PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO PARANÁ

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA - CCET

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA - PPGEM

RODRIGO APARECIDO DA SILVA

ANÁLISE DINÂMICA DE SISTEMAS MECÂNICOS COM PARÂMETROS HISTERÉTICOS

CURITIBA

2014

RODRIGO APARECIDO DA SILVA

ANÁLISE DINÂMICA DE SISTEMAS MECÂNICOS COM PARÂMETROS HISTERÉTICOS

Dissertação apresentada como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia, Pontifícia Universidade Católica do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Nilson Barbieri

CURITIBA

2014

RODRIGO APARECIDO DA SILVA

ANÁLISE DINÂMICA DE SISTEMAS MECÂNICOS COM PARÂMETROS HISTERÉTICOS

Dissertação apresentada como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia, Pontifícia Universidade Católica do Paraná.

COMISSÃO EXAMINADORA

Professor Dr. Nilson Barbieri (orientador)

PUCPR

Professor Dr. Renato Barbieri

(UDESC-Joinville)

Professor Dr. Key Fonseca de Lima

PUCPR

Cidade, 18 de Dezembro de 2014.

AGRADECIMENTOS

Na realização deste trabalho agradeço a todos os meus amigos do curso de graduação que por muitas vezes estudamos juntos e discutimos possíveis soluções, agradeço a todos os companheiros de trabalho que explicaram o funcionamento de alguns softwares.

Ao professor Nilson Barbieri agradeço pela paciência, dicas e explicações no decorrer do projeto, ao aluno de doutorado Marcos Manala pela ajuda nos ensaios com o shaker realizados no LACTEC.

Um agradecimento especial faço a meus pais, Osvaldo Mário da Silva e Ivana Lúcia da Silva que me incentivaram em todos os momentos.

Finalmente agradeço a todos que direta ou indiretamente contribuirão para a realização desta dissertação de mestrado.

RESUMO

Neste trabalho são apresentados vários conceitos relacionados com dinâmica de sistemas lineares e não-lineares, mas especificamente, em modelagem de sistemas com comportamento histerético. A resposta deste tipo de sistema é complexa, uma vez, que são necessários ajustes de vários parâmetros conforme o modelo matemático empregado. O estudo divide-se em quatro etapas: validação de um modelo da literatura (Leenen, 2002); construção de uma peça e análise do comportamento dinâmico da mesma através de ensaios de tração, impulsivo com impacto e varredura em frequência utilizando shaker com amplitude de excitação aleatória e fixa; definição e aplicação de um sistema de ajuste de parâmetros físicos utilizado em modelo matemático (o método escolhido foi o *PSO - Particle Swarm Optimization*) e validação do modelo matemático de *stockbridges* utilizando o modelo histerético. Para análise dos dados adotou-se o modelo de Bouc-Wen devido grande semelhanças de comportamento das curvas de respostas de sistemas encontrados na literatura e as curvas experimentais de um amortecedor tipo *stockbridge*.

Palavras-chave: Vibração, Hiterese, Sistemas Mecânicos e PSO.

ABSTRACT

This paper presents several concepts related to dynamics of linear and nonlinear systems, but specifically in modeling systems with hysteretic behavior. The response of this type of system is complex, since, it has several nonlinear parameter used in mathematical model. The study is divided into four steps: Validation of a model in the literature (R. Leenen (2002)); prototype construction and analysis of the dynamic behavior of the same through strength tests, impact and impulsive in the domain frequency using shaker with random and fixed excitation amplitude; definition and implementation of a physical parameter adjusting system (the method chosen was the PSO - Particle Swarm Optimization) and validation of the mathematical model of stockbridge using hysteretic model. For data analysis, it was adopted the model of Bouc-Wen great because of similarities of the curves of response systems in the literature and experimental curves of a buffer type stockbridge.

Keywords: hysteresis, vibration, mechanical systems and PSO.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

x – Deslocamento

t – Tempo

g – Aceleração da gravidade

Xmin – Deslocamento mínimo no eixo x

Xmax – Deslocamento máximo no eixo x

Ymin – Deslocamento mínimo no eixo y

Ymax – Deslocamento máximo no eiró y

Y(t0) – Deslocamento no instante de tempo 0

F – Força

U – Energia potencial

u – Excitação da base

M – massa

K – Rigidez da peça

β – Variável de correção

α – Variável de correção

γ – Variável de correção

b – Variável de correção

c – Variável de correção

n – Variável de correção

Wn – Frequência natural

f – Frequência

A – Amplitude

$EI_{\circ}$ – Rigidez a flexão

EI – Rigidez a flexão complexa

[A] – Matriz de rigidez constante

{F(t)} – Vetor força

{D} – Vetor deslocamento

[K] – Matriz de rigidez

[C] – Matriz de amortecimento

[M] – Matriz de inércia

η – Fator de perda

ω – Frequência de excitação do Stockbridge

Sim. – simétrico

ρA - é a densidade linear do cabo

L - é o comprimento do elemento finito

$\ddot{y}_0$ - é a aceleração

$\bar{x}$ - é a distância ao centro de massa

I_n - é o momento de inércia

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

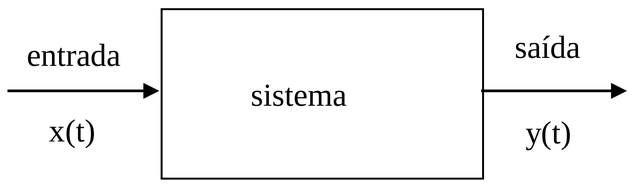
A histerese é a tendência de um material ou sistema de conservar suas propriedades na ausência de um estímulo que as gerou. Podem-se encontrar diferentes manifestações desse fenômeno.

A importância deste tema é tamanha que em alguns locais de trabalho, laboratórios mais especificamente, alguns ensaios são descartados por achar que os resultados foram encontrados de forma errada, o que gera novos testes causando custos e tempo para provar que o primeiro resultado não era errado ou precisava apenas de uma correção.

Alguns sistemas podem ser de simples interpretação ou ‘correção’, outros porem podem ser bastante complexos, principalmente quando existe o chamado efeito de memória, ou seja, a mesma peça analisada com os mesmos esforços tendem a apresentar valores diferentes.

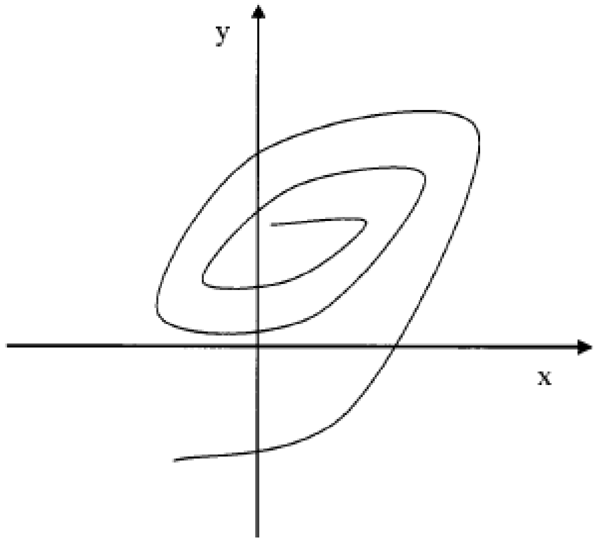
A Fig. 1 mostra a relação entrada e saída para um sistema qualquer. Se o sistema possui componentes com comportamento histerético então a saída y(t) num determinado instante t depende da entrada x(t) e também de valores anteriores de x(t).

Figura 1 – Representação de um sistema qualquer



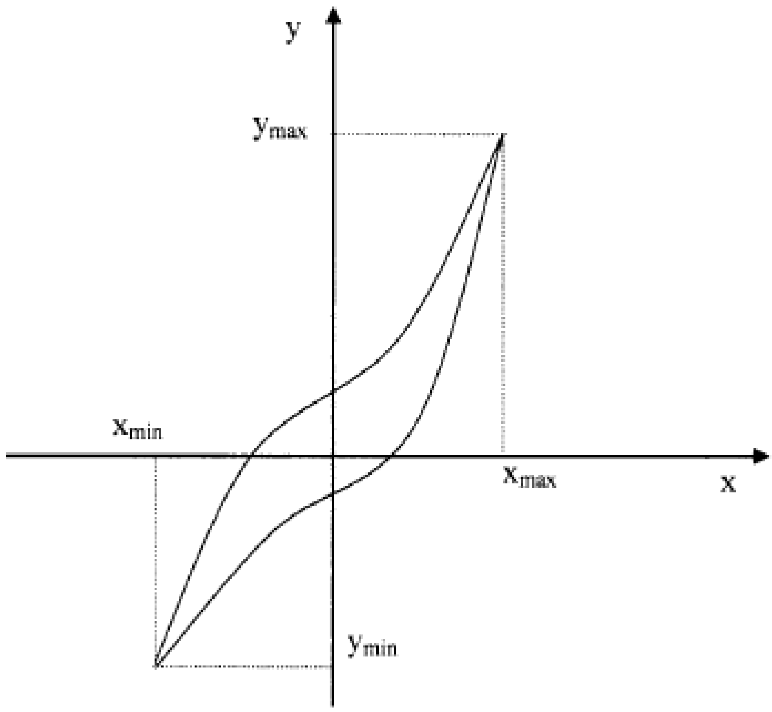
Uma representação qualitativa da saída de um sistema com componentes histeréticos em relação à entrada é mostrada na Fig. 2 (Gkaras, (2008)):

Figura 2 – Relação da resposta y com a entrada x de um sistema histerético



A curva característica de resposta de um sistema histerético é obtida se a entrada oscila entre dois valores extremos como mostrada na Fig. 3. No caso geral, como mostrado na Fig. 2, onde a entrada do sistema é arbitrariamente imposta pelas condições iniciais e não é forçado oscilar entre x_{min} e x_{max}, a saída do sistema forma *branches* ao invés de curvas.

Figura 3 – Curva de reposta de um sistema com histerese



Alguns autores assumem que a histerese é caracterizada como uma razão independente se o fenômeno histerético depende somente de valores anteriores da entrada e não de suas derivadas no tempo. Como resultado a saída é independente de qualquer mudança de tempo.

Desta forma a dependência da saída de valores prévios da entrada permite o uso do termo “memória” como uma característica de sistemas com histerese. O sistema ‘recorda’ a entrada passada e se comporta de acordo com ela na saída futura.

Os sistemas são classificados como não-linear histerético com memória localizada ou não-localizada. A saída futura y(t0+τ) de um sistema não-linear histerético com memória localizada depende somente da saída prévia y(t0) e da futura entrada x(t0+τ). Por outro lado a saída futura y(t0+τ) de um sistema não-linear histerético com memória não-localizada depende da saída prévia y(t0) e da futura entrada x(t0+τ) e também dos valores extremos da entrada xmin e xmax.

A causa física da histerese depende do sistema que é analisado. Para modelar o comportamento histerético de um sistema físico aplicam-se os princípios físicos que regem tal comportamento. A resposta mostra a existência do comportamento histerético. Em muitos casos os princípios físicos são difíceis de serem aplicados ou eles não são inteiramente conhecidos apesar da histerese ser observada. O comportamento histerético pode ser aproximado de acordo com a saída conhecida, mesmo que as leis físicas que governam o fenômeno são complicadas ou desconhecidas. Estes modelos matemáticos de histerese são chamados de fenomenológica (*phenomenological*).

Modelos fenomenológicos de histerese são desenvolvidos usando equações diferenciais. Existem vários modelos de equações diferenciais para descrever a histerese, entre eles: bilinear (Ibarra et al., 2005; Nagy e Shekhawat, 2009;, Duhen (Oh et al., 2005a-2005b; Padthe et al., 2008; Ying et al., 2002) e Bouc-Wen (Ikhouane et al.,2005-2007; Ismail et al., 2009; Ye e Wang, 2007; Sireteanu et al., 2008; Hurtado e Barbat, 2000; Lacarbonara e Vestroni, 2003; Pozo et al., 2009; Rochdi et al., 2009).

A representação da resposta de um modelo bilinear está mostrada na Fig. 4. Define-se um sistema histerético tendo quatro estados: i, ii, iii e iv. Para cada estado o par (x, F) é definido como: $F_I = x + (1 - x_I)\varepsilon$; $F_{II} = (1-\varepsilon)x - \varepsilon$; $F_{III} = x + (x_{III} - 1)\varepsilon$ e

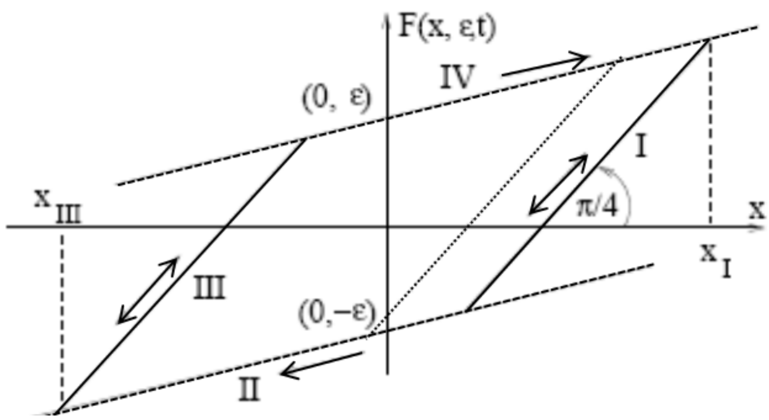
$F_{IV} = (1-\varepsilon)x + \varepsilon$, onde $n \in (I, II, III, IV)$ e x_n é o valor de x no inicio do estado n. As equações dinâmicas do sistema num estado n é definida pela seguinte equação:

$$\ddot{x}_n + F_n(x, \varepsilon) = A\cos(\omega t + \phi_n) \tag{1}$$

onde $\phi \in [0, 2\pi)$ e $(x(0), \dot{x}(0)) = (x_n, v_n)$

Em geral o sistema passa de um estado para outro ao longo do tempo. O problema para resolver o sistema é saber justamente qual o tempo que o sistema muda de estado.

Figura 4 – Resposta de um sistema bilinear (histerético).



O modelo histerético de Duhem é definido por uma equação diferencial de primeira ordem:

$$\dot{z} = g[x, z, \mathrm{sgn}(\dot{x})]\dot{x} = g_1(x,z)\dot{x}_+ - g_2(x,z)\dot{x}_- = \begin{cases} g_1(x,z)\dot{x}, & \dot{x} > 0, \\ g_2(x,z)\dot{x}, & \dot{x} < 0, \end{cases} \tag{02}$$

e

$$\dot{x}_{+} = (|\dot{x}| + \dot{x})/2 \qquad (03)$$

$$\dot{x}_{-} = (|\dot{x}| - \dot{x})/2 \qquad (04)$$

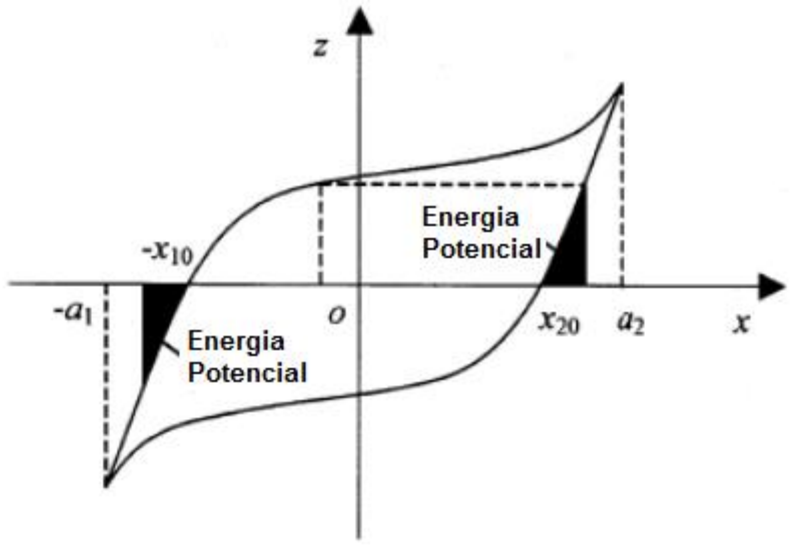
onde z representa a força histerética; x representa o deslocamento; g_1 e g_2 são duas funções contínuas do deslocamento e da força histerética. De acordo com Duhem a força histerética é determinada por g_1 para $\dot{x} > 0$ e g_2 para $\dot{x} < 0$. A curva histerética no plano (x, z) consiste de duas partes: linha ascendente $z_1(x)$ para $\dot{x} > 0$ e linha descendente $z_2(x)$ para $\dot{x} < 0$. Ambas as linhas ascendente e descendente são independente da amplitude de $\dot{x}$. A força na linha ascendente ou descendente depende não somente do deslocamento instantâneo mas também do histórico do deslocamento local devido as últimas mudanças na direção da velocidade, mas é independente do histórico do deslocamento antes da mudança. Desta forma, o modelo histerético de Duhem tem a característica de memória local. A energia potencial representada na Fig. 5 pode ser obtida pelas seguintes integrais para $\dot{x} > 0$:

$$U(x) = \int_{-x_{10}}^{x} z_1(x_1)dx_1, \qquad -a_1 \le x \le -x_{10} \qquad (5)$$

$$U(x) = \int_{x_{20}}^{z_2^{-1}[z_1(x)]} z_2(x_1)dx_1, \qquad -x_{10} \le x \le a_2 \qquad (6)$$

onde a_1 e a_2 são amplitudes negativa e positiva do deslocamento; x_{10} e x_{20} são deslocamentos residuais. A energia potencial para componente $\dot{x} < 0$ pode ser expressa de forma similar.

Figura 5 – Curva representativa de um sistema histerético de Duhem.



A simplicidade e flexibilidade do modelo de Bouc-Wen tem sido utilizada por muitos pesquisadores para descrever vários fenômenos histeréticos, como relação tensão/deformação inelástica e elementos de amortecimento magnetoreológico (Choi e Lee, 2001;Laalej e Lang, 2010; Liu et all., 2006; Ma et. all, 2007; Richards, 2007; Girip et. all, 2013). A saída de um sistema com histerese pode geralmente ser descrita da seguinte forma:

$$Q(x,\dot{x}) = g(x,\dot{x}) + z(x) \tag{7}$$

onde x representa a variável de estado do sistema; g representa todas as quantidades não-histeréticas atuando no sistema e z corresponde aos componentes histeréticos.

No caso particular do modelo de histerese de Bouc-Wen, a parte histerética do sistema é relacionada com a variável de estado x por uma equação diferencial não-linear

$$\dot{z} = A\dot{x} - \beta\dot{x}|z|^{n} - \gamma|\dot{x}||z|^{n-1}z \tag{8}$$

Os parâmetros A , β , γ e n definem a forma e a amplitude da curva histerética.

A Fig. 6 mostra duas curvas obtidas para diferentes valores das constantes contidas no modelo de Bouc-Wen. Para curva (a) os parâmetros são: $A = 0.8$, $\beta = 4$, $\gamma = 2.1$ e para a curva (b) $A = 0.5$, $\beta = -5$, $\gamma = 5$. Em ambos os casos $\alpha = 0.4$, $\zeta = 0.15$, $\omega_n = 3$, $n = 1.4$, $B = 2$ e $\omega = 2$. O modelo matemático utilizado é para um oscilador de um grau de liberdade mostrado na Fig. 7.

$$\ddot{x}(t) + 2\zeta\omega_n\dot{x}(t) + \alpha\omega_n^2 x(t) + (1-\alpha)\omega_n^2 z(t) = \frac{F(t)}{m} = u(t) \tag{9}$$

$$\dot{z} = A\dot{x} - \beta\dot{x}|z|^{n} - \gamma|\dot{x}||z|^{n-1}z \tag{10}$$

e $u(t) = B\cos(\omega t)$ representa a excitação normalizada pela massa.

onde x é o deslocamento absoluto da massa; ζ é o fator de amortecimento; ω_n é a freqüência natural do oscilador (sem componentes histeréticos) e α é a razão da rigidez pré e pós-tensionada , também chamada de razão de rigidez (se $\alpha = 1$ o oscilador é linear). Finalmente, F é a força externa aplicada e m é a massa do oscilador. Este modelo pode ser aplicado no caso de excitação pela base, desta forma, x representa o deslocamento relativo do corpo em relação a estrutura e F deve ser substituída pela aceleração da base.

Figura 6 – Curvas de histerese geradas pelo modelo de Bouc-Wen.

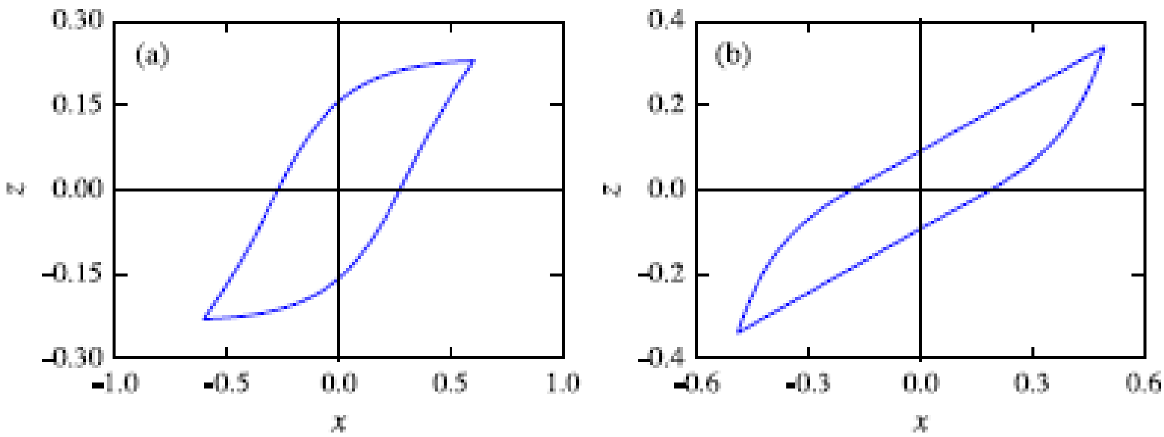
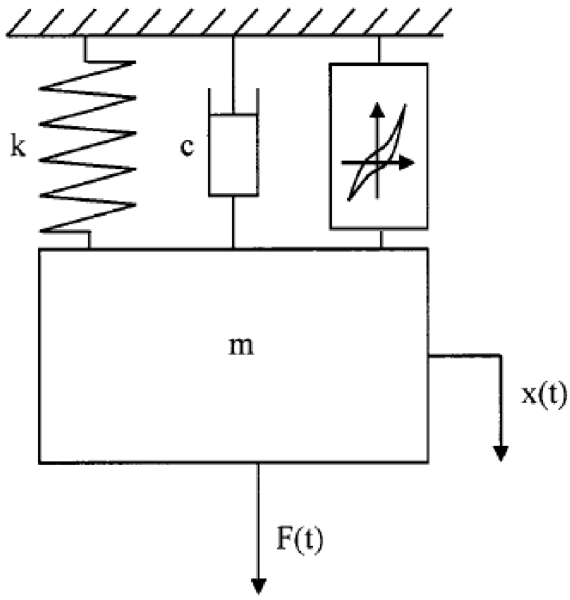


Figura 7 – Sistema com 1 grau de liberdade com componente histerético.



Várias técnicas têm sido utilizadas para solução numérica das equações diferenciais, dentre elas: Gkaras (2008) utilizou técnica de Monte Carlo e método de Newmark para integração e também um procedimento estatístico para linearização do sistema; Awrejcewicz e Dzyubak (2005,2006) utilizam técnicas do caos; Bin et all (2009) utiliza um procedimento baseado em séries para ajuste de modelos através de dados experimentais; Chungui et all. (2009) utilizam redes neurais; Magnevall et. all. (2006, 2010) utilizam um procedimento baseado em séries harmônicas; Muto e Beck (2008) utilizam de procedimentos estocásticos; Ok et. all. (2008), utilizam funções objetivas, algoritmos genéticos e linearização estocástica; Casoria et all. (2003) desenvolveram modelos no ambiente Matlab para modelagem do comportamento histerético.

