

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO PARANÁ
ESCOLA POLITÉCNICA
ENGENHARIA MECÂNICA

ANDRÉ DE SOUZA RODRIGUES

**AVALIAÇÃO DOS MODELOS DE PROPAGAÇÃO DE ONDA UNI E
BIDIMENSIONAL NO ESTUDO DE SILENCIADORES**

CURITIBA

2019

ANDRÉ DE SOUZA RODRIGUES

**AVALIAÇÃO DE SILENCIADORES COM OS MODELOS DE PROPAGAÇÃO
DE ONDA UNI E BIDIMENSIONAL**

Dissertação apresentada como requisito
à obtenção do grau de Mestre em
Engenharia Mecânica pela Pontifícia
Universidade Católica do Paraná -
PUCPR.

Orientador: Key Fonseca de Lima

CURITIBA

2019

Sumário

I. Lista de Figuras.....	i
II. Lista de Tabelas.....	iii
III. Resumo.....	iv
IV. Abstract.....	v
1. Introdução	1
1.1. Objetivo do Trabalho	2
1.2. Estrutura do Trabalho.....	3
2. Revisão Bibliográfica.....	4
2.1. Método dos Elementos Finitos (MEF).....	4
2.2. Matriz de Transferência (<i>Transfer Matrix</i> - TM).....	6
2.3. Técnicas experimentais e de Medição.....	8
3. Fundamentação Teórica	11
3.1. Teoria da onda plana	11
3.2. Grandezas básicas para silenciadores.....	16
3.3. Método dos Elementos Finitos (MEF).....	21
3.3.1. Formulação de elementos finitos (Método de Galerkin).....	22
3.3.2. Problemas tridimensionais	23
3.4. Matriz da matriz de transferência unidimensional (<i>Transfer Matrix</i> - TM).....	26
3.5. Matriz de transferência bidimensional (TM2D).....	27
3.6. Algoritmo Genético (<i>Genetic Algorithm</i> - GA)	35
3.7. Regra de Simpson composta	38
4. Metodologia Aplicada.....	41
4.1. Primeira Parte.....	42
4.1.1. Configurações Básicas	43
4.1.2. Otimização via Algoritmo Genético.....	48
4.1.3. Análise via matriz de transferência (TM).....	54
4.1.4. Análise via método dos elementos finitos (MEF).....	55
4.1.5. Análise dos Resultados.....	57
4.2. Segunda Parte.....	65
5. Resultados e Discussões.....	71
5.1. Primeira Parte.....	71
5.2. Segunda Parte.....	75
5.2.1. Resultados obtidos para a segunda parte (etapa I).....	76
5.2.2. Verificação de resultados para a segunda parte (etapa II).....	86
5.2.3. Verificação de resultados para a segunda parte (etapa III).....	95
V. Referências Bibliográficas	107

I. Lista de Figuras

Figura 3.1 -	Onda plana.	11
Figura 3.2 -	Derivada da função de Bessel.	15
Figura 3.3 -	Linhas de distribuição isobáricas para um duto circular (ERIKSSON, 1980).	16
Figura 3.4 -	Perda por Inserção.	18
Figura 3.5 -	Perda de Transmissão Sonora.	19
Figura 3.6 -	Redução de Ruído.	20
Figura 3.7 -	Exemplo câmara de expansão simples e sistema elétrico equivalente (IGARASHI E TOYAMA, 1958).	26
Figura 3.8 -	Silenciador de dutos estendidos e sistema elétrico equivalente, (IGARASHI E TOYAMA, 1958).	27
Figura 3.9 -	Silenciador com duto perfurado e material absorvente, (PANIGRAHI E MUNJAL, 2005).	28
Figura 3.10 -	Intervalos de Interpolação.	39
Figura 4.1 -	Modelos analisados na primeira, (a), e segunda, (b), parte.	41
Figura 4.2 -	Procedimentos para obtenção de resultados.	43
Figura 4.3 -	Esquema dos modelos utilizados na primeira parte.	44
Figura 4.4 -	Perda de transmissão sonora para câmara simples com $d = 35$ e $D = 96,5$ mm.	47
Figura 4.5 -	Diagrama de execução do GA.	48
Figura 4.6 -	Comportamento da TL (Análise I).	60
Figura 4.7 -	Comportamento da TL (Análise II).	61
Figura 4.8 -	Comportamento da TL (Análise III).	62
Figura 4.9 -	Comportamento da TL (Análise IV).	63
Figura 4.10 -	Comportamento da TL (Análise V).	64
Figura 4.11 -	Modelos analisados na parte 2.	65
Figura 5.1 -	Comportamento da TL (Análise VI – $l_t = 408$ mm).	71
Figura 5.2 -	Comportamento da TL (Análise VII – $l_t = 408$ mm).	72

Figura 5.3 -	Comportamento da TL (Análise VIII – $l_t = 816$ mm).	73
Figura 5.4 -	Curva de TL para modelo 1 (KIRBY, 2001).	77
Figura 5.5 -	Curvas de k_z para modelo 1 (KIRBY, 2001).	77
Figura 5.6 -	Curva de TL para modelo 2 (Lee, 2005 – $\rho_f = 200$ kg/m ³).	79
Figura 5.7 -	Curvas de k_z para modelo 2 (Lee, 2005 – $\rho_f = 200$ kg/m ³).	80
Figura 5.8 -	Curva de TL para modelo 3 (Lee, 2005 – $\rho_f = 100$ kg/m ³).	81
Figura 5.9 -	Curvas de k_z para modelo 3 (Lee, 2005 – $\rho_f = 100$ kg/m ³).	82
Figura 5.10 -	Curva de TL para modelo 4 (LIMA <i>et al.</i> , 2016).	84
Figura 5.11 -	Curvas de k_z para modelo 4 (LIMA <i>et al.</i> , 2016).	84
Figura 5.12 -	Curva de TL para modelo 1, etapa II (KIRBY, 2001).	86
Figura 5.13 -	Curvas de k_z para modelo 1, etapa II (KIRBY, 2001).	87
Figura 5.14 -	Curvas de <i>dif</i> para modelo 1, etapa II (KIRBY, 2001).	88
Figura 5.15 -	Curva de TL para modelo 2, etapa II (Lee, 2005 – $\rho_f = 200$ kg/m ³).	89
Figura 5.16 -	Curvas de k_z para modelo 2, etapa II (Lee, 2005 – $\rho_f = 200$ kg/m ³).	89
Figura 5.17 -	Curvas de <i>dif</i> para modelo 2, etapa II (Lee, 2005 – $\rho_f = 200$ kg/m ³).	90
Figura 5.18 -	Curva de TL para modelo 3, etapa II (Lee, 2005 – $\rho_f = 100$ kg/m ³).	91
Figura 5.19 -	Curvas de k_z para modelo 3, etapa II (Lee, 2005 – $\rho_f = 100$ kg/m ³).	91
Figura 5.20 -	Curvas de <i>dif</i> para modelo 3, etapa II (Lee, 2005 – $\rho_f = 100$ kg/m ³).	92
Figura 5.21 -	Curva de TL para modelo 4, etapa II (LIMA <i>et al.</i> , 2016).	93
Figura 5.22 -	Curvas de k_z para modelo 4, etapa II (LIMA <i>et al.</i> , 2016).	93
Figura 5.23 -	Curvas de <i>dif</i> para modelo 4, etapa II (LIMA <i>et al.</i> , 2016).	94
Figura 5.24 -	Curva de TL para modelo 1, etapa III (KIRBY, 2001).	96
Figura 5.25 -	Curvas de k_z para modelo 1, etapa III (KIRBY, 2001).	96
Figura 5.26 -	Curvas de <i>dif</i> para modelo 1, etapa III (KIRBY, 2001).	97

Figura 5.27 -	Curva de TL para modelo 2, etapa III (Lee, 2005 – $\rho_f = 200$ kg/m ³).	98
Figura 5.28 -	Curvas de k_z para modelo 2, etapa III (Lee, 2005 – $\rho_f = 200$ kg/m ³).	99
Figura 5.29 -	Curvas de <i>dif</i> para modelo 2, etapa III (Lee, 2005 – $\rho_f = 200$ kg/m ³).	99
Figura 5.30 -	Curva de TL para modelo 3, etapa III (Lee, 2005 – $\rho_f = 100$ kg/m ³).	100
Figura 5.31 -	Curvas de k_z para modelo 3, etapa III (Lee, 2005 – $\rho_f = 100$ kg/m ³).	100
Figura 5.32 -	Curvas de <i>dif</i> para modelo 3, etapa III (Lee, 2005 – $\rho_f = 100$ kg/m ³).	101
Figura 5.33 -	Curva de TL para modelo 4, etapa III (LIMA <i>et al.</i> , 2016).	101
Figura 5.34 -	Curvas de k_z para modelo 4, etapa III (LIMA <i>et al.</i> , 2016).	102
Figura 5.35 -	Curvas de <i>dif</i> para modelo 4, etapa III (LIMA <i>et al.</i> , 2016).	102

II. Lista de Tabelas

Tabela 4.1 -	Configurações básicas utilizadas.	47
Tabela 4.2 -	Configurações utilizadas pelo Algoritmo Genético.	53
Tabela 4.3 -	Principais passos executados para obtenção da função objetivo.	58
Tabela 4.4 -	Configurações utilizadas nas etapas I, II e III.	69
Tabela 5.1 -	Modelos obtidos para a primeira parte.	70
Tabela 5.2 -	Dimensões do modelo 1 (KIRBY, 2001).	76
Tabela 5.3 -	Dimensões do modelo 2 (Lee, 2005 – $\rho_f = 200$ kg/m ³).	78
Tabela 5.4 -	Dimensões do modelo 3 (Lee, 2005 – $\rho_f = 100$ kg/m ³).	81
Tabela 5.5 -	Dimensões do modelo 4 (LIMA <i>et al.</i> , 2016).	83

III. Resumo

O presente projeto visava avaliar silenciadores passivos e dissipativos em um regime de baixas e médias frequências. Para tanto foram utilizados de metodologias numéricas que, com o auxílio de ferramentas computacionais, permitiam estas avaliações. Basicamente este pode ser dividido em duas partes principais, na primeira foi utilizada o método da matriz de transferência unidimensional e um algoritmo de otimização, (algoritmo genético), para obter-se as dimensões ótimas de um silenciador de dutos estendidos. Na segunda parte foi utilizado o algoritmo genético para obter os valores necessários, número de onda complexo na direção axial, para a utilização da matriz de transferência bidimensional. Quanto aos resultados, na primeira parte as curvas de perda de transmissão sonora dos modelos otimizados apresentaram melhora significativa quando comparados aos modelos de câmara de expansão simples. Enquanto para a segunda parte, uma parcela dos valores, obtidos com a otimização, não demonstram boa concordância quando comparados aos resultados experimentais do modelo. O que sugere que a busca por uma melhor metodologia ainda é necessária.

IV. Abstract

The present project aims to evaluate passive and dissipative muffler in the low and medium frequency spectrum. To do that numerical methodologies are used together with computational aid. Basically the project can be divided into two main parts, the first one uses the unidimensional transfer matrix method and an optimization algorithm, (Genetic Algorithm), to seek the optimal dimensions for an extended tube muffler. In the second part, the genetic algorithm was used to obtain the needed values, complex wave number in the axial direction, used in the bi-dimensional transfer matrix method. Concerning the results, in the first part the optimized models show great improvement over the simple expansion chamber mufflers. Whereas in the second part, some of the values, obtained from the optimization, do not show good accuracy when compared with the experimental results. This fact suggests that search for a better methodology is still needed.

1. Introdução

A utilização de máquinas no dia-a-dia acaba por acarretar em um aumento dos níveis de poluição sonora. Desta forma, com o aumento do número de máquinas, estes níveis tendem a aumentar com velocidades cada vez mais crescentes. Como meio de contornar este problema o desenvolvimento de novas máquinas passou a exigir a diminuição dos níveis de poluição gerado. Criando, desta forma, máquinas mais compactas, eficientes e mais silenciosas.

Para reduzir o nível de poluição gerado pelas máquinas pode-se utilizar os filtros acústicos, mais especificamente os do tipo silenciadores quando se deseja eliminar ou reduzir o nível de ruído emitido por motores de combustão interna. Existem basicamente dois tipos, os passivos e ativos. Os silenciadores ativos têm como intuito reduzir os níveis de ruído emitido ondas em fase contrária às ondas geradas pela fonte. Para isso, estes sistemas se utilizam de um microfone, para coletar a o ruído da fonte, um sistema de aquisição e tratamento dos dados de entrada, (que, também, calcularia a onda de necessária para atenuar o ruído, assim como geraria o sinal de saída), e um aut falante que receberia o sinal e emitiria a onda sonora para atenuar o ruído de entrada. Como ponto negativo deste sistema tem-se o alto custo dos equipamentos, assim como a necessidade de calibração periódica do sistema.

Os silenciadores passivos podem ser subdivididos em dois tipos, os reativos e os dissipativos (ou ainda chamado de híbridos). Os reativos utilizam de variações de forma, labirintos e outros artifícios, (dutos estendidos de entrada e saída, variação na área da secção, alteração no sentido da onda, etc.), para refletir o ruído, ou parte dele, para a fonte, diminuindo o ruído na saída do sistema. Como falhas destes sistemas têm a dificuldade de dimensionamento ou a limitação da faixa de frequência na qual o silenciador proverá uma atenuação boa, (sistemas mais complexos, utilizando múltiplos filtros, podem conseguir resultados melhores para uma faixa maior, porém, tem uma dificuldade maior para o seu dimensionamento, enquanto sistemas mais simples, geralmente, são bons somente para uma pequena faixa de frequência). Os sistemas dissipativos, por sua vez, utilizam-se de câmaras de expansão preenchidas com materiais absorventes que tem como intuito dissipar a energia da onda incidente. Desta forma o ruído na saída do silenciador torna-se menor do que na entrada do mesmo.

Como falha nestes sistemas têm-se a necessidade de substituição periódica do material absorvente nas câmaras quando utiliza-se em sistemas com escoamento de gases com particulado. Isto acarreta em um custo, (que dependendo do material, pode ser elevado), muitas vezes o silenciador é feito de tal forma que o material não pode ser substituído, acarretando na necessidade de substituição do sistema como um todo. Em grande parte dos casos um sistema de atenuação de ruídos é formado por uma junção entre sistemas dissipativos e reativos. Além disso, existem uma variante dos dissipativo que são chamados de híbridos. Este tipo une elementos dissipativos com reativos.

Quanto aos sistemas de filtros acústicos sua principal função é, justamente, a atenuação dos ruídos gerados. Desta forma, o nível de atenuação, por este gerado, passa a ser um dos principais parâmetros de eficiência do mesmo. A atenuação, conhecida como perda de transmissão sonora, (*Transmission Loss* - TL), pode ser definida como a razão logarítmica entre as potências sonoras de entrada e saída de um sistema, (MUNJAL, 1987). Tendo em vista este parâmetro faz sentido que, ao se buscar um melhor silenciador, seja analisado a curva da TL por este gerado. Desta forma o melhor silenciador, para um caso específico, é aquele que possui a melhor curva de TL.

1.1. Objetivo do Trabalho

O presente trabalho pretende avaliar as metodologias unidimensional de Igarashi e Toyama (1958) e bidimensional de Munjal e Thawani (1997) no estudo de silenciadores reativos e dissipativos, respectivamente. É bom salientar que a metodologia de Munjal e Thawani é uma variante do modelo numérico apresentado por Cummings and Chang em 1988. Mais especificamente pretende-se com a utilização das duas metodologias, desenvolver aplicativos numéricos utilizando o software MATLAB® para a análise da eficiência, aplicadas à baixas e médias frequências, de silenciadores em termos de suas perdas de transmissão sonora (TL – *Transmission Loss*).

A TL do silenciador foi calculada utilizado o método da matriz de transferência (*Transfer Matrix* - TM) desenvolvida por Igarashi e Toyama, para a metodologia unidimensional, e por Panigrahi e Munjal (2005), para metodologia bidimensional.

1.2. Estrutura do Trabalho

O presente trabalho está estruturado de tal maneira a manter:

- Um primeiro capítulo, no qual é apresentada uma breve introdução aos assuntos abordados na dissertação, assim como os objetivos do trabalho.
- Um segundo capítulo como revisão bibliográfica abordando os trabalhos já desenvolvidos nas áreas correlatas: Método dos Elementos Finitos (MEF), TM e as propriedades dos materiais absorventes.
- Um terceiro capítulo de fundamentação teórica descrevendo mais detalhadamente os métodos numéricos utilizados durante o trabalho.
- Um quarto capítulo como metodologia, descrevendo mais detalhadamente os passos tomados durante o projeto, assim como fazendo as ligações necessárias entre os as metodologias numéricas apresentadas anteriormente.
- Um quinto capítulo com resultados e discussões, apresentado o que foi obtido, assim como as análises e discussões e conclusões feitas sobre estes resultados.
- E um sexto e último capítulo como conclusões gerais acerca das metodologias empregadas e dos resultados obtidos.

2. Revisão Bibliográfica

No presente capítulo são apresentados um resumo dos trabalhos já desenvolvidos na área de avaliações de silenciadores. Para uma melhor organização este capítulo foi dividido em três itens: Método dos Elementos Finitos, (MEF), Matriz de Transferência (*Transfer Matrix* - TM) e Técnicas experimentais e de medição.

2.1. Método dos Elementos Finitos (MEF)

O método os elementos finitos (MEF, ou do inglês *Finite Element Method* - FEM) foi desenvolvido ao nos anos 50-60 com o intuito de resolver problemas estruturais de geometrias complexas, (MUNJAL, 1987). O MEF demonstrou ter ótima aplicabilidade para grande parte dos problemas analisados e, desta forma, ganhou destaque entre a sociedade científica. Com isso o método passou a ser estudado para aplicações em outros problemas de diferentes áreas. Para os quais também demonstrou boa aplicabilidade.

Na acústica Young e Crocker (1975) utilizaram do método dos elementos finitos (MEF) no desenvolvimento de uma metodologia de análise que visava calcular a perda de transmissão sonora (*Transmission Loss* - TL). Neste caso foi analisada uma câmara de expansão simples com um fluido de viscosidade nula e na qual não existia fluxo interno, obtendo bons resultados. No ano seguinte, Young e Crocker (1976) analisaram silenciadores com escoamento reverso. No qual existe um escoamento de fluido que tem seu sentido alterado dentro da câmara de expansão. Diversas configurações de silenciadores foram utilizadas e os resultados via MEF foram comparados aos resultados experimentais mensurados.

Neste mesmo ano Craggs (1976) utilizou-se de elementos axi-simétricos na análise de silenciadores reativos. Foram analisados silenciadores com tubos estendidos, onde os dutos de entrada e saída invadiam a parte interna da câmara de expansão. No ano seguinte, Craggs (1977), analisou via MEF a influência do uso de um revestimento absorvente em uma câmara de expansão simples, (para tanto ele utilizou-se da relações empíricas propostas por (Delany e Bazely 1970), como propriedades dos materiais absorventes). Neste estudo foram analisadas diversas configurações de posicionamento

do revestimento, assim como a influência da espessura do mesmo na perda de transmissão sonora.

Aprofundando sua pesquisa nos materiais absorventes, Craggs (1978), considerou um modelo de material absorvente utilizado com propriedades isentrópicas e fibras rígidas. Onde é avaliado como o material absorvente se comporta quando submetido a uma onda unidimensional e são observados os efeitos no material absorvente de forma bidimensional. Sendo, neste caso utilizado o MEF e um modelo analítico para a comparação de resultados obtidos. Nos anos seguintes, Craggs (1986), desenvolveu uma metodologia para análises de materiais absorventes como meios porosos. Neste estudo foi considerado que a resistividade do material variava com a frequência da onda incidente, assim como sua densidade. Foi considerado também a influência da porosidade do material absorvente. Nestas análises foram utilizados o MEF, com elementos isoparamétricos hexaédricos, e formulações empíricas, tendo seus resultados comparados, (obtido resultados favoráveis).

Em Ross (1980) foi desenvolvida uma metodologia para análises de silenciadores com múltiplas câmaras para as quais não era viável utilizar-se da teoria de onda plana, visando uma maior aproximação com os utilizados no dia-a-dia. Para isso foi utilizado o MEF e os resultados obtidos foram comparados com dados experimentais. No ano seguinte, Ross (1981), utilizou-se de sua metodologia para analisar casos onde os silenciadores utilizassem de dutos perfurados. Neste estudo foram testados três casos, o primeiro tratava-se de uma câmara única com dutos de entrada e saída perfurados, o segundo era composto de duas câmaras, também com dutos perfurados, e o terceiro utilizava o mesmo silenciador do caso dois mas adicionava um escoamento médio a esse.

No ano de 1994 foi desenvolvido, por Peat K. S. e Rathi K. L., uma metodologia de aplicação do MEF tridimensional para silenciadores com uma câmara de expansão forrada de material absorvente submetida a um escoamento interno. Este trabalho foi publicado no ano seguinte, Peat e Rathi (1995). A metodologia por eles desenvolvida propunha viabilizar a inserção de escoamentos não lineares no duto, assim como a utilização de matérias absorventes porosos com propriedades anisotrópicas. Abrangendo, desta forma, grande parte dos silenciadores dissipativos.

Nos anos seguintes, (Kirby 2003), desenvolveu uma metodologia de MEF bidimensionais para análises de silenciadores dissipativos com uniformidade axial e uma área transversal qualquer. Neste caso a metodologia permitia a utilização de

material absorvente, (*bulk reacting*), a utilização de dutos internos perfurados e de escoamentos. Utilizando-se desta foram criados dois modelos e analisadas diversas condições com base nestes modelos, os resultados foram comparados com dados experimentais e apresentaram boa concordância.

Denia, *et al.*, (2007), utilizou-se de uma metodologia bidimensional de MEF para a análise de silenciadores com dutos estendidos, dutos perfurados e material absorvente, na região perfurada. Neste caso a impedância complexa e o número de onda complexo do material absorventes foram levadas em consideração, assim como a impedância da perfuração. Após a validação experimental desta metodologia a influência de alguns efeitos, (comprimento dos dutos estendidos, resistividade do material absorvente alteração na região perfurada e dimensões da câmara de expansão), na TL causada pelo silenciador foram analisados.

Em Lima, *et al.* (2016), foram utilizados o MEF em conjunto com algoritmos de otimização, (*Differential Evolution - DE*), para a caracterização de um material absorvente em um silenciador com duto perfurado e câmara de expansão com material absorvente. Para tanto era proposto uma formulação básica, de número de onda e impedância, seguindo os modelos de (DELANY E BAZELY, 1970). Desta forma os índices desta função eram otimizados buscando o valor de perda de transmissão sonora, (TL), o mais próximo possível do valor experimental, previamente obtido.

No ano seguinte, (Fang, Ji e Liu 2017), propõem uma metodologia para a resolução de um sistema com múltiplas câmaras de expansão em série. Para isso o sistema era dividido em partes e, para cada uma destas partes, era encontrada a matriz de impedância. Tendo estas era possível aplicar, na interface entre as divisões, uma condição de continuidade que possibilitaria resolver o sistema. Os resultados obtidos com os foram comparados com ensaios experimentais demonstrando boa acuracidade.

Em 2018, (Chhibber, *et al.* 2018), realizaram uma avaliação que buscava obter um modelo de silenciador compacto para reduzir o nível de ruído na faixa de frequência entre 1000 e 3000 Hz. Para obter-se as dimensões do silenciador foi utilizada a matriz de transferência unidimensional, (TM). Os resultados obtidos apresentaram boa concordância com os resultados experimentais, assim como com as avaliações via MEF bidimensionais realizadas.

2.2. Matriz de Transferência (*Transfer Matrix - TM*)

Quando avaliado um silenciador um dos principais objetivos é o aumento da perda de transmissão sonora que, este, causa para as faixas de frequência desejadas. Para determinação destes valores, por vezes, não estamos interessados no que ocorre no interior do silenciador. Sendo que somente os valores de entrada e de saída são de suma importância. Pensando desta forma Igarashi e Toyama (1958) desenvolveram uma metodologia que considerava o silenciador como um sistema elétrico, no qual as condições de entrada (pressão e velocidade) podiam ser correlacionadas às condições de saída. Essa correlação foi feita por meio de matrizes, e para isso eram utilizados 4 parâmetros que dependiam da configuração do silenciador. Nos anos subsequentes diversos outros estudos foram realizados na área avaliando os 4 parâmetros para diferentes configurações de silenciadores.

Em meados da década de 90, Kim e Soedel (1989), desenvolveram uma metodologia, para o cálculo dos quatro parâmetros, que visava considerar um sistema tridimensional. Para isso foram considerados diversos subsistemas interligados por múltiplos tubos unidimensionais.

Wu e Zhang (1998) utilizaram do método dos quatro parâmetros melhorado, desenvolvido pelos autores, que rearranja o posicionamento dos valores de pressão e velocidades. Isso possibilita que a utilização do método dos elementos de contorno seja simplificada, uma vez que somente é necessário a criação de uma matriz para a obtenção dos quatro parâmetros.

Glav, (2000), propôs uma metodologia da utilização da matriz de transferência tridimensional para silenciadores dissipativos com seção circular arbitrária e material absorvente, (*bulk reacting*), para casos sem escoamento. Utilizando-se desta metodologia foram analisados dois casos de silenciadores com câmaras de expansão elíptica, um deles com entradas e saídas excentricas. Os resultados obtidos com a utilização desta metodologia foram comparados com outras metodologias, apresentando bons resultados.

Em 2005, Panigrahi e Munjal, comparam tres métodos diferentes para a análise de silenciadores cilíndricos com dutos perfurados e material absorvente. Um destes métodos utilizam a teoria da onda plana bidimensional. E esta possibilita a obtenção dos autovetores dos quais os valores de número de onda complexo do material absorvente podem ser obtidos. Para validação desta metodologia os autores utilizaram da matriz de transferência bidimensional de forma a obter a perda de transmissão sonora, (TL), que foi comparada com resultados da literatura, obtendo bons resultados.

Em 2012, (Vijayasree e Munjal 2012), proporam um metodo denominado *Integrated Transfer Matrix* - ITM, que buscava utilizar o método da matriz de transferência unidimensional para silenciadores comerciais. Este método dividia o silenciador em diferentes seções ao longo do eixo axial, (definidos pela existência de descontinuidades, perfurações ou material absorvente), e em cada uma destas seções é possível criar diversos elementos, (descrevendo a existência de elementos paralelos). Esta metodologia demonstrou ter boa aplicabilidade quando comparadas com resultados obtidos via MEF tridimensional.

Em 2014, Barbieri *et al.*, publicou no livro “Transportes em Perspectiva - Uma contribuição dos Pesquisadores Brasileiros para o Futuro dos Transportes” um artigo que utilizava-se da matriz de transferência bidimensional para analisar silenciadores com dutos perfurados e material absorvente. Neste estudo a metodologia foi validada com dois casos experimentais da literatura e, após isso, foi utilizado da mesma metodologia na análise de dois modelos desenvolvidos pelos autores, (que utilizavam-se de material absorvente com diferentes espessuras).

2.3. Técnicas experimentais e de Medição

Tendo em vista a natureza das ondas sonoras as medições dos parâmetros do sistema, ou de como o sistema se comporta são dificultadas. Isso ocorre em decorrência de uma medição qualquer ser composta de diversas ondas, que não necessariamente tem as mesmas frequências e que podem não estar em fase. Sem contar o fato de que a medição pode estar sujeita não somente a ondas incidentes, mas a ondas refletidas também. Sendo assim a utilização de um único microfone para a realização de medições é algo inviável quando se deseja obter resultados precisos, (tanto pelo fato de não ter medições confiáveis para o microfone fixo em uma posição quanto à dificuldade de mudar as posições do microfone entre as medições).

Em virtude destas dificuldades Seybert e Ross (1977) criaram uma metodologia que utiliza dois microfones para a medição de um ruído. Para isso colocavam-se os microfones em posições e com espaçamento conhecidos, e realizarão as medições. Com os dados obtidos era, então, possível exprimir destes os valores referentes as ondas incidentes e às ondas refletidas. Este método tem como principal benefício a capacidade de, em somente um experimento, analisar de uma só vez uma banda de frequências. Enquanto os métodos até então possibilitavam somente a análise de um tom puro.

Johnston e Schmidt (1978) realizaram um estudo que utilizava três microfones, em um duto com e sem escoamento. Neste estudo pretendia analisar a passagem de som por um obstáculo colocado no tubo e os efeitos deste obstáculo no sistema, (coeficientes de refração e transmissão). Neste foram colocados dois microfones na parte anterior ao obstáculo no duto e um após o obstáculo. Essa disposição foi escolhida em virtude das terminações do sistema. Os dois primeiros microfones tinham como intuito extrair as ondas incididas e refletidas enquanto o terceiro media a onda transmitida, (como o duto acabava com uma terminação anecóica a parcela refletida após o obstáculo poderia ser desprezada).

Neste mesmo ano Chung (1978) desenvolveu uma metodologia de fácil aplicação para a eliminação dos problemas causados por erros de fase e de ganho entre os microfones utilizados. Essa metodologia consistia em realizar uma medição com os microfones em uma posição e após isso inverter a posição dos sensores e realizar uma nova medição. Com estes dois valores é então realizada a média geométrica entre eles e, assim, obtido um valor independente das diferenças de fase entre sistemas de medição.

Dois anos mais tarde Chung e Blaser (1980) publicaram um estudo em que, a partir de medições com dois microfones, obtiveram expressões para o cálculo de outras propriedades de um sistema/material. Essas propriedades são os coeficientes de reflexão complexo, a impedância acústica complexa, a perda de transmissão sonora (TL) e o coeficiente de absorção para um material isolante. Como continuação deste trabalho Chung e Blaser (1980) publicaram também outro artigo que tratava da parte experimental deste estudo.

Lung e Doige (1983) desenvolveram uma metodologia para a extração dos quatro parâmetros de um sistema a partir do resultado medições experimentais. Com estes valores é então possível obter-se os outros parâmetros deste sistema analisado. Os testes experimentais realizados consistiam em diferentes sistemas com escoamento interno. Desta forma, em virtude do escoamento, foi necessário que se fosse feita uma média entre os dados obtidos, reduzindo dessa forma a influência do ruído causado pelo escoamento.

Seguindo um processo semelhante Munjal e Doige (1990) desenvolveram uma metodologia denominada método das duas fontes. Este método apresenta melhorias quando comparado ao apresentado por Lung e Doige (1983). O método das duas fontes consiste em, com a fonte em um lado do sistema, realizar uma medição, (com quatro microfones, 2 anteriores ao sistema e dois posteriores), e então inverter o lado da fonte e

repetir o processo de medição, sem alterar o posicionamento dos sensores. Assim é possível obter os quatro parâmetros do sistema, e com estes obter outros parâmetros diversos.

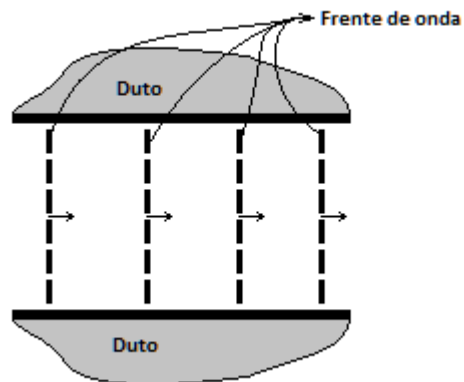
3. Fundamentação Teórica

Neste capítulo serão apresentados os diversos métodos teóricos utilizados, e/ou necessários para a execução e entendimento desta dissertação. Assim como no capítulo anterior este também será apresentado na forma de tópicos para uma melhor organização.

3.1. Teoria da onda plana

Em um caso ideal no qual se tenha um duto de paredes rígidas em um meio estacionário e não viscoso, é possível considerar que as ondas se propagando dentro deste serão planas, (para dutos com diâmetro muito grande ou para altas frequências esta simplificação pode não ser válida).

Figura 3.1 – Onda plana.



Fonte: O autor, 2018.

Desta forma ao executar um corte, normal às paredes, em um ponto qualquer ao longo do comprimento do duto todos os pontos neste plano, (nesta frente de onda), terão os mesmos valores de velocidade e pressão.

Para um caso como esse têm-se as eqs. (3.1), (3.2) e (3.3), abaixo, (MUNJAL, 1987).

Equação da conservação da massa:

$$\rho_0 \nabla \cdot u + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (3.1)$$

Equação da quantidade de movimento:

$$\rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} + \nabla p = 0 \quad (3.2)$$

E a equação da conservação da energia:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s = \gamma \frac{p_0 + p}{\rho_0 + \rho} \approx \frac{\gamma p_0}{\rho_0} = c_0^2 \quad (3.3)$$

Nas quais os ∇ corresponde ao operador nabla, utilizado para calcular o gradiente da pressão p , (na segunda equação), e o divergente da velocidade u , (na primeira equação). Os valores intitulados ρ correspondem a massa específica, c corresponde a velocidade de propagação da onda e γ é a razão de calores específicos, (calor específico a volume constante dividido por calor específico a pressão constante), e t corresponde ao tempo. Os valores com sub índice 0 correspondem aos valores do meio. Vale ressaltar que na equação de conservação de energia, (3.3), é também considerado regime isentrópico, (sem trocas de calor), e que devido ao fato da pressão da onda sonora ser de uma ordem de grandeza muito inferior à do meio, (assim como a relação de massas específicas), então a simplificação apresentada pode ser realizada. Obtendo, desta forma, uma equação que relaciona a massa específica do escoamento com a pressão do mesmo.

Uma vez que se tenha esta equação é possível substituir o termo de massa específica na eq. (3.1), o que possibilitaria ter duas equações em função somente da pressão e da velocidade. Derivando a equação obtida em função ao tempo e subtraindo se a eq. (3.2) nesta, obtêm-se uma equação somente em função da pressão. A equação obtida, após rearranjada, pode ser descrita pela eq. (3.4).

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} - c_0^2 \nabla^2 \right] p = 0 \quad (3.4)$$

Na qual o termo ∇^2 corresponde ao operador laplaciano, $\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right)$ em coordenadas cartesianas ou $\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ em coordenadas polares). Tendo em

vista que a pressão é uma função somente da posição e do tempo, então é possível descreve-la como (Munjaj, 1987):

$$p(x, y, z, t) = \sum_m f_m(x)g_m(y)h_m(z)q_m(t) \quad (3.5)$$

Ou ainda, para um duto cilíndrico, (coordenadas polares):

$$p(r, \theta, z, t) = \sum_m R_m(r)e^{im\theta}Z_m(z)e^{i\omega t} \quad (3.6)$$

Nas quais f, g, h, q, R, Z são todas funções que descrevem o comportamento da pressão. Na eq. (3.6) as funções referentes a direção θ e ao tempo já foram substituídas por funções cíclicas $e^{i\alpha\beta}$. Assumindo-se que na equação de pressão a função com dependência na coordenada z pode ser descrita como, (Munjaj, 1987):

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} = -k_z^2 Z \quad (3.7)$$

Na qual k_z corresponde ao número de onda, na direção da coordenada z . Substituindo esta equação, (3.7), na anterior, (3.6), e retornando com esta à eq. (3.5) é possível obter a eq. (3.8).

$$\frac{\partial^2 R_m}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R_m}{\partial r} + \left(k_0^2 - k_z^2 - \frac{m^2}{r^2} \right) R_m = 0 \quad (3.8)$$

Esta equação trata-se de uma equação de Bessel, cuja solução pode ser dada pela eq. (3.9), (MUNJAL, 1987).

$$R_m(r) = C_3 J_m(k_r r) + C_4 N_m(k_r r) \quad (3.9)$$

Para a qual:

$$k_r^2 = k_0^2 - k_z^2 \quad (3.10)$$

Nestas os valores C correspondem a constantes, k é o número de onda, (sub índice 0 do meio, sub índice r na direção radial e sub índice z na direção axial). As funções J e N tratam-se das funções de Bessel de primeiro e segundo tipo,

respectivamente, de ordem m , (a função de Bessel de segundo tipo também é conhecido como função de Neumann).

