. Assim, através de uma alteração sutil no modelo, corrigiu esta deficiência de forma a possibilitar o retorno de conjunto de índice de eficiências consistente, sem importar o tamanho das instâncias analisadas.

Chen *et al.* (2015) estudaram portos na baía de Bohai, na China, argumentando que a eficiência operacional é um fator de competitividade

significativo, através de PCA e DEA. Utilizaram 15 variáveis iniciais, escolhidas através de pesquisa sobre eficiência logística e as converteram em 6 componentes principais através de PCA, sendo 4 *inputs* e 2 *outputs*. Utilizaram esses 6 indicadores sintéticos para alimentar o modelo DEA e analisaram os índices de eficiência devolvidos pelo modelo. Concluíram que a integração entre PCA e DEA resulta num modelo híbrido prático e poderoso para a investigação de problemas logísticos em portos.

Kawamoto e Kim (2016) utilizaram DEA com MI para determinar a evolução da produtividade em gestão de resíduos pós-terremoto de Março de 2011, no Japão. Utilizaram como base 520 repostas válidas a um questionário aplicado a pessoas residentes na região atingida e concluíram que no decorrer do desastre a eficiência aumentou, bem como era maior o número de pessoas com maior capacitação e conhecimento acerca do tema. Os *inputs* foram baseados na resiliência coletiva e individual, incluindo o capital social. Os *outputs* foram o nível de atividades de gerenciamento de resíduos, incluindo coleta, separação e transporte.

Hseu e Shang (2005) estudaram a variação da produtividade na produção de papel de 17 países da OCDE, entre 1991 e 2000, através de MI, utilizando como *inputs*: capacidade de processamento de polpa de madeira, capacidade de processamento de papel e papelão e ainda quantidade de funcionários. Os *outputs* foram a produção de polpa de madeira bem como a produção de papel e papelão. Os resultados mostraram que houve muita diferença de país para país, com variação de até 2% no Canadá e apenas 0,8% nos EUA. Além disso, os autores concluíram que o crescimento da produtividade deveu-se mais à mudança de eficiência (*catch-up effect*) do que ao movimento de fronteira (*frontier shift*).

Ortega e Chávez (2015) apresentaram uma análise dos terminais de contêineres dos 9 principais portos do México. Para tanto utilizaram MI, em seus dois fatores: mudança da eficiência e movimento da fronteira, tendo como *inputs* docas, área e quantidade de trabalhadores enquanto o *output* foi a quantidade de mercadoria manejada. Os resultados mostraram que ocorreu um aumento da produtividade geral, o que pode ser explicado pela variação tecnológica. Algumas outras tendências negativas observadas em alguns

terminais sugeriram que há a necessidade de formulação de políticas públicas para que os portos possam extrair o máximo de suas capacidades.

Odeck (2009) analisou que muitos trabalhos da literatura baseados em DEA podem ser criticados por não analisarem estatisticamente os dados anteriormente às análises de eficiência, fazendo com que eventuais diferenças em índices de eficiência não sejam tão relevantes. O autor aplica DEA e subsequentemente MI na produção de grãos de 19 fazendas especializadas do leste da Noruega, entre 1987 e 1997. Os *inputs* foram mão-de-obra, capital investido, área cultivada, sementes e fertilizantes. O *output* foi a quantidade de grãos produzida. Os resultados mostraram que houve um aumento de eficiência e na produtividade no período analisado.

Kao e Liu (2014) realizaram análise baseada em MI em 23 bancos taiwaneses antes e após duas tentativas de reestruturação financeira feitas pelo governo (em 2001 e 2004). Os resultados, baseados nos *inputs* mão-de-obra, capital físico e fundos adquiridos, bem como dos *outputs* depósitos à vista, empréstimos a curto prazo e empréstimos de médio/longo prazo, mostraram que as eficiências dos bancos de fato aumentaram. Sublinharam ainda que análises determinísticas convencionais poderiam deixar tomadores de decisão muito autoconfiantes sobre resultados que na verdade são incertos. Neste ponto afirmaram que análises probabilísticas produzem informações mais confiáveis, podendo levar a decisões mais assertivas.

Maroto e Zofio (2016) apontaram que as redes de estradas podem ser consideradas como recursos de um sistema onde o produto seria a quantidade de mercados acessíveis a uma economia. Realizaram uma análise metodológica baseada em MI, no período de 1995 a 2005 na região espanhola NUTS-3, envolvendo 45 províncias como DMUs, tendo como *input* a quantidade de estradas pavimentadas (medidas em quilômetros), os *outputs* sendo transações comerciais inter-regionais e produto interno bruto de cada região. Os resultados mostraram que havia relativamente pouco acesso a diferentes mercados possibilitado pela rede de rodovias, ainda que os investimentos tenham se intensificado na região nos 5 anos finais.

Uma parte importante dos trabalhos que compõem a revisão bibliográfica neste estudo trabalha com DEA de alguma forma. Como já

comentado, no Quadro 2.6, a seguir, seguem informações em ordem cronológica sobre estes trabalhos, as versões dos modelos DEA utilizadas, variáveis e aplicações. Já no Quadro 2.7, logo após, estão os trabalhos que utilizaram PCA (em conjunto com DEA ou não), considerados nesta revisão.

Quadro 2.6 - Comparativo sucinto entre os artigos sobre DEA analisados

Autores/Ano	Local da aplicação	Área de Aplicação	Modelo utilizado	Inputs	Outputs
Ceretta e Niederauder (2001o)	Brasil	Eficiência Bancária	CCR e BCC, com variáveis negativas.	Capital próprio; Capital de terceiros.	Receita total; Resultado do semestre.
Haugland, Myrtveit e Nygaard, (2007o)	Noruega	Turismo e hotelaria	Clássico	Quartos de hotéis; Funcionários.	Receita; Taxa de ocupação.
Helfand e Levine (2004o)	Centro Oeste brasileiro	Produção rural	Clássico	Área rural; Funcionários; Implementos agrícolas; Animais; Insumos rurais.	Valor bruto da produção rural.
Barrientos e Boussofiane (2005o)	Chile	Administração e Economia	BCC e CCR	Custos com marketing e vendas; Custo com empregados e executivos; Custos administrativos e computacionais.	Número de Contribuintes; Receita total.
Donthu, Hershberger e Osmonbekov, (2005o)	Não especificado	Restaurantes <i>fast food</i>	Clássico	Propaganda; Funcionários; Experiência do gerente.	Vendas; Satisfação do cliente.
Gonçalves et al. (2007o)	Capitais brasileiras	Hospitais	Clássico	Permanência média; Mortalidade.	Receitas com internações; Doenças circulatórias; Doenças infecciosas e parasitárias; Neoplasias.

Giokas (2008o)	Grécia	Bancos	BCC	Funcionários; Custo operacional; Juros pagos; Outras despesas.	Valor da carteira de crédito; Depósitos; Receitas de Juros; Outras receitas; Quantidade de transações; Outras transações.
Bruce Ho e Dash Wu (2009o)	Taiwan	Internet Banking	CCR	Depósitos; Custo operacional; Funcionários.	Receita; Número de usuários.
Eken e Kale (2011o)	Turquia	Bancos	BCC e CCR	Funcionários; Custo operacional; Inadimplência.	Depósitos; Empréstimos; Juros recebidos; Outras receitas; Quantidade de transações.
Curi, Daraio e Llerena, (2012o)	França	Transferência de tecnologia	DEA de 2 estágios de	Funcionários; Publicações;	Aplicação de patentes; Aplicação de <i>softwares</i> .

Fonte: o autor, 2015.

Quadro 2.7 - Comparativo sucinto entre os artigos sobre PCA analisados

Autores/Ano	Local da aplicação	Área de Aplicação	Modelo utilizado	Forma de aplicação de PCA	Relação com DEA
Slottje (1991o)	126 Países	Qualidade de Vida	PCA e outras técnicas multivariadas	Classificam as DMUs através de PCA e depois por outras formas.	Não relaciona com DEA
Zhu (1998o)	Cidades Chinesas	Eficiência Econômica	PCA seguido de DEA		Comparam com DEA
Premachandra (2001o)	Teórico	Modelagem Matemática			
Bruce Ho e Dash Wu (2009o)	Taiwan	Internet Banking	DEA seguido de PCA	Estabelece conjuntos de eficiência com DEA, alternando os <i>inputs</i> e <i>outputs</i> . Aplica PCA para avaliar quais desses conjuntos são mais relevantes.	Integram com DEA
Adler (2010o)	Teórico	Modelagem Matemática	PCA – DEA – PCA	Substituem as variáveis originais pelos	

Dong, Mitchell e Colquhoun (2015o)	Wisconsin – EUA	Sustentabilidade Rural		componentes principais e aplicam DEA. Retornam os índices de eficiência aos componentes principais para avaliar quais os aspectos podem ser melhorados.	
Liang, Youngjun e Shibing, (2009o)	17 Cidades Chinesas	Ecoeficiência	PCA seguido por DEA	Substituem as variáveis totalmente pelos vetores resultantes de PCA.	
Dong <i>et al</i> , (2015ao)	Meio Oeste dos EUA	Sustentabilidade Rural			
Chen <i>et al</i> (2015o)	Bohai, China	Eficiência Logística de Portos			

Fonte: o autor, 2016.

O capítulo 3, a seguir, trata do tema deste estudo, o problema de pesquisa encontrado e sua delimitação.

3 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

No Brasil, as instituições financeiras são organizações que buscam a intermediação financeira entre seus clientes (conforme a necessidade ou excedente de cada um) e os “atores da economia”, gerindo capitais, prazos, taxas e risco. As instituições captam recursos excedentes de aplicadores e as oferecem a tomadores, sob diferentes condições. As instituições financeiras tendem a oferecer condições atraentes para o aplicador, para que haja *funding* para as ofertas de crédito subsequentes. E, da mesma forma, tendem da mesma forma a oferecer condições atraentes para o tomador, de forma a realizar o giro do capital sob seu poder. A diferença entre as condições ofertadas para aplicadores e tomadores é chamada de *spread*, uma das principais formas de receita no setor financeiro.

No caso de cooperativas de crédito, o funcionamento é muito semelhante. A diferença essencial é que não há acionistas, mas sim cooperados. As decisões majoritariamente são tomadas em assembleias, mas existe uma concorrência com bancos e caixas econômicas pela similaridade de suas atividades (CARVALHO *et al*, 2015), (OLIVEIRA e BRESSAN, 2015), (REBELO e CALDAS 2015), (DERR, 2013), (VILELA, NAGANO e MERLO, 2007).

Existem diversas formas de realizar intermediações financeiras. As instituições desenvolvem novos produtos financeiros para conservar a atratividade tanto aos tomadores quanto aos aplicadores. Alguns destes produtos influenciam diretamente nos dados obtidos de cada banco para este trabalho. Poupança, aplicações em fundos de investimentos, letras de crédito, certificados de depósito bancário, empréstimos diretos, financiamentos, depósitos em contas correntes, resultados com tarifas, anuidades, taxas de intermediação financeira, taxas de administração de recursos, entre outros, trazem impacto a indicadores utilizados para alimentar o modelo DEA, objeto deste trabalho.

3.1. COLETA DE DADOS

A base de dados para análise é composta por características apresentadas por cooperativas de crédito, fornecidas pelo Sistema Ocepar.

Conforme informações contidas no próprio Sistema Ocepar em seu site <http://www.paranacooperativo.coop.br/ppc/index.php/2011-12-05-11-28-07/2011-12-05-11-31-54>, é formado por três sociedades distintas, a saber: Ocepar, SESCOOP PR e FECCOOPAR.

Ainda segundo informações oficiais disponíveis em seu site, a Ocepar é o sindicato e organização das cooperativas do Estado do Paraná, e passou também a exercer funções de sindicato patronal das cooperativas em 1997.

O SESCOOP Paraná, órgão estadual do Serviço Nacional de Aprendizagem do Cooperativismo, passou a funcionar no Paraná em outubro de 1999. Atua no monitoramento, na formação profissional e promoção social no âmbito das cooperativas paranaenses.

A FECCOOPAR é uma entidade que congrega os sindicatos patronais de cooperativas paranaenses.

A base de dados disponibilizada pelo Sistema Ocepar para esta pesquisa possuía inicialmente 494 indicadores, não classificados como *inputs* e *outputs*. com variáveis observadas trimestralmente no período de janeiro de 2009 a julho de 2015, totalizando 27 observações, nos três sistemas de cooperativas de crédito: SICOOB-UNICOOB, SICREDI e UNIPRIME. Cada sistema é um conjunto de cooperativas, também chamadas de Cooperativas Singulares.

Os dados utilizados neste estudo compreenderam um total de 45 singulares, sendo 16 do Sistema SICOOB-UNICOOB, 24 do Sistema SICREDI e 5 do Sistema UNIPRIME. Cada uma dessas singulares é uma unidade tomadora de decisão, ou seja, uma DMU no âmbito da presente pesquisa.

