

PONTÍFICA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO PARANÁ

MAYARA KELLY TENORIO CALADO

IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS MODAIS EM CABOS DE
TRANSMISSÃO

CURITIBA

2016

MAYARA KELLY TENORIO CALADO

IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS MODAIS EM CABOS DE
TRANSMISSÃO

Dissertação apresentada como requisito à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica, curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Departamento de Ciências Exatas e de Tecnologia, Pontifícia Universidade Católica do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Nilson Barbieri

CURITIBA

2016

TERMO DE APROVAÇÃO

Mayara Kelly Tenório Calado

Identificação de Parâmetros Modais em Cabos de Transmissão

Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre no Curso de Mestrado em Engenharia Mecânica, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, da Escola Politécnica da Pontifícia Universidade Católica do Paraná, pela seguinte banca examinadora:



Prof. Dr. Renato Barbieri
(UDESC)



Prof. Dr. Júlio Cezar de Almeida
(UFPR)

Prof. Dr. Key Fonseca de Lima
(PUCPR)



Prof. Dr. Nilson Barbieri
(PUCPR), Orientador



Curitiba, 14 de dezembro de 2016

Ao meu marido Felipe, meu filho Moisés, a minha irmã Mirella, e meus pais,
João e Maria Regina, pelo tempo que deixamos de estar juntos,
A eles todos os créditos dedico.

AGRADECIMENTOS

Aos meus familiares que auxiliaram e me apoiaram durante esta etapa e as anteriores que levaram a esta.

Aos professores do Departamento de Engenharia Mecânica, ao coordenador do Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica Prof. Fred Lacerda Amorim, e ao orientador Prof. Dr. Nilson Barbieri, pela dedicação nas correções e orientações neste período de aprendizado, e ao Prof. Dr. Key Lima pelo incentivo.

Aos funcionários da PUCPR, especialmente a secretária do Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica Jane Marques da Rocha.

E aos amigos de pós-graduação que tornaram um período de longa dedicação apazível.

“Loucura é fazer a mesma coisa e esperar um resultado diferente”.

(Albert Einstein)

RESUMO

A dinâmica de cabos condutores de linhas de transmissão elétrica tem sido estudada por muitos anos, as vibrações dos cabos são induzidas pela ação do vento. Os esforços cíclicos acarretam não somente falha aos cabos, mas também às estruturas e acessórios instalados nas linhas. Para análise dinâmica e estrutural foram testados 3 diferentes cabos: Greeley, Phosphorus e Tern, nos vãos de 34 e 54 metros, com trações mecânicas variáveis (entre 7 e 35% da tração de ruptura). Os ensaios dinâmicos foram realizados em uma bancada de testes de componentes de linhas de transmissão utilizando-se um martelo de impacto para excitação do sistema e cinco acelerômetros para obtenção dos dados vibratórios. São também mostrados resultados experimentais com amortecedor *Stockbridge* em diferentes posicionamentos variando-se a tração no cabo Greeley. Ao mesmo tempo foram utilizados modelos matemáticos obtidos pelo Método dos Elementos Finitos para obtenção de dados modais numéricos correspondentes. Os parâmetros modais são identificados utilizando método de análise modal da Fração Racional Polinomial e são comparados com dados dos resultados simulados com modelo linear e não linear, e também é realizada a comparação entre os cabos testados. Os resultados mostraram que o modelo linear apresenta erros principalmente quando o vão do cabo é grande e com baixa tração mecânica (erros na ordem de 18%), onde a catenária é maior. O modelo não linear apresenta melhor concordância entre os resultados numéricos e experimentais (erros na ordem de 2,5%) para toda a faixa de variação de tração mecânica utilizada e para os 3 tipos de cabo. Melhores resultados para o fator de amortecimento foram obtidos através do ajuste isolado da resposta para cada modo de vibrar.

Palavras chave: Cabos de linhas de transmissão, parâmetros modais, auto-amortecimento

ABSTRACT

The dynamics of conductive cables of electric transmission lines has been studied for many years, the vibrations of the conductors are induced by the action of the wind. Cyclic stresses not only lead to failure of the cables, but also of the structures and accessories installed on the lines. For dynamic and structural analysis, three different cables were tested: Greeley, Phosphorus and Tern in the 34 and 54 meter spans, with variable mechanical traction (between 7 and 35% of the rupture stress). Dynamic tests were performed on a test bench of transmission line components using an impact hammer for system excitation and five accelerometers for obtaining the vibration data. Experimental results with *Stockbridge* damper in different positions are also shown varying the traction in the Greeley cable. At the same time, mathematical models obtained by the Finite Element Method were used to obtain corresponding numerical modal data. The modal parameters are identified using modal analysis method of the Polynomial Rational Fraction and are compared to simulated results data with linear and nonlinear model, and also the comparison between the tested cables. The results showed that the linear model presents errors mainly when the cable span is large and with low mechanical traction (errors in the order of 18%), where the catenary is the biggest. The nonlinear model shows a better agreement between numerical and experimental results (errors in the order of 2.5%) for the entire range of mechanical traction variation used and for the 3 cable types. Best damping factor results were obtained by tuning the response individually for each vibration mode.

Transmission line drivers, modal parameters, self-damping

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1: Mapa temático de velocidade média anual de vento a 50 metros de altura. Fonte: CEPEL (2015).....	21
Figura 2.1: Evolução do estudo dos cabos.	25
Figura 3.1: Viga bi-apoiada sob esforço axial.....	34
Figura 3.2: Elemento de viga sob esforço axial. Fonte: Souza (2010)	35
Figura 3.3: Seção de um cabo condutor genérico.....	36
Figura 3.4: Classificação dos métodos de Análise Modal. Fonte: Maia (1988).....	45
Figura 4.1: Esquema dos ensaios. Fonte: Barbieri <i>et al.</i> , 2003.....	51
Figura 4.2: Bancada ensaio de vibrações no vão de 54 metros com excitação a 0,50 metro do engaste.	52
Figura 4.3: Bancada ensaio de vibrações no vão de 54 metros com excitação a 0,70 metro do meio do vão.	53
Figura 5.1: Arranjo dos equipamentos utilizados nos ensaios de vibrações. Fonte: Inman (2014).....	57
Figura 5.2: Bancada de ensaio de vibrações vão de 34 metros.....	58
Figura 5.3: Excitação com martelo de impacto e posicionamento acelerômetro.....	59
Figura 5.4: Bancada de ensaio de vibrações vão de 54 metros.....	59
Figura 5.5: Cabo inclinado com carregamento estático. Fonte: Souza (2010).....	69
Figura 6.1: Comparação da variação das frequências naturais experimentais com o aumento da tração, ensaio 1.....	71
Figura 6.2: Diferenças percentuais do primeiro modo de vibrar pelo MEF linear e MEF não linear, ensaio 1.	73
Figura 6.3: Variação do fator de amortecimento do ensaio 1 com a tração para a primeira frequência natural.	74
Figura 6.4: Variação do fator de amortecimento do ensaio 1 com a tração para a segunda frequência natural.....	74
Figura 6.5: Variação do fator de amortecimento do ensaio 1 com a tração para a quarta frequência natural.	75
Figura 6.6: Variação do fator de amortecimento do ensaio 1 com a tração para a terceira frequência natural.	75
Figura 6.7: Variação do fator de amortecimento do ensaio 1 com a tração para a quinta frequência natural.....	76
Figura 6.8: Comparação da variação das frequências naturais experimentais com o aumento da tração, ensaio 2.....	77
Figura 6.9: Comparação das diferenças percentuais do primeiro modo de vibrar pelo MEF linear e não-linear do cabo Tern, ensaio 2.....	79
Figura 6.10: Comparação da variação das frequências naturais experimentais com o aumento da tração, ensaio 3.....	80
Figura 6.11: Variação da frequência natural do cabo CAA Tern (primeiro modo de vibrar).....	81

Figura 6.12: Comparação dos resultados do fator de amortecimento na primeira frequência natural pelos métodos RFP e do decremento logarítmico do cabo Tern ensaio 2 e 3.	82
Figura 6.13: Comparação dos resultados do fator de amortecimento na segunda frequência natural pelos métodos RFP e do decremento logarítmico do cabo Tern ensaio 2 e 3.	83
Figura 6.14: Comparação dos resultados do fator de amortecimento na terceira frequência natural pelos métodos RFP e do decremento logarítmico do cabo Tern ensaio 2 e 3.	83
Figura 6.15: Comparação dos resultados do fator de amortecimento na quarta frequência natural pelos métodos RFP e do decremento logarítmico do cabo Tern ensaio 2 e 3.	84
Figura 6.16: Comparação dos resultados do fator de amortecimento na quinta frequência natural pelos métodos RFP e do decremento logarítmico do cabo Tern ensaio 2 e 3.	84
Figura 6.17: Aceleração (acelerômetro posicionado no meio do vão).....	85
Figura 6.18: FRF curva.	86
Figura 6.19: Sinal filtrado.	87
Figura 6.20: Sinal filtrado (domínio do tempo).....	87
Figura 6.21: Curva numérica e ajustada da aceleração.	89
Figura 6.22: Curva de convergência da função objetivo.	89
Figura 6.23: Comparação da variação das frequências naturais experimentais com o aumento da tração, ensaio 4.....	90
Figura 6.24: Comparação das diferenças percentuais da primeira frequência natural pelo MEF linear e não-linear do cabo Phosphorus, ensaio 4.	92
Figura 6.25: Variação da frequência com a tração do cabo Phosphorus, ensaio 5... ..	94
Figura 6.26: Variação da frequência natural do cabo CA 1120 (primeiro modo de vibrar).....	95
Figura 6.27: Comparação dos resultados do fator de amortecimento no primeiro modo pelos métodos de identificação modal RFP e do decremento logarítmico para os ensaios 4 e 5.	96
Figura 6.28: Comparação dos resultados do fator de amortecimento no segundo modo pelos métodos de identificação modal RFP e do decremento logarítmico para os ensaios 4 e 5.	96
Figura 6.29: Comparação dos resultados do fator de amortecimento no terceiro modo pelos métodos de identificação modal RFP e do decremento logarítmico para os ensaios 4 e 5.	97
Figura 6.30: Comparação dos resultados do fator de amortecimento no quarto modo pelos métodos de identificação modal RFP e do decremento logarítmico para os ensaios 4 e 5.	97
Figura 6.31: Comparação dos resultados do fator de amortecimento no quinto modo pelos métodos de identificação modal RFP e do decremento logarítmico para os ensaios 4 e 5.	98
Figura 6.32: Variação da frequência com a variação da tração, ensaio 6.....	99

Figura 6.33: Comparação das diferenças percentuais da primeira frequência natural pelo MEF linear e não-linear do cabo Greeley, ensaio 6.	100
Figura 6.34: Variação da frequência com tração do cabo Greeley, ensaio 7.	102
Figura 6.35: Variação da frequência natural do cabo CA 6201 (primeiro modo de vibrar).	103
Figura 6.36: Comparação dos resultados do fator de amortecimento na primeira frequência natural pelos métodos de identificação modal RFP e do decremento logarítmico para o ensaio 6 e 7.	104
Figura 6.37: Comparação dos resultados do fator de amortecimento na segunda frequência natural pelos métodos de identificação modal RFP e do decremento logarítmico para o ensaio 6 e 7.	104
Figura 6.38: Comparação dos resultados do fator de amortecimento na terceira frequência natural pelos métodos de identificação modal RFP e do decremento logarítmico para o ensaio 6 e 7.	105
Figura 6.39: Comparação dos resultados do fator de amortecimento na quarta frequência natural pelos métodos de identificação modal RFP e do decremento logarítmico para o ensaio 6 e 7.	105
Figura 6.40: Comparação dos resultados do fator de amortecimento na quinta frequência natural pelos métodos de identificação modal RFP e do decremento logarítmico para o ensaio 6 e 7.	106
Figura 6.41: Comparação da variação das frequências naturais no cabo Greeley no vão de 54 metros com e sem amortecedor, ensaio 6 e ensaio 8. ...	107
Figura 6.42: Comparação da variação do fator de amortecimento no cabo Greeley no vão de 54 metros sem e com amortecedor tipo <i>Stockbridge</i>	108
Figura 6.43: Diferença do fator de amortecimento com/sem amortecedor variando com a tração.	109
Figura 6.44: Comparação da variação das frequências naturais no cabo Tern nos vãos de 34 e 54 metros, ensaio 1 e 2.	110
Figura 6.45: Comparação da variação dos fatores de amortecimento no cabo Tern nos vãos de 34 e 54 metros.	110
Figura 6.46: Comparação da variação da primeira frequência natural com a tração dos cabos Phosphorus, Greeley e Tern no vão de 54 metros, (a) excitação perto do engaste e, (b) excitação perto do meio do vão.	111
Figura 6.47: Comparação da variação da segunda frequência natural com a tração dos cabos Phosphorus, Greeley e Tern no vão de 54 metros, (a) excitação perto do engaste e, (b) excitação perto do meio do vão.	112
Figura 6.48: Comparação da variação da terceira frequência natural com a tração dos cabos Phosphorus, Greeley e Tern no vão de 54 metros, (a) excitação perto do engaste e, (b) excitação perto do meio do vão.	112
Figura 6.49: Comparação da variação da quarta frequência natural com a tração dos cabos Phosphorus, Greeley e Tern no vão de 54 metros, (a) excitação perto do engaste e, (b) excitação perto do meio do vão.	113

Figura 6.50: Comparação da variação da quinta frequência natural com a tração dos cabos Phosphorus, Greeley e Tern no vão de 54 metros, (a) excitação perto do engaste e, (b) excitação perto do meio do vão.	113
Figura 6.51: Comparação da variação do fator de amortecimento da primeira frequência natural com a tração dos cabos Phosphorus, Greeley e Tern.....	114
Figura 6.52: Comparação da variação do fator de amortecimento da segunda frequência natural com a tração dos cabos Phosphorus, Greeley e Tern no vão de 54 metros.	115
Figura 6.53: Comparação da variação do fator de amortecimento da terceira frequência natural com a tração dos cabos Phosphorus, Greeley e Tern no vão de 54 metros.	115
Figura 6.54: Comparação da variação do fator de amortecimento da quarta frequência natural com a tração dos cabos Phosphorus, Greeley e Tern no vão de 54 metros.	116
Figura 6.55: Comparação da variação do fator de amortecimento da quinta frequência natural com a tração dos cabos Phosphorus, Greeley e Tern no vão de 54 metros.	116
Figura 6.56: Curvas do fator de amortecimento usando excitação através da carga suspensa.....	117
Figura 6.57: Variação do comprimento do cabo com o aumento da tração para os 3 cabos, com excitação perto do engaste.....	118
Figura 6.58: Convergência dos elementos do MEF não-linear, para os três cabos estudados.	118
Figura 8.1: Geometria de um cabo simples com uma simples camada de 6 fios helicoidais.	129

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Equações no algoritmo de Newmark para problemas não lineares. Fonte: Krysl <i>et al.</i> , 2001.	39
Tabela 2: Parâmetros para obtenção do auto-amortecimento experimental. Fonte: Barry (2010)	41
Tabela 3: Valores dos expoentes para o cálculo do auto-amortecimento empírico. Fonte: Lilien (2013)	42
Tabela 4: Posicionamento do amortecedor tipo <i>Stockbridge</i> no cabo CA 6201 com vão de 54 metros.	55
Tabela 5: Especificações dos cabos completos. Fonte: General Cable (2014).....	56
Tabela 6: Acelerômetros e martelo de impacto utilizados nos experimentos.	57
Tabela 7: Variação da tração ensaio 1.....	58
Tabela 8: Variação da tração e do comprimento no ensaio 2.	60
Tabela 9: Variação da tração no ensaio 3.....	61
Tabela 10: Variação da tração e do comprimento no ensaio 4.	62
Tabela 11: Variação de tração no ensaio 5.....	63
Tabela 12: Variação da tração e do comprimento no ensaio 6.	64
Tabela 13: Variação da tração ensaio 7.....	65
Tabela 14: Resultados das frequências naturais experimentais do cabo Tern 34m, ensaio 1.	71
Tabela 15: Resultados das frequências naturais pelo modelo linear e modelo não- linear do cabo Tern 34m, ensaio 1.....	72
Tabela 16: Diferença percentual dos resultados das frequências naturais do cabo Tern 34m, ensaio 1.	72
Tabela 17: Resultados do fator de amortecimento RFP e decremento logarítmico do cabo Tern 34m.	73
Tabela 18: Resultados das frequências naturais experimentais do cabo Tern, ensaio 2.	77
Tabela 19: Resultados das frequências naturais pelo modelo linear e modelo não- linear cabo Tern, ensaio 2.....	78
Tabela 20: Diferença percentual dos resultados das frequências naturais cabo Tern, ensaio 2.	78
Tabela 21: Resultados do fator de amortecimento para o cabo Tern, ensaio 2.	79
Tabela 22: Resultados das frequências naturais experimentais do cabo Tern, ensaio 3.	80
Tabela 23: Resultados do fator de amortecimento para o cabo Tern, ensaio 3.	82
Tabela 24: Resultados das frequências naturais experimentais do cabo Phosphorus, ensaio 4.	90
Tabela 25: Resultados das frequências naturais pelo modelo linear e modelo não- linear do cabo Phosphorus, ensaio 4.....	91
Tabela 26: Diferença percentual dos resultados das frequências naturais do cabo Phosphorus, ensaio 4.	92

Tabela 27: Resultados do fator de amortecimento para o cabo Phosphorus, ensaio 4.	93
Tabela 28: Resultados das frequências naturais experimentais do cabo Phosphorus, ensaio 5.	94
Tabela 29: Resultados do fator de amortecimento para o cabo Phosphorus, ensaio 5.	95
Tabela 30: Resultados das frequências naturais experimentais do cabo Greeley, ensaio 6.	99
Tabela 31: Resultados das frequências naturais pelo modelo linear e modelo não-linear, ensaio 6.....	100
Tabela 32: Resultados do fator de amortecimento para o cabo Greeley, ensaio 6.	101
Tabela 33: Resultados das frequências naturais experimentais do cabo Greeley, ensaio 7.	102
Tabela 34: Resultados do fator de amortecimento para o cabo Greeley, ensaio 7.	103
Tabela 35: Comparativo das frequências naturais com e sem amortecedor no cabo Greeley.....	107
Tabela 36: Comparativo dos fatores de amortecimento com e sem amortecedor no cabo Greeley.....	108

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AS	Australian Standard
ASTM	<i>American Society for Testing and Materials</i>
CA	Cabo de Alumínio
CAA	Cabo de Alumínio com Alma de Aço
CEPEL	Centro de Pesquisas de Energia Elétrica
CIGRE	<i>Conseil International des Grands Réseaux Électriques</i>
DL	Decremento Logarítmico
FRF	Função Resposta em Frequência
FRI	Função Resposta Impulso
RFP	Fração Racional Polinomial
MDOF	<i>Multi Degree of Freedom</i>
MEF	Método de Elementos Finitos
MIMO	<i>Multi-input-multi-output</i>
NBR	Norma Brasileira
PUCPR	Pontifícia Universidade Católica do Paraná
SDOF	<i>Single Degree of Freedom</i>
SISO	<i>Singular-input-singular-output</i>
SIMO	<i>Singular-input-multi-output</i>
TRF	Transformada Rápida de Fourier

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Área da seção transversal
A_i	Amplitude de vibração no ciclo i
A_{i+n}	Amplitude de vibração no ciclo $i + n$
$A_{\text{exp.}}$	Amplitude da aceleração experimental
$A_{\text{NUM.}}$	Amplitude da aceleração ajustada
B_T	Acoplamento axial-torcional
$f(x, t)$	Carga transversal
$W(x)$	Catenária
L	Comprimento do vão
L_e	Comprimento do cabo estático inclinado
l	Comprimentodo elemento
$loop$	Comprimento do laço
θ	Declíve
δ	Decremento logarítmico
$w(x, t)$	Deformação transversal
ε_θ	Deformação torcional
ε_s	Deformações Lagrangeana
ρ	Densidade do material
D	Diâmetro do cabo
d	Diâmetro do fio
V	Esforço cortante
ξ	Fator de amortecimento
ξ_r	Fator de amortecimento FRP
f	Frequência
f_n	Frequência natural
f_r	Frequência natural FRP
ω	Frequência em radianos
ω_n	Frequência natural em radianos

$H(\omega)$	FRF analítica
$H_e(\omega)$	FRF experimental
e_j	Função erro da análise modal
$\varepsilon(x, t)$	Função erro do modelo linear
$F(A/D)$	Função não linear da amplitude de vibração
m	Massa específica por unidade de comprimento do cabo
M_{ij}	Matriz de massa
K_{ij}	Matriz de rigidez
E	Módulo de elasticidade
E_S	Módulo de elasticidade do aço
E_A	Módulo de elasticidade do alumínio
E_{max}	Módulo de elasticidade do cabo com materiais diferentes
I	Momento de inércia
I_S	Momento de inércia do aço
I_A	Momento de inércia do alumínio
I_{max}	Momento de inércia do cabo com materiais diferentes
M	Momento fletor
T	Momento torçor
N	Número de fios por camadas
λ	Parâmetro de Irvine
P_{os}	Posicionamento do amortecedor
P_d	Potência dissipada pelo amortecedor
P_c	Potência dissipada pelo cabo
P_w	Potência mecânica transmitida pelo vento no vão
P_{sd}	Potência dissipada no auto-amortecimento
R	Raio da camada helicoidal
GJ	Rígidez torcional do cabo
t	Tempo
P	Tração no cabo

SUMÁRIO

RESUMO	V
ABSTRACT	VI
LISTA DE FIGURAS	VII
LISTA DE TABELAS	XI
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS	XIII
LISTA DE SÍMBOLOS	XIV
SUMÁRIO	XVII
1 INTRODUÇÃO	20
1.1 CONTEXTO	20
1.2 OBJETIVOS	20
1.2.1 Objetivo geral	20
1.2.2 Objetivos específicos	20
1.3 JUSTIFICATIVA	20
1.4 CONTEÚDO DA DISSERTAÇÃO	22
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	24
2.1 GEOMETRIA CATENÁRIA INEXTENSÍVEL.....	25
2.2 COMPORTAMENTO ELÁSTICO E DISSIPAÇÃO DE ENERGIA PELO CONTATO DE SUPERFÍCIES ESFÉRICAS E CILÍNDRICAS.....	26
2.3 EFEITOS DA GEOMETRIA E ELASTICIDADE DOS CABOS (SEM O AMORTECIMENTO)	27
2.4 NECESSIDADE DE SE CONSIDERAR O AUTO-AMORTECIMENTO.....	27
2.5 EFEITOS ELÁSTICOS E TEORIA LINEAR PARA AS VIBRAÇÕES LIVRES DE UM CABO UNIFORME SUSPENSO HORIZONTALMENTE	28
2.6 FUNÇÕES MÉTODOS DE CONVERGÊNCIA E ANÁLISE MODAL.....	29
2.7 EFEITOS DE NÃO LINEARIDADES	30
2.8 AMORTECIMENTO INTERNO EM CABOS TENSIONADOS.....	30
2.9 AMORTECIMENTO INTERNO EM CABOS CONSIDERANDO FORÇAS DE ATRITO ENTRE OS FIOS E TORÇÃO NOS FIOS HELICOIDAIS	32
3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	34
3.1 CONCEITOS BÁSICOS	ERRO! INDICADOR NÃO DEFINIDO.
3.1.1 Vibrações em Cabos Suspensos	34
3.2 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (MEF).....	36

3.2.1	Análise Linear.....	36
3.2.2	Análise Não-Linear.....	38
3.3	AUTO-AMORTECIMENTO TEÓRICO.....	39
3.4	AUTO-AMORTECIMENTO EXPERIMENTAL.....	40
3.4.1	Método do Decremento Logarítmico.....	42
3.4.2	Entrada da Energia do Vento.....	43
3.4.3	Princípio do Balanço de Energia.....	43
3.4.4	Técnicas de Análise Modal.....	44
4	TÉCNICAS DE MEDIÇÃO.....	51
4.1	PROCEDIMENTO SEM AMORTECEDOR.....	51
4.1.1	Excitação com martelo de impacto.....	52
4.1.2	Excitação com peso.....	53
4.2	PROCEDIMENTO COM AMORTECEDOR.....	54
5	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....	56
5.1	ENSAIO DE VIBRAÇÕES.....	56
5.1.1	Especificações dos Cabos.....	56
5.1.2	Equipamentos Utilizados.....	57
5.1.3	Experimentos.....	58
5.2	ANÁLISE MODAL PARA OBTENÇÃO DA FREQUÊNCIA E DO FATOR DE AMORTECIMENTO.....	65
5.3	ANÁLISE LINEAR.....	66
5.4	ANÁLISE NÃO LINEAR.....	68
6	ANÁLISES E RESULTADOS.....	71
6.1	ENSAIOS COM O CABO TERN 45/7.....	71
6.1.1	Ensaio 1: Cabo Tern 45/7 vão de 34 metros.....	71
6.1.2	Ensaio 2: Cabo Tern 45/7 vão de 54 metros com excitação perto do engaste.....	76
6.1.3	Ensaio 3: Cabo Tern 45/7 vão de 54 metros com excitação no meio.....	80
6.2	ENSAIOS COM O CABO PHOSPHORUS 37 FIOS.....	90
6.2.1	Ensaio 4: Cabo Phosphorus vão de 54 metros com excitação perto do engaste.....	90
6.2.2	Ensaio 5: Cabo Phosphorus vão de 54 metros com excitação no meio.....	93
6.3	ENSAIOS COM O CABO GREELEY 37 FIOS.....	98
6.3.1	Ensaio 6: Cabo Greeley vão de 54 metros com excitação perto do engaste.....	98
6.3.2	Ensaio 7: Cabo Greeley vão de 54 metros com excitação no meio.....	101

6.3.3	Ensaio 6 e 8: Comparativo cabo CA 6201 com e sem amortecedor	106
6.4	COMPARATIVO ENTRE OS CABOS TERN, PHOSPHORUS E GREELEY .	109
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	119
7.1	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	120
	REFERÊNCIAS.....	122
8	ANEXO I: MODELOS ANALÍTICOS DO CABO.....	129
8.1	MODELO DE HRUSKA.....	130
8.2	MODELO DE MCCONNELL E ZEMKE.....	131
8.3	MODELO DE MACHIDA E DURELLI.....	132
8.4	MODELO DE KNAPP.....	132
8.5	MODELO DE COSTELLO.....	134
8.6	MODELO DE KUMAR E COCHRAN.....	135
8.7	MODELO DE RAMSEY.....	136
8.8	MODELO DE SATHIKH.....	136
8.9	MODELO DE LABROSSE.....	137
8.10	MODELO ASSINTÓTICO DE ARGATOV	138

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONTEXTO

No Brasil as fontes de produção de energia são na maioria centrais hidrelétricas, isso devido ao grande potencial hídrico do país. O estudo da dinâmica dos cabos de linhas de transmissão elétrica vem da constante necessidade da melhoria das ferramentas de projeto.