Substituindo as condições de contorno na eq. (3.9) é possível verificar que quando o valor de r tende a zero o valor da função de Neumann tende ao infinito, o que está fora das condições de contorno, desta forma o valor da constante C_4 é zero. Tendo que a velocidade de uma partícula qualquer na direção radial tem de ser zero na parede do duto então os valores de k_r podem ser obtidos quando a eq. (3.11) é satisfeita.

$$J'_m(k_r r_0) = 0 \quad (3.11)$$

Assim pra uma raiz específica da função o valor de k_r corresponderá a um $k_{r,m,n}$ e a eq. (3.6) passará a ser:

$$p(r, \theta, z, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} J_m(k_{r,m,n}) e^{im\theta} (C_{1,m,n} e^{-ik_{z,m,n}z} + C_{2,m,n} e^{ik_{z,m,n}z}) e^{i\omega t} \quad (3.12)$$

Para a qual o termo $k_{z,m,n}$ pode ser descrito como:

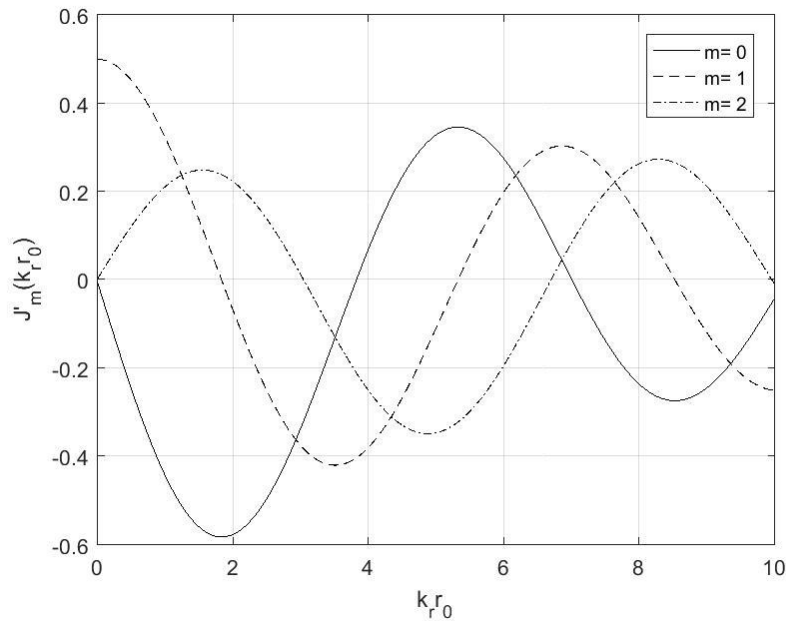
$$k_{z,m,n}^2 = \sqrt{(k_0^2 - k_{r,m,n}^2)} \quad (3.13)$$

Retornando a eq. (3.11) e analisando-a mais detalhadamente é possível encontrar os valores de $k_r r_0$ que satisfazem a equação. Uma vez que a derivada da função de Bessel de primeiro tipo pode ser descrita pela eq. (3.14), obtida analiticamente (apresentada a seguir), então é possível obter os valores de z para os quais a derivada da função seja zero.

$$\frac{\partial J_v(z)}{\partial z} = \frac{v}{z} J_v(z) - J_{v+1}(z) \quad (3.14)$$

Nesta o valor v corresponde à ordem da função, J é a função de Bessel de primeiro tipo e z uma incógnita qualquer para qual a equação de Bessel pretende ser obtida. Assim para as primeiras três ordens da função os valores de z , (ou $k_r r_0$ no caso), obtidos podem ser descritos de acordo com a Figura 3.2.

Figura 3.2 – Derivada da função de Bessel.



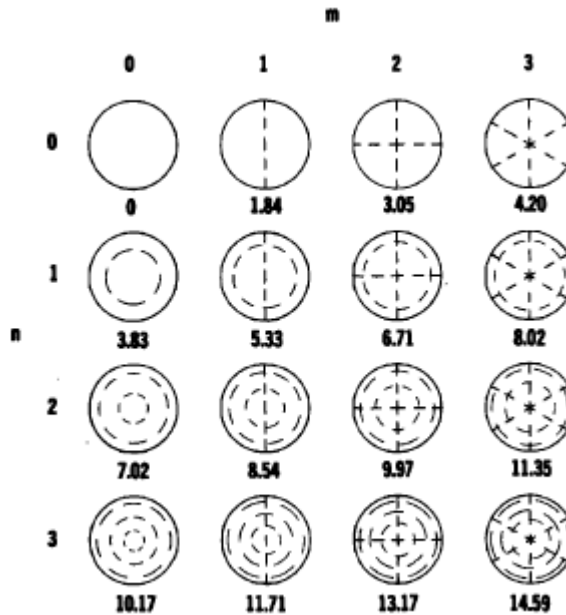
Fonte: O autor, 2018.

Nesta figura estão descritos o comportamento da derivada da função de Bessel de primeiro tipo e ordem m , (zero, um e dois), para um valor de $k_r r_0$ variando entre um décimo e dez. Nota-se que para as curvas apresentadas, no intervalo especificado, têm-se diversos valores para os quais a função assume o valor zero, (existem diversos n para cada valor de m). Desta forma para $m=0$, (curva contínua que representa a derivada da função de Bessel de ordem zero), existem três valores nos quais a curva passa por zero, (i.e., três valores de n), por exemplo. Para $(0,1)$, (representando os valores de (m,n) , no qual $m=0$ e $n=1$), o valor de $k_r r_0$ é de, aproximadamente, 3,88, para $(0,2)$ o valor é de 7,02, para $(1,0)$ o valor é de 1,84, e assim por diante, (vale ressaltar que, nesta notação, a primeira vez em que a curva passa por zero o valor de $n=0$, a segunda $n=1$, e assim por diante).

Deste mesmo modo, Eriksson, 1980, concluiu que os valores de m e n para uma onda qualquer definiam a forma como, esta, viajaria dentro de um duto cilíndrico. Neste caso os valores de n definem os modos assimétricos, (ou circunferenciais), e os valores

de m definem os modos simétricos, (ou radiais). Estes modos de propagação podem ser observados pela na Figura 3.3, abaixo.

Figura 3.3 – Linhas de distribuição isobáricas para um duto circular.



Fonte: ERIKSSON, 1980.

Nesta figura têm-se os valores de m , (modo radial e ordem da função de Bessel), variando entre 0 e 3 e o valor de n , (modo circunferencial e valor referente à raiz da eq. (3.11)), variando, também, entre 0 e 3. Têm-se, também, as linhas de distribuição isobáricas, (pressão constante), para dutos circulares, assim como os valores da raiz da eq. (3.11), (abaixo de cada um dos dutos). Nota-se que os valores de $k_r r_0$ descritos na Figura 3.3 conferem com os valores para os quais as curvas, da Figura 3.2, tem o valor zero.

3.2. Grandezas básicas para silenciadores

Como discutido anteriormente existem diversos tipos de filtros acústicos, porém certos parâmetros devem permanecer iguais, independentemente do tipo escolhido. Viabilizando, desta forma, comparar silenciadores de diferentes tipos o que

possibilitaria escolher um melhor tipo para cada caso específico. Dentre estes principais parâmetros/grandezas básicas, estão o nível de pressão sonora, (*Sound Pressure Level - SPL*), perda de transmissão sonora, (*Transmission Loss - TL*), nível de redução de ruído, (*Noise Reduction - NR*), e perda de inserção, (*Insertion Loss - IL*).

O nível de pressão sonora de uma onda qualquer representa, de um a maneira geral, a quantidade efetiva da pressão da onda que realiza trabalho, e pode ser calculada com a eq. (3.15).

$$SPL = 20 \log_{10} \left(\frac{p_{rms}}{2 \times 10^{-5}} \right) \quad (3.15)$$

$$p_{rms} = \frac{p_{pico}}{\sqrt{2}}$$

Para a qual p_{rms} é referente ao valor eficaz, (*root mean square - rms*), da pressão, e p_{pico} a pressão de pico da onda, ambos os valores com unidades em Pa. O que resulta em um nível efetivo de pressão sonora, SPL , em dB.

A intensidade sonora, I , é uma grandeza que representa a energia transmitida pela onda sonora por unidade de área da frente de onda. E pode ser encontrada a partir da eq. (3.16).

$$I = \frac{p_{pico}^2}{\rho_0 c_0} = \frac{p_{pico}^2}{Z_0} \quad (3.16)$$

Na qual ρ é a massa específica, c é a velocidade de propagação da onda e Z é a impedância característica da onda, para ondas planas. O que resulta na intensidade I , em W/m^2 . A partir desta ainda é possível calcular o nível de intensidade sonora, resultando em um valor na unidade dB, eq. (3.16.1), (MUNJAL, 1987).

$$I_l = 10 \log_{10} \left(\frac{I}{10^{-12}} \right) \quad (3.16.1)$$

A potência sonora representa a energia total da onda e pode ser representada como uma integral de superfície da intensidade sonora sobre a área da frente de onda, eq. (3.17).

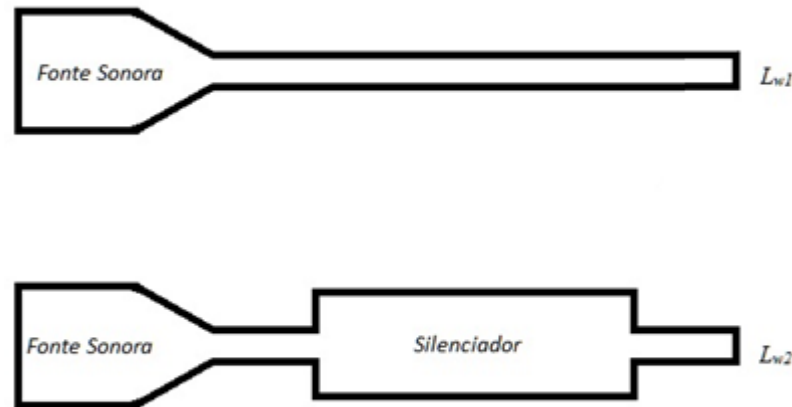
$$W = \oint I \, dS \quad (3.17)$$

Na qual I é a intensidade e S é a superfície da onda, o que resulta na potência sonora W em W. Da mesma forma que com a intensidade é possível calcular o nível de potência sonora, (L_w) em dB com a eq. (3.21), (MUNJAL, 1987).

$$L_w = 10 \log_{10} \left(\frac{W}{10^{-12}} \right) \quad (3.18)$$

Com esta é então possível calcular o parâmetro de eficiência denominado perda por inserção (IL). Este representa, basicamente, a quantidade de energia perdida ao inserir-se um filtro acústico em um sistema qualquer, vide Figura 3.4 abaixo.

Figura 3.4 – Perda por Inserção.



Fonte: O autor, 2018.

Neste caso inserir-se um silenciador no sistema, Figura 3.4, isto causa uma perda de energia da onda, ($L_{w1} < L_{w2}$). O valor de perda por inserção (IL) pode ser calculado utilizando a eq. (3.19).

$$IL = L_{w1} - L_{w2} = 10 \log_{10} \left(\frac{W_1}{W_2} \right) \quad (3.19)$$

Na qual os sub índices 1 e 2 representam o sistema sem filtro acústico e com filtro acústico, respectivamente.

A perda de transmissão sonora (TL) é definida como o nível de potência sonora incidente no filtro acústico diminuído do nível de potência sonora transmitida após o filtro acústico. Desta forma em um caso de silenciador, geralmente, é necessário que

este tenha uma terminação anecóica, de tal forma a fazer com que na saída do deste não se tenha ondas refletidas, Figura 3.5.

Figura 3.5 – Perda de Transmissão Sonora.



Fonte: O autor, 2018.

Da Figura 3.5 os valores de p_1^+ e p_1^- representam os valores de pressão incidente e refletida, respectivamente, na entrada do silenciador, e na saída do silenciador, devido à terminação anecóica, só existem as ondas incidentes, p_2 . A partir destes valores de pressões é possível calcular os valores do nível de potência sonora na entrada, (potência sonora incidente - L_{wi}), e na saída do silenciador, (potência sonora transmitida - L_{wt}). E com estes valores a perda de transmissão sonora pode ser calculada, eq. (3.20).

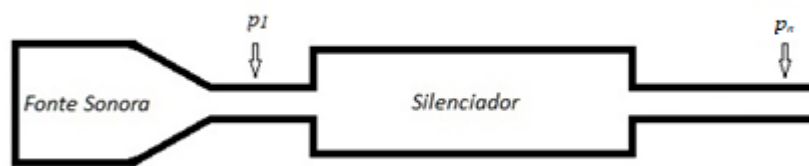
$$TL = L_{wi} - L_{wt} = 10 \log_{10} \left| \frac{S_n X_n^2}{S_1 X_1^2} \right| \quad (3.20)$$

Na qual os índices i e t representam os termos incidentes e refletidos, respectivamente, os índices n e l representam os termos na entrada e na saída do silenciador, respectivamente. Os termos S representam as áreas das seções transversais e o termo X representa a amplitude da onda, o que para a entrada pode ser denominada p_1 , mas, na saída, devido às possíveis alterações de propriedades geradas pelo silenciador, não necessariamente se resume à pressão. A TL , calculada a partir da eq. (3.20), resulta em um valor com unidade em dB.

A redução de ruído (NR) é definida como a razão de potências sonoras entre um ponto antes do filtro acústico e um ponto após o filtro acústico. Desta forma é possível

obter-se este parâmetro de eficiência sem a necessidade de inclusão de uma terminação anecóica, como é necessário para a TL , Figura 3.6.

Figura 3.6 – Redução de Ruído.



Fonte: O autor, 2018.

Da Figura 3.6 têm-se os valores de pressão em nos pontos arbitrários 1 , anterior ao silenciador, e n , posterior ao silenciador. A partir destes a NR pode ser calculada com a eq. (3.21).

$$NR = 20 \log_{10} \left(\frac{p_n}{p_1} \right) \quad (3.21)$$

Na qual p representa os valores de pressões nos pontos n e 1 , que representam os termos antes e após o silenciador, respectivamente. O NR calculado resultara em um valor em dB.

Quanto aos materiais absorventes existem diversos parâmetros a serem citados. E, dependendo da utilização desejada, os parâmetros básicos principais variam, existem casos em que a impedância da superfície e o coeficiente de absorção são de suma importância, assim como existem casos para os quais, como o caso do presente trabalho, em que os parâmetros principais são o número de onda complexo, (k_w) , e a impedância, também complexa, do material absorvente, (Z_w) . Estes dois fatores, (número de onda e impedância), são propriedades do material e dependentes da frequência. Por serem termos complexos k_w e Z_w podem ser representados pelas parcelas reais e imaginárias, de acordo com as eqs. (3.22) e (3. 23).

$$Z_w = R - iX \quad (3.22)$$

$$k_w = \alpha - i\beta \quad (3.23)$$

O valor de impedância do material absorvente (Z_w) pode ser separada de forma a indicar fatores diferentes sobre o material absorvente em questão, uma vez que se trata de um termo complexo. A parcela real, R na eq. (3.22), deste indica o valor referente à resistência enquanto a parcela imaginária, X da eq. (3.22), é referente a reatância causada pela passagem da onda no material absorvente, (LEE, 2005).

Da mesma forma o número de onda complexo (k_w), também, indica dois fatores. A parcela real deste, termo α na eq. (3.23), é sempre maior que a unidade e tem relação com a velocidade de propagação da onda no meio preenchido por material absorvente. Enquanto a parcela imaginária de k_w , β na eq. (3.23), conhecida como constante de atenuação, é referente ao decaimento das ondas sonoras, (à atenuação sonora), (LEE, 2005).

3.3. Método dos Elementos Finitos (MEF)

O método dos elementos finitos funciona, simplificadamente, da seguinte forma. Pega-se o sistema, que se pretende analisar, e discretiza-o, dividindo o mesmo em um número finito de elementos. Em cada um destes elementos é, então, considerado que as propriedades/esforços/comportamentos podem ser representadas por funções escolhidas, ou impostos por condições de contorno. E uma vez tendo valores conhecidos, condições de contorno, e meios de calcular os outros valores desconhecidos, (meio gerado pela aproximação por funções), é então possível descobrir, aproximadamente, como o sistema irá se comportar por meio de interações matriciais.

Cada elemento é composto por certo número pontos, intitulados nós. Para um elemento unidimensional deve-se ter no mínimo dois nós, (assim como para um elemento bidimensional deve se ter no mínimo 3 e para um 3D deve conter, no mínimo, 4 nós), porém o número de nós por elemento pode variar de acordo com a necessidade. Em cada um destes nós do elemento têm-se diversas incógnitas, (valores desconhecidos que devem ser calculados a partir das iterações matriciais, como exemplos têm-se: velocidade, força, pressão, deslocamento, temperatura e assim por diante), e os valores

destas, para um ponto qualquer do elemento, podem ser calculadas a partir das funções interpoladoras escolhidas. Desta forma para um ponto qualquer de um elemento o valor de pressão do mesmo pode ser obtido pela eq. (3.24).

$$p = \{N\}^T \{p_n\} \quad (3.24)$$

Na qual p é a pressão, o sub índice n indica os valores nodais de pressão e a matriz N é referente às funções interpoladoras, de elementos finitos, escolhidas. Da mesma forma as coordenadas do sistema podem ser relacionadas ao sistema de coordenadas do elemento por uma interação matricial, eq. (3.25).

$$x = \{N\}^T \{x_n\} \quad (3.25)$$

Para um caso como este, em que as mesmas funções interpoladoras podem ser usadas para um sistema de coordenadas locais, (dos nós), e globais, (do sistema), o elemento pode ser chamado de elemento isoparamétrico. Em um caso como este é possível utilizar-se de um sistema de coordenadas naturais, que permitem definir o posicionamento de um ponto qualquer no elemento com números adimensionais variando entre -1 e 1.

3.3.1. Formulação de elementos finitos (Método de Galerkin)

O método de Galerkin trata-se de um método que busca encontrar uma aproximação para problemas contínuos, como equações diferenciais. Desta forma, tendo uma função diferencial qualquer tal qual a eq. (3.26), abaixo.

$$\mathcal{L}p = f \quad (3.26)$$

p é a função a qual deseja-se obter, \mathcal{L} são operadores diferenciais e f um valor conhecido. É então possível propor uma aproximação com a função p tal que esta respeite a eq. (3.27).

$$R = \mathcal{L}p_a - f \quad (3.27)$$

Na qual o valor R é o resíduo gerado pela aproximação pela função tentativa p_a . Desta forma quanto menor o valor do resíduo, melhor será a função tentativa escolhida. No

método de Galerkin a aproximação inicial para a função p_a se dá de tal forma a utilizar a eq. (3.24.1), apresentada anteriormente, ou seja:

$$p_a = \{\mathbf{N}\}^T \{\mathbf{p}_n\} = \beta_1 \phi_1 + \beta_2 \phi_2 + \dots + \beta_n \phi_n \quad (3.24.1)$$

Onde β são constantes e ϕ são funções interpoladoras, geralmente polinómios, independentes entre si, denominadas funções de interpolação. Uma vez que o método busca minimizar os erros é então possível dizer que caso executássemos uma integral sobre todo o domínio do problema, então o resíduo deveria ser zero, eq. (3.28).

$$\int_{\Omega} R \phi_j d\Omega = 0 \quad (3.28)$$

Na qual ϕ_j são os conjuntos das diversas funções de interpolação.

3.3.2. Problemas tridimensionais

Em um caso tridimensional qualquer a equação da onda pode ser descrita como apresentado pela eq. (3.5) apresentada anteriormente, ou ainda, rearranjando-a:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} - c_0^2 \nabla^2 \right] p = 0 \quad (3.29)$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0$$

De modo análogo ao executado anteriormente nas eqs. (3.5) e (3.6) é possível, por se tratar de um processo cíclico, separar a variável de tempo da equação da pressão, assim resultando em (3.30).

$$p(x, y, z, t) = P(x, y, z) e^{i\omega t} \quad (3.30)$$

Ao retornar com esta na eq. (3.29) é possível obter, então, a eq. (3.31).

$$\left[\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} - \frac{\omega^2}{c_0^2} P \right] e^{i\omega t} = 0 \quad (3.31)$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} - \frac{\omega^2}{c_0^2} P = 0$$

E esta equação será satisfeita toda vez que o termo em colchetes for igual a zero, resultando, desta forma, na segunda equação. A esta segunda equação dá-se o nome de equação de Helmholtz. Com esta equação é então possível propor uma aproximação à função P , tal qual a apresentada pela eq. (3.24.1), segunda parcela. Retornando com esta na eq. (3.31) é possível encontrar um resíduo decorrente da aproximação, eq. (3.32).

$$\frac{\partial^2 p_a}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p_a}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p_a}{\partial z^2} - \frac{\omega^2}{c_0^2} p_a = R \quad (3.32)$$

E com este retorna-se à eq. (3.28), obtendo assim a eq. (3.33).

$$\int_{\Omega} \left[\frac{\partial^2 p_a}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p_a}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p_a}{\partial z^2} - \frac{\omega^2}{c_0^2} p_a \right] \phi_j d\Omega = 0 \quad (3.33)$$

Realizando algumas das integrais e com a utilização do teorema de Gauss é possível encontrar a eq. (3.34), (LIMA, 2008).

$$\int_{\Gamma} \frac{\partial p_a}{\partial n} \phi_j d\Gamma - \int_{\Omega} \nabla p_a \cdot \nabla \phi_j d\Omega + \frac{\omega^2}{c_0^2} \int_{\Omega} p_a \phi_j d\Omega = 0 \quad (3.34)$$

Na qual Γ é referente à superfície na qual a onda se propaga e n é um vetor unitário normal a esta superfície, na direção de propagação da onda. Esta equação ainda pode ser alterada utilizando-se das eqs. (3.1) e (3.4), substituindo o termo de pressão na primeira integral, obtendo a eq. (3.35).

$$-j\rho_0\omega \int_{\Gamma} u_n \phi_j d\Gamma - \int_{\Omega} \nabla p_a \cdot \nabla \phi_j d\Omega + \frac{\omega^2}{c_0^2} \int_{\Omega} p_a \phi_j d\Omega = 0 \quad (3.35)$$

Além disso ainda pode-se substituir os termos p_a pelas funções de interpolação com os termos nodais, eq. (3.24.1), primeira parcela, o que resultaria na eq. (3.36).

$$-j\rho_0\omega \int_{\Gamma} u_n \phi_j d\Gamma - p_i \int_{\Omega} \nabla\phi_j \cdot \nabla\phi_j d\Omega + \frac{\omega^2}{c_0^2} p_i \int_{\Omega} \phi_j \phi_j d\Omega = 0 \quad (3.36)$$

Na qual os termos ϕ_i são as funções de interpolação, contidas na matriz N , eq. (3.24.1), e os termos p_i são referentes aos valores nodais de pressão, contidos no vetor \mathbf{p}_n , da eq. (3.24.1). Esta função, como esta apresentada, representa os valores de esforços e resistência para um nó específico, nó i . Em um caso onde existem n nós em um elemento, então, ter-se-á n destas equações. Ao unir todas as equações para um mesmo elemento é possível expressá-las da forma matricial, o que simplificado fica como apresentado pela eq. (3.37).

$$[[\mathbf{K}] - k_0^2[\mathbf{M}]]\{\mathbf{p}_n\} = \{\mathbf{f}\} \quad (3.37)$$

Para a qual $\{\mathbf{p}_n\}$ representa o vetor com os valores nodais de pressão e:

$$[\mathbf{K}] = \int_{\Omega} \nabla\phi_j \cdot \nabla\phi_j d\Omega \quad (3.37.1)$$

Que representa a matriz de rigidez do elemento;

$$[\mathbf{M}] = \int_{\Omega} \phi_j \phi_j d\Omega \quad (3.37.2)$$

Representando a matriz de inércia no elemento;

$$\{\mathbf{f}\} = -j\rho_0\omega \int_{\Gamma} u_n \phi_j d\Gamma \quad (3.37.3)$$

Referente ao vetor de esforços no elemento.

Uma vez com a equação das matrizes características do elemento, eq. (3.37), é possível aplicar o método dos elementos finitos para o sistema como um todo. E desta forma, encontrar os valores desejados de pressão para todos os nós do sistema, e consequentemente o valor para qualquer um dos pontos a partir das funções de interpolação.

3.4. Matriz da matriz de transferência unidimensional (*Transfer Matrix* - TM)

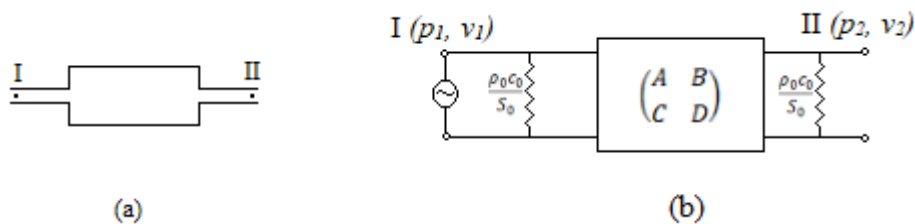
Assim como discutido anteriormente quando se analisa um filtro acústico qualquer, muitas vezes, não estamos interessados no que ocorre no interior do sistema. Sendo que somente os valores de entrada e de saída são utilizados para o cálculo dos parâmetros de eficiência principais.

Desta forma em 1985 Igarashi e Toyama propõem analisar silenciadores com a utilização de uma analogia elétrica. Ao criar-se um sistema elétrico equivalente os parâmetros de transferência do silenciador são facilmente calculados. Matematicamente o sistema poderia ser representado pela eq. (3.38).

$$\begin{Bmatrix} p_1 \\ v_1 \end{Bmatrix} = [TM] \begin{Bmatrix} p_n \\ v_n \end{Bmatrix} \quad (3.38)$$

Os valores p e v correspondem às pressões e as velocidades, respectivamente, e os sub índices l e n representam aos valores antes e após o silenciador. A matriz TM é a matriz característica/equivalente do silenciador analisado e trata-se de uma matriz 2x2 que contém os 4 parâmetros de transferência do mesmo. Como exemplo do uso desta metodologia tem-se a Figura 3.7.

Figura 3.7 – Exemplo câmara de expansão simples e sistema elétrico equivalente.



Fonte: IGARASHI E TOYAMA, 1958.

O sistema câmara de expansão simples da figura 3.7(a) pode ser representada como o sistema equivalente da Figura 3.7(b). Assim, neste caso, a eq. (3.38) tornar-se-ia tal qual apresentado pela eq. (3.39).

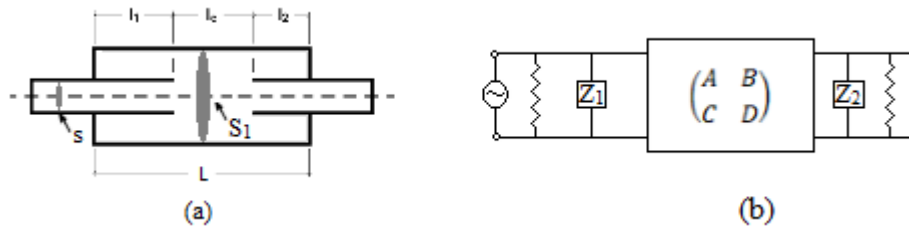
$$\begin{Bmatrix} p_1 \\ v_1 \end{Bmatrix} = [TM] \begin{Bmatrix} p_2 \\ v_2 \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ S_0/\rho_0 c_0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ S_0/\rho_0 c_0 & 1 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} p_2 \\ v_2 \end{Bmatrix} \quad (3.39)$$

Para a qual S é a área da seção transversal do duto, ρ é a massa específica e c é a velocidade de propagação no meio θ . Para um caso simples de uma câmara de expansão de comprimento l e área de seção S , como o apresentado, a matriz $ABCD$ pode ser descrita como, eq. (3.39.1), (IGARASHI E TOYAMA, 1958).

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos kl & \left(\frac{j\rho_0 c_0}{S}\right) \sin kl \\ \left(\frac{jS}{\rho_0 c_0}\right) \sin kl & \cos kl \end{pmatrix} \quad (3.39.1)$$

O valor l é o comprimento da câmara de expansão e S a área da mesma. Da mesma forma para um silenciador com dutos estendidos como o apresentado pela Figura 3.8.

Figura 3.8 – Silenciador de dutos estendidos e sistema elétrico equivalente.



Fonte: IGARASHI E TOYAMA, 1958.

Para o qual a câmara de expansão tem comprimento L e os comprimentos das extensões dos dutos, de entrada e saída, são denominadas l_1 e l_2 , respectivamente. A função equivalente passa a ser como apresentado pela eq. (3.40).

$$\begin{Bmatrix} p_1 \\ v_1 \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ S_0/\rho_0 c_0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1/Z_1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1/Z_2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ S_0/\rho_0 c_0 & 1 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} p_2 \\ v_2 \end{Bmatrix} \quad (3.40)$$

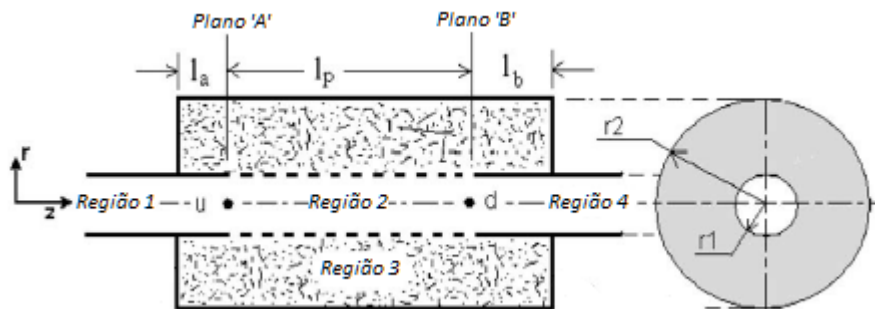
Os valores Z representam a impedância característica. A matriz $ABCD$, assim como anteriormente, representa a área de câmara de expansão simples e, desta forma, corresponde ao apresentado pela eq. (3.39.1). Desta forma é possível obter uma equação que compara os valores de pressão e velocidades antes e após o silenciador. E com desta razão é possível obter os valores dos parâmetros de eficiência do sistema.

3.5. Matriz de transferência bidimensional (TM2D)

Em muitos casos a utilização da matriz de transferência unidimensional não consegue descrever com precisão os fenômenos físicos tridimensionais estudados. Sendo assim, faz-se necessária a utilização de uma metodologia mais completa. Uma destas metodologias é a matriz de transferência bidimensional desenvolvida por Panigrahi e Munjal em 2005.

O funcionamento desta se dá da mesma forma que para o caso unidimensional apresentado pela eq. (3.38), porém com algumas alterações necessárias. Imagine que se tenha um caso de um silenciador com dutos perfurados e material absorvente no interior da câmara de expansão. Para um caso como este, tal qual apresentado pela Figura 3.9, faz-se necessário o uso da matriz de transferência bidimensional.

Figura 3.9 – Silenciador com duto perfurado e material absorvente.



Fonte: PANIGRAHI E MUNJAL, 2005.