O Quadro 3.1 apresenta os dados parciais de uma singular, (ou seja, uma única cooperativa, mais especificamente, a cooperativa número 489), como exemplo, já que a base de dados inicial estava composto por 45 tabelas de 494 linhas e 27 colunas.

Quadro 3.1 - Exemplo de Dados de uma Singular

Cooperativa: 489			
Indicadores	01/2009	04/2009	07/2009
Categoria: EFICIÊNCIA ECONÔMICA FINANCEIRA			
LIQUIDEZ CORRENTE	1,30	1,31	1,29
ÍNDICE DE IMOBILIZAÇÃO	-7,50%	-2,08%	2,84%
LIQUIDEZ SECA	1,30	1,31	1,29
LIQUIDEZ INTERNA	0,00	0,00	0,00
LIQUIDEZ TOTAL	1,30	1,31	1,29
Categoria: ENDIVIDAMENTO			
ENDIVIDAMENTO TOTAL (‰)	78,40%	76,71%	77,05%
ENDIVIDAMENTO DE LONGO PRAZO (‰)	0,00%	0,00%	0,00%
ENDIVIDAMENTO FINANCEIRO DE LONGO PRAZO (‰)	0,00%	0,00%	0,00%
Categoria: TESOURARIA			
CAPITAL DE GIRO (‰)	23,15%	23,72%	22,30%
SALDO DE TESOURARIA (R\$)	15.822,86	44.052,53	32.344,05
CAPITAL DE GIRO PRÓPRIO (‰)	23,15%	23,72%	22,30%

Fonte: o autor, 2016.

4 METODOLOGIA

Para a obtenção dos resultados, a metodologia ficou composta pelas seguintes fases, detalhadas na sequência.

1. Exclusão de dados inconsistentes;
2. Aplicação do PCA para seleção de variáveis;
3. Aplicação de DEA com as variáveis selecionadas, para definição dos índices de eficiência trimestrais de cada DMU;
4. Aplicação de MI com as variáveis selecionadas, para definição da variação de produtividade de cada DMU.

Primeiramente foi feita uma exclusão de dados que não poderiam contribuir com esta análise. Além disso, foi possível reduzir esse número ainda mais, conforme detalhado mais adiante, nesta mesma seção, para facilitar a operacionalização, retirando as observações com as seguintes características:

- que continham apenas indicadores econômicos (IPCA, CUB, variação de moedas estrangeiras, etc.);
- características idênticas ou repetidas (uma em valores absolutos e outra em percentuais do mesmo indicador, por exemplo);
- que não foram observadas efetivamente nas DMUs (dados setorizados, por exemplo);
- indicadores muito específicos e de difícil generalização (eficiência de um projeto social específico, por exemplo);
- características cujas observações médias fossem inferiores a 0,5 (denotando muitas lacunas nos períodos observados);
- características com menos de 20 observações durante o período analisado.

Após este procedimento, restaram 71 variáveis, ainda não divididas entre *inputs* e *outputs*. Como a proposta inicial seria a de estabelecer índices de eficiência para cada DMU, há que se considerar quantas e quais variáveis

poderiam ser incluídas no cálculo. As opiniões dos autores pesquisados sobre a quantidade máxima de variáveis (ou mínima de DMUs) variam conforme as desigualdades, envolvendo a quantidade de DMUs, *inputs* e *outputs*, apresentadas a seguir.

- Boussofiane e Dyson (1991):
 $n^{\circ} \text{ de DMUs} \geq n^{\circ} \text{ de inputs} * n^{\circ} \text{ de outputs}$
- Golany e Roll (1989):
 $n^{\circ} \text{ de DMUs} \geq 2 * (n^{\circ} \text{ de inputs} + n^{\circ} \text{ de outputs})$
- Bowlin (1998): $n^{\circ} \text{ de DMUs} \geq 3 * (n^{\circ} \text{ de inputs} + n^{\circ} \text{ de outputs})$
- Dyson *et al.* (2001): $n^{\circ} \text{ de DMUs} \geq 2 * (n^{\circ} \text{ de inputs} * n^{\circ} \text{ de outputs})$

Considerando, por exemplo, a relação acima apresentada por Golany e Roll (1989), a menos exigente, ainda solicitaria 142 DMUs, ou seja, o dobro da quantidade de variáveis, até então 71. Como apenas 45 DMUs estão disponíveis, é preciso resumir suas características em um número menor de variáveis. Estes parâmetros deveriam ser encarados como os mínimos, já que o poder discriminatório de DEA aumenta conforme aumenta a razão DMUs / variáveis. Para este estudo objetiva-se satisfazer o autor mais exigente, que pode ser Bowlin (1998) ou Dyson *et al.* (2001), conforme a razão entre *inputs* e *outputs* ao final da seleção. O número exato dependerá da proporção entre *inputs* e *outputs*, já que é o dobro da multiplicação entre estes fatores.

Seguindo o trabalho publicado por Fernandez, Koop e Steel (2005), Bruce Ho e Dash Wu (2009) e Unsal e Orcuz (2015), a definição de eficiência, seleção de dados e quantidade de DMUs pode alterar o resultado dos índices de eficiência trazidos através de DEA. Assim, foi decidido utilizar a técnica PCA para resumir as informações trazidas pelas características observadas em um número menor de variáveis, podendo assim ser computadas pelo modelo DEA.

Como visto na seção 2.5 e no Quadro 2.7, existem diversas formas de aplicar PCA em integração com DEA. Neste estudo é utilizado o suplemento para o MS Excel chamado *Multibase (Numerical Dynamics, Japão)* para reduzir o número de indicadores, até então 71.

Uma das premissas adotadas, no entanto, é a de manter a proporção *inputs/outputs* presente originalmente no sistema (57/14, ou seja,

aproximadamente 4 *inputs* para cada *output*), bem como respeitar o autor mais exigente com relação à esta quantidade. Considerando por esse motivo o trabalho de Dyson *et al.* (2001), onde o número de DMUs $\geq 2 * (\text{n}^\circ \text{ de } \textit{inputs} * \text{n}^\circ \text{ de } \textit{outputs})$, vemos que a maior quantidade de variáveis a ser computadas no modelo é de 8 *inputs* e 2 *outputs*, pois dispõe-se de apenas 45 DMUs.

Determinou-se então quais são as características mais relevantes para o sistema como um todo, através de PCA, entre as 71 características das 45 singulares das cooperativas, divididas entre 57 *inputs* e 14 *outputs*.

Dando continuidade à metodologia proposta, com as variáveis já selecionadas, a classificação de eficiência foi calculada utilizando-se DEA. Apenas são feitas algumas exceções: em quatro DMUs as observações não estavam completas, havendo lacunas em alguns trimestres. Decidiu-se manter essas DMUs nos demais trimestres, pois cada trimestre é avaliado independentemente. Mesmo com a exclusão destas DMUs em alguns trimestres, estes contariam ainda com 41 DMUs, ou seja, acima das 32 consideradas necessárias pela metodologia adotada do trabalho de Dyson *et al.* (2001). Quando da apresentação dos índices de eficiência, estas DMUs “não avaliáveis” nestes períodos estão indicadas com “NA” (“Não Avaliáveis”) no Quadro 5.3 com os demais resultados da análise mais adiante.

A aplicação da metodologia DEA se deu com a versão BCC voltada para o *input* descrita na seção 2.2, por meio dos modelos matemáticos (2.16) a (2.19) e/ou (2.24) a (2.28), já que tanto o primal quanto o dual produzem resultados idênticos, implementados através do *software MaxDea Basic*, desenvolvido pela empresa *Beijing Realworld Software Company Ltd*, versão 6.6. O cenário é apresentado com um viés vertical, ou seja, considerando as variáveis de todas as singulares em períodos temporais idênticos. Assim, obtém-se um conjunto de resultados para cada um dos 27 trimestres disponíveis, 45 DMUs e 10 variáveis, sendo 8 *inputs* e 2 *outputs*. Os valores negativos, quando ocorreram, foram substituídos por valores positivos muito pequenos (“1” neste caso), seguindo a proposta de Bowlin (1998).

Aplicou-se DEA, com o aplicativo *MaxDea Basic*, orientado para o *input*, considerando retornos de escala variáveis. Os índices constam no Quadro 5.3, na seção 5.3, a seguir. Apenas as cooperativas singulares 448, 450, 465, 546,

não estão sendo consideradas nos períodos entre 01/2009-10/2009, 01/2009-10/2009, 01/2009-10/2010 e 01/2009-01/2010, pois não continham suficientes dados observados para ensejar a análise. Nestes casos, as células foram preenchidas com “NA”, conforme já mencionado. No entanto continuam a ser avaliadas e a fazer parte do panorama nos demais períodos.

Ainda com base nas variáveis selecionadas através de PCA, foi possível extrair os índices de variação de produtividade através do *software DEA-Solver-LV 8.0*, desenvolvido pelo Professor Kaoru Tone, que implementa a metodologia MI, conforme discutido na seção 2.3. Como se trata de um índice de variação, naturalmente são necessários ao menos dois períodos. Neste caso, optou-se pela variação período a período, totalizando 26 conjuntos de índices, para estender a visão sobre o comportamento de cada cooperativa. Caso houvesse necessidade, o MI também poderia ser facilmente calculado entre quaisquer outros pares de períodos (por exemplo, a cada dois períodos, entre o primeiro e o último, ou de outra forma que o analista julgue conveniente), por meio do mesmo *software*. Porém, como relacionado anteriormente, algumas cooperativas não foram avaliáveis em alguns períodos. Assim como não foi possível calcular os índices de eficiência em DEA, a variação da produtividade tampouco pode ser medida, pois não houve comportamento produtivo mensurado. Nestes casos, como não há dados no período inicial, o *software* retorna valores “1”, representando que a produtividade se manteve idêntica. Os índices de variação de produtividade estão no Quadro 5.5, na seção 5.4 mais adiante.

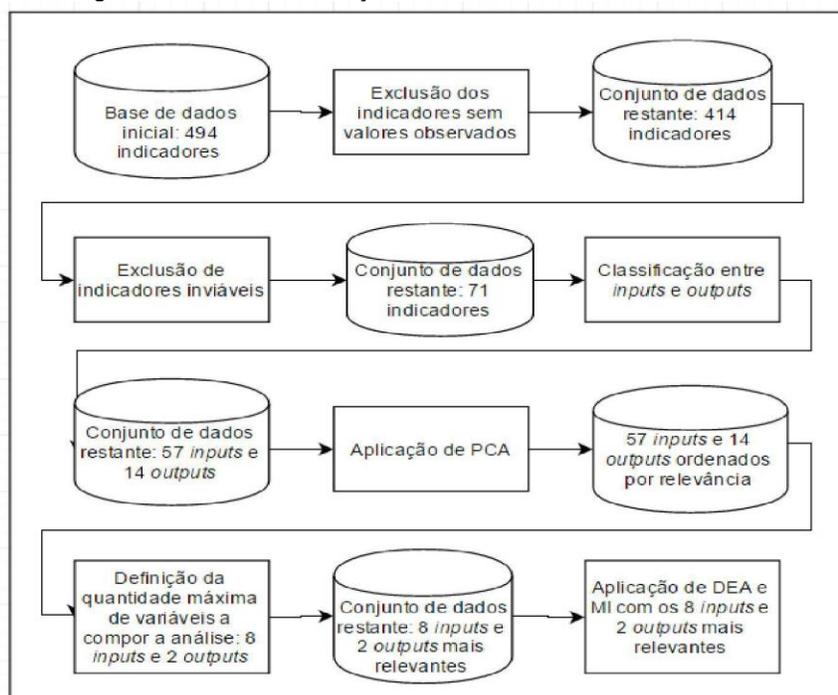
5 RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados os resultados de cada uma das fases da Metodologia apresentada no capítulo 4 anterior: exclusão de dados inconsistentes; aplicação do PCA para seleção de variáveis; aplicação de DEA com as variáveis selecionadas, para definição dos índices de eficiência trimestrais de cada DMU e, finalmente, aplicação de MI com as variáveis selecionadas, para definição da variação de produtividade de cada DMU.

5.1 EXCLUSÃO DE DADOS INCONSISTENTES

Existiam, a princípio, 494 indicadores, que não poderiam ser usados em sua totalidade para compor o estudo, pelo já exposto na seção 4. As características foram sendo selecionadas para exclusão ou permanência na base de dados até apresentarem consistência e quantidades compatíveis com as análises que seriam efetuadas. O tratamento, desde a coleta de dados até os resultados finais provenientes das análises, seguiu o fluxo constante na Figura 5.1, a seguir:

Figura 5.1 - Fluxo de Seleção de Dados



Fonte: o Autor, 2016.