Essas ferramentas podem ser apoiadas na simulação e validação de modelos numéricos computacionais do comportamento desses cabos. Para redução de custos, recapacitação de linhas de transmissão existentes, aumento das dimensões dos cabos e aumento do carregamento mecânico dessas linhas, com conseqüente aumento do transporte de energia e da vida útil dos cabos e acessórios.

As vibrações mecânicas podem causar danos as linhas e aos acessórios acoplados a rede. Nesse sentido, as vibrações eólicas são uns dos mais importantes problemas nas linhas de transmissão, porque apresenta a maior causa de falha por fadiga do cabo ou dos itens nele acoplados.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo geral

No presente trabalho busca-se validar um modelo numérico que descreva o comportamento dos cabos de linhas de transmissão. O procedimento é fundamentado em dados experimentais, analíticos e simulados.

1.2.2 Objetivos específicos

Os objetivos específicos são:

- a) Determinação dos parâmetros modais de três tipos de cabos com variação da tração mecânica das amostras;
- b) Comparação dos resultados numéricos obtidos por modelos numéricos linear e não-linear.

1.3 JUSTIFICATIVA

Apesar das fontes de produção de energia do Brasil serem centrais hidrelétricas (baixo custo de produção de energia limpa), os custos de implementações das linhas

de transmissão dessa energia são elevados. Considerando não somente a longa distância das centrais hidrelétricas até as inúmeras cidades alimentadas pela energia, mas há também os custos envolvidos em projetos ambientais, travessias de rios, florestas e áreas de preservação ambiental.

Os ventos fracos e moderados, como mostrado na Figura 1.1 são de 1 a 7 m/s, com maiores ocorrências no país, excitam os cabos de transmissão por vibração e as amplitudes variam de 0,01 a 1 vez o diâmetro do cabo. Devido a formação de vórtices, dependendo do diâmetro do cabo e comprimento do vão, esta excitação constitui no principal mecanismo de falha por fadiga dos fios que compõem esses cabos das linhas aéreas de transmissão.

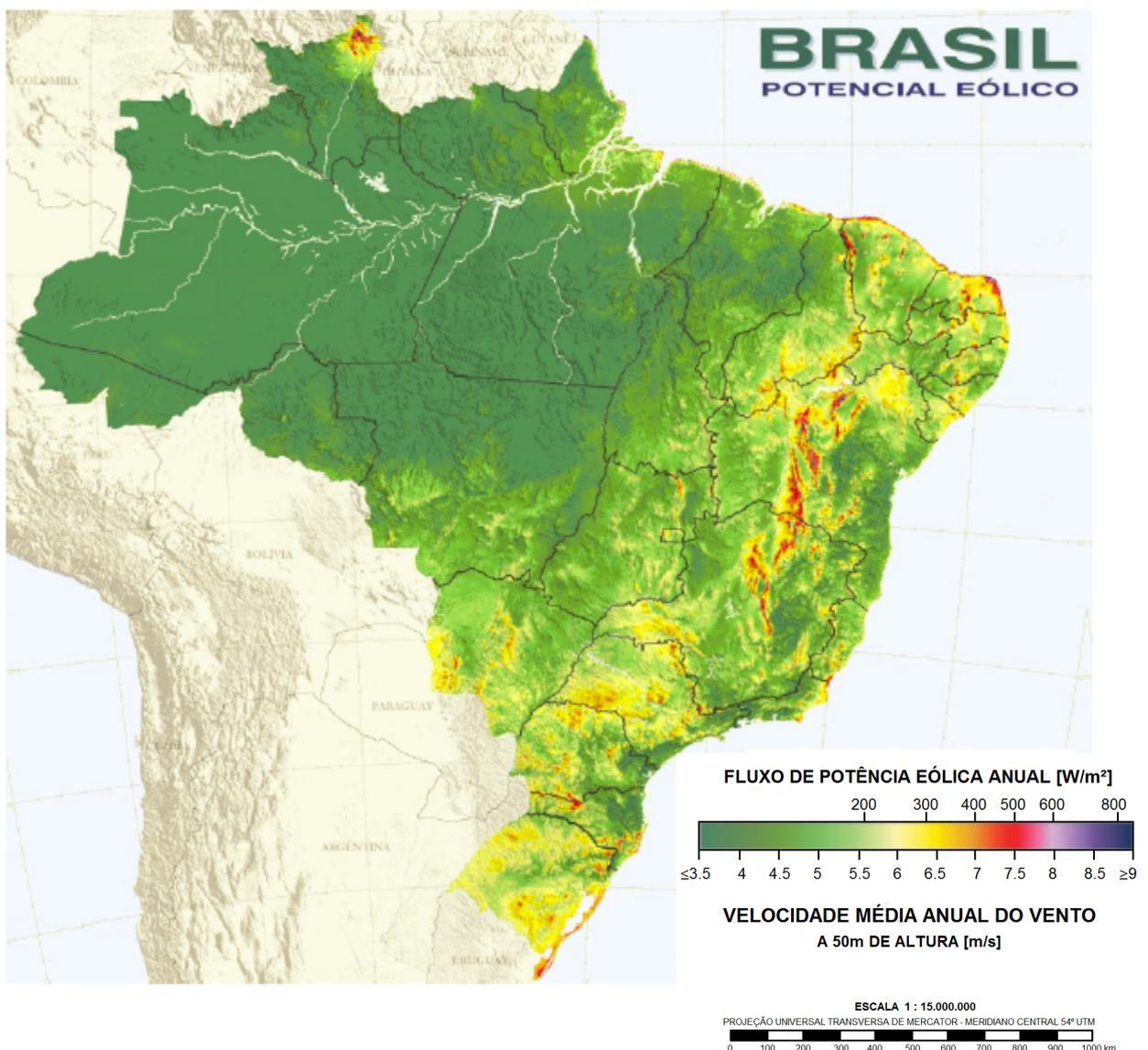


Figura 1.1: Mapa temático de velocidade média anual de vento a 50 metros de altura. Fonte: CEPEL (2015)

Dessa forma, como a vibração eólica é a mais recorrente no território brasileiro é a que inspira maiores cuidados no projeto de linhas de transmissão. Como na adição de amortecedores nas linhas, as faixas de frequência amortecidas utilizando amortecedor não alcançam as menores frequências, ou os primeiros modos de vibrar e devido a grande desvantagem em se aumentar o tamanho desses amortecedores, pois sobrecarregaria ainda mais a estrutura.

Outro aspecto a ser considerado é o desenvolvimento e a pesquisa em projetos de trações elevadas (em projetos atuais as trações variam de 20 a 22% a tração de ruptura do cabo, e para estudos de trações elevadas esses valores podem chegar a 30%), que significa aumentar as trações impostas as linhas visando aumento de segurança operacional, permitindo aumento de temperatura e corrente de transmissão, com a mesma distância cabo/solo, e com maior potência de transmissão. As maiores potências significam novas linhas com maior relação transmissão/custo.

Esse aumento na tração altera as respostas dos cabos com relação a frequência, amortecimento e modos de vibrar, isto é, há uma grande motivação para o estudo do comportamento dos cabos.

1.4 CONTEÚDO DA DISSERTAÇÃO

Esta dissertação está dividida em 7 capítulos, mais as referências e os anexos, apresentados da seguinte maneira:

Introdução: Neste primeiro capítulo são apresentados o contexto no qual o trabalho se insere, os objetivos gerais e específicos que se pretendem alcançar e as justificativas para a escolha do tema;

Revisão Bibliográfica: No segundo capítulo será descrito um breve relato sobre alguns trabalhos encontrados na literatura relacionados com a evolução dos estudos de vibrações em cabos de linhas de transmissão;

Fundamentação Teórica: No terceiro capítulo serão apresentados alguns conceitos importantes sobre o problema: conceitos básicos de vibrações em cabos, modelos analíticos dos cabos, e estudos sobre o auto-amortecimento.

Técnicas de Medição: No quarto capítulo serão apresentados alguns métodos experimentais utilizados na determinação dos parâmetros de vibrações dos cabos;

Procedimentos Metodológicos: No quinto capítulo serão descritas as características das amostras, os equipamentos e os procedimentos de medição adotados;

Análises e Resultados: No sexto capítulo serão apresentados os parâmetros de vibrações dos cabos estudados;

Considerações Finais: No sétimo capítulo serão apresentados a conclusão do projeto com base nos resultados obtidos e algumas sugestões de temas para projetos futuros;

Referências Bibliográficas: Neste último capítulo serão referenciadas as bibliografias utilizadas ao longo de todo trabalho.

Anexo: Neste serão mostrados alguns modelos analíticos dos cabos de transmissão.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste item é apresentado um breve histórico do estudo da vibração em linhas de transmissão, separados conforme alguns pontos relevantes sobre a evolução deste tema.

A Figura 2.1 mostra os pontos descritos no transcorrer do tempo:

1. Geometria com catenária inextensível: autores apresentaram estudos e soluções para as equações de movimento dos cabos;
2. Comportamento elástico e dissipação de energia pelo contato de superfícies esféricas e cilíndricas: autores estudaram comportamento elástico dos contatos entre metais;
3. Efeitos da geometria e elasticidade dos cabos (sem o amortecimento): autores consideraram efeitos da geometria e elasticidade dos cabos;
4. Efeitos elásticos e teoria linear para as vibrações livres de um cabo uniforme suspenso horizontalmente: autores consideraram efeitos elásticos, desenvolveram uma teoria linear, e concluíram comportamento do fator de amortecimento com a variação da carga mecânica aplicada;
5. Necessidade de se considerar o auto-amortecimento: autores relataram sobre a dependência do auto-amortecimento do cabo com a tração, descreveram tipos de oscilações em cabos, e o uso de amortecedores na redução da amplitude de vibração em cabos;
6. Efeitos de não linearidades: autores estudaram a dinâmica do comportamento dos cabos com modelo matemático não linear;
7. Funções métodos de convergência e análise modal: autores estudaram técnicas de identificação de análise modal e métodos de convergência;
8. Amortecimento interno em cabos tensionados: autores estudaram a dinâmica do comportamento dos cabos, com e sem amortecedores, concluíram que modelos realistas devem incluir o cisalhamento, rigidez a flexão não deve ser constante, e/ou o atrito entre os fios deve ser incluído;
9. Amortecimento interno considerando forças de atrito entre os fios e torção nos fios helicoidais: análises e medições de auto-amortecimento e torção em cabos incluindo o comportamento do cabo encordado.

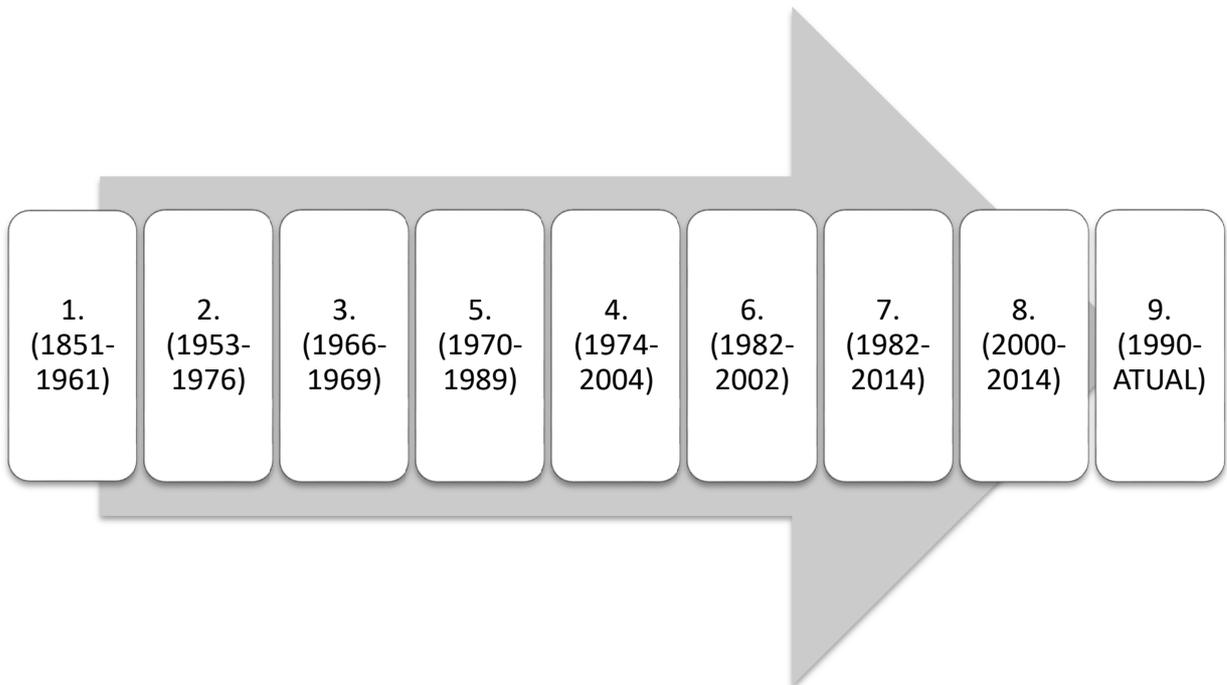


Figura 2.1: Evolução do estudo dos cabos.

2.1 GEOMETRIA CATENÁRIA INEXTENSÍVEL

Rohrs (1851) estudou as equações do movimento com modos de vibrar simétricos e as não linearidades geométricas, obtendo uma solução aproximada de um feixe de cabos e cabos na horizontal. Mais tarde, Routh (1892), utilizou uma distribuição de massa variando ao longo do comprimento com uma melhor solução para um feixe de cabos. Pugsley (1949) apresenta uma teoria aproximada para oscilações e compara com resultados de Routh (1892), o autor também desenvolveu fórmulas semi-empíricas para as três primeiras frequências naturais e as comparou com resultados experimentais.

Saxon *et al.*, 1953, apresentam uma solução assintótica para as equações do movimento linearizada para um feixe de cabos vibrando com pequena amplitude no plano de uma catenária em equilíbrio. Mais tarde, Goodey (1961) utilizando-se de uma diferente formulação avaliou o mesmo problema.

2.2 COMPORTAMENTO ELÁSTICO E DISSIPAÇÃO DE ENERGIA PELO CONTATO DE SUPERFÍCIES ESFÉRICAS E CILÍNDRICAS

Midlin *et al.*, 1953, estudaram o contato entre corpos esféricos elásticos sob a variação de forças oblíquas. Os autores descreveram uma equação para variação da energia dissipada devido ao contato entre os corpos e apontaram valores com que a força gera um deslizamento abrupto entre os corpos. Mostraram que o ângulo de obliquidade da força oscilante tem um efeito predominante sobre a energia dissipada no contato e que nenhum deslizamento ou dissipação seriam esperados se a linha de ação da força se encontrasse dentro do cone de atrito para as duas superfícies.

Klint (1960) estudou experimentalmente os efeitos da oscilação de forças tangenciais em amostras cilíndricas em deslocamentos relativos dentro da região “sem-deslizamento-abrupto”. Klint mostrou que dentro da região “sem-deslizamento-abrupto” existe uma região bem definida no início do deslocamento tangencial dentro do qual uma deformação elástica é evidenciada, a dissipação de energia indica que nesta região o comportamento é essencialmente visco-elástico, confirmando seus resultados.

Esse "limite de comportamento elástico" foi encontrado e medido para um certo número de materiais metálicos e não metálicos, incluindo materiais plásticos e diamante. Em amplitudes abaixo deste limite nenhum desgaste perceptível foi observado. No entanto, em amplitudes maiores, o desgaste foi rápido e caracterizou a corrosão por atrito, especialmente acima da amplitude de deslizamento abrupto. Os valores de conformidade tangencial elástica no limite do comportamento elástico foram determinados e estavam de acordo com trabalhos publicados.

Johnson (1961) investigou experimentalmente as análises teóricas de Midlin *et al.*, 1953, o autor considerou inadequado a hipótese de coeficiente de atrito constante. Johnson concluiu que para descrever com precisão o comportamento real de superfícies metálicas em contato essa amplitude varia ao longo da área de contato, passando por deslizamento e atrito interfacial oscilante.

Goodman *et al.*, 1962, descobriram que nos ensaios das esferas de aço conformado de Mindlin para forças de tração entre cerca de 50% e 100% do deslizamento abrupto, a dissipação de trações menores são muito pequenas para medir com precisão.

Keer *et al.*, 1976, demonstraram analiticamente um parâmetro para a equação da dissipação de energia de Midlin para pequenas amplitudes de tração, e que o coeficiente de atrito não é constante para área de contato.

Atualmente esses estudos de comportamento elástico e dissipação de energia são utilizados para descrever o comportamento de cabos encordoados no estudo do comportamento vibratórios desses cabos.

2.3 EFEITOS DA GEOMETRIA E ELASTICIDADE DOS CABOS (SEM O AMORTECIMENTO)

Primeiramente Simpson (1966) considerou efeitos da geometria e elasticidade dos cabos com pequenas catenárias para formular e resolver equações dinâmicas genéricas. Mais tarde, Claren *et al.*, 1969, comentaram as análises para os fios do cabo tensionados, assumindo rigidez a flexão constante e uma tração ao longo do cabo, também fizeram um estudo com a adição de um ou mais amortecedor tipo *Stockbridge*, ainda sem mencionar o amortecimento. O parâmetro utilizado para comparação foi a energia dissipada por ciclo.

2.4 NECESSIDADE DE SE CONSIDERAR O AUTO-AMORTECIMENTO

Em um importante trabalho para o Comitê número 22 do CIGRE *Conseil International des Grands Réseaux Électriques* (1970) foram relatadas as intensidades de vibração, suas causas, o cálculo das vibrações eólicas em vão livres. Concluiu-se neste trabalho a dependência do auto-amortecimento com a tração nos problemas de vibrações.

Dhotarad *et al.*, 1978, estudaram as vibrações em cabos de linhas de transmissão com um ou mais amortecedores tipo *Stockbridge*, utilizando elementos finitos para determinação da frequência natural e os modos de vibrar. Dhotarad *et al.* concluíram que um ou mais amortecedores não influenciam significativamente a tensão do conjunto para baixas velocidades de ventos, e as alterações na localização dos amortecedores são significativas para efetividade do mesmo.

Mais tarde Doocy *et al.*, 1979, descrevem sobre a mecânica do movimento dos cabos, as vibrações eólicas, o auto-amortecimento, os amortecedores, os métodos de

proteção, feixes de cabos, oscilações de grande amplitude em feixes de cabos e oscilações induzidas por esteiras.

Outro trabalho do Comitê número 22 do CIGRE (1989) definiu e descreveu os principais tipos de oscilação em cabos condutores simples e feixes de cabos. Foram ainda descritos os efeitos da tração, da turbulência e amortecedores na redução da amplitude em vãos livres de linhas de transmissão.

2.5 EFEITOS ELÁSTICOS E TEORIA LINEAR PARA AS VIBRAÇÕES LIVRES DE UM CABO UNIFORME SUSPENSO HORIZONTALMENTE

Irvine *et al.*, 1974, consideraram efeitos elásticos e desenvolveram uma teoria linear para as vibrações livres de um cabo uniforme suspenso horizontalmente com relações de catenária/vão de no máximo 1:8.

Com uma técnica numérica que trata o cabo composto por um número finito de pequenas barras conectadas por pinos lisos limitados ao movimento do plano, West *et al.*, 1975, indicaram faixas de transição modal para pequenas relações de catenária/vão. Os autores relataram discrepâncias sobre assumir inextensibilidade do cabo e determinaram as frequências naturais para um cabo elástico suspenso.

Noiseux (1992) utilizou a similaridade na hipótese da histerese do fator de perda associada com a rigidez a flexão do cabo, esta similaridade foi a mesma para todos os cabos com a mesma construção.

Zhong (2003) desenvolveu um modelo simplificado de vibração no cabo simples para estimar o amortecimento devido ao atrito interno entre os fios do cabo. O autor fez hipóteses e aproximações utilizando as equações de viga de Euler-Bernoulli, e considerou o momento de inércia não linear, a rigidez a flexão foi considerada variável e utilizada nas equações de movimento.

Barbieri *et al.*, 2004a, obtiveram resultados teóricos e experimentais do comportamento dinâmico de cabos de linhas de transmissão elétrica. Foram usados três comprimentos de vão de cabos: 13, 30 e 65 metros. O sistema foi excitado por uma força impulsiva, foram utilizados cinco acelerômetros para aquisição dos dados modais experimentais, e os parâmetros modais foram otimizados pelo método do envelope complexo para um grau de liberdade, então a matriz de amortecimento reduzida foi construída a partir dos cinco primeiros modos de vibração livre.

Os autores concluíram que o fator de amortecimento aumenta com o aumento do vão e diminui com o aumento da carga mecânica aplicada.

2.6 FUNÇÕES MÉTODOS DE CONVERGÊNCIA E ANÁLISE MODAL

O Método da Fração Polinomial Racional foi primeiramente apresentado por Richardson *et al.*, 1982. Os autores concluíram que o método é comparável ao método Exponencial Complexo em termos de rapidez de execução e acurácia.

Uma nova aproximação para estruturas levemente amortecidas foi desenvolvida por Ewins *et al.*, 1982. Essa aproximação é chamada de método de Ewins-Gleeson por Maia (1988) que considera um caso particular do Método da Fração Polinomial Racional. Ewins (1984) publicou livro sobre análise modal, teoria e prática.

CIGRE (1995) publicou uma guia para medição de vibrações em linhas aéreas contendo os mecanismos de fadiga dos cabos, limites de fadiga e procedimentos de medição de vibração e avaliação dessas medições.

Friswell *et al.*, 1995-1998, estudaram técnicas de identificação e métodos de convergência utilizando modelos reduzidos e métodos iterativos.

Costello (1997) publicou livro sobre a teoria de fios encordoados.

Iglesias (2000) investigou várias técnicas de análise modal para extração da taxa de amortecimento: Método Exponencial Complexo, Domínio do Tempo de Ibrahim, Método da Fração Polinomial Racional e Método do Envelope de Hilbert.

Barbieri *et al.*, 2001, analisaram o comportamento dinâmico das linhas de transmissão pela comparação das frequências e modos obtidos experimentalmente com resultados obtidos pelo Método dos Elementos Finitos (MEF). Na análise dos dados experimentais foram aplicados métodos de um grau de liberdade na identificação das frequências e dos modos de vibrar.

Formenti *et al.*, 2002, fizeram uma releitura do artigo de Richardson *et al.*, 1982, mesmos autores, e após vinte anos confirmaram que a chave do sucesso para implementação desta técnica de ajuste de curva ainda está na qualidade dos dados extraídos experimentalmente.

2.7 EFEITOS DE NÃO LINEARIDADES

Luongo *et al.*, 1982, estudaram com um modelo elástico não-linear com dois graus de liberdade e consideraram efeitos de não linearidades para o movimento livre de cabos suspensos.

O modelo apresentado por Papailiou (1997) introduziu a variável rigidez a flexão do cabo, a qual considera o atrito entre as camadas de fios e é dependente da tração e da curvatura do cabo. Também quantificou o comportamento não-linear da rigidez a flexão do cabo com a variação do deslocamento. Papailiou considerou uma tensão adicional do atrito.

Kryst *et al.*, 2001, fizeram uma aproximação geral para redução dimensional para modelos de elementos finitos não lineares da dinâmica dos sólidos. Os autores utilizaram o método de Newmark para problemas não-lineares incluindo o método de Newton-Raphson para obter o equilíbrio das equações de movimento em cada instante de tempo.

Dastous (2005) implementou o modelo de Papailiou (1997) em uma formulação de elementos finitos para os estudos de baixa tração em cabos de sub-estações.

Barbieri *et al.*, 2008, analisaram a dinâmica do comportamento de cabos de linha de transmissão com modelo matemático não-linear. Os autores utilizaram o método de trabalho de Kryst para análise dinâmica no domínio do tempo. Os auto-valores foram analisados utilizando o parâmetro de Irvine para cabos retos e inclinados, em cabos com grande vão poderam notar a variação na primeira frequência natural, que varia com o comprimento do vão e o carregamento aplicado.

Langlois *et al.*, 2014, afirmaram que a variação da rigidez à flexão encontrada experimentalmente é menos importante do que a predição de modelos não-lineares. O método numérico não-linear dinâmico apresentado pelos autores é uma ferramenta poderosa para a previsão da forma deformada de cabos vibrando.

2.8 AMORTECIMENTO INTERNO EM CABOS TENSIONADOS

Rawlins (2000) fez uma análise pelo balanço de energia da vibração de cabos considerando a excitação do vento não-linear para identificação do auto-amortecimento e analisou o problema de cabos tracionados em grandes vãos. Neste último Rawlins identificou dois efeitos, há um aumento significativo na variação da

amplitude da onda de vibração para grandes vãos, e o outro efeito é causado pela não-linearidade no mecanismo de auto-excitação.

Barbieri *et al.*, 2004a, estudaram a identificação da matriz de amortecimento estrutural para diversas situações de carregamento mecânico e comprimentos dos cabos e comparando resultados teóricos, experimentais e numéricos.

Souza (2010) analisou o comportamento dinâmico de cabos de linha de transmissão tracionados com ou sem amortecedores, variando comprimento dos cabos, para validação de modelos matemáticos não lineares. Os resultados dessas simulações foram comparados com dados experimentais.

Barry (2010) desenvolveu um modelo de elementos finitos para prever a resposta de um simples cabo com e sem amortecedor em grandes vãos e comparou resultados do modelo com os resultados experimentais de Barbieri *et al.*, 2004a. O autor fez uma análise de posicionamento do amortecedor e concluiu que com a adição de um único amortecedor a redução da frequência natural foi insignificante e para baixas frequências de vibração o posicionamento ótimo do amortecedor foi aproximadamente igual a 70 a 95% do loop e, notadamente, a adição de amortecedores foi mais eficiente para altas frequências de vibração.

Spak *et al.*, 2013, revisaram modelos novos e extendidos de cabos, tal como a incorporação do mecanismo de amortecimento de cabos encordoados helicoidalmente, incluindo a variação da rigidez a flexão ou do atrito entre os fios.

Através do estudo de pesquisas anteriores, Spak concluiu que modelos realistas de cabos devem incluir os efeitos do cisalhamento, bem como o amortecimento através da rigidez a flexão não sendo constante, ou a inclusão das forças de atrito.

Maji *et al.*, 2014, descreveram um procedimento experimental para medição do amortecimento de cabos de fibra de carbono variando força, comprimento e configuração do cabo.

Os autores utilizaram os métodos da largura da banda de meia potência e do decremento logarítmico para determinar o amortecimento e compararam com o modelo de elementos finitos, simulando a vibração no cabo e o amortecimento. As frequências naturais experimentais são determinadas pela análise espectral e comparadas com os valores numéricos obtidos por modelo de elementos finitos e análise teórica.