Para encontrar a matriz de transferência entre os pontos u e d na entrada e na saída da câmara de expansão é necessário obter-se a função da qual os valores dos números de onda complexo podem ser extraídos. Desta forma analisando a equação da onda para as regiões 1, 2 e 4 é possível extrair a equação de Helmholtz para estes meios, eq. (3.41), (PANIGRAHI E MUNJAL, 2005).

$$(1 - M^2) \frac{\partial^2 p_2}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p_2}{\partial r} + \frac{\partial^2 p_2}{\partial r^2} + k_0^2 p_2 - 2jMk_0 \frac{\partial p_2}{\partial z} = 0 \quad (3.41)$$

Na qual a variação quanto ao tempo foi assumida como senoidal. O valor M é correspondente ao número de Mach, z e r são as coordenadas axiais e radiais, respectivamente, k_0 é o número de onda do escoamento livre, p_2 é a função de pressão no meio 2 e j é a unidade imaginária. Para o meio 3, com um processo análogo, têm-se a eq. (3.41.1), (PANIGRAHI E MUNJAL, 2005).

$$\frac{\partial^2 p_3}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p_3}{\partial r} + \frac{\partial^2 p_3}{\partial r^2} + k_w^2 p_3 = 0 \quad (3.41.1)$$

Para qual foi considerado meio estacionário devido ao meio ser preenchido por material absorvente, impossibilitando escoamento. O termo k_w é referente ao número de onda complexo no material absorvente, (o sub índice w é utilizado para termos referentes ao material absorvente). Nestas equações os valores da função de pressão podem ser expressos para o modo de vibração (0,0) como apresentados nas eqs. (3.42) e (3.42.1), meio 2 e meio 3, respectivamente.

$$p_2(z, r, t) = A_{\pm} J_0(k_{r_{\pm}} r) e^{j(\omega t - k_{z_{\pm}} z)} \quad (3.42)$$

$$p_w(z, r, t) = B_{\pm} \{J_0(k_{r_w \pm} r) + C_{b_{\pm}} N_0(k_{r_w \pm} r)\} e^{j(\omega t - k_{z_{\pm}} z)} \quad (3.42.1)$$

Na qual:

$$C_{b_{\pm}} = - \frac{J_1(k_{r_w \pm} r_2)}{N_1(k_{r_w \pm} r_2)} \quad (3.43)$$

Os termos J_i são referentes às funções de Bessel de primeiro tipo e ordem i , assim como N_i é a função de Bessel de segundo tipo, (também conhecida como função de Neumann), e ordem i , k são os números de onda, (sub índices são referentes às direções z e r , para a direção radial no meio 3 o termo utilizado é r_w), A e B são constantes e ω é a frequência da onda, o termo r é referente ao raio, (r_2 é o raio da câmara de expansão), o sub índices $+$ é referente a ondas se movendo na direção positiva do eixo z e $-$ é referente a ondas se deslocando no sentido oposto. Nas equações anteriores os valores para o número de onda podem ser correlacionados entre si de acordo com as eqs. (3.44) e (3.45).

$$k_z^2 + k_r^2 = k_0^2 \quad (3.44)$$

$$k_z^2 + k_{r_w}^2 = k_w^2 \quad (3.45)$$

Uma vez que os meios 2 e 3 estão conectados então para $r = r_1$ os termos p_2 e p_w devem ser iguais, as amplitudes A e B podem ser correlacionadas. Assim para a região perfurada, entre os pontos u e d , (entre os planos 'A' e 'B' da Figura 3.9), a expressão de pressão pode ser dada pela eq. (3.46).

$$p_p(z, r) = P_{p_+} \psi_{p_+}(r) e^{-jk_{z_+}z} + P_{p_-} \psi_{p_-}(r) e^{+jk_{z_-}z} \quad (3.46)$$

Na qual o sub índice p representa os valores na região perfurada, P é uma amplitude de pressão, o sub índice $+$ representa ondas na direção de z e $-$ na direção contrária, e o termo ψ representa a função de dependência da pressão em relação ao raio. E este último termo, ψ , pode ser dado por:

$$\psi_{p_{\pm}} = \begin{cases} \psi_{2p_{\pm}}, & 0 < r < r_1 \\ \psi_{3p_{\pm}}, & r_1 < r < r_2 \end{cases} \quad (3.46.1)$$

Nesta os sub índices 2 e 3 referem-se aos valores para os meios 2 e 3. Nesta interface, em que $r = r_1$, existe, além da interação entre os dois meios, uma barreira, o duto perfurado. Sendo assim, uma onda passando por esta interface teria uma queda de pressão, eq. (3.47).

$$p(r_1) - p_w(r_1) = Z_p \rho_0 c_0 u_r(r_1) \quad (3.47)$$

O termo Z_p corresponde à impedância da perfuração, ρ_0 é a massa específica e c_0 a velocidade de propagação da onda no meio e u_r é o termo de velocidade na direção radial. O termo u_r , por sua vez, pode ser dado pela eq. (3.48).

$$u_r(r) = j\omega \eta_r(r) \quad (3.48)$$

Onde o termo η_r é referente ao deslocamento da partícula na direção radial. E, assim como discutido, o valor de deslocamento para a interface das regiões 2 e 3 é igual. Os deslocamentos, por sua vez, podem ser dados pelas eqs. (3.49) e (3.49.1), (PANIGRAHI E MUNJAL, 2005).

$$\eta_r = \frac{1}{\rho_0 \omega^2 \left(1 \mp M(k_{z_{\pm}}/k_0)\right)} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (3.49)$$

$$\eta_{rw} = \frac{1}{\rho_w \omega^2} \frac{\partial p_w}{\partial r} \quad (3.49.1)$$

Na qual ρ_w é o termo de massa específica complexa para o meio 3. Utilizando-se da eq. (3.47), assim como das eqs. (3.42) e (3.42.1), e, com estas, obtendo a razão entre as amplitudes A e B . É possível obter as eqs. (3.50) e (3.51), (PANIGRAHI E MUNJAL, 2005), que, no caso, correspondem a autofunção ψ_2 .

$$\psi_{2p_{\pm}} = J_0(k_{r_{\pm}} r) \frac{[J_0(k_{rw_{\pm}} r_1) - C_{b_{\pm}} N_0(k_{rw_{\pm}} r_1)]}{\left[J_0(k_{rw_{\pm}} r_1) + j \frac{Z_p k_0 k_{r_{\pm}} J_1(k_{r_{\pm}} r_1)}{(k_0 \mp M k_{z_{\pm}})^2} \right]} \quad (3.50)$$

$$\psi_{3p_{\pm}} = J_0(k_{rw_{\pm}} r_1) - C_{b_{\pm}} N_0(k_{rw_{\pm}} r_1) \quad (3.51)$$

Igualando as eqs. (3.49) e (3.49.1) junto à superfície perfurada, $r = r_1$, e derivando as eqs. (3.42) e (3.42.1) de acordo é possível obter a eq. (3.52), (PANIGRAHI E MUNJAL, 2005).

$$\left(\frac{k_{rw_{\pm}}}{k_0} \right) \left[\frac{\left(1 \mp M(k_{z_{\pm}}/k_0) \right)^2 J_0(k_{r_{\pm}} r_1)}{J_1(k_{r_{\pm}} r_1)} + j \frac{Z_p k_{r_{\pm}}}{k_0} \right] \quad (3.52)$$

$$= \left(\frac{\rho_w}{\rho_0} \right) \frac{[J_0(k_{rw_{\pm}} r_1) + C_{b_{\pm}} N_0(k_{rw_{\pm}} r_1)]}{[J_1(k_{rw_{\pm}} r_1) + C_{b_{\pm}} N_1(k_{rw_{\pm}} r_1)]}$$

Esta equação pode ser utilizada, juntamente com as eqs. (3.44) e (3.45), para encontrar-se os valores dos números de onda complexos. E uma vez que está se trata de um sistema de equações possível e indeterminado múltiplos valores podem ser encontrados. Uma vez com estes valores de número de onda complexos é possível, então, buscar a matriz característica do silenciador. Assumindo que tanto na entrada quanto na saída da câmara de expansão, (região 1 e região 4, respectivamente), ocorram somente ondas planas, então, é possível descrever o comportamento da pressão de acordo com as eqs. (3.53) e (3.53.1).

$$p_1(z, r) = P_{1+} e^{-jk_{1z+}z} + P_{1-} e^{+jk_{1z-}z} \quad (3.53)$$

$$p_4(z', r) = P_{4+} e^{-jk_{4z+}z'} \quad (3.53.1)$$

Nestas o sub índice + é suado para ondas viajando no sentido positivo do eixo z e – para ondas viajando no sentido contrário, P_1 e P_4 são as amplitudes da pressão em u e em d. A coordenada z' corresponde a coordenada z com zero na posição d da Figura 3.9. Na eq. (3.53.1), saída do silenciador, é considerada a existência de uma terminação anecóica, sendo assim somente têm-se ondas no sentido positivo. Fazendo o balanço de esforços para os planos A e B encontra-se as eqs. (3.54) e (3.54.1), respectivamente.

$$S_1(P_{1+} + P_{1-}) = P_{p+} S_{2+} + P_{p-} S_{2-} \quad (3.54)$$

$$P_{4+} S_4 = P_{p+} S_{2+} e^{-jk_{z+}l_p} + P_{p-} S_{2-} e^{+jk_{z-}l_p} \quad (3.54.1)$$

O termo lp é referente ao comprimento da câmara de expansão livre, S são referentes as áreas de secção transversal. Para as regiões 1 e 4 os valores são calculados como $S_1 = \pi r_1^2$ e $S_4 = \pi r_4^2$, enquanto para a região 2, termos S_2 , devem ser calculados de acordo com a eq. (3.55), (PANIGRAHI E MUNJAL, 2005).

$$S_{2\pm} = 2\pi \int_0^{r_1} r \psi_{p\pm}(r) dr \quad (3.55)$$

Retornando com as eqs. (3.54) na eq. (3.53), assim como com a eq. (3.54.1) na (3.53.1), encontra-se a eqs. (3.56), e (3.56.1).

$$p_1 = P_{p+} \left(\frac{S_{2+}}{S_1} \right) + P_{p-} \left(\frac{S_{2-}}{S_1} \right) \quad (3.56)$$

$$p_4 = P_{p+} \left(\frac{S_{2+}}{S_4} \right) e^{-jk_{z+}lp} + P_{p-} \left(\frac{S_{2-}}{S_4} \right) e^{+jk_{z-}lp} \quad (3.56.1)$$

Da equação da quantidade de movimento, eq. (3.2), para este caso específico é possível obter a eq. (3.57), referente à região 2, (duto interno).

$$\rho_0 \frac{\partial u_{2\pm}}{\partial t} = - \frac{\partial p}{\partial z} \quad (3.57)$$

E a partir desta, eq. (3.57), pode-se obter a função para a velocidade u_2 , (direção do eixo z), resultando na eq. (3.58).

$$u_{2\pm} = P_{p\pm} \psi_{2\pm} \alpha_{2\pm} \quad (3.58)$$

$$\alpha_{2\pm} = \frac{k_{z\pm}/k_0}{\rho_0 c_0 (1 \mp M(k_{z\pm}/k_0))} \quad (3.58.1)$$

Da mesma forma repete-se os passos para a região 3, (região com material absorvente), obtendo a eq. (3.59), ou seja:

$$u_{3\pm} = P_{p\pm} \psi_{3\pm} \alpha_{3\pm} \quad (3.59)$$

$$\alpha_{3\pm} = \frac{\rho_0 k_{z\pm}/k_0}{\rho_w \rho_0 c_0} \quad (3.59.1)$$

Para uma partícula qualquer no plano A a velocidade radial pode ser expressa de acordo com:

$$u(l_a, r) = \frac{p_p(l_a, r)}{Z_a(l_a)} \quad (3.60)$$

Para a qual l_a é a distância entre o ponto u e o zero do sistema de coordenadas, (é a distância entre o zero e a entrada da câmara de expansão), e o valor Z_a é referente a impedância do meio 3. Desta forma a vazão volumétrica passando pelo plano A pode ser dada pela eq. (3.61).

$$v_{l_a} = 2\pi \int_{r_1}^{r_2} r u(l_a, r) dr = \frac{2\pi}{Z_a(l_a)} \int_{r_1}^{r_2} r p_p(l_a, r) dr \quad (3.61)$$

Sendo Eq. 3.51 como demonstrado, pode ser escrita tanto em função da velocidade quanto em função da pressão com o uso da eq. (3.60). Considerando a conservação das vazões passando pelo plano A, em virtude da existência de ondas na direção da coordenada e na direção contrária, obtêm-se a eq. (3.62).

$$\frac{S_1}{\rho_0 c_0} (P_{1+} - P_{1-}) = \int_{S_2} (u_{2+} - u_{2-}) dS + \int_{S_3} \left(\frac{P_{p+} \psi_{3+}}{Z_a} - \frac{P_{p-} \psi_{3-}}{Z_a} \right) dS \quad (3.62)$$

Assim reescrevendo a equação da vazão, que passa pelo plano A, é possível obter a eq. (3.63).

$$v_1 = P_{p+} \left(\alpha_{2+} S_{2+} + \frac{S_{3+}}{Z_a} \right) - P_{p-} \left(\alpha_{2-} S_{2-} + \frac{S_{3-}}{Z_a} \right) \quad (3.63)$$

Na qual o termo S_3 é análogo ao termo S_2 .

$$S_{3\pm} = 2\pi \int_{r_1}^{r_2} r \psi_{3p\pm}(r) dr \quad (3.63.1)$$

Com as equações de pressão e de vazão como funções dos valores P_p é possível escrevê-las de forma matricial, (as eqs. (3.56) e (3.63) resultam na eq. (3.64)).

$$\begin{Bmatrix} p_1 \\ v_1 \end{Bmatrix} = [A] \begin{Bmatrix} P_{p+} \\ P_{p-} \end{Bmatrix} \quad (3.64)$$

Na qual a matriz A corresponde a:

$$[A] = \begin{bmatrix} \left(\frac{S_{2+}}{S_1}\right) & \left(\frac{S_{2-}}{S_1}\right) \\ \left(\alpha_{2+}S_{2+} + \frac{S_{3+}}{Z_a}\right) & \left(-\alpha_{2-}S_{2-} - \frac{S_{3-}}{Z_a}\right) \end{bmatrix} \quad (3.64.1)$$

Da mesma forma é possível, também extrair a função para a vazão volumétrica para o plano B, o que resulta na eq. (3.65).

$$v_4 = P_{p+} \left(\alpha_{2+}S_{2+} - \frac{S_{3+}}{Z_b}\right) e^{-jk_{z+}l_p} - P_{p-} \left(\alpha_{2-}S_{2-} + \frac{S_{3-}}{Z_b}\right) e^{+jk_{z-}l_p} \quad (3.65)$$

Que também pode ser transformado em uma equação matricial, eq. (3.66), a partir das eqs. (3.56.1) e (3.65).

$$\begin{Bmatrix} p_4 \\ v_4 \end{Bmatrix} = [B] \begin{Bmatrix} P_{p+} \\ P_{p-} \end{Bmatrix} \quad (3.66)$$

Com a matriz B correspondendo a:

$$[B] = \begin{bmatrix} \left(\frac{S_{2+}}{S_4}\right) e^{-jk_{z+}l_p} & \left(\frac{S_{2-}}{S_4}\right) e^{+jk_{z-}l_p} \\ \left(\alpha_{2+}S_{2+} - \frac{S_{3+}}{Z_b}\right) e^{-jk_{z+}l_p} & \left(-\alpha_{2-}S_{2-} - \frac{S_{3-}}{Z_b}\right) e^{+jk_{z-}l_p} \end{bmatrix} \quad (3.66.1)$$

Assim se desejarmos obter a matriz de transferência para a região entre os planos A e B é possível utilizar das eqs. (3.64) e (3.66) para obtê-la, eq. (3.67).

$$[TM] = [A][B]^{-1} \quad (3.67)$$

Que relacionaria as pressões e velocidade da região 1 às da região 4 da seguinte forma:

$$\begin{Bmatrix} p_1 \\ v_1 \end{Bmatrix} = [TM] \begin{Bmatrix} p_4 \\ v_4 \end{Bmatrix} \quad (3.68)$$

Assim a matriz TM resultante é:

$$[TM] = \begin{bmatrix} \frac{\alpha_{2-} e^{+jk_{z+}l_p} + \alpha_{2+} e^{-jk_{z-}l_p}}{\alpha_{2-} + \alpha_{2+}} & \frac{e^{+jk_{z+}l_p} - e^{-jk_{z-}l_p}}{S_1(\alpha_{2-} + \alpha_{2+})} \\ \frac{S_1 \alpha_{2-} \alpha_{2+} (e^{+jk_{z+}l_p} - e^{-jk_{z-}l_p})}{\alpha_{2-} + \alpha_{2+}} & \frac{\alpha_{2-} e^{+jk_{z+}l_p} + \alpha_{2+} e^{-jk_{z-}l_p}}{\alpha_{2-} + \alpha_{2+}} \end{bmatrix} \quad (3.69)$$

E uma vez que se tenha esta matriz de transferência é possível calcular os valores dos parâmetros de eficiência do silenciador. No caso da perda de transmissão sonora a equação para o cálculo corresponde a eq. (3.70), (PANIGRAHI E MUNJAL, 2005).

$$TL = 20 \log_{10} \left[\frac{TM_{(1,1)} + TM_{(1,2)}/Y_1 + Y_1 TM_{(2,1)} + TM_{(2,2)}}{2} \right] \quad (3.70)$$

Os termos $TM_{(i,j)}$ são referentes aos termos da matriz \mathbf{TM} para a linha i e a coluna j , (i.e. $TM_{(1,2)}$ é o termo na primeira coluna e segunda linha da matriz \mathbf{TM}), e o termo Y_1 corresponde a impedância característica do meio 1, (duto central).

3.6. Algoritmo Genético (*Genetic Algorithm - GA*)

O GA foi utilizado como ferramenta de otimização para realização desta dissertação. Desenvolvido em 1975 por John Holland, o algoritmo genético tinha como intuito reproduzir, matematicamente, um processo de seleção natural. Para, com isso, obter um indivíduo mais apto, (BELEGUNDU E CHANDRUPATLA, 2014).

Para que esta seleção seja, matematicamente, possível é necessário que o indivíduo I possa ser descrito a partir de uma função, denominada função objetivo F_{obj} , assim como é necessário que este indivíduo seja uma função de suas características X_i . Desta forma, chega-se à conclusão de que a função objetivo pode ser descrita a partir das características do indivíduo, assim, têm-se:

$$F_{obj} = f(X_i) \quad (3.71)$$

Novamente com o intuito de expressar a seleção natural matematicamente decidiu utilizar do sistema binário. Este consiste na utilização de uma sequência de $N \cdot NB$ bits, (N é referente ao número de características X que descrevem o indivíduo I e NB , é referente ao número de bits que compõem cada uma destas características). E nesta sequência cada valor pode assumir as constantes binárias, ou seja, 0 ou 1.

A utilização deste sistema possibilitou descrever as características genéticas de um indivíduo como um valor numérico, binário. Valor este que, então, poderia ser

utilizado em um modelo matemático para obter a otimização/evolução desejada. Porém para uma melhor aplicabilidade este valor binário necessita ser transformado em um valor decimal, (possibilitando expressar as características do indivíduo, também, como números). Por exemplo, considerando um I com suas características, X_i , prescritas como;

$$I = [X_1, X_2, \dots, X_N] \quad (3.72)$$

Onde cada uma das características, X_i , é formada por NB dígitos binários, ou seja:

$$X_i = [a_{NB}, a_{NB-1}, \dots, a_1] \quad (3.73)$$

Nesta os valores a correspondem às constantes binários, que assumem valores 0 ou 1. Desta forma a decodificação de uma X_i qualquer se da seguinte forma: da direita para esquerda deve-se multiplicar o valor do dígito binário, (0 ou 1), por dois elevado a posição do dígito subtraído de um, e somar os valores obtidos. Como demonstrado pela eq. (3.74).

$$S_i = (a_{NB} \cdot 2^{NB-1} + a_{NB-1} \cdot 2^{NB-2} + \dots + a_2 \cdot 2^1 + a_1 \cdot 2^0) \quad (3.74)$$

Onde o valor S é o valor matemático correspondente do código binário da característica X_i do indivíduo I . Desta forma para caso em que se tenha uma característica com quatro bits, (NB igual a 4), cujo código é 1001.

$$1001 \quad (3.74.1)$$

O valor numérico correspondente é:

$$S_i = (1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0) = 9 \quad (3.74.1a)$$

Como pode ser observado este valor decimal varia entre 0 e 2 elevado ao número de binários existentes, (2^{NB}). Sendo assim para um algarismo binário com 2 dígitos tem-se quatro arranjos possíveis, assim como para um algarismo com 12 binários tem-se 4096 diferentes combinações. Desta forma uma característica específica, (X_i), pode ter 2^{NB} diferentes possibilidades, assim como um indivíduo, (I), com N características terá 2^{NB} elevado a N diferentes possibilidades. Com isso

alterando-se o número de dígitos binários, (NB), utilizados é possível alterar a quantidade de combinações possíveis para a mesma característica, (X_i).

Desta mesma forma tem-se que, ao transformar-se um número binário em um número decimal, o “valor” de certa característica X_i pode ser expresso entre os valores limites $X_{i,min}$ e $X_{i,max}$, eq. (3.75) a seguir.

$$X_{i,min} \leq X_i \leq X_{i,max}, i = 1, 2, \dots, N \quad (3.75)$$

Na qual $X_{i,min}$ é referente ao valor mínimo, (também descrito como $XL(i)$, onde L é derivado do inglês “*lower*”, menor/inferior), e $X_{i,max}$ ao valor máximo, (também descrito como $XU(i)$, onde U é derivado do inglês “*upper*”, maior/superior), que a característica X_i pode assumir. Da mesma forma que anteriormente quando como algarismo binário, este intervalo é subdividido em 2^{NB} diferentes possibilidades. Sendo assim escolhendo um certo número de dígitos binários é possível alterar o número de subdivisões entre os limites de X_i , e conseqüentemente altera-se a precisão deste valor.

Porém para que a escolha de um indivíduo apto seja feita é necessário que diversos indivíduos sejam comparados e que, com parâmetros predefinidos, o mais apto seja definido. Estes parâmetros para escolha do mais apto tratam-se da função objetivo citada anteriormente, eq. (3.71). Em um caso de evolução genética, por exemplo, pode-se determinar que certas características sejam importantes para uma melhor adaptação, enquanto outras nem tanto e, outras ainda, devem ser deixadas de lado para atingir o melhor indivíduo, e desta forma definir-se-á a função objetivo desejada.

Sendo assim o algoritmo desenvolvido por Holland cria um grupo de indivíduos, no qual cada um deles respeitam as regras impostas nas eqs. (3.71), (tanto os indivíduos quanto a função objetivo desejada podem ser expressas pelas características analisadas). Este grupo de indivíduos é chamado de geração.

Uma geração é composta por um certo número de indivíduos, (IZ), na qual cada um destes indivíduos deve ter o mesmo número de características, (N), e cada uma destas características ser descritas pelo mesmo número de dígitos binários, (NB). Sendo assim todos os indivíduos devem conter todas as características analisadas, de tal forma que possam ser comparadas entre si, (vale ressaltar que certas características podem não estar presentes/assumem o valor 0, mas mesmo assim existem no indivíduo).

Após essa etapa de criação dos *IZ* indivíduos estes, (suas características/funções objetivo), são comparados e o indivíduo mais apto é salvo. Para este indivíduo o valor da função objetivo pode ser denominado *FMAX* ou *FMIN*, (ou ainda *FBEST*), nas quais o valor da função objetivo alcança o valor de máximo ou mínimo, respectivamente, dependendo do objetivo desejado.

Após esta primeira geração uma nova geração é criada com base na anterior e, novamente, o processo de comparação, descrito anteriormente, é repetido, (funções objetivo são comparadas). Porém, desta vez, como já havia um indivíduo apto, salvo da geração anterior, uma nova comparação é necessária. Esta comparação resultara em um novo indivíduo mais apto, podendo este ser ou não o mesmo da geração anterior, que, por sua vez, será salvo para futuras comparações. Assim o valor de *FMAX/FMIN* será atualizado a cada geração.

Este processo, criação de uma geração e comparação entre indivíduos, é repetido diversas vezes. A quantidade de vezes que este processo é repetido é definido como *NGEN*, que denomina a quantidade de gerações a serem analisadas. Podendo-se também inserir um critério de parada, de tal forma que o processo é interrompido se o indivíduo desejado é alcançado antes de *NGEN* ser atingido.

Após este processo ser completo o indivíduo mais apto foi obtido. Este indivíduo obteve o melhor valor para a função objetivo dentre todos os outros, (função objetivo = *FMAX* ou *FMIN* ou ainda *FBEST*), e, para isso, suas características assumiram o melhor valor encontrado durante a análise, ($X_i = X_iMAX$ ou X_iMIN ou ainda X_iBEST).

3.7. Regra de Simpson composta

Para a obtenção de uma função objetivo F_{obj} , a ser utilizada no processo de otimização via algoritmo genético, seria desejável que está se tratasse de uma função contínua, tal qual a apresentado pela eq. (3.76), a seguir.

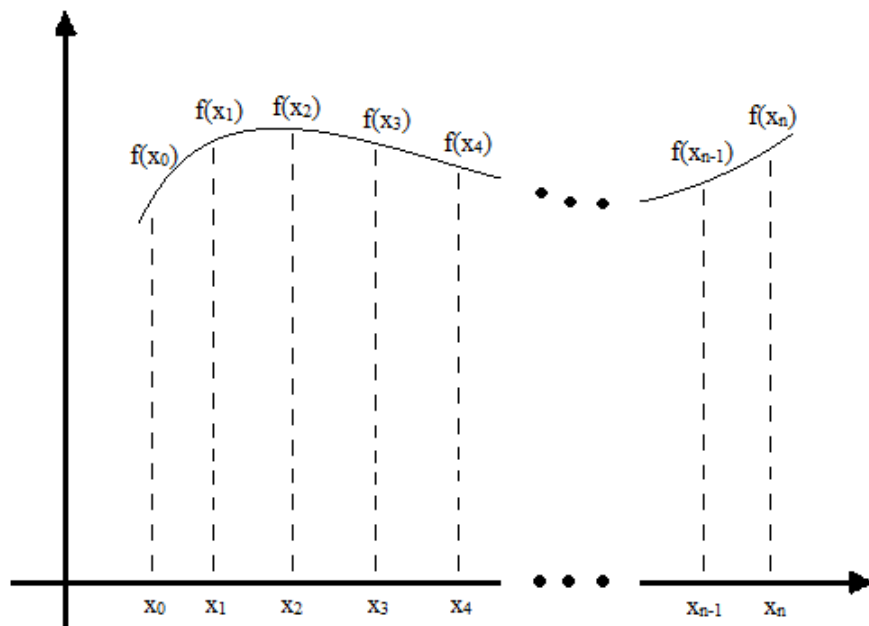
$$F_{obj} = \int_a^b f(x) dx \quad (3.76)$$

Porém em um caso real isso não é possível. Neste caso é necessário discretizar a integral da eq. (3.76). Como um dos métodos de discretização mais conhecidos está o método de Simpson, que, quando utilizando uma interpolação quadrática entre os valores, corresponde a eq. (3.77), (CAMPOS FILHO, FREDERICO, 2018).

$$\int_a^b P(x) dx = \frac{(b-a)}{6} \left[f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b) \right] \quad (3.77)$$

Porém quando o intervalo entre a e b é muito grande esta simplificação perde a precisão. Nestes casos é possível aumentar o número de subdivisões entre o ponto a e o ponto b , diminuindo, desta forma, o tamanho dos intervalos de interpolação, (vide Figura 3.10).

Figura 3.10 – Intervalos de Interpolação.



Fonte: O autor, 2018.

Desta forma para uma função qualquer, tal como a descrita na Figura 3.10, a integral de Simpson pode ser reescrita como o somatório das variações de cada intervalo. Assim, considerando que os intervalos têm o mesmo comprimento é possível obter as seguintes eqs. (3.78) e (3.79), para os primeiros intervalos:

$$\int_{x_0}^{x_2} P(x) dx = \frac{h}{3} [f(x_0) + 4f(x_1) + f(x_2)] \quad (3.78)$$

E para o segundo intervalo:

$$\int_{x_2}^{x_4} P(x) dx = \frac{h}{3} [f(x_2) + 4f(x_3) + f(x_4)]. \quad (3.79)$$

Onde:

$$h = \frac{(x_{n-2} - x_n)}{2} \quad (3.80)$$

A eq. (3.78) refere-se ao primeiro intervalo, (entre x_0 e x_2 com x_1 no ponto médio), e a eq. (3.79) é referente ao segundo intervalo de interpolação, (entre x_2 e x_4 com x_3 no ponto médio). O valor h , eq. (3.80), é referente à distância entre o primeiro valor e o valor médio do intervalo em questão, assim como a distância entre o ponto médio e o ponto final do intervalo. Desta forma quando executado o somatório dos valores, intervalo a intervalo, é possível obter uma aproximação desejada para a função $f(x)$, o que resulta nas eqs. (3.81) e (3.81.1), (CAMPOS FILHO, FREDERICO, 2018).

$$\int_a^b f(x) dx \cong \frac{h}{3} \left[f(x_0) + 2 \sum_{j=1}^{n/2-1} f(x_{2j}) + 4 \sum_{j=1}^{n/2} f(x_{2j-1}) + f(x_n) \right] \quad (3.81)$$

Ou ainda:

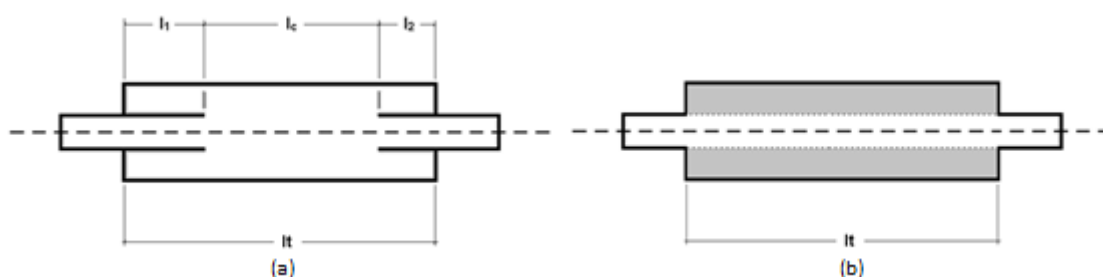
$$\int_a^b f(x) dx \cong \frac{h}{3} \sum_{j=1}^{n/2} [f(x_{2j-2}) + 4f(x_{2j-1}) + f(x_{2j})] \quad (3.81.1)$$

Estas equações são, também, conhecidas como a regra de Simpson composta. E descrevem com uma precisão desejada, definida pelo número de subdivisões, o intervalo entre os valores limites a e b .

4. Metodologia Aplicada

O desenvolvimento do trabalho pode ser dividido em duas partes principais. Na primeira parte foram analisados silenciadores com tubos estendidos, nos quais o duto de entrada e de saída tem uma extensão dentro da câmara de expansão. Enquanto na segunda parte foram analisados silenciadores com um duto central perfurado e a região da câmara de expansão forrada de material absorvente, (um esquema dos modelos analisados pode ser visto na Figura 4.1 abaixo).

Figura 4.1 – Modelos analisados na primeira, (a), e segunda, (b), parte.



Fonte: O autor, 2018.

De maneira breve na primeira parte, Figura 4.1(a), foram adicionadas extensões nos dutos de entrada e saída de um silenciador de câmara de expansão simples. Com a adição destas buscava-se obter uma melhor curva de perda de transmissão sonora, principalmente, para nas frequências de ressonância do silenciador. Para tanto dever-se-ia otimizar os valores de comprimentos das extensões. Este tipo de silenciador foi escolhido tendo em vista sua eficácia, quando devidamente otimizado, em relação à outros tipos de silenciadores reativos, (SELAMET E JI, 1999; LIMA *et al.*, 2011). Além disso têm-se também a simplicidade e a facilidade de resolução do mesmo. Uma vez que, para a otimização deste modelo de silenciador, somente é necessário alterar-se os dois valores de comprimentos das extensões, de entrada e de saída, da câmara de expansão. Em virtude disso o processo de otimização tornava-se mais ágil, controlado e, por vezes, mais preciso.

Na segunda parte, Figura 4.1(b), foram analisados silenciadores bidimensionais para os quais buscou-se os números de onda complexos na direção axial e radial. Estes valores, por sua vez, eram utilizados para o cálculo da perda de transmissão sonora. No caso a intenção inicial do projeto era utilizar esta metodologia bidimensional para analisar silenciadores com dutos estendidos e com a possibilidade de inserção de

material absorvente. Tendo em vista que o silenciador com duto interno perfurado e câmara de preenchida com material absorvente possui uma alta eficiência. Entretanto este modelo, quando estudado com os tradicionais métodos computacionais (Método dos Elementos Finitos - MEF e *Boundary Element Method* - BEM), acaba se tornando muito dispendioso computacionalmente, tanto em tempo quanto em necessidade de *hardware*/capacidade de processamento, dependendo do domínio analisado, (XU *et al.*, 2004). Porém por motivos discutidos no próximo capítulo esta etapa não foi realizada. Desta forma esta etapa, segunda parte, buscou os números de onda complexos nas direções axiais e radiais que resultariam na curva de TL experimental encontrada na literatura.

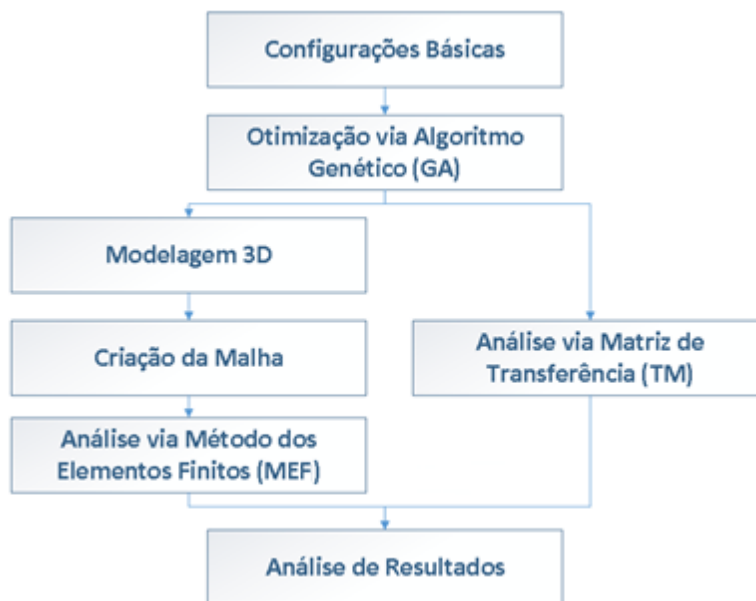
4.1. Primeira Parte

Nesta primeira parte buscava-se obter os valores dos comprimentos l_1 e l_2 , vide Figura 4.1(a), para que os valores de perda de transmissão sonora, (TL), causado pelo silenciador fossem ótimos. O valor ótimo corresponde, não somente, ao maior valor de TL para a faixa de frequência (maior somatório), mas também à valores mais constantes dentro da faixa analisada. Para, com isso, manter um bom valor de TL para todos os valores da faixa sem ter pontos para os quais a perda de transmissão sonora é nula, enquanto outros pontos têm um grande pico.

Para isso, primeiramente, foram decididos alguns parâmetros básicos utilizados em todas as análises, dimensões básicas do silenciador, assim como alguns parâmetros de análise, (estas escolhas, assim como seus valores, são descritas detalhadamente no item 4.1.1 a seguir). Após isso foi empregado um algoritmo de otimização que buscava os valores para os comprimentos l_1 e l_2 que obteriam um maior somatório de TL. Esta busca era feita por tentativas, utilizando-se de diversas funções objetivo/intervalos de otimização diferentes, (este processo será descrito mais detalhadamente no item 4.1.2, a seguir). Uma vez com estes comprimentos o silenciador obtido era validado com a utilização de análises via matriz de transferência unidimensional, (processo descrito no item 4.1.3), e do Método dos Elementos Finitos – MEF, (item 4.1.4), (vale ressaltar que não se têm validação experimental dos modelos estudados nesta etapa). Como citado anteriormente este processo era dado por tentativas, ou seja, todo este processo era

repetido para cada uma das tentativas. E desta forma se os resultados obtidos não correspondessem ao desejado o processo era repetido para um a outra função objetivo, (alguns dos principais passos/tentativas executados foram descritos no item 4.1.5). Todos estes procedimentos podem ser descritos, simplificados, pelo esquema da Figura 4.2 a seguir.

Figura 4.2 – Procedimentos para obtenção de resultados.



Fonte: O autor, 2018.

Assim como descrito anteriormente os processos citados no diagrama acima são vistos com mais detalhes nos itens seguintes. Estes estão nomeados de acordo com a Figura 4.2 de forma a facilitar o entendimento do processo como um todo.

4.1.1. Configurações Básicas

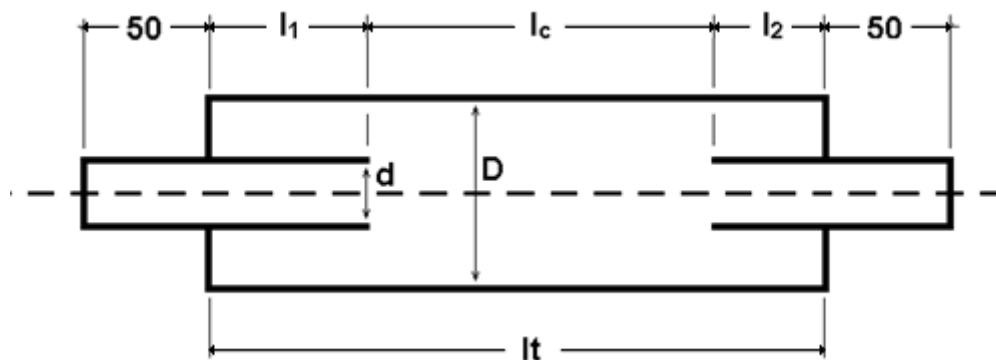
Primeiramente é necessário definir algumas configurações/dimensões básicas para os modelos analisados. Como principais características tem-se os diâmetros do duto de admissão, o diâmetro da câmara de expansão e o comprimento da mesma, assim como a definição do tipo de modelo de silenciador a ser utilizado.