O primeiro passo para a resolução de um problema que sofre os efeitos da histerese é descobrir qual tipo de sistema está sendo analisado já que eles podem ser lineares e não lineares, neste caso as análises serão feitas considerando os dois efeitos e os resultados finais serão comparados. Nayfeh et al. (2003), descreveram o comportamento dos sistemas lineares e não lineares quando submetidos a ensaios de vibração.

Independentemente do sistema ser linear ou não linear um método de otimização adequado é de fundamental importância para um melhor aproveitamento do tempo, para a otimização dos resultados deste trabalho o PSO (Particle Swarm Otimization) foi escolhido, pois ele já foi utilizado em diversos casos. Lima, Barbieri e Barbieri (2014) analisaram três métodos em trabalhos de acústica, entre eles o PSO. Charalampaki et al. (2008) também o usou para aprimorar as variáveis em trabalhos sobre histerese com modelo Bouc-Wen.

A última fase do trabalho foi a análise de amortecedores do tipo stockbridge utilizando o modelo histerético adotado por Barbieri e Barbieri (2013) que analisaram o comportamento linear e não linear de amortecedores tipo Stockbridge na faixa de frequência de 5 a 17 Hz usando de algoritmos genéticos (AGs). Silva (2006) realizou estudo numérico e experimental em amortecedores tipo stockbridge para linhas de transmissão aéreas.

2. OBJETIVO

Este projeto tem como finalidade a obtenção de novos conhecimentos (procedimentos) para análise dinâmica de sistemas mecânicos sob efeitos de histerese, abordando modelagem matemática (normalmente através do Método dos Elementos Finitos) e validação experimental (normalmente através de análise modal).

3. MATERIAIS E MÉTODOS

Este trabalho foi dividido em 5 etapas de estudos:

- Etapa 01 – Validação de um modelo da literatura. Para esta etapa foi selecionado o trabalho de Leenem R. (2002) que faz a modelagem e a identificação de parâmetros de histerese em sistemas massa/mola com excitação pela base. A escolha deste modelo deve-se as possibilidades de representar computacionalmente e construir o modelo físico visto a simplicidade estrutural do sistema
- Etapa 02 – A escolha da peça a ser analisada. A peça foi baseada no modelo descrito por Leenen (2002), esta é conhecida como POLYCAL (Fig. 08).

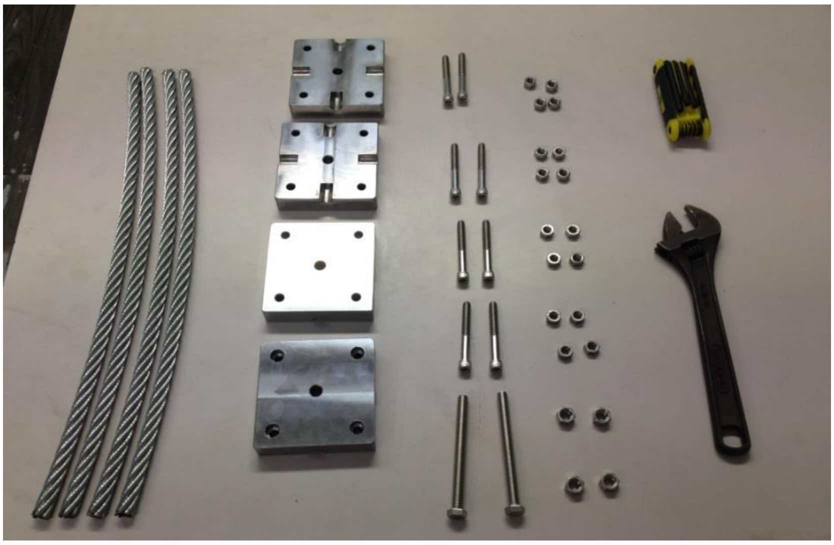
Figura 08 – POLYCAL – Peça usada no trabalho de Leenen R. (2002)

Fonte: http://www.socitec.co.uk/Polycal.html (2012)

Após algumas tentativas de contato com a empresa fabricante da POLYCAL sem sucesso, optou-se por fabricar um item semelhante. A peça construída é constituída de quatro bases iguais de aço 1044 pesando 1300 g, quatro cabos de aço de ½ polegada de diâmetro e alma em fibra e quatro parafusos de aço inox, tendo massa total de 7,2 kg. As

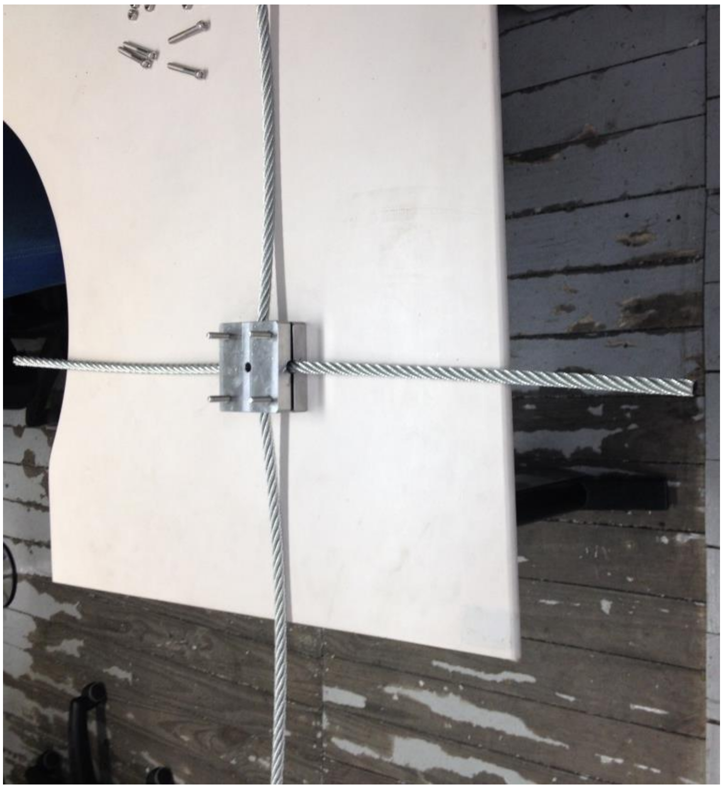
Figs. 09, 10 e 11 mostram a sequência de montagem e a peça final que foi construída.

Figura 09 – Partes e ferramentas para montagem da peça



Fonte: O autor

Figura 10 – Início da montagem



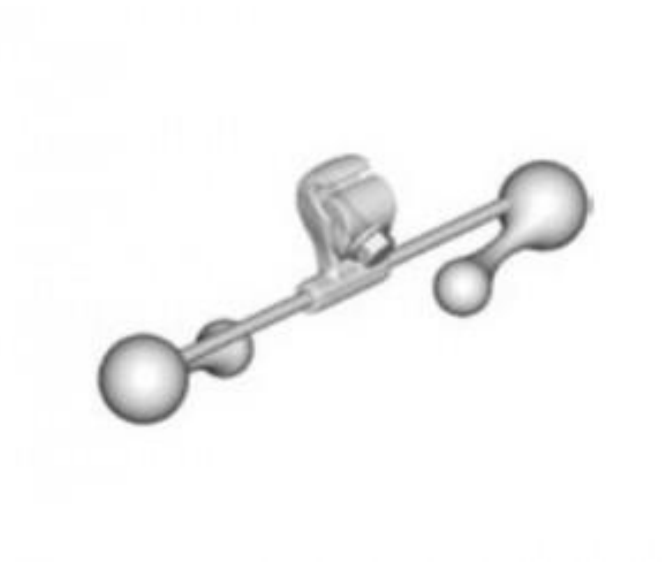
Fonte: O autor

Figura 11: Peça construída para a realização das medições experimentais

Fonte: O autor

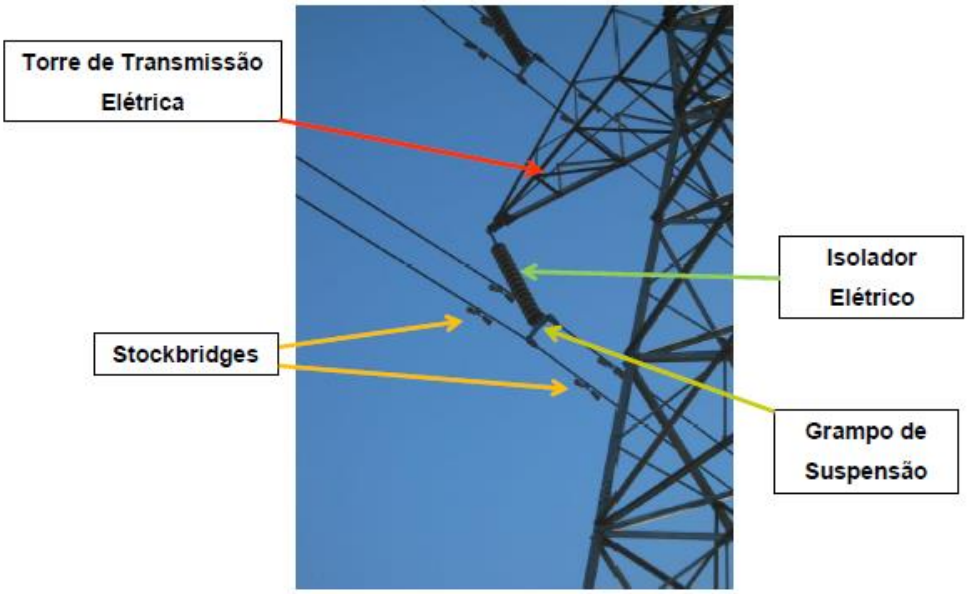
- Etapa 03 – Ensaios experimentais. Nesta fase foram feitos ensaios de tração, resposta impulsiva (martelo de impacto) e resposta em frequência (shaker), levantando assim algumas propriedades físicas e o comportamento da mesma quando excitada pela base.
- Etapa 04 – Nesta fase foi feita a validação do modelo numérico com os dados obtidos na fase experimental através do software MATLAB. Nesta fase as equações propostas no modelo Bouc-Wen passaram a serem resolvidas usando sub-rotinas existentes no MATLAB como ODE43 e ODE23, que são rotinas para resolução numérica, no domínio do tempo, de equações diferencias.
- Etapa 05 – Aplicação do método em sistemas com amortecedores do tipo stockbridge, através da obtenção de dados experimentais e comparação com resultados numéricos. A Fig. 12 mostra um exemplo de stockbridge, estes são amortecedores usados em linhas de transmissão de energia com o intuito de aumentar à resistência dos cabos de transmissão (absorvedor dinâmico de vibrações) e a Fig. 13 a aplicação deste aparato nestas redes.

Figura 12: Exemplo de stockbridge



Fonte: http://www.nordserv.com.br/ (2014)

Figura 13: Emprego do stockbridge em linhas de transmissão elétrica.

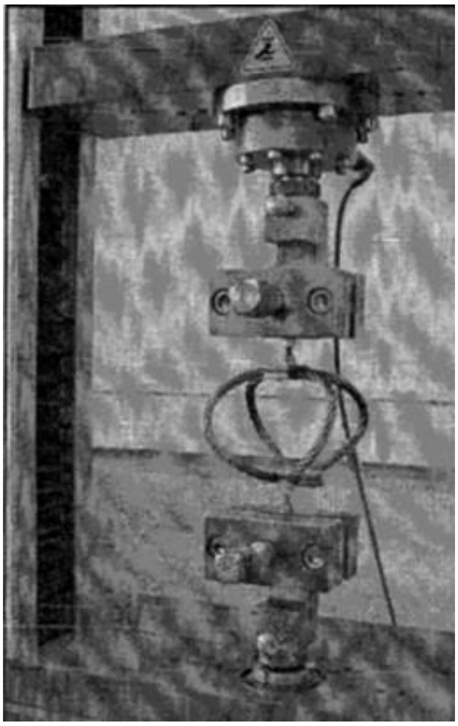


Fonte: VANNUTELLI (2013)

3.1 Validações do modelo da literatura

O modelo analisado foi o descrito por Leenen (2002). O estudo considerou a modelagem e identificação de um sistema histerético não-linear de um sistema isolador feito de cabos de aço. Este tipo de sistema é bem conhecido e possui excelente características de isolação. Este fato pode ser explicado devido ao comportamento histerético originado da fricção seca entre os fios do isolador. A Fig. 14 mostra a bancada experimental utilizada por Leenen (2002).

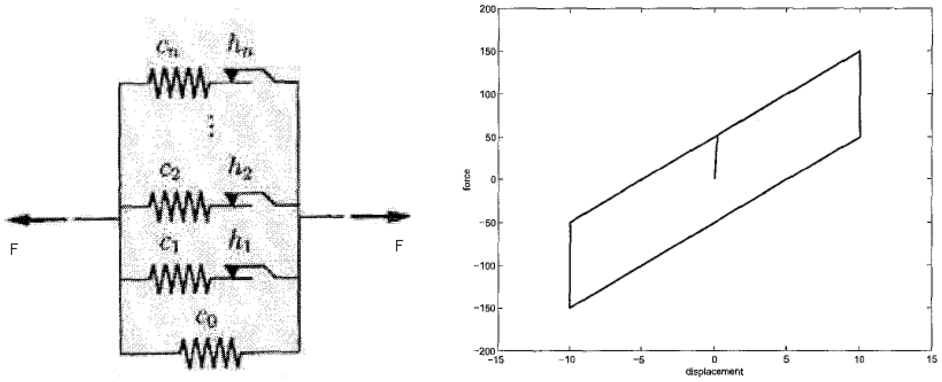
Figura 14 – Bancada de ensaios de isoladores.



Fonte: (Leenem (2002))

O modelo de isolador de cabos de aço consiste de um elemento linear de rigidez k combinado com a fricção de Coulomb d. Desta forma elementos *Jenkin* são usados para modelar a histerese estática do sistema. Estes elementos são arranjados de uma forma paralela ao modelo sem massa (*masing model*), consistindo de molas lineares e elementos de fricção de Coulomb (Fig. 15 (a)). Na parte direita da Fig. 15 está representado um ciclo de carregamento do sistema (tração e compressão). Na Fig. 15(a), c representa a rigidez linear e h a fricção de Coulomb.

Figura 15 – Modelo sem massa (*masing model*) e ciclo de carregamento.



(a) (b)

As equações do movimento do sistema são:

$$F_S = ku \tag{11}$$

$$F_d = \left[d - u_c \frac{dF_d}{du} \right] sign(\dot{u}) \tag{12}$$

$$F_{isolador} = F_S + F_d \tag{13}$$

onde a razão de decaimento é descrito pela constante de deflexão u_c.

O modelo e amortecimento histerético proposto no estudo de Leenen (2002) foi o modelo de Bouc-Wen que é expressado como:

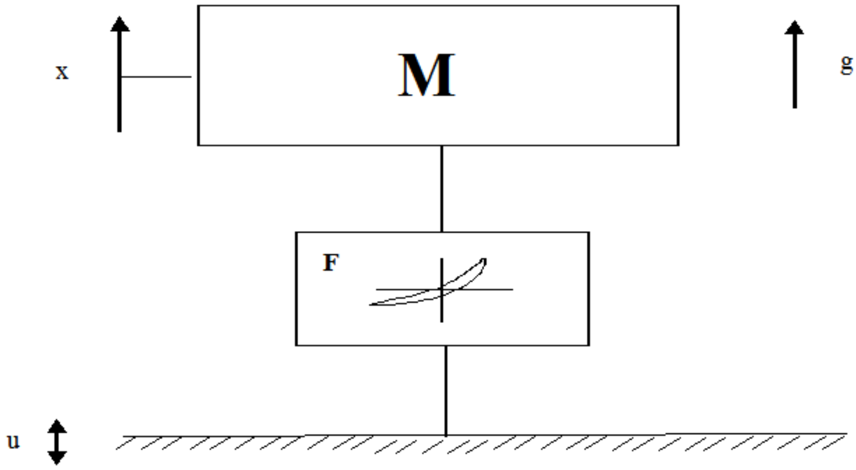
$$\dot{z} = \alpha\dot{x}(t) - \beta|\dot{x}(t)|z(t)|z(t)|^{n-1} - \gamma\dot{x}(t)|z(t)|^n \tag{14}$$

onde $x(t)$ é o deslocamento e $z(t)$ é a força histerética; α, β, γ e n são parâmetros do modelo. A inclinação da curva de histerese governada pelo modelo de Bouc-Wen pode ser obtida por:

$$\frac{dz}{dx} = \alpha - \left[\gamma + \beta sign(\dot{x}) sign(z)\right] z(t)|^{n} \qquad (15)$$

De uma forma simplificada o modelo físico do sistema com amortecimento histerético é mostrado na Fig. 16. A Fig. 16 exemplifica um sistema do tipo massa mola com excitação pela base.

Figura 16 – Sistema do tipo massa mola com excitação pela base



O sistema consiste de um isolador com cabos de aço com uma força restauradora $F(t)$ e a massa M na parte superior do isolador. A excitação $u(t)$ é aplicada na base do isolador. Desta forma a deflexão dos cabos é $d(t)$ que é determinada pela diferença entre o deslocamento da massa $x(t)$ e o deslocamento da base $u(t)$, ou seja, $d(t) = x(t) - u(t)$. A equação do movimento fica:

$$M\ddot{x}(t) = -F(d, \dot{d}, z, t) + Mg \qquad (16)$$

A equação diferencial do movimento com três variáveis de estado, $x_1 = x$; $x_2 = \dot{x}$ e $x_3 = z$, é da forma:

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 \\ \frac{1}{M}\left[Mg - b^{cd}\left[x_3 + k_1 d + k_2 d^2 sign(d) + k_3 d^3\right] + u\right] \\ \dot{d}\left[\alpha - \left[\gamma + \beta sign(\dot{d}) sign(x_3)\right] \left|x_3\right|^n\right] \end{pmatrix} \tag{17}$$

$$y_1 = d \tag{18}$$

$$y_2 = \dot{d} \tag{19}$$

onde: b e c são parâmetros do modelo.

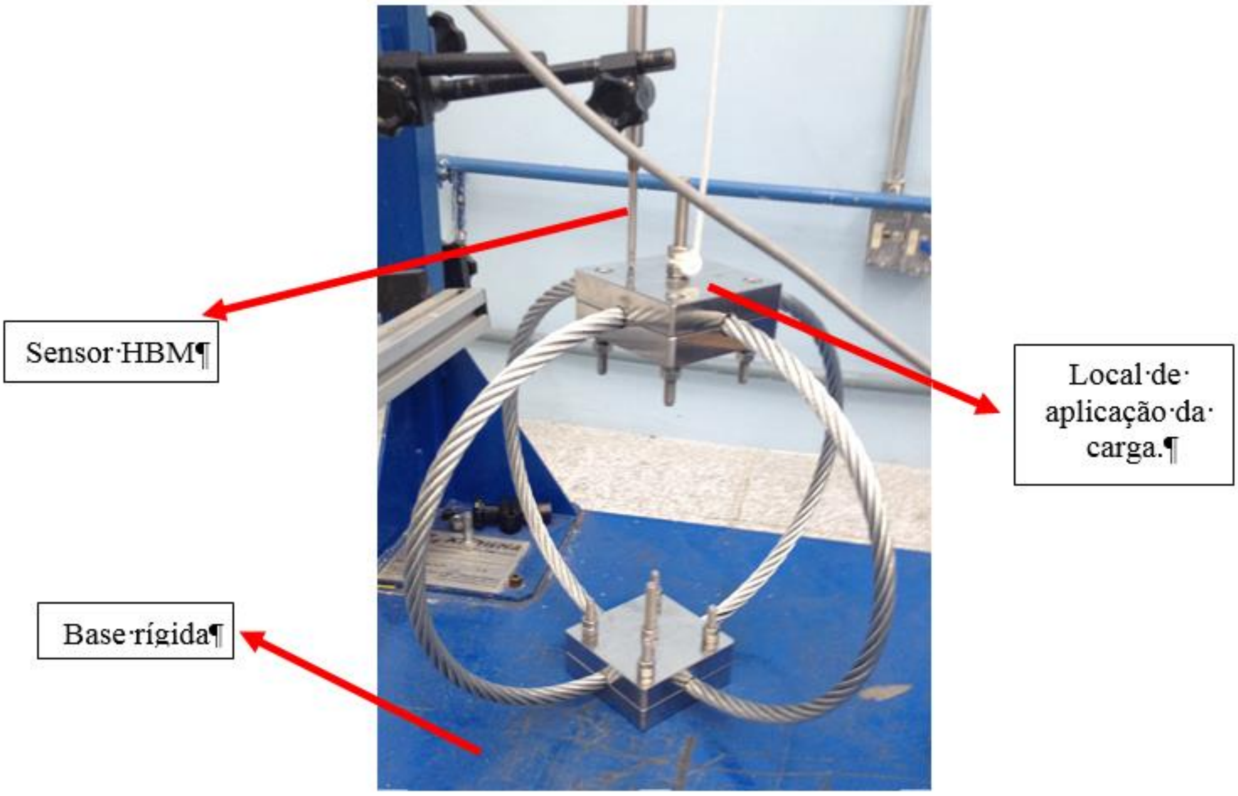
Nestas equações M é a massa, g é a aceleração da gravidade, os fatores de rigidez são k_1, k_2 e k_3, e u é a excitação da base. As demais variáveis são fatores de correção da histerese. Para realizar a análise considerando o sistema como linear, os valores da rigidez, k_2 e k_3, devem ser zerados.

Para a resolução destas equações um modelo matemático foi implementado no MATLAB, onde os valores dos parâmetros foram encontrados na literatura (Leenen (2002)) e inseridos como entrada do sistema, as equações foram resolvidas no tempo, e a otimização dos valores foi com o método de interação PSO (Particle Swarm Optimization).

3.2 Parte Experimental – Ensaio de tração

Para obtenção do gráfico de força x deslocamento do sistema analisado a parte inferior da peça foi fixada em uma base rígida de aço e um sensor de deslocamento foi fixado na parte superior da mesma conforme pode ser visto na Fig. 17.

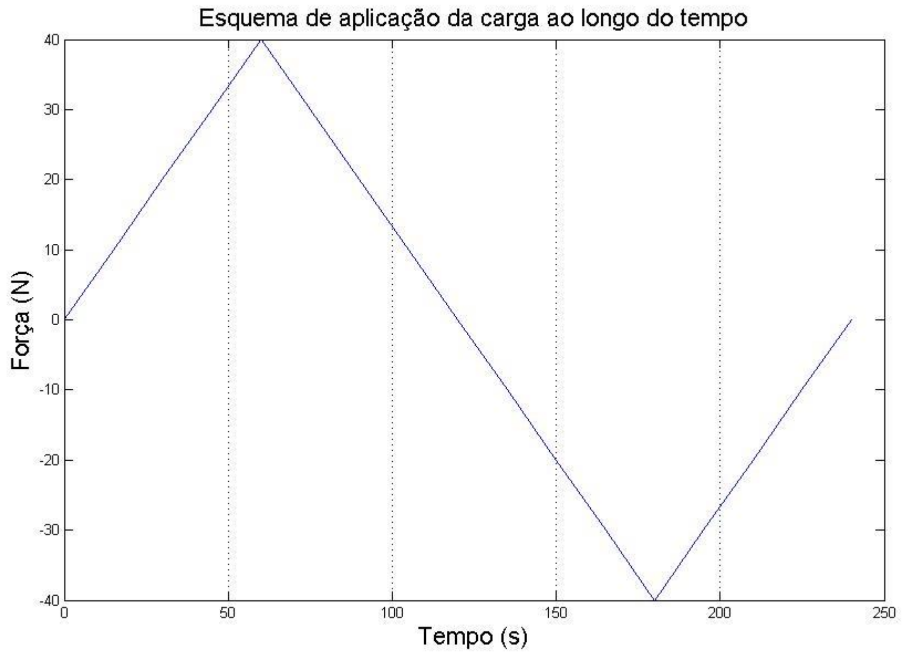
Figura 17 – Ensaio de força x deslocamento



Fonte: O autor

Sobre a parte superior (local indicado na Fig. 17) foi aplicado uma carga de 40N em rampa (Fig. 18) em ambos os sentidos, tanto em compressão como em tração. Este ciclo de carga foi repetido 5 vezes sem interrupção. Esta repetição foi realizada para ver o comportamento quando aplicado a mesma carga por várias vezes, haja visto que muitos autores assumem essa diferença como efeito memoria, ou seja, a peça já está pré-disposta a se comportar de certa maneira devido as cargas aplicadas.