Segundo Maji o amortecimento de Rayleigh foi adequado para modelar o amortecimento de cabos de fibra de carbono.

2.9 AMORTECIMENTO INTERNO EM CABOS CONSIDERANDO FORÇAS DE ATRITO ENTRE OS FIOS E TORÇÃO NOS FIOS HELICOIDAIS

Rawlins (1997) fez uma análise e medições de auto-amortecimento e torção em cabos com encordoamento paralelo entre os fios sob vibração transversal. O autor utilizou conceitos desenvolvidos por Hardy (1990) que levaram em conta as relações entre os parâmetros: amplitude anti-nodal de vibração, comprimento de onda, tensão aplicada no cabo, diâmetro da alma do cabo, rigidez do fio, ângulo de hélice, número de fios e coeficiente de atrito entre os fios.

Rawlins também analisou o amortecimento devido ao contato entre fios, dos autores que estudam o comportamento entre corpos esféricos em contato: Midlin e Deresiewics (1953), Johnson (1961), Goodman & Brown (1962), Keer & Goodman (1976) e Klint (1960).

Rawlins concluiu que o contraste entre os valores dos Goodman & Brown e Keer & Goodman e os seus testes sugeriram que as medições do cabo podem incluir fontes de dissipação, e não somente o atrito do contato entre as camadas de fios do cabo.

Hardy *et al.*, 2003, os autores desenvolveram um modelo realístico que não leva em conta apenas a construção do cabo, mas também a conformidade tangencial entre as camadas de fios do cabo, considerando o comportamento de um material elástico.

Ghoreishi *et al.*, 2007, analisaram diversos métodos analíticos lineares considerando encordoamento dos fios em um cabo com carregamento axial e os comparou com valores de modelamento 3-D em elementos finitos, e com valores experimentais. Em sua análise os métodos estudados atingiram satisfatórios resultados com ângulo da hélice do encordoamento menores que 20°.

Rawlins (2009) analisou os movimentos relativos entre os fios causados pela flexão e devido ao atrito entre eles causam a dissipação com as tensões cisalhantes que resultou em amortecimento material, ou auto-amortecimento.

Rawlins modelou o comportamento do cabo encordado com os mecanismos básicos envolvidos no auto-amortecimento: amortecimento material e de micro-atrito em contatos entre camadas de fios. O modelo que estima o auto-amortecimento em ressonância concorda com os dados medidos dentro de uma gama limitada. Os casos

em que foi pouca a concordância pareceram estar associados com os tratamentos aplicados às amostras de cabos antes das medições.

Os tratamentos específicos foram expostos a vibração severa e exposição a tensão maior do que o normal por algum período. Possíveis mecanismos pelos quais estes tratamentos produziram os seus efeitos foram descritos, oferecendo direção para futuras pesquisas.

Paradis *et al.*, 2011, desenvolveram um modelo alternativo o qual considera as hipóteses de distribuição de tensões de Hong *et al.*, 2005, e a conformidade das áreas de contato proposta por Hardy.

Qiu (2013) propôs em um mecanismo simplificado analítico para o modelo de amortecimento de cabos, considerando forças internas e a geometria do cabo, conforme de Costello *et al.*, 1976, e Phillips *et al.*, 1985, comparando com testes destes cabos e com MEF desenvolvido pelo autor.

Ojo *et al.*, 2014, estenderam os estudos e Rawlins (2009) com a implementação do amortecimento devido aos pontos de contato com a análise da forma do contato. Os autores desenvolveram um modelo de elementos finitos considerando o cabo uma viga curvada, mais realista do que o modelo de uma viga sólida, modelo comumente encontrado na literatura.

Wang *et al.*, 2015, desenvolveram um modelo matemático geométrico capaz de generalizar cabos com encordoamento simples ou com diversas camadas, no qual é possível verificar o comportamento mecânico desse cabo com diversos carregamentos, por análises numéricas e experimentais.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

3.1 VIBRAÇÕES EM CABOS SUSPENSOS

O cabo é modelado conforme uma viga bi-apoiada, Figura 3.1, sob a ação axial das forças do vento por unidade de comprimento e o efeito da flexão.

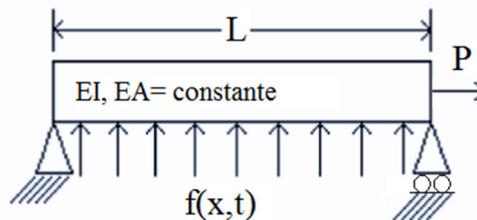


Figura 3.1: Viga bi-apoiada sob esforço axial.

Apartir desse modelo as hipóteses são empregadas derivando a equação do movimento:

1. A teoria de viga de Euler-Bernoulli é aplicável desde que a razão do comprimento do cabo pelo seu diâmetro é muito pequena (L/D é maior que 20);
2. A massa por unidade de comprimento do cabo é uniforme em toda sua extensão e seu diâmetro é constante;
3. Para simplificar, a tração é considerada uniforme em toda a extensão do cabo, porém é sabido que não acontece isso na prática, há uma máxima tensão próxima as bráçadeiras e um mínimo no meio do vão.
4. O declive, θ , é muito pequeno uma vez que a amplitude de vibração é menor que o diâmetro do cabo, logo a teoria das pequenas deformações é aplicável;
5. A rigidez à flexão, EI , é constante. Essa suposição é para simplificação matemática, porque essa rigidez flexural varia com a distância ao longo do cabo. No entanto, para a maioria dos cabos a rigidez flexural é muito pequena. Portanto, não tem um efeito de peso significativo no cabo e, conseqüentemente, a suposição de uniformidade da rigidez flexural é razoável.

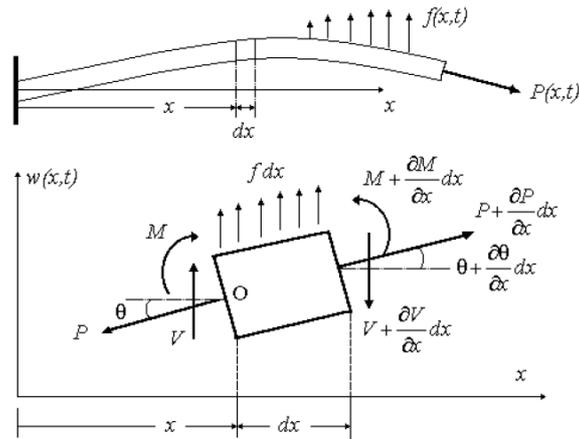


Figura 3.2: Elemento de viga sob esforço axial. Fonte: Souza (2010)

Como desenvolvido por CIGRE (1989), Barbieri *et al.*, 1999, Barry (2010), e Figura 3.2 do elemento de viga sob esforço axial, a equação de movimento do cabo sem amortecedor sob vibração eólica:

$$EI \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} - P \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} + m \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

Com $m = \rho A$ (massa específica por unidade de comprimento), e a solução do cabo ou catenária, já conhecida:

$$W(x) = Y_0 \text{sen} \beta x \quad (2)$$

Sendo Y_0 a amplitude do vão livre e β uma das raízes imaginárias.

3.1.1 Modos e Frequências Naturais

Segundo Souza (2010) as frequências naturais do cabo são determinadas da análise de vibração livre:

$$f = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{P}{m}} \sqrt{1 + \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 \frac{EI}{P}} \quad (3)$$

Com os coeficientes harmônicos $n = 1, 2, 3, \dots, n$.

3.1.2 Rigidez do Cabo

Devido a união soldada dos fios de diferentes materiais, a rigidez é tomada de forma aproximada. Souza chama essa rigidez de EI_{max} :

$$I_{max} = \frac{N\pi d^2}{8} \left(\frac{d^2}{8} + R^2 \right) \quad (4)$$

$$EI_{max} = E_A \sum I_A + E_S \sum I_S \quad (5)$$

E_A , E_S são os módulos de elasticidade do alumínio e do aço (no caso do cabo CAA tem 45/7 são 45 fios de alumínio nas camadas externas e 7 fios na alma de aço nas camadas internas), respectivamente, N é o número de fios por camada, d é o diâmetro dos fios e R é o raio da última camada.

A Figura 3.3 mostra a seção transversal de um cabo.

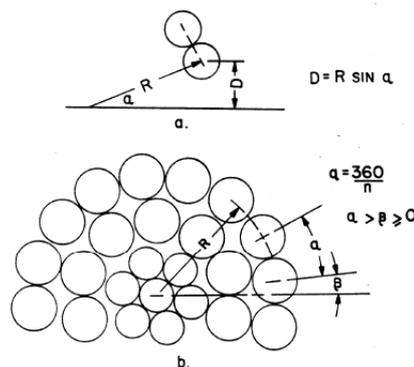


Figura 3.3: Seção de um cabo condutor genérico.

3.2 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (MEF)

3.2.1 Análise Linear

Na análise da dinâmica dos cabos de transmissão Barbieri *et al.*, 2004a-2004b, mostram que o modelo físico similar é de uma viga bi-apoiada sob ação de carregamento axial.

Para resolução numérica a equação (1), é reescrita incluindo o deslocamento nodal e aceleração:

$$EI \frac{\partial^4 \tilde{w}(x,t)}{\partial x^4} - P \frac{\partial^2 \tilde{w}(x,t)}{\partial x^2} + m \frac{\partial^2 \tilde{w}(x,t)}{\partial t^2} = \varepsilon(x,t) \quad (6)$$

Onde $\varepsilon(x,t)$ é o erro devido as aproximações, de Zienkiewicz (1987), o método de Galerkin é utilizado para obter:

$$\iint_0^l \varepsilon(x,t) \phi_j(x) dx dt = 0 \quad (7)$$

Onde l é o comprimento do elemento. E como desenvolvido por Souza (2010):

$$M_{ji} \ddot{w}_i + K_{ji} w_i = f_j(x,t) \quad (8)$$

Onde:

$$\left[EI \frac{\partial^3 \tilde{w}(x,t)}{\partial x^3} \phi_j(x) - EI \frac{\partial^2 \tilde{w}(x,t)}{\partial x^2} \frac{\partial \phi_j(x)}{\partial x} + P \frac{\partial^2 \tilde{w}(x,t)}{\partial x^2} \phi_j(x) \right]_0^l = -f_j(x,t) \quad (9)$$

$$\int_0^l \left(EI \frac{\partial^2 \phi_i(x)}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \phi_j(x)}{\partial x^2} + P \frac{\partial \phi_i(x)}{\partial x} \frac{\partial \phi_j(x)}{\partial x} \right) dx = K_{ij} \quad (10)$$

$$\int_0^l (\rho A \phi_i(x) \phi_j(x)) dx = M_{ij} \quad (11)$$

Os autores utilizam elementos cúbicos Lagrangeanos e $\xi = (2x/l) - 1$:

$$\phi_1(\xi) = (-9\xi^3 + 9\xi^2 + \xi - 1)/16, -1 \leq \xi \leq 1 \quad (12)$$

$$\phi_2(\xi) = (27\xi^3 - 9\xi^2 - 27\xi + 9)/16, -1 \leq \xi \leq 1 \quad (13)$$

$$\phi_3(\xi) = (-27\xi^3 - 9\xi^2 + 27\xi + 9)/16, -1 \leq \xi \leq 1 \quad (14)$$

$$\phi_4(\xi) = (9\xi^3 + 9\xi^2 - \xi - 1)/16, -1 \leq \xi \leq 1 \quad (15)$$

Utilizando a regra da cadeia, para nós igualmente espaçados no intervalo $0 \leq x \leq l$, e $|J| = l/2$, então os elementos (i,j) das matrizes de rigidez e de massa podem ser calculados como:

$$K_{ij} = \int_{-1}^1 EI \left(\frac{1}{|J|^2} \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial \xi^2} \right) \left(\frac{1}{|J|^2} \frac{\partial^2 \phi_j}{\partial \xi^2} \right) |J| d\xi + \int_{-1}^1 P \left(\frac{1}{|J|} \frac{\partial \phi_i}{\partial \xi} \right) \left(\frac{1}{|J|} \frac{\partial \phi_j}{\partial \xi} \right) |J| d\xi \quad (16)$$

$$M_{ij} = \int_{-1}^1 \rho A \phi_i(\xi) \phi_j(\xi) |J| d\xi \quad (17)$$

3.2.2 Análise Não-Linear

No estudo desenvolvido por Barbieri *et al.*, 2008, os autores estenderam a análise desenvolvida dos modelos de cabos de linhas de transmissão de Barbieri *et al.*, 2004a-2004b, com teorias não lineares.

O comportamento próprio é analisado utilizando o parâmetro de Irvine para cabos retos e inclinados, nesse estudo também foram mostrados resultados numéricos e experimentais do comportamento dinâmico para variação de carregamento em função da frequência de excitação, a influência da massa concentrada no cabo reto e a condição de batimento.

Os autores concluíram que em cabos com vãos grandes é notada a variação na primeira frequência natural quando comparados os resultados lineares e não-lineares, essas variações dependem do comprimento do vão e do carregamento aplicado no cabo.

As equações de equilíbrio são obtidas usando o princípio de trabalho virtual, e a análise dinâmica no domínio do tempo usa o método de Newmark para problemas não lineares, incluindo o método de Newton-Raphson para obter o equilíbrio para cada instante de tempo.

O algoritmo proposto por Krysl *et al.*, 2001, e mostrado em Barbieri *et al.*, 2008, é apresentado na Tabela 1.

Tabela 1: Equações no algoritmo de Newmark para problemas não lineares. Fonte: Krysl *et al.*, 2001.

Equações do Algoritmo de Newmark para problemas não lineares	
$i \leftarrow 0$ $u_{t+\Delta t}^{(i)} = u_t$ $a_{t+\Delta t}^{(i)} = -\frac{1}{\beta\Delta t}v_t + \left(1 - \frac{1}{2\beta}\right)a_t$ $v_{t+\Delta t}^{(i)} = v_t + \Delta t \left[(1 - \gamma)a_t + \gamma a_{t+\Delta t}^{(i)} \right]$	Preditor
$i \leftarrow i + 1$ $[K]^*(i) = \frac{1}{\beta\Delta t^2} [M] + [K]^{(i)}$ $\{R\}^{(i)} = [M]a_{t+\Delta t}^{(i)} - \{f\}_{t+\Delta t}^{ext(i)} + \{f\}_{t+\Delta t}^{int(i)}$ $[K]^*(i)\Delta u^{(i)} = \{R\}^{(i)}$	Próxima iteração Rigidez efetiva Resíduo Incremento de deslocamento
$u_{t+\Delta t}^{(i)} = u_{t+\Delta t}^{(i-1)} + \Delta u^{(i)}$ $v_{t+\Delta t}^{(i)} = v_{t+\Delta t}^{(i-1)} + \frac{\gamma}{\beta\Delta t}\Delta u^{(i)}$ $a_{t+\Delta t}^{(i)} = a_{t+\Delta t}^{(i-1)} + \frac{1}{\beta\Delta t^2}\Delta u^{(i)}$	Corretor
if $\ \{R\}^{(i)}\ > \varepsilon_F$ repita nova iteração $\ \{R\}^{(i)}\ < \varepsilon_F, t \leftarrow t + \Delta t$ e vá para cima	Análise de convergência

Na Tabela 1 os parâmetros u , v e a representam os vetores, respectivamente, deslocamento, velocidade e aceleração; $\{f\}_{t+\Delta t}^{ext}$ e $\{f\}_{t+\Delta t}^{int}$ são os vetores externo e interno da força no tempo $t + \Delta t$; $\{R\}$ é o vetor resíduo da força; ε_F é a tolerância de convergência; $[K]^*$ é a matrix de rigidez efetiva; $[M]$ é a matrix de massa; e, i é a iteração corrente.

3.3 AUTO-AMORTECIMENTO TEÓRICO

Cabos são geralmente aplicados como membros de tração em estruturas da engenharia. Segundo Cluni *et al.*, 2007, devido à ampla aplicação de cabos na área de engenharia e sua tendência a vibrar, é muito importante a quantidade de energia que pode ser dissipada pelo cabo quando se considera o comportamento dinâmico de estruturas com cabos.

Pesquisas atentaram para incluir o atrito entre fios e as forças de contato nos modelos teóricos. Com os progressos de Claren *et al.*, 1969a-1969b, que analisaram o amortecimento interno de cabos presos e axialmente carregados através da introdução do coeficiente de deslizamento.

Raof *et al.*, 1984, abordaram o problema da dissipação de energia em cadeias espiral multicamadas, mas simplificaram seu modelo com base na homogeneização das camadas de cabos em folhas cilíndricas ortotrópicas.

Segundo Qiu (2013) a integração das forças de atrito e forças de contato no amortecimento mecânico do cabo continua sendo um desafio. O modelo desenvolvido por Qiu com hipóteses simplificadas sobre propriedades constitutivas dos materiais e condições de compatibilidade geométricas, incluiu o contato e o atrito entre fios do cabo para prever as propriedades de amortecimento de cabos de fibra de carbono.

3.4 AUTO-AMORTECIMENTO EXPERIMENTAL

O auto-amortecimento acontece quando o cabo dissipa internamente energia enquanto vibra. Quando o cabo é flexionado seus fios derrapam uns contra os outros e forças de atrito são induzidas. Este movimento relativo é geralmente a principal fonte de auto-amortecimento.

Algumas vezes esse auto-amortecimento é suficientemente capaz de dissipar a maior parte da energia advinda do vento, tornando desnecessária a utilização de amortecedores. Entretanto, quando a tração no cabo é aumentada esse movimento relativo entre os fios é diminuído (as várias camadas de fios ficam mais apertadas e com isso mais bloqueadas para o movimento relativo dos fios), conseqüentemente, diminuindo esse auto-amortecimento do cabo. Isso explica o porque das trações nos cabos serem usualmente baixas.

Investigações levaram a prever uma fórmula empírica para a energia dissipada devido ao auto-amortecimento (P_{sd}). É uma relação exponencial e contém constantes que dependem dos parâmetros do cabo, Hardy *et al.*, 1992:

$$\frac{P_{sd}}{L} = \frac{K_{sd} Y^p f^u}{p^v} \left[\frac{W}{m} \right] \quad (18)$$

Segundo Electra (1988), a dissipação de energia do cabo P_c [W/m] pode ser calculada por regras empíricas:

$$P_c = k \frac{A^l f^m}{p^n} \left[\frac{W}{m} \right] \quad (19)$$

Onde L [m] é o comprimento do vão, Y [m] é amplitude de vibração correspondente a frequência natural f [Hz], P [kN] é a tração do cabo, A [m] é a amplitude máxima pico-a-pico e k é uma constante de proporcionalidade:

$$k = \frac{d}{\sqrt{RS \times m}} \quad (20)$$

d é o diâmetro do cabo [mm], RS é a força aplicada [kN], e m é a massa por unidade de comprimento [kg/m].

Os parâmetros p , v , e u são todos fatores exponenciais encontrados experimentalmente por diferentes autores, conforme mostrado na Tabela 2.

Tabela 2: Parâmetros para obtenção do auto-amortecimento experimental. Fonte: Barry (2010)

Ano	Autores	p	u	v	$L(m)$
1956	Tompkins <i>et al.</i>	2,3-2,6	5,0-6,0	1,9	36
1983	Rawlins	2,2	5,4	-	36
1991	Kraus e Hagedorn	2,47	5,38	2,8	30
1991	Noiseux	2,44	5,63	2,76	63

Os parâmetros l , m e n são expoentes da amplitude, da frequência e da tração, respectivamente. Esses expoentes foram estudados por diferentes autores, mostrados na Tabela 3.

Tabela 3: Valores dos expoentes para o cálculo do auto-amortecimento empírico. Fonte: Lilien (2013)

Ano	Autores	l	m	n	Método	$L(m)$
1956	Tompkins	2,3-2,6	5,0-6,0	1,9	Relação de Onda Estacionária Inversa	36
1969	Claren & Diana	2	4	2,5; 3,0; 1,5	Potência	46
1971	Seppa	2,0-3,0	5,0-6,0	2,0-3,0	Relação de Onda Estacionária Inversa	36
1986	Rawlins	2,2	5,4		Relação de Onda Estacionária Inversa	36
	Lab. A	2	4		Potência	46
	Lab. B	2,2	5,2		Potência	30
	Lab. C	2,44	5,5		Relação de Onda Estacionária Inversa	36
1991	Kraus & Hagedorn	2,47	5,38	2,8	Potência	30
1991	Noiseux	2,44	5,63	2,76	Relação de Onda Estacionária Inversa	63
1982	Tavano	1,9-2,3	3,8-4,2		Potência	92
1989	Mocks & Schmidt	2,45	5,38	2,4	Potência	30

Com base nos valores empíricos obtidos por diferentes autores evidencia-se que a energia dissipada é menor quando a tração é aumentada.

3.4.1 Método do Decremento Logarítmico

Esse método de vibração livre consiste em aplicar uma carga ao cabo e subitamente removê-la e a medida do decaimento da amplitude de vibração pode ser determinada para o cálculo da energia dissipada no cabo.

O amortecimento próprio do cabo pode ser obtido utilizando o decremento logarítmico δ que fornece uma relação entre as amplitudes de vibração, e é dado por:

$$\delta = \frac{1}{n} \ln \left(\frac{A_i}{A_{i+n}} \right) \quad (21)$$

Com A_i e A_{i+n} são as amplitudes do i -ciclo e do $(i + n)$ -ciclo, respectivamente, separados por n -períodos de oscilações.

Apartir do decremento logarítmico o fator de amortecimento é dado por:

$$\xi = \frac{\delta}{\sqrt{(2\pi)^2 + \delta^2}} \quad (22)$$

3.4.2 Entrada da Energia do Vento

Segundo Lilien (2013) e Souza (2010), a energia transferida do vento para o cabo vibrando pode ser expressa de forma genérica:

$$P_w = Lf^3 D^4 F\left(\frac{A}{D}\right) \quad (23)$$

Onde P_w é a potência mecânica transmitida pelo vento na extensão do vão do cabo $[W]$, A é a amplitude de vibração $[m]$, L é o comprimento do vão $[m]$, f é a frequência de vibração $[Hz]$, D é o diâmetro do cabo $[m]$, $F(A/D)$ é uma função não linear da amplitude de vibração. Esta função de amplitude, testada diversas vezes em laboratório, é mostrada por Rawlins (1998) para diferentes níveis de turbulência.

A potência introduzida pelo vento deve ser comparada com a potência dissipada pelo cabo ou pelo conjunto cabo/amortecedor, no princípio do balanço de energia.

3.4.3 Princípio do Balanço de Energia

Com base nos estudos de Hagedorn (1982), Verma *et al.*, 2005, o nível de vibração pelo vento pode ser estimado com o balanço de energia e considerando:

- Energia imposta ao cabo pelo vento, P_w ;
- Energia dissipada pelo cabo, P_c , o auto-amortecimento;
- Energia dissipada pelo amortecedor P_d .

Como a vibração no cabo é recebida da energia do vento, a amplitude de vibração será aumentada de acordo com o balanço da energia dissipada internamente e a entrada de energia advinda do vento. Isso é expresso pela equação de balanço de energia:

$$P_w = P_c + P_d \quad (24)$$

Isso significa que para um cabo simples em vão livre $P_w = P_c$. Esta equação pode ser resolvida por meios gráficos ou iterativos, obtendo-se a amplitude de deslocamento em função da frequência para uma dada força de tração no cabo.

A amplitude de deslocamento pode ser convertida no ângulo entre a posição máxima e mínima do cabo em vibração em sua interseção com o suporte, ou em tensão, ou ainda, em deformação nos terminais.

3.4.4 Técnicas de Análise Modal

Muitos pesquisadores têm dedicado seus esforços no desenvolvimento de técnicas que visam produzir uma identificação correta das propriedades dinâmicas de estruturas. A principal classificação dos métodos de análise diz respeito ao domínio em que os dados são tratados numericamente.

Segundo Maia (1988), existem métodos de domínio no tempo e no domínio da frequência, que podem ser divididos em métodos indiretos (ou modais) e diretos.

O método indireto significa que a identificação da Função Resposta em Frequência FRF tem base no modelo de análise modal, sobre os parâmetros modais (frequências naturais, taxas de amortecimento, constantes modais e suas fases) que são as quantidades nas soluções características das equações dinâmicas de equilíbrio.

A designação direta significa que a identificação está diretamente baseada no modelo espacial, na equação geral matriz de equilíbrio dinâmico, e a equação primitiva a partir do qual todos os métodos são derivados. Em alguns dos métodos, as matrizes do sistema da referida equação podem ser validadas e o correspondente auto-valor resolvido a fim de calcular os parâmetros modais.

O cálculo da Função de Resposta Impulso FRI que corresponde a uma FRF envolve o cálculo da Transformada Rápida de Fourier TRF, uma característica padrão em analisadores espectrais. Neste caso, no entanto, o resíduo pode ser um problema, e para evitá-lo alguns métodos usam a força e a resposta diretamente.

De um modo geral, modelos no domínio do tempo tendem a proporcionar os melhores resultados quando existe uma grande gama de frequências, ou um grande

número de modos, enquanto modelos no domínio da frequência tendem a fornecer os melhores resultados quando a faixa de frequências de interesse é limitada e o número de modos é relativamente pequeno.

Mas os métodos no domínio do tempo têm uma grande desvantagem na medida em que só podem estimar modos dentro da análise de frequência, e não levam em conta os efeitos residuais de modos que estão fora desse intervalo. É por isso que pesquisadores voltaram a utilizar técnicas no domínio da frequência, o que pode melhorar a exatidão dos resultados em termos residuais ou através do aumento da ordem do modelo.

Uma outra divisão diz respeito ao número de modos que podem ser analisados. A este respeito, pode-se analisar um único grau de liberdade (SDOF) e multi-graus de liberdade (MDOF). Na Figura 3.5 apresenta a classificação dos métodos de análise modal.