Como modelo de estudo, no presente projeto, são utilizados somente silenciadores passivos/dissipativos, reduzindo, desta forma, parte das configurações possíveis. Porém dentro desta categoria o número de opções ainda é grande. Como alguns exemplos tem-se os silenciadores analisados por Young e Crocker (1976) com câmaras de expansão de secção transversal diferentes, (elípticas/retangulares),

posicionamento de entradas e saídas distintas, (*SI-CO: Side In-Center Out* ou *SI-SO: Side In-Side Out*), diferentes tamanhos para as câmaras, (largura e comprimento) e diferentes diâmetros para as entradas e saídas. Sendo que todos os modelos por eles analisados utilizavam de escoamento reverso, uma configuração na qual a entrada e saída do silenciador estavam do mesmo lado, então o escoamento/ondas sonoras teriam de inverter o sentido para saírem do silenciador. Ainda utilizando escoamento reverso tem-se Ross (1980), que analisou a inserção de múltiplas câmaras de expansão em um mesmo filtro acústico. Ou ainda, em Ross (1981), utilizando escoamento reverso porem com um duto perfurado na extensão da câmara. Outros exemplos que podem ser citados são os modelos estudados por Craggs (1977), que consistiam em câmaras de expansão simples com a adição de materiais absorventes em diferentes localidades e com diferentes espessuras.

Dentre as diversas opções de configurações possíveis a utilizada nesta parte consiste em uma câmara de expansão simples, sem materiais absorventes, com tubos estendidos no interior da câmara de expansão. Este modelo pode ser descrito pela Figura 4.3 a seguir.

Figura 4.3 – Esquema dos modelos utilizados na primeira parte.



Fonte: O autor, 2018.

Nesta, Figura 4.3, é representado o esquema básico dos modelos analisados, os valores de d e D correspondem aos diâmetros, do duto de admissão/exaustão e da câmara de expansão, respectivamente. Os valores l_i correspondem a comprimentos, onde o sub índice t refere-se ao comprimento total da câmara de expansão, os sub índices l e 2 referem-se aos comprimentos das extensões de entrada e saída na câmara e o sub índice c é referente ao comprimento sem extensões, (obtido subtraindo os valores de l_1 e l_2 de l_t). Os valores de comprimentos dos dutos de admissão e exaustão, externos

à câmara de expansão, foram fixos em 50 milímetros, (utilizados na criação dos modelos utilizados em MEF).

Os outros valores, comprimentos, foram alterados dentre os modelos analisados. Sendo assim cada modelo tinha diferentes dimensões.

O valor de comprimento para a câmara de expansão foi definido utilizando a teoria contida no livro “Ruído – Fundamentos e Controle”, S. N. Y. Gerges (2000). Neste o autor utiliza da equação analítica obtida por Igarashi e Toyama, 1958, para calcular a perda de transmissão sonora, (*Transmission Loss* – TL), de uma câmara de expansão simples como apresentado pela eq. (4.1).

$$TL = 10 \log \left[\cos^2 \left(\frac{\pi f}{2f_n} \right) + 0,25 \left(\frac{S_2}{S_1} - \frac{S_1}{S_2} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{\pi f}{2f_n} \right) \right] \quad (4.1)$$

Onde:

$$f_n = c/4l \quad (4.1.1)$$

Nestas os valores S_1 e S_2 referem-se aos valores de área transversal dos dutos de entrada/saída e da câmara de expansão, respectivamente. Os valores f são referentes a valores de frequência, c é referente à velocidade do som no meio e l é o comprimento da câmara de expansão.

Neste caso, como é possível observar pela eq. (4.1), as amplitudes de TL são definidas pelas razões de áreas, (S_1/S_2). E essa razão não irá causar outras alterações na curva de TL do filtro acústico. É possível observar, também, que os termos senoidais e cossenoides estão em fase, não existem ângulos de fase entre eles. Sendo assim a curva de TL terá um comportamento mais constante, com um valor de período fixo, que é, por sua vez, influenciado pela razão de frequências, (f/f_n). Como forma de controlar esta razão de frequências é possível estipular uma faixa de frequências na qual o silenciador deve atuar de forma a manter um bom valor de TL, controlando os valores de f . Além disso pode-se controlar o valor de f_n alterando o comprimento da câmara de expansão, uma vez que os valores de c são provenientes das propriedades do meio de propagação, que não pode ser alterado. Sendo assim é possível controlar a curva de TL alterando os valores dos diâmetros, da faixa de atuação do filtro e o comprimento do mesmo.

No presente projeto os valores de diâmetro dos dutos foram escolhidos em virtude da disponibilidade de tubos no mercado, tubos estes que seriam utilizados na confecção dos modelos experimentais. Sendo assim para a câmara de expansão foi escolhido um tubo com diâmetro nominal/externo de 100 mm com 1,75 mm de espessura, resultando em 96,5 mm de diâmetro interno. Para os diâmetros de entrada e saída é utilizado o mesmo tubo, (resultando em valores iguais), onde o diâmetro nominal/externo é de 40 mm e tem uma espessura de parede de 2,5 mm, resultando em 35 mm de diâmetro interno.

Como faixa de frequências, na qual buscava-se otimizar os valores de TL, a escolhida inicialmente ficava entre 0 e 800 Hz. O que foi ampliado para a faixa de 0 a 1500 Hz em virtude dos bons resultados obtidos também para estes valores de frequência.

Para a escolha dos valores de comprimento da câmara de expansão foi utilizada a eq. (4.1.1), apresentada anteriormente. Na qual os valores de f_n foram atribuídos como múltiplos da frequência crítica para onda plana, (ERIKSSON, 1980). Isso foi executado de tal forma a manter um número conhecido de ciclos até este limite no qual a teoria da onda plana passa a não mais apresentar bons resultados. Este valor de frequência crítica pode ser obtido pela eq. (4.2).

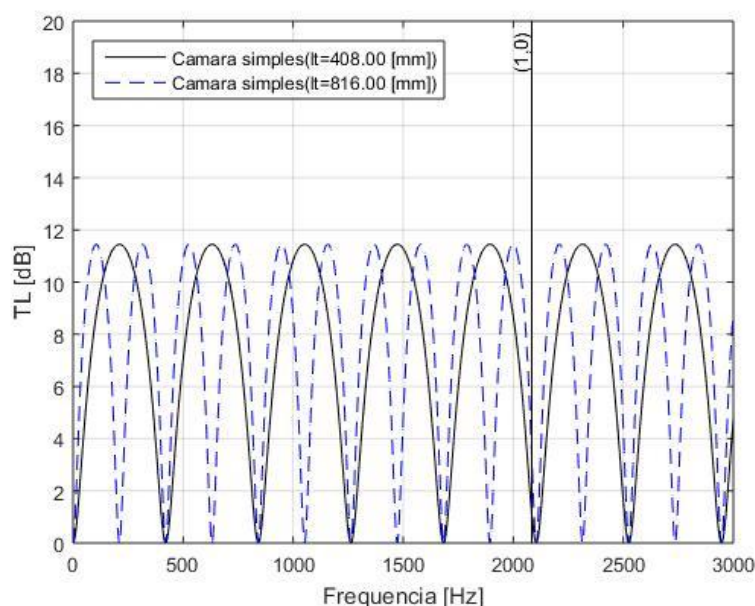
$$f_{c0} = \frac{1,84c_0}{\pi d} \quad (4.2)$$

Nesta equação o valor c é referente à velocidade de propagação do som no meio, em m/s, d é o diâmetro do duto em m e o valor f_c é o valor da frequência crítica em Hz. Nesta equação o valor 1,84 é referente ao modo (1,0), tal qual apresentado pelas Figuras 3.2 e 3.3 da secção 3.1.

Assim o comprimento da câmara de expansão foi calculado de tal forma a manter, aproximadamente, cinco domos completos da curva de TL antes de atingir o limite da onda plana. Com os diâmetros pré-definidos a frequência crítica para onda plana seria de $f_{c0} = 2084$ Hz, eq. (4.2), ou seja, um domo a cada, aproximadamente, 420 Hz. Porém, tendo em vista a criação dos modelos experimentais os valores de l obtidos tiveram de ser arredondados, obtendo uma câmara de expansão com 408 mm de comprimento e com um domo a cada 420,98 Hz, (o que resultaria em 2104,9 Hz após os cinco ciclos).

Desta forma uma câmara de expansão simples com as dimensões de comprimento e diâmetro como especificadas geraria uma perda de transmissão sonora como demonstrada pela Figura 4.4, (as curvas demonstradas foram obtidas com a utilização da eq. (4.1) e o limite da onda plana com a eq. (4.2)).

Figura 4.4 – Perda de transmissão sonora para câmara simples com $d = 35$ e $D = 96,5$ mm.



Fonte: O autor, 2018.

Nesta é possível observar os pontos ressaltados anteriormente, (a influência dos valores de comprimento e das razões de diâmetros). Como observado a cada f_n , vide eq. (4.3), existe uma inflexão da curva, ou seja, para uma câmara que tenha $2 \cdot l$ de comprimento a curva terá o dobro do número de domos para um mesmo intervalo. Da mesma forma, pela vê-se que a amplitude da onda é limitada pela razão de diâmetros, ou melhor dizendo, pela razão quadrada dos diâmetros, (razão de áreas). Observa-se também, pela figura, que existem, aproximadamente, cinco domos completos até o valor limite da onda plana, (para $l_t = 408$ mm), assim como descrito anteriormente.

Em suma, após todas estas considerações, as configurações básicas foram escolhidas. E como medida organizacional estes dados são apresentados pela Tabela 4.1, abaixo.

Tabela 4.1 – Configurações básicas utilizadas.

Parâmetro	l_t [mm]	d [mm]	D [mm]	t_w [mm]	$f_{lim,min}$ [Hz]	$f_{lim,max}$ [Hz]
Valores	408	35	96,5	2,5	0	1500

Fonte: O autor, 2018.

Na qual os valores d e D correspondem aos diâmetros, l_t ao comprimento da câmara de expansão, t_w à espessura do duto interno, $f_{lim,min}$ e $f_{lim,max}$ aos limites de frequência mínimas e máximas, respectivamente, dentre as quais foi buscada uma otimização para a curva de TL do silenciador.

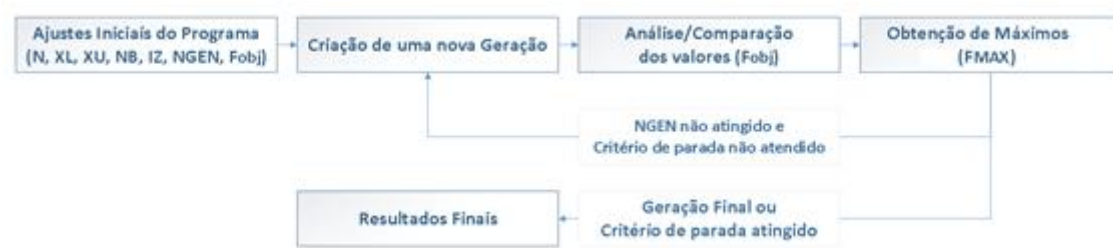
4.1.2. Otimização via Algoritmo Genético

O algoritmo genético, (GA), foi utilizado, neste caso, com intuito de otimizar um sistema de equações matemáticas. O sistema em questão tratava-se de um sistema possível indeterminado, (SPI), no qual era necessário encontrar um valor máximo de perda de transmissão sonora, (TL), alterando-se os valores de comprimento para os tubos estendidos, (alterar os valores de l_1 e l_2), como descritos na Figura 4.3 apresentada anteriormente.

Para utilização deste algoritmo foi, então, utilizado uma rotina computacional para MATLAB® desenvolvidas por Belegundu e Chadrupatla e publicadas em seu livro otimização no ano de 1999. Esta rotina serviu como base para todas as análises que utilizaram o algoritmo genético, sendo esta alterada quando havia a necessidade. As alterações citadas tratavam-se, majoritariamente, de pequenas melhorias para qualidade de vida, (salvar dados e resultados diversos em arquivos, pré-locando matrizes e vetores, adicionado critérios de parada, quando necessário, e assim por diante).

Desta forma para um caso em que desejava-se otimizar um valor puramente matemático o processo de funcionamento do algoritmo genético pode ser descrito, sucintamente, pelo diagrama da Figura 4.5, (cada um destes processos é descrito mais detalhadamente a seguir).

Figura 4.5 – Diagrama de execução do GA.



Fonte: O autor, 2018.

Como ajustes básicos do algoritmo são necessários definir alguns valores. Dentre estes estão o número de variáveis assim como seus limites. Estes valores já são predefinidos em virtude do número de variáveis das equações e das dimensões da câmara de expansão, (item 4.1.1 - Configurações Básicas). Como descrito anteriormente as variáveis são duas, os dois comprimentos das extensões l_1 e l_2 , sendo assim o valor de N é igual a dois.

Os valores de limites para essas variáveis, ($XL(i)$ e $XU(i)$ para $i=1,2$), são definidos em virtude do comprimento total da câmara de expansão, definido anteriormente como 408 mm. Como são duas variáveis o valor máximo que cada uma poderia obter seria de 204 mm, porém se as duas variáveis assumissem este valor então não haveria conexão com a câmara de expansão. Assim como se os limites inferiores das variáveis fossem iguais a zero então o caso analisado seria uma câmara de expansão simples, e não um silenciador com dutos estendidos. Desta forma os limites da variável referente a l_1 , (denominada $X(1)$, $i=1$), foram definidos como $XL(1) = 5$ mm e $XU(1) = 204$ mm. Enquanto os limites da segunda variável, referente a l_2 , ficaram como $XL(2) = 5$ mm e $XU(2) = 194$ mm. Utilizando-se destes limites foi possível fazer com que, mesmo quando ambos os valores das variáveis tendessem ao limite inferior ou superior, ainda sim, o caso analisado tratar-se-ia de um silenciador passivo com dutos estendidos tanto na entrada quanto na saída, assim como era desejado.

Para a definição dos valores: do número de dígitos binários, (NB), do número de gerações, ($NGEN$), assim como para o número de indivíduos por geração, (IZ), o processo torna-se menos intuitivo. Ao alterar algum dentre estes valores o resultado pode ser alterado, porém não necessariamente isso irá ocorrer. Desta foram estes valores são definidos, principalmente pela experiência do usuário.

No caso variando o valor de NB é possível, como discutido anteriormente, alterar-se a precisão de $X(i)$. Caso NB seja igual a 1 então só terão duas possibilidades de valores para $X(i)$, (o valor decimal do binário pode assumir somente 0 ou 1), que serão $XL(i)$ e $XU(i)$. Se o NB for definido como 2 então o ter-se-á quatro possibilidades, (o valor decimal do binário pode assumir os valores de 0 a 3), que serão $XL(i)$, $XU(i)$ e mais dois outros valores neste intervalo. Se NB for igual a 3 então ter-se-á oito possibilidades, se igual a 4 serão dezesseis, e assim por diante. Desta forma alterando-se o valor de NB é possível controlar o número de subdivisões entre os limites mínimos e máximos da variável. E com isso controlar a precisão dos possíveis valores de $X(i)$, alterar o número de casas decimais que a variável pode assumir.

Para esta análise o valor de NB definido ficou em doze, desta forma totalizando 4096 possibilidades de valores para cada uma das variáveis X . Com isso, (como são duas as variáveis, e cada variável tem 4096 possibilidades), é possível ter um total de 16.777.216, $((2^{NB})^N = 4096^2)$, diferentes combinações.

Os valores de $NGEN$ e IZ , por sua vez, têm uma dificuldade extra para serem definidos. Isso ocorre, pois, estes valores alteram somente o número de iterações executadas pelo programa, o que pode, ou não, alterar o resultado obtido. Os indivíduos são gerados randomicamente em cada geração, (os valores assumidos por suas características são selecionados aleatoriamente entre os limites estipulados), e assim o melhor valor de características pode ser obtido na primeira geração, na última, ou ainda não ser obtido, (obtendo-se um somente um $FBEST$ próximo ao melhor valor possível). Desta forma quanto mais iterações forem realizadas, maior será a chance de que o indivíduo mais apto obtido seja o mais próximo do melhor possível. Porém como discutido, aumentando-se o número de iterações não necessariamente irá alterar o resultado. Então cabe ao usuário a decisão de um número razoável de indivíduos por gerações, (IZ), e de um número de gerações, ($NGEN$).

Um meio de se resolver este impasse, (valores de IZ e $NGEN$), é adicionando um critério de parada. Este, no caso, irá interromper a execução do programa caso um valor de $FBEST$, mínimo ou máximo, seja atingido, por exemplo. Sendo assim pode-se definir grandes valores para IZ e $NGEN$, deixando que o critério de parada seja o limitante da execução do programa.

Neste caso não foi utilizado um critério de parada, a execução do programa é finalizada somente quando o número total de gerações escolhido for atingido. O valor de IZ definido foi de 15 indivíduos por geração, e o valor de $NGEN$ foi de 100 gerações. Totalizando, desta forma, 1500 iterações, (1500 valores de F_{obj} que serão comparados para obter o melhor valor, $FBEST$, como resultado final).

Como objetivo desta análise tem-se: obter um silenciador que consiga gerar um valor de perda e transmissão sonora, TL, maior e mais constante dentro da faixa de frequências analisada. Sendo assim, o valor de TL foi definido como função objetivo nestas análises, e uma vez que este valor pode ser uma função dos valores de comprimento das extensões ele respeita a eq. (3.71), ($TL = f(\omega, l_1, l_2)$).

Para encontrar uma equação na qual o valor de perda de transmissão sonora seja função dos comprimentos de extensão no interior do silenciador é necessário rever a literatura. No caso a equação para o cálculo de TL utilizada pode ser encontrada em Selamet e Ji, 1999, assim como descrita abaixo, eq. (4.3).

$$TL = 20 \log_{10} \frac{1}{4m} \left| \left((m+1) + j(m-1)\tan kl_1 \right) \left((m+1) + j(m-1)\tan kl_2 \right) e^{jkl_c} - (m-1)^2 [1 - j\tan kl_1][1 - j\tan kl_2] e^{-jkl_c} \right| \quad (4.3)$$

Na qual o valor m é referente à razão de áreas transversais, (área da câmara de expansão sobre a área dos dutos de extensão). O valor j é referente à unidade imaginária, (raiz quadrada de menos um), l refere-se aos comprimentos da extensão do duto de entrada, da extensão do duto de saída e da câmara de expansão como um todo, sub índices 1, 2 e c , respectivamente. O valor k é referente ao número de onda do escoamento, cujo valor corresponde a $k = \omega/c$.

Desta forma, utilizando-se da eq. (4.3), é possível obter-se um valor de perda de transmissão sonora para cada frequência, dentro da faixa analisada, em cada uma das possíveis configurações, diferentes comprimentos de extensões, criadas. Vale lembrar que esta equação se utiliza da teoria da onda plana, o que limita o valor máximo de frequência da análise, ($f_{c0} = 2100$ Hz).

Para atingir o objetivo desejado, (obter um silenciador que consiga gerar um valor de perda e transmissão sonora, TL, maior e mais constante dentro da faixa de frequências analisada), é necessário que os valores de TL sejam mais constantes que os

encontrados para uma câmara simples, (que apresenta regiões de picos e vales). Para isso a função objetivo escolhida buscou melhorar o valor de TL nas 4 primeiras frequências de ressonância do silenciador de câmara simples (ver Figura 4.4). Estas frequências são 421, 842, 1263 e 1684 Hz, assim como em uma pequena faixa no entorno destes valores. Porém como os se tratava de faixas, nas quais só se tem valores pontuais de TL pala frequência, faz-se necessário aplicar uma metodologia de discretização. No caso a metodologia utilizada é conhecida como regra de Simpson composta, descrita detalhadamente na secção 3.7.

Utilizando-se desta metodologia pode-se então obter uma aproximação da integral da função dentro dos intervalos desejados. O tamanho destes intervalos de frequência variava, por sua vez, de acordo com a necessidade, sendo utilizados dois tamanhos padrões, um menor, com 21 Hz, e outro maior, com 61Hz. Estes intervalos foram definidos de tal forma a manter os valores das frequências de ressonância, (vales encontrados em 421 e 842 Hz, e assim por diante), no centro do intervalo, mantendo um número igual de pontos antes, e após, este valor. Desta forma os limites a e b , a serem utilizados na regra de Simpson composta, eram definidos a partir de seu ponto médio e do tamanho do intervalo, vide secção 3.7. Dentro destes intervalos foram feitas subdivisões a cada 1 Hz, ($h=0,5$ Hz, da eq. (3.80)), para manter a precisão da aproximação como desejada. Com isso o número de subdivisões também varia de acordo com o tamanho do intervalo, (para o intervalo de 21 Hz tem-se 21 subdivisões e com o de 61 Hz tem-se 61 subdivisões).

Após discretizado do intervalo é, então, possível utilizar desta como função objetivo para a aplicação do algoritmo genético. Desta forma o somatório obtido com a regra de Simpson composta, eq. (3.81.1), passa a ser a função objetivo a ser otimizada. Porém, neste caso, a faixa de perda de transmissão sonora, otimizada se limitaria à faixa selecionada e não a toda a faixa de frequência analisada. Por exemplo: se selecionada o ponto de mínimo como 421 Hz e o tamanho do intervalo de otimização como 21 Hz, (limite inferior da faixa selecionada $a = 411$ Hz e limite superior da faixa selecionada $b = 431$ Hz), então o algoritmo de otimização procuraria obter o maior valor para o somatório de TL dentro dos limites a e b , porém não consideraria os outros pontos dentro da faixa de 0 a 1500 Hz à qual se propunha otimizar. Da mesma forma é possível selecionar outro intervalo e obter uma otimização para este, o que, provavelmente, limitaria a otimização à faixa de frequências em questão.

Desta forma faz-se necessário selecionar múltiplas faixas de frequência, o que, por sua vez, leva a outros problemas. No caso ao selecionar múltiplas faixas de frequência, e, conseqüentemente, discretizar diversos intervalos, obtêm-se diversos somatórios distintos, (para as distintas faixas). E como é necessário selecionar uma única função objetivo a interação entre estes somatórios pode ser alterada. Por exemplo: pode-se selecionar os dois primeiros valores de frequência de ressonância, (421 Hz e 842 Hz), somar os valores dos dois somatórios e utilizar este como a função objetivo, ou ainda multiplicar os dois valores, obtendo uma nova função objetivo. Desta forma para as três faixas de frequência, (cujos pontos médios são 421, 842 e 1263 Hz), é possível obter diversas combinações diferentes para a função objetivo, o que é aumentado ainda mais tendo em vista os diferentes tamanhos possíveis para os intervalos.

A seleção das combinações a serem utilizadas é imprescindível, uma vez que, quando selecionados mais de um intervalo, a otimização pode ser boa em uma delas e ruim em outra, o que não é desejável. Isso ocorre, pois, o algoritmo de otimização busca o maior valor para a função objetivo, o que, não necessariamente, será o melhor caso, (valores de TL mais constantes ao longo da faixa analisada). Desta forma se, para uma das faixas de otimização, for obtido um pico alto de TL então o valor obtido para a função objetivo pode ser alto independentemente do valor obtido para a outra faixa. Um dos meios de contornar este problema é utilizar a função objetivo como uma multiplicação dos valores obtidos em cada faixa de otimização, ou ainda utilizar uma média dos somatórios destes.

Desta forma, então, todos os ajustes iniciais do programa foram feitos, (N , XL , XU , NB , IZ , $NGEN$, F_{obj}), sendo assim possível executar a otimização via algoritmo genético. Para uma melhor organização estes dados foram colocados na Tabela 4.2, abaixo.

Tabela 4.2 – Configurações utilizadas pelo Algoritmo Genético.

Parâmetro	N	$XL(1)$	$XU(1)$	$XL(2)$	$XU(2)$	NB	IZ	$NGEN$
Valores	2	5 mm	204 mm	5 mm	194 mm	12	15	100

Fonte: O autor, 2018.

Na qual N é referente ao número de variáveis otimizadas pelo GA, XL e XU são os limites inferiores e superiores para as variáveis otimizadas, NB é o número de binários utilizados para cada variável, IZ é o número de indivíduos por geração e $NGEN$

o número total de gerações. Vale ressaltar, novamente, que as funções objetivo, F_{obj} , variam de modelo a modelo, (discutido mais detalhadamente no item 4.1.5 e na seção 5.1). Uma vez que se tenha estes valores todos pode-se então iniciar a execução do programa. Que pode ser descrita, sucintamente, como apresentado no parágrafo seguinte.

Primeiramente é criada uma geração com um determinado número de indivíduos, (IZ). Nesta cada um destes indivíduos obteria um valor para a função objetivo, (F_{obj}), em virtude de suas características. Dentro de cada geração os valores das funções obtidas eram comparados entre si, e o indivíduo que obtivesse o valor máximo, era salvo. Após esta primeira geração uma nova geração era criada e novamente o processo de seleção se daria obtendo novos valores ótimos. Valores estes que eram comparados com o melhor valor previamente encontrado, (obtido nas gerações passadas), para, desta forma, obter o valor de melhor indivíduo. Este processo é repetido diversas vezes, (de acordo com o escolhido pelo usuário, $NGEN$, ou limitado pelo critério de parada, quando presente), até obter-se um valor final correspondente ao indivíduo mais apto. Este indivíduo que obteve os melhores valores para a função objetivo, e, portanto, é o indivíduo mais apto, apresenta, conseqüentemente, os melhores valores encontrados para as características, ($X_i = X_{iBEST}$).

No caso em análise o indivíduo que teve uma melhor interação entre as faixas de perdas de transmissão sonora, (que obteve o maior valor para F_{obj}), dentre os casos analisados é o indivíduo mais apto. O que, como discutido anteriormente, não é, necessariamente, o indivíduo desejado, (em virtude do possível comportamento da curva apresentada). No caso em que o indivíduo obtido não é o desejado é necessário alterar-se a função objetivo e executar-se novamente a otimização com o algoritmo genético, (esta verificação da curva de TL, item 4.1.5, é executada com base nos itens 4.1.3 e 4.1.4, a seguir).

4.1.3. Análise via matriz de transferência (TM)

Para a análise dos valores obtidos via algoritmos genéticos, (GA), foi necessário utilizar-se de uma metodologia de obtenção dos valores de TL. A metodologia utilizada

nesta etapa do trabalho foi a matriz de transferência, (*Transfer Matrix* -*TM*), unidimensional, descrita mais detalhadamente na secção 3.4 no capítulo anterior.

No caso a utilização desta metodologia se dá de maneira bem intuitiva. Utilizando-se da eq. (3.50) substitui-se os valores de l_c , (comprimento da câmara de expansão), assim como as propriedades do meio e a área da seção transversal da câmara de expansão. E a equação resultante é, então, substituída na eq. (3.40) na qual os valores de l_1 e l_2 são utilizados para o cálculo de Z_1 e Z_2 , respectivamente. Uma vez que todos os valores foram substituídos a iteração matricial é executada, resultando, desta forma, na matriz de transferência para o caso em questão. E uma vez que se tenha a *TM* do silenciador calcula-se a *TL* com a eq. (4.4) abaixo, (IGARASHI E TOYAMA, 1958).

$$TL = 20 \log_{10} \left| \frac{TM_{(2,1)}}{(2S_0/\rho_0 c_0)} \right| \quad (4.4)$$

Para a qual o valor $TM_{(2,1)}$ é referente ao termo da segunda linha e primeira coluna da matriz de transferência, resultante da eq. (3.40), S_0 é a área da seção transversal do duto de entrada/saída, ρ_0 é referente à densidade do meio e c_0 é a velocidade de propagação do som no ar. Com estes valores calculados pode-se obter a curva de TL pela frequência para o silenciador obtido com os comprimentos de extensão l_1 e l_2 da execução do GA.

4.1.4. Análise via método dos elementos finitos (MEF)

Para a execução das análises via elementos finitos o processo torna-se mais complexo, quando comparado ao item anterior. No caso para que o MEF seja executado é, primeiramente, necessário ter um sistema de nós e elementos, e a este sistema é denominado por malha, (cuja função é descrever o sistema real como uma subdivisão de n elementos e m nós, assim como a disposição destes nas coordenadas do sistema). E neste caso para a criação da malha foi utilizado um modelo tridimensional do silenciador, (mais especificamente é modelada o ar dentro do silenciador, uma vez que se desejava analisar a atenuação das ondas sonoras no ar, causadas pelo silenciador).

A criação do modelo tridimensional se deu com a utilização do software SolidWorks® e neste modelou-se a ar dentro do silenciador para a criação da malha. Mais especificamente, para a criação do modelo tridimensional, era criado um esboço

bidimensional e, com este, era realizado uma revolução em torno do eixo central do silenciador, resultando assim em um modelo 3D.

Como dito anteriormente os modelos criados foram feitos utilizando dos parâmetros básicos descritos anteriormente. Assim, vide Figura 4.3, o valor de l_t , comprimento total do silenciador, foi definido como 408 mm, ($l_1 + l_c + l_2 = 408 \text{ mm}$). Os valores de diâmetro interno d e D foram de 35 mm e 96,5 mm, com a espessura do duto de admissão/exaustão de 2,5 mm, (assim o diâmetro de entrada e saída é de 35 mm e o diâmetro externo do mesmo duto é de 40 mm), no caso para o duto maior, câmara de expansão, somente é utilizado o valor do diâmetro interno D . E os valores de l_1 , l_2 e, conseqüentemente, l_c eram obtidos em decorrência das análises via GA.

Após a criação do modelo tridimensional era, então, criada a malha para a utilização no MEF. Para isso foi utilizado o programa *Autodesk® Mechanical Simulation* 1. Neste programa era aberto o arquivo tridimensional previamente criado e a partir deste era criada a malha. Para a criação da malha foi utilizado o algoritmo de criação de malha do próprio programa, no qual só era necessário selecionar o tipo de elemento e as configurações de refino para a malha. Dentre as opções para a criação da malha o programa já disponibilizava opções que consideravam a inclinação do elemento de tal forma a criar uma região de melhor refino nas regiões de quinas e cantos, melhorando a malha no geral. No caso analisado os elementos utilizados foram elementos tetraédricos de quatro nós. E dentre as diversas opções de criação da malha foi somente necessário alterar-se os valores de tamanho de elemento para a aquisição de uma boa malha.

Assim, uma vez que a malha tivesse sido criada, era então salva. Dentre os arquivos salvos que descreviam a malha do modelo eram selecionados os dados referentes aos nós, (número de nós e posição de cada um), e dos elementos, (superfície a qual pertence, se pertence, e números dos nós que formam o elemento), e com estes dados era criado um novo arquivo. Este arquivo, salvo em forma de texto, continha as informações referentes à malha do modelo, e era sobre este arquivo que se desenvolvia a análise via MEF.

Como descrito mais detalhadamente no item referente ao método dos elementos finitos, seção 3.3 no capítulo 3, a análise utilizando-se deste método utiliza-se de matrizes tais quais as apresentadas pela eq. (3.37). Porém quando se tem a matriz do sistema, (que no caso seria a união das diversas matrizes de cada um dos elementos,

união de diversas matrizes (3.37)), o problema pode tomar proporções maiores. Neste caso para facilitar os cálculos pode-se escalonar a matriz. Porém neste caso com a numeração dos elementos e dos nós criados pelo *Autodesk® Simulation Mechanical* isso não era possível. Assim, antes de executar-se a análise via MEF utilizou-se uma rotina desenvolvida em *Fortran®* para renumerar e organizar a numeração dos nós/elementos de tal forma a reduzir a largura de banda da matriz e possibilitar o escalonamento. Esta rotina em questão foi desenvolvida por integrantes do laboratório de dinâmica da Pontifícia Universidade Católica do Paraná, (PUC-PR), para utilização nos trabalhos desenvolvidos no mesmo.

Após esta etapa o arquivo resultante deste era utilizado para a aplicação do método dos elementos finitos. A rotina de MEF utilizada, assim como o anterior, foi desenvolvido em *Fortran®* pelos integrantes do laboratório de dinâmica e passou por algumas alterações quando utilizado por (Lima, 2008; Lima *et al.*, 2011), nos quais demonstrou ótima concordância entre os resultados nele obtidos e os resultados experimentais mensurados. Esta rotina de MEF analisa cada frequência separadamente, realizando n análises para as n frequências estipuladas. Para os casos analisados foi estipulado um passo de frequência de 10 Hz, de tal forma que era executado uma vez para 10 Hz, outra para 20 Hz, outra para 30 Hz, e assim por diante até o passo especificado.

Após a execução do programa os resultados eram salvos em um arquivo que continha as informações de perda de transmissão sonora para as diversas frequências analisadas. E com essas era possível realizar as análises e/ou comparações desejadas. No caso estes valores de TL, provenientes das análises via MEF, eram comparadas com os resultados obtidos via matriz de transferência.

4.1.5. Análise dos Resultados

Como discutido anteriormente, na seção 4.1.2, existiam diversas possibilidades de funções objetivo, desta forma as análises tiveram de ser repetidas diversas vezes até obter-se a melhor interação possível entre as diferentes faixas de otimização. Desta forma se uma função objetivo escolhida não proveu bons resultados então a análise era repetida com outra faixa, ou outro tamanho de intervalo, ou ainda, outra interação entre

faixas, (após a análise de resultados, se o modelo obtido fosse insatisfatório, retornava-se à otimização via GA, Figura 4.2, com outra F_{obj}). No caso do silenciador escolhido os valores de mínimo, frequências de ressonância da cavidade, se encontram em 421, 842 e 1263 Hz. Sendo assim as faixas de otimização tem estes valores como centro. E a função objetivo é dada pela(as) faixa(as) escolhida(s), pela interação entre elas e pelo o tamanho da(as) mesma(s). Vale ressaltar que estas análises, a verificação da curva de TL obtida, era realizada com a utilização dos métodos citados nos dois itens anteriores, MEF e TM unidimensional.

Desta forma para a obtenção de um resultado como desejado, apresentados no capítulo seguinte, foi necessário realizar diversas análises para obter a função objetivo que chegasse ao melhor resultado. Como exemplo deste processo de obtenção da função objetivo neste item serão apresentados alguns dos principais passos executados que possibilitaram a obtenção da F_{obj} que resultou nos resultados esperados. Os passos apresentados neste item podem ser brevemente descritos, por motivos organizacionais, pela Tabela 4.3, abaixo. Nesta serão apresentadas cinco análises realizadas, assim como as informações pertinentes destes modelos. Cada um destes modelos foram nomeados de forma a incorporar a estas informações, dessa seguindo a seguinte regra: “comprimento da câmara de expansão”_”frequência central para a faixa analisada”_”interação entre faixas”. Nestes casos, apresentados neste item, somente foram analisados modelos com 408 mm de comprimento, então o primeiro termo foi sempre 408. O segundo termo varia de acordo com a faixa ou com as faixas de análise, caso seja analisada mais de uma faixa os valores centrais de frequência são separados por “-”. O terceiro termo é referente à interação entre as faixas de frequência, pode-se somar, (para o qual o terceiro termo é substituído por “s”), ou multiplicar, (terceiro termo utilizado é “m” no nome do modelo), os valores obtidos para cada uma das faixas. Neste caso o modelo 408_421ext-842_s, por exemplo tem 408 mm de comprimento, e é otimizado para as faixas de frequência entre 391 a 451, (faixa estendida com 61 Hz), e 832 a 852 Hz, (faixa com 21 Hz), tendo os valores obtidos em cada faixa somados na função objetivo utilizada. Na Tabela 4.3 também são apresentados as F_{obj} utilizadas assim como as faixas de frequência para as quais a otimização foi executada.

Tabela 4.3 – Principais passos executados para obtenção da função objetivo.