Figura 18 – Ciclo de aplicação da carga



Os valores de deslocamento em função da força foram obtidos usado o software Catman 8 e os sensores de deslocamento são da marca HBM e possuem uma precisão de quatro casas decimais com sistema de calibração anual.

A rigidez da peça depende do tipo de sistema, linear ou não linear, a Eq. (15) representa um sistema linear e a Eq. (16) representa o sistema não linear. Neste trabalho irá ser feito as duas análises e no final um comparativo das respostas dos dois sistemas.

$$F = kx \tag{20}$$

$$F = k_1 x + k_3 x^3 \tag{21}$$

Nestas equações F é a força medida em Newton e x (deslocamento) é medido em metros.

Quando o sistema é colocado sobre o ciclo de tração e compressão as curvas de carga e descarga se comportam independentemente, tanto na tração quanto na compressão o deslocamento provocado pelo acréscimo de força é diferente do deslocamento provocado pela retirada da força, isso mostra que o sistema sofre com histerese, ou seja, pare resolver numericamente deve-se utilizar modelo de Bouc-Wen, pois quando adiciona-se uma carga o deslocamento percorre um caminho diferente de quando a mesma é retirada.

Outro fato importante a se observar é a diferença de deslocamento na compressão e na tração quando a mesma força é aplicada. São valores completamente distintos e que serão corrigidos com valores de rigidez diferentes para a tração e para a compressão. Com a mesma força aplicada, na compressão o valor de deslocamento é praticamente metade do valor na tração.

Nesta etapa o ensaio foi realizado com a peça na posição vertical devido o equipamento que estava disponível para uso.

3.3 Parte Experimental: Vibração

Os ensaios de vibração foram realizados em dois laboratório: os ensaios com o martelo de impacto e shaker com amplitude de excitação variável foram realizados no laboratório de dinâmica da PUCPR e os ensaios com shaker com amplitude de excitação constante foram feitas no LACTEC.

Com o ensaio com martelo de impacto é feito o levantamento inicial da frequência onde ocorre o pico na curva de resposta. A peça é presa em um suporte rígido e um acelerômetro é colocado na parte superior, usando-se do martelo uma pancada leve é dada no topo da mesma (Fig. 19). Tanto o martelo como o acelerômetro são ligados a um software que capta os sinais e quer fornece a excitação por faixa de frequência definida previamente. Este ensaio fornece a curva de resposta em frequência do sistema e consequentemente, com uso da Eq. (22), encontra-se um valor inicial de rigidez.

$$W_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{22}$$

Figura 19: Cálculo da frequência onde ocorrem os valores de picos através do uso de martelo de impacto

Fonte: O autor

As Figs. 20 e 21 mostram os equipamentos utilizados para realização dos ensaios de vibração.

Figura 20: Acelerômetro PCB 333AX

Fonte: O autor

Figura 21: Analisador de Sinais FFT HP 3565S

Fonte: O autor

O analisador de sinais, por meio do módulo HP 35655, realiza o processamento dos sinais analógicos e os converte em digitais. Estes sinais, por sua vez, são transmitidos ao computador desktop, onde o software HP 3566A/67A permite visualizar e analisar curvas no domínio do tempo ou da frequência, além de armazenar dados como frequência e amplitude de deslocamento.

A segunda parte do ensaio de vibração foi o levantamento da função resposta em frequência através de um shaker (equipamento utilizado para fornecer uma aceleração desejada a peça) e dois acelerômetros sendo um aplicado na base inferior e outro na base superior da peça (Fig. 22).

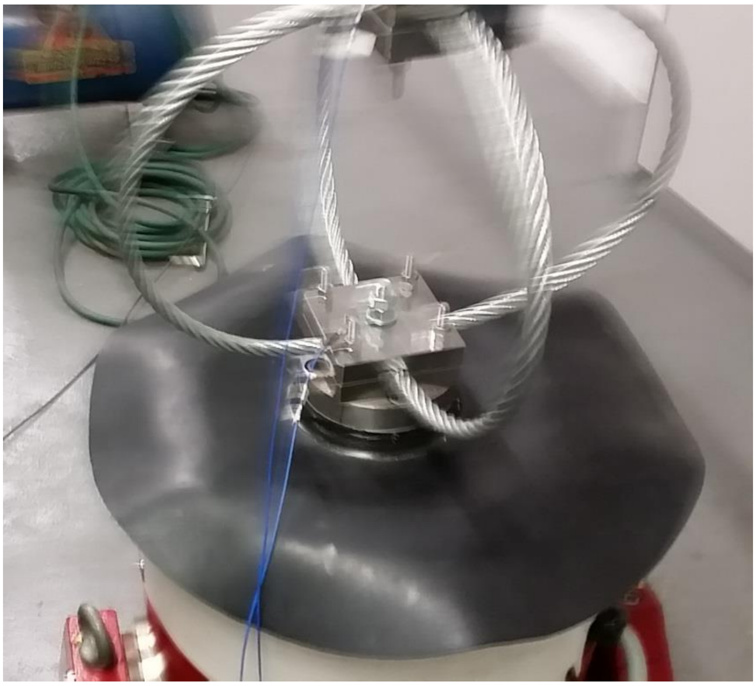
Figura 22: Peça sendo ensaiada no shaker - PUCPR

Fonte: O autor

A peça foi excitada com amplitude variável em diferentes faixas de frequência. Na primeira varredura a faixa variou de 5 Hz a 20 Hz com incrementos de 0,1 Hz. No segundo variou-se de 20 Hz a 5 Hz também com incrementos de 0,1. Esta mudança de sentido (crescente, decrescente) foi feita para analisar se havia ou não diferença nas variações ascendentes e descendentes. Estas faixas não foram escolhidas por acaso, foram selecionados pois continha eu seu intervalo o valor da frequência do pico que foi levantada no passo anterior, ensaio com martelo de impacto. Daí a importância do ensaio com martelo.

A Fig. 23 mostra a realização dos ensaios com amplitude de excitação constante para diversos valores, estes ensaios, como dito anteriormente, foram realizados no LACTEC em Curitiba.

Figura 23: Peça sendo ensaiada no shaker - LACTEC



Fonte: O autor

Nesta etapa foram realizados 10 ensaios de frequência resposta, em que cada ensaio a frequência de excitação iniciou em 5 Hz, foi até 25 Hz e voltou até 5 Hz e a amplitude de excitação se manteve fixa. Foram realizados ensaios com amplitudes de 0.1m/s² a 1.0 m/s².

3.4. Método Computacional

Na parte computacional, usando o software MATLAB, foi implementado um método baseando nas Equações (17), (18) e (19). Esta análise baseia-se na resolução numérica das equações diferenciais, comparação com valores experimentais e ajuste de variáveis.

Como existe uma série de variáveis e é necessário definir qual o melhor valor de cada uma para que o sistema final seja confiável, um modelo de otimização precisou ser incluído no método.

O modelo de otimização escolhido foi o PSO (Particle Swarm Otimization), este modelo já foi usado em diversos trabalhos de otimização em vibração e vem mostrando resultados significativos como pode ser visto nos trabalhos de Lima e Barbieri (2014).

Na resolução numérica das equações diferencias foram usadas algumas sub-rotinas do MATLAB e neste caso usou-se a rotina ODE43. Primeiramente foi testado a rotina ODE23 mas os valores não estavam convergindo.

Um dos grandes desafios nesta etapa é o tempo de resolução computacional, para cada mudança de parâmetro foram necessários 7 dias de simulação, sendo esta feita em um computador HP com processador Intel I7 920 com 6 gigas de memória DDR3. Portanto é fundamental ter alguns valores previamente bem definidos. Durante a fase de resolução, as faixas de frequência próxima a natural, são aquelas que gastam a maior parte do tempo computacional.

3.4.1 PSO – PARTICLE SWARM OPTIMIZATION

O PSO (Particle Swarm Optmization) é um método de otimização que começou a ser descrito em 1995 por James Kennedy e Russell C. Eberhart, a intenção original era simular graficamente alguns fenômenos da natureza como a coreografia de um bando de aves, no entanto verificou-se que poderia ser usado em sistema de otimização em diversas áreas de estudo como por exemplo em reduções de custo e engenharia.

O funcionamento do PSO baseia-se em uma população de soluções mantida no espaço de busca, a população é definida como soluções aleatórias para o problema em que todos os indivíduos são candidatos a solução ótima. Em outras palavras: ao requerer a otimização dos parâmetros de uma equação, vários valores para cada variável podem ser aceitos, nos primeiros cálculos um chute entre as possibilidades é dado, nas demais simulações vão se fixando os valores que apresentaram os melhores resultados nos cálculos anteriores e uma combinação destas vão sendo criadas afim de proporcionar um resultado otimizado.

O primeiro passo para a implementação do PSO consiste em gerar aleatoriamente uma população com z partículas e suas correspondentes velocidades iniciais;

$$x_0 = x(i,j)_0 \quad \text{com} \quad i=1,2,...m \quad \text{e} \quad j = 1,2,...z \tag{23}$$

$$v_0 = v(i,j)_0 \tag{24}$$

onde m é o número de variáveis de concepção e j é o número de partículas ou tamanho da população. No caso deste trabalho o número de variáveis são 9 e o de partículas em cada situação foi de 10.

A população inicial, x_0, pode ser convenientemente escolhida aleatoriamente empregando o limite inferior e o limite superior de cada variável de projeto da seguinte forma:

$$x(i,j)_0 = x_L(i) + rand(i) \times (x_U(i) - x_L(i)) \tag{25}$$

com *j = 1,2,...z*

Neste caso $x_L(i)$ denota o limite inferior para a variável de projeto *i*, $x_U(i)$ denota o seu limite superior e $rand(i)$ indica um número escolhido de forma aleatória $\in$ [0 e 1] para cada partícula *j*.

No trabalho atual os valores inicias adotados foram retirados da validação do modelo literário e o valor inicial partiu de 0,85 a 1,15 vezes o valor da variável. Obviamente em cada simulação os faixas vão mudando, levando em conta os valores obtidos anteriormente.

3.5. Amortecedores em vibrações

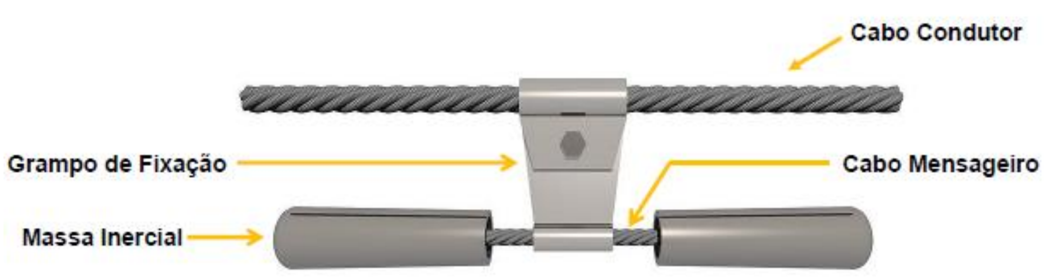
Sistemas mecânicos, submetidos a forças dinâmicas, podem estar sujeitos a vibrações indesejáveis, especialmente quando próximas da frequência de ressonância (VANNUTELLI, 2013).

Uma das soluções é reduzir as amplitudes de vibrações em determinadas faixas de frequências através do emprego de dispositivos denominados de absorvedores dinâmicos de vibrações ou amortecedores de vibrações, como são mais conhecidos (OLIVEIRA, 2011).

Existe uma grande variedade de amortecedores para cabos condutores de alta tensão como: amortecedores tipo ponte ou Bretelle, festão, braço oscilante, Helgra, Bouche, torcionais, linear e do tipo stockbridge (LABEGALINI et al, 1992). Este último é analisado durante o trabalho devido ao comportamento histeretico que o mesmo apresenta.

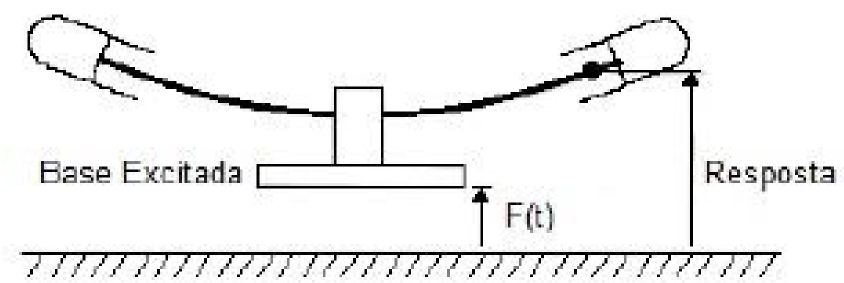
Desenvolvido em 1925 por George H. Stockbridge, o dispositivo stockbridge (Fig. 24) é constituído por duas massas inerciais presas por um cabo flexível, denominado de cabo mensageiro, o qual se encontra acoplado a um grampo para fixação no cabo condutor. (LABEGALINI et al, 1992). A Fig. 24 mostra os componentes de um stockbridge.

Figura 24: Componentes de um Stockbridge



O desempenho dinâmico do absorvedor stockbridge pode ser analisado experimentalmente por meio de uma excitação similar as vibrações presentes nas linhas de transmissão. A condição crítica ocorre quando a frequência de excitação alcança uma das frequências naturais do amortecedor (LÓPEZ; VENEGAS, 2001). A Fig. 25 ilustra o ensaio.

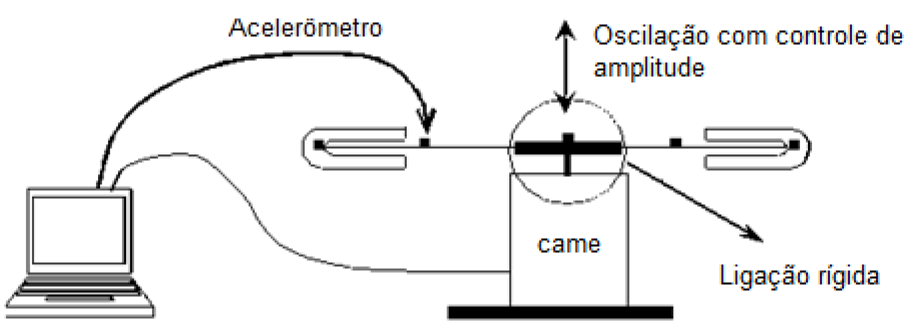
Figura 25 - Excitação do absorvedor stockbridge.



Fonte: LÓPEZ; VENEGAS (2001)

Em trabalhos anteriores, Barbieri (2011) e Barbieri e Barbieri (2012), apresentaram curvas de resposta em frequência de amortecedores tipo Stockbridge. As curvas de transmissibilidade do Stockbridge foram obtidas através de ensaios realizados uma máquina de came para assegurar deslocamento constante da base. A Fig. 26 mostra de uma forma esquemática a bancada de ensaio do Stockbridge.

Figura 26 – Bancada para ensaio de Stockbrige.



Estas curvas obtidas experimentalmente foramr validadas utilizando o mesmo método criado ao longo do trabalho, pois como já dito, os stockbrigdes tem um comportamento histerético.

Os stockbridges podem ser divididos em três tipos: amortecedor simétrico, assimétrico e do tipo dogbone (Melo, 2011)

3.5.1 MODELO MATEMÃTICO DE STOCKBRIDGES

3.5.1.1 MODELAGEM DO CABO MENSAGEIRO

O cabo mensageiro é modelado através de elementos finitos de acordo com a viga de Euler-Bernoulli. Neste elemento, o deslocamento transversal é interpolado usando os polinômios de interpolação Hermitianos com continuidade C^1, e os graus de liberdade (d.o.f) em cada nó são os deslocamentos transversal e a rotação, *{v, θ}*. A equação dinâmica para este elemento pode ser escrita como:

$$\frac{\rho AL}{420}\begin{bmatrix} 156 & 22L & 54 & -13L \\ & 4L^2 & 13L & -3L^2 \\ & & 156 & -22L \\ \text{sim.} & & & 4L^2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{v}_1 \\ \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{v}_2 \\ \ddot{\theta}_2 \end{Bmatrix} + \frac{EI}{L^3}\begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ & & 12 & -6L \\ \text{sim.} & & & 4L^2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} v_1 \\ \theta_1 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} = -\frac{\rho AL}{12}\begin{Bmatrix} 6 \\ L \\ 6 \\ -L \end{Bmatrix}\ddot{y}_0 \qquad (26)$$

onde ρA é a densidade linear do cabo, L é o comprimento do elemento finito, EI é a flexão do cabo (ridigez) e $\ddot{y}_0$ é a aceleração (esta aceleração é imposta pelo equipamento).

Considerando o amortecimento histerética do cabo na equação (26), pode-se considerar a rigidez a flexão como:

$$EI = EI_o(1+\eta i) \qquad (27)$$

onde η é a constante de amortecimento histerético e $i = \sqrt{-1}$.

3.5.1.2 MODELO DE MASSA DO AMORTECEDOR

As massas suspensas do amortecedor (Stockbridge) são modelados com a hipótese de movimento plano de corpo rígido. Após a montagem de todos os elementos do fio mensageiro, cada peso do amortecedor Stockbridge contribui para dois termos de equilíbrio dinâmico. A primeira contribuição está na matriz de massa (força de inércia)

$$[M_S]\{\ddot{q}_n\} = \begin{bmatrix} m & m\bar{x} \\ m\bar{x} & I_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{v}_n \\ \ddot{\theta}_n \end{Bmatrix} \tag{28}$$

e a outra parcela está no vetor de força devido à aceleração da base

$$\{f_s\} = -\begin{Bmatrix} m \\ m\bar{x} \end{Bmatrix} \ddot{y}_o \tag{29}$$

onde m é a massa do stockbridge, $\bar{x}$ é a distância ao centro de massa I_n é o momento de inércia com a referência fixada no nó n .

Estes dois termos são obtidos utilizando a primeira variação da energia cinética (Princípio de Hamilton) e a hipótese de movimento plano de corpo rígido para modelar a massa suspensa do Stockbridge. A energia cinética de cada peso do amortecedor Stockbridge pode ser escrita tomada no nó n (o nó da malha de elementos finitos conectado ao fio mensageiro) como uma referência. Esta expressão é:

$$T = \frac{1}{2} m\dot{r}_n \cdot \dot{r}_n + \dot{r}_n \cdot [\omega \times m\bar{x}] + \frac{1}{2}\omega \cdot \int_m \rho_n \times [\omega \times \rho_n] dm \tag{30}$$

onde $\dot{r}_n$ é a velocidade do nó n, ω é a velocidade angular ρ_n é a posição da partícula de massa d*m* com origem fixada no nó n.

Levando em consideração as hipóteses de movimento plano de corpo rígido, $\omega = \dot{\theta}_n k$, e simétrico em y, ($\bar{y}$=0), a expressão para a energia cinética pode ser reescrita após a integração como:

$$T = \frac{1}{2} m[\ \dot{u}_n^2 + \dot{\mathrm{v}}_\mathrm{n}^2 + 2\dot{y}_0 \dot{\mathrm{v}}_\mathrm{n} + \dot{y}_0{}^2\ ] + \bar{x} m[\ \dot{\theta}_n \dot{\mathrm{v}}_\mathrm{n} + \dot{\theta}_n \dot{y}_0\ ] + \frac{1}{2} I_n \dot{\theta}_n{}^2 \tag{31}$$

A variação de T pode ser escrita como $\delta T = \frac{\partial T}{\partial \dot{u}_n}\delta \dot{u}_n + \frac{\partial T}{\partial \dot{v}_n}\delta \dot{v}_n + \frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_n}\delta \dot{\theta}_n$. Integrando por partes os termos $\delta \dot{v}_n$ e $\delta \dot{\theta}_n$ e desprezando os termos no contorno, encontra-se as equações (28) e (29).

3.5.1.3 SISTEMAS DE EQUAÇÕES DE ELEMENTO FINITO

A equação de equilíbrio dinâmico do Stockbridge é obtida após a montagem de todos os elementos finitos e pode ser escrita convencionalmente como:

$$[M]\{\ddot{q}\} + [K]\{q\} = \{f_o\}\ddot{y}_o(t) \tag{32}$$

onde $[M]$ e $[K]$ são as matrizes de massa e rigidez, e $\{f_o\}$ é o vetor força. Os components do vetor $\{q\}$ são os deslocamentos e as rotações dos nõs do elemento finito, v e θ; e $\ddot{y}_0$ é a aceleração no nó 1 (aceleração na base do shaker).

Considerando a excitação da base harmônica, $\ddot{y}_o(t) = |\ddot{y}_o| e^{i\omega t}$, a solução $q(t)$ torna-se $q(t) = q_o e^{i\omega t}$. Substituindo esta solução na equação do movimento (32) temos:

$$\left[-\omega^2[M] + [K]\right]\{q_o\} = |\ddot{y}_o|\{f_o\} \tag{33}$$

A amplitude do vetor deslocamento é calculada resolvendo a equação (33) para cada frequência ω e a amplitude do vetor aceleração é facilmente calculada pelo produto de $\omega^2 q_o$.

3.5.1.4 FORMULAÇÃO NÃO LINEAR

A estimação dos parâmetros do sistema não linear pode ser feita através da aproximação das curvas FRF numéricas e experimentais. A análise pode ser exemplificada considerando a equação de movimento de um simples oscilador submetido a uma excitação harmónica (33, 34) (Método harmônico de balanço):

$$m\ddot{y} + \tilde{g}(\dot{y}, y) = f \sin \omega t \tag{34}$$

onde $\tilde{g}(\dot{y}, y)$ abrange todas as forças de restauração, e supondo que é uma função não-linear da velocidade e deslocamento $(\dot{y}, y)$ de massa m.

O modelo matemático de um elemento de rigidez cúbica pode ser expressa como:

$$\tilde{g}(\dot{y}, y) = ky + \beta y^3 \tag{35}$$

onde o coeficiente k representa o componente linear da mola e o coeficiente β os efeitos da não linearidade devido ao termo y^3. A representação de um elemento cúbico de primeira ordem pode ser descrita como

$$\tilde{v}(y, \dot{y}) = k + \frac{3\beta\tilde{Y}^2}{4} \tag{36}$$

onde o segundo termo do lado direito da equação (36) representa a parte não-linear do coeficiente.