A Figura 5.1 representa passo a passo os procedimentos adotados, para que dos 494 indicadores chave originais fossem selecionadas 10 variáveis, passando pela separação entre *inputs* e *outputs*.

5.2 APLICAÇÃO DO PCA

Após a aplicação do PCA aos dados, obtiveram-se os seguintes resultados, expostos no Quadro 5.1.

Quadro 5.1 - Dados da análise por PCA

	Comp 1	Comp 2	Comp 3	Comp 4	Comp 5	Comp 6	Comp 7
R²	36%	18%	13%	7%	5%	5%	3%
R²(acumuladoo)	36%	54%	66%	73%	78%	83%	86%
Eigenvalue	10.11	4.92	3.51	1.84	1.46	1.33	0.81

Fonte: o Autor, 2017.

No Quadro 5.1 observa-se os valores de R², R² acumulado e os Eigenvalues. O R² representa o erro do vetor (componente) em relação à população. Em outras palavras, é a diferença entre o vetor representado pelo componente e as informações contidas no sistema como um todo. Quando se usa mais que um componente, então esse erro diminui, pois são acumuladas as informações contidas em cada componente, representado pelo R² (acumuladoo). Quanto aos Eigenvalues, os mesmos representam a importância acumulada de cada **fator** que os compõem, de modo a explicar a população. É importante lembrar que ambas as formas de avaliar as dispersões podem ser úteis para um melhor entendimento da classificação feita através de PCA.

Nota-se que tanto o valor de R² quanto o valor dos Eigenvalues decrescem de forma brusca quando se compara o componente principal 1 e o componente principal 2. Como contido no Quadro 5.1, essa queda foi de 36% para 18%, ou seja, sua relevância caiu pela metade. Torna-se evidente para este estudo que a utilização das variáveis que compõem a primeira componente são mais interessantes, tanto pelo “peso” e “importância” em representar a realidade quanto em “fidelidade” em trazer as informações do sistema todo. Por essa razão, apenas os fatores que compuseram o

componente principal 1 foram considerados, de acordo com a proposta de Camacho, Pico e Ferrer (2010). Dentro de cada componente principal podem ser calculados os Eigenvalues de cada variável, representando a importância de cada uma delas ao formar o componente em questão, na forma de vetor. Assim, cada componente principal pode ser classificado pela sua importância ao sistema e então cada variável pode ser classificada com relação à sua importância ao componente principal. Por conseguinte, a variável mais importante para a primeira componente principal é também a mais importante para o sistema.

Ao classificar os *inputs* por meio do PCA, as 8 características prioritárias foram:

1. Passivo operacional;
2. Fontes de recursos;
3. Depósitos a prazo;
4. Recursos administrados;
5. Patrimônio Líquido;
6. Ativo operacional;
7. Reservas e fundos;
8. Capital social integralizado.

Quanto aos *outputs*, os 2 prioritários foram:

1. Ingressos e receitas Líquidas;
2. Resultado à disposição da AGO.

É apresentado, a seguir, no Quadro 5.2, o detalhamento de uma das 45 tabelas de dados com a observação de um período (Janeiro de 2009), de quatro cooperativas, já com as variáveis selecionadas através de PCA, com os dados em Reais (R\$):

Quadro 5.2 - Exemplo de dados (R\$) de Cooperativas de Crédito Singulares

DM U	Inputs								Outputs	
	ATIVO OPERACIONA L	PASSIVO OPERACIONA L	PATRIMÔNIO LÍQUIDO	RECURSOS ADMINISTRADO S	DEPÓSITOS A PRAZO	FONTES DE RECURSOS	RESERVAS E FUNDOS	CAPITAL SOCIAL INTEGRALIZAD O	RESULTADO À DISPOSIÇÃO DA AGO	INGRESSOS E RECEITAS LÍQUIDAS
484	15.632.348,48	11.722.980,56	3.923.906,33	15.646.886,93	8.752.689,30	15.658.572,56	899.714,35	2.992.616,54	373.442,89	1.341.348,01
489	13.251.858,14	10.155.687,47	3.082.585,76	13.212.664,36	7.254.110,10	13.295.910,67	646.242,96	2.433.472,85	308.243,25	1.468.002,50

485	8.075.269.55	6.174.323.38	2.005.977.87	8.180.165.47	4.047.119.40	8.113.839.70	412.322.01	1.582.261.98	142.789.62	980.998.04
260	108.334.907.95	101.058.707.31	15.567.908.87	92.877.157.87	50.667.387.20	113.472.936.93	6.276.994.11	9.290.464.76	637.036.00	14.422.907.95

Fonte: o autor, 2016.

A lista das 45 cooperativas singulares é apresentada a seguir, listada por códigos utilizados das próprias cooperativas (sem propriedades quantitativas):

Sicredi: 210, 233, 237, 250, 251, 252, 257, 260, 289, 290, 299, 301, 304, 315, 318, 319, 346, 357, 358, 406, 464, 492, 498, 517.

Sicoob-Unicoob: 416, 431, 452, 453, 462, 469, 473, 478, 479, 484, 485, 489, 490, 493, 507, 546.

Uniprime: 419, 448, 449, 450, 465.

Como visto na seção 3.1, a quantidade de DMUs mínima entre os autores pesquisados para 5 *inputs* e 2 *outputs* variou entre 10 e 21. Ocorre que para utilizarmos apenas 7 variáveis, a análise se torna simplista para a maior parte das organizações com pelo menos 10 unidades semelhantes, ainda mais 21. Quando se observa organizações com número de unidades dessa monta, normalmente depara-se com uma quantidade de indicadores-chave maiores ainda. Por exemplo: nos relatórios do BACEN para classificar os bancos brasileiros, existem 66 variáveis. No caso das cooperativas, existiam a princípio 71 características (após a limpeza inicial descrita na seção 3.1) que poderiam fazer parte da análise, necessitando de muitas unidades (1.596, se considerarmos a mesma metodologia de Dyson *et al* (2001), adotada neste estudo) para envolver todas elas em uma análise através de DEA. Em outras palavras, a aplicação eficaz da ferramenta, sem a utilização de PCA, poderia dar certo em um ambiente onde muitas unidades (DMUs) pudessem ser rotuladas com poucas variáveis (*inputs* + *outputs*). Um ambiente com essas características não foi encontrado durante esta pesquisa.

5.3 APLICAÇÃO DE DEA

Ao se aplicar a metodologia DEA, em sua versão BCC orientada para o *input*, no software *MaxDEA Basic* de acordo com a seção 2.2, foram obtidos os índices de eficiência correspondentes ao Quadro 5.3.

479	484	485	489	490	492	493	498	507	517	546	Cooperativas/ Período
0.801	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.867	1.000	1.000	1.000	NA	01/2009
1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	NA	04/2009
0.827	0.669	0.738	0.790	0.965	1.000	0.838	1.000	1.000	1.000	NA	07/2009
0.989	0.889	0.978	0.800	0.844	1.000	0.852	1.000	1.000	1.000	NA	10/2009
0.790	0.598	0.677	0.739	0.839	1.000	0.780	1.000	1.000	1.000	NA	01/2010
0.940	0.725	0.995	0.844	0.866	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	04/2010
0.700	0.567	0.655	0.740	0.830	1.000	0.776	1.000	1.000	1.000	1.000	07/2010
0.849	0.764	0.801	0.880	0.965	1.000	0.853	1.000	1.000	1.000	1.000	10/2010
0.889	1.000	0.838	1.000	1.000	1.000	0.989	1.000	1.000	1.000	1.000	01/2011
0.925	0.986	0.982	1.000	0.988	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	04/2011
1.000	0.754	1.000	0.985	0.788	0.992	0.731	1.000	1.000	1.000	1.000	07/2011
0.989	0.859	0.931	0.960	0.871	1.000	0.789	1.000	1.000	1.000	1.000	10/2011
1.000	0.870	1.000	0.818	0.831	1.000	0.978	1.000	1.000	1.000	1.000	01/2012
0.972	0.903	1.000	0.890	0.878	1.000	0.956	1.000	1.000	1.000	1.000	04/2012
1.000	0.871	0.992	0.843	0.885	0.834	0.844	1.000	1.000	1.000	1.000	07/2012
1.000	1.000	0.944	1.000	0.856	0.944	0.818	1.000	1.000	1.000	1.000	10/2012
0.998	0.746	0.992	1.000	0.945	0.857	0.889	1.000	1.000	1.000	1.000	01/2013
1.000	0.762	1.000	1.000	0.884	0.786	0.930	1.000	1.000	1.000	1.000	04/2013
0.790	0.825	0.857	0.920	0.862	1.000	1.000	1.000	0.959	1.000	0.880	07/2013
0.847	1.000	1.000	1.000	0.927	0.929	0.884	1.000	0.972	1.000	0.968	10/2013
0.977	0.972	1.000	1.000	1.000	0.712	0.718	1.000	1.000	1.000	1.000	01/2014
1.000	0.978	1.000	1.000	1.000	0.812	0.759	1.000	1.000	1.000	1.000	04/2014
1.000	0.757	0.977	1.000	0.915	0.716	0.827	1.000	1.000	1.000	1.000	07/2014
0.885	0.829	1.000	1.000	0.998	0.696	0.892	1.000	1.000	1.000	1.000	10/2014
0.882	0.920	0.689	1.000	0.967	0.803	1.000	1.000	0.943	1.000	1.000	01/2015
0.969	0.906	0.857	1.000	0.992	0.454	0.920	1.000	0.930	1.000	1.000	04/2015
0.715	0.632	0.920	0.773	0.894	1.000	0.828	1.000	1.000	1.000	1.000	07/2015

Quadro 5.3 - Resultados da metodologia DEA para Cooperativas de Crédito Singulares

431	448	449	450	452	453	462	464	465	469	473	478
0.984	NA	1.000	NA	1.000	1.000	0.849	0.649	NA	1.000	0.807	1.000
1.000	NA	1.000	NA	1.000	1.000	0.721	0.525	NA	1.000	0.786	1.000
1.000	NA	1.000	NA	0.954	1.000	0.552	0.538	NA	0.538	0.727	0.886
0.901	NA	1.000	NA	0.953	1.000	0.779	1.000	NA	0.635	0.712	0.828
1.000	1.000	1.000	1.000	0.822	1.000	1.000	0.655	NA	1.000	1.000	1.000
1.000	1.000	1.000	1.000	0.990	1.000	0.830	0.978	NA	0.905	0.840	1.000
0.673	1.000	0.884	0.809	0.777	1.000	0.563	0.474	NA	0.502	0.577	0.939
0.966	1.000	NA	1.000	0.954	1.000	0.646	1.000	NA	0.685	0.821	1.000
1.000	1.000	0.664	1.000	1.000	1.000	0.811	0.501	1.000	1.000	0.988	1.000
1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.790	0.535	1.000	0.966	1.000	0.955
1.000	1.000	1.000	0.853	0.903	1.000	0.695	1.000	1.000	0.776	1.000	0.939
1.000	1.000	1.000	1.000	0.990	1.000	0.736	0.754	1.000	0.839	0.995	1.000
1.000	1.000	0.815	1.000	1.000	1.000	0.628	0.596	1.000	0.808	0.765	1.000
1.000	1.000	1.000	1.000	0.994	1.000	0.611	0.607	1.000	0.823	0.815	1.000
0.768	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.692	0.780	1.000	0.846	0.767	1.000
0.727	1.000	0.693	1.000	1.000	1.000	0.774	1.000	1.000	0.925	0.829	1.000
1.000	1.000	1.000	0.919	1.000	1.000	1.000	0.649	1.000	1.000	0.753	1.000
0.930	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.811	0.808	1.000	0.992	0.771	1.000
1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.719	0.625	1.000	1.000	0.953	1.000
1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.763	0.672	1.000	1.000	0.975	1.000
0.884	1.000	0.711	0.808	0.859	1.000	0.800	0.670	1.000	1.000	1.000	1.000
1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.728	0.775	1.000	1.000	1.000	1.000
0.870	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.705	0.712	1.000	0.979	0.896	1.000
1.000	1.000	0.776	1.000	0.992	1.000	0.697	0.713	1.000	1.000	0.926	1.000
1.000	1.000	0.790	1.000	0.904	1.000	0.811	0.738	1.000	1.000	0.663	1.000
0.707	1.000	1.000	1.000	0.819	1.000	0.706	0.413	1.000	0.990	1.000	1.000
0.745	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.575	0.649	1.000	0.997	0.753	0.924