Análise	Nome do modelo	Função objetivo	Faixas de frequência [Hz]
I	408_421	$F_{obj} = f_1(\omega)$	$411 \leq \omega \leq 431$
II	408_421-842_s	$F_{obj} = f_1(\omega_1) + f_2(\omega_2)$	$411 \leq \omega_1 \leq 431$
			$832 \leq \omega_2 \leq 852$

Tabela 4.3 – Continuação.

Análise	Nome do modelo	Função objetivo	Faixas de frequência [Hz]
III	408_421-842-1263_s	$F_{obj} = f_1(\omega_1) + f_2(\omega_2) + f_3(\omega_3)$	$411 \leq \omega_1 \leq 431$
			$832 \leq \omega_2 \leq 852$
			$1253 \leq \omega_3 \leq 1273$
IV	408_421ext-842_s	$F_{obj} = f_1(\omega_1) + f_2(\omega_2)$	$391 \leq \omega_1 \leq 451$
			$832 \leq \omega_2 \leq 852$
V	408_421ext-842-1263_s	$F_{obj} = f_1(\omega_1) + f_2(\omega_2) + f_3(\omega_3)$	$391 \leq \omega_1 \leq 451$
			$832 \leq \omega_2 \leq 852$
			$1253 \leq \omega_3 \leq 1273$

Fonte: O autor, 2018.

Na qual o valor ω é referente a frequência de análise. As funções $f(\omega)$ são referentes às curvas de TL que podem ser descritas pela eq. (4.5), abaixo.

$$f(\omega_i) = \int_{\omega_{i,min}}^{\omega_{i,max}} TL(\omega_i) d\omega \quad (4.5)$$

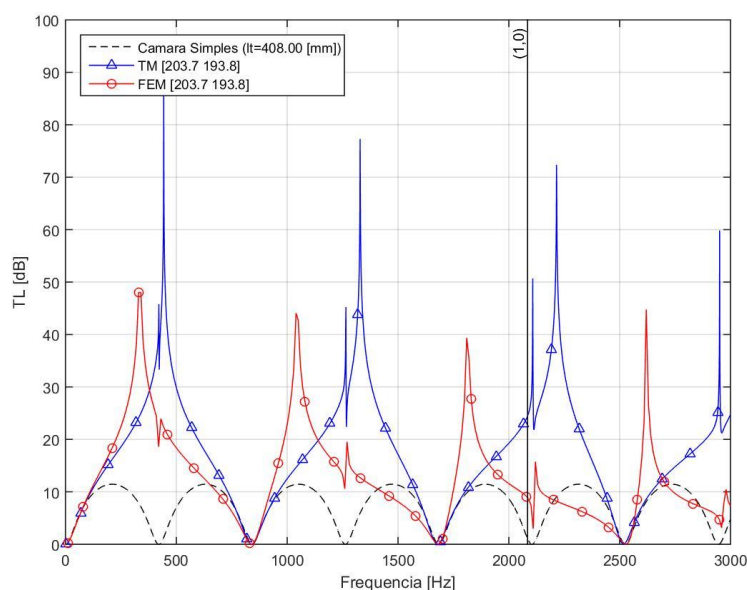
Vale ressaltar que esta integral foi discretizada com a utilização da regra de Simpson composta, item 3.7, resultando em uma equação tal qual a eq. (3.81.1). Na qual os valores pontuais de TL utilizados foram provenientes da eq. (4.3), (como dito anteriormente, item 4.1.2, os valores utilizados pela eq. (3.81.1) foram: $h = 0,5$ Hz e $n/2$ varia de acordo com o tamanho do intervalo, 21 ou 61).

A seguir, Figuras 4.6 a 4.10, serão apresentadas as curvas de TL obtidas para os modelos da Tabela 4.3. Nestas figuras são apresentadas as curvas obtidas via MEF, linha contínua com marcadores circulares, as curvas obtidas via TM unidimensional, linha contínua com marcadores triangulares, e ainda a curva de TL para um silenciador de câmara de expansão simples, linha tracejada sem marcadores. Além destas curvas também são apresentados os valores de frequência crítica para onda plana, f_{c0} , modo

(1,0), vide Figura 3.3, assim como os valores de l_1 e l_2 obtidos, (valores em colchetes, $[l_1 l_2]$, na legenda do gráfico).

O primeiro modelo apresentado neste item, Análise I, (408_421), foi otimizado para a primeira faixa de frequência de ressonância da cavidade com o tamanho de intervalo de 21 Hz, e como neste caso somente foi utilizada uma única faixa o terceiro termo do nome não existe. Para este modelo têm-se a como resultado a Figura 4.6.

Figura 4.6 – comportamento da TL (Análise I).



Fonte: O autor, 2018.

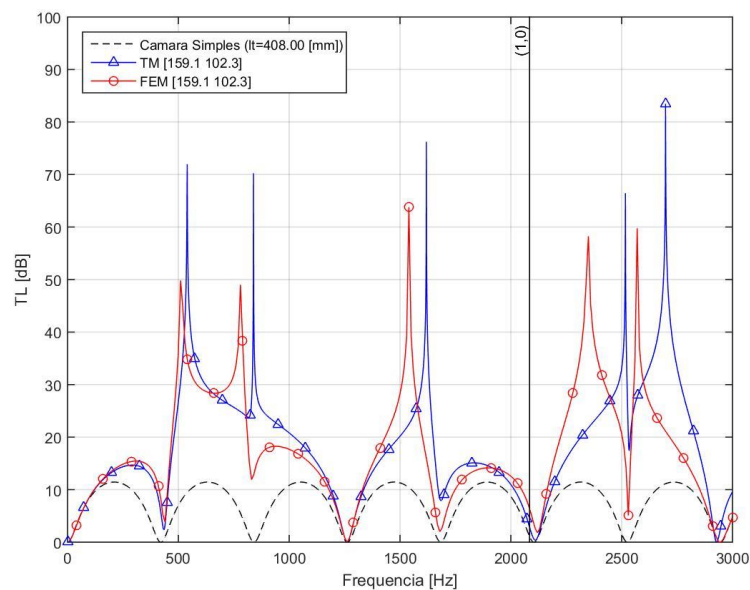
Nesta é possível notar certa discrepância entre os valores obtidos entre os métodos, o que aumenta para mais altas frequências, o que ocorre devido ao fato de estar comparando um método unidimensional, (TM), com um método tridimensional, (FEM), (vale ressaltar, também, que para as análises via FEM foram feitas a cada 10 Hz e as TM a cada 1 Hz).

Para este caso, como descrito na legenda, os valores obtidos de comprimento das extensões foram de 203.7 mm, na entrada, e 193.8 mm, na saída, (da legenda: “metodologia” $[X(1) X(2)]$). E com estes valores de comprimento, o silenciador otimizado para a faixa entre 411 e 431 Hz, os valores encontrados para 842 Hz continuam tendendo a zero, o que torna a curva não desejável, (um comportamento similar ocorre quando otimizado para as outras frequências de ressonância, valor

máximo para a faixa otimizado, porém para outro(os) os valores continuam tendendo a zero). Sendo assim é necessário realizar outras análises com outra função objetivo.

Desta forma os modelos analisados passaram a utilizar-se de duas faixas distintas, o que acarretaria a necessidade de uma função objetivo como a interação entre as faixas. Para o caso da Figura 4.7, abaixo, é apresentada a Análise II, (modelo 408_421-832_s).

Figura 4.7 – Comportamento da TL (Análise II).



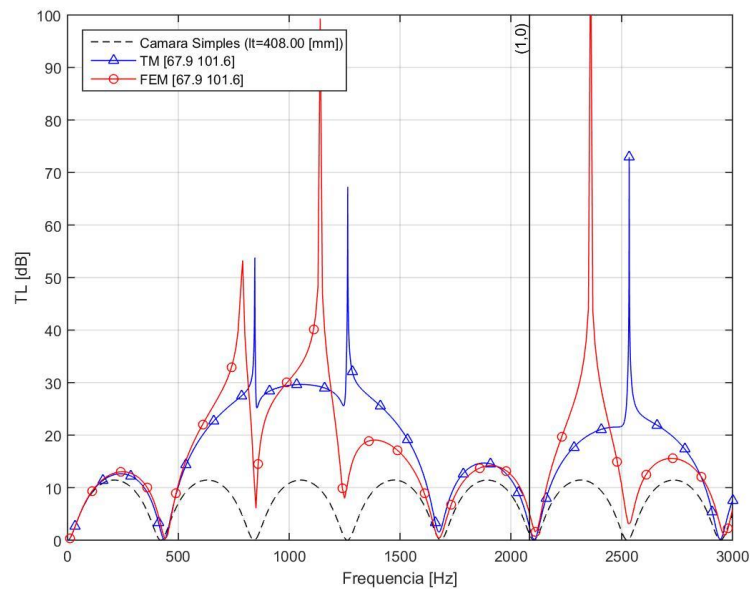
Fonte: O autor, 2018.

Neste modelo as faixas selecionadas, como descrito pelo nome do modelo, foram de 421 e 832 Hz, (primeira faixa de 411 a 431 Hz e a segunda de 822 a 842 Hz), e a interação entre as faixas foi feita pela forma de um somatório dos valores de TL de cada faixa. É possível notar para este modelo que a curva de TL ainda não satisfaz as condições desejadas. Para o primeiro vale, de 421 Hz, os valores de TL aumentaram, porém a curva de TL não melhorou, somente se deslocou para fora da faixa de análise estipulada, (entre 411 e 431 Hz). E para o vale de 1263 a curva continua a mesma. Neste caso uma nova F_{obj} é necessária.

Caso fossem realizadas análises considerando os valores para as três faixas, (411 a 431, 832 a 852 e 1253 a 1273 Hz), seria de se esperar que os valores para toda a região

de análise fossem melhores, desta forma a Análise III, modelo 408_421-842-1263_s, foi criada, Figura 4.8, (F_{obj} como somatório dos valores para as três faixas).

Figura 4.8 – Comportamento da TL (Análise III).



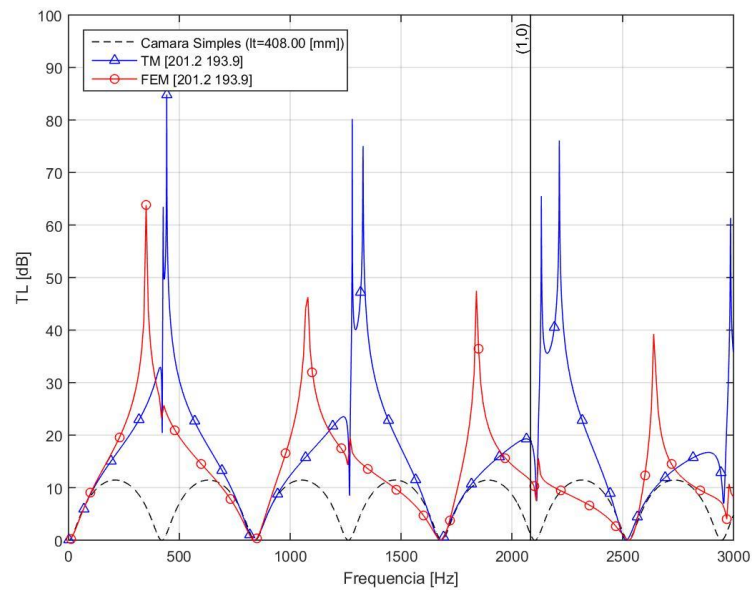
Fonte: O autor, 2018.

Neste é possível notar que os valores de TL obtidos são bons para as três faixas, porém, novamente, a curva no primeiro intervalo foi deslocada e o vale persiste, e desta forma, os valores obtidos nesta análise também não foram satisfatórios.

Como meio de escapar do fato de que o vale na curva de TL se desloca para um ponto fora da faixa então foi criado a faixa estendida, citada anteriormente. Neste caso a faixa, ao invés de 10 Hz a partir do mínimo, teria 30 Hz, (desta forma o primeiro intervalo com a faixa estendida seria entre os valores de 391 e 451 Hz).

Utilizando-se deste artifício foi realizada a Análise IV, modelo 408_421ext-832_s, (Faixas entre: 391-451 e 822-842 Hz, com F_{obj} como somatório dos valores das faixas). Este modelo obteve uma curva de TL como descrita pela Figura 4.9.

Figura 4.9 – Comportamento da TL (Análise IV).

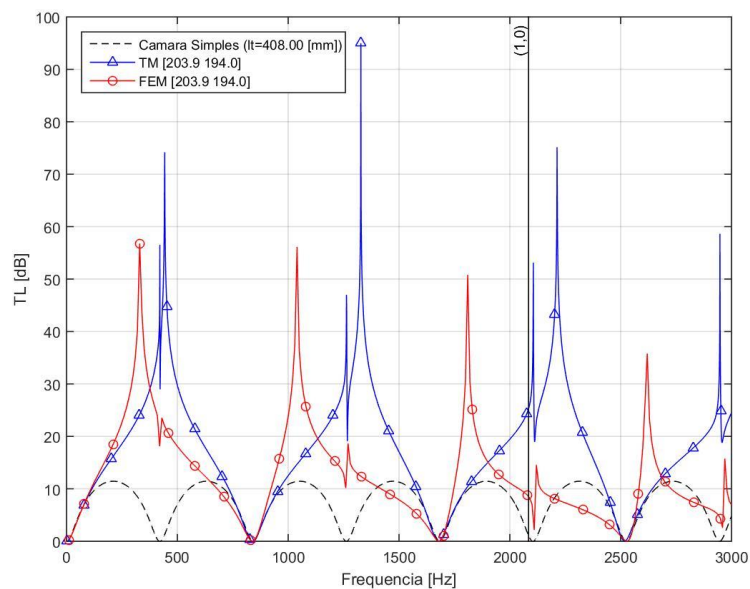


Fonte: O autor, 2018.

Como pode ser observado nesta a curva de TL obtida difere bastante da obtida para o modelo com sem a extensão da primeira faixa, (modelo 408_421-832_s da Figura 4.7). Neste caso a curva obtida tem grandes semelhanças com o modelo 408_421, Análise I, o que pode ser percebido não somente na curva, mas também, nos valores de $X(1)$ e $X(2)$ obtidos. Novamente, infelizmente, a curva não apresenta o comportamento desejado, desta forma faz-se necessário a criação de novos modelos com novas metodologias.

Utilizando do mesmo artifício, faixas estendidas, para o modelo com os três primeiros vales têm-se a Análise V, modelo 408_421ext-842-1263_s, (Faixas entre: 391-451, 822-842 e 1253-1273 Hz, com F_{obj} como somatório dos valores das faixas), para o qual a curva obtida pode ser descrita pela Figura 4.10.

Figura 4.10 – Comportamento da TL (Análise V).



Fonte: O autor, 2018.

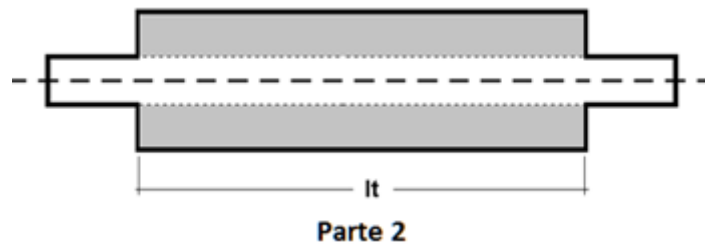
Novamente o modelo apresentou uma curva similar as Análises I, modelos 408_421, e Análise IV, modelo 408_421ext-832_s, e desta forma, não apresentou bons resultados. Assim fez-se necessário a alteração da função objetivo em si. Com isso criaram-se modelos que utilizavam a multiplicação entre os valores obtidos nas faixas para, desta forma, buscar valores mais constantes, (buscando manter valores aceitáveis para todas as faixas analisadas e não somente algumas), para as curvas de TL.

Com a utilização desta nova função objetivo e das extensões para as faixas foi possível, então, realizar novas análises. Estas análises, (modelos 408_421ext-832_m e 408_421ext-832-1263_m), são apresentadas no capítulo seguinte como resultado da primeira parte do projeto. Assim como um outro resultado para um modelo com $lt = 816$ mm de comprimento para comparação.

4.2. Segunda Parte

Na segunda parte do projeto buscou-se analisar silenciadores com dois perfurados e material absorvente dentro da câmara de expansão, tal qual apresentado pela Figura 4.1(b), repetida abaixo como Figura 4.11. A teoria utilizada nesta parte do trabalho pode ser descrita pelo item 3.5, matriz de transferência bidimensional, da presente dissertação, (PANIGRAHI E MUNJAL, 2005).

Figura 4.11 – Modelos analisados na parte 2.



Fonte: O autor, 2018.

O intuito de analisar este modelo era, em uma terceira parte, viabilizar a análise de um silenciador com dutos estendidos e com a presença de material absorvente dentro deste. Porém em virtude da presente impossibilidade de obtenção de valores condizentes, entre a teoria e os resultados experimentais da literatura, esta etapa, (parte dois), não foi concluída com sucesso. Em decorrência deste fato, (falha na obtenção de valores condizentes), foram utilizadas diferentes metodologias a fim de buscar-se estes. No caso, dentre estas metodologias utilizadas, foram escolhidas as três principais para serem apresentadas na presente dissertação.

De forma simplificada na primeira metodologia apresentada nesta dissertação, nomeada como etapa I, buscou-se os valores de número de onda complexo, k_z , utilizando somente da equação eq. (3.52) no algoritmo genético. Porém, com a utilização desta metodologia, não foi possível obter-se os valores corretos de k_z , (os

valores de número de onda obtidos não geravam as curvas de TL correspondente aos modelos em questão). Desta forma outra metodologia teria de ser empregada para obter-se os corretos valores de k_z . Vale ressaltar que esta metodologia foi escolhida por apresentar resultados mais condizentes dentre as diversas testadas.

Como diversas metodologias foram testadas sem a obtenção de sucesso foi optado por realizar uma verificação, esta buscava os valores corretos de número de onda complexo. Para tanto foram utilizados os resultados experimentais, valores de TL, para obter os valores de k_z que resultariam neste, seguindo um processo próximo a uma engenharia reversa. Estas metodologias correspondem às etapas II e III apresentadas mais detalhadamente a seguir. Nas quais utilizou também os valores de TL experimental e calculada no processo de otimização. Vale ressaltar que a etapa III utiliza de um limite expandido para os valores de k_z , diferentemente dos utilizados nas outras etapas.

Com estes valores de k_z provenientes do GA utilizou-se a matriz de transferência bidimensional, eq. (3.69), para calcular a perda de transmissão sonora, eq. (3.70), causada pelo silenciador. Esta curva era, então, comparada aos valores experimentais da literatura.

Quanto aos parâmetros básicos utilizados, em todas as etapas, no GA têm-se: o número de características por indivíduo, (N), os limites máximos e mínimos para os valores de cada característica, ($XU(i)$ e $XL(i)$, $i= 1,2,\dots,N$; respectivamente), o número de binários por característica, (NB), o número de indivíduos por geração (IZ), o número de gerações, ($NGEN$), a função objetivo, (F_{obj}), e o critério de parada. Sendo estes os parâmetros básicos necessários para as análises via algoritmo genético, (com exceção do critério de parada que foi adicionado como melhoria no programa), assim como no caso anterior, (primeira parte, vide seção 4.1 em especial item 4.1.2 para informações mais detalhadas).

Vale ressaltar que muitos destes parâmetros são os mesmos para as análises feitas na etapa I, II e III. No caso os únicos parâmetros que se diferenciam entre cada uma das etapas são os limites e as funções objetivo. Desta forma os outros valores são comuns entre as três etapas desta segunda parte.

O número de características selecionadas é dado pela eq. (3.52). Porém com a utilização das eqs. (3.44) e (3.45), é possível colocar a eq. (3.52) como uma função, unicamente, do valor de número de onda complexo na direção axial, k_z . Reduzindo,

desta forma, o número de variáveis a serem otimizadas via GA para duas, o valor real e o valor imaginário do número de onda na direção axial, ($N=2$).

Para a seleção dos valores de limites inferiores e superiores das características $X(1)$ e $X(2)$, (parte real e imaginária, respectivamente, do número de onda na direção axial, k_z), foram utilizadas como base as eqs. (3.44) e (3.45), nas etapas I e II. No caso os valores de k_0 e k_w , (número de onda do escoamento e número de onda complexo do material absorvente), eram valores conhecidos e desta forma utilizou-se deles para a seleção dos limites. Mais especificamente os valores de limite utilizados foram selecionados como descrito pela eq. (4.6), abaixo.

$$\begin{aligned} k_0 0.4 &\leq \text{real}(k_z) \leq \text{real}(k_w) \\ -0.1 &\leq \text{imag}(k_z) \leq \text{imag}(k_w) 0.95 \end{aligned} \tag{4.6}$$

Nas quais as funções: $\text{real}(y)$ e $\text{imag}(y)$, correspondem as parcelas reais e imaginárias de y , (se $y = a-bi$, então, $\text{real}(y) = a$ e $\text{imag}(y) = -b$). Desta forma os valores de limites foram definidos em virtude dos valores das variáveis conhecidas e não de pontos fixos. Isso porque as análises se dão a cada frequência, (para cada valor de frequência têm-se um valor diferente de k_0 , k_w e, conseqüentemente, de k_z), desta forma se fossem utilizados valores fixos a análise poderia não dar resultados satisfatórios. Vale ressaltar que os valores de limite utilizados são referentes aos valores utilizados para análises no presente estado do projeto, e que diversas outras possibilidades foram testadas sem que fosse se possível obter valores satisfatórios.

Como estes valores podem não corresponder aos melhores valores, foi então executada a etapa III que expandia os limites para valores fixos, mas mais abrangentes. Os limites de k_z utilizados nesta terceira etapa são dados pela eq. (4.7).

$$\begin{aligned} 1 &\leq \text{real}(k_z) \leq 50 \\ -0.1 &\leq \text{imag}(k_z) \leq -50 \end{aligned} \tag{4.7}$$

Vale ressaltar que, assim como apresentado, os limites escolhidos não são atrelados a passos anteriores do programa. Ou seja, é possível realizar análises pontuais do valor de k_z sem que seja necessário ter realizado uma análise prévia, para outra frequência. Isso faz com que as análises sejam independentes entre si e que, conseqüentemente, o passo de frequência não tenha influência no resultado.

Quanto ao número de Algarismos Binários, (NB), foi selecionado o valor de quinze, totalizando 32768 possibilidades por característica, ($2^{NB} = 32768$). Como dito mais detalhadamente anteriormente este valor reflete na precisão dos valores utilizados, entre uma possibilidade e a próxima existe uma variação de, aproximadamente, $(XU - XL)/2^{NB}$.

Os valores de número de indivíduos por geração, (IZ), e do número de gerações, ($NGEN$), foram definidos como 50 e 500, respectivamente. Com estes valores totalizaria-se, se não interrompido pelo critério de parada, 25000 valores que serão comparados para a obtenção da otimização desejada.

Para a função objetivo, da mesma forma que para os limites, foram utilizados diversos valores diferentes para as diversas análises diferentes executadas. Para a primeira etapa os valores utilizados são descritos pela eq. (4.8), abaixo, criada a partir da eq. (3.52), como mencionado anteriormente.

$$F_{obj} = \frac{1}{|dif|} \quad (4.8)$$

Na qual:

$$dif = \left(\frac{k_{rw}}{k_0}\right) \left[\frac{J_0(k_r r_1)}{J_1(k_r r_1)} + j \frac{Z_p k_r}{k_0} \right] - \left(\frac{\rho_w}{\rho_0}\right) \frac{[J_0(k_{rw} r_1) + C_b N_0(k_{rw} r_1)]}{[J_1(k_{rw} r_1) + C_b N_1(k_{rw} r_1)]} \quad (4.8.1)$$

Lembrando que os valores de k_r e k_{rw} são encontrados com as eqs. (3.45) e (3.45) e C_b com a eq. (3.43). O valor dif tratava-se de um número complexo e ao executar o módulo do mesmo é possível obter valores que levam em consideração tanto a parcela real quanto a parcela imaginária na F_{obj} . Vale ressaltar que a rotina de otimização buscava maximizar a função objetivo e, desta forma, minimizar a diferença, dif .

Já para as etapas II e III, que buscavam somente verificar os valores de k_z , (uma vez que os resultados experimentais já eram necessários, vide eq. (4.9.2)), a função objetivo foi utilizada não somente a eq. (4.8.1) mas também a diferença entre a perda de transmissão sonora calculada e a experimental fornecida pela eq. (4.9), ou seja:

$$F_{obj} = \frac{1}{|dif_{func} \cdot dif_{TL}|} \quad (4.9)$$

Na qual:

$$dif_{TL} = TL_{exp} - TL_{calc} \quad (4.9.1)$$

$$dif_{func} = \left(\frac{k_{rw}}{k_0} \right) \left[\frac{J_0(k_r r_1)}{J_1(k_r r_1)} + j \frac{Z_p k_r}{k_0} \right] - \left(\frac{\rho_w}{\rho_0} \right) \frac{[J_0(k_{rw} r_1) + C_b N_0(k_{rw} r_1)]}{[J_1(k_{rw} r_1) + C_b N_1(k_{rw} r_1)]} \quad (4.9.2)$$

Por esta é possível perceber que o termo de diferença dif_{func} corresponde ao utilizado pela eq. (4.8.1), enquanto o termo de diferença dif_{TL} é o novo termo que aparece correspondendo à diferença entre as perdas de transmissão calculadas TL_{calc} , com a eq. (3.70), e experimentais TL_{exp} , da literatura para o modelo em questão.

Como critério de parada foram utilizados os valores de $difMAX$, (que no caso se refere ao valor de dif para a maior F_{obj} encontrada até aquele momento da análise, $FBEST$). Assim se os valores de $difMAX$ fossem menores que um certo valor, então, a análise era interrompida e o melhor indivíduo obtido era tido como o indivíduo mais apto. O que no caso corresponderia ao melhor valor de k_z encontrado durante o processamento do GA. No caso das etapas II e III o termo $difMAX$ correspondia à multiplicação entre as duas diferenças consideradas. Assim as configurações utilizadas durante as três etapas realizadas nesta segunda parte estão dispostas, por medidas organizacionais, na Tabela 4.4, abaixo.

Tabela 4.4 – Configurações utilizadas nas etapas I, II e III.

Parâmetro	N	NB	IZ	$NGEN$	<i>Limites</i>	F_{obj}
Etapa I	2	15	50	500	eq. (4.6)	eq. (4.8)
Etapa II	2	15	50	500	eq. (4.6)	eq. (4.9)
Etapa III	2	15	50	500	eq. (4.7)	eq. (4.9)

Fonte: O autor, 2018.

Desta forma foi então possível criar uma rotina de GA para obter os valores de k_z e outra que possibilitasse obter-se os valores de TL com os números de onda complexo. Assim a rotina de GA utilizada, assim como na primeira parte do trabalho, foi baseada na desenvolvida por Belegundu e Chadrupatla e publicadas em seu livro otimização no ano de 1999, (Belegundu e Chandrupatla, 2014), para MATLAB®. E novamente, quando necessário, esta passou por algumas alterações, majoritariamente pequenas melhorias para qualidade de vida, (salvar dados e resultados diversos em arquivos, pré-locando matrizes e vetores, adicionado critérios de parada e assim por diante). Outras

alterações realizadas variavam para o caso analisado, nestes casos referencie-se à seção 5.2 de resultados.

Uma vez que se tenha estes valores de k_z era então possível retorná-los na eq. (3.69), que, por sua vez, era substituída na eq. (3.70) que calculava os valores de TL para o modelo. E uma vez que se tivessem estes valores de TL era possível compará-los com os valores experimentais para o modelo em questão. Este passo teve de ser executado uma vez que os valores de número de onda não estão presentes na literatura e desta forma não é possível compará-los aos valores obtidos via GA, os únicos valores que possibilitam comparações são os valores de perda de transmissão sonora. Estes passos eram executados por uma rotina para MATLAB® desenvolvida pelo autor.

5. Resultados e Discussões

Neste capítulo serão apresentados os resultados obtidos para ambas as partes citadas no capítulo anterior. Para uma melhor organização este capítulo será dividido em duas seções, (5.1 - Primeira Parte e 5.2 - Segunda Parte). Na primeira seção serão abordados os resultados obtidos, assim como as discussões pertinentes, para a primeira parte do projeto, assim como a segunda seção será voltada à segunda parte.

5.1. Primeira Parte

Nesta seção serão apresentados os resultados parciais para os modelos de silenciador analisados na primeira parte do projeto. Esta parte, como descrito mais detalhadamente anteriormente, analisava silenciadores passivos dissipativos com duto central estendidos, como apresentado pela Figura 4.3.

Como mencionado no capítulo anterior serão apresentados os resultados obtidos para duas análises, Análise VI e Análise VII, assim como o resultado para um modelo com o dobro do comprimento para a câmara de expansão, $l_t = 816$ mm, Análise VIII, para comparação. São apresentados na Tabela 5.1 as características das otimizações realizadas nesta parte.

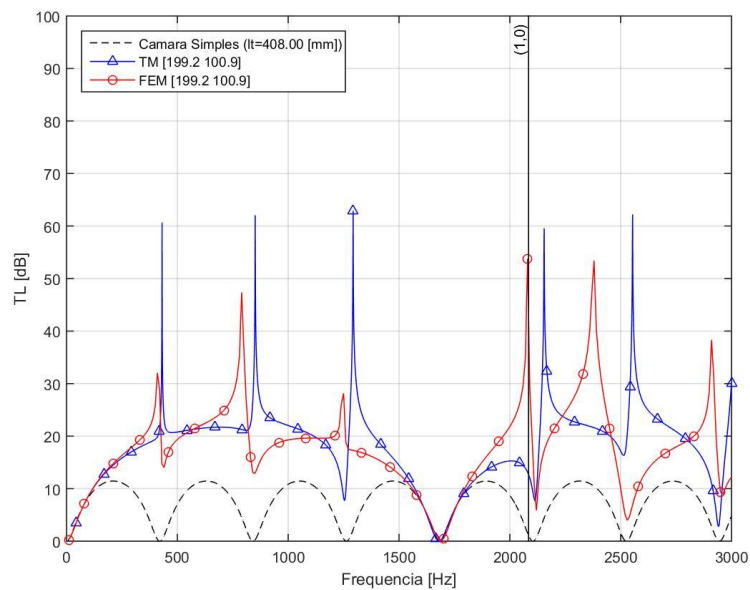
Tabela 5.1 – Modelos obtidos para a primeira parte.

Análise (l_t [mm])	Modelo	Função objetivo	Faixas de frequência [Hz]		l_1 [mm]	l_2 [mm]
VI (408)	408_421ext-842_m	$F_{obj} = f_1(\omega_1) \cdot f_2(\omega_2)$	$391 \leq \omega_1 \leq 451$ $832 \leq \omega_2 \leq 852$		199,2	100,9
VII (408)	408_421ext-842- 1263_m	$F_{obj} = f_1(\omega_1) \cdot f_2(\omega_2) \cdot$ $f_3(\omega_3)$	$391 \leq \omega_1 \leq 451$ $832 \leq \omega_2 \leq 852$ $1253 \leq \omega_3 \leq 1273$		203,9	102,3
VIII (816)	816_210.5-421-631.5- 842-1052.5-1263- 1473.5_m	$F_{obj} = f_1(\omega_1) \cdot f_2(\omega_2) \cdot$ $f_3(\omega_3) \cdot f_4(\omega_4) \cdot f_5(\omega_5) \cdot$ $f_6(\omega_6) \cdot f_7(\omega_7)$	$200.5 \leq \omega_1 \leq$ 220.5	$411 \leq \omega_2 \leq 431$ $621.5 \leq \omega_3 \leq$ 641.5 $832 \leq \omega_4 \leq 852$ $1042.5 \leq \omega_5$ ≤ 1062.5 $1253 \leq \omega_6 \leq$ 1273 $1463.5 \leq \omega_7 \leq 1483.5$	407,3	204,3

Fonte: O autor, 2018.

Abaixo, nas Figuras 5.1 a 5.3, são apresentados os gráficos referentes as curvas da TL para as análises VI a VII, citadas na Tabela 5.1. Nas Figuras a linha contínua com marcador circular é referente ao resultado obtido via MEF, a linha contínua com marcador triangular é referente aos resultados para TM e a linha tracejada é referente à curva de TL para um silenciador de câmara de expansão simples com a resposta analítica de Igarashi e Toyama (1957) fornecida pela eq. (4.1). Além disso, nas Figuras são representadas a frequência corte do primeiro modo de propagação (1,0) e os valores de l_1 e l_2 resultante do processo de otimização, entre colchetes nas legendas dos gráficos. Desta forma para a Análise VI o comportamento de TL obtido é apresentado pela Figura 5.1.

Figura 5.1 – Comportamento da TL (Análise VI – $l_t = 408$ mm).



Fonte: O autor, 2018.

Para este modelo os resultados encontrados foram foi de $l_1 = 199.2$ mm e $l_2 = 100.9$ mm. A função objetivo desta análise é fornecida pela eq. (5.1).

$$F_{obj} = \int_{391}^{451} TL(\omega) d\omega \cdot \int_{822}^{842} TL(\omega) d\omega \quad (5.1)$$

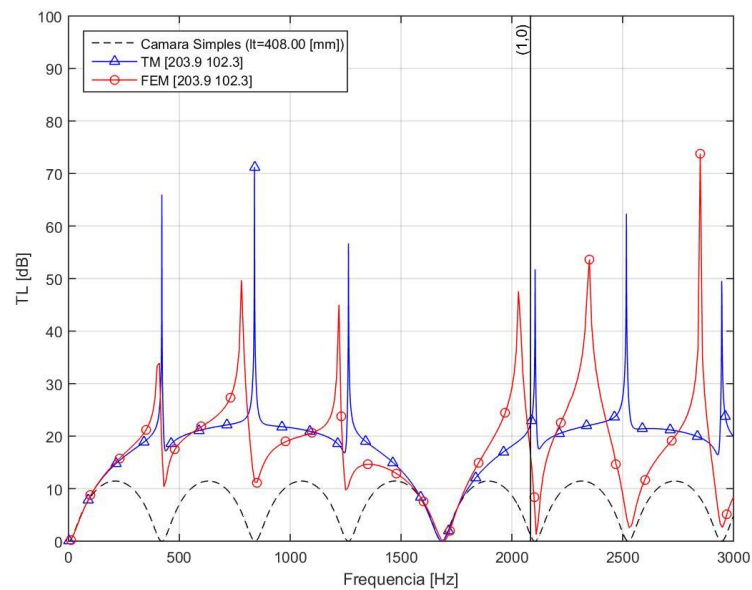
No gráfico da Figura 5.1 é possível perceber que a otimização proporcionou um aumento significativo na eficiência do silenciador não somente nas faixas de frequência

otimizadas, mas também, para terceira frequência de ressonância. A partir de 1684 Hz, a eficiência do silenciador otimizado somente é superior ao modelo de câmara simples fora das frequências de ressonância da cavidade. Os resultados provenientes do MEF e da TM apresentam boa concordância até a frequência de 1800 Hz, pouco abaixo da frequência de corte da câmara para o modo (1,0) que é de 2084 Hz. Como já comentado anteriormente, os resultados provenientes do TM são confiáveis enquanto existir somente a propagação de ondas planas, ou seja, a propagação unidimensional.