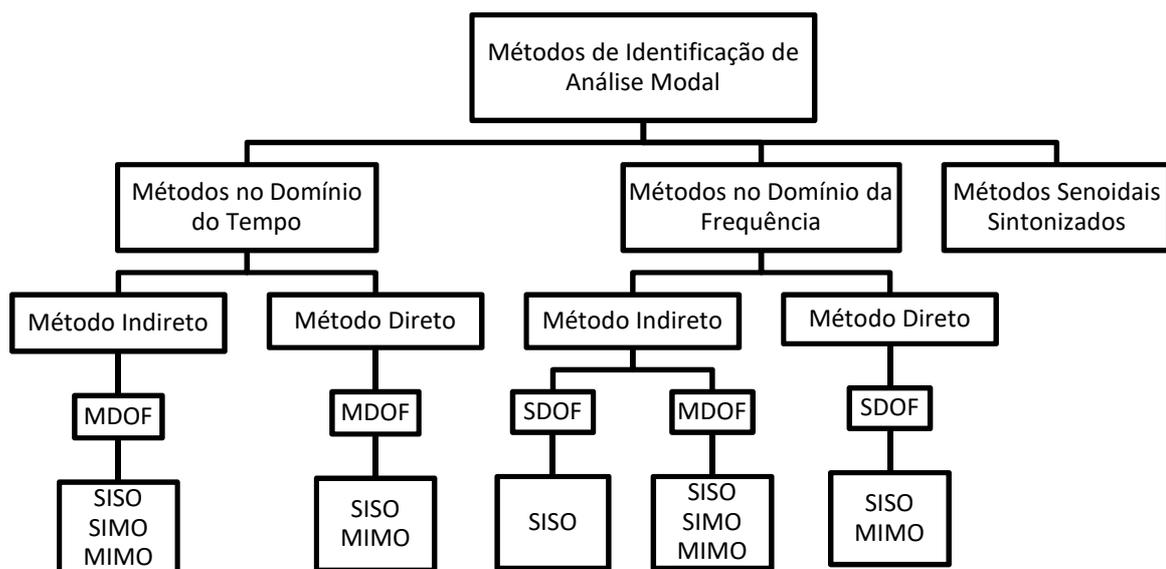


Figura 3.4: Classificação dos métodos de Análise Modal. Fonte: Maia (1988)

Algumas análises modais são aplicações de uma simples FRF no tempo, ou Método *Singular-input-singular-output* SISO, outras análises permitem que várias FRFs sejam analisadas simultaneamente, com respostas de vários pontos da estrutura e um ponto de excitação, este método é chamado de *Singular-input-multi-output* SIMO. E finalmente, o método que analisa as possíveis FRFs simultaneamente

de várias excitações e vários pontos de resposta este é chamado método *Multi-input-multi-output* MIMO.

Das pesquisas de Maia (1988) e suas conclusões os métodos no domínio da frequência podem ser melhores dos que os no domínio do tempo devido sua fácil visualização, fácil incorporação de termos residuais na formulação teórica, evita o cálculo da FRI pela inversa da TRF (FFT *Fast Fourier Transform*, ou Transformada Rápida de Fourier). Porém, esse melhor método depende dos recursos disponíveis e do tempo dispendido em sua aplicação, além das habilidades do seu utilizador.

3.4.4.1 Método da Fração Racional Polinomial (RFP)

De acordo com Maia (1988) esse método foi primeiramente apresentado por Richardson e Fomenti em 1982, era provavelmente o mais popular dos métodos no domínio da frequência MDOF, empregado por muitos softwares comerciais de análise modal.

O método RFP, indireto SISO e MDOF, trabalha no domínio da frequência, a formulação da FRF é expressa na forma de fração racional ao invés da forma de fração parcial, onde a função erro é estabelecida de forma que resulta num sistema de equações lineares. O método do gradiente é usado para minimizar esta função erro e a estimativa inicial é calculada pelo método dos mínimos quadrados.

A FRF, em termos da receptância, para um sistema linear com N graus de liberdade e amortecimento viscoso pode ser obtida com a fração parcial:

$$H(\omega) = \sum_{r=1}^N \frac{A_r + i\omega B_r}{\omega_r^2 + \omega^2 + i2\xi_r \omega_r \omega} \quad (25)$$

Com A_r e B_r constantes.

A equação (25) pode ser escrita na forma de frações racionais, como segue:

$$H(\omega) = \frac{\sum_{k=0}^{2N-1} a_k (i\omega)^k}{\sum_{k=0}^{2N-1} b_k (i\omega)^k} \quad (26)$$

A equação (26) representa a razão entre dois polinômios, onde as ordens dos polinômios do numerador e do denominador são independentes uma da outra. E o polinômio característico do sistema é o polinômio do denominador.

A Função erro é dada pela diferença entre a FRF analítica $H(\omega)$ e a FRF experimental $H_e(\omega)$:

$$e_j = \frac{\sum_{k=0}^{2N-1} a_k (i\omega_j)^k}{\sum_{k=0}^{2N-1} b_k (i\omega_j)^k} - H_e(\omega_j) \quad (27)$$

Com a função erro modificada:

$$e'_j = e_j \sum_{k=0}^{2N} b_k (i\omega_j)^k \quad (28)$$

E $b_{2N} = 1$, a função erro fica:

$$e'_j = \sum_{k=0}^{2N-1} a_k (i\omega_j)^k - H_e(\omega_j) \left(\sum_{k=0}^{2N-1} b_k (i\omega_j)^k + (i\omega_j)^{2N} \right) \quad (29)$$

Escrevendo o vetor erro para todas as frequências medidas:

$$\{E\} = \begin{Bmatrix} e'_1 \\ e'_2 \\ \vdots \\ e'_L \end{Bmatrix} \quad (30)$$

A equação (29) da função erro pode também ser reescrita na forma matricial:

$$\{E\} = \begin{bmatrix} 1 & (i\omega_1) & (i\omega_1)^2 & \cdots & H_e(\omega_1)(i\omega_1)^{2N-1} \\ 1 & (i\omega_2) & (i\omega_2)^2 & \cdots & H_e(\omega_2)(i\omega_2)^{2N-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & (i\omega_L) & (i\omega_L)^2 & \cdots & H_e(\omega_L)(i\omega_L)^{2N-1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_{2N-1} \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} H_e(\omega_1) & H_e(\omega_1)(i\omega_1) & \cdots & H_e(\omega_1)(i\omega_1)^{2N-1} \\ H_e(\omega_2) & H_e(\omega_2)(i\omega_2) & \cdots & H_e(\omega_2)(i\omega_2)^{2N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_e(\omega_L) & H_e(\omega_L)(i\omega_L) & \cdots & H_e(\omega_L)(i\omega_L)^{2N-1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_{2N-1} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} H_e(\omega_1)(i\omega_1)^{2N} \\ H_e(\omega_2)(i\omega_2)^{2N} \\ \vdots \\ H_e(\omega_L)(i\omega_L)^{2N} \end{Bmatrix} \quad (31)$$

Escrita de forma genérica:

$$\begin{Bmatrix} E \\ (Lx1) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} P \\ (Lx2N) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a \\ (2Nx1) \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} T \\ (Lx2N) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} b \\ (2Nx1) \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} W \\ (Lx1) \end{Bmatrix} \quad (32)$$

A função quadrática de erro a ser minimizada pelo método dos gradientes:

$$J = \{E^*\}^T \{E\} \quad (33)$$

Com * indicando o complexo conjugado. Substituindo a equação (32) em (33), tem-se:

$$\begin{aligned} J = & \{a\}^T Re([P^*]^T [P]) \{a\} + \{b\}^T Re([T^*]^T [T]) \{b\} + \{W^*\}^T \{W\} - \\ & 2\{a\}^T Re([P^*]^T [T]) \{b\} - 2\{a\}^T Re([P^*]^T [W]) + 2\{b\}^T Re([T^*]^T [W]) \end{aligned} \quad (34)$$

Segundo Iglesias (2000), o método dos mínimos quadrados pode ser utilizado para obter as condições iniciais necessárias para o método do gradiente.

O método dos mínimos quadrados é realizado com as derivadas da equação (34) em relação a $\{a\}$ e $\{b\}$, e igualando a zero, e então é obtido o sistema de equações:

$$\begin{cases} Re([P^*]^T [P]) \{a\} - Re([P^*]^T [T]) \{b\} - Re([P^*]^T [W]) = \{0\} \\ Re([T^*]^T [T]) \{b\} - Re([T^*]^T [P]) \{a\} - Re([T^*]^T [W]) = \{0\} \end{cases} \quad (35)$$

Ou

$$\begin{bmatrix} [Y] & [X] \\ [X]^T & [Z] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{a\} \\ \{b\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{G\} \\ \{F\} \end{Bmatrix} \quad (36)$$

Com:

$$\begin{aligned}
[Y] &= Re([P^*]^T [P]) \\
[X] &= -Re([P^*]^T [T]) \\
[Z] &= Re([T^*]^T [T]) \\
\{G\} &= Re([P^*]^T [W]) \\
\{F\} &= -Re([T^*]^T [W])
\end{aligned} \tag{37}$$

Com os valores iniciais de $\{a\}$ e $\{b\}$ resolve-se o sistema de equações (37), com esses valores avalia-se o gradiente. O gradiente em relação a $\{a\}$ é a derivada parcial da equação (34) em relação a $\{a\}$:

$$Re([P^*]^T [P])\{a\} - Re([P^*]^T [T])\{b\} - Re([P^*]^T [W]) = \{M\} \tag{38}$$

Onde $\{M\}$ é o vetor gradiente em relação a $\{a\}$.

O gradiente em relação a $\{b\}$ é a derivada parcial da equação (34) em relação a $\{b\}$:

$$Re([T^*]^T [T])\{b\} - Re([T^*]^T [P])\{a\} + Re([T^*]^T [W]) = \{N\} \tag{39}$$

Onde $\{N\}$ é o vetor gradiente em relação a $\{b\}$.

Com as equações (38) e (39) o vetor gradiente pode ser escrito:

$$\{V\} = \begin{Bmatrix} M \\ N \end{Bmatrix} \tag{40}$$

Subtraindo-se do coeficiente com o objetivo de mudar a direção onde a função é minimizada, a direção do vetor gradiente é:

$$\{S\} = \frac{-\{V\}}{\|\{V\}\|} \tag{41}$$

Com $\|\{V\}\|$ sendo o vetor normal. Então os coeficientes atualizados são:

$$\begin{Bmatrix} a \\ b \end{Bmatrix} = \{V\} + \{S\} \quad (42)$$

O vetor gradiente e suas normais são calculados e comparados com a tolerância desejada. Caso o valor seja maior que a tolerância, a direção do vetor gradiente é subtraída do coeficiente, com o objetivo de encontrar novos coeficientes. Então o processo é repetido até que a normal do vetor gradiente seja menor do que a tolerância desejada.

Após obter os coeficientes da equação de fração parcial (34), pode-se calcular os parâmetros modais: frequência e fator de amortecimento. Com a raiz ou os pólos do polinômio do denominador que contém os valores da frequência natural e do fator de amortecimento:

$$f_r = \frac{|P_r|}{2\pi} \quad (43)$$

$$\xi_r = -\frac{\text{Real}(P_r)}{|P_r|} \quad (44)$$

Com P_r sendo o pólo do modo r .

Para o cálculo dos resíduos, a fração racional é expandida em equações de frações parciais e o numerador se torna um par de constante complexa conjugada.

4 TÉCNICAS DE MEDIÇÃO

Neste capítulo serão apresentadas as principais técnicas usadas para medir experimentalmente os principais parâmetros de vibração dos cabos.

4.1 PROCEDIMENTO SEM AMORTECEDOR

Barbieri *et al.*, 2003, mostraram esquematicamente, Figura 4.1, os componentes básicos para testes de cabos de linhas de transmissão.

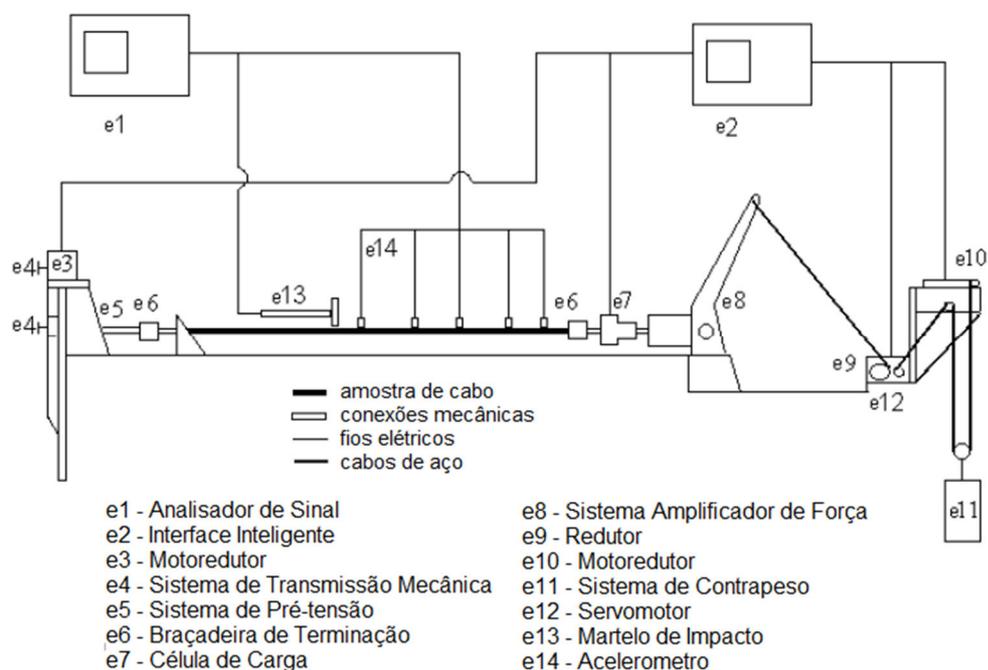


Figura 4.1: Esquema dos ensaios. Fonte: Barbieri *et al.*, 2003.

Em e1 um microcomputador controla e monitora os testes e monitora o carregamento da célula de carga e7.

Os sistemas mecânicos de pré-tensionamento e3-e5 aplica carregamento suficiente para posicionamento dos sensores.

Os sistemas de e7-e12 servem para controlar automaticamente o carregamento mecânico no cabo utilizando para isso um servomecanismo. O controle do sinal é proporcional a diferença entre o carregamento programado e o carregamento medido na célula de carga.

O carregamento externo é aplicado através de um martelo de impacto e13 e o sinal vibratório é adquirido através dos cinco sensores e14 posicionados ao longo da amostra. Estes sinais são coletados e manipulados em e1.

Foram utilizadas duas diferentes formas excitações na tentativa de melhorar os sinais vibratórios principalmente do primeiro modo de vibrar.

4.1.1 Excitação com martelo de impacto

Os ensaios utilizando martelo de impacto são semelhantes aos apresentados por Barbieri *et al.*, 2003, variando-se os tipos de cabos (CAA Tern, CA 6201 e CA 1120). Foram utilizados sistema de tração, ancoragem, equipamento de vibração para excitação mecânica, aquisição de dados, e as amostras de cabos.

O primeiro ensaio no vão de 34 metros, mostrado na Figura 4.2, foi feito somente com o cabo CAA Tern, para calibração do modelo matemático. Após a alteração do tamanho do vão, de 34 para 54 metros, os ensaios foram feitos com os três cabos diferentes e com a mesma disposição dos acelerômetros para todos os cabos.

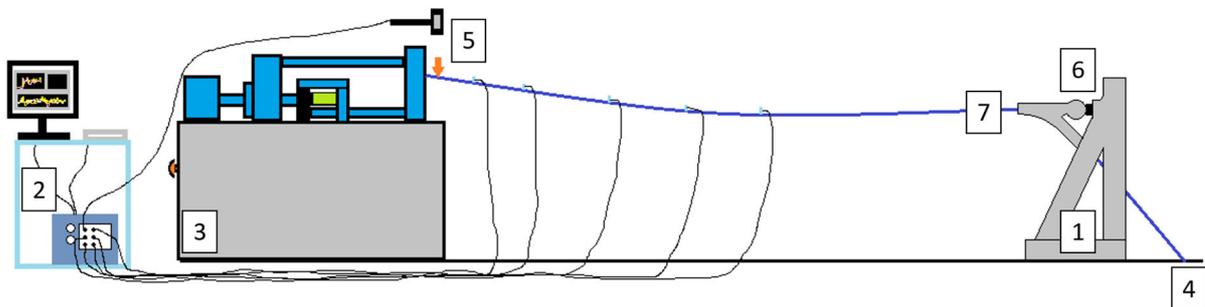


Figura 4.2: Bancada ensaio de vibrações no vão de 54 metros com excitação a 0,50 metro do engaste.

Seguem as descrições conforme numeração das Figuras 4.2 a 4.5:

1. Sustentação rígida dos cabos;
2. Aquisição e controle;
3. Sistema de tração e célula de carga;
4. Fixação da ancoragem e contrapesos;
5. Martelo de impacto e acelerômetros;
6. Ancoragem da amostra;
7. Amostra;
8. Amortecedor, tipo *Stockbridge*.

Foram feitos dois procedimentos com martelo de impacto, o primeiro a excitação efetuada a 0,50 metro do engaste, conforme item 5 da Figura 4.2, e no segundo a excitação foi a 0,70 metro do meio do vão, conforme segue item 5 da Figura 4.3.

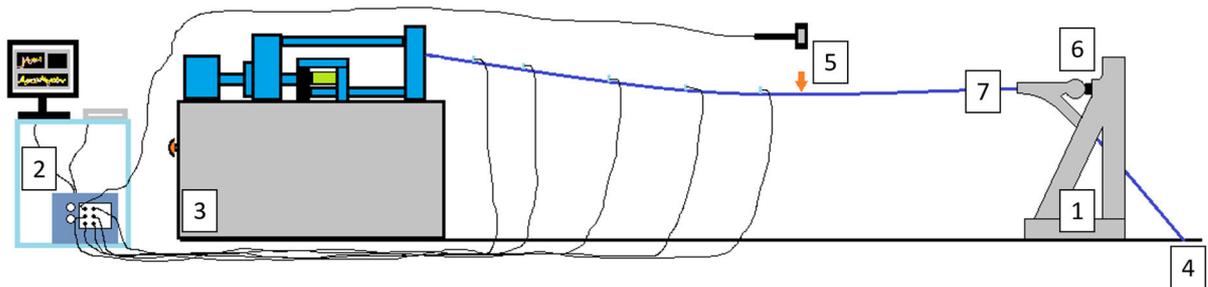


Figura 4.3: Bancada ensaio de vibrações no vão de 54 metros com excitação a 0,70 metro do meio do vão.

A excitação impulsiva com martelo de impacto conforme Figura 4.2, a 0,50 metro do engaste, foi realizada no primeiro ensaio para o cabo Tern no vão de 34 metros, e para os três cabos no vão de 54 metros, assim com a excitação conforme Figura 4.3, que também foi realizada para os três cabos.

4.1.2 Excitação com peso

Na tentativa de melhor ajuste modal para o primeiro modo de vibrar tentou-se uma excitação impulsiva perto do centro por meio de um peso de massa 2,5 kg pendurado por um fio fino, item 5 Figura 4.4. O fio é cortado após tracionamento devido e obtém-se os dados vibratórios.

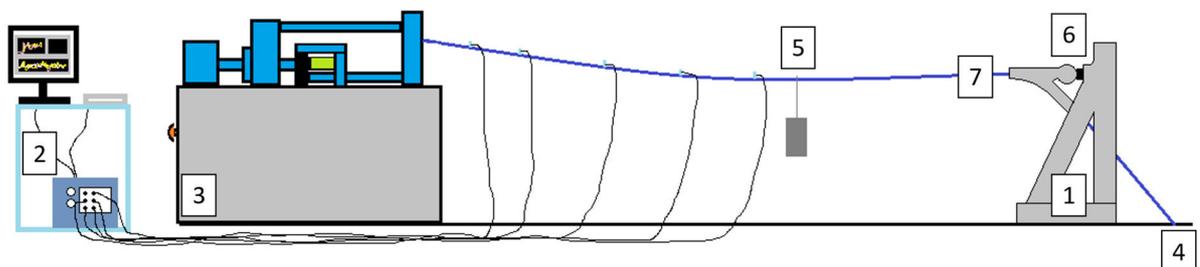


Figura 4.4: Bancada de ensaio no vão de 54 metros com excitação a 0,70 metro com peso.

4.2 PROCEDIMENTO COM AMORTECEDOR

A amostra utilizada foi o cabo Greeley, CA 6201, e a excitação foi efetuada com martelo a 0,50 metro do engaste, conforme item 4.1.1 e Figura 4.5.

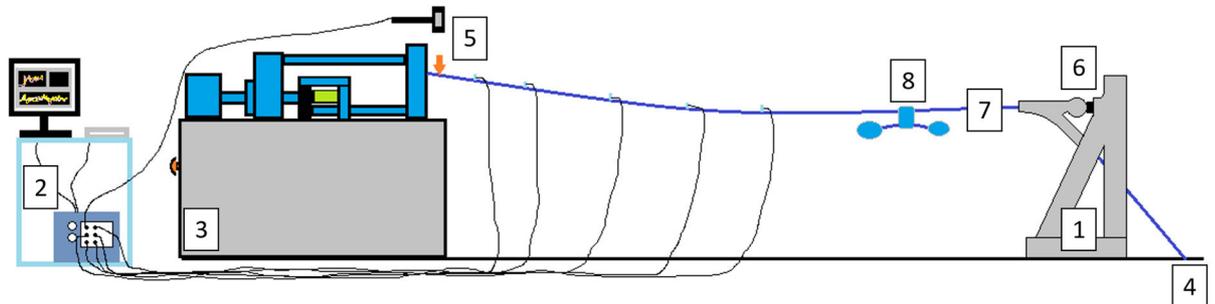


Figura 4.5: Bancada ensaio de vibrações no vão de 54 metros com amortecedor tipo *Stockbridge*.

O posicionamento do amortecedor tipo *Stockbridge* assimétrico foi definido conforme recomendações de Nigol *et al.*, 1985, e conclusões de Barry (2010), onde Pos é o posicionamento do amortecedor, e compreende uma porcentagem do valor do comprimento do laço *loop*, conforme equação (45).

$$loop = \frac{2,703}{V_w} \cdot d \sqrt{\frac{P}{m}} \quad (45)$$

Onde $loop$ é o comprimento do laço (m), V_w é a velocidade do vento (m/s), d é o diâmetro do cabo (m), P é a tração do cabo (N) e m é a massa por comprimento de cabo (kg/m).

Considerando a velocidade do vento $V_w = 7 m/s$ (média da velocidade do vento no Brasil, velocidades baixas), e recomendações para baixa e média frequência, foram utilizados os posicionamentos do amortecedor tipo *Stockbridge* assimétrico conforme Tabela 4, e conforme Figura 4.6. A tração é uma porcentagem em relação a tração de ruptura do cabo completo utilizado no experimento.

Tabela 4: Posicionamento do amortecedor tipo *Stockbridge* no cabo CA 6201 com vão de 54 metros.

Tração (%)	Laço [m]	Pos [m]
10	1,1094	1,0207
12	1,2153	1,1181
14	1,3127	1,2077
16	1,4033	1,2911
18	1,4885	1,3694
20	1,5690	1,4435
22	1,6456	1,5139
24	1,7187	1,5812
26	1,7889	1,6458
28	1,8564	1,7079
30	1,9216	1,7679
32	1,9846	1,8259

Seguindo também as recomendações de Nigol *et al.*, 1985, o amortecedor não deve ser posicionado em pontos de simetria ao longo do cabo (como por exemplo 1/4, 1/3, 1/2, etc.) para evitar a não detecção nos modos harmônicos (respectivos 4º, 3º e 2º), em vãos longos e/ou para altas trações devem ser usados dois amortecedores a distância x_1 e x_2 , para mais que um amortecedor a razão x_2/x_1 deverá ser igual a 0,4 ou 0,6.

Figura 4.6: Posicionamento do amortecedor conforme comprimento *Pos* na Tabela 4.

5 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo serão descritos os ensaios de vibrações, o método analítico, e o Método de Elementos Finitos utilizados para comparação e validação na obtenção dos parâmetros de vibrações.

Sobre ensaios de vibrações serão descritas as amostras utilizadas, os equipamentos e brevemente esquematizados os ensaios feitos para aquisição dos dados obtidos experimentalmente. O método analítico escolhido para comparação com os dados experimentais e a validação com o MEF.

O código do modelo linear de Elementos Finitos foi implementado no ambiente MATLAB e o modelo não-linear em linguagem Fortran.

5.1 ENSAIO DE VIBRAÇÕES

5.1.1 Especificações dos Cabos

Foram comparadas três diferentes amostras de cabos nos ensaios, cabos comumente utilizados na transmissão de energia, cabo de alumínio com alma de aço tern 45/7 CAA Tern, cabo de alumínio liga 1120 37 fios CA 1120 e cabo de alumínio liga 6201 37 fios CA 6201, conforme seguem especificações na Tabela 5.

Tabela 5: Especificações dos cabos completos. Fonte: General Cable (2014)

Item	Descrição	CAA TERN	CA 1120	CA 6201	Unidades
1	Bitola do cabo	795,0	823,0	927,2	<i>kcmil</i>
2	Código do cabo	Tern	Phosphorus	Greeley	
3	Seção nominal	430,58	417,40	469,81	<i>mm²</i>
4	Formação do cabo	45 Al/7 Aço	37	37	fios
5	Diâmetros				
a)	Dos fios de alumínio/aço	3,38/2,25	3,79	4,02	<i>mm</i>
b)	Do cabo	27,00	26,53	28,14	<i>mm</i>
6	Peso do cabo	136,33	1149,60	1295,00	<i>kg/km</i>
7	Módulo de elasticidade longitudinal	64,47	64,00	61,78	<i>GPa</i>
8	Resistência elétrica a 20° C – CC máx.	0,0719	0,0293	0,0713	<i>Ω/km</i>
9	Carga de Ruptura	98,05	91,20	135,00	<i>kN</i>
10	Normas aplicáveis	ASTM B-232/ NBR 7270	AS 1531	ASTM B-399	

5.1.2 Equipamentos Utilizados

A medição de vibração geralmente requer vários componentes de hardware (equipamentos). Os elementos de hardware básicos necessários consistem de uma fonte de excitação, chamado um excitador, para proporcionar uma força de entrada conhecida ou controlada para a estrutura; um transdutor para converter o movimento mecânico da estrutura num sinal; uma interface *A/d*; e um sistema de análise, no qual os programas de processamento de sinal e análise modal de computador alocam. Conforme arranjo ilustrado na Figura 5.1.

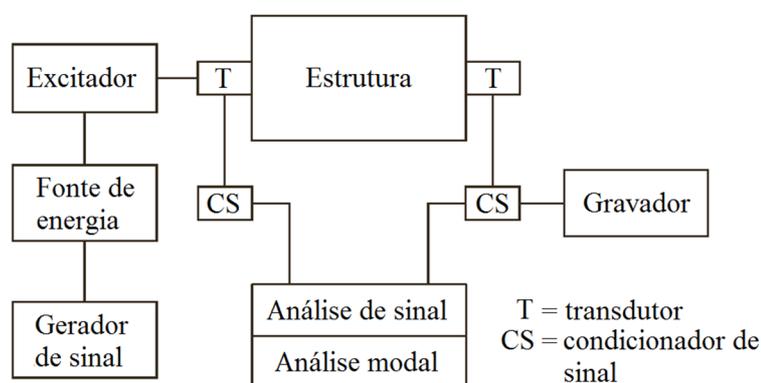


Figura 5.1: Arranjo dos equipamentos utilizados nos ensaios de vibrações. Fonte: Inman (2014)

A bancada de ensaio utilizada apresenta algumas diferenças em relação à bancada mostrada por Barbieri *et al.*, 2003, especialmente no sistema de tração e nas ancoragens das amostras. Os três diferentes ensaios são detalhados no item 5.1.3 e foram esquematizados novamente conforme descrições mostradas nas Figuras 4.2 a 4.5 previamente mostradas.