299	301	304	315	318	319	346	357	358	406	416	419
1.000	0.838	0.805	0.580	1.000	0.930	0.848	1.000	0.924	0.812	0.869	1.000
1.000	1.000	0.826	1.000	1.000	0.913	0.924	1.000	1.000	0.710	1.000	0.855
1.000	1.000	1.000	0.936	1.000	0.876	1.000	0.716	0.845	1.000	0.741	0.567
1.000	1.000	0.827	0.911	1.000	0.800	1.000	0.899	0.628	1.000	0.806	1.000
0.751	1.000	1.000	1.000	1.000	0.872	0.802	0.657	0.698	0.708	0.673	1.000
0.772	1.000	0.865	1.000	1.000	1.000	0.958	0.843	0.919	0.817	0.804	1.000
0.794	1.000	1.000	0.934	1.000	1.000	0.951	0.766	0.920	0.820	0.680	1.000
0.970	0.846	0.886	0.921	1.000	1.000	0.963	0.891	0.959	0.818	0.752	1.000
0.816	1.000	0.917	1.000	1.000	1.000	0.935	0.799	0.936	0.765	1.000	1.000
1.000	1.000	0.985	1.000	1.000	1.000	1.000	0.885	1.000	0.791	0.864	1.000
0.993	0.885	0.882	1.000	1.000	0.830	0.970	0.742	0.930	0.794	0.717	1.000
1.000	0.909	0.998	1.000	0.997	0.892	1.000	0.913	1.000	0.824	0.773	1.000
1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.795	1.000	0.766	1.000	0.898	0.795	1.000
0.997	1.000	1.000	1.000	1.000	0.814	1.000	0.770	0.929	0.828	0.917	1.000
0.962	1.000	0.945	1.000	1.000	0.852	1.000	0.753	1.000	0.799	0.770	1.000
0.992	1.000	1.000	1.000	1.000	0.856	1.000	1.000	1.000	0.784	0.902	1.000
1.000	0.950	1.000	1.000	1.000	0.974	1.000	0.913	0.866	1.000	0.737	1.000
1.000	0.927	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.947	0.910	0.994	0.681	1.000
1.000	0.938	1.000	0.956	1.000	0.995	1.000	0.689	1.000	1.000	0.698	1.000
1.000	0.957	0.936	1.000	0.984	0.979	1.000	0.748	0.875	1.000	1.000	1.000
1.000	1.000	0.858	1.000	0.821	1.000	1.000	0.781	1.000	0.869	0.831	1.000
1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.725	1.000	0.961	0.914	1.000
1.000	0.967	0.846	0.853	0.970	1.000	1.000	0.690	0.898	1.000	0.797	1.000
1.000	0.953	0.950	1.000	1.000	0.992	1.000	0.901	1.000	0.958	0.843	1.000
1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.629	1.000	1.000	1.000	1.000
0.653	0.609	0.472	0.954	1.000	0.673	0.944	0.316	1.000	1.000	1.000	1.000
1.000	1.000	0.908	1.000	1.000	0.930	1.000	0.706	1.000	0.813	0.743	1.000

210	233	237	250	251	252	257	260	289	290
0.914	1.000	0.860	0.871	0.843	1.000	1.000	0.728	0.741	1.000
1.000	1.000	1.000	0.829	1.000	0.994	1.000	1.000	0.903	1.000
0.764	1.000	1.000	0.762	1.000	0.870	1.000	0.906	0.880	0.894
0.831	1.000	1.000	0.786	1.000	1.000	1.000	1.000	0.924	0.838
0.894	1.000	1.000	0.915	1.000	0.627	1.000	1.000	0.876	0.935
0.904	1.000	0.989	1.000	1.000	0.770	1.000	1.000	0.942	1.000
0.834	1.000	1.000	0.832	0.852	0.695	1.000	1.000	0.923	0.876
0.915	1.000	1.000	0.916	0.947	0.802	1.000	1.000	0.895	1.000
0.877	1.000	0.793	0.904	0.875	0.807	1.000	0.928	0.823	0.887
0.978	1.000	0.904	1.000	0.973	0.840	1.000	1.000	1.000	1.000
1.000	1.000	0.973	0.908	1.000	0.769	1.000	1.000	1.000	1.000
1.000	1.000	0.943	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
0.965	1.000	0.847	1.000	1.000	0.808	1.000	0.948	0.868	1.000
0.943	1.000	0.893	1.000	1.000	0.837	1.000	0.986	0.910	1.000
0.996	1.000	1.000	0.973	1.000	0.714	1.000	1.000	0.890	0.985
1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.900	1.000
1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.853	1.000	1.000	0.941	1.000
1.000	1.000	0.921	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.976	1.000
1.000	1.000	0.903	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
1.000	1.000	1.000	1.000	0.972	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
1.000	1.000	1.000	1.000	0.958	1.000	1.000	1.000	0.916	1.000
0.973	1.000	1.000	1.000	0.911	0.830	1.000	1.000	0.962	1.000
0.976	1.000	1.000	1.000	0.990	0.859	1.000	1.000	1.000	0.997
1.000	1.000	0.966	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
0.987	1.000	0.899	0.982	0.931	1.000	1.000	0.962	1.000	1.000
0.487	1.000	0.459	0.503	0.530	0.722	1.000	0.720	0.461	1.000
0.868	1.000	1.000	1.000	0.922	0.962	1.000	1.000	0.927	0.969

Fonte: o autor, 2016.

Neste Quadro 5.3 tem-se, por exemplo, que a cooperativa 210 se apresentou 100% eficiente nos seguintes 10 dos 27 períodos: 04/2009; 07/2011; 10/2011; 10/2012; 01/2013; 04/2013; 07/2013; 10/2013; 01/2014 e 10/2014.

Quanto à capacidade de estabelecer *benchmarks*, são exemplos as cooperativas 257, 453, 498 e 517, que foram consideradas 100% eficientes em todos os períodos avaliados (Quadro 5.3). Nenhuma cooperativa deixou de ser considerada 100% eficiente em ao menos um período. Isto pode ser motivado pela homogeneidade dos valores das características avaliadas, ou seja, a distância entre os menores e maiores desempenhos entre os avaliados não é sempre tão evidente. Essa homogeneidade pode denotar ainda que as condições para que as cooperativas se desenvolvam estão presentes a todas as singulares, em todo o período analisado. Ou seja, que as condições para apresentar um comportamento produtivo e competitivo estão ao alcance de todas as cooperativas.

Outro produto da análise com DEA (apenas nos modelos duais) são os valores de θ , já apresentados anteriormente, que auxiliam na escolha de *benchmarks* para as DMUs sob análise. Os exemplos destes valores, conforme retornados pelo cálculo efetuado através de DEA, versão BCC voltada para o *input*, no seu modelo dual (2.24) a (2.28), estão no Quadro 5.4 a seguir. Foram incluídos os três últimos períodos como forma de ilustração, já que cada um dos 27 períodos teria valores distintos. A coluna “Índice de Eficiência” contém o mesmo índice do Quadro 5.2. A coluna *benchmark* (θ) fornece a(s) DMU(s) que é(são) referência(s) para a DMU em análise (na coluna “Cooperativa”). Entre parêntesis segue o grau de importância dessa referência, ou seja, da sua importância enquanto *benchmark*. Note-se que a soma dos valores entre parêntesis é “1”, ou seja, 100%. Assim, os valores de θ podem ser traduzidos em termos percentuais de suas colaborações para formar um objetivo mais prático de ser alcançado pelas DMUs sob análise. Quando a DMU tem índice de eficiência “1”, ou seja, 100% eficiente, não possui *benchmarks*. Pelo contrário, ela pode (mas não necessariamente irá) se tornar um *benchmark*. Isto está evidenciado na coluna “Ocasões em que foi *benchmark* para outra DMU” do Quadro 5.4, correspondendo à quantidade de vezes em que a DMU em questão serviu para compor o objetivo das demais.

Quadro 5.4 - Matriz de I das cooperativas de crédito paranaenses

Cooperativa	01/2015			04/2015			07/2015		
	Índice de Eficiência	Benchmark (lo)	Ocasões em que foi benchmark k para outra DMU	Índice de Eficiência	Benchmark (lo)	Ocasões em que foi benchmark k para outra DMU	Índice de Eficiência	Benchmark (lo)	Ocasões em que foi benchmark k para outra DMU
210	0,98728	252 (0,229792o; 315 (0,047026o; 289 (0,009385o; 346 (0,713797o	0	0,48716	517 (0,356818o; 358 (0,217791o; 546 (0,230769o; 453 (0,012330o; 419 (0,182292o	0	0,86809	260 (0,141340o; 346 (0,265032o; 237 (0,593628o	0
233	1	233 (1,000000o	1	1	233 (1,000000o	0	1	233 (1,000000o	2
237	0,89861	489 (0,065737o; 252 (0,045758o; 289 (0,443392o; 346 (0,030724o; 416 (0,394977o; 453 (0,019412o	0	0,45907	517 (0,797267o; 358 (0,161694o; 290 (0,013385o; 416 (0,020468o; 453 (0,007186o	0	1	237 (1,000000o	11
250	0,98157	489 (0,017442o; 301 (0,294195o; 289 (0,466655o; 346 (0,202697o; 448 (0,019012o	0	0,50259	517 (0,109887o; 358 (0,237854o; 546 (0,632276o; 448 (0,019983o	0	1	250 (1,000000o	1
251	0,9307	301 (0,226191o; 346 (0,768267o; 453 (0,005542o	0	0,53032	358 (0,155265o; 546 (0,621539o; 478 (0,182178o; 448 (0,041018o	0	0,92214	260 (0,066324o; 299 (0,054198o; 346 (0,865281o; 448 (0,014197o	0
252	1	252 (1,000000o	2	0,72217	489 (0,669738o; 358 (0,167982o; 290 (0,161654o; 453 (0,000627o	0	0,96224	260 (0,235989o; 315 (0,292134o; 358 (0,124569o; 237 (0,347308o	0
257	1	257 (1,000000o	0	1	257 (1,000000o	0	1	257 (1,000000o	4
260	0,96192	301 (0,570159o; 315 (0,218781o; 299 (0,206781o; 233 (0,004279o	0	0,71981	406 (0,598938o; 358 (0,296153o; 290 (0,099462o; 448 (0,005447o	0	1	260 (1,000000o	5
289	1	289 (1,000000o	4	0,46052	517 (0,792113o; 358 (0,207887o	0	0,92655	517 (0,153331o; 299 (0,189457o; 237 (0,657211o	0
290	1	290 (1,000000o	0	1	290 (1,000000o	4	0,96855	250 (0,033036o; 358 (0,063247o; 237 (0,246114o; 257 (0,350967o; 233 (0,305116o; 453 (0,001520o	0

299	1	299 (1,000000o)	3	0,65342	498 (0,750218o; 358 (0,156316o; 448 (0,093466o)	0	1	299 (1,000000o)	16
301	1	301 (1,000000o)	4	0,60887	358 (0,255913o; 546 (0,648856o; 478 (0,042202o; 448 (0,053029o)	0	1	301 (1,000000o)	0
304	1	304 (1,000000o)	1	0,47173	517 (0,349781o; 498 (0,301730o; 358 (0,324993o; 448 (0,023497o)	0	0,90774	260 (0,169812o; 299 (0,152418o; 237 (0,627233o; 233 (0,050538o)	0
315	1	315 (1,000000o)	2	0,95443	489 (0,363916o; 358 (0,273225o; 290 (0,362860o)	0	1	315 (1,000000o)	1
318	1	318 (1,000000o)	0	1	318 (1,000000o)	0	1	318 (1,000000o)	1
319	1	319 (1,000000o)	0	0,67324	517 (0,179479o; 406 (0,610168o; 358 (0,105353o; 416 (0,098045o; 448 (0,006954o)	0	0,93024	517 (0,496741o; 299 (0,205831o; 346 (0,253003o; 237 (0,044425o)	0
346	1	346 (1,000000o)	11	0,94404	358 (0,083015o; 546 (0,453250o; 478 (0,413666o; 453 (0,009934o; 448 (0,040135o)	0	1	346 (1,000000o)	13
357	0,62868	304 (0,000554o; 301 (0,303534o; 289 (0,135129o; 346 (0,560783o)	0	0,31559	517 (0,096086o; 358 (0,162015o; 546 (0,581881o; 416 (0,085943o; 478 (0,058736o; 448 (0,005518o; 419 (0,009820o)	0	0,70634	260 (0,053682o; 318 (0,006858o; 299 (0,323093o; 346 (0,111721o; 237 (0,486158o; 257 (0,018488o)	0
358	1	358 (1,000000o)	0	1	358 (1,000000o)	26	1	358 (1,000000o)	2
406	1	406 (1,000000o)	0	1	406 (1,000000o)	2	0,81349	517 (0,652223o; 498 (0,332756o; 299 (0,015022o)	0
416	1	416 (1,000000o)	10	1	416 (1,000000o)	4	0,74278	299 (0,287502o; 237 (0,070595o; 507 (0,331771o; 448 (0,024528o; 419 (0,285605o)	0
419	1	419 (1,000000o)	1	1	419 (1,000000o)	4	1	419 (1,000000o)	5