Na Análise VII foram otimizadas as três primeiras frequências de ressonância da cavidade. Da mesma forma que para o modelo anterior a função objetivo utilizada no GA para este modelo pode ser descrita pela eq. (5.2). O comportamento da TL desta análise é apresentado na Figura 5.2.

$$F_{obj} = \int_{391}^{451} TL(\omega) d\omega \cdot \int_{822}^{842} TL(\omega) d\omega \cdot \int_{1253}^{1273} TL(\omega) d\omega \quad (5.2)$$

Figura 5.2 – Comportamento da TL (Análise VII – $l_t = 408$ mm).



Fonte: O autor, 2018.

Para este modelo os valores de l_1 e l_2 são 203,9 e 102,3 mm, respectivamente. É possível perceber que estes valores de comprimentos se assemelham aos encontrados na Análise VI e que, conseqüentemente, o comportamento da TL é semelhante. Entretanto,

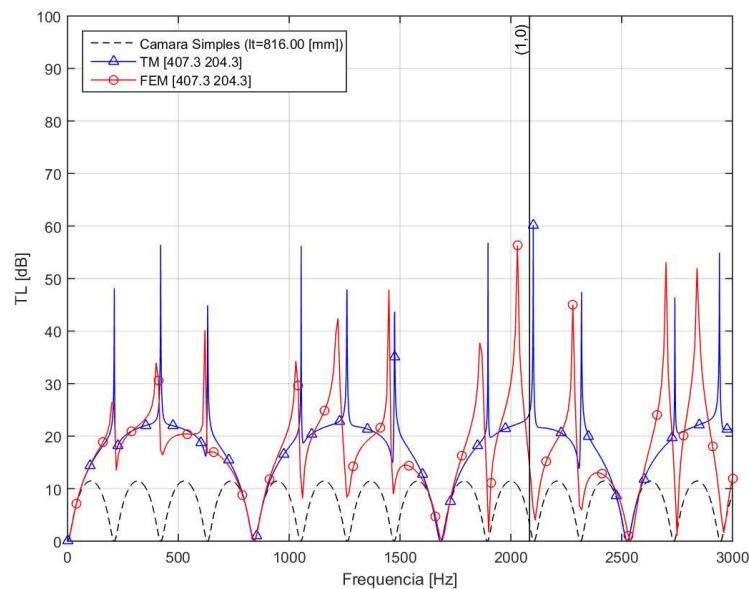
acima de 1800 Hz, como já era esperado, a TL proveniente da TM possui comportamento diferente ao resultado do FEM.

Para comparação foi criado um segundo modelo com os mesmos diâmetros e com o comprimento da cavidade de 816 mm (o dobro do modelo inicial). Neste caso, como apresentado pela Figura 4.4, a presença das frequências de ressonância da cavidade ocorre a cada 210.5 Hz, ou seja, ao dobrar-se o comprimento da câmara dobra-se o número de domos presentes em uma mesma faixa de frequência. Sendo assim, para este modelo, na faixa de otimização escolhida, 0 a 1500 Hz, têm-se 7 domos, em: 210,5, 421, 631,5, 842, 1052,5, 1263 e 1473,5 Hz.

Desta forma a Análise VIII buscou otimizar a curva de TL para as sete faixas de frequência iniciais. A F_{obj} utilizada nesta análise é fornecida pela eq. (5.3).

$$F_{obj} = \int_{200,5}^{220,5} TL(\omega) d\omega \times \dots \times \int_{1463,5}^{1483,5} TL(\omega) d\omega \quad (5.3)$$

Figura 5.3 – Comportamento da TL (Análise VIII – $l_t = 816$ mm).



Fonte: O autor, 2018.

Para este modelo os valores de l_1 e l_2 obtidos foram de 407.3 e 204.3 mm, respectivamente. Na Figura 5.3 nota-se que a TL apresenta uma queda a zero nas frequências de 842, 1684 e 2526 Hz. Ao verificar os valores de comprimentos obtidos observa-se que, neste caso, ao dobrar-se o comprimento da câmara, de 408 para 816

mm, os comprimentos otimizados também foram multiplicados por 2, quando comparados aos da Análise VII. Entretanto a primeira TL nula surge em 842 Hz, a metade da frequência quando comparado ao modelo de 408 mm. O FEM e TM apresentam boa concordância também até primeira frequência de TL nula, 842 Hz, muito abaixo da frequência de corte da cavidade que é de 2084 Hz. A partir disso, a TL se torna discordante nas frequências de ressonância da cavidade.

Com a análise dos resultados VI, VII e VIII é possível perceber que a metodologia de otimização aplicada no presente trabalho pode prover bons resultados, aumentando a eficiência do silenciador em baixa em média frequência. Desta forma a utilização desta metodologia na indústria pode vir a ser bem empregada. Entretanto, para determinadas frequências de ressonância da cavidade a TL permanece inalterada, ou seja, nula.

Como aspecto negativo da utilização desta metodologia é o trabalho exaustivo de se encontrar um conjunto de condições, funções objetivo/larguras das faixas, que aumentem a eficiência da cavidade na maior faixa de frequências possíveis. Esta dificuldade também foi descrita por Lima (2008) na otimização de silenciadores reativos em sua tese de doutorado.

5.2. Segunda Parte

Neste item serão apresentados os resultados para os modelos de silenciador analisados na segunda parte do projeto. Esta parte, como descrito mais detalhadamente anteriormente, analisava silenciadores passivos dissipativos com duto central perfurado e material absorvente na região da câmara de expansão, tal qual apresentado pela Figura 4.1(b).

Mais especificamente neste item serão apresentadas análises realizadas para quatro modelos diferentes, sendo estes, um modelo analisado por Kirby em 2001, dois modelos analisados por Lee em 2005 e um modelo analisado por Lima, *et al.*, em 2016. Os modelos selecionados podem ser encontrados na literatura, e foram validados experimentalmente pelos respectivos autores. Serão apresentados os resultados de duas metodologias diferentes o que acarreta uma divisão desta seção em dois itens. O

primeiro como resultados obtidos e o segundo como meio de conferir os valores que chegariam aos resultados esperados.

5.2.1. Resultados obtidos para a segunda parte (etapa I)

Neste item são apresentados os resultados obtidos para a etapa I descrita no item 4.2. Como mencionado foram analisados quatro modelos da literatura propostos Kirby (2001), Lee (2005) e Lima *et al.*, (2016) similares ao modelo representado pela Figura 4.11. De maneira geral este item está estruturado de forma a manter: uma tabela, três equações e duas figuras para cada um destes modelos. A tabela contém as informações básicas do modelo, (parâmetros do material absorvente, da perfuração e dimensões do silenciador). As três equações são referentes a outras propriedades do material absorvente (impedância e número de onda complexo) e do duto perfurado (impedância da perfuração). As figuras são referentes às curvas de TL, obtidas com os valores de números de onda complexo, e às curvas de número de onda complexo, obtidas via GA. Na primeira figura de cada modelo têm-se os valores de TL obtidos apresentados como uma linha contínua sem marcadores, enquanto a linha contínua com marcadores “+” é referente aos valores experimentais da literatura, assim como a linha tracejada é referente aos valores para um silenciador de câmara simples com as mesmas dimensões. Na segunda figura são apresentados os valores de k_z obtidos via GA, apresentados como uma linha contínua sem marcadores e os limites utilizados, eq. (4.6), como linhas tracejada sem marcadores.

Vale ressaltar que foram analisados somente exemplos da literatura, (foram selecionados alguns resultados experimentais presentes na literatura para possibilitar uma comparação entre estes valores e os resultados da metodologia empregada). Como foram analisados diferentes modelos de diferentes fontes, então, (diferentemente da primeira parte), houve diversos pontos nos quais teve-se de alterar parâmetros no programa. Dentre as alterações estão os valores de dimensões dos silenciadores — como por exemplo: o comprimento total, (l_t), o diâmetro do duto interno, (d), o diâmetro da câmara, (D), a espessura do duto interno, (t_w), o diâmetro das perfurações, (d_h), a porosidade do duto interno, (ϕ), e conseqüentemente a impedância da perfuração (Z_p) — e os materiais utilizados na câmara de expansão — que influenciam a impedância do material absorvente, (Z_w), e o número de onda do material absorvente, (k_w).

O primeiro silenciador analisado foi um modelo estudado por Kirby em 2001. Este silenciador tem as dimensões aproximadas tais quais apresentadas pela Tabela 5.2, abaixo.

Tabela 5.2 – Dimensões do modelo 1 (KIRBY, 2001).

Kirby, 2001	l_t [mm]	d [mm]	D [mm]	t_w [mm]	d_h [mm]	ϕ	R [rayl/m]
Valores	315	76	152	1	3,5	26,3%	30700

Fonte: KIRBY, 2001.

Na qual o valor de R é referente à resistividade ao fluxo do material absorvente sonoro. Para valores de Z_w , k_w e Z_p , deste modelo, foram utilizadas as eqs. (5.4), (5.5) e (5.6), respectivamente, (SELAMET *et al.*, 2004).

$$Z_w = Z_0 \left[1 + 0,0855 \left(\frac{f}{R} \right)^{(-0,754)} + 1j \left(-0,0765 \left(\frac{f}{R} \right)^{(-0,732)} \right) \right] \quad (5.4)$$

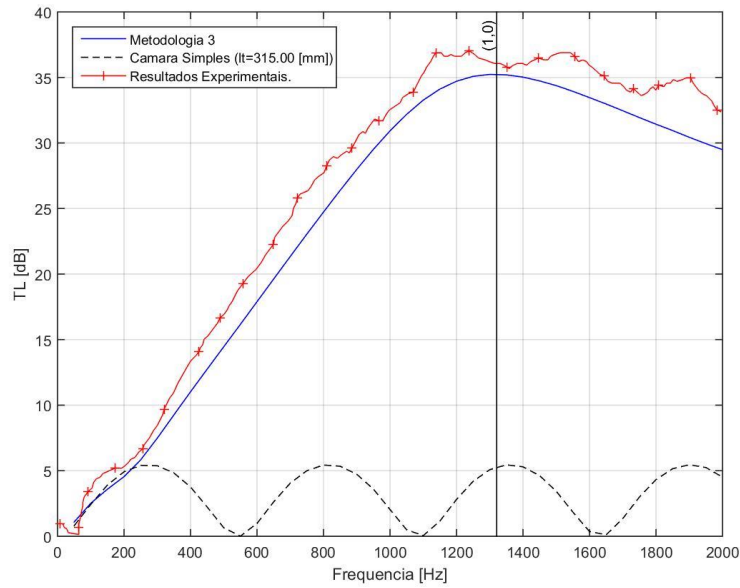
$$k_w = k_0 \left[1 + 0,1472 \left(\frac{f}{R} \right)^{(-0,577)} + 1j \left(-0,1734 \left(\frac{f}{R} \right)^{(-0,595)} \right) \right] \quad (5.5)$$

$$Z_p = \left[0,006 + 1jk_0 \left\{ tw + 0,375d_h \left(1 + \frac{Z_w k_w}{Z_0 k_0} \right) \right\} \right] \frac{1}{\phi} \quad (5.6)$$

Nestas os valores Z são referentes às impedâncias, k aos números de onda, f é a frequência e j é a unidade imaginária, o sub índice 0 denota meio de propagação ar e w o meio material absorvente.

Para este modelo, então, foi possível obter, com as informações descritas acima, a curva de perda de transmissão sonora como apresentada pela Figura 5.4, abaixo. Na qual os resultados foram obtidos a cada 50 Hz. É possível notar por esta Figura que os resultados obtidos via matriz de transferência bidimensional, (linha contínua), têm ótima concordância com os resultados experimentais, (linha contínua com marcadores +). E isto ocorre mesmo para a faixa de frequência após a frequência de corte da câmara, (linha contínua vertical), para a qual o método não mais é utilizável.

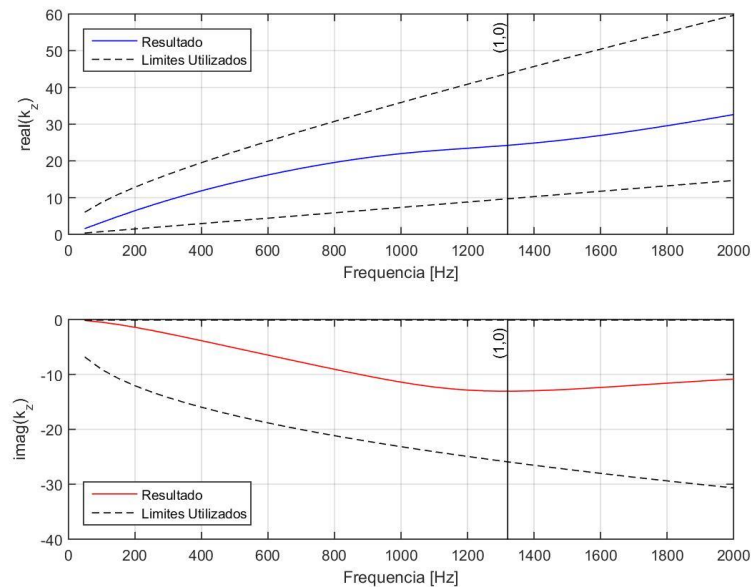
Figura 5.4 – Curva de TL para modelo 1 (KIRBY, 2001).



Fonte: O autor, 2018.

A curva de TL apresentada foi obtida com a utilização dos valores de k_z , resultados da otimização via GA. Desta forma, para este caso específico, a metodologia de obtenção dos valores de TL provou-se aplicável. Os valores de k_z obtidos são apresentados na Figura 5.5.

Figura 5.5 – Curvas de k_z para modelo 1 (KIRBY, 2001).



Fonte: O autor, 2018.

Nesta Figura 5.5 são apresentadas as curvas de número de onda na direção axial, (valor calculado via GA). Nestes as curvas contínuas apresentam as parcelas reais, ($XBEST(1)$), e imaginárias, ($XBEST(2)$), do número de onda complexo na direção axial, enquanto as curvas tracejadas representam os valores de limite utilizados, (XL e XU). No primeiro gráfico desta Figura 5.5 têm-se a parcela real, enquanto no segundo têm-se a parcela imaginária. Nota-se que o valor de k_z obtido para um passo frequência qualquer não diferem muito dos passos anteriores e posteriores, o que resulta em uma curva com um comportamento mais contínuo, o que acarretou um comportamento similar para as curvas de TL.

Como segundo modelo analisado têm-se um dos silenciadores utilizados por Lee em 2005, este modelo corresponde ao modelo com material absorvente com densidade de preenchimento, ρ_f , de 200 kg/m^3 , cujas propriedades/dimensões podem ser expressas pela Tabela 5.3 abaixo.

Tabela 5.3 – Dimensões do modelo 2 (LEE, 2005 – $\rho_f = 200 \text{ kg/m}^3$).

Lee, 2005	l_t [mm]	d [mm]	D [mm]	t_w [mm]	d_h [mm]	ϕ	R [rayl/m]
Valores	257,2	49	164,4	0,9	4,98	25,7%	4896

Fonte: LEE, 2005.

Para este modelo as equações de número de onda e de impedâncias, (do material absorvente e da perfuração), utilizadas são apresentadas nas eqs. (5.7), (5.8) e (5.9), abaixo (LEE, 2005). Sendo que as equações referentes ao material absorvente, eq. (5.7) e (5.8), foram obtidas por Lee com ensaio experimental para o material, por ele, analisado.

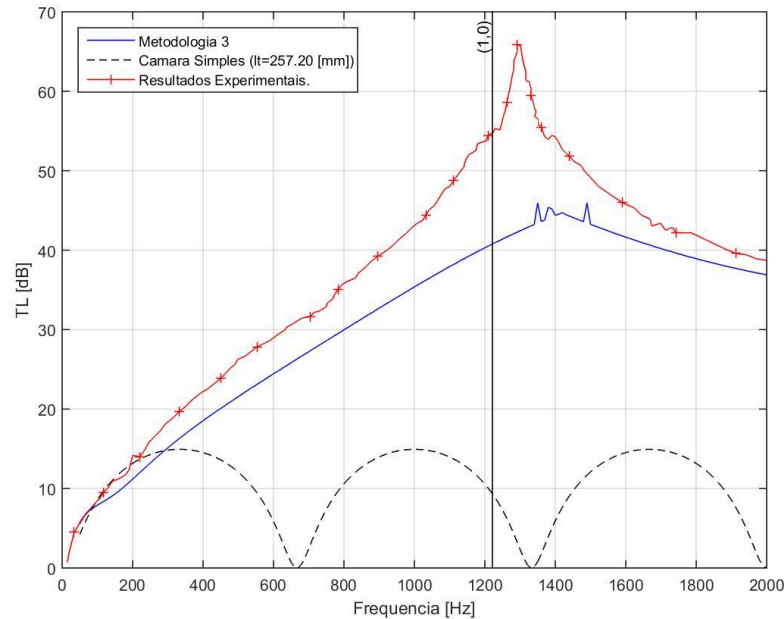
$$Z_w = Z_0 \left[1 + 25,69(f)^{(-0,5523)} + 1j(-71,97(f)^{(-0,7072)}) \right] \quad (5.7)$$

$$k_w = k_0 \left[1 + 56,03(f)^{(-0,6304)} + 1j(-62,05(f)^{(-0,5980)}) \right] \quad (5.8)$$

$$Z_p = \left[0,006 + 1jk_0 \left\{ t_w + 0,375d_h \left(1 + \frac{Z_w k_w}{Z_0 k_0} \right) \right\} \right] \frac{1}{\phi} \quad (5.9)$$

Com estas equações, assim como com as dimensões da tabela 5.2, os cálculos formam executados, (otimização dos valores de k_z , neste caso foram obtidos valores a cada 10 Hz). E com estes valores a curva de TL pode ser calculada. Na Figura 5.6 é apresentada a curva de TL obtida para o modelo 2.

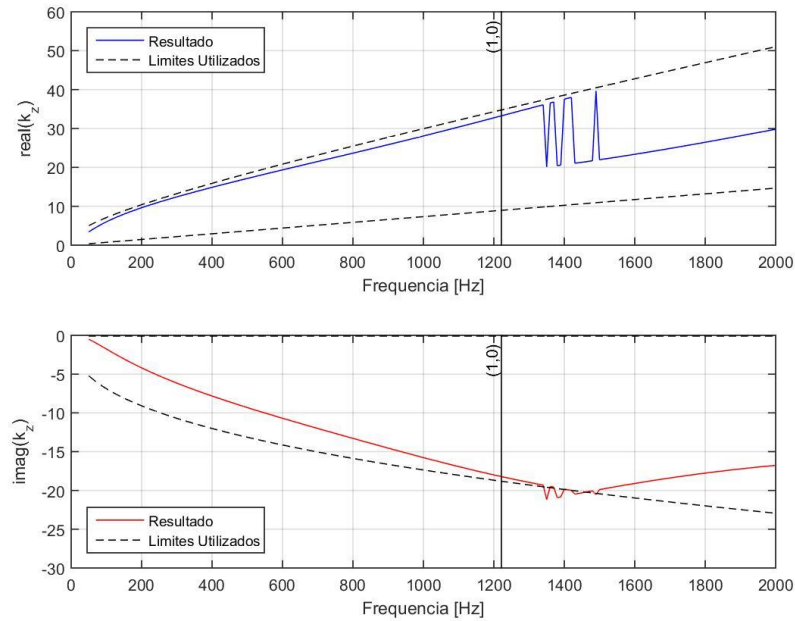
Figura 5.6 – Curva de TL para modelo 2 (LEE, 2005 – $\rho_f = 200 \text{ kg/m}^3$).



Fonte: O autor, 2018.

Na Figura 5.6 é possível perceber que os resultados obtidos demonstram, em parte não apresentam uma boa concordância. Para frequências próximas ao limite de propagação da onda plana, as diferenças entre os resultados aumentam atingindo aproximadamente 30%. É possível notar também que para os valores de, 1350 Hz ocorre uma alteração da inclinação da curva de TL. Esta alteração pode ser percebida também nos valores de k_z com os quais a curva de TL foi obtida. Desta forma com a observação da Figura 5.7 é possível notar como ocorreu esta alteração de inclinação na curva de TL. Desta nota-se que para estes os valores de frequência, entre 1350 e 1500 Hz, os valores de k_z , tanto para parte real quanto para parte imaginária tem suas inclinações alteradas. Este comportamento, alterar-se as duas curvas, era esperado, uma vez que a F_{obj} , eq. (4.5), considerava a diferença absoluta, parcelas reais e imaginárias. Para isso os valores da parte real e da parte imaginária são alterados de forma a manter a menor *dif* possível. Analisando as curvas de número de onda vê-se que, até a mudança de inclinação em 1350 Hz, estas tendem ao limite, e sendo assim, caso este comportamento fosse mantido os valores de k_z encontrados estariam fora dos limites. Este fato ocasiona na mudança de inclinação da curva.

Figura 5.7 – Curvas de k_z para modelo 2 (LEE, 2005 – $\rho_f = 200 \text{ kg/m}^3$).



Fonte: O autor, 2018.

Desta figura é possível notar, também, que alguns dos valores de $imag(k_z)$ estão fora do limite previamente especificado. Isso ocorre em decorrência de uma alteração feita no programa base de GA. Neste caso, a partir da segunda geração, o programa não buscava somente valores de k_z dentro da faixa especificadas, mas também nos valores próximos dos $XBEST(i)$, obtidos nas gerações anteriores, (valores que obtiveram o maior valor de F_{obj} para o sistema possível indeterminado, eq. (4.5), que o programa buscava otimizar). Mais especificamente três quartos da população era buscada utilizando os limites definidos, de acordo com a eq. (4.4), enquanto o quarto restante era buscado utilizando como limites os valores descritos na eq. (5.10). Desta forma, para este caso, alguns dos valores de k_z obtidos se encontraram fora da faixa especificada pelos limites da eq. (4.4).

$$\begin{cases} XL(i) = \frac{XBEST(i)}{1,01} \\ XU(i) = 1,01 \cdot XBEST(i) \end{cases} ; i = 1, 2, \dots, N \quad (5.10)$$

Como um terceiro modelo foi analisado outro modelo desenvolvido por Lee em 2005, para o qual o resultado experimental apresentava uma curva mais suave da TL. Neste modelo as dimensões do silenciador são idênticas ao modelo 2, porém o material

absorvente utilizado apresenta porosidade ϕ , diâmetro do furo d_h e densidade de preenchimento que neste caso é $\rho_f = 100 \text{ kg/m}^3$. As informações referentes a este modelo podem ser apresentadas pela Tabela 5.4, abaixo.

Tabela 5.4 – Dimensões do modelo 3 (LEE, 2005 – $\rho_f = 100 \text{ kg/m}^3$).

Lee, 2005	l_t [mm]	d [mm]	D [mm]	t_w [mm]	d_h [mm]	ϕ	R [rayl/m]
Valores	257,2	49	164,4	0,9	2,49	8,4%	4896

Fonte: LEE, 2005.

Uma vez que o material absorvente presente na câmara de expansão foi alterado, em relação ao modelo 2, as equações de número de onda e de impedância do material absorvente devem ser alteradas, entretanto, a equação de impedância da perfuração permanece inalterada. As equações utilizadas podem ser apresentadas pelas eqs. (5.11), (5.12) e (5.13), abaixo (LEE, 2005).

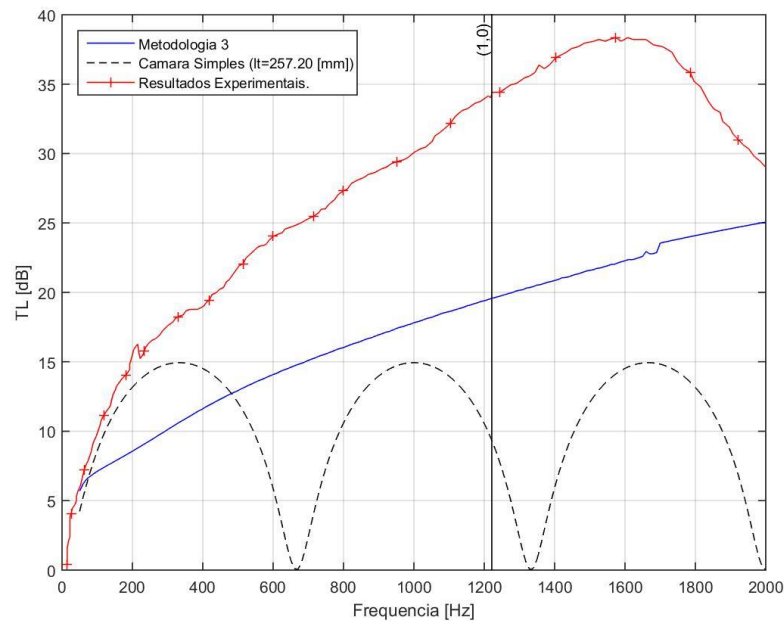
$$Z_w = Z_0 \left[1 + 33,20(f)^{(-0,7523)} + 1j(-28,32(f)^{(-0,6512)}) \right] \quad (5.11)$$

$$k_w = k_0 \left[1 + 39,20(f)^{(-0,6841)} + 1j(-38,39(f)^{(-0,6285)}) \right] \quad (5.12)$$

$$Z_p = \left[0,006 + 1jk_0 \left\{ t_w + 0,375d_h \left(1 + \frac{Z_w k_w}{Z_0 k_0} \right) \right\} \right] \frac{1}{\phi} \quad (5.13)$$

Com estas os valores de k_z foram calculados o que, por sua vez, possibilitou o cálculo dos valores de TL, apresentada na Figura 5.8 abaixo.

Figura 5.8 – Curva de TL para modelo 3 (LEE, 2005 – $\rho_f = 100 \text{ kg/m}^3$).

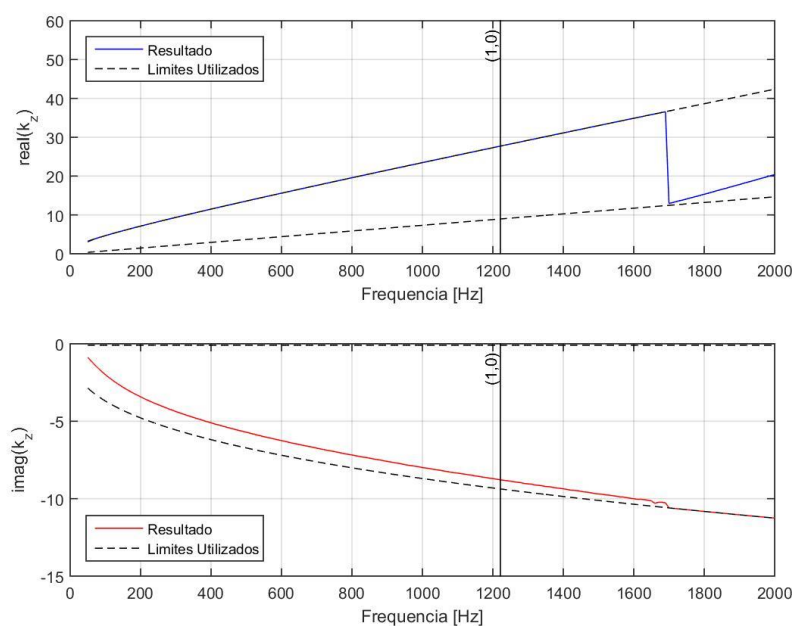


Fonte: O autor, 2018.

Nota-se que, para este modelo, as curvas experimentais, (linha contínua com marcador em forma de +), diferem bastante dos resultados obtidos via otimização, (linha contínua sem marcadores). E que isso ocorre, tanto para a parcela anterior à linha correspondente ao modo (1,0), (frequência de corte da câmara), quanto após esta. Novamente é possível perceber uma mudança da inclinação da curva, neste caso próximo a 1730 Hz.

Tendo em mente que os valores de TL são obtidos a partir dos valores de k_z , da otimização via algoritmo genético, então, faz-se necessário analisar-se os comportamentos das curvas de k_z , Figura 5.9, obtidas para entender o comportamento da curva de TL.

Figura 5.9 – Curvas de k_z para modelo 3 (LEE, 2005 – $\rho_f = 100 \text{ kg/m}^3$).



Fonte: O autor, 2018.

Nota-se nesta que os valores de $real(k_z)$ obtidos durante as análises para as frequências 70 a 1720 Hz, aproximadamente, foram os limites estipulados. E após estes valores de frequência os valores de $imag(k_z)$ encontrados foram os limites estipulados. Desta forma os limites previamente estipulados não apresentaram bons resultados para o modelo em questão, e isso se reflete nos valores de TL encontrados. Assim como esperado esta alteração na curva de k_z ocasionou a mudança na inclinação da curva de

TL observada em, aproximadamente, 1730 Hz. Neste caso como os valores de limite superior, $XU(1)$ e $XU(2)$, impediram a busca por melhores valores de X , então, os valores encontrados de TL não estão de acordo com o esperado, o que pode ser observado na Figura 5.8. Vale ressaltar que para este modelo os valores, k_z e TL, foram calculados a cada 10 Hz e que, neste caso, foi utilizada a mesma alteração do caso anterior, (quanto a separação da população em dois grupos), porém se os valores da eq. (5.10) ultrapassassem os limites pré-estipulados os valores de limite utilizados seriam os definidos pela eq. (4.6).

Como um quarto e último modelo analisado têm-se o modelo criado por Lima et al, 2016. Que, assim como o modelo anterior, também apresentava uma curva de TL mais tênue, porém com o pico anterior a faixa de corte da câmara. Este modelo têm as dimensões do silenciador apresentadas na tabela 5.5, abaixo.

Tabela 5.5 – Dimensões do modelo 4 (LIMA *et al.*, 2016).

Lima <i>et al.</i> , 2016	l_t [mm]	d [mm]	D [mm]	t_w [mm]	d_h [mm]	ϕ
Valores	220	35	150	2,5	5	8,1%

Fonte: LIMA *et al.*, 2016.

Para este modelo os valores de impedâncias e números de onda puderam ser obtidos com a utilização das eqs. (5.14), (5.15) e (5.16), abaixo (LIMA *et al.*, 2016).

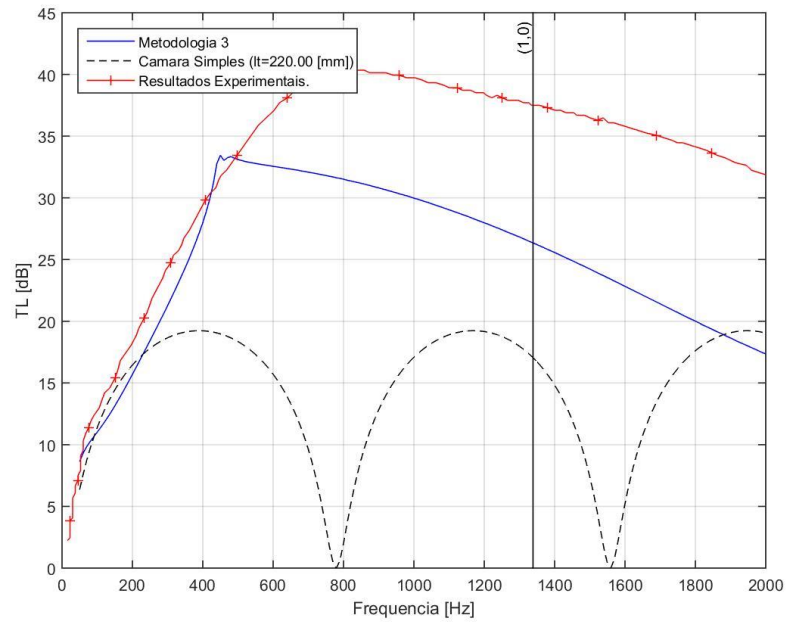
$$Z_w = Z_0 \left[1 + 19,71(f)^{(-0,5337)} + 1j(-59,00(f)^{(-0,7209)}) \right] \quad (5.14)$$

$$k_w = k_0 \left[1 + 43,03(f)^{(-0,5305)} + 1j(-36,86(f)^{(-0,4653)}) \right] \quad (5.15)$$

$$Z_p = \left[0,006 + 1jk_0 \left\{ t_w + 0,375d_h \left(1 + \frac{Z_w k_w}{Z_0 k_0} \right) \right\} \right] \frac{1}{\phi} \quad (5.16)$$

Estas equações, referentes ao material absorvente, foram obtidas para o material, por ele, analisado. E com estas os valores de k_z foram calculados o que, por sua vez, possibilitou o cálculo dos valores de TL. A curva de perda de transmissão sonora obtida é apresentada na Figura 5.10, abaixo. Desta Figura observa-se que para os valores acima de 500 Hz, aproximadamente, a curva de TL obtida difere da curva de TL experimental. Assim como no modelo 2 a curva sofre uma alteração em seu comportamento (inclinação). Este comportamento ocorre antes do valor de pico, encontrado em aproximadamente 800 Hz, e anterior à linha que define o limite da onda plana, diferentemente dos casos anteriores.

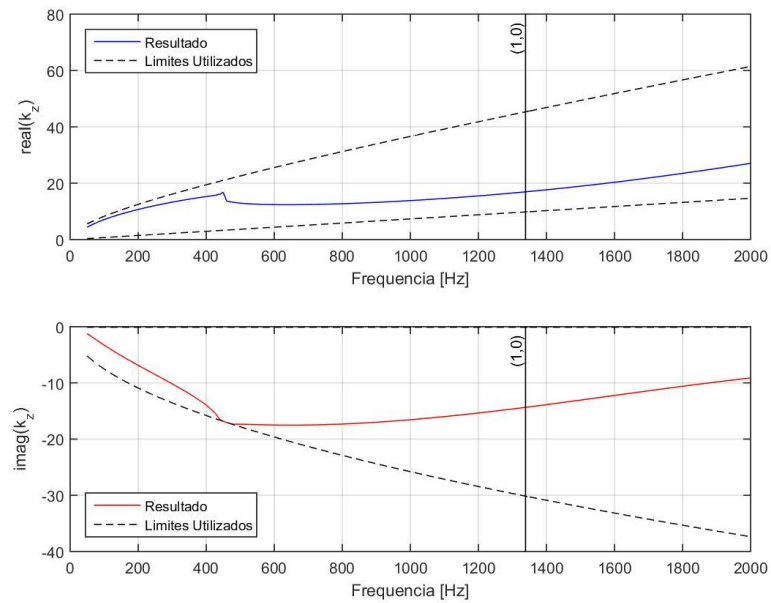
Figura 5.10 – Curva de TL para modelo 4 (LIMA *et al.*, 2016).



Fonte: O autor, 2018.

Para uma melhor análise do caso é necessário observar-se, também, as curvas de k_z . Desta forma a Figura 5.11, abaixo, apresenta os resultados obtidos com a otimização via GA.

Figura 5.11 – Curvas de k_z para modelo 4 (LIMA *et al.*, 2016).



Fonte: O autor, 2018.

Com estas curvas torna-se mais fácil analisar o caso em questão. Neste caso, assim como para o modelo 2, as curvas de k_z encontradas tendem, em aproximadamente 500 Hz, para os limites previamente especificados e após isso mudam a inclinação da curva. Isso, alteração da inclinação das curvas de k_z , altera a curva de TL com eles calculados.