Os sensores utilizados para obtenção dos dados vibratórios para os 3 tipos de cabos estão mostrados na Tabela 6. Nesta tabela também está contido o martelo de impacto utilizado para excitação do sistema.

Tabela 6: Acelerômetros e martelo de impacto utilizados nos experimentos.

	CA 1120	CAA Tern	CA 6201
AC1 L/16	352C33SNLW144907	338C04SN4808	338C04SN4808
AC2 L/8	352C33SNLW146518	352C33SNLW146518	352C33SNLW146518
AC3 L/4	338C04SN5260	338C04SN5260	338C04SN5260
AC4 3L/8	352C33SNLW146524	352C33SNLW146524	352C33SNLW146524
AC5 L/2	338C04SN5261	338C04SN5261	338C04SN5261
Martelo	HP PCBI 291M55	HP PCBI 291M55	HP PCBI 291M55

5.1.3 Experimentos

5.1.3.1 Ensaio 1: Análise Modal CAA Tern com excitação impulsiva perto do engaste no vão de 34 metros

Ensaio 1 realizado no vão com 34 metros, conforme a Figura 5.2, foi utilizada a amostra CAA Tern (item 7 na Figura 5.2), com as especificações conforme a Tabela 5.

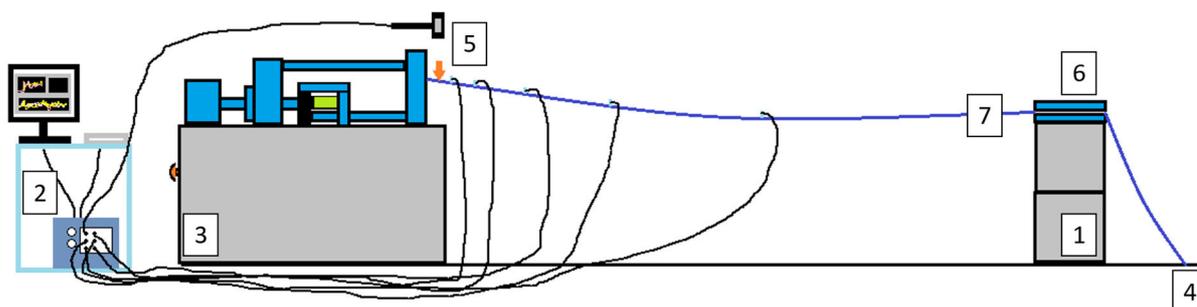


Figura 5.2: Bancada de ensaio de vibrações vão de 34 metros.

Para sustentação rígida da amostra neste ensaio foram utilizados blocos de concreto (item 1) com duas chapas de aço na parte superior (item 6) parafusadas com a amostra passando centralizada entre elas (Figura 5.2).

O controle da tração feita pelo sistema de tração (item 3 na Figura 5.2) variou a tração na amostra de 15 a 37% a tração de ruptura da amostra (Tabela 7).

Tabela 7: Variação da tração ensaio 1.

CAA Tern 34	
Tração	
% Tração	Tração (kN)
15	14,707
17	16,668
19	18,629
21	20,590
23	22,551
25	24,512
27	26,473
29	28,434
31	30,395
33	32,355
35	34,316
37	36,277

Para levantamento das frequências naturais e parâmetros modais, foram colocados cinco acelerômetros para o vão de $L = 34m$ nas posições: $L/32$, $L/16$, $L/8$, $L/4$ e $L/2$. Os acelerômetros foram fixados com cola quente nas posições descritas a partir da direita da base da célula de carga.

A excitação da amostra foi realizada pelo martelo de impacto a 0,5 metro do engaste no sistema de tração em todos os experimentos (Figura 5.3).



Figura 5.3: Excitação com martelo de impacto e posicionamento acelerômetro.

5.1.3.2 Ensaio 2: Análise Modal CAA Tern com excitação impulsiva perto do engaste no vão de 54 metros

Ensaio realizado no vão com 54 metros (Figura 5.4), onde foram utilizadas as amostras CAA Tern com as especificações conforme Tabela 5.

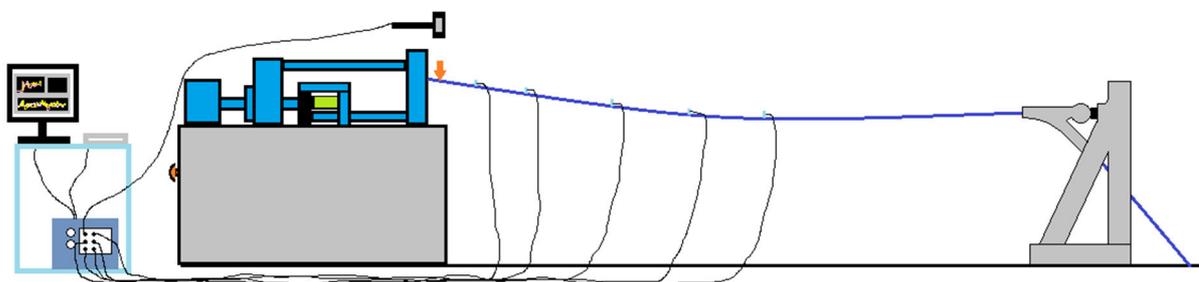


Figura 5.4: Bancada de ensaio de vibrações vão de 54 metros.

Para levantamento das frequências naturais e parâmetros modais experimentais foram colocados cinco acelerômetros nas posições: $L/2$, $3L/8$, $L/4$, $L/8$ e $L/16$. A

excitação da amostra foi realizada pelo martelo de impacto a 0,5 metro do engaste no sistema de tração em todos os experimentos.

Para cada amostra foram feitas aquisições do comprimento do cabo e dos parâmetros de vibrações, variando a tração em relação a tração de ruptura da amostra em porcentagens que variam de 14 a 36%, conforme Tabela 8.

Tabela 8: Variação da tração e do comprimento no ensaio 2.

CAA Tern 54m		
Tração		<i>L (m)</i>
Tração (%)	Tração (kN)	
14	13,76	54,435
16	15,77	54,441
18	17,59	54,445
20	19,54	54,450
22	21,60	54,456
24	23,48	54,460
26	25,43	54,464
28	27,37	54,469
30	29,39	54,473
32	31,29	54,478
34	33,24	54,482
36	35,18	54,487

5.1.3.3 Ensaio 3: Análise Modal CAA Tern com excitação no meio do vão de 54 metros

Ensaio realizado no vão com 54 metros, onde foi utilizada a amostras CAA Tern, com as especificações conforme Tabela 5.

Para levantamento das frequências naturais e parâmetros modais experimentais foram colocados cinco acelerômetros nas posições: $L/2$, $3L/8$, $L/4$, $L/8$ e $L/16$. Foram realizados 14 ensaios variando a tração de 10% a 36% com a liberação de peso para a aquisição do primeiro modo, e foram realizados outros ensaios com martelo de impacto para os modos restantes a 0,70 metro do centro do cabo no vão de 54 metros (Figura 4.3 e 4.4).

Para a amostra foram feitas aquisições variando a tração em relação a tração de ruptura da amostra em porcentagens que variam de 10 a 36%, conforme Tabelas 9.

Tabela 9: Variação da tração no ensaio 3.

CAA Tern 54m excitação no meio	
Tração	
Tração (%)	Tração (kN)
10	9,80
13	12,74
14	13,72
16	15,68
18	17,64
20	19,61
22	21,57
24	23,53
26	25,49
28	27,45
30	29,41
32	31,37
34	33,33
36	35,29

5.1.3.4 Ensaio 4: Análise Modal CA 1120 com excitação impulsiva perto do engaste no vão de 54 metros

Ensaio realizado no vão com 54 metros (Figura 5.4), onde foram utilizadas as amostras CA 1120, com as especificações conforme Tabela 5.

Para levantamento das frequências naturais e parâmetros modais experimentais foram colocados cinco acelerômetros nas posições: $L/2$, $3L/8$, $L/4$, $L/8$ e $L/16$. A excitação da amostra foi realizada pelo martelo de impacto a 0,5 metro do engaste no sistema de tração em todos os experimentos.

Para cada amostra foram feitas aquisições do comprimento do cabo e dos parâmetros de vibrações, variando a tração em relação a tração de ruptura da amostra em porcentagens que variam de 14 a 36%, conforme Tabelas 10.

Tabela 10: Variação da tração e do comprimento no ensaio 4.

CA 1120		
Tração		<i>L</i> (m)
Tração (%)	Tração (kN)	
14	13,46	54,430
16	15,20	54,435
18	17,11	54,440
20	19,00	54,445
22	20,91	54,450
24	22,83	54,454
25	23,75	54,457
26	24,71	54,462
27	25,67	54,465
28	26,60	54,467
30	28,54	54,472
32	30,39	54,476
34	32,28	54,480
36	34,16	54,486

5.1.3.5 Ensaio 5: Análise Modal CA 1120 com excitação no meio do vão de 54 metros

Ensaio realizado no vão com 54 metros, onde foram utilizadas as amostras CA 1120, com as especificações conforme Tabela 5.

Para levantamento das frequências naturais e parâmetros modais experimentais foram colocados cinco acelerômetros nas posições: $L/2$, $3L/8$, $L/4$, $L/8$ e $L/16$. Foram realizados 14 ensaios variando a tração de 9% a 33% com a liberação de peso para a aquisição do primeiro modo, e foram realizados outros ensaios com martelo de impacto aplicado a 0,70 metro do centro do cabo no vão de 54 metros (Figura 4.3 e 4.4).

Para cada amostra foram feitas aquisições variando a tração em relação a tração de ruptura da amostra em porcentagens que variam de 9 a 33%, conforme Tabela 11.

Tabela 11: Variação de tração no ensaio 5.

CAA 1120 54m excitação no meio	
Tração	
Tração (%)	Tração (kN)
9	8,208
10	9,120
11	10,032
12	10,944
13	11,856
14	12,768
16	14,592
18	16,416
20	18,240
22	20,064
24	21,888
29	26,448
31	28,272
33	30,096

5.1.3.6 Ensaio 6: Análise Modal CA 6201 com excitação impulsiva perto do engaste no vão de 54 metros

Ensaio realizado no vão com 54 metros (Figura 5.4), onde foram utilizadas as amostras CA 6201, com as especificações conforme tabela 5.

Para levantamento das frequências naturais e parâmetros modais experimentais foram colocados cinco acelerômetros nas posições: $L/2$, $3L/8$, $L/4$, $L/8$ e $L/16$. A excitação da amostra foi realizada pelo martelo de impacto a 0,5 metro do engaste no sistema de tração em todos os experimentos.

Para cada amostra foram feitas aquisições do comprimento do cabo e dos parâmetros de vibrações, variando a tração em relação a tração de ruptura da amostra em porcentagens que variam de 10 a 34%, conforme Tabelas 12.

Tabela 12: Variação da tração e do comprimento no ensaio 6.

CA 6201		
Tração		L (m)
Tração (%)	Tração (kN)	
10	13,529	54,325
12	16,161	54,333
14	18,853	54,340
16	21,604	54,348
18	24,237	54,354
20	26,929	54,361
22	29,591	54,368
24	32,402	54,375
26	35,124	54,395
28	37,696	54,402
30	40,388	54,408
32	43,110	54,416
34	45,922	54,423

5.1.3.7 Ensaio 7: Análise Modal CA 6201 com excitação no meio do vão de 54 metros

Ensaio realizado no vão com 54 metros, onde foram utilizadas as amostras CA 6201, com as especificações conforme Tabela 5.

Para levantamento das frequências naturais e parâmetros modais experimentais foram colocados cinco acelerômetros nas posições: $L/2$, $3L/8$, $L/4$, $L/8$ e $L/16$. Foram realizados 16 ensaios variando a tração de 7% a 30% com a liberação de peso para a aquisição do primeiro modo, e foram realizados outros ensaios com martelo de impacto para os modos restantes a 0,70 metro do centro do cabo no vão de 54 metros (Figura 4.3 e 4.4).

Para a amostra foram feitas aquisições variando a tração em relação a tração de ruptura da amostra em porcentagens que variam de 7 a 30%, conforme Tabela 13.

Tabela 13: Variação da tração ensaio 7.

CA 6201 54m excitação no meio	
Tração	
Tração (%)	Tração (kN)
7	9,45
8	10,80
9	12,15
10	13,50
11	14,85
12	16,20
13	17,55
14	18,90
16	21,60
18	24,30
20	27,00
22	29,70
24	32,40
26	35,10
28	37,80
30	40,50

5.1.3.8 Ensaio 8: Análise Modal CA 6201 com excitação impulsiva perto do engaste no vão de 54 metros e com Amortecedor

Ensaio realizado no vão com 54 metros (Figura 4.5), foi utilizada a amostra CA 6201 com a especificação conforme a Tabela 5.

A eficiência do amortecedor depende significativamente de seu posicionamento. A partir disso foi feito o mesmo procedimento conforme ensaios anteriores, porém alterando o posicionamento do amortecedor para cada tração realizada no cabo. Na Tabela 4 do item 4.2 é mostrado o posicionamento utilizado para cada tração do ensaio.

5.2 ANÁLISE MODAL PARA OBTENÇÃO DA FREQUÊNCIA E DO FATOR DE AMORTECIMENTO

Segundo Iglesias (2000) o Método da Fração Racional Polinomial FRP, comparativamente aos métodos: Exponencial Complexo MEC, Envelope de Hilbert

MEH e Ibrahim no Domínio do Tempo MIDT, teve menor desvio padrão local na estimativa da taxa de amortecimento experimental.

Isso ocorre porque o método trabalha no Domínio da FRF e não é calculada a Função Resposta do Impulso FRI para a estimativa da taxa de amortecimento.

Afim de comparar os resultados experimentais com analíticos e numéricos será utilizado o método da Fração Racional Polinomial para tratamento dos dados experimentais e estimar as frequências naturais e taxas de amortecimento para os cabos CAA Tern, CA 6201 e CA 1120, no vão de 34 e 54 metros de comprimento e variando a tração de 7 a 36% a tração de ruptura dos cabos mencionados.

5.3 ANÁLISE LINEAR

A frequência natural é determinada da análise de vibração livre. Assumindo que a deformação transversal $w(x, t)$ pode ser escrita como:

$$w(x, t) = y(t)g(x) \quad (46)$$

Com $y(t) = A_1 \text{sen}(\omega t + \phi)$ e $g(x) = \phi e^{zx}$ e substituindo em (1):

$$y(t)EI \frac{d^4 g(x)}{dx^4} - y(t)P \frac{d^2 g(x)}{dx^2} + g(x)m \frac{\partial^2 y(t)}{\partial t^2} = 0 \quad (47)$$

Rearranjando a equação (46):

$$\frac{1}{mg(x)} \left[EI \frac{d^4 g(x)}{dx^4} - P \frac{d^2 g(x)}{dx^2} \right] = - \frac{1}{y(t)} \frac{\partial^2 y(t)}{\partial t^2} \quad (48)$$

Com os termos da equação (48) da direita dependendo de t e da esquerda dependendo de x , e com ambos iguais a constante ω^2 , para o lado direito:

$$- \frac{1}{y(t)} \frac{\partial^2 y(t)}{\partial t^2} = \omega^2$$

$$\frac{\partial^2 y(t)}{\partial t^2} = -y(t)\omega^2$$

$y(t) = A_1 \text{sen}\omega t + B_1 \text{sen}\omega t$, com o deslocamento inicial $y(0) = 0$, então $B_1 = 0$ e $y(t) = A_1 \text{sen}\omega t$.

Para o lado esquerdo da equação (48):

$$\frac{1}{mg(x)} \left[EI \frac{d^4 g(x)}{dx^4} - P \frac{d^2 g(x)}{dx^2} \right] = \omega^2$$

Substituindo $g(x)$:

$$\begin{aligned} EI\phi z^4 e^{zx} - P\phi z^2 e^{zx} - \omega^2 m\phi e^{zx} &= 0 \\ EIz^4 - Pz^2 - \omega^2 m &= 0 \end{aligned}$$

O polinômio do quarto grau admite quatro raízes, sendo duas reais e duas imaginárias:

$$z_{1,2}^2 = \frac{P \pm \sqrt{-P^2 + 4\omega^2 mEI}}{2EI} \quad (49)$$

$$z_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{-P \pm \sqrt{P^2 + 4\omega^2 mEI}}{2EI}} \quad (50)$$

$$z_{3,4} = \pm i \sqrt{\frac{-P \pm \sqrt{P^2 + 4\omega^2 mEI}}{2EI}} \quad (51)$$

Alternativamente, $g(x)$ pode ser escrito da seguinte forma:

$$\begin{aligned} g(x) &= \phi e^{zx} = d_1 \text{senh}zx + d_2 \text{senz}x + d_3 \text{cosh}zx + d_4 \text{cos}zx \\ g'(x) &= d_1 z \text{cosh}zx + d_2 z \text{cos}zx + d_3 z \text{senh}zx - d_4 z \text{sen}zx \\ g''(x) &= d_1 z^2 \text{senh}zx - d_2 z^2 \text{senz}x + d_3 z^2 \text{cosh}zx - d_4 z^2 \text{cos}zx \end{aligned}$$

Aplicando as condições de contorno, sem deslocamentos e momentos nas terminações do cabo, $g(0) = 0$, $g(L) = 0$, $g''(0) = 0$ e $g''(L) = 0$:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ \operatorname{senhzL} & \operatorname{senzL} & \operatorname{coshzL} & \operatorname{coshzL} \\ 0 & 0 & z^2 & z^2 \\ z^2 \operatorname{senhzL} & -z^2 \operatorname{senzL} & z^2 \operatorname{coshzL} & -z^2 \operatorname{coszL} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Com d_1 , d_2 , d_3 e d_4 diferentes de zero, e a matriz deve ser singular e sua determinante igual a zero. A determinante é chamada de equação característica e suas raízes correspondem a seus autovalores. Então:

$$2z^2 \operatorname{senzL} \operatorname{senhzL} = 0$$

Para $\operatorname{senzL} = 0$, o valor de $z = \frac{n\pi}{L}$, substituindo z na equação (49):

$$\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 = \frac{P \pm \sqrt{-P^2 + 4\omega^2 mEI}}{2EI}$$

Rearranjando e isolando ω :

$$\omega_n = \frac{n\pi}{L} \sqrt{\frac{P}{m} + \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 \frac{EI}{m}} \quad (52)$$

A equação (52) é a frequência natural do cabo no n modo de vibrar.

5.4 ANÁLISE NÃO LINEAR

Para análise dinâmica Zhang *et al.*, 2000, minimizam o funcional para variação de energia de deformação:

$$\delta V = \int_0^l [EA \delta \varepsilon_s \varepsilon_s + B_T (\delta \varepsilon_s \varepsilon_\theta + \varepsilon_s \delta \varepsilon_\theta) + GJ \delta \varepsilon_\theta \varepsilon_\theta + P \delta \varepsilon_s + T \delta \varepsilon_\theta] ds \quad (53)$$

Com P a tração estática do cabo, T é o momento torçor, B_T acoplamento axial-torcional, GJ é a rigidez torcional do cabo, E é o módulo de elasticidade e A é a área da seção transversal. As deformações Lagrangeana ε_s e a deformação torcional ε_θ incluem termos não lineares descritos por Souza (2010).

De acordo com Xu *et al.*, 1999a-1999b, é possível observar diversos fenômenos em cabos com grandes amplitudes de vibração, entre eles o comportamento fortemente não-linear, e fenômenos de ressonância interna entre os modos no plano e fora do plano.

O parâmetro de Irvine, parâmetro adimensional bastante utilizado nas análises dinâmicas, usado com muita eficiência para a identificação de ressonâncias internas num cabo. As ressonâncias internas provocam forte acoplamento modal e a resposta dinâmica fica caracterizada pelo acoplamento dos modos e frequências.

Utilizando as características geométricas, conforme Figura 5.4, e os dados do material do cabo, conforme item 5.1.1, o parâmetro de Irvine:

$$\lambda^2 = \left(\frac{mgL \cos \theta}{P} \right)^2 \frac{EAL}{PL_e} \quad (54)$$

Com:

$$L_e = L \left[1 + \frac{1}{8} \left(\frac{mgL \cos \theta}{P} \right)^2 \right] \quad (55)$$

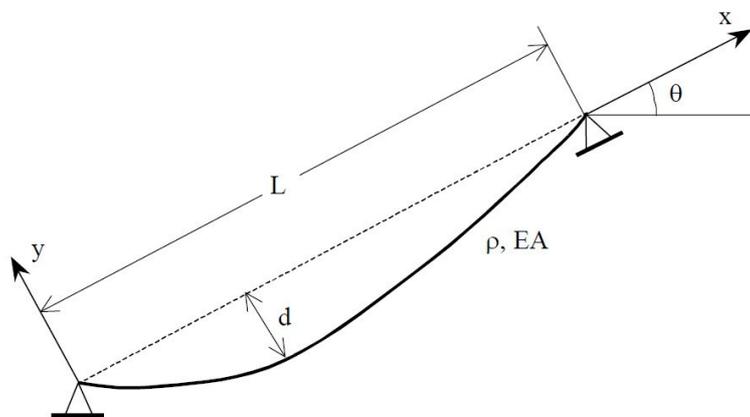


Figura 5.5: Cabo inclinado com carregamento estático. Fonte: Souza (2010)

Sendo m a massa por unidade de comprimento, g a aceleração da gravidade, P a tração no sentido longitudinal (em x), L é a distância entre os apoios e L_e é o comprimento do cabo deformado devido ao carregamento estático (peso próprio).

A faixa de interesse do parâmetro de Irvine é entre 0 e 500, e os valores típicos para as linhas de transmissão é em torno de 90, segundo Tunstall (1997).

As frequências naturais são determinadas empregando o método de iteração subespecial e a matriz de rigidez tangencial é obtida após o equilíbrio estático. As soluções no tempo são obtidas com o algoritmo de Newmark para problemas não lineares conforme Tabela 1.

6 ANÁLISES E RESULTADOS

6.1 ENSAIOS COM O CABO TERN 45/7

6.1.1 Ensaio 1: Cabo Tern 45/7 vão de 34 metros

Foram realizados 11 ensaios com o cabo Tern 45/7 fios no vão de 34 metros com excitação impulsiva com martelo de impacto a 0,50 metros do engaste, variando-se a tração de 15 a 35% da tração de ruptura do cabo completo, especificações do cabo completo Tabela 5.

Na Tabela 14 e na Figura 6.1 são mostradas as cinco primeiras frequências naturais obtidas experimentalmente variando com o aumento da tração.

Tabela 14: Resultados das frequências naturais experimentais do cabo Tern 34m, ensaio 1.

Tração		Frequência (Hz)				
Tração (%)	Tração (kN)	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5
15	14,71	1,63	3,12	4,67	6,22	7,77
17	16,67	1,75	3,33	4,99	6,65	8,31
19	18,63	1,83	3,52	5,27	7,02	8,78
21	20,59	1,90	3,68	5,50	7,34	9,17
23	22,55	1,98	3,85	5,76	7,67	9,59
25	24,51	2,05	4,01	5,99	7,99	9,98
27	26,47	2,12	4,16	6,22	8,30	10,37
29	28,43	2,21	4,33	6,46	8,61	10,76
31	30,39	2,26	4,45	6,66	8,88	11,09
33	32,36	2,35	4,63	6,93	9,24	11,54
35	34,32	2,41	4,77	7,13	9,51	11,88

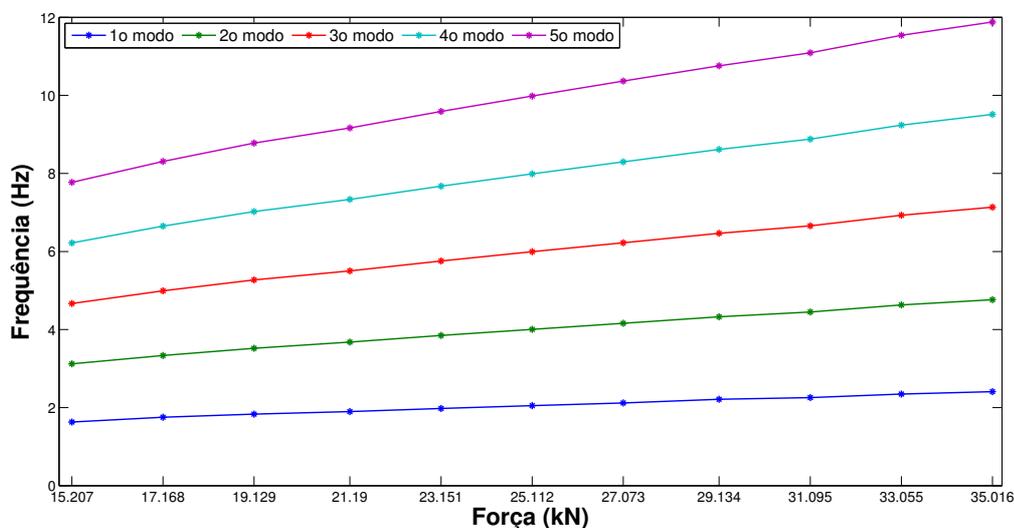


Figura 6.1: Comparação da variação das frequências naturais experimentais com o aumento da tração, ensaio 1.

Tabela 15: Resultados das frequências naturais pelo modelo linear e modelo não-linear do cabo Tern 34m, ensaio 1.

Tração (%)	Frequência (Hz) - Modelo Linear					Frequência (Hz) - Modelo não-Linear				
	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5
15	1,54	3,09	4,63	6,18	7,74	1,65	3,09	4,64	6,19	7,75
17	1,64	3,28	4,92	6,57	8,22	1,72	3,28	4,93	6,58	8,24
19	1,73	3,46	5,20	6,93	8,68	1,80	3,47	5,21	6,95	8,69
21	1,82	3,64	5,47	7,30	9,13	1,87	3,64	5,47	7,30	9,14
23	1,90	3,81	5,72	7,63	9,54	1,94	3,81	5,72	7,63	9,55
25	1,98	3,97	5,95	7,94	9,94	2,01	3,97	5,96	7,95	9,95
27	2,06	4,12	6,18	8,25	10,32	2,09	4,13	6,19	8,27	10,34
29	2,14	4,27	6,41	8,56	10,70	2,16	4,27	6,41	8,56	10,71
31	2,21	4,41	6,62	8,84	11,06	2,22	4,41	6,63	8,84	11,07
33	2,28	4,55	6,83	9,11	11,40	2,29	4,55	6,83	9,12	11,41
35	2,34	4,68	7,03	9,38	11,73	2,35	4,68	7,03	9,38	11,74

Os resultados obtidos pelos modelos numéricos linear e não-linear são mostrados na tabela 15.

Tabela 16: Diferença percentual dos resultados das frequências naturais do cabo Tern 34m, ensaio 1.