O amortecimento de atrito não linear pode ser obtido usando uma abordagem semelhante para o desenvolvimento de rigidez cúbico. A força restauradora não-linear torna-se:

$$\tilde{g}(\dot{y}, y) \approx \tilde{v}_c(\dot{y}, y).y \tag{37}$$

O coeficiente linearizado $\tilde{v}_c(\dot{z}, z)$ é considerado como:

$$\tilde{v}_c(\dot{y}, y) = i\omega c + i\frac{4\gamma}{\pi\tilde{Y}} \tag{38}$$

Expandindo a idéia do oscilador simples introduzido em (34) para o sistema MDOF, obtêm-se:

$$[M]\{y\} + \{\tilde{G}(\dot{y}, y)\} = \{F\}e^{i\omega t} \tag{39}$$

onde $[M]$ é a matriz massa; $\{\ddot{y}\}$, $\{\dot{y}\}$ e $\{y\}$ são os vetores aceleração, velocidade e deslocamento, respectivamente, e $\{F\}$ é o vetor de excitação harmônica na frequência operacional ω.

Para sistemas não lineares, é possível expandir o vetor não linear em não lineares e restaurar forças individuais, como segue:

$$\{\tilde{G}(\dot{y}, y)\} = \begin{Bmatrix} \tilde{g}_{11} + \tilde{g}_{12} + \tilde{g}_{13} + \ldots\ldots + \tilde{g}_{1N} \\ \tilde{g}_{21} + \tilde{g}_{22} + \tilde{g}_{23} + \ldots\ldots + \tilde{g}_{2N} \\ \tilde{g}_{31} + \tilde{g}_{32} + \tilde{g}_{33} + \ldots\ldots + \tilde{g}_{3N} \\ . \\ . \\ . \\ \tilde{g}_{N1} + \tilde{g}_{N2} + \tilde{g}_{N3} + \ldots\ldots + \tilde{g}_{NN} \end{Bmatrix} \tag{40}$$

onde N é o tamanho do sistema (em DOFs). Cada função nao linear $\tilde{g}_{ij}$ representa uma força restauradora que age entre os DOFs i e j, enquanto termos com indices repetidos $\tilde{g}_{ii}$ representam uma força restaurada entre DOF i e a base.

Apresentando os coeficientes não lineares recém redefinidos em (40), uma matriz de coeficientes não-lineares é formada como:

$$\left\{\tilde{G}(\dot{y}, y)\right\} = [\tilde{v}]\left\{\tilde{Y}\right\} \tag{41}$$

A equação de movimento de um Sistema não linear geral submetido a excitação harmônica pode ser descrita pela seguinte equação diferencial ordinária não linear:

$$[M]\{\ddot{y}\} + [C]\{\dot{y}\} + i[D]\{y\} + [K]\{y\} + \left\{\tilde{G}(\dot{y}, y)\right\} = \{F\}e^{i\omega t} \tag{42}$$

onde $[M]$, $[C]$, $[D]$ e $[K]$ são a massa, amortecimento viscoso, amortecimento histerético e matriz de rigidez, respectivamente, do Sistema linear subjacente; $\{\ddot{y}\}$, $\{\dot{y}\}$ e $\{y\}$ são o vetor aceleração, vetor velocidade e vetor deslocamento, respectivamente, e $\{F\}$é o vetor de excitação harmônica operando na frequência ω.

O componente não linear do sistema é representando pelo vetor não linear $\left\{\tilde{G}\right\}$, que é uma função de todos os deslocamentos e velocidade no caso geral.

Considerando uma resposta harmônica $\{y(t)\} = \left\{\tilde{Y}\right\}e^{i\omega t}$, onde $\left\{\tilde{Y}\right\} = \left\{\left|\tilde{Y}\right|e^{i\theta}\right\}$ é um vetor complete não linear que permite acomodar a fase, a equação de movimento é ainda mais reduzida para:

$$\left(-\omega^2[M] + i\omega[C] + i[D] + [K]\right)\left\{\tilde{Y}\right\} + \left\{\tilde{G}\left(\omega, \tilde{Y}\right)\right\} = \{F\} \tag{43}$$

A parte linear pode ser definida como

$$[\alpha] = \left(-\omega^2[M] + i\omega[C] + i[D] + [K]\right)^{-1} \quad (44)$$

E a inversa , $[\Lambda] = [\alpha]^{-1}$, como:

$$[\Lambda] = -\omega^2[M] + i\omega[C] + i[D] + [K] \quad (45)$$

Inserindo (41) e (45) na (43), obtêm-se:

$$\left([\Lambda] + [\tilde{\nu}]\right)\{\tilde{Y}\} = \{F\} \quad (46)$$

Levando a última representação compacta da função não linear:

$$[\tilde{\Lambda}]\{\tilde{Y}\} = \{F\}\text{, onde : } [\tilde{\Lambda}] = [\Lambda] + [\tilde{\nu}] \quad (47)$$

A resposta do sistema $\{\tilde{Y}\}$ pode ser obtida pela solução da equação (47).

A solução de (47) pode ser usada para ajustar e/ou atualizar os parâmetros em modelos numéricos obtidos através do Método dos Elementos Finitos, comparando os resultados numéricos e experimentais. No trabalho esta comparação será feita com uso do modelo adotado nas demais validações.

4. RESULTADOS

4.1 Resultados do modelo da literatura

Para validação do modelo da literatura foram considerados vários níveis de excitação da base, ou seja, aceleração de 3, 3.5, 3.9 e 4.2 m/s² e as frequências de excitação variaram de 2 a 8 Hz. Os sinais foram obtidos no domínio do tempo e são mostrados na Fig.27. Nesta figura estão representados os deslocamentos relativos em função da frequência para as acelerações aplicadas. As curvas contínuas foram retiradas das literatura (Leenen, 2002) e as pontilhadas foram obtidas numericamente.

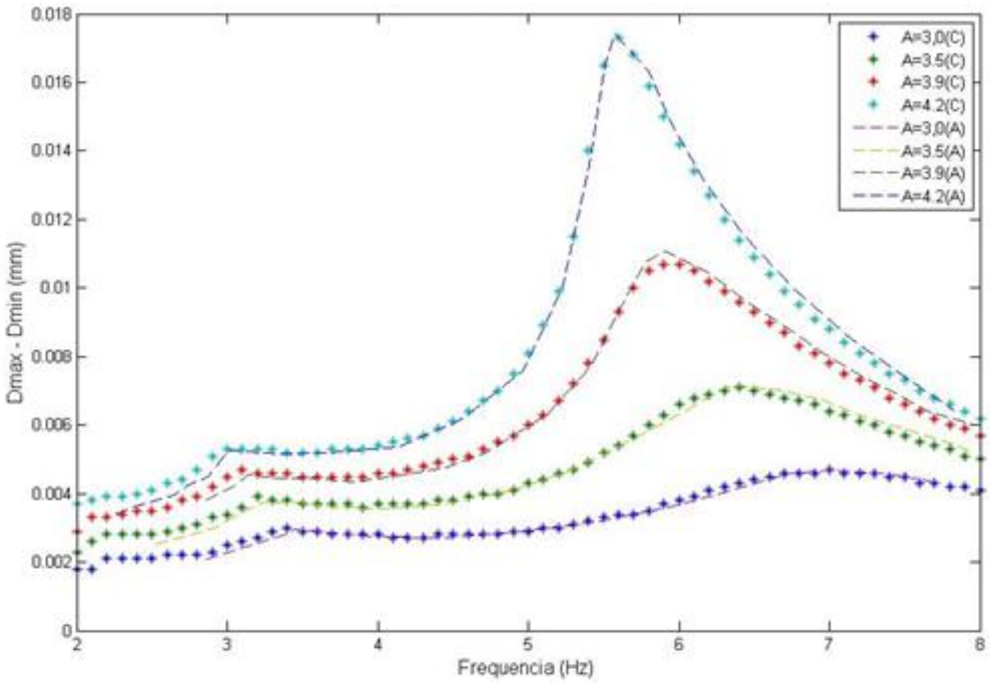
A Tabela 01 mostra os valores dos parâmetros usados nos cálculos e que posteriormente foram otimizados para o novo sistema.

Tabela 01: Parâmetros usados na validação do modelo da literatura.

Parâmetro	Valor	Unidade
b	1,059	-
c	241	m^{-1}
α	71090	Nm^{-1}
β	51330	$\frac{N^{1-n}}{m}$
M	10	kg
γ	-15000	$\frac{N^{1-n}}{m}$
n	0,194	-
K_1	7727	Nm^{-1}
K_2	0	Nm^{-2}
K_3	2157000	Nm^{-3}

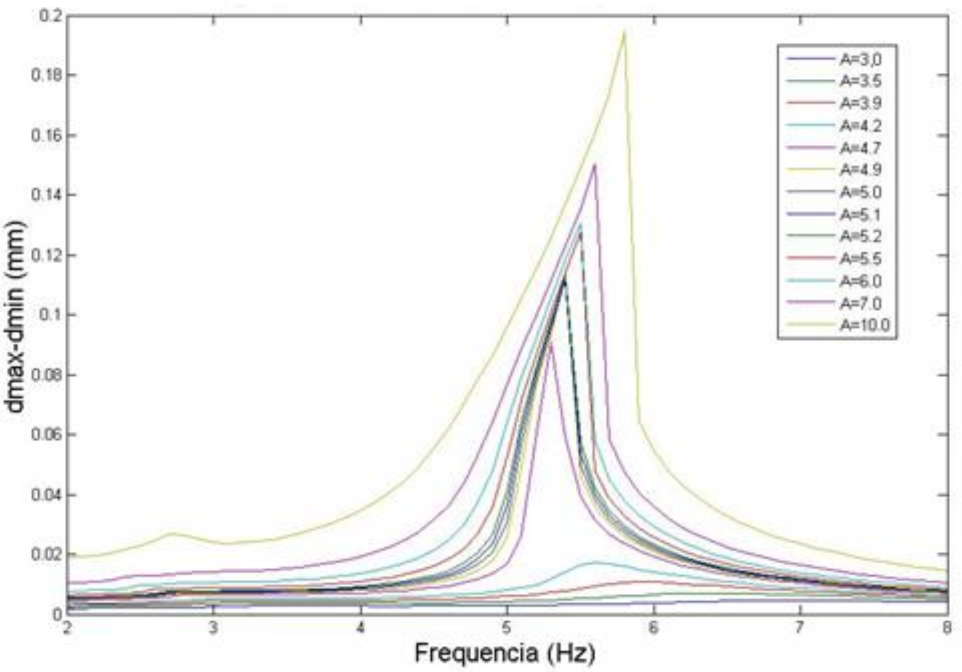
Na Fig. 27 é possível ver a variação do valor de pico das curvas para cada amplitude de excitação (A), ou seja, para cada aumento de amplitude de excitação o valor de pico tem uma pequena mudança.

Figura 27: Curvas de da função respostas em frequência do deslocamento relativo



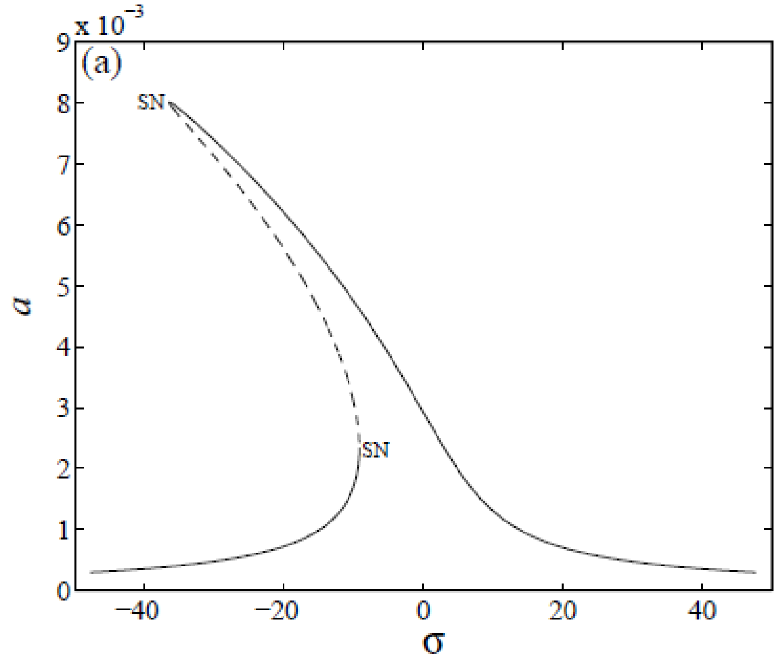
A Fig. 28 mostra o comportamento das curvas resposta em frequência quando as amplitudes de excitação são aumentadas, elas não foram plotadas na Fig. 20 por não terem um comparativo nos resultados da literatura. Nota-se que quando há alteração na amplitude de excitação a posição dos picos tendem sofrer mudanças. Para uma amplitude de excitação de 3 mm o valor de pico ocorre em torno de 7 Hz e para uma amplitude de excitação de 4.7 mm o valor de pico ocorre em torno de 5.3 Hz. O que nos permite dizer que as curvas de respostas de sistemas não lineares não dependem apenas da massa e da rigidez do sistema linear, mas também da forma e da amplitude da excitação em que a peça é submetida.

Figura 28: Frequência onde ocorrem os valores de pico em relação a amplitude de excitação



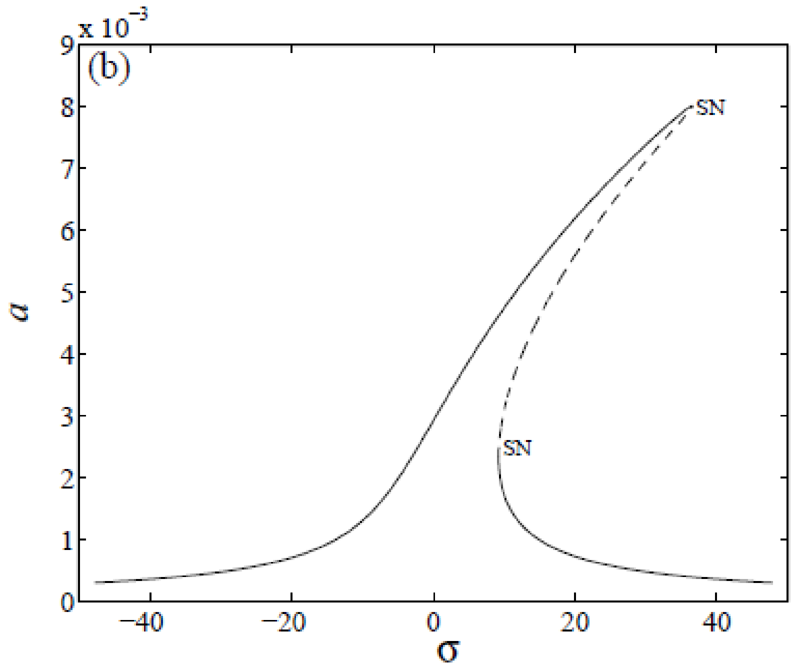
De acordo com o trabalho de Nayfeh (2003) as Figs. 29 e 30 foram retiradas de sua tese de doutorado e mostra o comportamento de um sistema não linear com as mudanças de amplitude de excitação. A Fig. 29 representa um sistema com não linearidade moderada e a Fig. 30 representa uma não linearidade acentuada. De acordo com a Fig. 28, o sistema em questão apresentada uma linearidade bem acentuada.

Figura 29: Figura representativa de um sistema não linear moderado



Fonte: Malatkar (2003)

Figura 30: Figura representativa de um sistema não linear acentuado



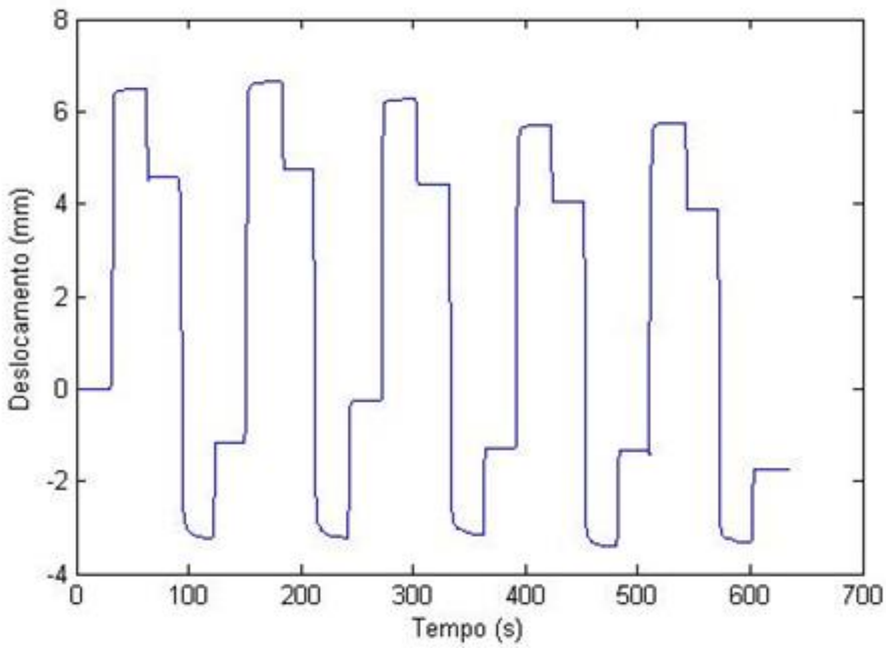
Fonte: Malatkar (2003)

É importante salientar que em seu trabalho Leenen (2002) tentava otimizar o sistema para uma frequência natural do sistema linear de 4.4 Hz (Valor obtido usando da Eq. (22) e dos valores da Tabela 01), que foi o valor encontrado com a massa e a rigidez linear da peça que ele tinha em mãos (POLYCAL).

4.2 Resultados Experimentais – Ensaio de tração

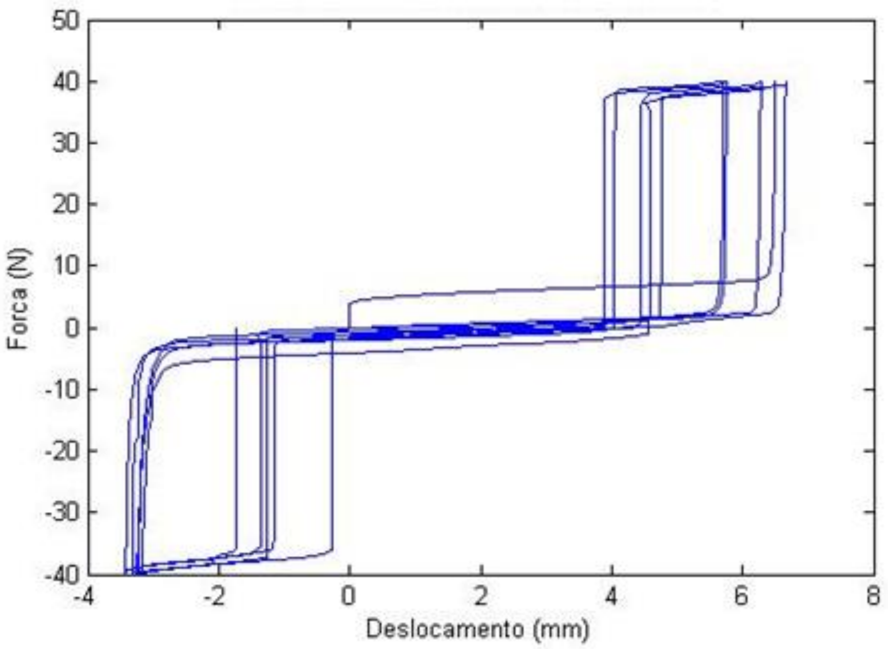
A Fig. 31 mostra os valores de deslocamento em função do tempo para o ensaio de tração e compressão, nele é possível ver a pequena mudança de resultados em cada ciclo medido. Para uma carga de 40N na tração o deslocamento é de 6.3 mm e na compressão é de 3.2 mm, isso mostra que a rigidez na tração é diferente da rigidez na compressão.

Figura 31 – Deslocamento em função do tempo



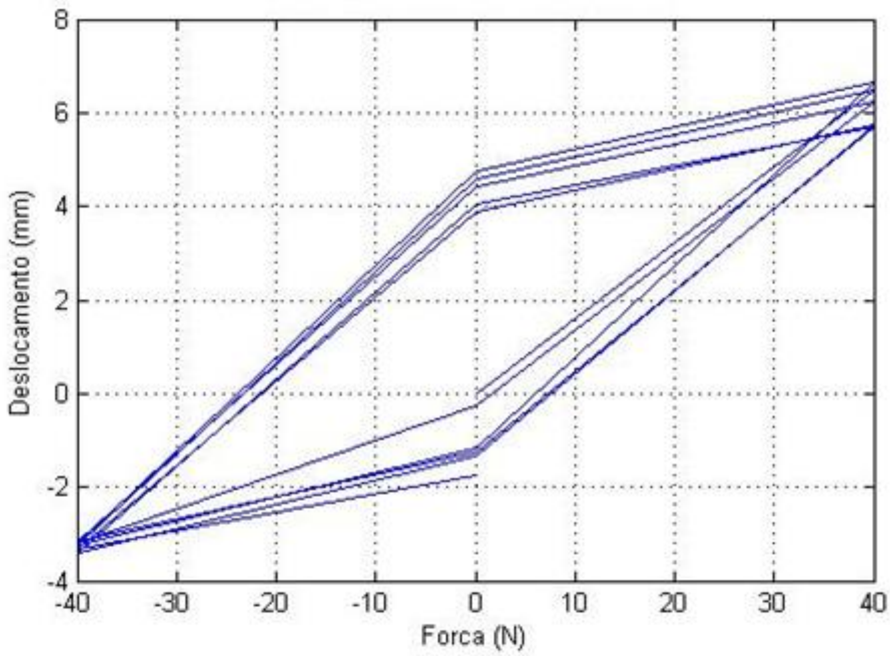
A Fig. 32 mostra o valor de deslocamento com a aplicação da carga em ambos os sentidos, neste caso é considerado o tempo de espera entre cada ciclo de aplicação da carga. É importante perceber que o valor do deslocamento na compressão é bem menor que na tração, ou seja, existe um valor de rigidez em cada sentido de aplicação da carga.

Figura 32 – Deslocamento com aplicação da carga em ambos os sentidos



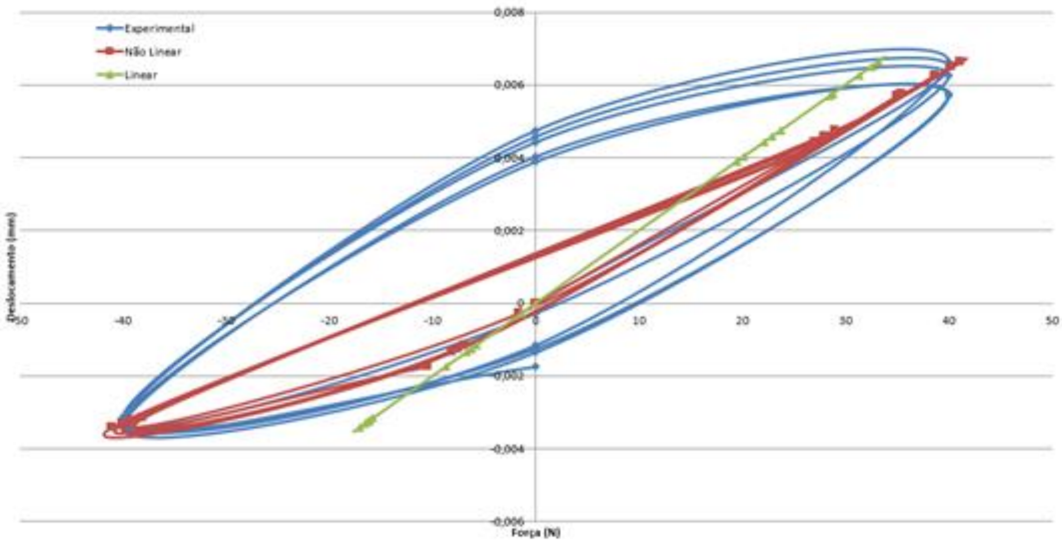
A Fig. 33 mostra a força deslocamento desconsiderando o tempo de repouso em cada aplicação de carga.