431	1	431 (1,000000o	0	0,70733	358 (0,357523o; 473 (0,482164o; 448 (0,141763o; 450 (0,018550o	0	0,74464	299 (0,436755o; 346 (0,313803o; 257 (0,156239o; 453 (0,075574o; 450 (0,017629o	0
448	1	448 (1,000000o	8	1	448 (1,000000o	18	1	448 (1,000000o	9
449	0,78983	416 (0,672522o; 419 (0,327478o	0	1	449 (1,000000o	1	1	449 (1,000000o	0
450	1	450 (1,000000o	0	1	450 (1,000000o	1	1	450 (1,000000o	2
452	0,90406	346 (0,039009o; 546 (0,613579o; 416 (0,224994o; 478 (0,121014o; 448 (0,001404o	0	0,81853	358 (0,012419o; 546 (0,744773o; 478 (0,240166o; 448 (0,002641o	0	1	452 (1,000000o	2
453	1	453 (1,000000o	4	1	453 (1,000000o	5	1	453 (1,000000o	3
462	0,81108	346 (0,355651o; 546 (0,165652o; 416 (0,344007o; 478 (0,134690o	0	0,70553	517 (0,284248o; 358 (0,065331o; 416 (0,223161o; 478 (0,193553o; 448 (0,001143o; 419 (0,232564o	0	0,5751	299 (0,120920o; 346 (0,361016o; 546 (0,509854o; 448 (0,008211o	0
464	0,7375	517 (0,297457o; 498 (0,586313o; 299 (0,078445o; 448 (0,037785o	0	0,41261	517 (0,205057o; 498 (0,774297o; 358 (0,000334o; 448 (0,020312o	0	0,64884	498 (0,794099o; 299 (0,038392o; 546 (0,137321o; 448 (0,030188o	0
465	1	465 (1,000000o	0	1	465 (1,000000o	0	1	465 (1,000000o	0
469	1	469 (1,000000o	0	0,98997	358 (0,103080o; 473 (0,602315o; 448 (0,294605o	0	0,99675	299 (0,121988o; 346 (0,570229o; 257 (0,047385o; 453 (0,246255o; 450 (0,014143o	0
473	0,66324	546 (0,198550o; 416 (0,324408o; 478 (0,467320o; 448 (0,009722o	0	1	473 (1,000000o	2	0,75266	299 (0,191000o; 346 (0,429705o; 452 (0,219350o; 448 (0,059439o; 419 (0,100506o	0
478	1	478 (1,000000o	5	1	478 (1,000000o	9	0,92398	299 (0,093933o; 346 (0,280529o; 452 (0,184343o; 448 (0,067425o; 419 (0,373770o	0
479	0,88203	517 (0,270973o; 346 (0,326195o; 416	0	0,96876	358 (0,087376o; 546 (0,522814o; 478	0	0,71462	517 (0,409762o; 299 (0,005515o; 346	0

		(0,370423o; 453 (0,017678o; 448 (0,014731o			(0,331270o; 453 (0,000227o; 448 (0,058313o			(0,497508o; 546 (0,072026o; 448 (0,015188o	
484	0,92038	489 (0,406103o; 346 (0,407825o; 416 (0,186072o	0	0,90556	489 (0,193462o; 517 (0,367679o; 358 (0,115999o; 449 (0,314477o; 419 (0,008383o	0	0,63165	517 (0,561615o; 299 (0,160382o; 346 (0,250674o; 237 (0,027329o	0
485	0,68894	517 (0,014540o; 546 (0,902662o; 416 (0,049939o; 478 (0,032526o; 448 (0,000332o	0	0,85747	358 (0,007300o; 546 (0,880701o; 478 (0,110273o; 448 (0,001727o	0	0,92031	299 (0,087868o; 546 (0,403087o; 507 (0,437332o; 448 (0,001901o; 419 (0,069812o	0
489	1	489 (1,000000o	3	1	489 (1,000000o	3	0,77349	517 (0,929013o; 237 (0,070987o	0
490	0,96651	517 (0,345888o; 546 (0,239594o; 416 (0,240854o; 478 (0,165798o; 448 (0,007866o	0	0,99169	358 (0,025567o; 546 (0,668617o; 478 (0,294181o; 448 (0,011635o	0	0,89426	346 (0,219297o; 546 (0,704772o; 448 (0,034323o; 419 (0,041607o	0
492	0,80332	517 (0,427717o; 299 (0,204642o; 346 (0,079521o; 416 (0,242599o; 448 (0,045521o	0	0,45449	517 (0,065578o; 358 (0,058201o; 546 (0,834034o; 448 (0,042188o	0	1	492 (1,000000o	0
493	1	493 (1,000000o	0	0,92049	517 (0,501363o; 358 (0,028434o; 546 (0,470203o	0	0,82843	517 (0,920289o; 346 (0,058283o; 237 (0,021428o	0
498	1	498 (1,000000o	1	1	498 (1,000000o	3	1	498 (1,000000o	2
507	0,94346	517 (0,553537o; 346 (0,035824o; 546 (0,410621o; 453 (0,000017o	0	0,92961	517 (0,118676o; 358 (0,006546o; 546 (0,874778o	0	1	507 (1,000000o	2
517	1	517 (1,000000o	6	1	517 (1,000000o	13	1	517 (1,000000o	7
546	1	546 (1,000000o	6	1	546 (1,000000o	13	1	546 (1,000000o	5

Fonte: o autor, 2016.

A mesma relação entre DMUs e seus *benchmarks* do Quadro 5.4 foram exemplificados anteriormente, na Figura 2.3. Tomando-se como exemplo a cooperativa 478, observa-se que foi considerada eficiente nos dois primeiros períodos ilustrados, servindo inicialmente como *benchmark* para 5 cooperativas e depois para 9 cooperativas. Já no terceiro período ilustrado obteve um índice de eficiência de aproximadamente 92%, tendo 5 outras cooperativas como

benchmark. O interessante é que a cooperativa 478 serviu como *benchmark* para a cooperativa 346 no período de 04/2015, mas no período seguinte os papéis se inverteram. Isso mostra que o mercado em que se inserem é dinâmico, porém que os valores de I podem auxiliar a identificar *clusters* com práticas semelhantes, já que as posturas das cooperativas não mudam tão drasticamente em pouco tempo. O mesmo movimento pode-se observar entre as cooperativas 346 e 478 (segundo e terceiro períodos), as cooperativas 478 e 452 (primeiro e terceiro períodos). e outras mais.

5.4 APLICAÇÃO DE MI

Os resultados do cálculo através de MI são apresentados no Quadro 5.5. As variações de produtividade foram obtidos utilizando-se como base o período imediatamente anterior. Assim, por exemplo, onde se lê 1=>2, entende-se que o MI é a variação de produtividade do período 1 até o período 2.

Quadro 5.5 - Índices de Malmquist das Cooperativas de Crédito

450	465	546	Cooperativas	
			Média	
1.774515	2.053364	3.113337		
1	1	1	1=>2	jan/09=>abr/09
1	1	1	2=>3	abr/09=>jul/09
1	1	1	3=>4	jul/09=>out/09
0.808797	1	1	4=>5	out/09=>jan/10
2.440401	1	2.843296	5=>6	jan/10=>abr/10
0.270769	1	0.154235	6=>7	abr/10=>jul/10
3.244015	1	1.25706	7=>8	jul/10=>out/10
0.199496	0.506238	0.273566	8=>9	out/10=>jan/11
4.578323	8.580593	3.997085	9=>10	jan/11=>abr/11
0.283435	0.22537	0.106393	10=>11	abr/11=>jul/11
4.219975	2.277025	1.994168	11=>12	jul/11=>out/11
0.314727	0.380693	0.252991	12=>13	out/11=>jan/12
3.489136	5.127404	14.64208	13=>14	jan/12=>abr/12
0.364398	0.202677	0.048497	14=>15	abr/12=>jul/12
3.034347	2.410149	2.41434	15=>16	jul/12=>out/12
0.208304	0.367875	0.479492	16=>17	out/12=>jan/13
3.797314	7.374129	18.79966	17=>18	jan/13=>abr/13
0.292577	0.133497	0.045174	18=>19	abr/13=>jul/13
4.458066	5.614295	12.67637	19=>20	jul/13=>out/13
0.224818	0.193906	0.113063	20=>21	out/13=>jan/14
3.500627	3.479715	5.332408	21=>22	jan/14=>abr/14
0.399192	0.847294	1.275817	22=>23	abr/14=>jul/14
2.818709	1.697922	1.262773	23=>24	jul/14=>out/14
0.321413	0.299053	0.300908	24=>25	out/14=>jan/15
3.620439	6.501156	8.558359	25=>26	jan/15=>abr/15
0.248102	0.16847	0.119025	26=>27	abr/15=>jul/15

Períodos em comparação

478	479	484	485	489	490	492	493	498	507	517	448
1.927584	2.094046	2.322905	2.84895	2.881126	2.935485	1.80551	3.077786	4.329863	4.164962	4.671008	2.859944
3.116627	3.367248	3.470599	3.771283	3.522921	4.140044	2.982737	3.77727	3.956328	4.021728	3.985864	1
0.360717	0.283365	0.26386	0.191305	0.238615	0.171111	0.373583	0.190098	0.179221	0.176419	0.179161	1
2.000495	2.298529	2.395629	2.839176	2.589708	3.214885	2.005387	2.964009	2.900014	3.279474	3.230577	1
0.394485	0.359896	0.343466	0.308857	0.320914	0.276696	0.410816	0.296849	0.296428	0.280759	0.286143	0.538302
4.448704	6.102281	7.05812	9.815567	9.099175	11.98875	3.582381	10.47089	10.92758	13.48253	13.51325	12.97588
0.396243	0.294695	0.265084	0.185126	0.194503	0.1546	0.432743	0.173308	0.164721	0.123655	0.126033	0.126439
1.499513	1.475455	1.460723	1.411231	1.417232	1.371128	1.486767	1.397142	1.382487	1.297608	1.314015	1.276975
0.234366	0.256709	0.277555	0.337749	0.321604	0.374947	0.224601	0.352651	0.362772	0.485656	0.483673	0.087904
7.171196	8.482816	9.527717	11.93419	11.45614	12.59695	6.043308	12.35021	12.81657	15.19085	15.46311	4.009197
0.269861	0.223857	0.200101	0.153368	0.155316	0.14624	0.281226	0.149616	0.13094	0.10973	0.109871	0.10214
2.488366	2.278241	2.248323	2.167408	2.165296	2.136907	2.82672	2.1487	2.058757	1.982218	1.992513	1.95926
0.404614	0.386528	0.372526	0.337254	0.339606	0.325969	0.419837	0.326656	0.269224	0.247339	0.246813	0.234442
3.709274	4.452774	5.368907	7.946044	7.522468	7.92985	2.927434	8.346099	14.03055	13.7848	14.81102	14.04125
0.302354	0.250372	0.197145	0.124927	0.129212	0.121568	0.374833	0.112126	0.051843	0.056135	0.051449	0.07918
2.3662	2.38269	2.411888	2.412366	2.41242	2.412519	2.353855	2.412637	2.414968	2.414755	2.414776	2.412963
0.280743	0.300516	0.365471	0.490927	0.525028	0.520696	0.256687	0.517311	0.429935	0.45741	0.432812	0.513359
5.312769	5.74931	7.042053	8.618646	9.222475	8.995098	4.61064	10.42219	27.40138	20.67059	29.1797	10.98486
0.249076	0.229747	0.152835	0.099328	0.083561	0.082539	0.272746	0.077699	0.038151	0.043582	0.030154	0.073314
3.798369	3.832304	5.097694	6.971434	7.975286	6.666848	3.759925	8.408874	17.17487	13.5294	22.31327	8.000063
0.243465	0.242721	0.212378	0.171272	0.157327	0.197417	0.24534	0.157713	0.091764	0.11187	0.080643	0.168787
3.027691	3.024959	3.229681	3.773852	4.046595	3.446786	3.040792	4.0266	5.947177	5.240005	6.970579	3.999359
0.556467	0.564516	0.704163	0.99979	1.141333	0.817352	0.59103	1.119774	1.309554	1.278577	1.410229	1.181883
2.34383	2.331019	2.002188	1.504695	1.358599	1.778152	2.216218	1.384926	1.241524	1.267857	1.175482	1.293581
0.297559	0.297585	0.298103	0.299657	0.300389	0.298708	0.297642	0.300335	0.252052	0.300775	0.045984	0.300938
4.585035	4.732774	5.199821	7.05052	8.08238	5.961342	4.677815	8.006937	6.639467	8.325589	1.35322	6.9079
0.259159	0.244301	0.229511	0.156722	0.131171	0.19537	0.248193	0.131803	0.108143	0.129691	0.245859	0.090582