Tração (%)	Diferença (%)									
	Modo 1		Modo 2		Modo 3		Modo 4		Modo 5	
	Linear	Não-linear	Linear	Não-linear	Linear	Não-linear	Linear	Não-linear	Linear	Não-linear
15	5,46	0,85	1,05	1,02	0,71	0,56	0,56	0,48	0,46	0,35
17	6,56	1,82	1,60	1,48	1,37	1,17	1,22	1,04	1,08	0,86
19	5,53	1,98	1,68	1,53	1,39	1,20	1,28	1,11	1,16	0,94
21	4,08	1,76	0,90	0,93	0,61	0,59	0,52	0,49	0,39	0,34
23	3,68	1,86	1,00	1,03	0,71	0,68	0,62	0,58	0,50	0,41
25	3,21	1,80	0,95	0,98	0,67	0,64	0,59	0,54	0,46	0,38
27	2,88	1,60	0,97	0,82	0,67	0,47	0,59	0,38	0,46	0,21
29	3,48	2,62	1,24	1,29	0,80	0,79	0,70	0,66	0,51	0,44
31	2,27	1,51	0,82	0,84	0,52	0,50	0,46	0,43	0,31	0,23
33	3,00	2,40	1,70	1,74	1,43	1,43	1,34	1,31	1,22	1,14
35	2,82	2,33	1,71	1,75	1,47	1,47	1,42	1,37	1,24	1,15

Os resultados numéricos lineares apresentam discrepância no primeiro modo principalmente para trações baixas, como mostrado na Figura 6.2.

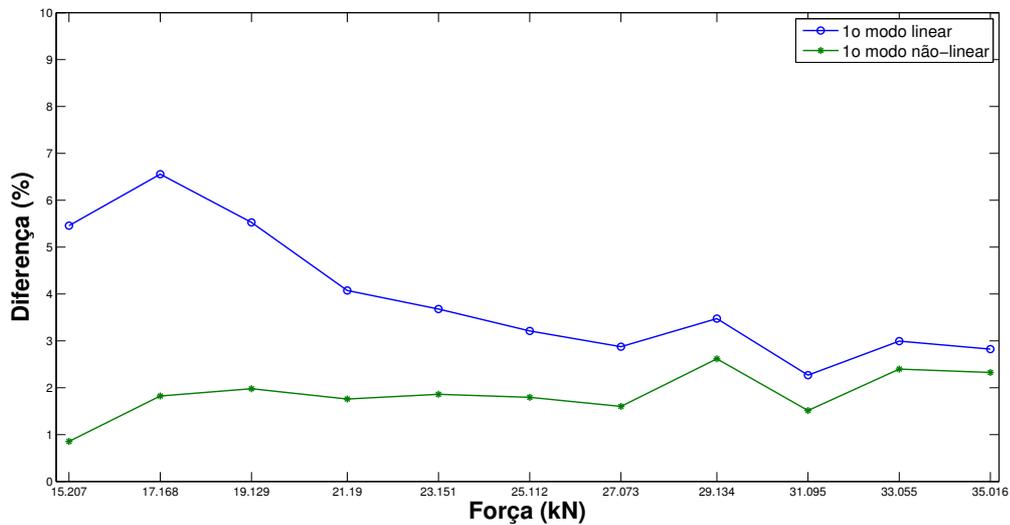


Figura 6.2: Diferenças percentuais do primeiro modo de vibrar pelo MEF linear e MEF não linear, ensaio 1.

A Tabela 17 mostra os resultados experimentais do fator de amortecimento, pelo método do decremento logarítmico e RFP.

Tabela 17: Resultados do fator de amortecimento RFP e decremento logarítmico do cabo Tern 34m.

Tração (%)	Fator de Amortecimento									
	Modo 1		Modo 2		Modo 3		Modo 4		Modo 5	
	RFP	DL	RFP	DL	RFP	DL	RFP	DL	RFP	DL
15	3,1E-03	1,1E-03	2,3E-04	4,6E-04	5,7E-04	6,9E-04	4,2E-04	2,6E-03	5,4E-04	4,0E-04
17	2,0E-04	2,3E-03	2,4E-04	1,6E-03	4,5E-04	9,8E-04	5,2E-04	4,0E-03	6,8E-04	8,0E-04
19	3,4E-04	1,3E-03	2,7E-04	6,0E-04	3,5E-04	5,1E-04	3,5E-04	1,6E-03	5,5E-04	5,7E-04
21	7,7E-08	2,2E-03	2,5E-04	1,6E-04	3,8E-04	6,7E-04	3,1E-04	4,2E-03	6,0E-04	5,2E-04
23	2,8E-04	1,2E-03	3,8E-04	7,8E-04	3,1E-04	9,6E-04	2,8E-04	2,3E-03	5,1E-04	5,1E-04
25	3,0E-04	1,3E-03	1,8E-04	5,8E-04	2,8E-04	7,4E-04	2,9E-04	4,5E-03	4,2E-04	4,7E-04
27	5,4E-04	4,3E-03	2,9E-04	1,3E-03	3,2E-04	4,3E-04	3,2E-04	1,2E-03	4,5E-04	5,6E-04
29	1,0E-03	3,8E-03	2,3E-04	3,5E-04	4,7E-04	6,3E-04	3,9E-04	7,3E-04	5,8E-04	5,4E-04
31	2,3E-08	1,9E-03	1,5E-04	1,2E-03	8,4E-04	1,3E-03	5,3E-04	4,1E-03	6,6E-04	1,2E-03
33	2,4E-07	7,1E-03	4,2E-04	9,7E-04	5,6E-04	5,0E-04	5,0E-04	1,5E-03	6,6E-04	8,2E-04
35	2,6E-04	2,3E-03	2,9E-04	5,6E-04	3,5E-04	6,8E-04	5,4E-04	3,1E-03	5,5E-04	5,9E-04

Para obter os resultados do fator de amortecimento experimentalmente os dados experimentais são obtidos pelo deslocamento no tempo dos acelerômetros, conforme

descrito no capítulo 5, e esses dados foram tratados pelos métodos numérico RFP e o método do decremento logarítmico.

As Figuras 6.3 a 6.7 mostram a variação do fator de amortecimento no ensaio 1 utilizando os métodos do decremento logarítmico e RFP.

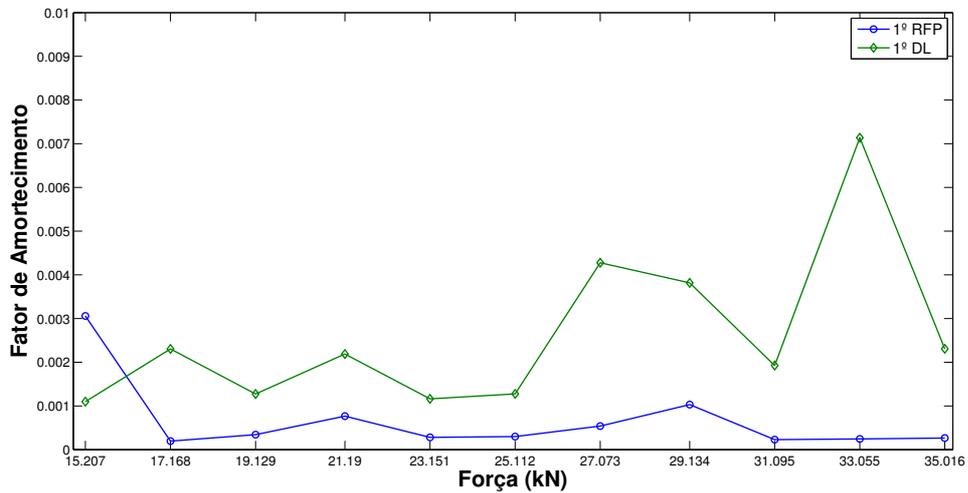


Figura 6.3: Variação do fator de amortecimento do ensaio 1 com a tração para a primeira frequência natural.

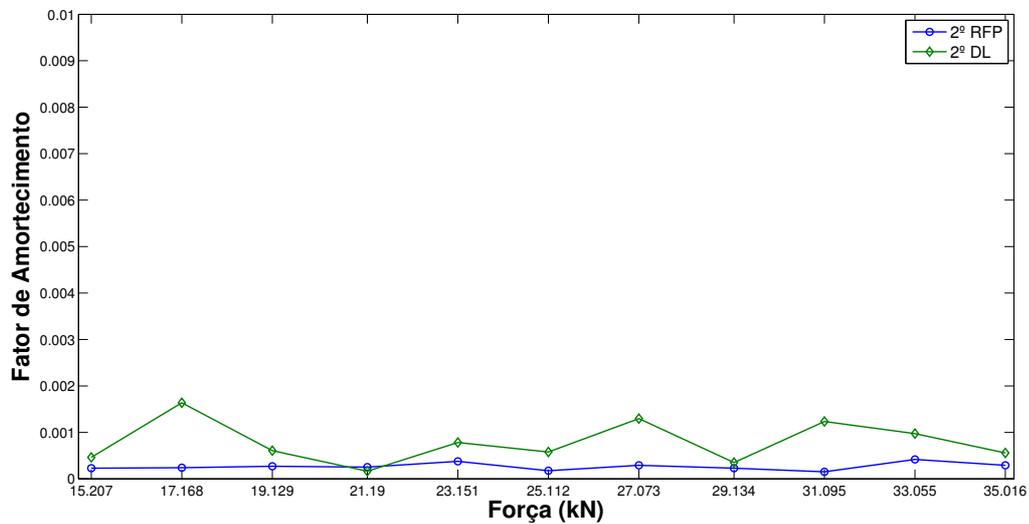


Figura 6.4: Variação do fator de amortecimento do ensaio 1 com a tração para a segunda frequência natural.

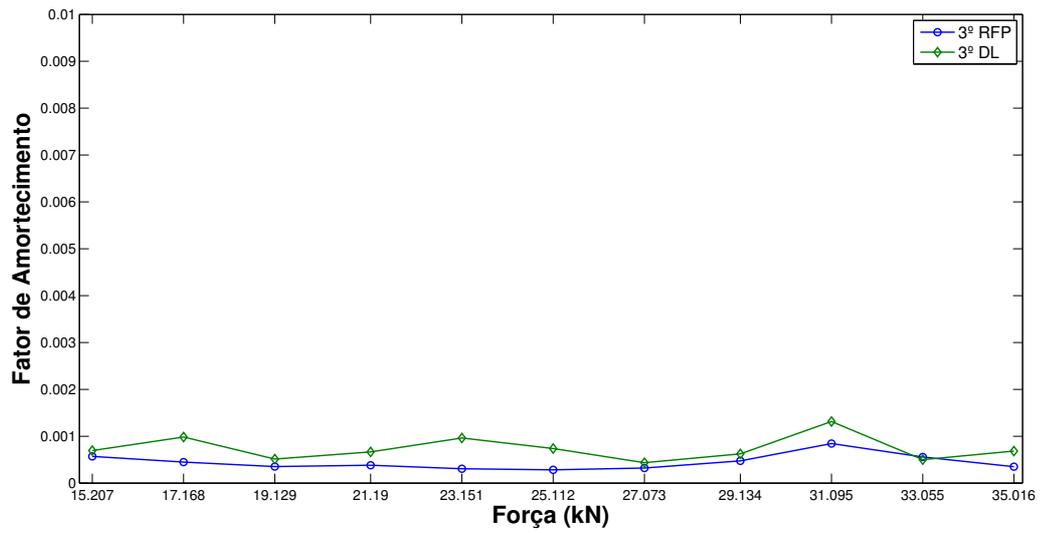


Figura 6.6: Variação do fator de amortecimento do ensaio 1 com a tração para a terceira frequência natural.

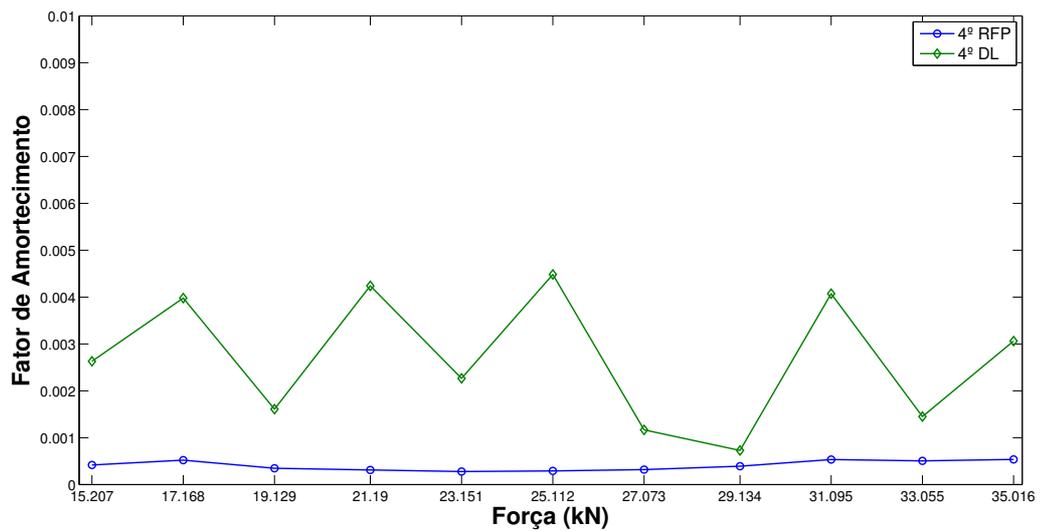


Figura 6.5: Variação do fator de amortecimento do ensaio 1 com a tração para a quarta frequência natural.

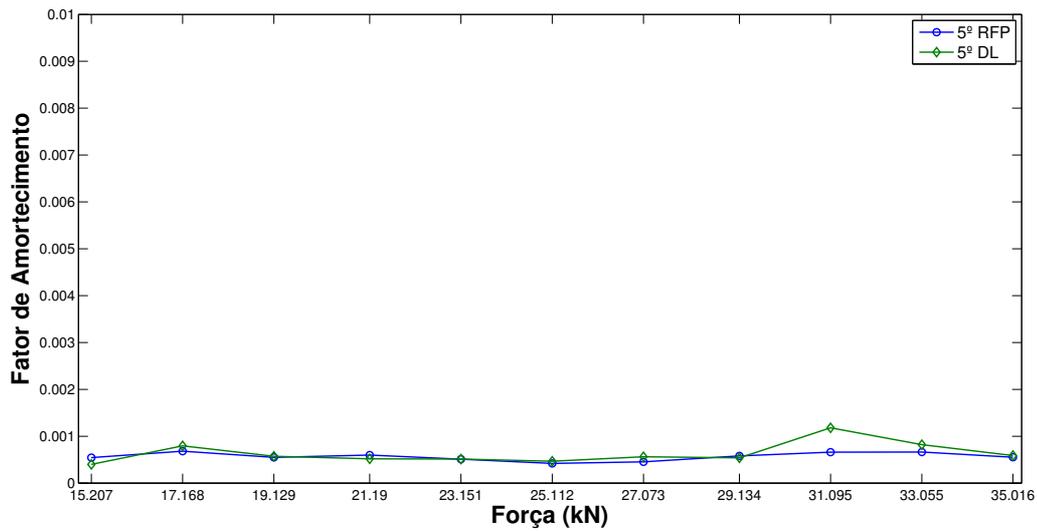


Figura 6.7: Variação do fator de amortecimento do ensaio 1 com a tração para a quinta frequência natural.

As Figuras 6.3 a 6.7 mostram maiores diferenças entre os resultados dos métodos para a primeira e a quarta frequências naturais, porém sem uma clara tendência da variação do fator de amortecimento com o aumento da tração. Essas diferenças podem estar relacionadas também com a escolha dos posicionamentos dos acelerômetros ($L/2$, $5L/8$, $L/4$, $L/8$, $L/16$), algo a ser repensado em trabalhos futuros.

6.1.2 Ensaio 2: Cabo Tern 45/7 vão de 54 metros com excitação perto do engaste

Foram realizados 12 ensaios com o cabo Tern de 45/7 fios, variando a tração de 14 a 36% da tração de ruptura do cabo completo e utilizando martelo de impacto a 0,50 metro do engaste.

Tabela 18: Resultados das frequências naturais experimentais do cabo Tern, ensaio 2.

Tração		L (m)	Frequência (Hz)				
(%)	(kN)		Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5
14	13,77	54,44	1,16	1,93	2,89	3,83	4,79
16	15,77	54,44	1,18	2,06	3,08	4,10	5,12
18	17,60	54,45	1,20	2,17	3,25	4,32	5,40
20	19,54	54,45	1,24	2,29	3,43	4,56	5,70
22	21,60	54,46	1,28	2,41	3,60	4,79	5,98
24	23,49	54,46	1,32	2,51	3,75	5,00	6,24
26	25,43	54,46	1,36	2,61	3,90	5,20	6,49
28	27,38	54,47	1,40	2,71	4,05	5,39	6,73
30	29,39	54,47	1,44	2,80	4,18	5,58	6,96
32	31,30	54,48	1,48	2,88	4,32	5,75	7,18
34	33,24	54,48	1,52	2,97	4,45	5,92	7,40
36	35,18	54,49	1,56	3,06	4,57	6,09	7,61

Na Tabela 18 e na Figura 6.8 são mostradas as cinco primeiras frequências naturais obtidas experimentalmente variando com o aumento da tração.

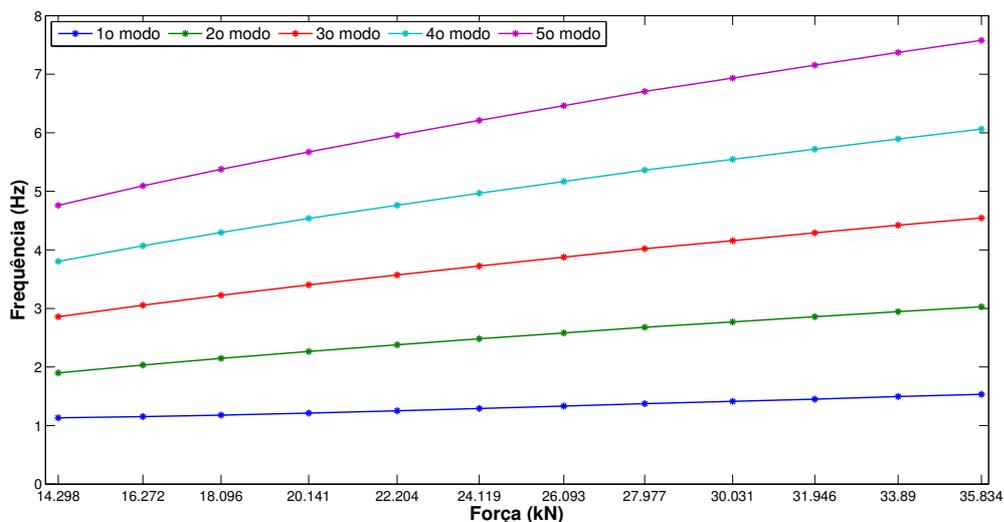


Figura 6.8: Comparação da variação das frequências naturais experimentais com o aumento da tração, ensaio 2.

Na Tabela 18 também é mostrada a variação do comprimento com o aumento da tração.

A comparação entre os resultados, do ensaio 2, numérico linear e não-linear na Tabela 19 mostra que os resultados numéricos lineares apresentam a mesma diferença na primeira frequência natural no primeiro modo, principalmente para trações baixas.

Tabela 19: Resultados das frequências naturais pelo modelo linear e modelo não-linear cabo Tern, ensaio 2.

Tração (%)	Frequência (Hz) - Modelo Linear					Frequência (Hz) - Modelo não-Linear				
	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5
14	0,95	1,90	2,85	3,81	4,76	1,13	1,90	2,86	3,81	4,77
16	1,01	2,03	3,04	4,06	5,08	1,14	2,03	3,05	4,06	5,09
18	1,07	2,14	3,21	4,28	5,35	1,17	2,14	3,21	4,28	5,36
20	1,13	2,26	3,38	4,52	5,65	1,20	2,25	3,38	4,51	5,64
22	1,18	2,37	3,55	4,74	5,93	1,24	2,36	3,55	4,73	5,92
24	1,23	2,47	3,70	4,94	6,18	1,28	2,47	3,71	4,94	6,19
26	1,28	2,57	3,85	5,14	6,42	1,32	2,57	3,85	5,14	6,43
28	1,33	2,66	3,99	5,32	6,66	1,36	2,66	3,99	5,32	6,66
30	1,38	2,75	4,13	5,51	6,89	1,41	2,75	4,13	5,51	6,90
32	1,42	2,84	4,26	5,68	7,11	1,44	2,84	4,26	5,69	7,12
34	1,46	2,92	4,39	5,85	7,32	1,48	2,92	4,39	5,86	7,33
36	1,50	3,01	4,51	6,02	7,52	1,52	3,01	4,51	6,02	7,54

Na Tabela 20 a diferença percentual dos resultados dos modelos Linear e Não-linear, comparativamente com os resultados experimentais, no primeiro modo é maior que 16% para a tração de 14% da tração de ruptura do cabo utilizando modelo numérico linear.

Tabela 20: Diferença percentual dos resultados das frequências naturais cabo Tern, ensaio 2.

Tração (%)	Diferença (%)									
	Modo 1		Modo 2		Modo 3		Modo 4		Modo 5	
	Linear	Não-linear	Linear	Não-linear	Linear	Não-linear	Linear	Não-linear	Linear	Não-linear
14	16,15	0,66	0,11	0,10	0,21	0,11	0,03	0,11	0,02	0,15
16	12,07	0,67	0,30	0,26	0,46	0,22	0,27	0,17	0,31	0,14
18	9,34	0,63	0,42	0,42	0,53	0,36	0,42	0,35	0,43	0,28
20	7,09	0,70	0,49	0,72	0,56	0,67	0,48	0,66	0,46	0,54
22	5,51	0,63	0,46	0,69	0,56	0,68	0,50	0,63	0,50	0,56
24	4,57	0,59	0,60	0,59	0,62	0,52	0,58	0,50	0,58	0,41
26	3,68	0,54	0,58	0,58	0,62	0,55	0,60	0,52	0,59	0,42
28	3,28	0,76	0,75	0,82	0,77	0,78	0,73	0,73	0,73	0,65
30	2,69	0,59	0,61	0,64	0,67	0,61	0,67	0,58	0,65	0,48
32	2,21	0,47	0,66	0,69	0,75	0,69	0,70	0,61	0,70	0,53
34	2,27	0,78	0,75	0,76	0,77	0,71	0,75	0,64	0,73	0,56
36	2,09	0,81	0,76	0,77	0,79	0,74	0,78	0,69	0,75	0,57

No modelo não-linear a diferença percentual é menor que 1% para todos os modos e para todas as trações realizadas comparando resultados experimentais com

excitação impulsiva a 0,50 metro do engaste e resultados numéricos obtidos pelo modelo não linear.

Comparando a diferença percentual da primeira frequência natural obtida com modelo linear e não linear, a Figura 6.9 mostra a vantagem do modelo não-linear, com a diferença muito inferior em relação ao modelo linear para trações mais baixas

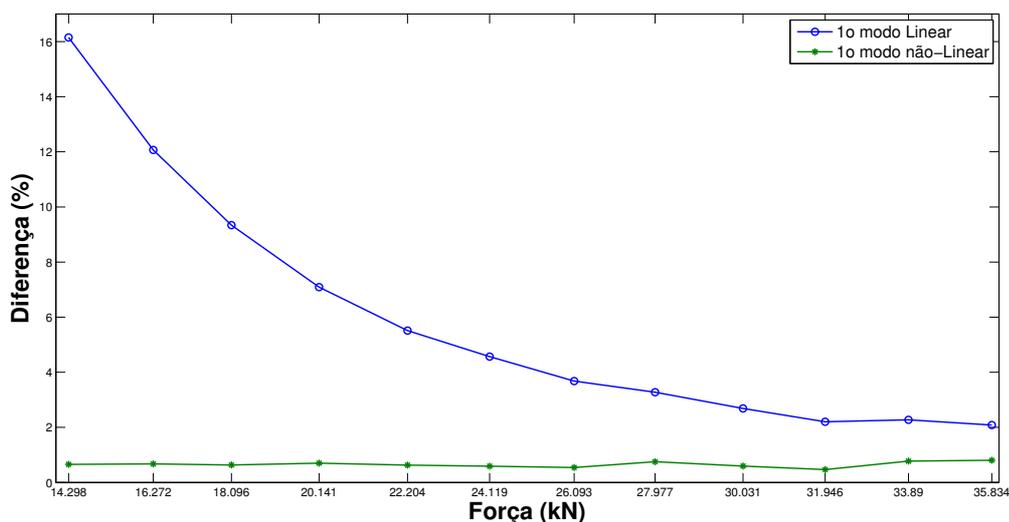


Figura 6.9: Comparação das diferenças percentuais do primeiro modo de vibrar pelo MEF linear e não-linear do cabo Tern, ensaio 2.

A Tabela 21 mostra os resultados experimentais do fator de amortecimento, pelo método do decremento logarítmico e RFP para excitação perto do engaste.

Tabela 21: Resultados do fator de amortecimento para o cabo Tern, ensaio 2.

Tração (%)	Fator de Amortecimento									
	Modo 1		Modo 2		Modo 3		Modo 4		Modo 5	
	RFP	DL	RFP	DL	RFP	DL	RFP	DL	RFP	DL
14	3,4E-04	1,3E-02	2,8E-04	1,1E-03	5,5E-04	2,6E-03	6,7E-04	4,0E-04	5,8E-04	1,4E-03
16	3,5E-04	6,4E-03	1,3E-04	6,0E-03	4,5E-04	3,6E-03	5,2E-04	5,1E-03	6,3E-04	3,6E-03
18	4,0E-04	8,9E-03	1,3E-03	8,0E-03	5,1E-04	4,8E-03	7,3E-04	5,9E-03	6,4E-04	2,2E-03
20	3,2E-04	6,5E-03	4,8E-04	4,7E-03	5,7E-04	3,8E-03	6,3E-04	3,5E-03	5,4E-04	3,4E-03
22	3,2E-04	8,9E-03	3,4E-04	6,0E-04	3,9E-04	4,0E-04	5,2E-04	5,0E-04	4,1E-04	6,0E-04
24	4,7E-04	3,2E-03	2,2E-04	6,4E-03	5,2E-04	6,9E-03	4,0E-04	3,5E-03	4,0E-04	5,2E-03
26	5,8E-04	3,0E-02	3,1E-04	1,0E-02	4,8E-04	1,8E-03	4,2E-04	6,0E-04	3,8E-04	7,0E-04
28	8,1E-04	1,3E-03	2,7E-04	1,6E-03	3,9E-04	4,0E-03	3,8E-04	1,4E-03	3,7E-04	1,3E-03
30	1,0E-03	4,3E-02	2,9E-04	1,6E-03	4,5E-04	4,2E-03	3,9E-04	1,0E-03	3,3E-04	1,5E-03
32	8,0E-04	1,7E-03	5,2E-04	1,5E-03	4,4E-04	1,9E-03	4,0E-04	8,0E-04	2,9E-04	7,0E-04
34	7,3E-04	1,4E-03	3,3E-04	3,0E-03	6,0E-04	1,8E-03	4,8E-04	5,0E-04	2,9E-04	7,0E-04
36	3,9E-04	1,1E-02	4,1E-04	2,9E-03	5,9E-04	1,4E-03	4,2E-04	4,6E-03	2,7E-04	4,1E-03

6.1.3 Ensaio 3: Cabo Tern 45/7 vão de 54 metros com excitação no meio

Foram realizados 14 ensaios variando a tração de 10% a 36% com através da liberação de peso para o primeiro modo e, foi realizado outro ensaio com martelo de impacto aplicado a 0,70 metro do centro do cabo no vão.