Figura 33: Deslocamento em função da força desconsiderando o tempo de aplicação da carga



A Fig. 34 mostra o ensaio de tração e compressão e os valores encontrados com as Eqs. (20) e (21), linear e não linear respectivamente. Os valores da rigidez não lineares são mostrados na tabela 02. Para o sistema linear o valor do *k* foi de 5000 N/m.

Figura 34: Valores experimentais e corrigidos para o ensaio de tração e compressão



Na figura 34 é possível ver um deslocamento de todo o ciclo em relação ao eixo y, todos os valores parecem estar deslocados positivamente, isso ocorre porque a análise foi realizada com a peça na vertical, sofrendo com a força peso. Não foi possível realizar o mesmo na horizontal devido à falta de equipamento adequada.

Tabela 02: Valores corrigidos de k1 e k3 para os ciclos de tração e compressão

Variável	Valor (N/m)
K1 – Tração	6000
K3 – Tração	4400000
K1 – Compressão	12000
K3 – Compressão	4400000

Como o sistema linear é equacionado com uma equação da reta, os valores encontrados não representam as curvas encontradas experimentalmente. Já o sistema não linear possibilita uma melhor adequação, semelhante aos modelos propostos por Bouc-Wen.

4.3 Resultados Experimentais - Vibração

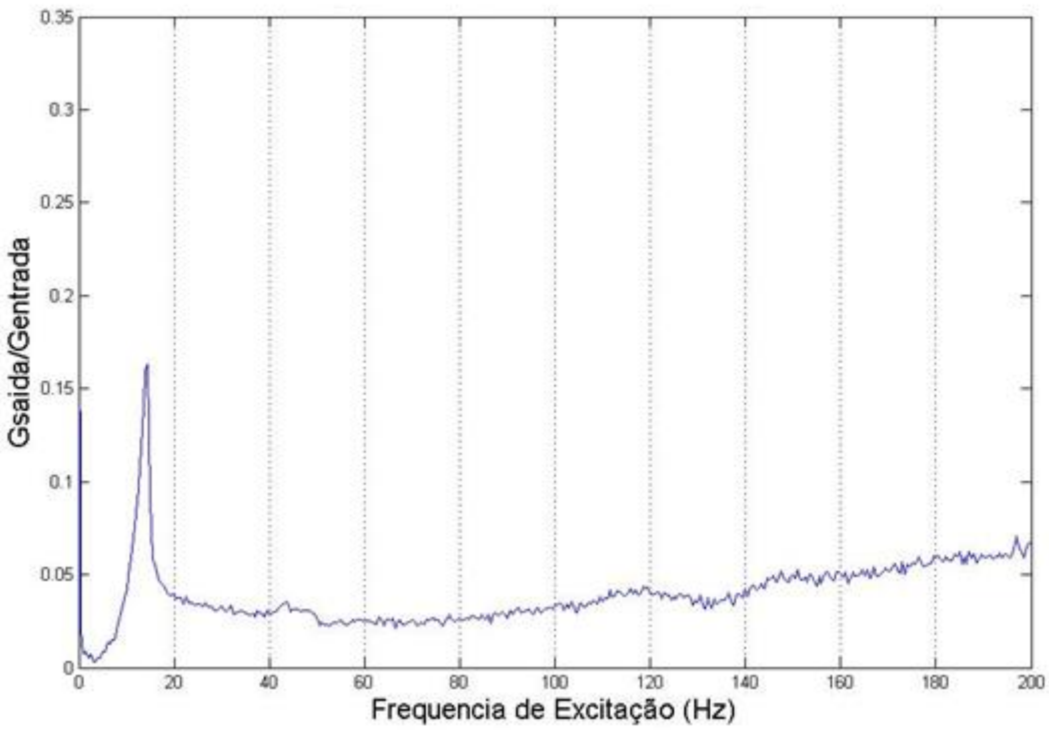
Os resultados de vibração são apresentados em três etapas, a primeira consta os valores encontrados com o martelo de impacto, o segundo encontrado com o shaker (resposta em frequência) com amplitude variável da excitação pela base e o terceiro com amplitude de excitação constante.

4.3.1 RESULTADOS DO ENSAIO UTILIZANDO O MARTELO DE IMPACTO

Os valores encontrados com o ensaio com martelo de impacto foram validados com o método adotado durante o trabalho.

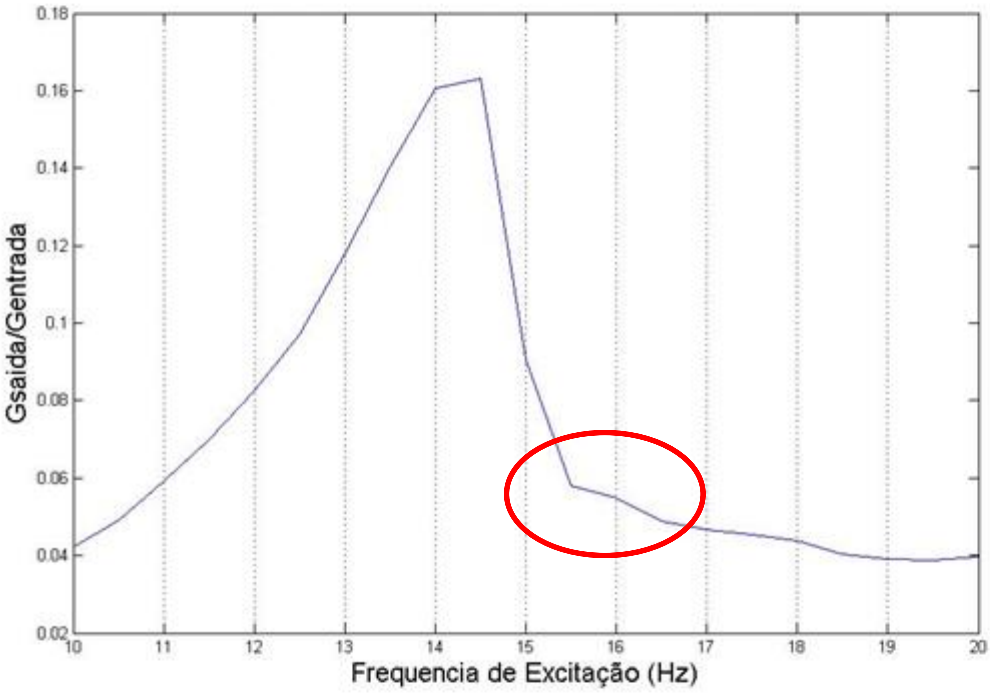
A Fig. 35 mostra os valores da função resposta em frequência. A frequência que ocorre o valor de pico é em torno de 14 Hz.

Figura 35 – Ensaio de vibração com martelo de impacto.



A Fig. 36 é apenas uma visão aumentada do local onde ocorre o pico. Nela é possível ver que o valor de pico ocorre em torno de 14 Hz. Em um determinado ponto da curva, que está marcado por um círculo vermelho, é possível ver que o sistema é não linear, pois há uma mudança no comportamento do gráfico.

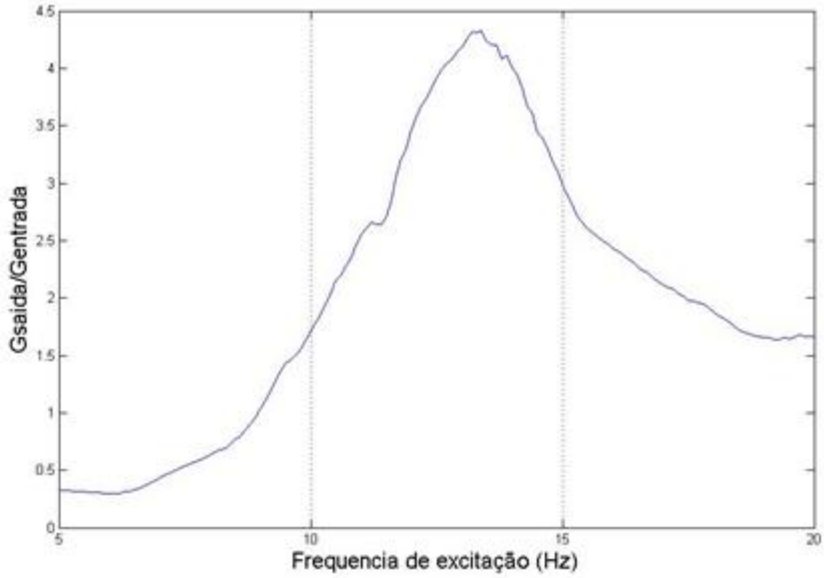
Figura 36 – Zoom em torno da região de pico de amplitude obtida com o martelo de impacto



4.3.2 RESULTADOS COM AMPLITUDE DE EXCITAÇÃO VARIÁVEL

A Fig. 37 mostra os valores da função resposta em frequência para a peça quando ela é submetida ao ensaio de excitação pela base com valores de frequência variando de 5 Hz a 20 Hz com incrementos de 0.1 Hz.

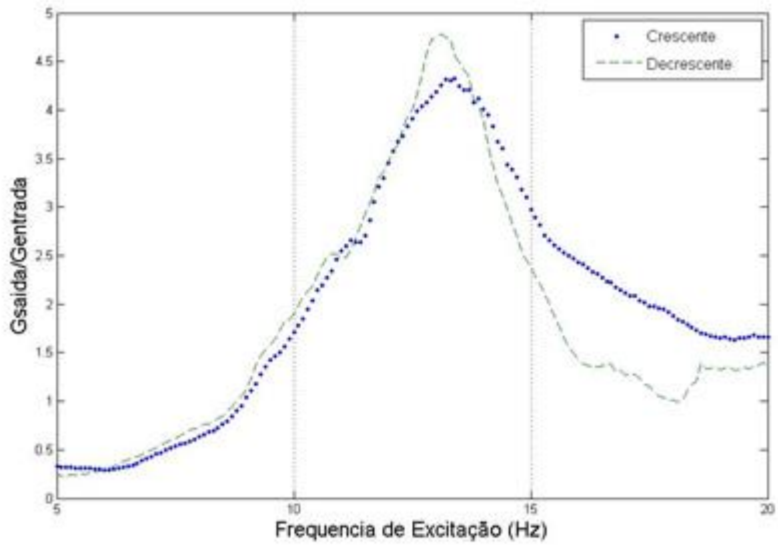
Figura 37 – Função resposta com excitação pela base crescente



A Fig. 38 é similar a Fig. 39 apenas com a diferença que na Fig. 37 a excitação é crescente, começando em 5 Hz e indo até 20 Hz e na Fig. 38 é decrescente, de 20 Hz até 5 Hz.

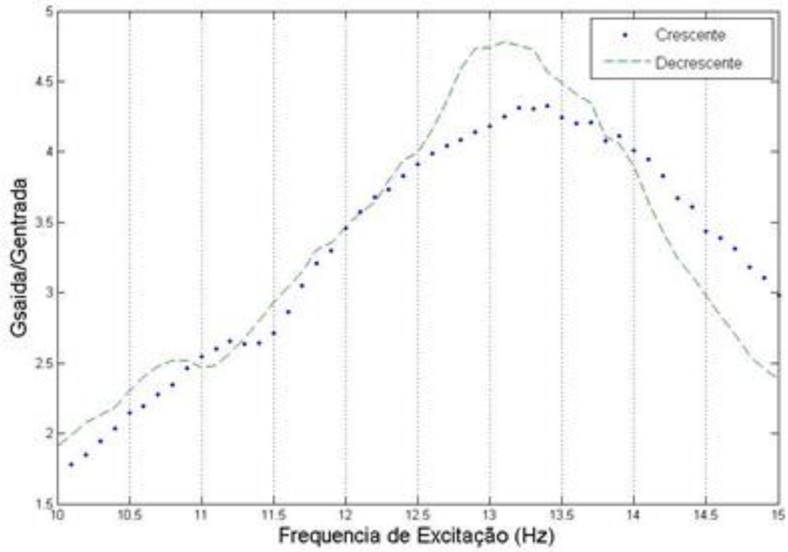
Figura 38 – Função resposta do modelo de excitação pela base em ordem decrescente

Figura 39 – Comparativo entre excitação da base crescente x decrescente.



A Fig. 39 retrata as Figs. 37 e 38 sobrepostas, onde é possível perceber que a mudança de sentido na frequência de excitação causa uma pequena alteração nos resultados, isso pode ser conferido melhor na Fig. 40, onde a região de maior pico foi aumentada. Esta mudança pode ocorrer possivelmente devido a fixação da peça no shaker que não é controlada durante o ensaio, ou seja, podem haver perdas de torque na fixação.

Figura 40: Zoom comparativo entre a frequência de varredura crescente e decrescente.



Pela análise das curvas chega-se a uma frequência onde ocorre o valor de pico em torno de 13.2 Hz e consequentemente, utilizando da Eq. (22), determina-se uma rigidez global (valor inicial) em torno de 18 KN/m.

Em uma comparação entre o shaker e o martelo de impacto as frequências onde ocorrem os valores de pico tem uma pequena diferença, isso ocorre porque em cada ensaio a peça foi fixada de forma diferente, o que muda a rigidez da mesma e consequentemente altera o valor da frequência onde ocorre o pico.

4.3.3 RESULTADOS COM AMPLITUDE DE EXCITAÇÃO CONSTANTE

São apresentadas 10 curvas com excitação constante de 0.1m/s² a 1.0 m/s² com incremento de 0.1.

As Figs. 41, 42, 43, 44 e 45 mostram as curvas da função resposta em frequência com amplitudes de excitação de 0,1 m/s², 0.2 m/s², 0.3 m/s², 0.4 m/s², 0,5 m/s², 0.6 m/s², 0.7 m/s² e 0.8 m/s², 0,9 m/s² e 1,0 m/s² . Nestes experimentos a peça foi analisada no domínio da frequência na faixa de 5 Hz a 25 Hz tanto crescente como decrescente, ou seja, a excitação começa em 5 Hz, vai aumentando até 25 Hz e retorna a 5 Hz.

Figura 41: Função resposta para acelerações da base de 0,1 m/s² e 0,2 m/s²

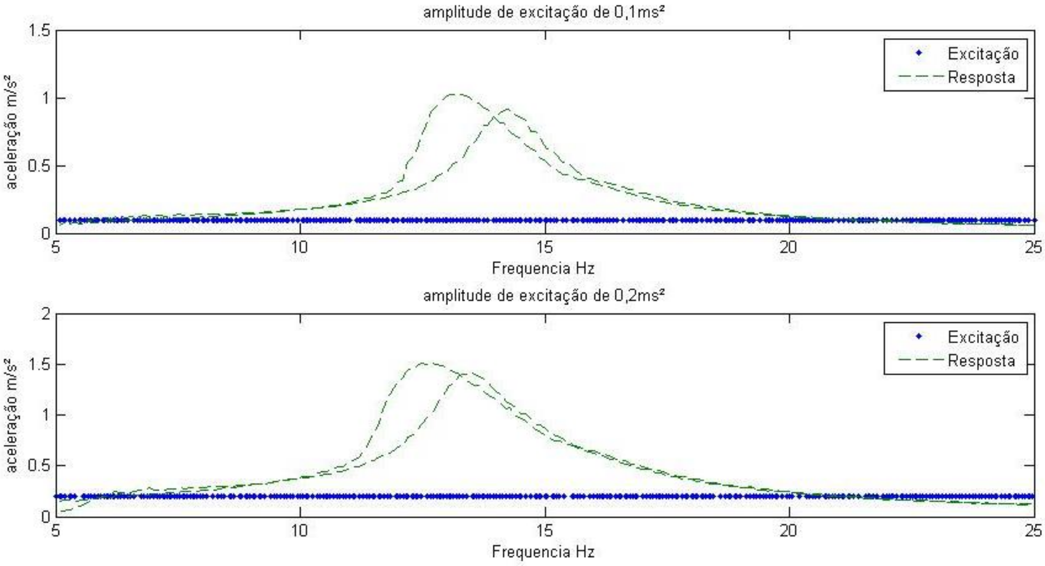


Figura 42: Função resposta para acelerações da base de 0,3 m/s² e 0,4 m/s²

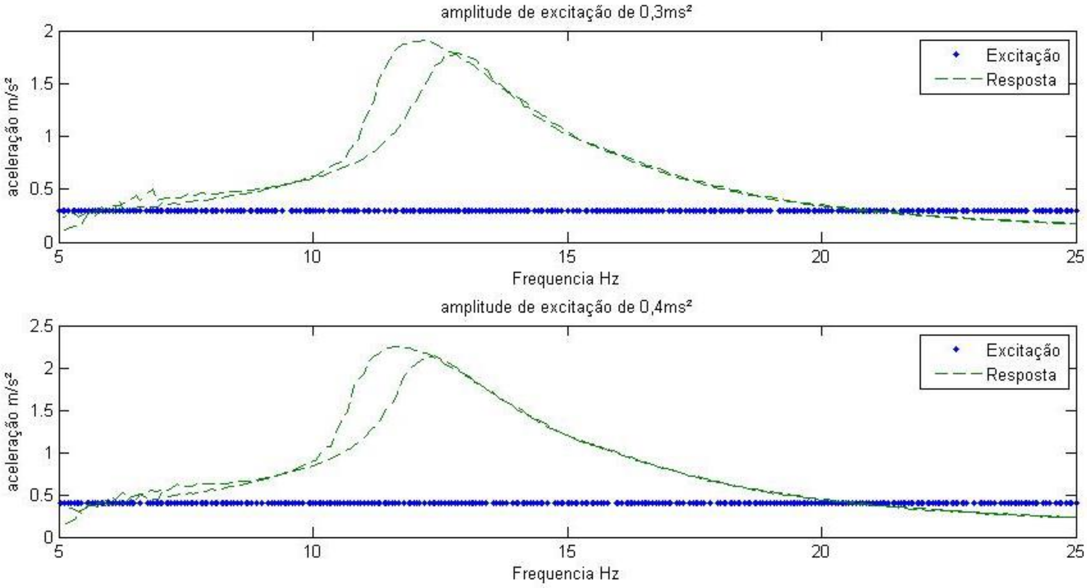


Figura 43: Função resposta para acelerações da base de 0,5 m/s² e 0,6 m/s²

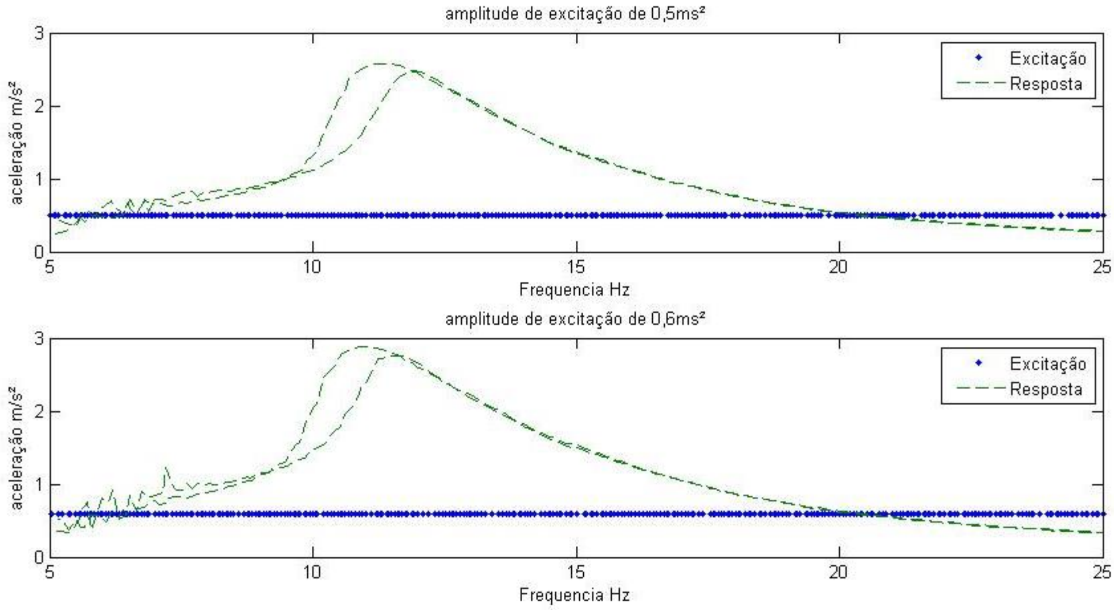


Figura 44: Função resposta para acelerações da base de 0,7 m/s² e 0,8 m/s²

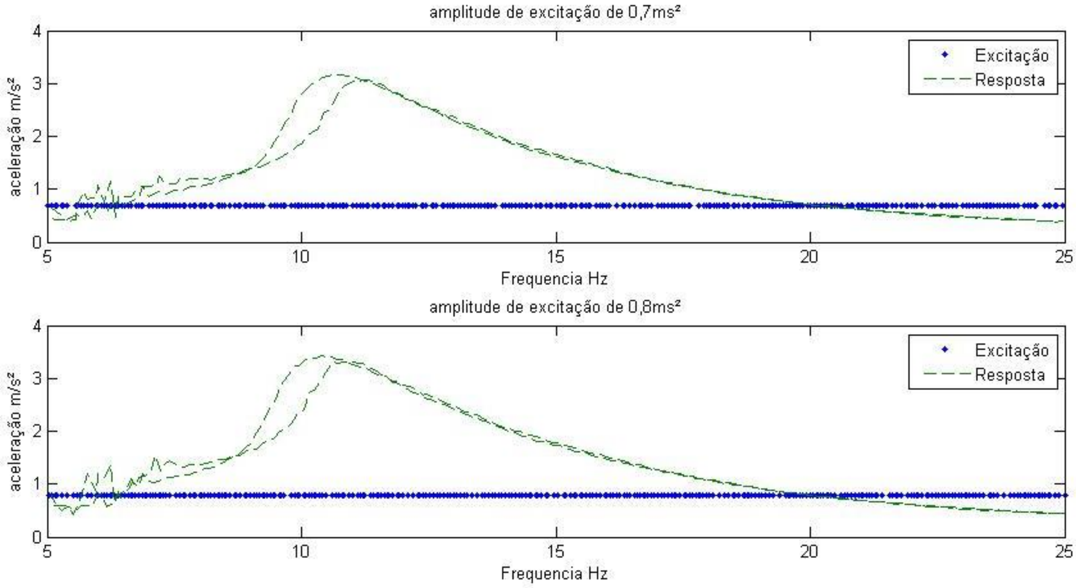
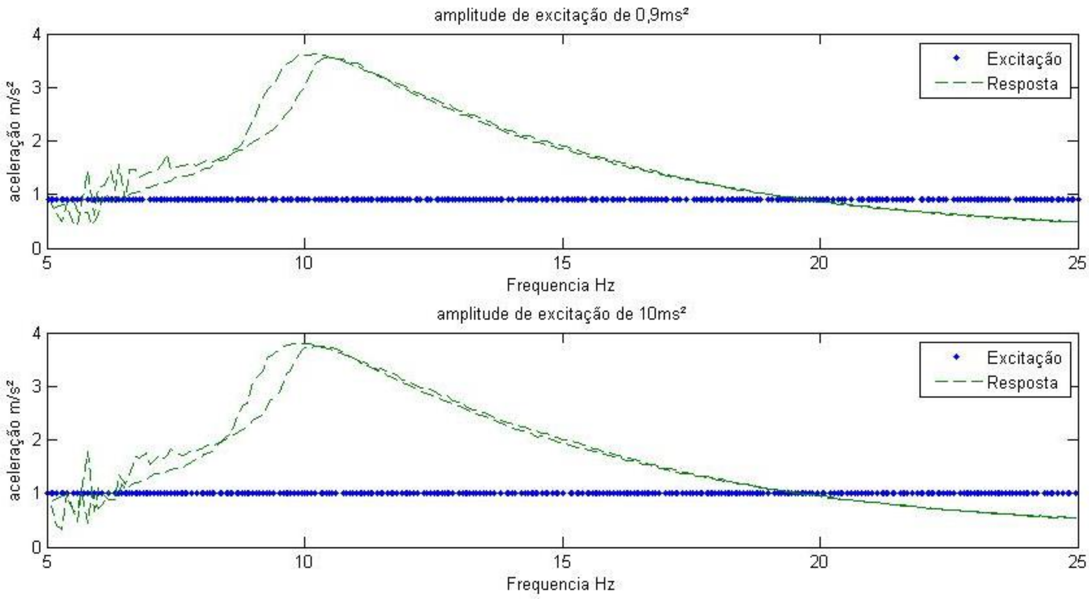
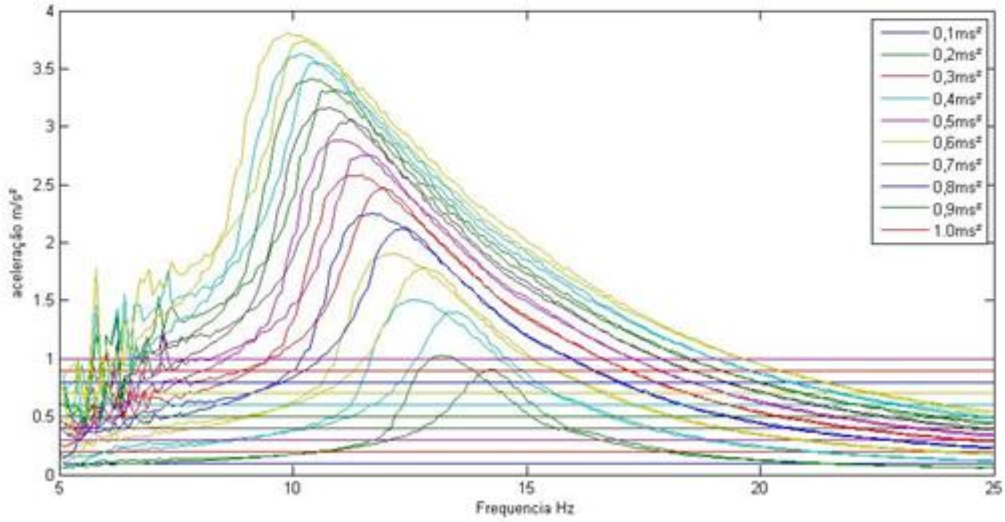


Figura 45: Função resposta para acelerações da base de 0,9 m/s² e 1,0 m/s²



A Fig. 46 demonstra todas as amplitudes de excitação sobrepostas, ficando bem nítido a diminuição da frequência de pico com o aumento da amplitude de excitação.