Ao analisar os modelos estudados nesta etapa é possível perceber que alguns dos resultados obtidos não conferem com os dados experimentais da literatura. Isto ocorre em decorrência de diversos fatores, dentre eles têm-se o fato da eq. (4.8.1), aliada às eqs. (3.44) e (3.45), utilizada para o cálculo do k_z , serem um sistema possível e indeterminado, (SPI), ou dos valores corretos de k_z podem não se encontrem dentro dos limites previamente especificados, ou ainda, à influência de diferentes modos dentro da câmara de expansão. Outra explicação provável para estas diferenças é a interferência de outro modo de propagação mais influente no modo encontrado pela equação 4.7.1, via GA. Este problema também foi descrito por Panigrahi e Munjal em 2005 no estudo da influência dos modos de propagação na avaliação de silenciadores dissipativos.

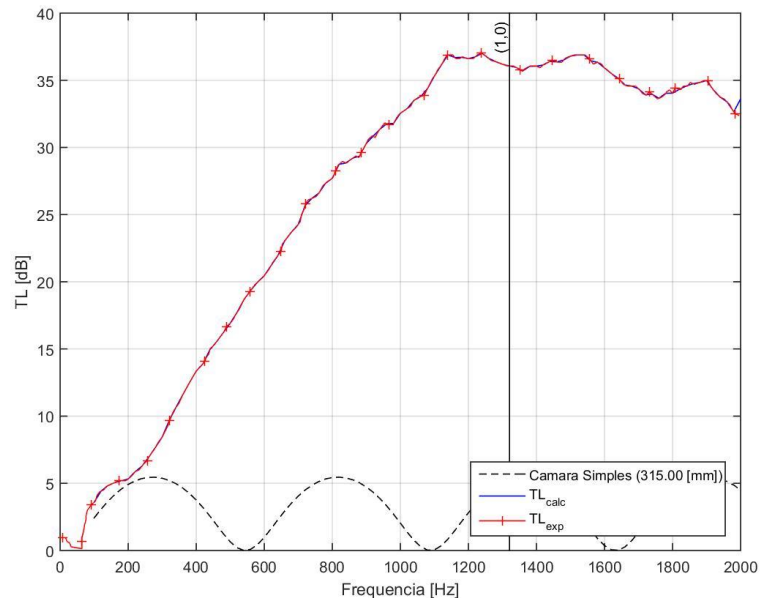
5.2.2. Verificação de resultados para a segunda parte (etapa II)

Tendo em vista os resultados desfavoráveis obtidos nas análises previamente efetuadas, item anterior, fez-se necessário aplicar outra metodologia, a qual será tratada neste subitem. Esta metodologia buscava obter os valores de k_z que resultariam em uma curva da TL mais próximo à apresentada pelos resultados experimentais. Para isso utiliza-se um processo próximo a uma engenharia reversa, na qual se têm os resultados desejados, curvas experimentais de TL, e busca-se as condições necessárias para atingir estes resultados, valores de k_z . Assim como descrito na seção 4.2 a função objetivo utilizada nestas análises trata-se da eq. (4.9) e os limites utilizados no GA foram os descritos pela eq. (4.6).

A partir deste ponto, serão apresentadas três figuras para cada modelo estudado, (primeiro modelo: Figuras 5.12 a 5.14; segundo: Figuras 5.15 a 5.17; terceiro: Figuras 5.18 a 5.20; quarto modelo: Figuras 5.21 a 5.23). Na primeira figura são apresentados os valores de TL obtidos com a metodologia apresentada, enquanto na segunda são apresentados os valores de k_z obtidos via GA e na terceira figura são apresentados os

valores das diferenças utilizadas na função objetivo, ver eq. (5.17). Tanto a primeira quanto a segunda figura de cada modelo, (curvas de TL e de k_z), seguem a mesma formatação do que as apresentadas no item 5.2.1. Para as figuras referentes as diferenças, terceira figura de cada modelo, os valores de dif_{TL} são apresentados como linhas contínuas com marcadores circulares e os valores de dif_{func} são apresentados como linhas contínuas sem marcadores. É importante ressaltar que nestas figuras foram plotados dois eixos de abscissas, o da esquerda para os valores de dif_{TL} e o da direita para os valores de dif_{func} . Isso foi feito com o intuito de proporcionar uma melhor visualização destes resultados. Desta forma para o primeiro modelo, (Kirby, 2001), a curva de TL obtida com a utilização da eq. (5.17) é apresentada pela Figura 5.12.

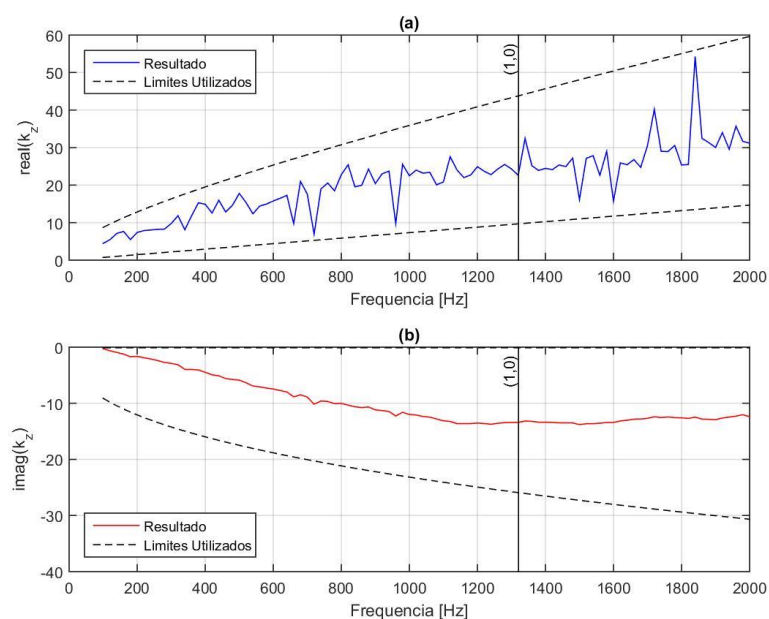
Figura 5.12 – Curva de TL para modelo 1, etapa II (KIRBY, 2001).



Fonte: O autor, 2018.

Nesta figura é possível notar que os valores de número de onda complexo obtidos para esta análise resultam em boa concordância na TL entre os valores calculados e experimentais. Desta forma seria aceitável dizer que estes valores de k_z obtidos representam, ao menos, uma das possíveis soluções do problema. Os valores de k_z deste caso estão apresentados na Figura 5.13.

Figura 5.13 – Curvas de k_z para modelo 1, etapa II (KIRBY, 2001).

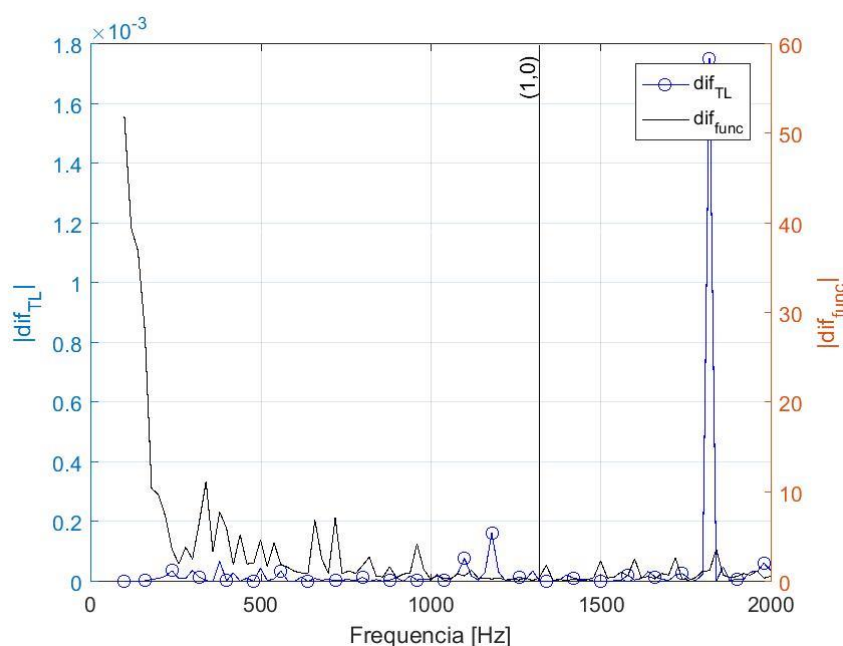


Fonte: O autor, 2018.

Por esta Figura nota-se que os valores da parcela imaginária do número de onda têm um comportamento mais constante, o que sugere haver somente um modo neste dentro da faixa de frequências para este caso. Com as Figura 5.12 e 5.13 pode-se dizer que os valores k_z real geram uma influência muito pequena sobre a TL mesmo apresentando picos superiores a uma amplitude de 10 Pa.s/m.

Por esta análise se tratar da multiplicação de dois valores de fontes diferentes, (duas diferenças, dif_{func} e dif_{TL}), gera a necessidade de analisar estes valores separadamente como mostra a Figura 5.14. Nesta figura a linha contínua com marcadores “o” que representam os valores de erro para a diferença de perda de transmissão sonora, enquanto a linha contínua sem marcadores representa a diferença obtida via eq. (4.8.1). Pela Figura 5.14 é possível notar que os valores de dif_{func} são relativamente altos quando o valor de dif_{TL} é muito baixo. Este comportamento nos leva a afirmar que a função objetivo fornecida pela eq. (4.8.1) não é a mais apropriada.

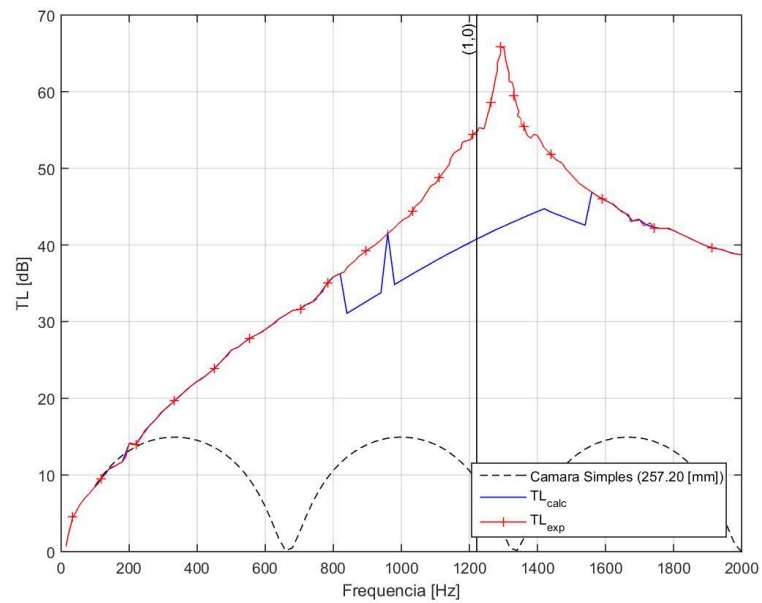
Figura 5.14 – Curvas de dif para modelo 1, etapa II (KIRBY, 2001).



Fonte: O autor, 2018.

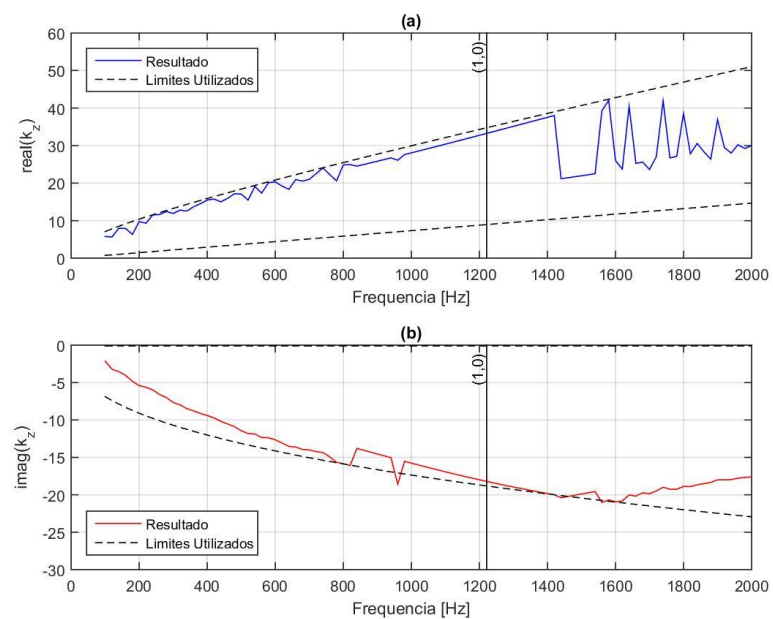
Da mesma forma que realizado para o primeiro modelo pode-se realizar a mesma análise para os outros modelos. Sendo assim, para a modelo 2, (Lee, 2005 – $\rho_f = 200 \text{ kg/m}^3$), a curva de perda de transmissão sonora obtida é apresentada na Figura 5.15, abaixo. Nesta Figura é possível notar que há uma diferença entre a TL calculada e experimental somente para o intervalo entre 820 e 1560 Hz. Pode-se afirmar que estas diferenças são devido ao fato de $imag(k_z)$ atingir o seu limite inferior. Novamente, devido à alteração realizada no programa, (descrita mais detalhadamente para os resultados deste modelo na etapa I), alguns valores de número de onda extrapolam os limites, ver Figura 5.16. A diferença na amplitude de k_z real mostra ter pouca influência nos valores obtidos para a da TL. Os saltos entre valores de $real(k_z)$ e a extrapolação dos limites de $imag(k_z)$ também foram observadas na primeira etapa (Figuras 5.7). A diferença entre os valores obtidos de dif_{func} e dif_{TL} (eqs. (4.9.1) e (4.9.2)) pode ser vista na Figura 5.17.

Figura 5.15 – Curva de TL para modelo 2, etapa II (LEE, 2005 – $\rho_f = 200 \text{ kg/m}^3$).



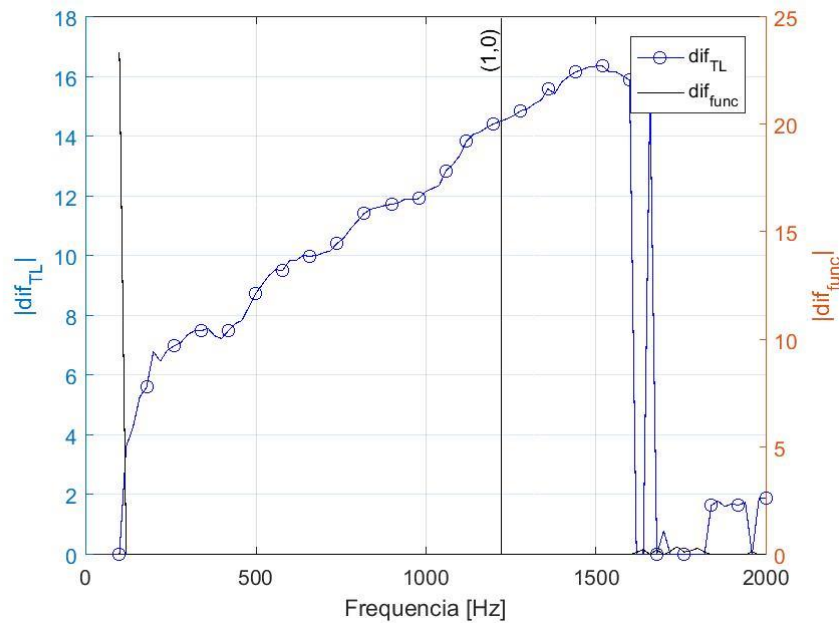
Fonte: O autor, 2018.

Figura 5.16 – Curvas de k_z para modelo 2, etapa II (LEE, 2005 – $\rho_f = 200 \text{ kg/m}^3$).



Fonte: O autor, 2018.

Figura 5.17 – Curvas de dif para modelo 2, etapa II (LEE, 2005 – $\rho_f = 200 \text{ kg/m}^3$).

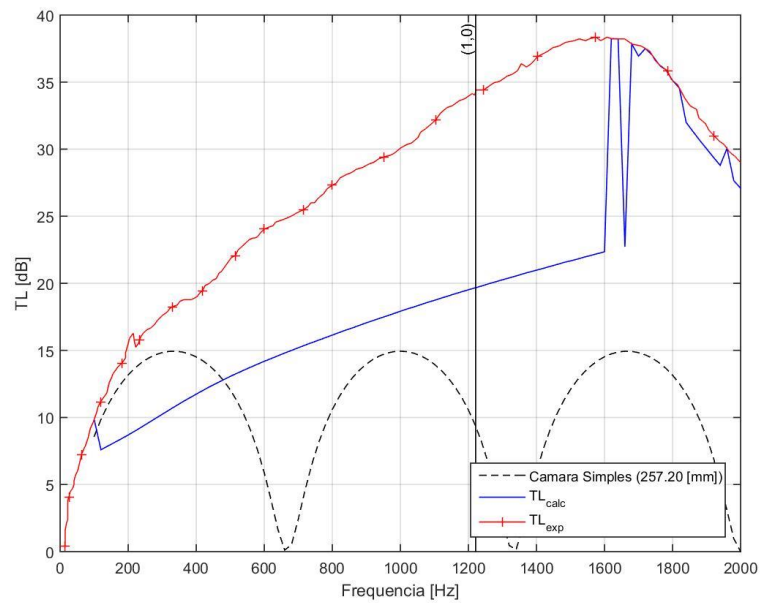


Fonte: O autor, 2018.

Com esta Figura é possível perceber que os valores de dif_{func} se concentram fora do intervalo entre 820 e 1560 Hz. Fora desta faixa os valores desta diferença tendem a ser pequenos. O comportamento inverso pode ser observado para os valores de dif_{TL} , (somente apresentam valores ruins dentro deste intervalo).

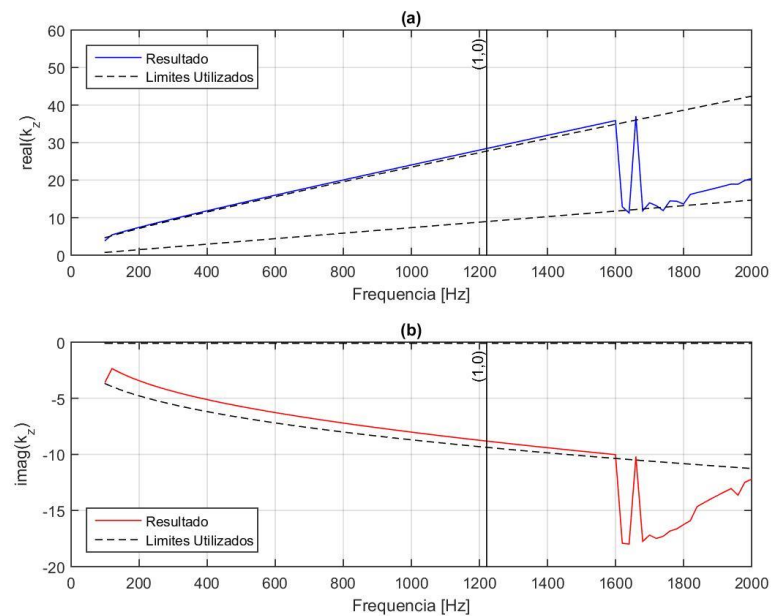
Para o modelo 3, têm-se as Figuras 5.18, 5.19 e 5.20. Na Figura 5.18 são apresentadas as curvas de TL por este modelo obtidas com os valores de k_z apresentados na Figura 5.19. Pela curva de TL deste modelo percebe-se que para a maioria dos valores de TL obtidos não condizem com os valores de TL experimentais. Analisando a Figura 5.19, curvas de k_z , percebe-se um comportamento similar ao apresentado para o mesmo modelo durante a etapa I. Porém, neste caso, devido às alterações executadas no modelo, os valores de k_z extrapolaram os limites impostos pela eq. (4.6). Este fato nos leva a concluir que, para este modelo, limitar os valores de número de onda complexo na direção axial por estas equações não é indicado. Sendo assim os limites deveriam ser expandidos de forma a buscar melhores valores de k_z , processo que foi executado na etapa III.

Figura 5.18 – Curva de TL para modelo 3, etapa II (LEE, 2005 – $\rho_f = 100 \text{ kg/m}^3$).



Fonte: O autor, 2018.

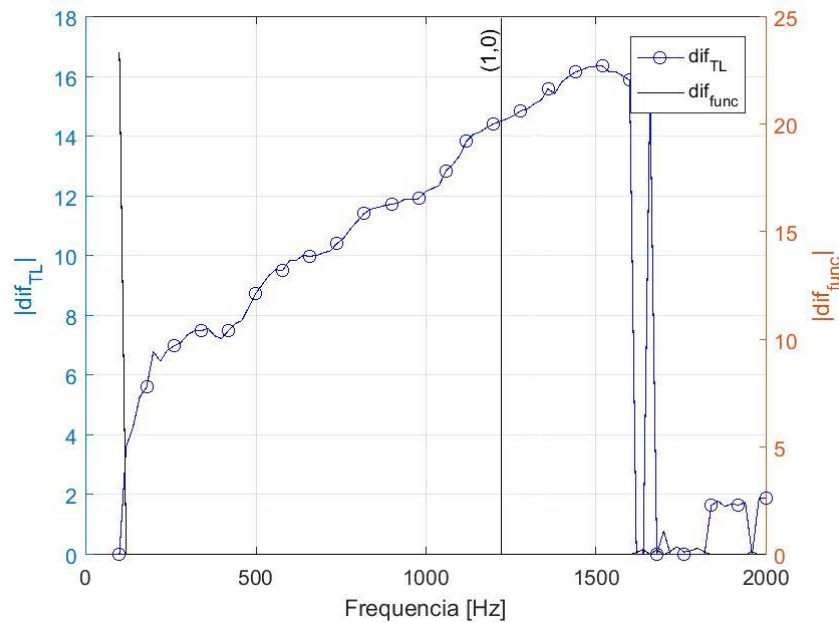
Figura 5.19 – Curvas de k_z para modelo 3, etapa II (LEE, 2005 – $\rho_f = 100 \text{ kg/m}^3$).



Fonte: O autor, 2018.

Das Figuras 5.18 e 5.19 também é possível perceber que para os valores no intervalo entre 1600 e 1740 Hz existe uma sucessão de picos e vales nos valores TL causados pelo comportamento semelhante nas curvas de k_z . Abaixo a Figura 5.20 contém os valores de diferenças para este modelo.

Figura 5.20 – Curvas de dif para modelo 3, etapa II (LEE, 2005 – $\rho_f = 100 \text{ kg/m}^3$).

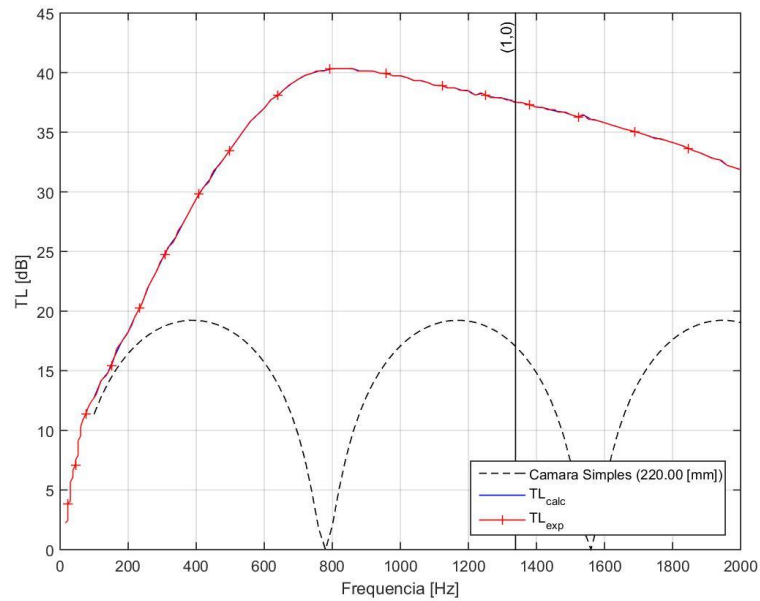


Fonte: O autor, 2018.

Analisando a Figura 5.20 percebe-se que os valores de dif_{TL} na faixa de frequência entre 1600 e 1740 Hz sofrem variações do mesmo modo que as curvas de TL e k_z . Este comportamento é esperado uma vez que o GA busca valores baseados na função objetivo definida, sendo assim, se os valores de k_z sofrerem alterações os valores de diferença e a curva de TL também sofrerá alguma alteração. Nota-se pelas Figuras 5.19 e 5.20 que para os valores nos quais $imag(k_z)$ obtido esteve fora dos limites da eq. (4.6) os valores de dif_{TL} forma menores. Este comportamento reforça a conclusão realizada anteriormente de que os valores de k_z deste modelo se encontram fora dos limites especificados pela eq. (4.6). Além disso é, também, possível reforçar a ideia de que a utilização da eq. (4.8.1) como função objetivo não provê bons resultados. Isso porque para quando os valores de dif_{TL} apresentam resultados melhores os valores de dif_{func} tendem a não apresentarem resultados satisfatórios.

Para o quarto modelo, (LIMA *et al.*, 2016), com o limite definido pela eq. (4.6), os valores de TL obtidos com esta metodologia podem ser apresentados pela Figura 5.21. Nesta nota-se que os valores obtidos para esta análise apresentam resultados satisfatórios para toda a faixa analisada.

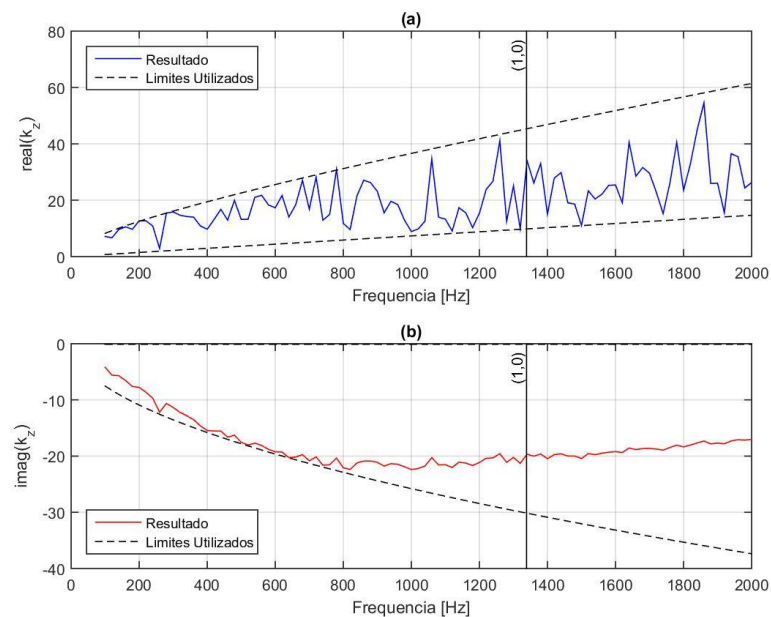
Figura 5.21 – Curva de TL para modelo 4, etapa II (LIMA *et al.*, 2016).



Fonte: O autor, 2018.

Para obter-se estes valores de TL foram utilizados os valores de k_z apresentados pela figura 5.22, abaixo. Novamente, ao observar-se a curva para a parcela real do número de onda complexo na direção axial, é possível notar que se tiveram grandes alterações entre os valores. Este fato reforça, novamente, a ideia de que a parcela real tem pouca influência no cálculo da perda de transmissão sonora.

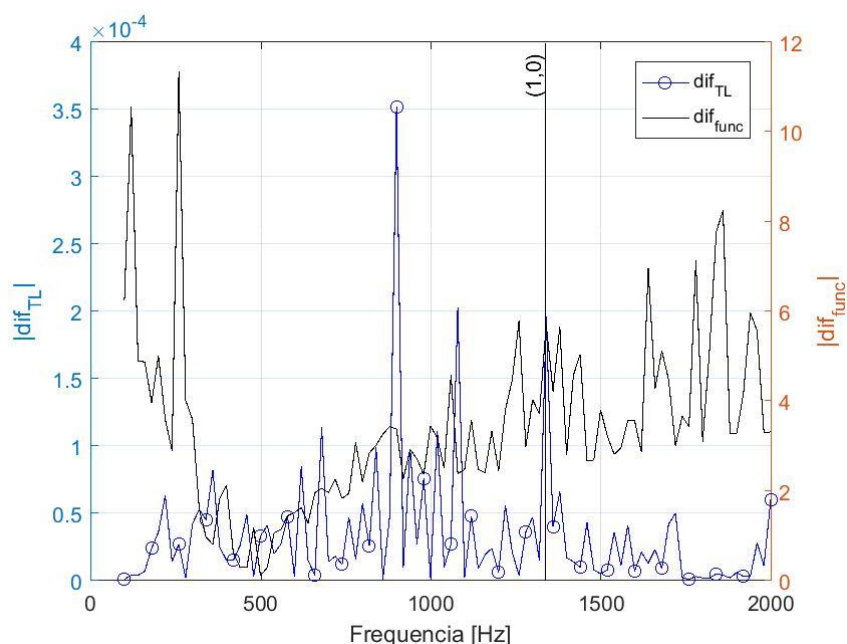
Figura 5.22 – Curvas de k_z para modelo 4, etapa II (LIMA *et al.*, 2016).



Fonte: O autor, 2018.

Para este caso os erros, dif_{func} e dif_{TL} , obtidos foram os apresentados pela Figura 5.23. Ao analisar-se as curvas nesta apresentada percebe-se, novamente, que a utilização da eq. (4.8.1) como função objetivo não provê bons resultados. Nota-se isto ao observar que os valores de erros foram altos para a dif_{func} enquanto os valores de dif_{TL} foram baixos. Caso os valores de dif_{TL} forem baixos os valores calculados de k_z são, teoricamente, os valores corretos, porém, como apresentado para estes números de onda os valores de dif_{func} não são bons, este fato demonstra que a utilização da eq. (4.8.1) como função objetivo não é viável. Comportamento este que, também, foi observado nos modelos anteriores.

Figura 5.23 – Curvas de dif para modelo 4, etapa II (LIMA *et al.*, 2016).



Fonte: O autor, 2018.

5.2.3. Verificação de resultados para a segunda parte (etapa III)

Em virtude da impossibilidade de obtenção de valores entre a TL experimental e a TL calculada foi necessário aplicar-se outra metodologia. Como mencionado anteriormente esta metodologia seguia os mesmos processos da etapa II, porém, neste caso com limites expandidos. Esta expansão nos limites se fez necessária principalmente para o modelo 3 cujos valores de k_z aparentavam se encontrar fora dos

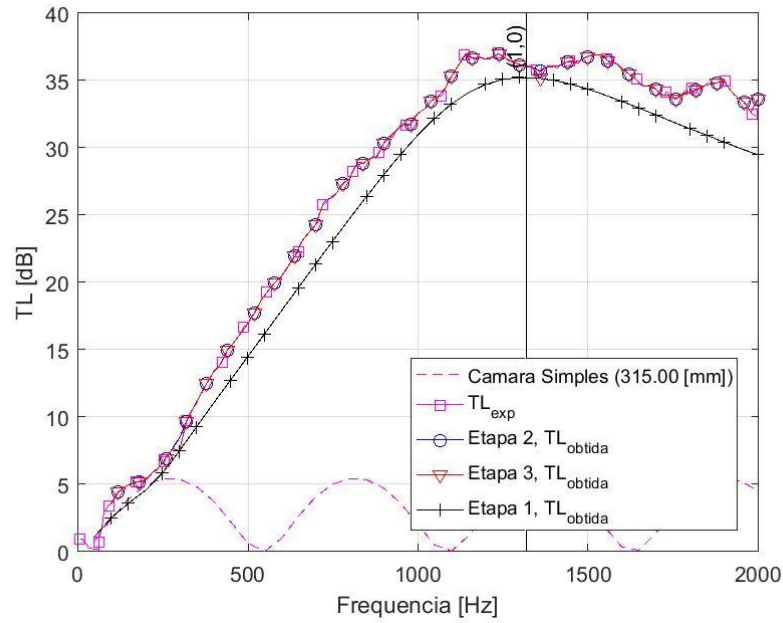
limites normais, para o modelo 2 estes novos limites também poderiam ser interessantes para a faixa entre 820 e 1540 Hz, ver Figuras 5.15 e 5.16. Desta forma esta etapa utilizava-se da eq. (4.9) como função objetivo e da eq. (4.7) como limites para a execução do GA, assim como discutido mais detalhadamente na seção 4.2.

Da mesma forma que para etapa dois os resultados obtidos com esta metodologia serão apresentados em três figuras para cada modelo, Figuras 5.24 a 5.36. Na primeira Figura de cada modelo têm-se o comportamento da TL, na segunda o do k_z e na terceira as diferenças dif_{func} e dif_{TL} . De forma a possibilitar uma análise mais geral de todos os casos apresentados nesta dissertação, para a segunda parte, nestas figuras serão apresentadas não somente as curvas para esta terceira etapa, mas para as etapas anteriores também. Desta forma, nestas figuras as linhas de cor preta são referentes a etapa I, de cor azul é referente a etapa II e a de cor vermelha a etapa III. Assim para a primeira figura de cada modelo têm-se os valores de TL experimental como uma linha magenta contínua com marcadores quadrados, a linha magenta tracejada sem marcadores como TL para câmara de expansão simples, a linha preta contínua com marcadores “+” para os resultados da etapa I, a linha azul contínua com marcadores circulares para a etapa II e a linha vermelha contínua com marcadores triangulares como resultados para a etapa III. Na segunda figura de cada modelo têm-se as curvas de k_z reais e imaginárias, nas quais as linhas tracejadas são referentes aos limites e as linhas contínuas aos valores obtidos em cada etapa, estas linhas estão formatadas da mesma maneira que as da primeira figura de cada modelo, quanto às cores e marcadores. Vale ressaltar que todas as figuras referentes aos k_z imaginários foram limitadas a -30 para proporcionar uma melhor visualização. Para a última figura de cada modelo, na qual têm-se as diferenças são apresentadas duas curvas para cada etapa. A primeira destas linhas é referente aos valores de dif_{TL} , cujo eixo das abscissas se encontra à esquerda, e são apresentadas como linhas contínuas, com mesma formatação de cor e marcadores das figuras anteriores. Para segunda linha, cujo eixo das abscissas se encontra à direita, têm-se os valores de dif_{func} , representados como linhas tracejadas, com a mesma formatação de cor e marcadores das figuras anteriores.

Assim têm-se as Figuras 5.24 a 5.26 para o modelo 1, as Figuras 5.27 a 5.29 para o segundo modelo, Figuras 5.30 a 5.32 para o terceiro modelo e as Figuras 5.33 a 5.35 para o quarto e último modelo. Vale ressaltar que nas Figuras 5.25, 5.28, 5.31 e 5.34, referentes às curvas de k_z os valores de limites para as etapas I e II são os mesmos

e, desta forma, estão sobrepostos. Para o primeiro modelo, (Kirby, 2001) as curvas de TL são apresentadas pela Figura 5.24.