Na Tabela 22 e na Figura 6.10 são mostradas as cinco primeiras frequências naturais variando com o aumento da tração do ensaio denominado ensaio 3.

Tabela 22: Resultados das frequências naturais experimentais do cabo Tern, ensaio 3.

Tração (%)	Frequência (Hz)				
	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5
10	1,22	1,57	2,37	3,12	3,89
13	1,16	1,79	2,71	3,59	4,46
14	1,16	1,88	2,88	3,73	4,64
16	1,17	2,00	3,00	3,98	4,95
18	1,20	2,14	3,18	4,24	5,26
20	1,24	2,26	3,36	4,47	5,55
22	1,27	2,37	3,49	4,70	5,88
24	1,31	2,47	3,69	4,89	6,15
26	1,35	2,58	3,84	5,11	6,40
28	1,39	2,67	3,98	5,29	6,65
30	1,45	2,77	4,13	5,50	6,88
32	1,48	2,83	4,27	5,68	7,09
34	1,52	2,95	4,42	5,90	7,33
36	1,57	3,06	4,60	6,11	7,63

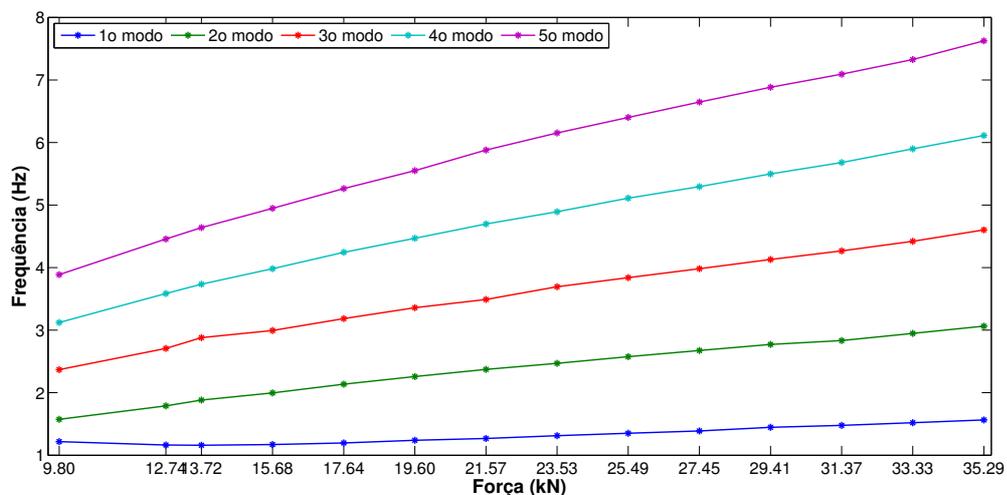


Figura 6.10: Comparação da variação das frequências naturais experimentais com o aumento da tração, ensaio 3.

Na Figura 6.11 mostra os resultados da variação da frequência natural para o cabo CAA Tern utilizando os dois métodos experimentais e os dois modelos numéricos. Nota-se que o modelo não-linear apresenta resultados próximos dos experimentais, o que não acontece com o modelo linear, principalmente para baixas trações (onde a catenária é maior as hipóteses para o modelo linear mostram-se não adequadas).

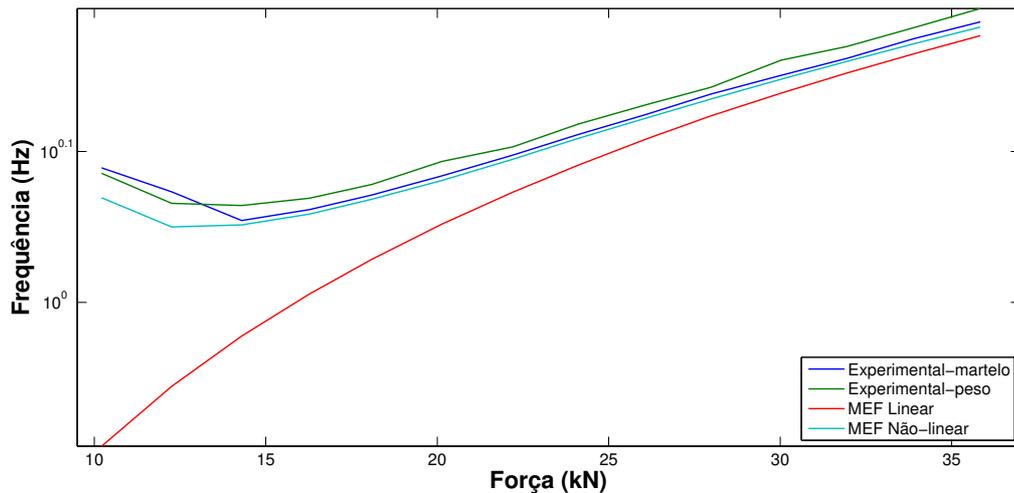


Figura 6.11: Variação da frequência natural do cabo CAA Tern (primeiro modo de vibrar).

As análises do fator de amortecimento dos cabos foram realizadas experimentalmente com dois métodos diferentes, pela análise modal da RFP e pelo método do decremento logarítmico. DL 50cm representa o fator de amortecimento calculado pelo decremento logarítmico com excitação impulsiva com martelo de impacto a 0,50 metro do engaste, e DL meio é o fator de amortecimento calculado pelo decremento logarítmico com excitação impulsiva com martelo de impacto a 0,70 metro do meio do comprimento do cabo para os modos segundo, terceiro, quarto e quinto modos de vibrar. A excitação pela liberação do peso a 0,70 metro do meio do comprimento do cabo foi utilizada para o primeiro modo.

A Tabela 23 mostra os resultados experimentais do fator de amortecimento, pelo método do decremento logarítmico e RFP para excitação no meio.

Tabela 23: Resultados do fator de amortecimento para o cabo Tern, ensaio 3.

Tração (%)	Fator de Amortecimento									
	Modo 1		Modo 2		Modo 3		Modo 4		Modo 5	
	RFP	DL	RFP	DL	RFP	DL	RFP	DL	RFP	DL
10	4,7E-03	1,4E-02	5,5E-08	2,4E-02	1,6E-03	1,7E-03	7,8E-05	1,3E-02	9,4E-04	5,1E-03
13	9,0E-04	5,7E-03	1,3E-02	1,4E-02	3,9E-03	1,4E-02	1,4E-06	4,2E-03	1,7E-03	7,9E-03
14	4,8E-07	7,6E-03	1,6E-03	6,3E-03	3,5E-02	8,5E-03	5,9E-05	5,7E-03	2,2E-02	1,1E-02
16	2,5E-06	1,6E-03	1,0E-01	7,1E-03	5,8E-04	1,8E-03	1,0E-03	1,1E-02	9,0E-04	1,8E-03
18	1,7E-06	2,6E-03	3,4E-03	3,1E-03	6,6E-04	1,0E-03	1,0E-03	5,7E-03	1,8E-03	1,6E-03
20	9,6E-07	8,5E-03	7,4E-04	1,3E-02	8,3E-03	1,9E-02	9,7E-05	4,5E-03	1,5E-02	8,3E-03
22	8,3E-04	4,2E-03	1,6E-03	1,8E-02	4,9E-02	1,2E-02	6,2E-04	4,6E-03	2,3E-02	4,3E-03
24	3,2E-04	1,8E-03	3,5E-03	2,2E-03	4,9E-02	4,6E-03	1,2E-03	1,6E-03	3,2E-02	1,3E-02
26	2,6E-04	3,0E-03	5,8E-03	1,7E-03	2,8E-03	2,4E-03	1,5E-03	3,2E-03	1,3E-02	1,3E-02
28	3,3E-04	3,9E-03	9,2E-03	4,2E-03	4,0E-03	4,5E-03	1,6E-03	4,3E-03	1,3E-02	6,7E-03
30	9,3E-07	3,1E-03	6,6E-03	1,8E-03	3,4E-03	7,4E-03	1,9E-03	4,4E-03	1,7E-02	1,2E-02
32	6,1E-07	2,4E-03	1,0E-03	1,0E-02	4,2E-03	3,5E-03	1,2E-03	1,5E-03	1,3E-02	9,6E-03
34	4,6E-04	3,1E-03	1,4E-06	3,3E-03	6,0E-03	6,3E-03	1,4E-03	2,8E-03	1,7E-02	8,4E-03
36	7,1E-04	1,9E-03	1,3E-03	2,5E-03	1,2E-03	8,9E-03	7,8E-04	2,4E-03	1,4E-03	1,0E-02

Os resultados do fator de amortecimento são mostrados nas Figuras 6.12 a 6.16, para a primeira, segunda, terceira, quarta e quinta frequência natural respectivamente.

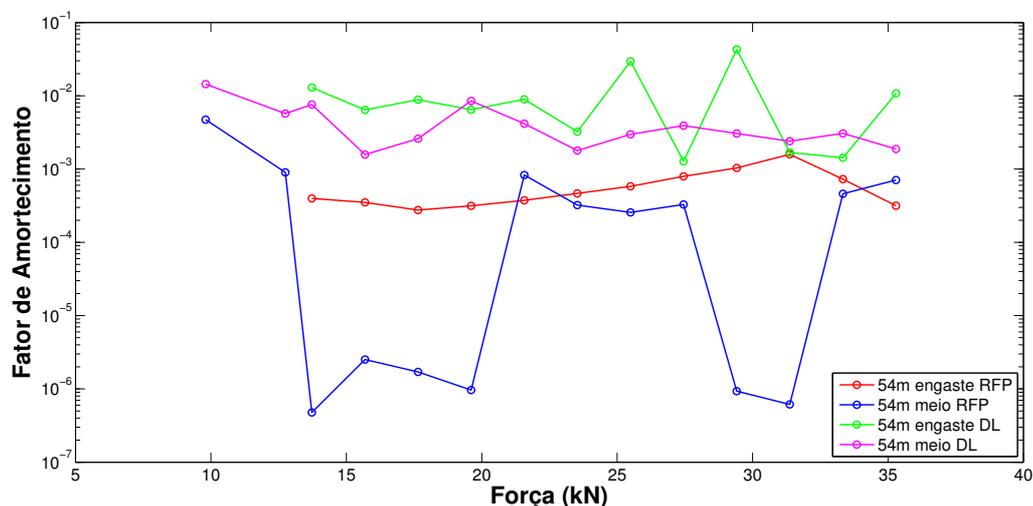


Figura 6.12: Comparação dos resultados do fator de amortecimento na primeira frequência natural pelos métodos RFP e do decremento logarítmico do cabo Tern ensaio 2 e 3.

A Figura 6.12 mostra uma ligeira tendência da diminuição do fator de amortecimento com o aumento da tração, porém há uma variação maior com a excitação impulsiva no centro do vão utilizando o método RFP.

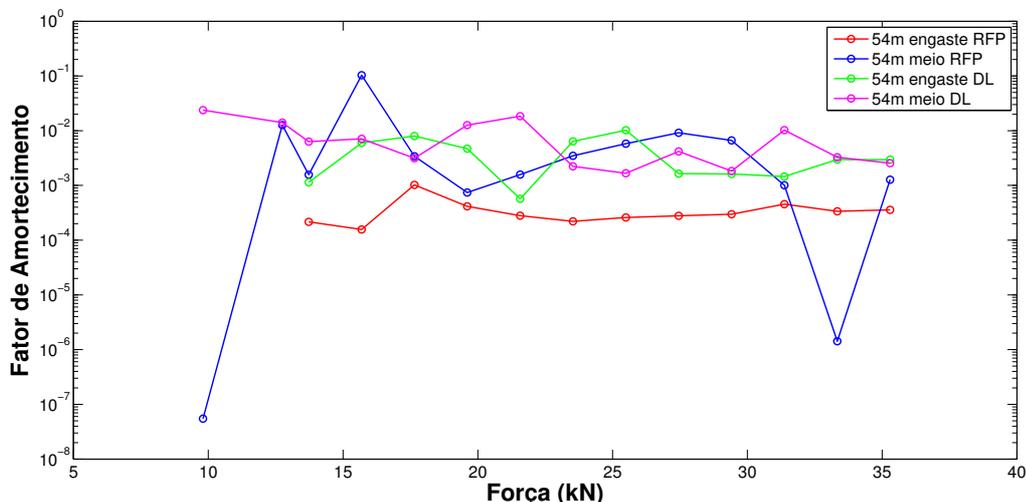


Figura 6.13: Comparação dos resultados do fator de amortecimento na segunda frequência natural pelos métodos RFP e do decremento logarítmico do cabo Tern ensaio 2 e 3.

A Figura 6.13 também mostra tendência da diminuição do fator de amortecimento com o aumento da tração, porém a variação maior com a excitação impulsiva no centro do vão utilizando o método RFP só aparece para as trações de 10 e 34% da tração de ruptura do cabo Tern.

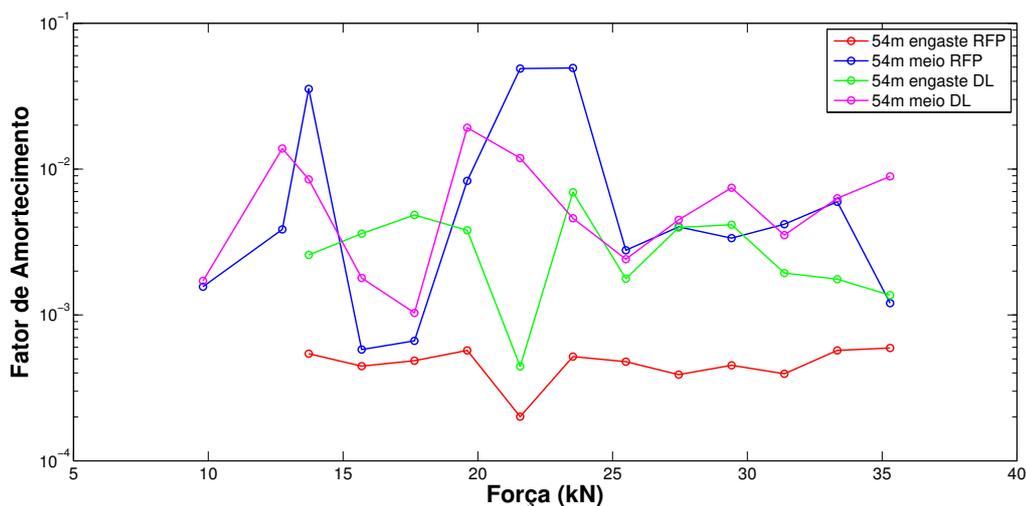


Figura 6.14: Comparação dos resultados do fator de amortecimento na terceira frequência natural pelos métodos RFP e do decremento logarítmico do cabo Tern ensaio 2 e 3.

Na Figura 6.14 o terceiro modo mostra uma diminuição na variação entre os resultados para os diferentes métodos de identificação do fator de amortecimento.

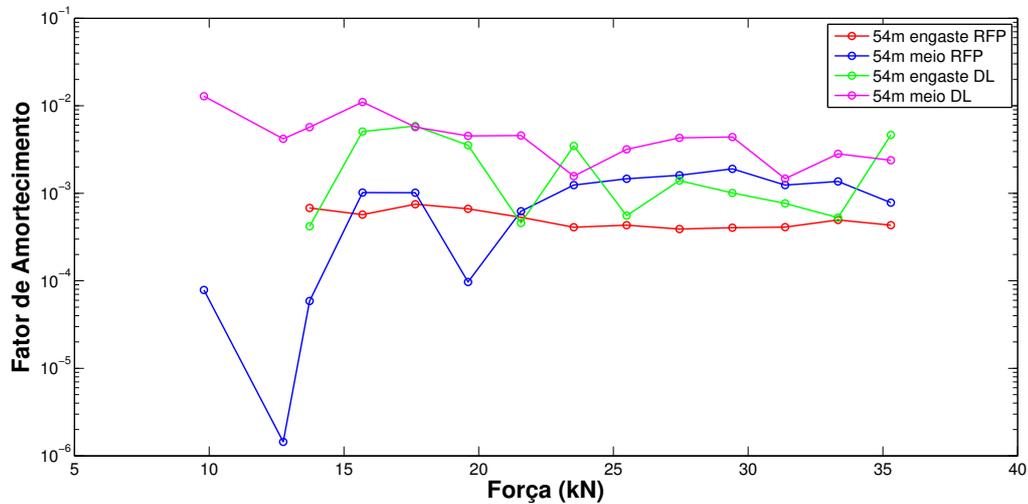


Figura 6.15: Comparação dos resultados do fator de amortecimento na quarta frequência natural pelos métodos RFP e do decremento logarítmico do cabo Tern ensaio 2 e 3.

Na Figura 6.15 há uma expressiva diminuição na variação dos resultados, e vê-se a tendência de diminuição do fator de amortecimento com o aumento da tração.

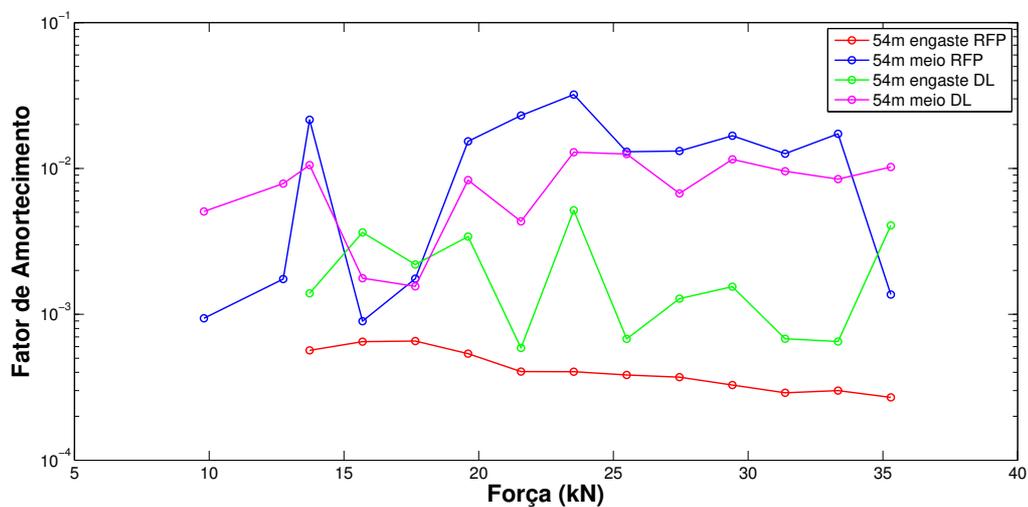


Figura 6.16: Comparação dos resultados do fator de amortecimento na quinta frequência natural pelos métodos RFP e do decremento logarítmico do cabo Tern ensaio 2 e 3.

Na Figura 6.16 existem grandes oscilações entre os resultados, exceto para trações baixas com a excitação no meio do vão e neste caso, nota-se a tendência da diminuição do fator de amortecimento com o aumento da tração.

A grande variação nos resultados experimentais obtidos por métodos diferentes pode estar explicada no atrito/deslizamento entre fios diferente para cada tração e modo de vibrar.

Os métodos RFP e do decremento logarítmico para o cálculo do fator de amortecimento utilizaram os dados do acelerômetro do canal 5 para frequências naturais ímpares (primeira, terceira e quinta frequências naturais), localizado no centro do cabo ($L/2$), o acelerômetro do canal 3 para a segunda frequência e o do canal 4 para a quarta frequência natural, posicionados nas distâncias $L/4$ e $L/8$, respectivamente.

Na tentativa de melhorar os resultados modais foram realizados novos ensaios considerando uma massa suspensa no meio do vão (massa de 2,5 kg). O fio plástico que prendia a massa era cortado e os dados vibratórios foram obtidos por cinco acelerômetros dispostos ao longo da amostra.

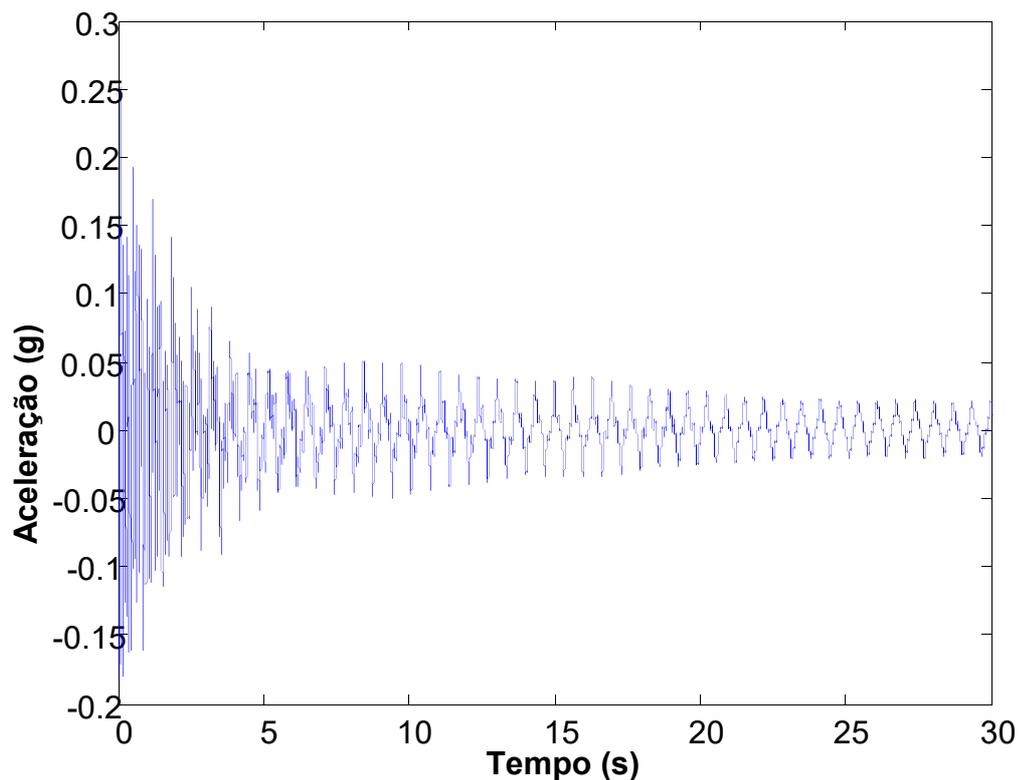


Figura 6.17: Aceleração (acelerômetro posicionado no meio do vão)

Procurou-se ajustar o primeiro modo de vibrar (fundamental). Os sinais do domínio do tempo (na Figura 6.17 tração de 26% da tração de ruptura do cabo) foram

passados para o domínio da frequência (Figura 6.18) através da transformada de Fourier.

Na Figura 6.17 o aspecto serrilhado no gráfico da aceleração no tempo aparece devido ao movimento axial do cabo, somente identificado no modelo não-linear, com movimento em x e y acoplados.

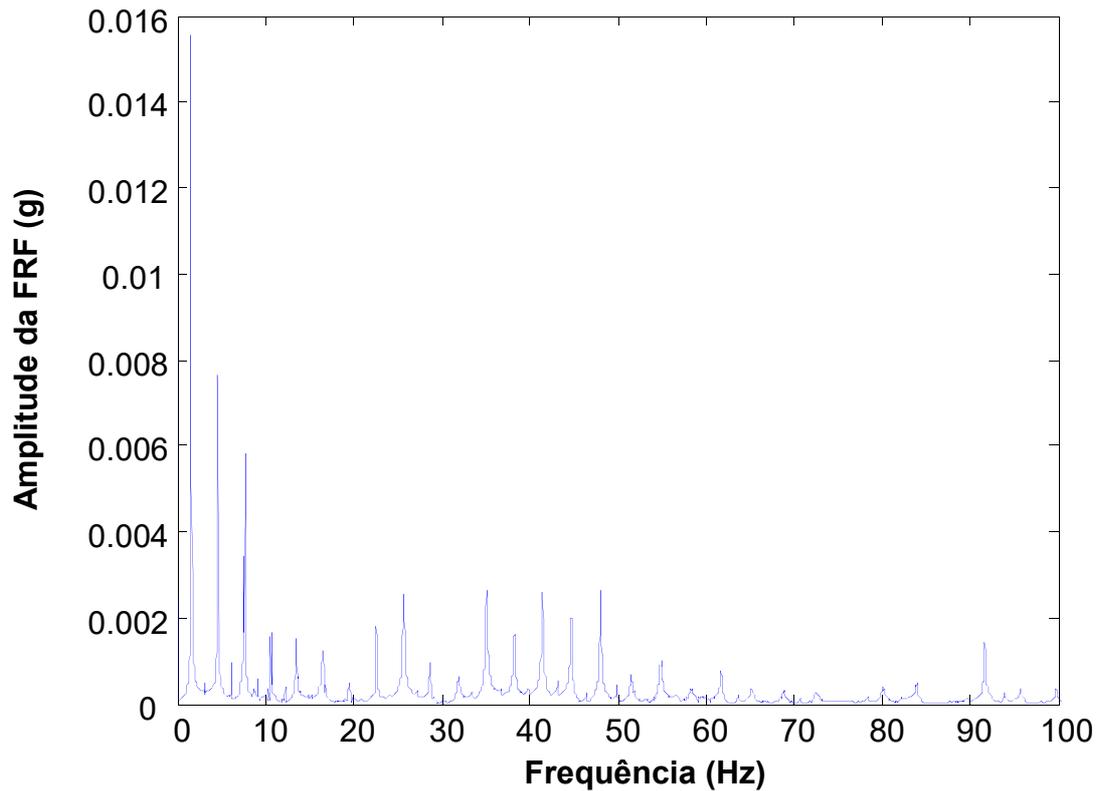


Figura 6.18: FRF curva.

Procedeu-se uma filtragem digital em torno da faixa de frequência do primeiro modo de vibrar (Figura 6.19) e fez-se a transformada inversa de Fourier para obter o sinal no domínio do tempo (Figura 6.20).