Figura 46: Função respostas para as acelerações de 0,1 m/s² a 1,0 m/s²



A Tabela 03 mostra os valores de frequência onde ocorrem os valores de pico para cada amplitude de excitação.

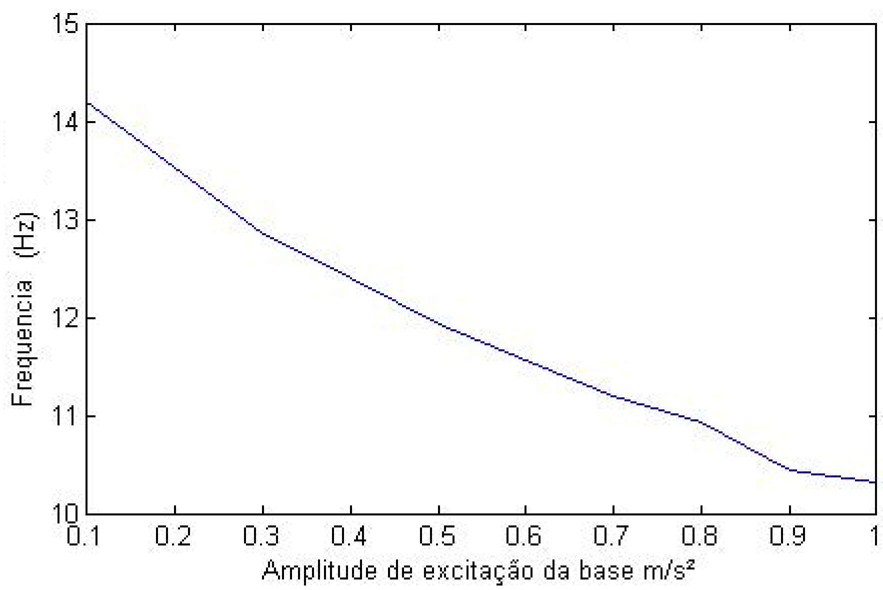
Tabela 03 – Valores de frequência onde ocorrem os valores de pico para cada valor de excitação da base

Excitação (m/s²)	Frequência (Hz)
0.1	14.2
0.2	13.52
0.3	12.84
0.4	12.40
0.5	11.92
0.6	11.56
0.7	11.20
0.8	10.92
0.9	10.44
1.0	10.32

Como é possível perceber pelas figuras 41, 42, 43, 44, 45 e 46 as respostas são bastante semelhantes as validadas no modelo da literatura.

A Fig. 47 mostra a linha de tendência da frequência onde ocorrem os valores de pico com o aumento da amplitude de excitação para os valores analisados, ou seja, no intervalo de aceleração da base de 0,1m/s² a 1,0 m/s²

Figura 47: Linha de tendência da frequência onde ocorrem os valores de pico



Pela análise da Fig. 47 é possível perceber que com o aumento da amplitude de excitação da base a frequência onde ocorrem os picos tendem a diminuir. Portanto apenas utilizar a Eq. (22) para ajuste da rigidez linear pode ser uma aproximação grosseira do valor inicial deste parâmetro.

4. 4 Resultados Computacionais

Nesta seção são apresentadas 3 tentativas diferentes de metodologia para validar o modelo de excitação pela base com amplitude variável ao longo do faixa de frequência.

A primeira tentativa foi a utilização do modelo já validado na literatura que foi apresentado na secção 4.1, nele foram alterados os parâmetros físicos da peça: rigidez e massa e a amplitude foi considerada unitária. Os resultados são mostrados na Fig. 48, é possível perceber claramente que os valores não representam o experimental. A Tabela 04 contém as variáveis usadas.

Figura 48: Comparação entre experimental e calculado com os dados da literatura

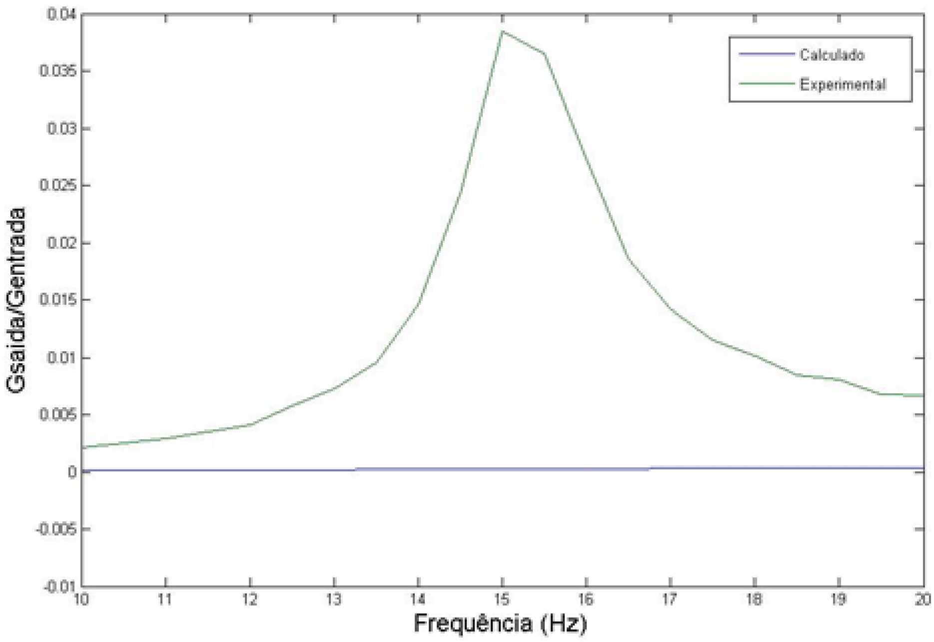
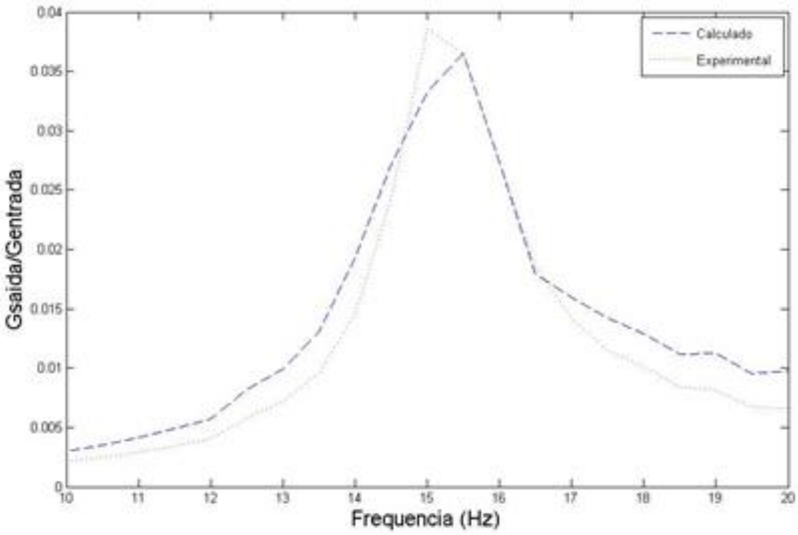


Tabela 04: Parâmetros usados na primeira tentativa de validação do modelo

Parâmetro	Valor	Unidade
b	1,059	-
c	241	m^{-1}
α	71090	Nm^{-1}
β	51330	$\frac{N^{1-n}}{m}$
M	4,0	kg
γ	-15000	$\frac{N^{1-n}}{m}$
n	0,194	-
K_1	18000	Nm^{-1}
K_2	0	Nm^{-2}
K_3	2157000	Nm^{-3}

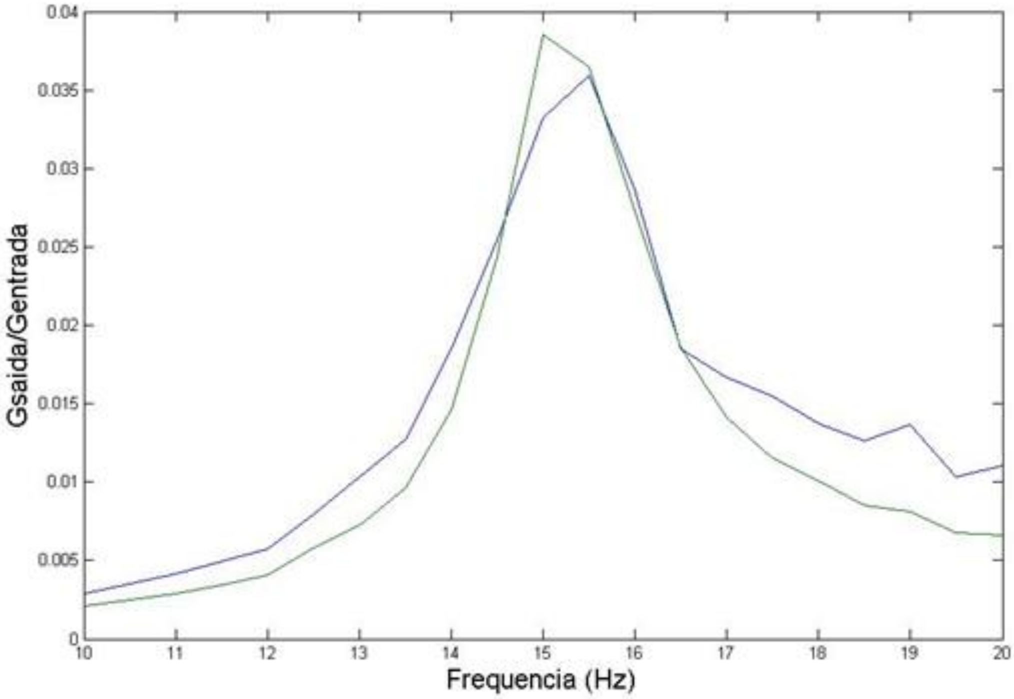
A segunda tentativa foi considerando uma amplitude variável, sendo a mesma de entrada do experimental, o sistema foi considerado linear e a rigidez que foi otimizada através do PSO apresentou um valor de 36212 N/m e os resultados apontam um erro entre experimental e calculado de 0.0472. A Fig. 49 mostra o comparativo entre experimental e calculado.

Figura 49: Comparativo entre experimental e o sistema linear



O terceiro método aplicado na resolução foi o uso das equações do sistema não linear, na Fig. 50 é possível ver que o formato das curvas e os valores são bem próximos, assim como aconteceu com o método anterior (linear), neste caso o valor da rigidez (k1) foi em torno de 20104 N/m e o erro calculado foi de 0.0548.

Figura 50: Comparativo entre experimental e o sistema não linear



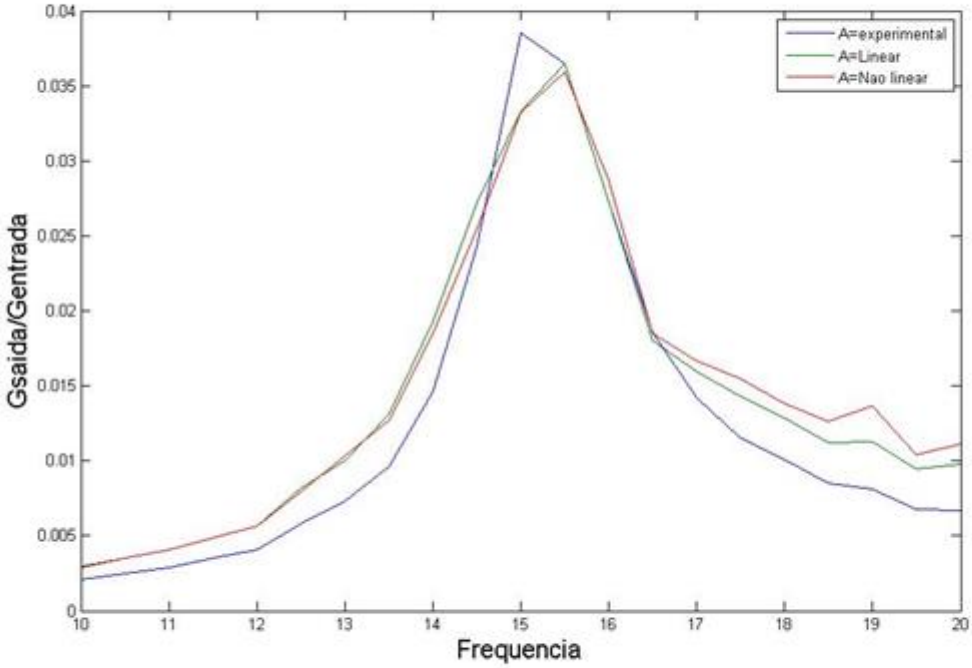
A Tabela 05 demonstra todos os valores encontrados com a validação numérica para o modelo não linear, os valores são bem diferentes daqueles encontrados no artigo pelo qual o estudo foi iniciado, isso demonstra a necessidade de uma análise completa e detalhada a cada tipo de sistema.

Tabela 05: Parâmetros usados na validação do modelo não linear

Parâmetro	Valor	Unidade
b	2,812	-
c	240,4585	m^{-1}
α	799,5163	Nm^{-1}
β	8067,2	$\frac{N^{1-n}}{m}$
M	4,0	kg
γ	-19885	$\frac{N^{1-n}}{m}$
n	0,0055	-
K_1	20104	Nm^{-1}
K_2	0	Nm^{-2}
K_3	77368	Nm^{-3}

Um comparativo entre as curvas experimental, numérico linear e o numérico não linear são vistas na Fig. 51. Devido à baixa amplitude de excitação a diferença não é significativa, mesmo assim algumas informações são de fundamental importância. Mesmo o erro menor sendo alcançado no sistema linear pode-se dizer que este método não traduz corretamente o funcionamento da peça, pois a rigidez encontrada na análise modal gira em torno de 20000 N/m, bem próxima a encontrada no sistema não linear que é de 20104 N/m. Já no método linear a rigidez encontrada foi de 36212 N/m.

Figura 51: Comparativo entre experimental, linear e não linear



Após a análise de todos os dados experimentais pode-se dizer que modelo adotado consegue retratar o sistema mecânico estudado.

4. 5 Resultados stockbridge

Os resultados obtidos para o Stockbridge analisado foram resultados das equações propostas no item 3.5 e a utilização do método aplicado durante o trabalho. Utilizou-se o modelo de Bouc-Wen para o amortecimento histerético e elementos não lineares de rigidez. Utilizou-se um modelo de elementos finitos com 10 elementos com 2 graus de liberdade por nó (Barbieri e Barbieri, 2012). A grande dificuldade foi ajustar os parâmetros, α, β , γ , n, b, c e k_3, pois o autor não possui referência bibliográfica sobre o valor dos mesmos. Utilizou-se o método do enxame de partículas (PSO - partcicle swarm optimization method) para ajuste destes parâmetros.

As Figs. 52 e 53 mostram as curvas obtidas para o acelerômetro colocado no meio do cabo para as cinco excentricidades do came, ou seja, 1,5 mm, 1.25 mm, 0.75 mm, 0.5 mm e 0.25 mm.

Os ensaios foram conduzidos para uma faixa de frequências variando de 5 a 17 Hz com incremento de 0.25 Hz. Nestas figuras estão representados os resultados para a faixa de 5 a 11 Hz. A Fig. 52 mostra as curvas obtidas experimentalmente e a Fig. 53 as curvas obtidas através do ajuste matemático. Nota-se que houve uma grande semelhança entre os resultados.

As Figs. 54 e 55 mostram as curvas obtidas para o acelerômetro colocado na extremidade do cabo, experimental e numérica, respectivamente. Novamente nota-se uma grande proximidade entre os resultados.

Figura 52 – Curva experimental de transmissibilidade (acelerômetro no meio do cabo)

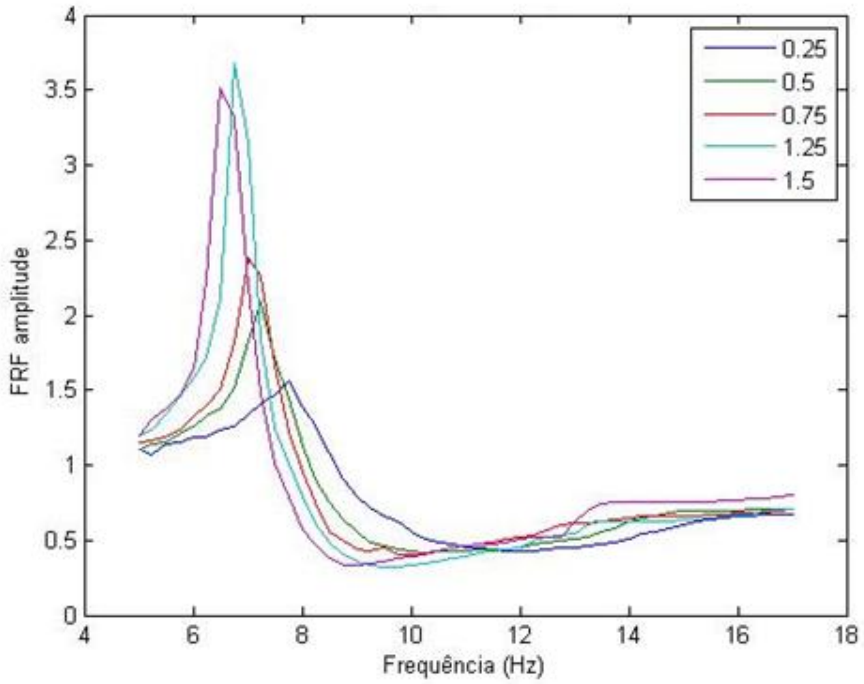


Figura 53 – Curva numérica de transmissibilidade (acelerômetro no meio do cabo)

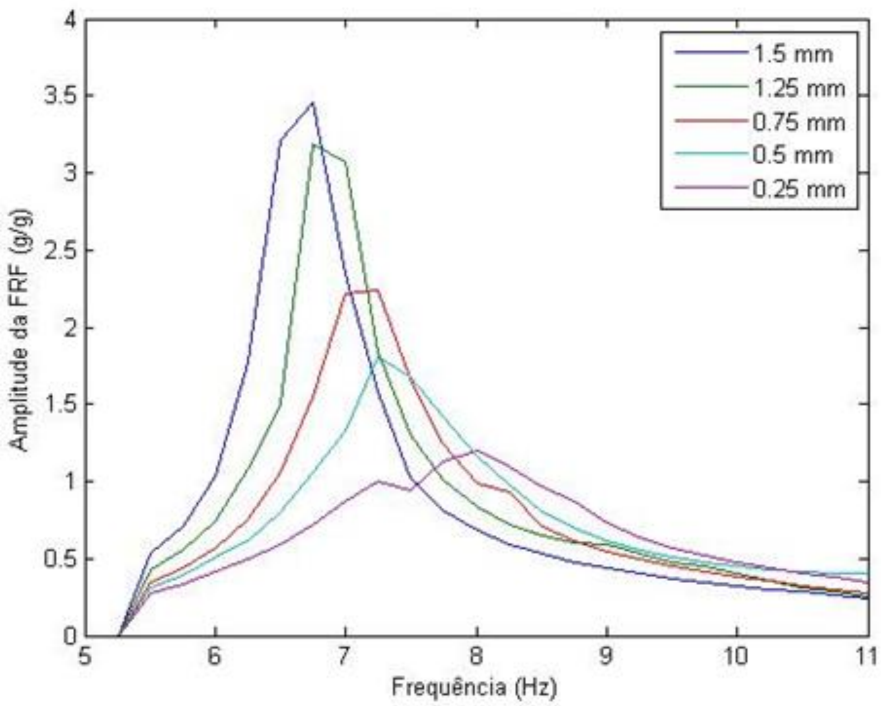


Figura 54 – Curva experimental de transmissibilidade (acelerômetro na extremidade do cabo)

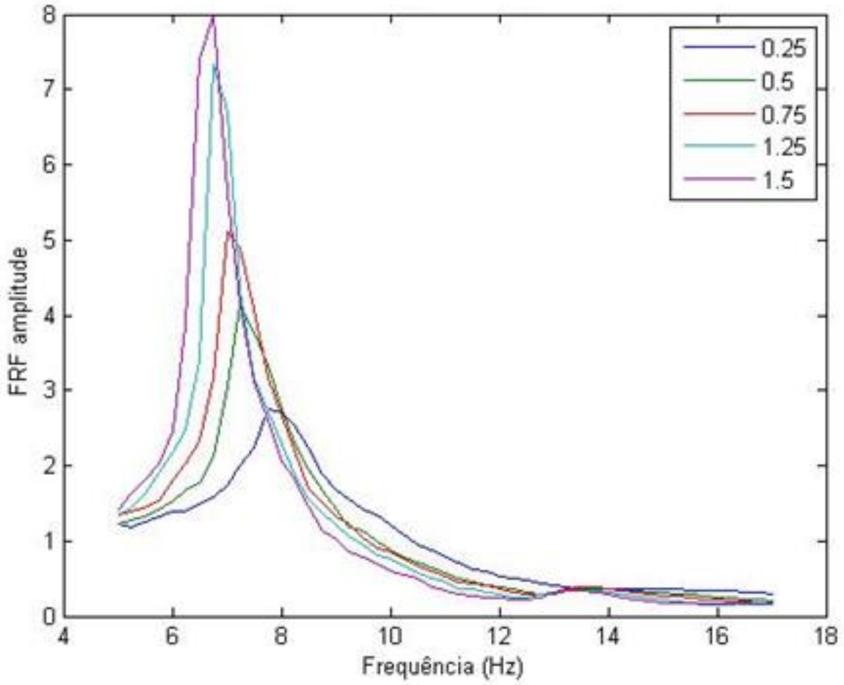
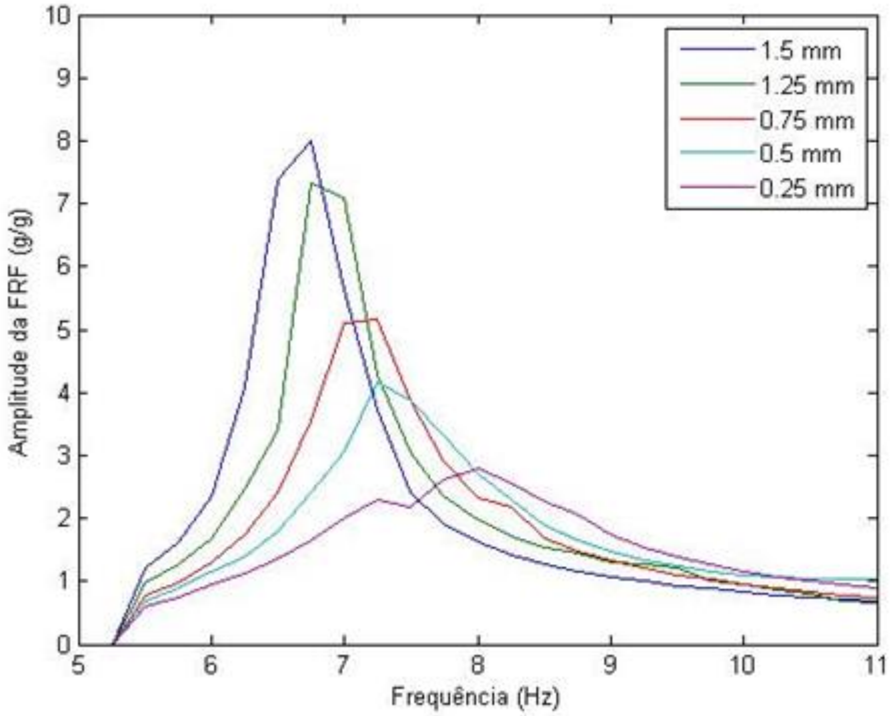


Figura 55 – Curva numérica de transmissibilidade (acelerômetro na extremidade do cabo)



Na Tabela 06 estão mostrados os parâmetros otimizados pelo modelo de Bouc-Wen.