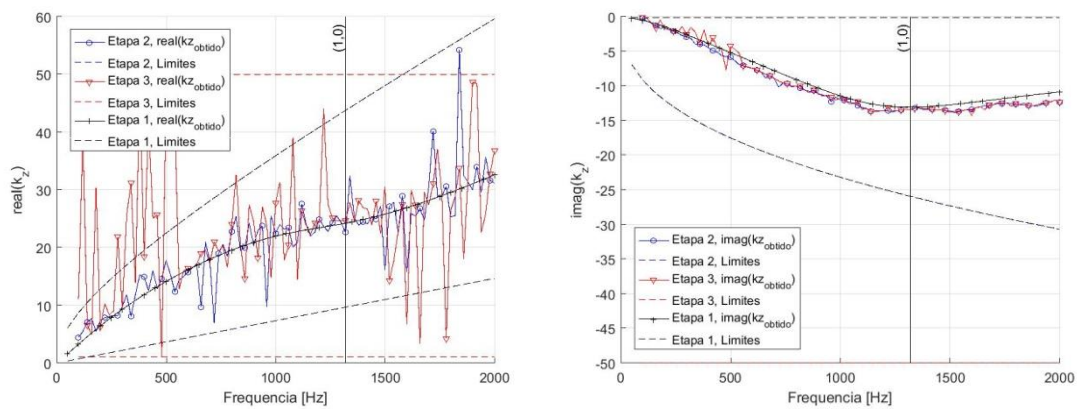
Figura 5.24 – Curva de TL para modelo 1, etapa III (KIRBY, 2001).



Fonte: O autor, 2018.

Desta Figura nota-se que os valores de TL obtidos apresentam boa concordância com os valores de TL experimental, somente dois valores tiveram um valor de dif_{TL} maior que 2×10^{-4} . Na Figura 5.25 são apresentados os valores de k_z para o modelo 1 obtidos nas etapas I, II e III.

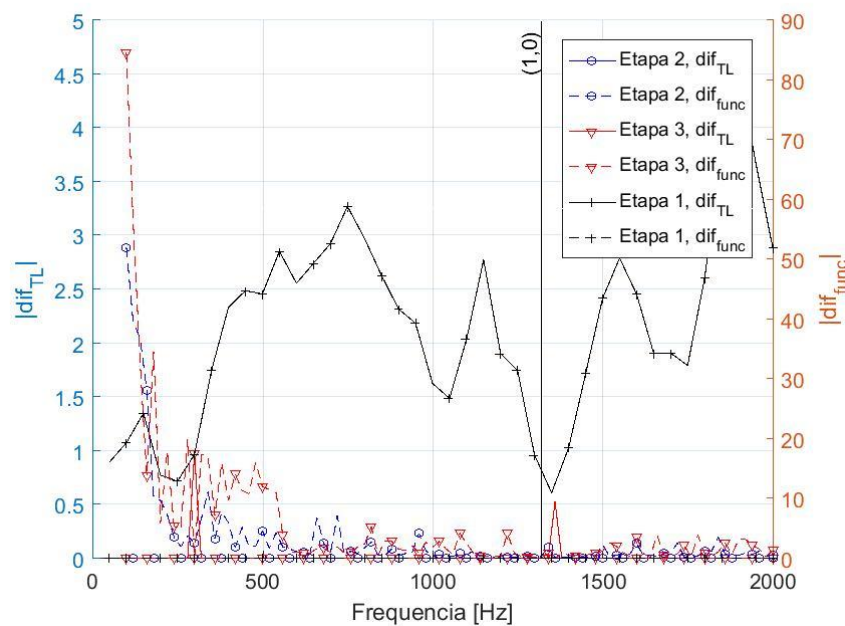
Figura 5.25 – Curvas de k_z para modelo 1, etapa III (KIRBY, 2001).



Fonte: O autor, 2018.

Desta Figura pode-se perceber que os valores de $imag(k_z)$ apresentam um comportamento mais constante, seria possível traçar uma linha de tendência a partir dos valores obtidos com boa precisão. Para os valores de $real(k_z)$ porém este mesmo comportamento não pode ser observado. Nota-se que estes valores têm grandes variações o que, assim como na etapa anterior, reforça a pouca influência destes valores na TL. Na Figura 5.26 têm-se o comportamento das diferenças obtidas nas três etapas. Por esta é possível notar que os valores de dif_{func} , assim como na etapa anterior, não condiz com os valores de dif_{TL} em uma mesma frequência, (para um valor baixo em um destas diferenças têm-se um alto valor para outra). Novamente este fato reforça a falha na utilização da eq. (4.8.1) como função objetivo. Nota-se também uma maior concentração de valores altos dif_{func} em baixas frequências.

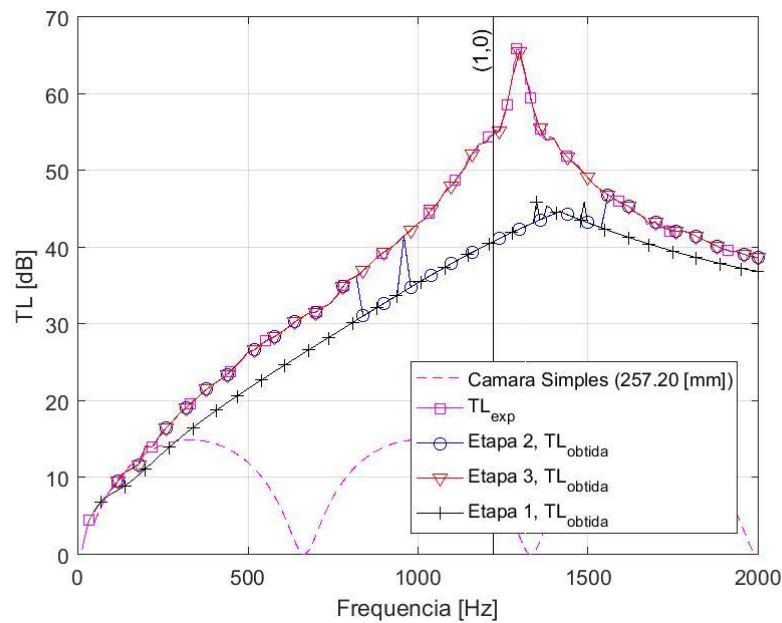
Figura 5.26 – Curvas de dif para modelo 1, etapa III (KIRBY, 2001).



Fonte: O autor, 2018.

Para o segundo modelo, (Lee, 2005 – $\rho_f = 200 \text{ kg/m}^3$), a Figura 5.27 apresenta o comportamento da TL. Desta Figura nota-se que para esta metodologia, empregada na etapa III, proveu bons resultados para toda a faixa de frequência analisada.

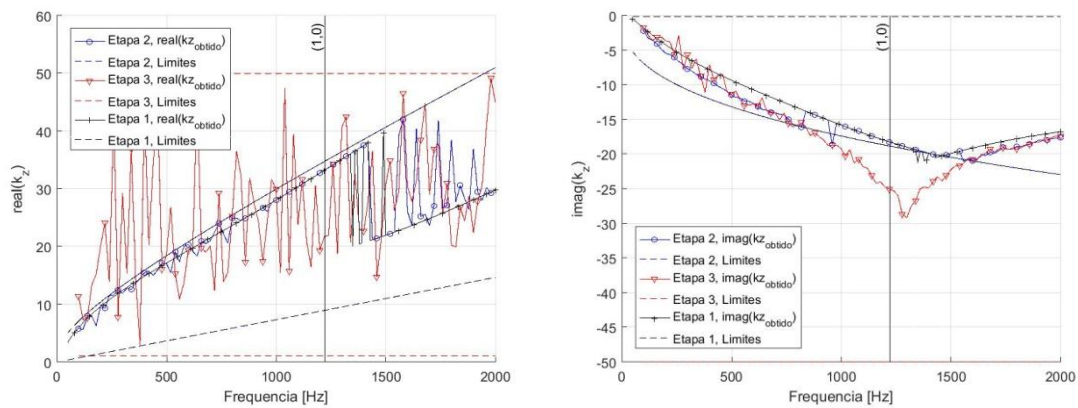
Figura 5.27 – Curva de TL para modelo 2, etapa III (LEE, 2005 – $\rho_f = 200 \text{ kg/m}^3$).



Fonte: O autor, 2018.

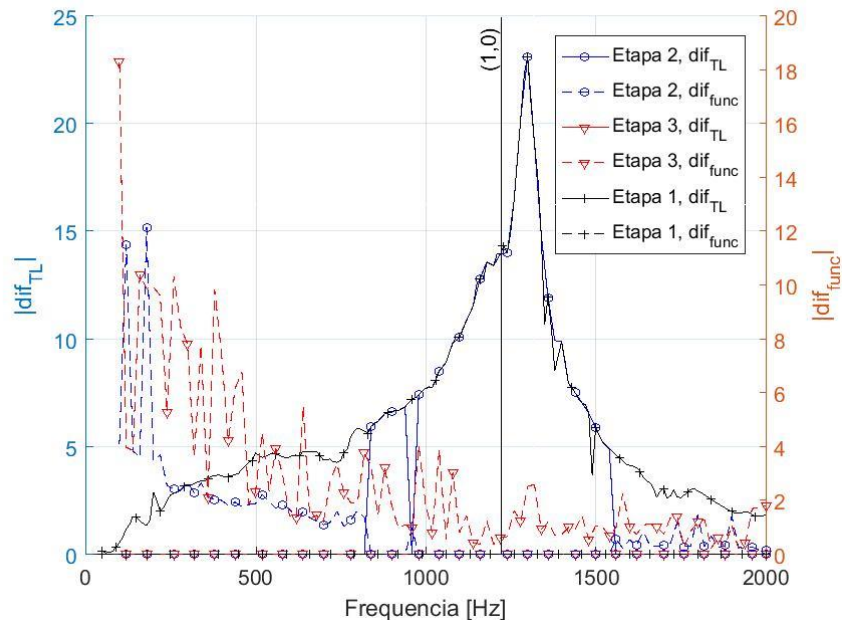
Na Figura 5.28 têm-se o comportamento do k_z . Desta nota-se que em virtude da expansão dos limites o comportamento observado nas etapas I e II não ocorreu. Uma vez que os limites eram mais abrangentes os valores de $imag(k_z)$ obtidos na faixa entre 820 e 1540 Hz puderam variar mais. Observando ainda esta mesma curva percebe-se que próximo a 1300 Hz ocorre uma inflexão na curva o que sugere uma mudança no modo de propagação preponderante. As grandes variações para valores de $real(k_z)$ sugerem que este não tem muita influência sobre a curva de TL. Na Figura 5.29 têm-se os valores de diferenças para as três etapas. Por esta Figura nota-se, novamente, que os maiores valores de dif_{func} se concentram em baixas frequências. Além disso, nota-se também que diferente das etapas anteriores não existe um aumento da dif_{TL} na faixa entre 820 e 1540 Hz, como pode ser visto na Figura 5.27 também.

Figura 5.28 – Curvas de k_z para modelo 2, etapa III (LEE, 2005 – $\rho_f = 200 \text{ kg/m}^3$).



Fonte: O autor, 2018.

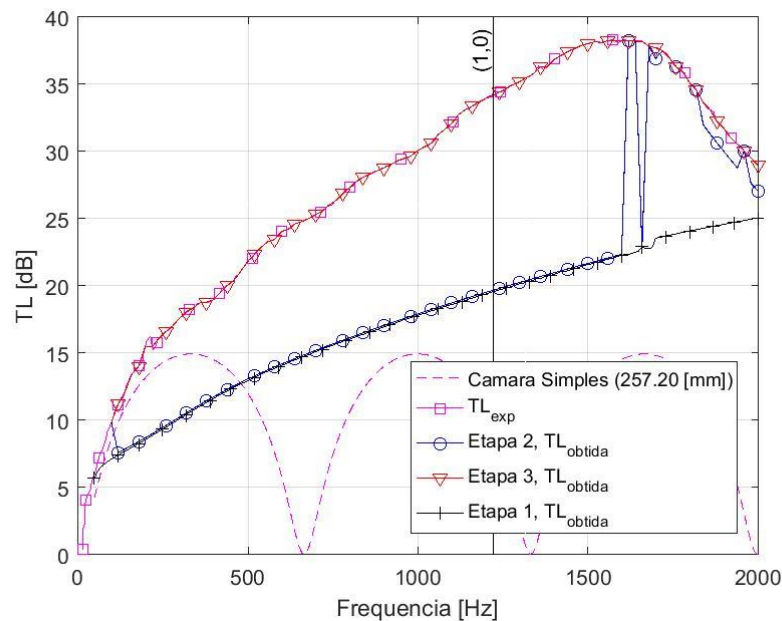
Figura 5.29 – Curvas de dif para modelo 2, etapa III (LEE, 2005 – $\rho_f = 200 \text{ kg/m}^3$).



Fonte: O autor, 2018.

Para o terceiro modelo, (Lee, 2005 – $\rho_f = 100 \text{ kg/m}^3$), a Figura 5.30 apresenta o comportamento da TL. Pode-se observar, nesta Figura, que o comportamento da TL obtido para toda a faixa de frequências é condizente com o comportamento experimental, diferentemente dos obtidos nas etapas I e II.

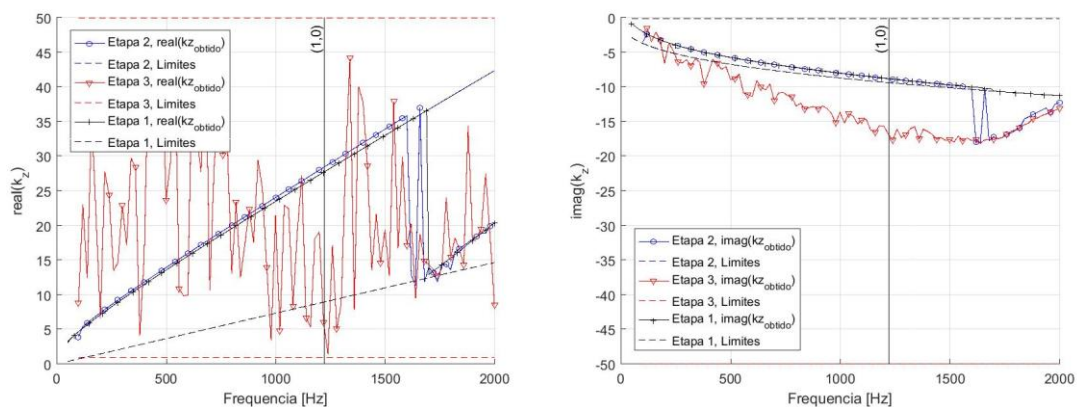
Figura 5.30 – Curva de TL para modelo 3, etapa III (LEE, 2005 – $\rho_f = 100 \text{ kg/m}^3$).



Fonte: O autor, 2018.

Na Figura 5.31 é apresentado o comportamento das curvas de k_z . Desta nota-se que os valores de $real(k_z)$ tem grandes variações o que reforça a falta de influência destes nas curvas de TL. Quanto à curva de $imag(k_z)$ percebe-se que, apesar das consideráveis alterações entre valores, ainda sim, esta curva parece traçar um comportamento mais constante com a qual poder-se-ia traçar uma linha de tendência.

Figura 5.31 – Curvas de k_z para modelo 3, etapa III (LEE, 2005 – $\rho_f = 100 \text{ kg/m}^3$).

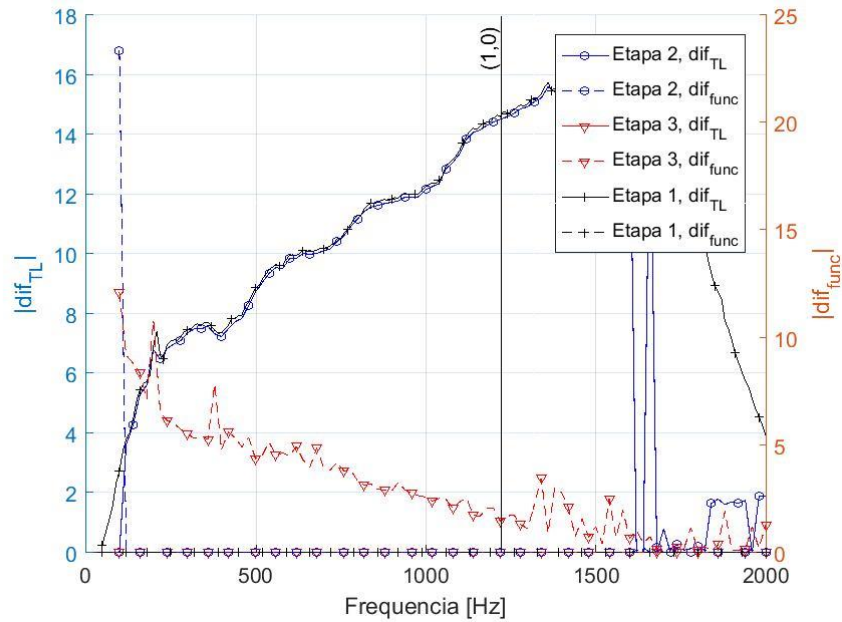


Fonte: O autor, 2018.

Na Figura 5.32 têm-se os as curvas de diferença. Desta nota-se, diferentemente dos casos anteriores, um comportamento mais constante para dif_{func} até a frequência do

primeiro modo. Deste comportamento observa-se uma maior concentração de valores mais altos para baixas frequências. Novamente os valores das diferenças são discordantes para uma mesma frequência.

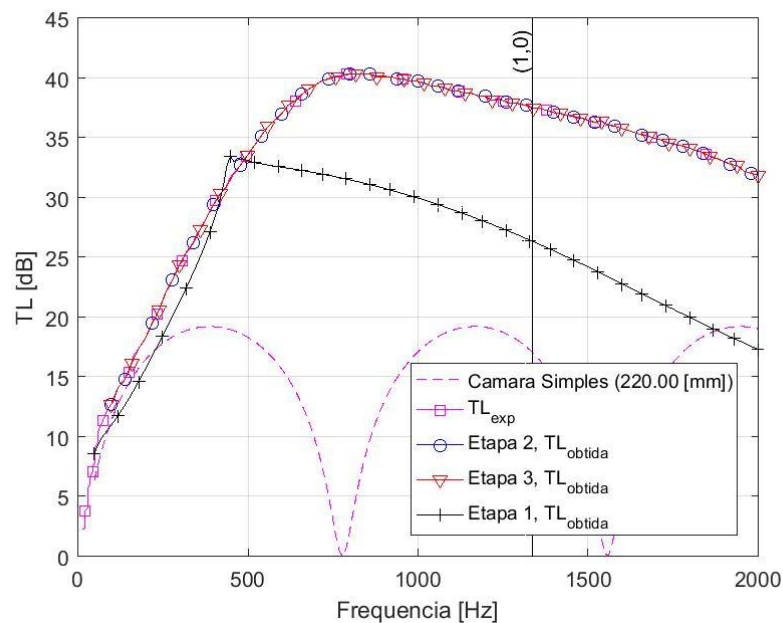
Figura 5.32 – Curvas de *dif* para modelo 3, etapa III (LEE, 2005 – $\rho_f = 100 \text{ kg/m}^3$).



Fonte: O autor, 2018.

Para o quarto e último modelo, (Lima et al., 2016), a Figura 5.33 apresenta o comportamento da TL.

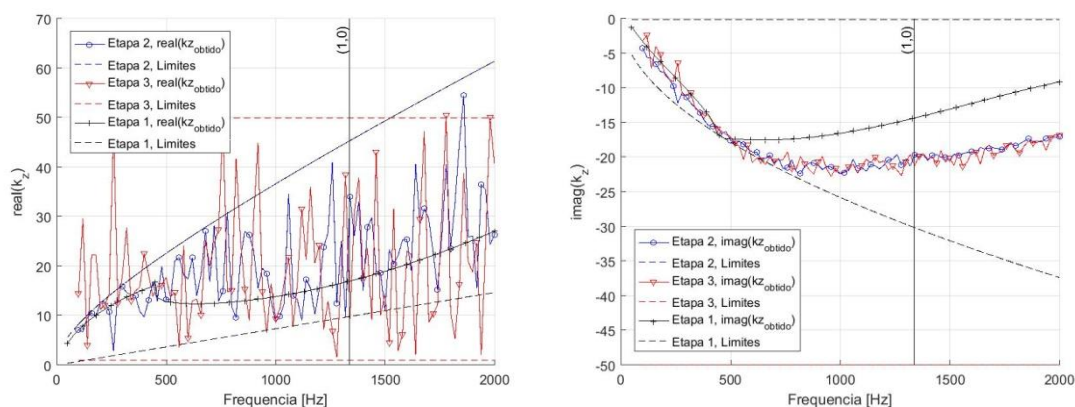
Figura 5.33 – Curva de TL para modelo 4, etapa III (LIMA *et al.*, 2016).



Fonte: O autor, 2018.

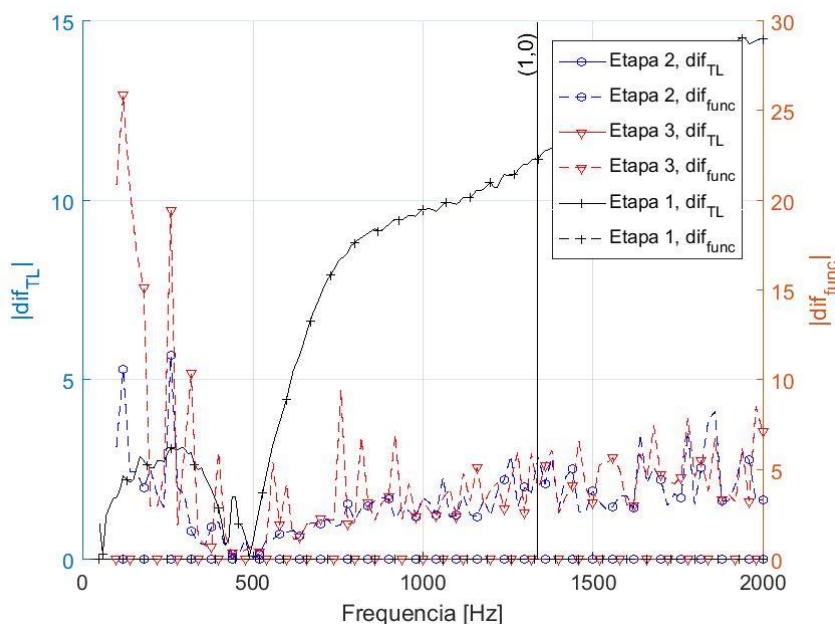
Por esta Figura nota-se que o comportamento obtido para a TL, na terceira etapa, é bastante semelhante ao da TL experimental para toda a faixa de frequências. Na Figura 5.34 tem-se as curvas de k_z , e na Figura 5.35 as curvas de diferenças obtidas para o modelo 4.

Figura 5.34 – Curvas de k_z para modelo 4, etapa III (LIMA *et al.*, 2016).



Fonte: O autor, 2018.

Figura 5.35 – Curvas de dif para modelo 4, etapa III (LIMA *et al.*, 2016).



Fonte: O autor, 2018.

Da Figura 5.34 é possível observar que os valores de $\text{imag}(k_z)$ obtidos na etapa III seguem, aproximadamente, uma mesma linha de tendência que é observada durante a etapa II. Porém para esta terceira etapa os valores têm maiores variações do que os

obtidos na etapa anterior. Quanto aos valores de $real(k_z)$ nota-se que estes tiveram grandes variações, variações estas que, provavelmente, ocasionaram as variações de $imag(k_z)$. Ainda quanto a estes valores, e com os valores de TL da Figura 5.33, pode-se chegar à conclusão de que os valores de $real(k_z)$ não têm uma influência muito significativa na TL. Analisando-se a Figura 5.35 nota-se o mesmo comportamento do modelo anterior, os maiores valores de dif_{func} se concentram à baixa frequência. Comparando-se as duas curvas de diferenças desta etapa é possível chegar à conclusão de que a parcela referente a dif_{func} da função objetivo não consegue gerar os valores corretos de k_z .

6. Conclusões

Na primeira parte foram analisados silenciadores com tubos estendidos concêntricos, nos quais o duto de entrada e de saída tem uma extensão dentro da câmara de expansão. Estas análises consistiam em obter comprimentos ótimos destas extensões de tal forma a otimizar a curva de perda de transmissão sonora. A metodologia aplicada nesta parte do presente trabalho obteve bons resultados, aumentando a eficiência do silenciador em baixas e médias frequências. Desta forma a utilização desta metodologia na indústria pode vir a ser bem empregada. Entretanto, para algumas frequências de ressonância da cavidade principal, a TL permanece inalterada mesmo após a otimização dos comprimentos. Como aspecto negativo da utilização desta metodologia tem-se o trabalho exaustivo de se encontrar um conjunto de condições, funções objetivo e larguras das faixas de análise, que aumentem a eficiência da cavidade na maior faixa de frequências possíveis. Esta dificuldade também foi descrita por Lima, *et al.* (2011).

Enquanto na segunda parte foram analisados silenciadores dissipativos, com um duto central perfurado e a região da câmara de expansão forrada de material absorvente. Nesta parte foram empregadas três metodologias diferentes, uma delas como busca de resultados e outras duas como meio de verificar os valores que obteriam os resultados desejados. Desta forma, no que se refere à metodologia de obtenção de resultados, etapa I, empregada uma das conclusões obtidas é de que a utilização da eq. (4.8.1) como função objetivo não é adequada. Para a utilização desta metodologia faz-se necessária à busca por uma melhor função objetivo. Além disso, como pode ser observado pelos casos analisados de Lee, 2005, modelos 2 e 3, os valores de limites utilizados, eq. (4.6), podem não serem adequados, o que sugere que uma busca por melhores limites também é recomendada.

Quanto aos resultados para cada etapa pode-se dizer que os resultados da primeira etapa, cuja função objetivo era dada pela eq. (4.8) e com os limites pela eq. (4.6), não foram satisfatórios. Para a segunda etapa, cuja função objetivo era dada pela eq. (4.9) e com os limites pela eq. (4.6), somente os modelos de Kirby, 2001 e Lima *et al.*, 2016, apresentaram resultados com boa concordância. Para a terceira etapa, cuja função objetivo era dada pela eq. (4.9) e com os limites expandidos da eq. (4.7), todos os modelos atingiram a concordância desejada.

Quanto aos resultados de todas as análises, percebe-se que em grande parte dos casos os valores da parcela real do número de onda complexo na direção axial k_z , não

aparentam ter muita influência nos valores da TL. Nota-se também que, (ao menos nesta terceira etapa, cujos valores obtidos de TL foram mais próximos dos valores de TL experimental), para os modelos 1, 2 e 4 a parcela imaginária das curvas de k_z , aparenta ter somente um modo preponderante. Para o modelo 3, entretanto, a curva de número de onda nos mostra que pode existir um segundo modo de propagação a partir de 1280 Hz, (observado pela alteração da inclinação da curva de $imag(k_z)$). Este fenômeno é chamado de *jump* (pulo) de modos de propagação e seu surgimento também foi observado por Panigrahi e Munjal (2005) e Cummings and Chang (1988).

6.1. Sugestões para trabalhos futuros

Baseada nas conclusões discutidas neste capítulo sugere-se para trabalhos futuros:

- Seguindo a mesma metodologia empregada na primeira parte analisar outros tipos de silenciador buscando uma otimização para a curva de TL.
- Buscar uma metodologia que possibilite a inserção de material absorvente nos modelos estudados na primeira parte.
- Buscar condições que obtenham melhores resultados, (função objetivo e limites), para a segunda parte.
- Realizar estudo acerca dos diferentes modos de propagação e dos efeitos de *mode jumping* (salto de modos).

V. Referências Bibliográficas

Barbieri, Nilson; Barbieri, Renato ; Lima, K. F., “**Análise acústica de silenciadores dissipativos.**”, In: Márcio de Almeida D'Agosto; Lísia Carla Almeida Jacques; Cíntia Machado de Oliveira. (Org.). Transportes em Perspectiva - Uma contribuição dos Pesquisadores Brasileiros para o Futuro dos Transportes. 1aed.Rio de Janeiro: ANPET- Associação Nacional de Pesquisa e Ensino em Transportes, 2014, v., p. 103-115.

Belegundu, Ashok D. e Chandrupatla, Tirupathi R., "**Optimization concepts and applications in engineering**", Ed. Cambirdge University Press, New York, 2014.

Campos filho, Frederico, “**Algoritmos numéricos: uma abordagem moderna de cálculo numérico**”, Ed. LTC — Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda., Rio de Janeiro, 2018.

Chhibber, Utkarsh, Ranjeet Kumar, S. Haldar, e R. N. Hota. “**Design and analysis of a compact acoustic filter for broad band noise absorption.**”, Applied Acoustics, nº 140, p. 30-38 (2018).

Chung, J. Y., “**Cross-spectral method of measuring acoustic intensity without error caused by instrument phase mismatch**”, The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 64, nº 6, p. 1613-1616 (1978).

Chung, J. Y., Blaser, D. A., “**Transfer function method of measuring in-duct acoustic properties. I. Theory**”, The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 68, nº 3, p. 907-913 (1980).

Chung, J. Y., Blaser, D. A., “**Transfer function method of measuring in-duct acoustic properties. II. Experiment**”, The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 68, nº 3, p. 914-921 (1980).

Craggs, A., “**A finite element method for damped acoustic systems: an application to evaluate the performance of reactive mufflers**”, Journal of Sound and Vibration, vol. 48, nº 3, p. 377-392 (1976).

Craggs, A., “**A finite element method for modelling dissipative mufflers with a locally reactive lining**”, Journal of Sound and Vibration, vol. 54, nº 2, p. 285-296 (1977).

Craggs, A., “**A finite element model for rigid porous absorbing materials**”, Journal of Sound and Vibration, vol. 61, nº 1, p. 101-111 (1978).

Craggs, A., “**A finite element model for acoustically lined small rooms**”, Journal of Sound and Vibration, vol. 108, nº 2, p. 327-337 (1986).

Cummings, A., Chang, I.-J., “**Sound attenuation of a finite length dissipative flow duct silencer with internal mean flow in the absorbent**”, Journal of Sound and Vibration, vol. 127, n° 1, p. 1-17 (1988).

Delany, M. E. e Bazely, E. N., "**Acoustical properties of fibrous absorbent materials**", Applied Acoustics, Vol. 3, n° 2 (1970).

Denia, F. D., Selamet, A., Fuenmayor, F. J., Kirby, R., "**Acoustic attenuation performance of perforated dissipative mufflers with empty inlet/outlet extensions**", Journal of Sound and Vibration, Vol. 302, n° 4-5 (2007).

Eriksson, L. J., "**Higher order mode effects in circular ducts and expansion chambers**", The Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 68, n° 2 (1980).

Fang, Z., Ji, Z. L., Liu, C. Y. “**Acoustic attenuation analysis of silencers with multi-chamber by using coupling method based on subdomain division technique.**”, Applied Acoustics, n° 116, p. 152-163 (2017).

Gerges, N.Y., “**Ruído: Fundamentos e Controle**”, Ed. NR Editora, 2^a ed. Florianópolis, (2000).

Glav, R., "**The transfer matrix for a dissipative silencer of arbitrary cross-section**", Journal of Sound and vibration, Vol. 236, n° 4 (2000).

Igarashi, J., Toyama, M., “**Fundamentals of acoustical silencers (I)**”, Aeronautical Research Institute, University of Tokyo, Report n° 339 (1958).

Johnston, J. P., Schmidt, W. E., “**Measurement of acoustic reflection from an obstruction in a pipe with flow**”, The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 63, n° 5, p. 1455-1460 (1978).

Kim, J., Soedel, W., “**Analysis of gas pulsations in multiply connected three-dimensional acoustic cavities with special attention to natural mode or wave cancellation effects**”, Journal of Sound and Vibration, vol. 131, n° 1, p. 103-114 (1989).

Kirby, R., "**Simplified techniques for predicting the transmission loss of a circular dissipative silencer**", Journal of Sound and Vibration, Vol. 243, n° 3 (2001).

Kirby, R., "**Transmission loss predictions for dissipative silencers of arbitrary cross section in the presence of mean flow**", The Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 114, n° 1 (2003).

Lee, M. S., “**Acoustic characteristics of perforated dissipative and hybrid silencers**”, Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – The Ohio State University, Columbus, Ohio, U.S, (2005).

Lima, Key Fonseca, "**Metodologia de avaliação de filtros acústicos reativos**", Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - UFSC, Florianópolis, (2008).

Lima, Key Fonseca, Lenzi, Arcanjo, Barbieri, Renato, “**The study of reactive silencers by shape and parametric optimization techniques**”, Applied Acoustics, vol. 72, n° 4, p. 142-150 (2011).

Lima, Key Fonseca, Barbieri, Nilson e Barbieri, Renato, "**Alternative method for acoustical characterization of absorbent materials based on the assessment of the acoustical efficiency of dissipative silencers**", Institute of Noise Control Engineering, Vol. 2, n° 64 (2016).

Lung, T. Y., Doige, A. G., “**A time-averaging transient testing method for acoustic properties of piping systems and mufflers with flow**”, The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 73, n° 3, p. 867-876 (1983).

Munjaj, M. L., Doige, A. G., “**Theory of a two source-location method for direct experimental evaluation of the four-pole parameters of an aero acoustic element**”, Journal of Sound and Vibration, vol. 141, n° 2, p. 323-333 (1990).

Munjaj, M. L., “**Acoustics of ducts and mufflers**”, Ed. John Wiley, 2° ed. New York, USA, 328, (1987).

Munjaj, M. L., Thawani, P.T., “**Effect of protective layer on the performance of absorptive ducts**”, Noise Control Engineering Journal, vol. 45, n° 1, p. 14-18 (1997).

Panigrahi, S. N., Munjal, M. L., “**Comparison of various methods for analyzing lined circular ducts.**”, Journal of Sound and Vibration, vol. 285, n° 4-5, p. 905-923 (2005).

Peat, K. S., Rathi, K. L., “**Finite element analysis of the convected acoustic wave motion in dissipative silencers**”, Journal of Sound and Vibration, vol. 184, n° 3, p. 529-545 (1995).

Ross, D. F., “**A finite element analysis of parallel-coupled acoustic systems using subsystems**”, Journal of Sound and Vibration, vol. 64, n° 4, p. 509-518 (1980).

Ross, D. F., “**A finite element analysis of perforated component acoustic systems**”, Journal of Sound and Vibration, vol. 79, n° 1, p. 133-143 (1981).

Selamet, A., Ji, Z. L., “**Acoustic attenuation performance of circular expansion chambers with extended inlet/outlet**”, Journal of Sound and Vibration, vol. 223, no 2, p. 197-212 (1999).

Selamet, A., Xu, M. B., Lee, I.-J., Huff, N. T., “**Analytical approach for sound attenuation in perforated dissipative silencers**”, The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 115, n° 5, p. 2091–2099, (2004).

Vijayasree, N. K., Munjal, M. L., “**On an Integrated Transfer Matrix method for multiply connected mufflers.**” Journal of Sound and Vibration, vol. 331, n° 8, p. 1926–1938 (2012).

Xu, M. B., Selamet, A., Lee, I.-J., Huff, N. T., “**Sound attenuation in dissipative expansion chambers**”, Journal of Sound and Vibration, vol. 272, n° 3-5, p. 1125–1133 (2004).

Wu, T. W., Zhang, P., “**Boundary element analysis of mufflers with an improved method for deriving the four-pole parameters**”, Journal of Sound and Vibration, vol. 217, n° 4, p. 769-779 (1998).

Young, C. I. J., Crocker, M. J., “**Prediction of transmission loss in mufflers by the finite-element method**”, The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 57, n° 1, p. 144-148 (1975).

Young, C. I. J., Crocker, M. J., “**Acoustical analysis, testing, and design of flow-reversing muffler chambers**”, The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 60, n° 5, p. 1111-1118 (1976).