358	406	416	419	431	449	452	453	462	464	469	473
1.775596	2.98758	2.408566	2.006775	1.821729	1.802102	2.540621	2.489132	1.950629	2.135856	1.788395	1.876746
3.417543	3.469169	3.485455	3.099799	3.301247	2.942575	3.593834	3.969592	3.211288	3.184213	3.097419	3.200206
0.361698	0.263676	0.256133	0.371903	0.368717	0.356363	0.224525	0.167368	0.335219	0.332686	0.348007	0.352162
2.268917	2.398333	2.443673	1.962864	2.270602	2.206761	2.665938	3.352795	2.086522	2.109102	2.293079	1.997224
0.471943	0.342387	0.338444	0.396169	0.485363	0.419623	0.32187	0.270158	0.380858	0.381458	0.45344	0.396286
2.936283	7.338501	7.587385	4.649688	2.905843	3.460431	8.478451	13.94863	5.016397	5.020134	3.04174	4.309895
0.357443	0.238237	0.228615	0.377244	0.340235	0.419601	0.223243	0.12268	0.367651	0.348875	0.359531	0.424097
2.157998	1.443044	1.437163	1.495922	2.431063	1.316357	1.438944	1.287626	1.49602	1.486317	2.221892	1.478238
0.22923	0.300529	0.301944	0.237269	0.231035	0.473278	0.306407	0.522542	0.234782	0.24898	0.230033	0.227829
5.16901	10.75109	10.61724	7.278768	4.715363	5.931049	10.71725	4.030541	6.961377	7.993788	4.845176	6.627896
0.282751	0.16862	0.176557	0.267398	0.282319	0.286207	0.174032	0.316792	0.273091	0.240536	0.282163	0.276198
3.611384	2.186668	2.210977	2.350626	3.958419	3.021186	2.204714	1.383163	2.573253	2.291894	3.900903	2.71317
0.436129	0.341761	0.357427	0.399219	0.377952	0.421071	0.357484	0.463357	0.406472	0.392086	0.393443	0.412294
2.697995	7.968249	6.192438	3.929959	3.074089	2.948503	6.247751	4.738865	3.618396	4.310763	2.964743	3.391749
0.432444	0.11644	0.168798	0.282608	0.389616	0.381908	0.158059	0.098906	0.310333	0.245044	0.402097	0.326107
2.390877	2.412554	2.412001	2.374746	2.673163	2.349063	2.412106	1.554348	2.36532	2.389703	2.549122	2.361437
0.242863	0.516814	0.394039	0.296975	0.236422	0.249513	0.407977	0.622214	0.27807	0.320745	0.246931	0.271215
3.808333	10.69737	7.559958	5.822084	3.703438	4.482868	7.668009	7.281677	5.26835	6.389287	3.644104	5.006399
0.302897	0.069561	0.136031	0.204955	0.293649	0.281878	0.129038	0.132375	0.239454	0.163466	0.294727	0.267666
3.889732	10.45259	4.827088	4.305274	4.256266	3.770723	5.599508	6.016471	3.940947	5.085779	4.054408	3.76192
0.282465	0.131094	0.226921	0.222956	0.248851	0.259151	0.196948	0.200155	0.239097	0.206266	0.268838	0.249986
2.952741	4.565187	3.141261	3.205837	3.257484	2.946171	3.428848	3.568914	3.039223	3.327941	3.087247	2.970274
0.430226	1.217493	0.636175	0.691181	0.409847	0.524118	0.816645	1.219614	0.57312	0.779571	0.418159	0.524269
2.841291	1.297564	2.170718	1.987428	2.978712	2.4787	1.762251	1.0727	2.356074	1.782153	2.917293	2.461572
0.312345	0.300766	0.297746	0.298256	0.303474	0.297314	0.298752	0.548647	0.297474	0.298746	0.308893	0.297267
3.625888	8.570394	4.763237	5.454253	3.62131	4.370469	6.038497	7.714173	4.588919	6.016603	3.622044	4.231781
0.25507	0.118976	0.255282	0.212763	0.250475	0.259781	0.185064	0.113136	0.258636	0.186115	0.252839	0.258259

257	260	289	290	299	301	304	315	318	319	346	357
2.057621	1.765014	1.809762	1.93248	1.804007	1.784238	1.775138	1.805961	1.806226	2.007864	1.82257	1.749936
5.741029	3.199631	2.926812	4.636855	2.898774	2.926597	3.320768	3.583608	3.377569	3.077176	2.93325	3.062471
0.430968	0.357651	0.356193	0.433813	0.347982	0.353329	0.359801	0.376499	0.373896	0.365708	0.360017	0.352888
2.755312	2.284446	2.171908	2.104213	2.239917	2.218942	2.256783	2.260975	2.253443	2.000126	2.164357	2.263715
0.545789	0.447471	0.417091	0.584495	0.426224	0.429572	0.443631	0.50301	0.509382	0.396368	0.417138	0.443832
2.45698	3.107513	3.495781	2.552194	3.440369	3.308088	3.145669	2.791117	2.749249	4.446169	3.515775	3.13911
0.285392	0.375728	0.426344	0.293321	0.407681	0.399351	0.380143	0.33249	0.33216	0.385059	0.420642	0.379279
3.471106	2.024465	1.703622	2.769921	1.894962	1.868873	2.033573	2.399936	2.342938	1.49651	1.793448	1.969587
0.21501	0.227334	0.223969	0.210347	0.2255	0.22517	0.228046	0.231441	0.231012	0.236617	0.224661	0.227633
4.991028	5.369654	5.817062	4.589565	5.709595	5.659178	5.284257	4.71256	4.716871	7.38893	5.76268	5.121329
0.287166	0.287132	0.286076	0.283355	0.288003	0.290995	0.286213	0.282291	0.282203	0.260708	0.288688	0.284977
4.206618	3.402345	2.979519	4.306043	3.042955	3.25574	3.457273	3.941977	3.905042	2.385542	3.07997	3.363747
0.318235	0.426873	0.420512	0.314799	0.420948	0.425024	0.428063	0.384179	0.382005	0.400035	0.421472	0.426166
3.073802	2.71263	2.971843	3.508082	2.990419	2.794648	2.662533	3.041069	3.065993	3.921435	2.983075	2.711776
0.415683	0.430663	0.372689	0.363559	0.370476	0.401594	0.426554	0.394891	0.389082	0.285537	0.369131	0.414419
3.147699	2.33555	2.3526	3.022245	2.352317	2.346663	2.345118	2.56004	2.648229	2.375192	2.352552	2.344745
0.183082	0.238762	0.25486	0.208779	0.253248	0.246089	0.239005	0.247601	0.238515	0.299043	0.25519	0.240516
5.044333	3.886582	4.608787	3.964758	4.513018	4.238817	3.962717	3.645753	3.684595	5.916326	4.668088	4.038133
0.278583	0.303259	0.274361	0.292138	0.279478	0.294688	0.303755	0.29507	0.294404	0.20005	0.273238	0.301096
3.914694	3.800911	3.764165	4.493645	3.769317	3.77017	3.817314	4.003306	4.147269	4.295231	3.763934	3.778506
0.244423	0.278934	0.254119	0.233557	0.259968	0.268695	0.280294	0.267808	0.248606	0.222609	0.251262	0.269406
3.977822	2.884972	2.970236	3.711713	2.931173	2.890434	2.886391	3.167182	3.280001	3.221882	2.995332	2.879677
0.421701	0.449871	0.554761	0.394596	0.514783	0.477187	0.451782	0.414554	0.412729	0.705647	0.562831	0.459311
3.18333	2.768945	2.338425	2.776923	2.497694	2.684541	2.790098	2.938494	2.917473	1.951484	2.332422	2.74511
0.317538	0.302443	0.297487	0.329181	0.297245	0.297038	0.304012	0.305483	0.30717	0.298256	0.297534	0.301918
3.310724	3.731594	4.554894	3.619858	4.272446	4.060632	3.803378	3.621651	3.621198	5.463771	4.648133	3.723395
0.280097	0.255013	0.259695	0.246522	0.259682	0.258124	0.256402	0.251996	0.250841	0.209055	0.252011	0.255585

Desvio Padrão	Mínimo	Máximo	Média	210	233	237	250	251	252
0.715387	1.749936	4.671008	2.256205	1.78143	2.00714	1.819285	1.813198	1.774058	1.769209
0.947672	1	5.741029	3.262351	3.074087	5.724127	2.985185	2.957037	2.975981	3.319851
0.21003	0.167368	1	0.380449	0.348507	0.447806	0.376028	0.360078	0.410779	0.36236
0.539297	1	3.352795	2.266008	2.254238	2.313272	2.04861	2.162542	2.148843	2.29501
0.157823	0.270158	1	0.443197	0.443282	0.623035	0.414244	0.415803	0.437255	0.465824
3.603839	1	13.94863	5.456991	3.160338	2.45698	3.650505	3.534117	3.246761	2.925703
0.144548	0.12268	1	0.323979	0.389575	0.285392	0.446353	0.422039	0.39359	0.354926
0.568623	1	3.471106	1.78789	1.918495	3.34464	1.578751	1.744958	1.947784	2.16938
0.092754	0.087904	0.522542	0.274705	0.226023	0.20506	0.222018	0.222952	0.226662	0.228936
3.108598	3.997085	15.46311	7.28708	5.518162	4.753413	6.142751	6.020128	5.405067	5.119561
0.065117	0.10214	0.316792	0.239716	0.291197	0.281443	0.281188	0.284719	0.285056	0.281685
0.772594	1.383163	4.306043	2.867174	3.200815	4.197653	2.87129	2.949351	3.52264	3.604071
0.058769	0.234442	0.463357	0.37388	0.423813	0.316316	0.41849	0.419394	0.430258	0.430125
3.634285	2.655243	14.81102	5.200558	2.81637	3.091875	3.074242	2.984411	2.753078	2.655243
0.132482	0.048497	0.432444	0.284709	0.40194	0.415683	0.351486	0.376133	0.425946	0.427382
0.243831	1.554348	3.147699	2.441989	2.347289	3.034089	2.356409	2.351138	2.349799	2.3425
0.11457	0.183082	0.622214	0.323377	0.246875	0.183082	0.256677	0.253459	0.238759	0.238072
5.805083	3.644104	29.1797	7.290068	4.292568	4.97922	4.640864	4.595357	3.880327	3.980099
0.095423	0.030154	0.303755	0.212014	0.288942	0.285137	0.273051	0.279328	0.300853	0.303508
3.856418	3.759925	22.31327	5.78503	3.771743	3.914694	3.764567	3.769379	3.779354	3.770369
0.052973	0.080643	0.282465	0.221923	0.260538	0.244423	0.254858	0.257214	0.27107	0.27354
0.872498	2.879677	6.970579	3.509634	2.92319	3.93301	2.977836	2.955094	2.889929	2.87971
0.309209	0.394596	1.410229	0.693087	0.514526	0.423544	0.552035	0.521425	0.470348	0.449892
0.60907	1.0727	3.18333	2.206924	2.503609	2.798823	2.404006	2.511671	2.601553	2.783068
0.054863	0.045984	0.548647	0.301261	0.297207	0.34209	0.297344	0.297246	0.297212	0.29956
1.670243	1.35322	8.570394	5.00692	4.145473	3.310724	4.402032	4.239651	4.177843	3.783682
0.055371	0.090582	0.280097	0.220428	0.25837	0.280097	0.260595	0.258528	0.258773	0.255382

Fonte: o autor, 2017.

Observando-se os resultados no Quadro 5.4, percebe-se, por exemplo, para a cooperativa 210, houve um ganho de produtividade de aproximadamente entre Julho de 2010 a Outubro de 2010, pois o MI>1. Em

contrapartida, houve redução da produtividade entre Abril de 2009 e Julho de 2009, pois o $MI < 1$. Dessa forma pode-se observar o comportamento produtivo durante os períodos apresentados.

Os resultados como um todo foram esclarecedores, pois evidenciam que o comportamento das cooperativas apresentou variação consistente entre o MI e os índices individuais de eficiência calculados com o modelo BCC. De um modo geral, as cooperativas que parecem ser voltadas à busca por maior eficiência (tome-se como exemplos a 251, 357 e 358) tiveram picos medidos pelo MI, bem como apresentam algumas das melhores médias e os maiores desvios padrão. O oposto também parece ser verdadeiro (como exemplo as cooperativas 406, 416 e 498), que aparentemente tiveram um desempenho tendendo sempre para a ineficiência e baixa produtividade. Essa tendência poderia evidenciar uma distribuição de fatores de inovação heterogênea, pois os comportamentos individuais das cooperativas foram razoavelmente constantes no período analisado.

5.5 RESUMO DOS RESULTADOS

Em suma, nesta seção foi descrita a exclusão de dados inconsistentes, primeiramente manualmente eliminando-se dados ausentes e posteriormente com o uso da ferramenta PCA, classificando as informações restantes por ordem de relevância. Dos 494 indicadores iniciais foram selecionadas apenas 10 variáveis para subsidiar o cálculo de eficiência pela metodologia DEA e MI.