Tabela 06 – Parâmetros otimizados para o modelo de Bouc-Wen

EI	1,6286
b	0,5389
c	0,0048
α	0,1282
β	0,6140
γ	-0,0181
n	11,1492
k3	$6.37x10^{6}$

Comparando os resultados obtidos experimentalmente com os valores adquiridos com o método estudado, chegou-se a representação do sistema com grande êxito. A frequência onde ocorrem os picos da resposta do sistema varia com a amplitude do movimento de excitação, ou seja, quanto maior for a amplitude de movimento menor será a frequência relativa aos picos. Do mesmo modo como foi apresentado na peça de Leenen (2002).

Para a faixa de frequência estudada (5 Hz a 17 Hz), e deslocamento menor que 3 mm, a resposta do sistema com parâmetros lineares é melhor do que o não linear.O modelo matemático foi baseado apenas no modelo meio Stockbridge contendo o maior peso.Quando os testes são realizados com uma amplitude de movimento de base constante, é possível obter parâmetros de acordo com a amplitude de movimento.

Quando os testes são realizados usando um vibrador eletromecânico, a amplitude de movimento é variada de acordo com a frequência de excitação. Neste caso, os parâmetros ajustados são dependentes da frequência.

As curvas típicas de impedância numéricos e experimentais apresentaram boa concordância.

5 CONCLUSÕES

A proposta inicial de validar um método de análise de sistemas mecânicos sob influência da histerese foi alcançada com êxito. O método consiste em criar um protótipo; obter curvas dinâmicas experimentais para ajuste de alguns parâmetros físicos (desnecessário quando os parâmetros já são conhecidos) e com as do modelo de Bouc-wen e um método de interação validar o modelo matemático comparando-se dados numéricos e experimentais.

Em sistemas não lineares os valores das frequências de excitação onde ocorrem os picos nas curvas de resposta em frequência variam conforme as amplitudes de excitação. Conforme as frequências de excitação crescente e decrescente os picos das curvas podem ter inclinações para esquerda ou direita.

O sistema de fixação dos componentes a serem analisados devem ser tratados da melhor forma possível, pois uma simples mudança pode acarretar erros na curvas de resposta dos sistemas e podem ser confundidos com histerese. Quando alterou-se a bancada de ensaio os valores obtidos tiveram uma pequena mudança.

Como o tempo computacional é relativamente alto, os parâmetros de entrada devem, sempre que possível, ser o mais próximo do real, pois isso diminui consideravelmente o tempo de espera para a obtenção dos resultados.

O sistema de Bouc-Wen junto com uma otimização adequada conseguem retratar fielmente os valores da histerese em alguns sistemas mecânicos que sofrem os efeitos da histerese. Isso pode ser comprovado tanto pela peça criada quando pelo uso de stockbridges.

Os resultados obtidos na análise do stockbridge comprovam o que foi analisado nos demais ensaios: em baixas amplitudes o sistema linear representa melhor os resultados experimentais. Os valores encontrados com o modelo matemático representam com êxito os dados obtidos experimentalmente.

Para um trabalho futuro fica a sugestão de aplicar o método criado em outros sistemas mecânicos, já que o modelo proposto funciona perfeitamente para um sistema de massa/mola com excitação pela base, realizar os ensaios de tração e compressão em uma máquina que possibilite a realização do mesmo na horizontal para eliminar a força peço e aplicar o método nos ensaios com amplitude de excitação da base constante.

6. REFERÊNCIAS

1. Leenen, R., 2002, **The modelling and Identification of an Hsteretic System, The wire-rope as a nonlinear shock vibration isolator**. Department of Mechanical Engineering Eindhoven University of Technology, 1-44p. Netherlands.
2. Awrejcewicz, J., Dzyubak, L., 2005, **Conditions for chaos occurring in self-excited 2-dof hysteretic system with friction**. 8th Conference on Dynamical Systems Theory and Applications, December 12-15,. Łódź, Poland.
3. Awrejcewicz, J., Dzyubak, L., 2006, **Modeling, chaotic behavior, and control ofdissipation properties of hysteretic systems**. Mathematical Problems in Engineering, vol. 2006, 1–21.
4. Bastien, J., Michon,G., Manin, L., Dufour, R., 2007, **An analysis of the modified Dahl and Masing models:Application to a belt tensioner**.Journal of Sound and Vibration, vol. 302 , p. 841–864.
5. B in, X., Ji, H., Ren, Z., Sami, M. F., 2009, **Data-based model free hysteresis identification for a nonlinear structure**. Engineering Sciences, vol. 8, n. 2, p. 13-19.
6. Casoria, S., Sybille, G., Brunelle, P., 2003, **Hysteresis modeling in the MATLAB/Power System Blockset**. Mathematics and Computers in Simulation, vol. 63, p. 237–248.
7. Chang, D-Y., 1993, **Parsimonious modeling of inelastic structures**. PhD Thesis, California Institute of Technology, 171 p.
8. Choi, S.-B., Lee, S.-K., 2001, **A hysteresis model for the field-dependent damping force of a magnetorheological damper**. Journal of Sound and vibration, vol. 245(2), p. 375-383.
9. Chungui, Z., Xinong, Z., Shilin, X., Tong, Z., Changchun, Z., 2009, **Hybrid modeling of wire cable vibration isolation system through neural network.** Mathematics and Computers in Simulation, vol. 79, p. 3160–3173.
10. Gkaras, V., 2008,**Vibration isolation systems using hysteretic multiple tune mass damper oscillators**. PhD thesis, Rice University, 104p.

11. Hurtado, J. E., Barbat, A. H., 2000, **Equivalent linearization of the Bouc–Wen hysteretic model**, Engineering Structures, vol. 22, p. 1121–1132.

12. Ibarra, L. F., Medina, R. A., Krawinkler, H., 2005, **Hysteretic models that incorporate strength and stiffness deterioration**. Earthquake Engng Struct. Dyn. Vol. 34, p. 1489–1511.

13. Ikhouane, F., Mañosa, V., Rodellar, J., 2007, **Dynamic properties of the hysteretic Bouc-Wen model**. Systems & Control Letters, vol. 56, p. 197 – 205.

14. Ikhouane, F., Rodellar, J., 2005, **On the Hysteretic Bouc–Wen Model. Part I: Forced Limit Cycle Characterization**. Nonlinear Dynamics, vol. 42, p. 63–78

15. Ismail, M., Ikhouane, F., Rodellar, J., 2009,**The Hysteresis Bouc-Wen Model, a Survey**. Arch Comput Methods Eng vol. 16, p. 161–188.

16. Laalej, H., Lang, Z.Q. 2010, **Numerical Investigation of the Effects of MR Damper Characteristic Parameters on Vibration Isolation of SDOF Systems Under Harmonic Excitations.** Journal of Intelligent Material Systems and Structures vol. 21, p. 483-501.

17. Lacarbonara,W., Vestroni, F., 2003, **Nonclassical Responses of Oscillators with Hysteresis**. Nonlinear Dynamics, vol. 32, p. 235–258.

18. Leenen, R., **The modeling and identification of an hysteretic system.** Eindhoven University of Technology, 2002,44 p.

19. Liu, H., Matsuhisa, H., Utsuno, H., Park, J. G., **Vibration control by a variable damping and stiffness system with Magnetorheological dampers**. JSME International Journal, vol. 49(2), 2006, p. 411-417.

20. Liu, X., **Cable vibration considering internal friction**, University of Hawai, 2004, 72 p.

21. Ma, X. Q., Rakheja, S., Su, C-Y., 2007, **Development and Relative Assessments of Models for Characterizing the Current Dependent Hysteresis Properties of Magnetorheological Fluid Dampers**. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, vol. 18, p. 487-502.

22. Magnevall, M., Josefsson, A., Ahlin, K., **On Nonlinear Parameter Estimation**, ISMA, 15 p, 2006.

23. Magnevall, M., Josefsson, A., Ahlin, K., **Parameter Estimation of Hysteresis Elements Using Harmonic Input**, 2010.

24. Maślanka, M., **Free vibrations of a cable with an attached MR damper–experimental analysis of amplitude dependent damping.** Proceedings of the 7th International Symposium on Cable Dynamics, Vienna, Austria, 10–13 December, p. 415–422, 2007.

25. Muravskii, G., **Application of hysteresis functions in vibration problems**. Journal of Sound and Vibration, vol. 319, p. 476–490. 2009.

26. Muto, M., Beck, J. L., **Bayesian Updating and Model Class Selection for Hysteretic Structural Models Using Stochastic Simulation.** Journal of Vibration and Control, vol. 14(1-2), p. 7-34 2008.

27. Nagy, T. K., Shekhawat, A**., Nonlinear dynamics of oscillators with bilinear hysteresis and sinusoidal excitation**, Physica D, vol. 238, p. 1768-1786. 2009.

28. Oh, JH., Bernstein, D. S., **Semilinear Duhem Model for Rate-Independent and Rate-Dependent Hysteresis**. IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 50(5), p. 631-645. 2005.

29. Oh, JH., Padthe, A. K., Bernstein, D. S., Rizos, D. D., and Fassois, S. D. Duhem, **Models for Hysteresis in Sliding and Presliding Friction**. Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference,Seville, Spain, December 12-15, p.8132-8137. 2005.

30. Ok, S-Y, Song, J., Park, K-S, **Optimal design of hysteretic dampers connecting adjacent structures using multi-objective genetic algorithm and stochastic linearization method**. Engineering Structures, vol. 30, p. 1240–1249. 2008.

31. Padthe, A. K., Drincic, B., OH, JH, Rizos, D. D., FassoiS, S. D., Bernstein, D. S., **Duhem Modeling of Friction-Induced Hysteresis**. IEEE Control Systems Magazine, p. 90-107. 2008.

32. Pozo, F., Acho, L., Rodríguez, A., Pujol, G**., Nonlinear modeling of hysteretic systems with double hysteretic loops using position and acceleration information.** Nonlinear Dynamics, vol. 57 (1-2), p. 1-12. 2009.

33. Richards, R., **Comparison of Linear, Nonlinear, Hysteretic, and Probabilistic MR Damper Models**, Master Thesis,Virginia Polytechnic Institute and State University, 100p. 2007.

34. Rochdi ,Y., Giri, F., Ikhouane, F., Chaoui, F. Z., Rodellar, J., **Parametric identification of nonlinear hysteretic systems**. Nonlinear Dynamics, vol. 58 (1-2), p. 393-404. 2009.

35. Sauter, D., **Modeling the Dynamic Characteristics of Slack Wire Cables in STOCKBRIDGE Dampers.** Dissertation. Technischen Universität Darmstadt. 88 p. 2003.

36. Sauter, D., Hagedorn, P**., On the hysteresis of wire cables in Stockbridge dampers.** International Journal of Non-Linear Mechanics, vol. 37, p. 1453 – 1459. 2002.

37. Schwanen, W**., Modelling and identification of the dynamic behavior of a wire rope spring.** Report number: DCT-2004/28. Technische Universiteit Eindhoven, The Netherlands. 104p. 2004.

38. Segalman, D. J., Starr, M. J., **Inversion of Masing models via continuous Iwan systems**. International Journal of Non-Linear Mechanics, vol. 43 , p. 74 – 80. 2008.

39. Sireteanu, T., Giuclea, M., Serban, V, Mitu, A. M., **On the fitting of experimental histeretic loops by Bouc–Wen**. SISOM 2008 and Session of the Commission of Acoustics, Bucharest 29-30 May, p. 389-394. 2008.

40. Ulanov, A. M., Lazutkin, G. V., **Description of an arbitrary multiaxial loading process for Nonlinear vibration isolators**, Journal of Sound and Vibration, vol. 203(5), p. 892-896. 1997.

41. Verma, H., **The stockbridge damper as a continuous hysteric system in single overhead transmission lines.** Master Thesis, India Institute of Technology Bombay, 81 p. 2002.

42. Wu, W., **Theoretical and experimental study on cable vibration reduction with a TMD-MR damper.** PhD Thesis, Louisiana State University and Agricultural and Mechanical College, 165 p. 2006.

43. Ye, M., Wang, X., **Parameter estimation of the Bouc–Wen hysteresis model using particle swarm optimization.** Smart Mater. Struct. vol.16, p. 2341–2349. 2007.

44. Ying, Z. G., Zhu, W. Q., Ni, Y. Q., Ko, J. M., **Stochastic averaging of Duhem hysteretic systems.** Journal of Sound and vibration, vol. 254(1), p. 91-104. 2002.

45. Zhong, M., **Dynamics analysis of cables with variable flexural rigidity**, Master Thesis, University of Hawai, 45 p. 2003.

46. Y.Q.Ni. et al. **Identification of Non-Linear Hysteretic Isolators From Periodic Vibration Tests.** Journal of Sound and Vibration. Hong Kong, Article N sv981804, p. 737-756, May 1998.

47. Charalampakis, A.E., Koumousis, V.K. **Identifcation of Bouc-Wen Hysteretic Systems by a Hybrid Evolutionary Algorithm.** Journal of Sound and Vibration. Athens, Greece, Vol 314, p 571-585, Jan 2008.

48. Charalampakis, A.E., Koumousis, V.K. **On the Response and Dissipated Energy of Bouc-Wen Hysteretic Model.** Journal of Sound and Vibration. Athens, Greece, Vol 309, p 887-895, Jul 2007.

49. Kyprianou, A. et al. **Identification of Hysteretic Systems using the Differential Evolution Algorithm.** Journal of Sound and Vibration. France/Inglaterra, Vol 248(2), p 289-314, 2001.

50. Ajavakon, N., Ng, C.H. and Ma, F. **Performance of Nonlinear Degrading Structures: Identification**, Validation and Prediction, Computers and Structures, California USA, Vol 86, p 652-662. 2008.

51. Charalampakis, A.E., Dimou, C.K. **Identification of Bouc-Wen Hysteretic Systems Using Particle Swarm Optimization**. Computers and Structures, Athens Greece, Vol 88, p 1997-1205, 2010.

52. Sapountzakis, E.J., Kampitsis, A.E. **Nonlinear Dynamic Analysis of Timoshenko Beam-Columns Partially supported on Tensionless Winkler foundation,** Computers and Structures, Athens Greece, Vol 88, p 1206-1219, 2010.

53. Akin, H.E. **A Computer code For Rapid Calculation of Bending Frequencies of Rotor Blades**, P 229, Master of Science in Aeronautical Engineering, Naval Postgraduate School, California USA, 2002.

54. Zheng, Y. at all, **Modeling and Parameter Identification for Rubber Bearings under Random Excitation**, Nanjing Forestry University, China, P 75-78, 2012.

55. Chungui, Z. at al. **Hybrid Modeling of Wire Cable Vibration Isolation System Through Neural Network**, Mathematics and Computers in Simulation, Shaanxi Province, China, Vol 79, p 3160-3173, 2009.

56. Kattan, P. **Matlab Guide to Finite Elements**, 2 ed. Jordan, Springer, 2006, 443 p.

57. Iwaniec, J., **Identification of Nonlinear Parameters of the Skytruck Airplane landing Gear by Means of the Operational Modal Analysis Output-Only Method**, Molecular and Quantum Acoustics, Poland, Vol 28, p 113-124, 2007.

58. Geldhof, G. **Semi-Active Vibration Dynamics Control of Multi-Cart Systems Using a Magnetorheological Damper**, 76p, Master`s thesis in the International Master`s Programme Applied Mechanics, Department of Applied Mechanics, Chalmers university of Technology, Goteborg, Sweden, 2013.

59. Li, H.G. and Meng, G. **Nonlinear Dynamics of a SDOF Oscillator with Bouc_Wen Hysteresis**, Chaos, Solitions and Fractals, Shanghai, China, Vol. 34, p 337-343, 2007.

60. Lacarbonara, W. and Vestroni, F. **Nonlinear Phenomena in Hysteretic Systems**. In: IUTAM Symposium on 50 Years of Chaos: Applied and Theoretical.5. 2012, Roma, Itália, P 69-77.

61. Lacarbonara, W. and Vestroni, F. **Nonclassical Responses of Oscillators with Hysteresis, Nonlinear Dynamics**, Netherlands, Vol. 32, p 235-258, 2003.

62. Rochdi, Y. at al. **Parametric Identification of Nonlinear Hysteretic Systems**, Nonlinear Dynamics, France, Vol. 58, p 393-404, 2009.

63. Ismail, M. at al, **The Hysteresis Bouc-Wen Model, a Survey**, Arch Comput Methods Eng, Barcelona, Spain, Vol. 16, p 161-188, 2009.

64. Capecchi, D., Masiani, R., Vestroni, F., **Periodic and Non-Periodic Oscillations of a Class of Hysteretic Two Degree of Freedom systems,** Nonlinear Dynamics, Netherlands, Vol. 13, p 309-325, 1997.

65. Poso, F. at al, **Nonlinear Modeling of Hysteretic Systems with Double Hysteretic Loops Using Position and Acceleration Information,** Nonlinear Dynamics, Barcelona, Spain, Vol. 57, p 1-12, 2008.

66. Belhaq, M. and Fahsi, A. **Hysteresis Suppression for Primary and SubHarmonic 3:1 Resonances using Fast Excitation**, Nonlinear Dynamics, Marrocos, Vol. 57, p 275-287, 2008.

67. Ikhouane, F. Hurtado, J. E., Rodellar, J. **Variation of the Hysteresis Loop with the Bouc-Wen model Parameters,** Nonlinear Dynamics, Colombia, Vol. 48, p 361-380, 2006.

68. Andreaus, U. and Casini, P. **Dynamics of SDOF Oscillators with Hysteretic Motion-Limiting Stop**, Nonlinear Dynamics, netherlands Vol. 22, p 155-174, 2000.

69. Ikhouane, F. and Rodellar, J. **On the Hysteretic Bouc-Wen Model – Robust Parametric Identification,** Nonlinear Dynamics, Barcelona, Spain, Vol. 42, p 79-95, 2005.

70. Kim, W. **Unconventiional Finite Element Models For Nonlinear Analysis of Beams and plates**, 125p, Submitted to the Office of Graduate Studeies of Texas A&M University in Partial Fulfillment of the requirements for the degree of Master os Science, Texas A&M University, Texas, USA, 2008.

71. Magoon, J. **Application of the B-spline Collocation Method to a Geometrically non-Linear Beam problem**, thesis for master of Science Degree in Mechanical Engineering, Department of Mechanical Engineering Rochester Institute of Technology Rochester, NY 14623, New York, USA, 2010.

72. Velazquez, I., D. **Nonlinear Vibration of a Cantilever Beam**, 91p, Thesis submitted in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science, Department of Mechanical Engineering Rochester Institute of Technology, New Your, USA, 2007.

73. Lei, Y., Wu, Y. and Li, T. **Identification of non-linear Structural Parameters Under Limited Input and Output Measurements**, International Journal of Non-Linear Mechanics, Xiamen, China, 2011.

74. Sapinski, B. and Filus, J. **Analysis of Parametric Models of MR Linear Damper,** Journal of Theoretical And Applied Mechanics, Warsaw, Vol. 41, p215-240, 2003.

75. Girip, I. at al, **On the Structural Parameter Estimation for Systems with Hysteretic Bouc-Wen nonlinearity**. In: SISOM, Acoustics and Robotics, Bucharest, 21-22 May of 2013. 6p.

76. Magnevall, M. **Simulation and Experimental Methods for Characterization of Nonlinear Mechanical Systems**, 184p, Doctoral Dissertation in Mechanical Engineering, School of Engineering Blekinge Institute of Technology Sweden, Sweden 2011.

77. Mortensen, J. S. and Hansen, M. **Flexural buckling of General Beam Systems a Method to Determine K-factors using Energy Considerations**,

92p, Master Thesis submitted to department Engineering at Aalborg University Esbjerg, Denmark, 2012.

78. Richards, R. Comparison of Linear, **Nonlinear, Hysteretic, and Probabilistic MR Damper Models**, 108p, thesis submitted to the Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University. Blacksbur, Virginia. 2007.

79. Muppavarapu, R. **Nonlinear Finite Element Analysis of Columns**, 57p Thesis presented to the Faculty of the graduate School of the University of Texas at Arlington, Department of science in aerospace engineering. Texas, 2011.

80. Remala, S. N. R. **Nonlinear Transient Finite Element Simulations of Beam Parametric Response Including Quadratic Damping**, 113p, University of Kentucky Master Theses, Kentucky, USA. 2005.