A Figura 5.1 trouxe os passos realizados para que esta filtragem fosse realizada de forma reproduzível. O Quadro 5.1 expôs informações decorrentes da utilização de PCA que embasaram a escolha das variáveis mais importantes para o primeiro componente principal como mais relevantes para esta análise como um todo. O Quadro 5.2 apresentou então um exemplo para quatro cooperativas, para um período observado, do conjunto de dados resultantes, apenas com as 10 variáveis selecionadas.

Foi então apresentada a aplicação de DEA e o Quadro 5.3 apresentou os resultados da análise, para todas as cooperativas em todos os períodos, seguido de comentários sobre informações que puderam ser obtidas. O Quadro 5.4 foi formado pela matriz de I das cooperativas, para sublinhar suas

interdependências e enquanto *benchmarks* e aglomeração por posturas produtivas.

Finalmente foi descrita a aplicação de MI, com o Quadro 5.5 trazendo os resultados, possibilitando uma análise longitudinal, seguida de comentários sobre os achados.

6 CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou a avaliação de nível de eficiência de cooperativas de crédito paranaenses fazendo uso de uma metodologia de apoio à tomada de decisão, composta pelas técnicas DEA, PCA e MI. Realizou-se um estudo com dados reais das cooperativas sob diversas alternativas de tratamento das informações disponíveis e observou-se ser uma alternativa viável para auxílio aos tomadores de decisão e analistas.

Com ambas as avaliações (DEA versão BCC e MI) tornam-se mais evidentes as diferenças entre os desempenhos das DMUs. Os índices de eficiência no decorrer dos períodos, calculados através de DEA versão BCC oferecem ao gestor uma visão transversal do trimestre em questão, bem como o MI provê uma visão longitudinal, da produtividade da DMU. Ambas as visões são importantes, pois levam a estabelecer *benchmarks* com mais precisão e, conseqüentemente, poderão melhor auxiliar os gestores no desenvolvimento de políticas de curto, médio e longo prazo.

O uso da técnica PCA proporcionou a seleção de variáveis a serem utilizadas no modelo DEA e MI. Quando se tem um estudo embasado metodologicamente nessas técnicas, um dos problemas recorrentes é a seleção imparcial de variáveis. Como uma forte característica dessas metodologias é a de excluir a subjetividade da análise, a escolha das variáveis também necessitaria ser feita de forma objetiva.

A metodologia PCA foi importante para manter a neutralidade da pesquisa desde o início. Ainda assim uma “limpeza” inicial de dados ausentes que não poderiam fazer parte da análise precisou ser efetuada manualmente. Mais especificamente, neste estudo, através de PCA selecionou-se 8 *inputs* e 2 *outputs dentre os 57 inputs* e 14 *outputs* que haviam sido disponibilizados após a exclusão inicial de dados inconsistentes/irrelevantes.

Já a metodologia DEA pode ser utilizada para a avaliação de eficiência de cooperativas, bem como de organizações com unidades semelhantes, desde que possuam capacidade de ser rotuladas com relativamente poucas variáveis ou que possuam muitas unidades semelhantes com dados de desempenho disponíveis. Matematicamente, a metodologia já foi bastante explorada. No entanto a aplicação é restrita, uma vez que a discriminação feita

através da ferramenta é em grande parte devida à escolha das variáveis, principalmente no que tange às suas quantidades. Não há uma fórmula única para realizá-la, e a forma escolhida é tão importante quanto a metodologia em si, pois tem a mesma capacidade em alterar os resultados. Caso essa escolha não seja realizada com parcimônia suficiente, o resultado seria discutível, podendo perder credibilidade.

Uma das principais características que ficaram evidentes durante o estudo, é a tendência da ferramenta em se atribuir 100% de eficiência para as unidades conforme a quantidade de DMUs diminui. Em outras palavras, o poder discriminatório da metodologia diminui conforme o número de unidades que estão sendo avaliadas também decresce ou o número de variáveis aumenta, ou seja, piora a relação entre DMUs/variáveis. Isto pode resultar em duas situações: na necessidade de diminuir a quantidade das características (variáveis, tanto *inputs* quanto *outputs*) das unidades avaliadas, com o risco de simplificar em demasia a análise, ou então na perda da capacidade de discriminação pelo modelo DEA.

Mais especificamente, neste estudo, percebeu-se que algumas cooperativas mostraram um comportamento “isolado” das demais, como por exemplo as cooperativas 318 e 465. Ambas foram consideradas eficientes em quase todo o período analisado, mas mesmo assim não foram consideradas *benchmark* em nenhum período analisado. Por outro lado, observa-se que as cooperativas 485 e 357, por exemplo, fizeram parte de “clusters” de comportamento produtivo. Isto porque foram consideradas eficientes poucas vezes (menos da metade dos períodos) mas tiveram como *benchmarks* diversas outras DMUs simultaneamente.

Entretanto, para atingir esse nível de discriminação foi necessária uma outra ferramenta, para “filtrar” as variáveis relevantes (a metodologia PCA). Assim, vem à tona um aspecto interessante do modelo: não é de aplicabilidade simples, embora a implementação o seja.

Outra evidência encontrada foi a da necessidade de analistas com intimidade com a ferramenta. Durante a pesquisa foram feitos testes com utilização de conjuntos de dados diversos, que poderiam levar a conclusões incorretas, pois a ferramenta retorna os índices de eficiência conforme as

características são incluídas no modelo já tabuladas. A escolha das variáveis, das próprias DMUs e períodos de análise podem alterar os resultados, cabendo ao analista ter a sensibilidade inexistente no modelo matemático.

A metodologia MI trouxe ainda uma visão panorâmica das eficiências das cooperativas analisadas. As variações na produtividade de cada singular ficou clara e seria útil para embasar decisões e traçar novas estratégias, em todos os níveis organizacionais. Uma das preocupações durante essa pesquisa era a de filtrar as informações realmente relevantes das demais. Quando se utiliza MI para os dados em painel, tem-se uma análise longitudinal, que evidencia o comportamento das DMUs ao longo do tempo. No caso das cooperativas, sensíveis a alterações de mercado, esta face da metodologia é especialmente importante, pois em dado período uma ou outra cooperativa pode ter sofrido influências de eventos isolados, mas que no decorrer do tempo retornam à normalidade. Caso a análise fosse restrita a apenas um período, tais eventos poderiam mascarar problemas ou subestimar bons comportamentos. Especificamente, pode-se destacar os resultados correlacionados em todas as cooperativas, no sentido em que melhoram sua produtividade em um período e decrescem no período seguinte. Isso ocorreu em quase todas as comparações. Uma das possíveis explicações é a de que estamos lidando com períodos trimestrais e as cooperativas têm apresentação de resultados semestralmente. Outra explicação possível, embora improvável dado o comportamento sincronizado entre as cooperativas, seja a dificuldade em se manter uma produtividade crescente por mais de um período neste mercado. Esta característica da análise mereceria maior investigação por parte dos gestores.

Também ficou evidente durante a pesquisa que a análise por envoltória de dados é uma ferramenta importante em otimização. Pode auxiliar a identificar DMUs com potencial para desenvolvimento ou para tornarem-se *benchmarks*, recursos a ser economizados, entre outras informações relevantes. Entretanto, como visto na revisão do trabalho de Fernandez, Koop e Steel (2005), a definição de eficiência, seleção de dados e quantidade de DMUs podem alterar significativamente os resultados. Para manter a imparcialidade da escolha das variáveis que irão “alimentar” a metodologia, a ferramenta PCA mostrou-se de fácil implementação. Os custos computacionais

tanto de PCA quanto de DEA foram irrelevantes, tendo sido realizados em um computador de razoável capacidade sem maiores problemas. Isto é particularmente importante no caso de os cálculos terem que ser refeitos por diversas vezes, como em um ambiente empresarial dinâmico, por exemplo.

Uma possibilidade para estudo futuro pode ser a integração entre as ferramentas PCA, DEA, MI e outras que incluam a preferência de decisores na escolha de variáveis a serem consideradas no modelo, tais como modelos de maximização de utilidade ou otimização de preferências, envolvendo os gestores das DMUs na escolha das características relevantes para a análise.

REFERÊNCIAS

- ADAM, A.; DELIS, M. D.; KAMMAS, P. Are democratic governments more efficient? **European Journal of Political Economy**, v. 27, p. 75–86, 2011.
- ADLER, N.; YAZHEMSKY, E. Improving discrimination in data envelopment analysis: PCA–DEA or variable reduction. **European Journal of Operational Research**, v. 202, p. 273–284, 2010.
- AL-SAYED, A. Principal component analysis within nuclear structure. **Nuclear Physics** v. 933, p. 154–164, 2015.
- ALI, A. S. Efficiency of Private Pension Companies in Turkey Using Data Envelopment Analysis (DEA). **Chaos, Complexity and Leadership**, Springer International Publishing Switzerland, 2014. Cap. 45.
- ANDERSON, G; CRAWFORD, I; LEICESTER, A. Welfare Rankings from Multivariate Data, a Nonparametric Approach. **Journal of Public Economics**, v. 95, p. 247–252, 2011.
- ANDERSEN, P.; PETERSEN, N. C. A procedure for ranking efficient units in data envelopment analysis. **Management Science**, v. 39, p. 1261-1265, 1993.
- BACEN. **Os 50 Maiores Bancos**. Disponível em <http://www4.bcb.gov.br/fis/cosif/indrank.asp>. Acesso em 28/07/2013.
- BANKER, R. D.; CHARNES, A.; COOPER, W. W. Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis. **Management Science**, v. 30, n. 9, 1984.
- BARRIENTOS, A.; BOUSSOFIANE, A. How efficient are pension fund managers in Chile? **Revista de Economia Contemporanea**, Rio de Janeiro, v.9, p. 289-311, 2005.
- BOUSSOFIANE, A.; DYSON, R. G. Applied Data Envelopment Analysis. **European Journal of Operational Research**, v.52, p.1-15, 1991.
- BOWLIN, W. F. Measuring Performance: An Introduction to Data Envelopment Analysis (DEA). **Journal of Cost Analysis**, v. 7, p. 3-27, 1998.
- BRUCE HO, C. T.; DASH WU, D. S. Online banking performance evaluation using data envelopment analysis and principal component analysis. **Computers & Operations Research**, v. 36, p. 1835-1842, 2009.
- CAMACHO, J.; PICO, J.; FERRER, A. Data understanding with PCA: Structural and Variance Information plots. **Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems**, v. 100, p. 48–56, 2010.
- CARVALHO, F. L.; DIAZ, M. D. M.; BIALOSKORSKI NETO, S.; KALATZIS, A. E. G. Saída e Insucesso das Cooperativas de Crédito no Brasil: Uma Análise do Risco. **Revista Contabilidade e Finanças – USP**, São Paulo, v. 26, n. 67, p. 70-84, 2015.
- CAVES, D.W., CHRISTENSEN, L.R., DIEWERT, W.E. The economic theory of index numbers and the measurement of input output, and productivity. **Econometrica**, v.50, p. 1393–1414. 1982.

CERETTA, P. S.; NIEDERAUER, C. A. P. Rentabilidade e Eficiência no Setor Bancário Brasileiro. **Revista de Administração Contemporânea**, v. 5, p. 07-26. Set./Dez. 2001.

CHARNES, A.; COOPER, W. W.; RHODES, E. Measuring the efficiency of decision making units. **European Journal of Operational Research**, v. 2, p. 429-444, 1978.

CHARNES, A.; COOPER, W. W.; LEWIN, A. Y.; SEIFORD, L. M. **Data Envelopment Analysis: theory, methodology and application**. Massachusetts (EUA): Kluwer, 1997.

CHEN, J.; WAN, Z.; ZHANG, F.; PARK, N.; HE, X.; YIN, W. Operational Efficiency Evaluation of Iron Ore Logistics at the Ports of Bohai Bay in China: Based on the PCA-DEA Model. **Mathematical Problems in Engineering**, v. 16, 2015.

CHICA, M.; BAUTISTA, J.; CORDÓN, O.; DAMAS, S. A multiobjective model and evolutionary algorithms for robust time and space assembly line balancing under uncertain demand. **Omega**, v. 58, p. 55–68, 2016.

CHUNG, Y. H., FÄRE, R.; GROSSKOPT, S. Productivity and undesirable *outputs*: A directional distance function approach. **Journal of Environmental Management**, v. 51, p. 229-240, 1997.

COOK, W.D.; GREEN, R.H.; ZHU, J. Dual-role factors in data envelopment analysis. **IIE Transactions**, v.38, n. 2, p.105–115, 2006.

COOPER, W. W.; SEIFORD, L. M.; TONE, K. **Data envelopment analysis: a comprehensive text with models, applications, references and DEA-Solver software**. Second Edition. New York: Springer Science + Business Media, 2001.

CURI, C.; DARAIO, C.; LLERENA, P. University technology transfer: how (in)efficient are French universities? **Cambridge Journal of Economics**, v.36, p. 629–654, 2012.

DEMETRIADES, P.; FIELDING, D. Information, Institutions, and Banking Sector Development in West Africa. *Economic Inquiry*, **University of Otago Economics Discussion**; Papers 0902, 2009.

DERR, J. B. The Cooperative Movement of Brazil and South Africa. **Sustainable Development**, v. 1, p. 1-14, 2013.

DONG, F.; MITCHELL, P. D.; KNUTESON, D.; WYMAN, J.; BUSSAN, A. J.; CONLEY, S. Assessing sustainability and improvements in US Midwestern soybean production systems using a PCA–DEA approach. **Renewable Agriculture and Food Systems**, p. 1-16, 2015.

DONG, F.; MITCHELL, P. D.; COLQUHOUN, J. Measuring farm sustainability using data envelope analysis with principal components: The case of Wisconsin cranberry. **Journal of Environmental Management**, v. 147, p. 175 -183, 2015.

DONTHU, A, N.; HERSHBERGERB, E. K.; OSMONBEKOV, T. Benchmarking Marketing Productivity Using Data Envelopment Analysis. **Journal of Business Research**, v.58, p. 1474– 1482. 2005.

DYSON, R.G.; ALLEN, R.; CAMANHO, A.S.; PODINOVSKI, V.V.; SARRICO, C.S.; SHALE, E.A. **Pitfalls and Protocols in DEA**. *European Journal of Operational Research*, 132, 245-259, 2001.

EKEN, M. H.; KALE, S. **Measuring Bank Branch Performance Using Data Envelopment Analysis (DEA): The case of Turkish bank branches**. *African Journal of Business Management*, v. 5, p. 889-901, 2011.

FÄRE, R.; GROSSKOPF, S.; MARGARITIS, D. **Malmquist Productivity Indexes and DEA**. *International Series in Operations Research & Management Science*, n. 164, p. 127-149, 2011.

FERNANDEZ, C.; KOOP, B. G.; STEEL, M. F. J. Alternative Efficiency Measures for Multiple-*Output* Production. **Journal of Econometrics**, v.126, p. 411-444, 2005.

GIOKAS, D. I. Assessing the Efficiency in Operations of a Large Greek Bank Branch Network Adopting Different Economic Behaviors. **Economic Modelling**, v. 25, p.559–574, 2008.

GOLANY, B.; ROLL, Y. An Application Procedure for DEA. **Omega**, v. 17, p. 237-250, 1989.

GONÇALVES, A. C.; NORONHA, C. P.; LINS, M. P. E.; ALMEIDA, R. M. V. R. Análise Envoltória de Dados na Avaliação de Hospitais Públicos nas Capitais Brasileiras. **Revista Saúde Pública**, v. 41, p.427-35. 2007.

HATAMI-MARBINI, A.; TAYANA, M. Efficiency measurement in fuzzy additive data envelopment analysis. **International Journal of Industrial and Systems Engineering**, v. 10, n. 1, p. 1-20, 2011.

HAUGLAND, S. A.; MYRTVEIT, I.; NYGAARD, A. Market Orientation and Performance in the Service Industry: A Data Envelopment Analysis. **Journal of Business Research**. v. 60, p. 1191–1197, 2007.

HELFAND, S. M.; LEVINE, E. S. Farm size and the determinants of productive efficiency in the Brazilian Center-West. **Agricultural Economics**, v. 31, p. 241–249, 2004.

HOLOD, D; LEWIS, H. F. Resolving the deposit dilemma: a new DEA bank efficiency model. **Journal of Banking & Finance**, v.35, p.2801–2810, 2011.

HOMBURG, C. Using data envelopment analysis to *benchmark* activities. **International Journal of Economics**, v. 73, p. 51-58, 2001.

HSEU, J. S.; SHANG J. K. Productivity changes of pulp and paper industry in OECD countries, 1991–2000: a non-parametric Malmquist approach. **Forest Policy and Economics**, v. 7, p. 411– 422, 2005.

KAFFASH, S.; MARRA, M. Data envelopment analysis in financial services: a citations network analysis of banks, insurance companies and money market funds. **Annals of Operations Research**, p. 1-38, 2016.

KAO, C.; LIU, S. T. Measuring performance improvement of Taiwanese commercial banks under uncertainty. **European Journal of Operational Research**, v. 235, p. 755–764, 2014.

KASSAI, S. **Utilização da análise por envoltória de dados (DEA) na análise de demonstrações contábeis**. 2002. Tese de Doutorado - USP, Sao Paulo, 2002.

KAWAMOTO, K.; KIM K. Social capital and efficiency of earthquake waste management in Japan. **International Journal of Disaster Risk Reduction**, v. 18, p.256–266, 2016.

KUOSMANEN, T.; KORTELAINEN, M. Valuing Environmental Factors In Cost–Benefit Analysis Using Data Envelopment Analysis. **Ecological Economics**, v.62, p. 56–65, 2007.

LIANG, L.; YONGJUN, L.; SHIBING, L. Increasing the discriminatory power of DEA in the presence of the undesirable *outputs* and large dimensionality of data sets with PCA. **Expert Systems with Applications**, v. 36, p. 5895–5899, 2009.

LIU, J. S.; LU, L. Y. Y.; LU, W. Research fronts in data envelopment analysis. **Omega**, v. 58 p. 33–45, 2016.

LUO, X. Evaluating the profitability and marketability efficiency of large banks: an application of data envelopment analysis. **Journal of Business Research**, v. 56, p. 627- 635,2003.

MACEDO, A. S.; CÍPOLA, M. F.; FERREIRA, A. F. R. Desempenho Social no Agronegócio Brasileiro: aplicando DEA no Segmento de Usinas e Processamento de Cana-de-açúcar. **Revista de Economia e Sociologia Rural**, v. 48, n. 1, p. 223-243, 2010.

MAHDILOO, M.; NOORIZADEH, A.; SAEN F. R. Developing a new data envelopment analysis model for customer value analysis. **Journal of Industrial and Management Optimization**, v.7, p. 531–558, 2011.

MARINHO, A. Avaliação da Eficiência técnica nos Serviços de Saúde nos Municípios do Estado do Rio de Janeiro. **Revista Brasileira de Economia Rio de Janeiro**, v. 57, p. 515-534, 2003.

MARINHO, E; SOARES F.; BENEGAS, M. Desigualdade de Renda e Eficiência Técnica na Geração de Bem-Estar entre os Estados Brasileiros. **RBE Rio de Janeiro**, v.58, p. 583-608, 2004.

MARINHO, A.; CARDOSO S. de S.; ALMEIDA, V. de. Avaliação Comparativa de Sistemas de Saúde com a Utilização de Fronteiras Estocásticas: Brasil e OCDE. **Revista Brasileira de Economia Rio de Janeiro**, v. 66, n. 1, p. 3-19, 2012.

MAROTO, A.; ZOFIO, J. L. Accessibility gains and road transport infrastructure in Spain: A productivity approach based on the Malmquist index. **Journal of Transport Geography**, v. 52, p. 143–152, 2016.

MISHIMA, K.; NAKANO, A.; UMEDA, H.; SHIRAIISHI, R.; UYAMA, Y. Gender differences in posed smiles using principal component Analysis. **Journal of Cranio-Maxillo-Facial Surgery**, v. 43, p. 144 – 148, 2015.

ODECK, J. Statistical precision of DEA and Malmquist indices: A bootstrap application to Norwegian grain producers. **Omega**, v. 37, p. 1007 – 1017, 2009.

ORTEGA, O. V. D.; CHÁVEZ, J. C. L. N. (2015). Productividad total de los factores en las terminales de contenedores en los puertos de México: una medición através del índice Malmquist. **Contaduría y Administración**, v. 60, p. 663–685, 2015.

OLIVEIRA, P. H. M.; BRESSAN, V. G. F.; Cooperativas de Crédito Brasileiras Adotam Monitoramento Internacional de Desempenho? **Journal of Financial Innovation**, São Paulo, v. 1, p. 91–105, 2015.

PASTOR, J. T; ASMILD, M; LOVELL, C. A. K. The biennial Malmquist productivity change index. **Socio-Economic Planning Sciences**, n. 45, p. 10 – 15, 2011.

PÉRICO, A. N.; REBELATTO, D. A. N.; SANTANA, N. B. Eficiência bancária: os maiores bancos são os mais eficientes? Uma análise por envoltória de dados. **Revista Gestão & Produção**, São Carlos, v. 15, n. 2, p. 421-431. 2008.

PREMACHANDRA, I. M. A note on DEA vs principal component analysis: An improvement to Joe Zhu's approach. **European Journal of Operational Research**, v. 132, p.553-560, 2001.

REBELO, J.; CALDAS J. The Economic Role of the Portuguese Agricultural Cooperatives. **Revista Economia e Sociologia Rural**, v. 53, p. S091-S102, 2015.

SHARP, J. A.; MENG, W.; LIU, W. A modified slacks-based measure model for data envelopment analysis with 'natural' negative *outputs* and *inputs*. **Journal of the Operational Research Society**, v. 58, p.1672-1677, 2007.

SHOKROLLAHPOUR, S.; LOFTI, F. H.; ZANDIEH, M. An integrated data envelopment analysis–artificial neural network approach for benchmarking of bank branches. **Journal of Industrial Engineering International**, v.12, n. 2, p. 137-143, 2016.

SLOTTJE, D. J. Measuring the Quality of Life Across Countries. **The Review of Economics and Statistics**, v. 73, p. 684-693, 1991.

SOHRABI, M. K.; AKBARI, S. A comprehensive study on the effects of using data mining techniques to predict tie strength. **Computers in Human Behavior**, v. 60, p. 534-541, 2016.

SOUZA, G. da S. Significância de Efeitos Técnicos na Eficiência de Produção da Pesquisa Agropecuária. **RBE Rio de Janeiro**, v. 60, n. 1, p. 69–86, 2006.

SOUZA, U. R. de; BRAGA , M. J.; FERREIRA, M. A. M. Fatores Associados à Eficiência Técnica e de Escala das Cooperativas Agropecuárias Paranaenses. **Revista de Economia e Sociologia Rural**, Piracicaba, SP, v. 49, n. 3, p. 573-598, 2011.

THANASSOULIS, E; KORTELAJINEN, M; ALLEN, R. Improving envelopment in Data Envelopment Analysis under variable returns to scale. **European Journal of Operational Research**, v. 218, p. 175–185, 2012.

TONE, K. A slacks-based measure of efficiency in data envelopment analysis. **European Journal of Operational Research**, v. 130, p. 498-509. 2001.

TONE, K. A slacks-based measure of super-efficiency in data envelopment analysis. **European Journal of Operational Research**, v. 143, p. 32-41, 2002.

TONE, K.; TSUTSUI, M. An epsilon-based measure of efficiency in DEA-A third pole of technical efficiency. **European Journal of Operational Research**, v. 207, p. 1554-1563, 2010.

UNSAI, G. M.; ORKCUZ, H. H. Ranking Decision Making Units with the Integration of the Multi-Dimensional Scaling Algorithm into PCA-DEA. **Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics**, 2015.

VANINSKY, A. Efficiency of electric power generation in the United States: analysis and forecast based on data envelopment analysis. **Energy Economics**, v. 28, p. 326–338, 2006.

VARIAN, H.; SHAPIRO, C. **A Economia da Informação**, Editora Campus, 1999.

VILELA, D. L.; NAGANO, M. S.; MERLO, E. M. Aplicação da Análise Envoltória de Dados em Cooperativas de Crédito Rural. **Revista Administração Contemporânea**, 2ª edição especial, 2007.

WANG, Y.; XU H. Parallel production systems efficiency evaluation based on DEA. **Operations Research Transactions**, v.19, n. 4, 2015.

WEYMAN-JONES, T. G.; FETHI, M. D.; COOPER, W. W.; AVKIRAN, N. K.; MORITA, H.; PARADI, J. C.; MEIMAND, M.; MENG, W.; LIU, W.; LOVELL, C. A. K. **Productivity Analysis in the Service Sector with Data Envelopment Analysis**, Amazon Digital Services, Inc. 2012.

WU, D.; OLSON, D. L. Enterprise Risk Management: Coping with Model Risk in a Large Bank. **Journal of the Operational Research Society**, v. 61, p. 179-190, 2010.

XU, W.; LIN, W. Selecting the public transit projects with PCA-DP technique: The example of Xiamen City. **Transport Policy**, v. 46, p.56–71. 2016.

ZHU, J. Data envelopment analysis vs. principal component analysis: An illustrative study of economic performance of Chinese cities. **European Journal of Operational Research**, v. 1, p. 50-61, 1998.

ZHU, J. **Quantitative Models for Performance Evaluation and Benchmarking: DEA with Spreadsheets**. Second Edition. Boston: Springer, 2009.