81. Magnevall, M., Josefsson, A. and Ahlin, K. **On nonlinear Parameter Estimation**, Karlskrona, Sweden, Blekinge Institute of Technology, Department Mechanical Engineering, 15p

82. Giuclea, M., Sireteanu, T. and Mitu, A.M. **Use of Genetic Algorithms for Fitting the bouc-Wen Model to Experimental Hysteretic Curves**, Institute of solid Mechanics, Bucarest, p 3-10, 2009.

83. Nishawala, V. V. **A Study of large Deflection of Beams and Plates**, 118p. Thesis submitted to the graduate School in The State University of New Jersey, New Jersey, USA, 2011.

84. Wong, C.W., Koand, J.M. and Ni, Y.Q. **Modeling the Hysteresis Curves of Wire-Cable isolators**, 7p, Department of Civil & Structural Engineering Hong Kong Plytechinic, Kowloon, Hong Kong, P 643-649. 2013.

85. Dong, X. and Houghton, J.R. **Parameter Identification for Nonlinear Hysteresis Damping with Spectral Analysis Method**. 6p, Machine Dynamics Research Laboratory Center for manufacturing Reserch and Technology Utilization Tennessee Technological University Cookeville, USA, P 343-348, 2014.

86. Yokoyama, T. **Verification and Expansion of Single-Degree-of—Freedom Transformation Factors for Beams using a Multi-Degree-of-Freedom** Non-Linear Numerical Analysis Method, 121p, Thesis presented to the Faculty of California Polytechnic State University San Luis Obispo, California, USA, 2011.

87. Mangin, P.E. at al, **Modeling of the Vibratory Behavior of a Wire Rope Spring by Using the Dahl Model With Variable Parameters**. In: Symposium of Vibrations, shocks and Noise, 18, 2012. France, July/2012, 12p.

88. Mahmoodi, S. N. **Nonlinear Vibration and Frequency Response Analysis of Nanomechanical Cantilever Beams**, 139p, Dissertation presented to the graduate school of Clemson University, Carolina do Sul, USA, 2007.

89. Roldan, X. U. **Toolbox for Fatigue Analysis of Beam Structures and its Possible application to Railways**, 58p, Thesis at master`s programme in Civil Engineering, Department of applied Mechanics, Division of Dynamics, Gotebor, Sweden 2007.

90. Nayyerloo, M. **Real-time Structural health Monitoring of Nonlinear Hysteretic Structures,** 209p, Thesis presented for requirements for the degree of doctor of Philosophy in Mechanical Engineering at the University o Canterbury, New Zealand, 2011.

91. Malatkar, P. at all, **Nonlinear Vibrations of Cantilever Beams and Plates**, 145p, dissertation submitted to the Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy in Engineering Mechanics, Blacksburg, Virginia USA, 2003.

92. Ye, M. and Wang, X. **Parameter Estimation of the Bouc-Wen Hysteresis Model Using Particle Swarm Optimization**, Smart Materials and Sturctures, China, Vol. 16, p 2341-2349, 2007.

93. **PSO** – Tutorial. Disponível em: http://www.swarmintelligence.org/tutorials.php. Acessado em 20 de julho de 2014.

94. Wee, H. at al, **Two-Dof Nonlinear System Analysis Using a Generalized Bouc-Wen Model,** 4p, School of mechanical and Aerospace Engineering and Institute of Advanced Machinery Design, Korea, p 1692-1695. 2012.

95. Rao, S. **Vibraçöes Mecânicas**. 4 ed. São Paulo: Pearson, 2009. 424p.

96. Lima, K. F., Barbieri, R. and Barbieri, N. **Evaluation of Three Methods for Parametric Optimization of the Shape of the Cylindrical Surface of a Tube Used in Acoustic Filters**, 34p, Departamento de Engenharia Mecânica da Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 2014.

97. Moreira, G. J. P. **Técnicas de Otimização Multi-Objetivo**, 79p, DECOM, Universidade Federal de Ouro Preto, setembro de 2014.

98. André, N. M. D. S. **Particle Swarm Optimization: Optimization and decision support techniques**, 32p, PDEEC, 2008, Universidade do Porto.

99. **Um pouco da história da metrologia**. Disponível em: <http://metrologianamedida.blogspot.com.br/2008/07/metrologia-palavra-de-origem-grega.html>. Acesso em 05 de abril de 14.

100. Fidélis, G. C. **O que é histerese**. Disponível em: <http://www.cect.com.br/histerese.pdf>. Acesso em 05 de abril de 2014.

101. **Histerese**. Disponível em: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Histerese>. Acesso em 05 de abril de 2014.

102. Socitec UK – **shock**. Disponível em <http://www.socitec.co.uk/Overview.html>. Acesso em 21 de abril de 2014.

103. OLIVEIRA, H. S. **Análise Dinâmico de um Stockbridge Pseudoplástico**. Projeto de Graduação. Universidade de Brasília: Faculdade de Tecnologia. Departamento de Engenharia Mecânica. Brasília, 2011.

104. Asana C. H. and Colli E., **Cálculo Numérico** – Fundamentos e aplicações Disponível em ,< http://www.ime.usp.br/~asano/LivroNumerico/LivroNumerico.pdf>. Acesso em 15 de junho de 2014.

105. Lima, J. D. **Aulas de matemática no Matlab**, Universidade Tecnologica Federal do Parana, disponível em: http://paginapessoal.utfpr.edu.br/armando/disciplinas/calculo-diferencial-e-integral-i-engenharia/atividades/expout/Apostila_matlab_Prof_DONIZETTI_v2.pdf/view. Acessado em 02 de dezembro de 2014.

106. Labegalinie, P. R. et al. **Projetos Mecânicos das Linhas Aéreas de Transmissão**. Edgard Blucher. São Paulo, 1992.

107. Hibbeler, R. C. **Dinâmica: Mecânica para Engenharia**, vol. 2. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2005.

108. SILVA, V. P. **Estudo numérico e experimental em amortecedores tipo stockbridge para linhas de transmissão aéreas**. Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica. Pontifícia Universidade Católica do Paraná. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia. Curitiba, PR, 2006.

109. Marchi, M. L.e Merino, V. J. Z., **Análise Dinâmica de amortecedores tipo Stockbridge,** Trabalho de conclusão de curso, CEFET-PR, 135p, Curitiba, 2014.

110. DIANA, G. et al. **Stockbridge - Type Damper Effectiveness Evaluation: Comparison Between Tests on Span and on the Shaker, IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 18, n. 4, p. 8 2003.

111. BARROS, M. B. **Proposição, avaliação numérica e experimental de um absorvedor dinâmico de vibrações multimodal**. Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica. Faculdade de Engenharia Mecânica. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. Uberlândia, MG, 2009.

112. SILVA NETO, João Morais da; ESPÍNDOLA, José João de. **Identificação de parâmetros materiais e estruturais no domínio da frequência**. Universidade Federal de Santa Catarina. Departamento de Engenharia Mecânica. Florianópolis, SC, 1999.

ANEXOS

Anexo A – Ensaios com Maiores amplitudes de excitação da base

Além dos ensaios estudados durante a preparação do trabalho outros experimentos foram feitos, mas não foram analisados. Eles são mostrados a seguir como forma de contribuição para futuros trabalhos.

Um dos experimentos que são bastantes interessantes de se observar é a excitação da peça pela base com amplitudes constantes num range de 1,0 m/s² a 18 m/s2, estes valores são mostrados a seguir.

Figura 56: Função resposta para acelerações da base de 1,0 m/s² e 2,0 m/s²

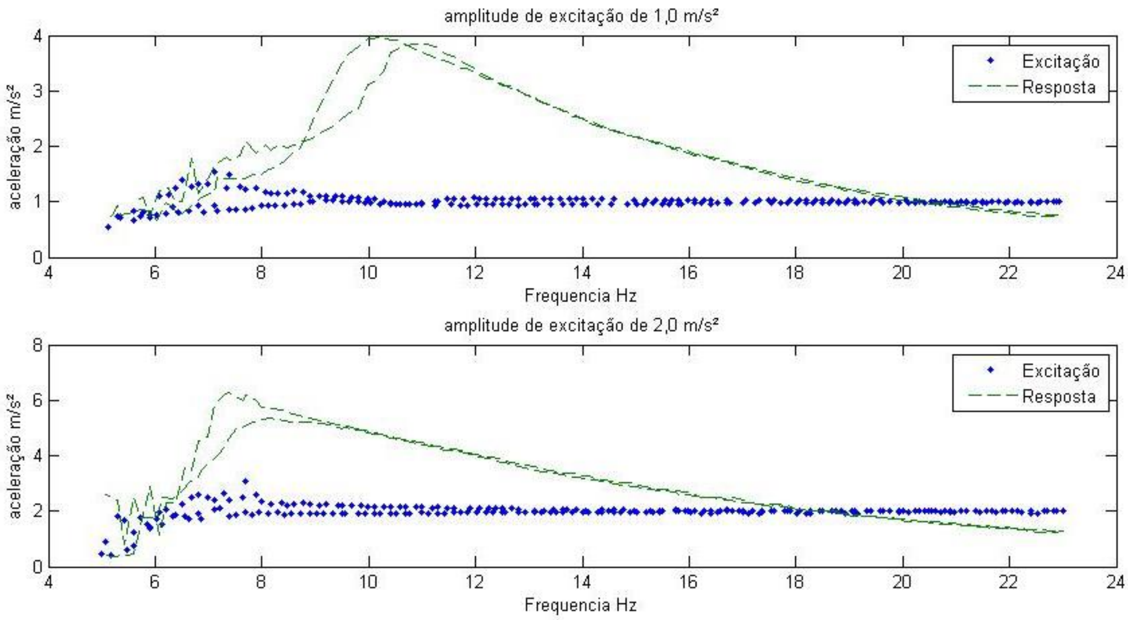


Figura 57: Função resposta para acelerações da base de 3,0 m/s² e 4,0 m/s²

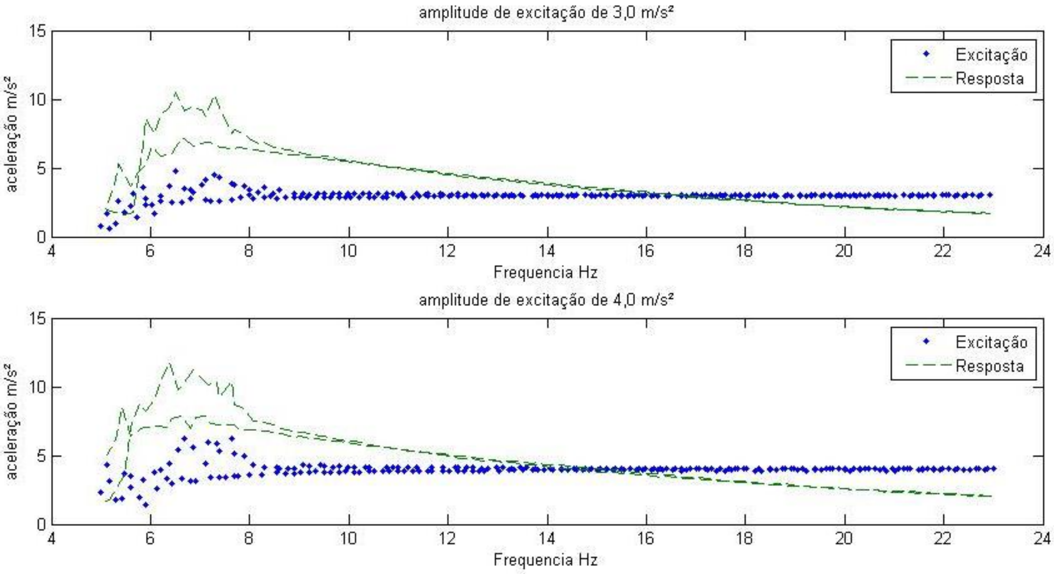


Figura 58: Função resposta para acelerações da base de 5,0 m/s² e 6,0 m/s²

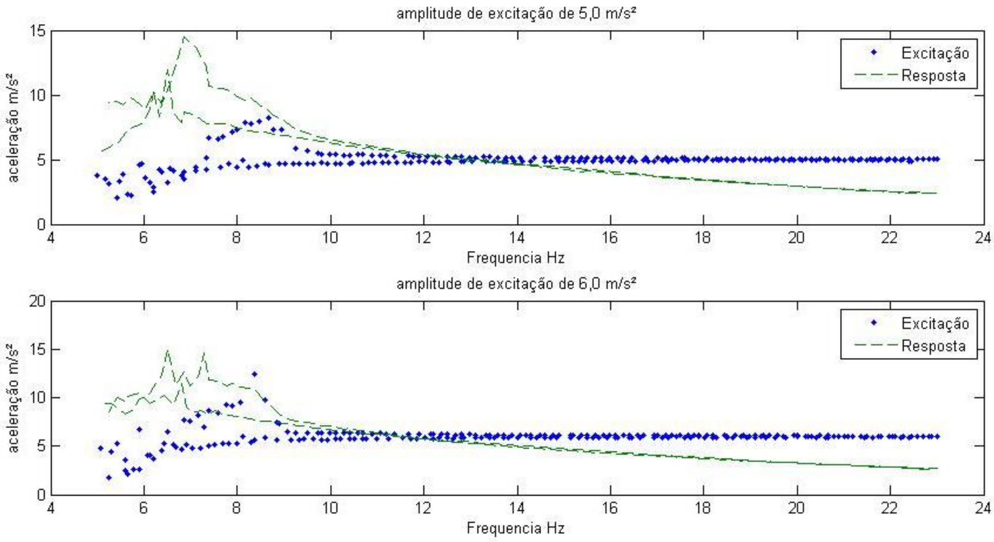


Figura 59: Função resposta para acelerações da base de 7,0 m/s² e 8,0 m/s²

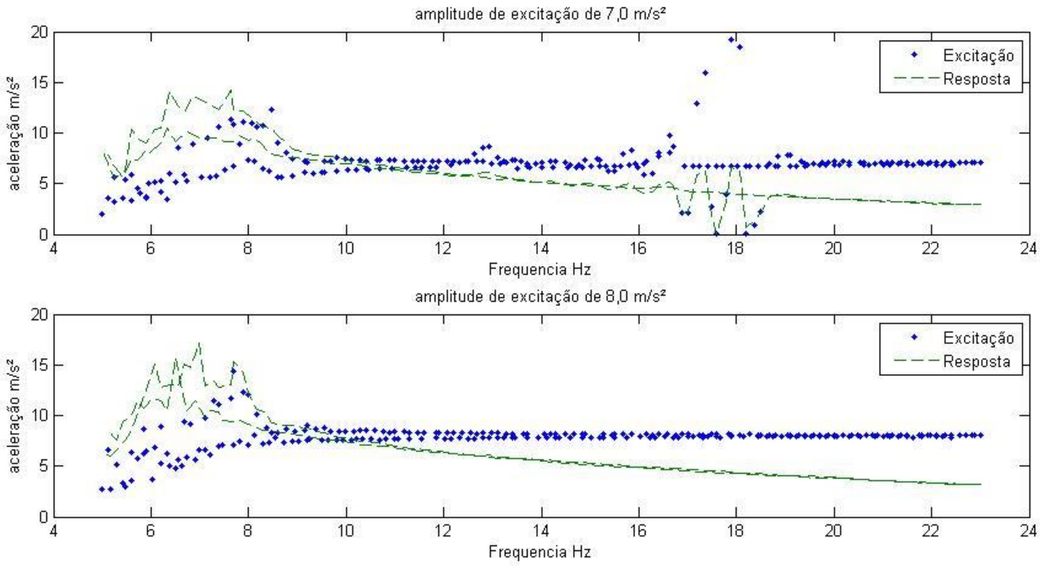


Figura 60: Função resposta para acelerações da base de 7,0 m/s² e 8,0 m/s²

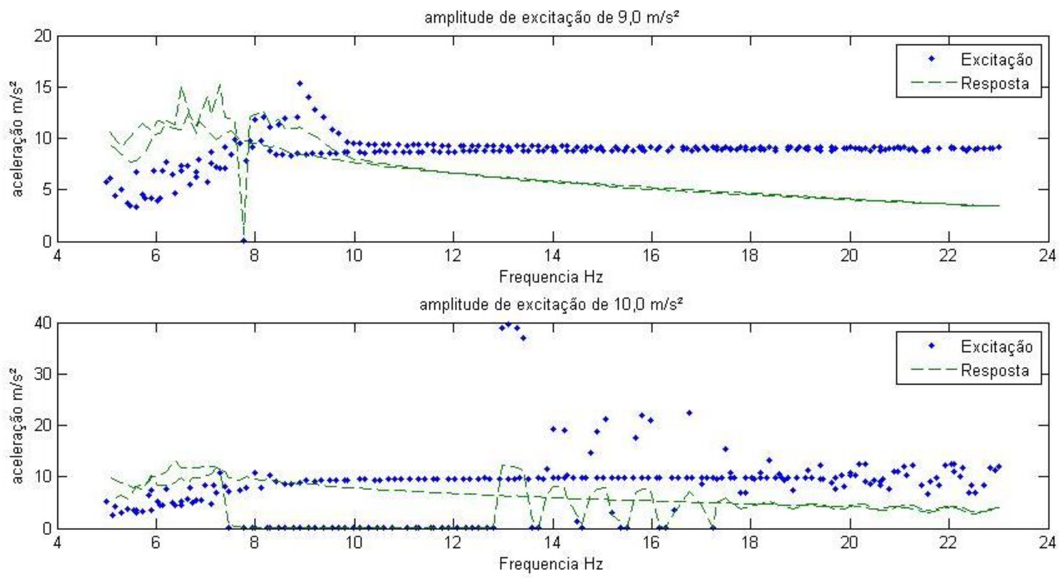


Figura 61: Função resposta para acelerações da base de 11,0 m/s² e 12,0 m/s²

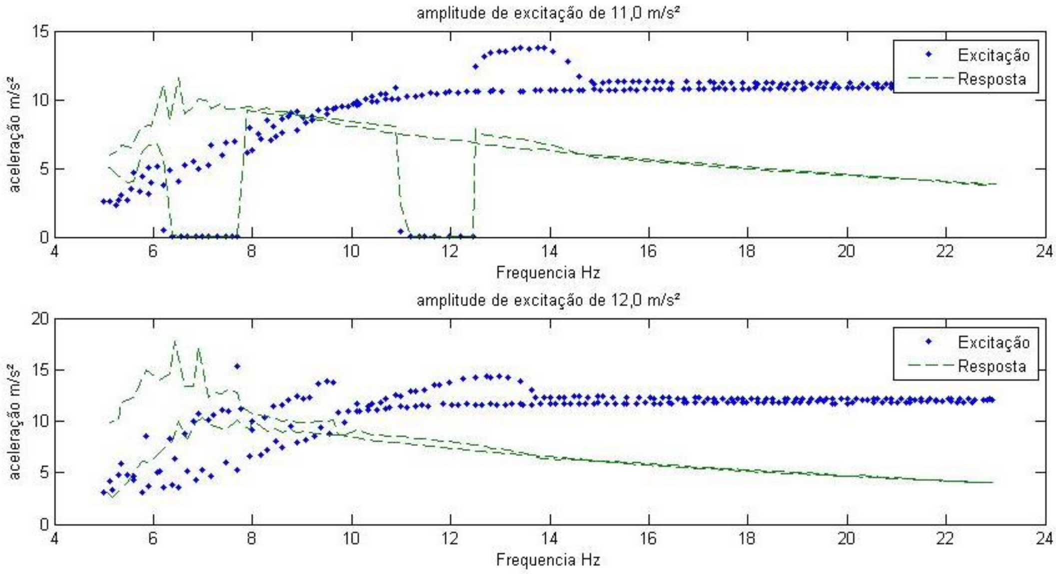


Figura 62: Função resposta para acelerações da base de 13,0 m/s² e 14,0 m/s²

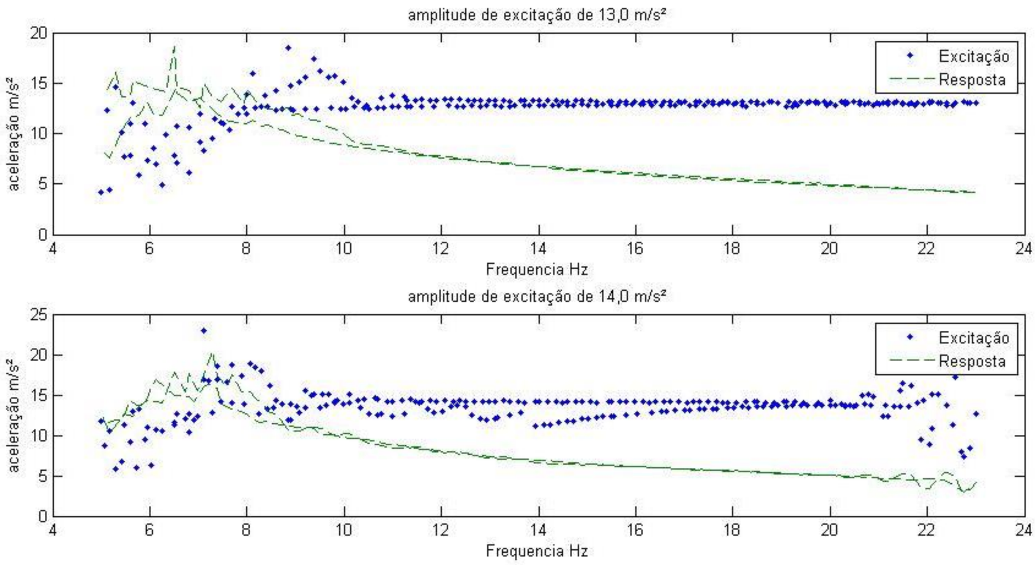


Figura 63: Função resposta para acelerações da base de 15,0 m/s² e 16,0 m/s²

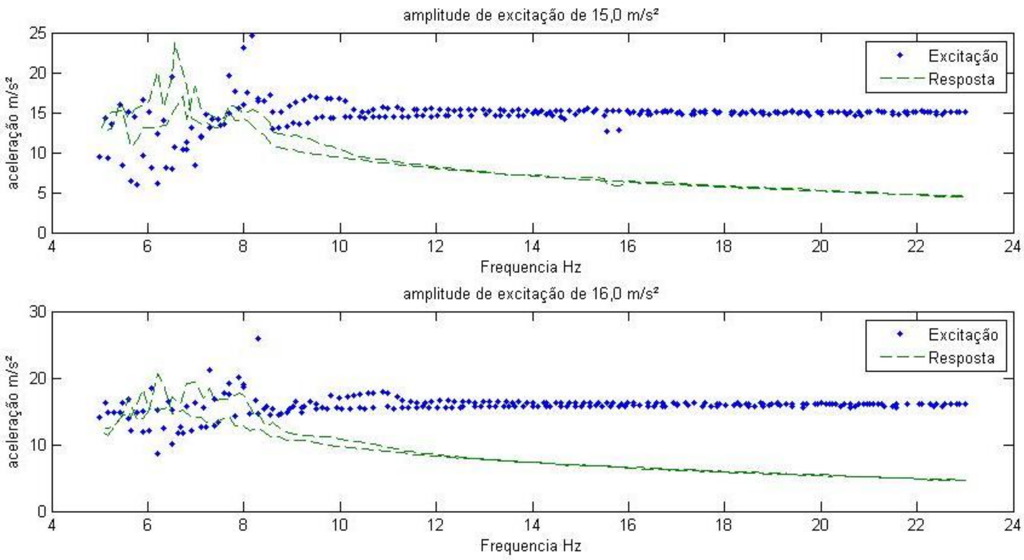


Figura 64: Função resposta para acelerações da base de 17,0 m/s² e 18,0 m/s²