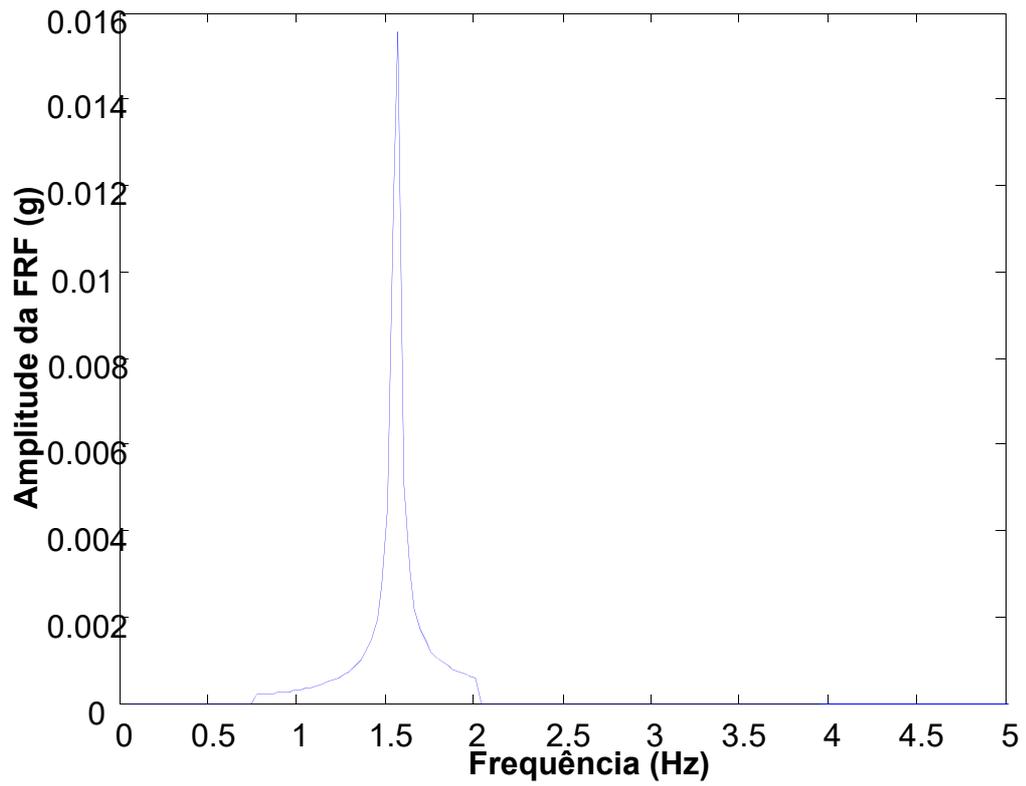


Figura 6.19: Sinal filtrado.

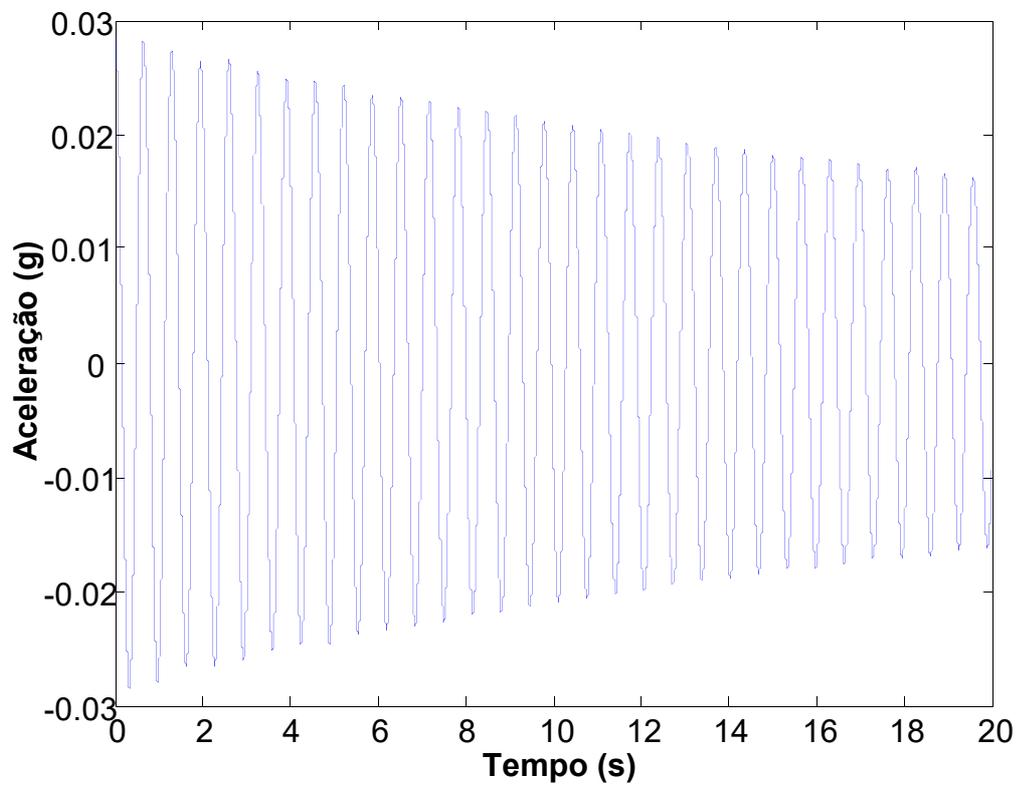


Figura 6.20: Sinal filtrado (domínio do tempo).

Utilizando o sinal filtrado procedeu-se o ajuste do mesmo utilizando o método de enxame de partículas (PSO). Os parâmetros utilizados no PSO foram: número de partículas = 25; número de iterações = 60; constantes de aceleração = [2.1;2.1]; constantes inerciais = [0.9;0.6]. A função objetivo é definida por:

$$f = \sum_{i=1}^{np} |A_{exp.} - A_{NUM}| \quad (77)$$

Onde np é o número de pontos no sinal (100000); $A_{exp.}$ é a amplitude da aceleração experimental; A_{NUM} é a amplitude da aceleração ajustada através da função:

$$\begin{aligned} A_{NUM} = & (\xi \omega_n)^2 e^{-\xi \omega_n t} (A \cos(\omega_d t)) + B \sin(\omega_d t) - \\ & 2\xi \omega_n e^{-\xi \omega_n t} (-2\omega_d A \sin(\omega_d t)) + \omega_d B \cos(\omega_d t) + e^{-\xi \omega_n t} (\omega_d^2 A \cos(\omega_d t)) - \\ & \omega_d^2 B \sin(\omega_d t) \end{aligned} \quad (78)$$

Os parâmetros ajustados foram as constantes A e B ; frequência natural ω_n e o fator de amortecimento ξ . A Figura 6.21 mostra as curvas experimental e ajustada para o cabo Tern com 26% da tração de ruptura.

E na Figura 6.22 é mostrada a curva de convergência da função objetivo.

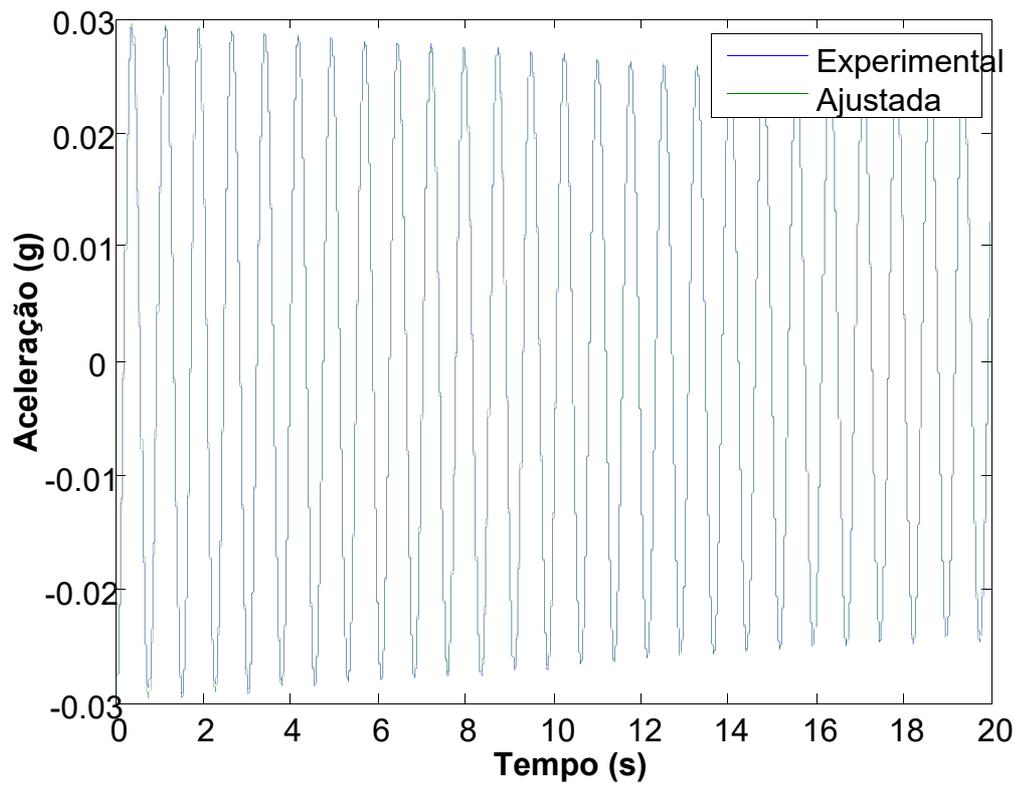


Figura 6.21: Curva numérica e ajustada da aceleração.

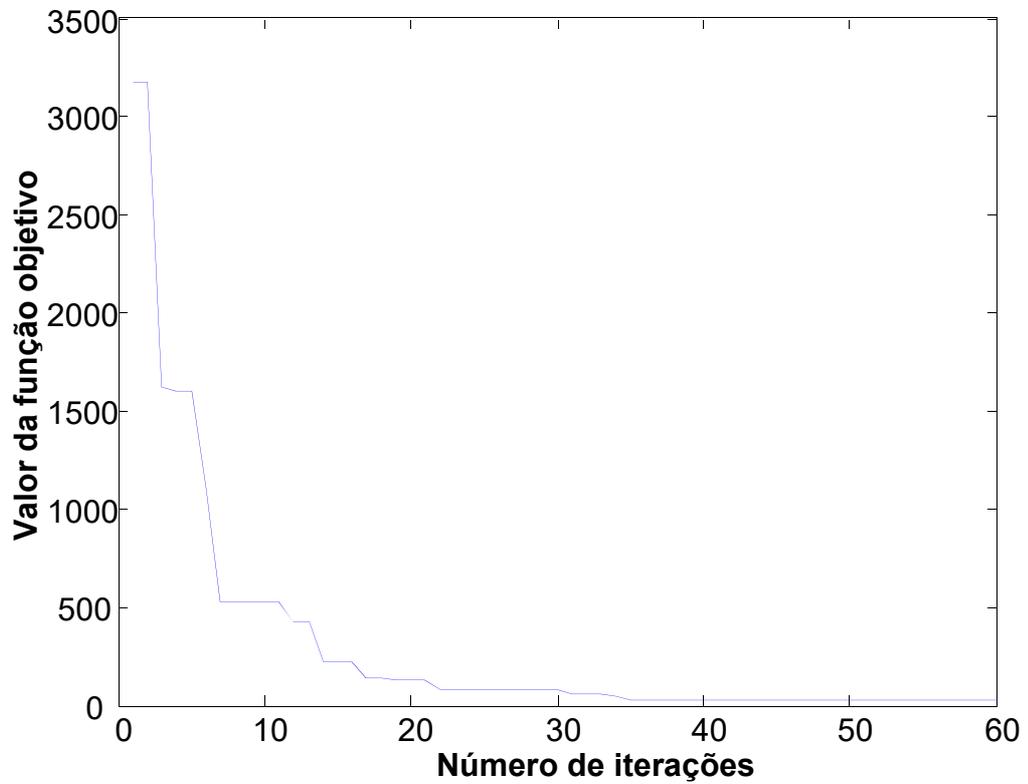


Figura 6.22: Curva de convergência da função objetivo.

6.2 ENSAIOS COM O CABO PHOSPHORUS 37 FIOS

6.2.1 Ensaio 4: Cabo Phosphorus vão de 54 metros com excitação perto do engaste

Foram realizados 12 ensaios com o cabo Phosphorus com a excitação a 0,50 metro do engaste, variando a tração de 14 a 36% da tração de ruptura do cabo completo para o ensaio 4.

Na Tabela 24 e na Figura 6.23 são mostradas as cinco primeiras frequências naturais variando com o aumento da tração.

Tabela 24: Resultados das frequências naturais experimentais do cabo Phosphorus, ensaio 4.

Tração		L (m)	Frequência (Hz)				
%	(kN)		Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5
14	13,47	54,43	1,18	2,05	3,07	4,08	5,09
16	15,20	54,44	1,21	2,18	3,26	4,33	5,41
18	17,12	54,44	1,25	2,31	3,45	4,59	5,74
20	19,00	54,45	1,29	2,43	3,63	4,84	6,05
22	20,92	54,45	1,33	2,55	3,81	5,07	6,34
24	22,83	54,45	1,38	2,66	3,98	5,30	6,62
26	24,72	54,46	1,43	2,76	4,13	5,50	6,88
28	26,60	54,47	1,48	2,87	4,29	5,71	7,14
30	28,54	54,47	1,52	2,96	4,44	5,91	7,38
32	30,40	54,48	1,56	3,06	4,59	6,10	7,62
34	32,28	54,48	1,61	3,15	4,72	6,28	7,85
36	34,17	54,49	1,65	3,24	4,86	6,47	8,08

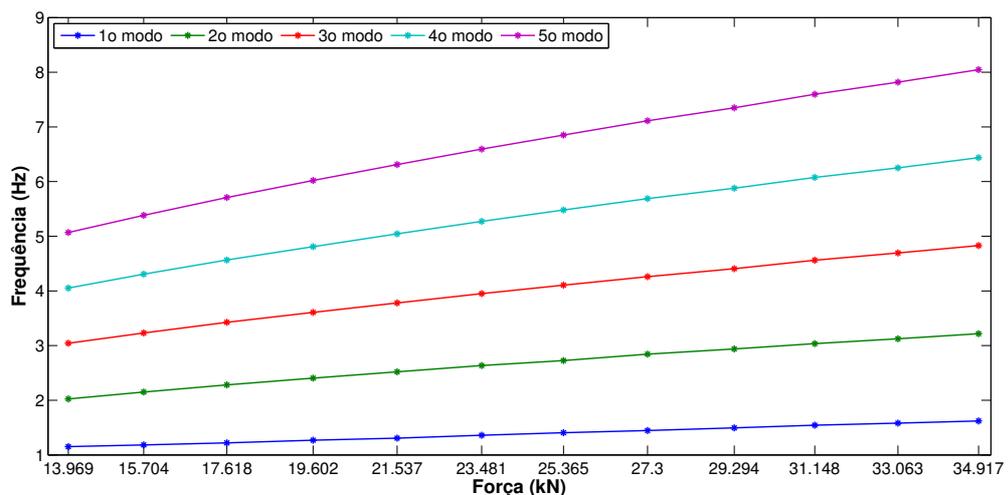


Figura 6.23: Comparação da variação das frequências naturais experimentais com o aumento da tração, ensaio 4.

Na Tabela 24 também é mostrada a variação do comprimento com o aumento da tração.

A comparação entre os resultados experimental, do ensaio 4, e numérico linear e não-linear na Tabela 25 mostra que os resultados numéricos lineares apresentam a mesma divergência do cabo Tern no primeiro modo, principalmente para trações baixas.

Tabela 25: Resultados das frequências naturais pelo modelo linear e modelo não-linear do cabo Phosphorus, ensaio 4.

Tração (%)	Frequência (Hz) - Modelo Linear					Frequência (Hz) - Modelo não-Linear				
	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5
14	1,01	2,03	3,04	4,06	5,07	1,16	2,03	3,05	4,06	5,08
16	1,07	2,15	3,22	4,30	5,38	1,18	2,15	3,23	4,30	5,39
18	1,14	2,27	3,41	4,55	5,70	1,22	2,27	3,42	4,56	5,70
20	1,20	2,40	3,60	4,80	6,01	1,26	2,40	3,60	4,81	6,02
22	1,26	2,51	3,77	5,03	6,29	1,31	2,51	3,77	5,03	6,30
24	1,31	2,62	3,93	5,25	6,56	1,35	2,62	3,94	5,25	6,57
26	1,36	2,72	4,09	5,46	6,83	1,40	2,73	4,10	5,47	6,84
28	1,41	2,83	4,25	5,66	7,08	1,44	2,83	4,25	5,67	7,09
30	1,47	2,93	4,40	5,87	7,34	1,49	2,93	4,40	5,87	7,35
32	1,51	3,02	4,53	6,05	7,56	1,53	3,02	4,54	6,05	7,58
34	1,56	3,11	4,67	6,23	7,79	1,57	3,11	4,67	6,24	7,80
36	1,60	3,20	4,80	6,40	8,01	1,61	3,20	4,80	6,41	8,02

Na Tabela 26 a diferença percentual dos resultados dos modelos Linear e Não-linear, comparativamente com os resultados experimentais, no primeiro modo é maior que 16% para a tração de 14% da tração de ruptura do cabo utilizando modelo numérico linear.

Tabela 26: Diferença percentual dos resultados das frequências naturais do cabo Phosphorus, ensaio 4.

Tração (%)	Diferença (%)									
	Modo 1		Modo 2		Modo 3		Modo 4		Modo 5	
	Linear	Não-linear	Linear	Não-linear	Linear	Não-linear	Linear	Não-linear	Linear	Não-linear
14	12,15	0,32	0,00	0,03	0,10	0,13	0,05	0,15	0,10	0,26
16	9,22	0,06	0,19	0,15	0,28	0,08	0,16	0,07	0,09	0,07
18	6,80	0,01	0,31	0,29	0,35	0,22	0,28	0,20	0,25	0,09
20	5,44	0,38	0,21	0,22	0,22	0,10	0,17	0,08	0,23	0,08
22	3,98	0,02	0,40	0,39	0,34	0,25	0,38	0,28	0,38	0,21
24	3,53	0,52	0,53	0,53	0,43	0,35	0,47	0,38	0,46	0,29
26	3,06	0,59	0,33	0,03	0,32	0,25	0,37	0,27	0,35	0,18
28	2,28	0,30	0,49	0,48	0,35	0,30	0,46	0,37	0,41	0,24
30	1,94	0,33	0,24	0,24	0,23	0,15	0,20	0,10	0,19	0,01
32	2,20	0,85	0,46	0,48	0,59	0,54	0,46	0,38	0,46	0,28
34	1,64	0,54	0,38	0,40	0,49	0,45	0,35	0,26	0,35	0,17
36	1,36	0,44	0,56	0,60	0,62	0,61	0,54	0,48	0,51	0,36

A Figura 6.24 mostra a diferença entre os resultados experimental, ensaio 4, numérico linear e não-linear, os resultados numéricos lineares apresentam maiores diferenças percentuais no primeiro modo principalmente para trações baixas.

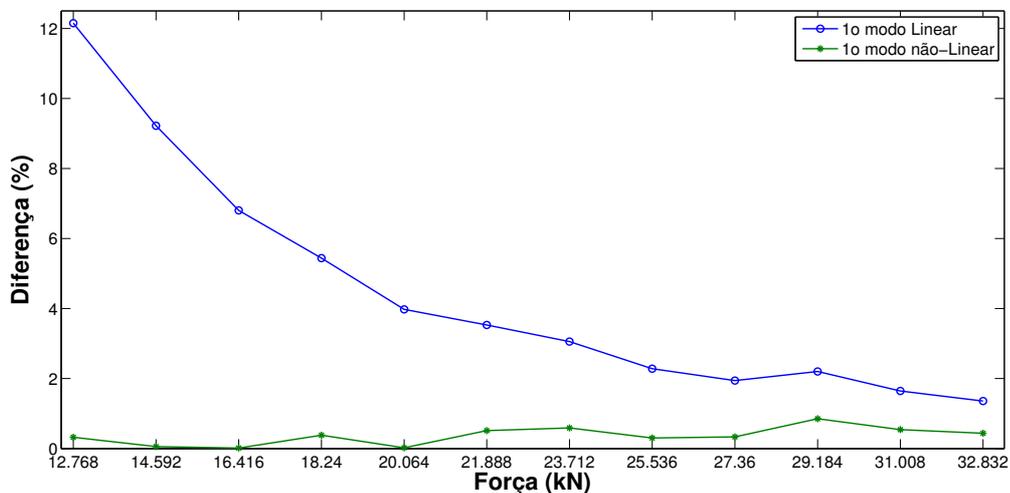


Figura 6.24: Comparação das diferenças percentuais da primeira frequência natural pelo MEF linear e não-linear do cabo Phosphorus, ensaio 4.

Na Figura 6.24 a diferença percentual no MEF linear no primeiro modo é maior que 12% para a tração de 14% da tração de ruptura do cabo CA 1120 com 37 fios no vão de 54 metros.

Como no cabo Tern 45/7 os erros percentuais nos resultados numéricos do MEF não-linear são também inferiores a 1% para os cinco primeiros modos de vibrar.

O diferença maior na primeira frequência natural deve-se principalmente a diferença menor das frequências entre o primeiro e o segundo modo de vibrar para as trações mais baixas, essa diferença entre as frequências do primeiro e segundo modo é melhor modelada pelo MEF não-linear, enquanto que no MEF linear essa diferença não varia.

A Tabela 27 mostra os resultados experimentais do fator de amortecimento, pelo método do decremento logarítmico e RFP para excitação perto do engaste.

Tabela 27: Resultados do fator de amortecimento para o cabo Phosphorus, ensaio 4.

Tração (%)	Fator de Amortecimento									
	Modo 1		Modo 2		Modo 3		Modo 4		Modo 5	
	RFP	DL	RFP	DL	RFP	DL	RFP	DL	RFP	DL
14	2,3E-03	2,3E-03	4,7E-04	4,7E-04	4,0E-04	4,0E-04	3,8E-04	3,8E-04	1,3E-03	1,3E-03
16	9,8E-04	9,8E-04	7,1E-04	7,1E-04	3,6E-04	3,6E-04	3,7E-04	3,7E-04	8,6E-04	8,6E-04
18	8,2E-04	8,2E-04	1,9E-04	1,9E-04	6,2E-04	6,2E-04	4,0E-04	4,0E-04	7,5E-04	7,5E-04
20	1,6E-03	1,6E-03	3,6E-04	3,6E-04	5,8E-04	5,8E-04	4,2E-04	4,2E-04	1,4E-03	1,4E-03
22	2,3E-03	2,3E-03	4,0E-04	4,0E-04	5,1E-04	5,1E-04	3,7E-04	3,7E-04	6,1E-04	6,1E-04
24	3,5E-04	3,5E-04	4,1E-04	4,1E-04	6,8E-04	6,8E-04	3,0E-04	3,0E-04	4,7E-04	4,7E-04
26	9,8E-04	9,8E-04	4,4E-04	4,4E-04	1,1E-03	1,1E-03	2,8E-04	2,8E-04	5,1E-04	5,1E-04
28	9,6E-04	9,6E-04	6,3E-04	6,3E-04	1,7E-03	1,7E-03	2,3E-04	2,3E-04	7,4E-04	7,4E-04
30	6,0E-04	6,0E-04	6,6E-04	6,6E-04	2,4E-03	2,4E-03	3,5E-04	3,5E-04	8,8E-04	8,8E-04
32	1,5E-03	1,5E-03	5,7E-04	5,7E-04	2,1E-03	2,1E-03	4,6E-04	4,6E-04	6,6E-04	6,6E-04
34	1,2E-03	1,2E-03	3,4E-04	3,4E-04	1,6E-03	1,6E-03	5,8E-04	5,8E-04	5,8E-04	5,8E-04
36	7,8E-05	7,8E-05	3,3E-04	3,3E-04	8,2E-04	8,2E-04	5,4E-04	5,4E-04	4,9E-04	4,9E-04

6.2.2 Ensaio 5: Cabo Phosphorus vão de 54 metros com excitação no meio

Também foram realizados 14 ensaios com o cabo Phosphorus com a excitação a 0,70 metro do meio do vão de 54 metros, variando a tração de 9 a 33% da tração de ruptura do cabo completo para o ensaio 5.

Na Tabela 28 e na Figura 6.25 são mostradas as cinco primeiras frequências naturais variando com o aumento da tração do ensaio denominado ensaio 5.

Tabela 28: Resultados das frequências naturais experimentais do cabo Phosphorus, ensaio 5.

Tração (%)	Frequência (Hz)				
	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5
9	1,24	1,56	2,36	3,10	3,86
10	1,20	1,63	2,45	3,24	4,03
11	1,17	1,71	2,57	3,40	4,24
12	1,16	1,85	2,77	3,67	4,59
13	1,16	1,92	2,88	3,82	4,76
14	1,16	1,99	2,98	3,95	4,93
16	1,18	2,11	3,15	4,19	5,21
18	1,21	2,22	3,34	4,43	5,52
20	1,25	2,33	3,49	4,64	5,77
22	1,29	2,45	3,65	4,86	6,05
24	1,33	2,54	3,82	5,05	6,28
29	1,46	2,83	4,22	5,61	7,00
31	1,49	2,91	4,35	5,78	7,21
33	1,53	2,99	4,47	5,94	7,42

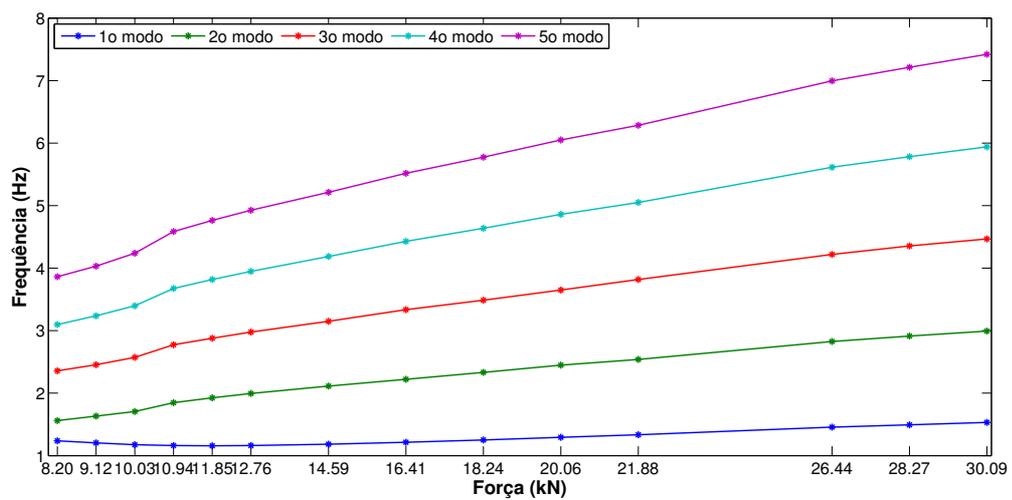


Figura 6.25: Variação da frequência com a tração do cabo Phosphorus, ensaio 5.

A Figura 6.26 mostra a variação da frequência natural para o cabo CA 1120 utilizando os dois métodos experimentais e os dois modelos numéricos. Nota-se que o modelo não-linear apresenta resultados próximos dos experimentais, o que não acontece com o modelo linear.

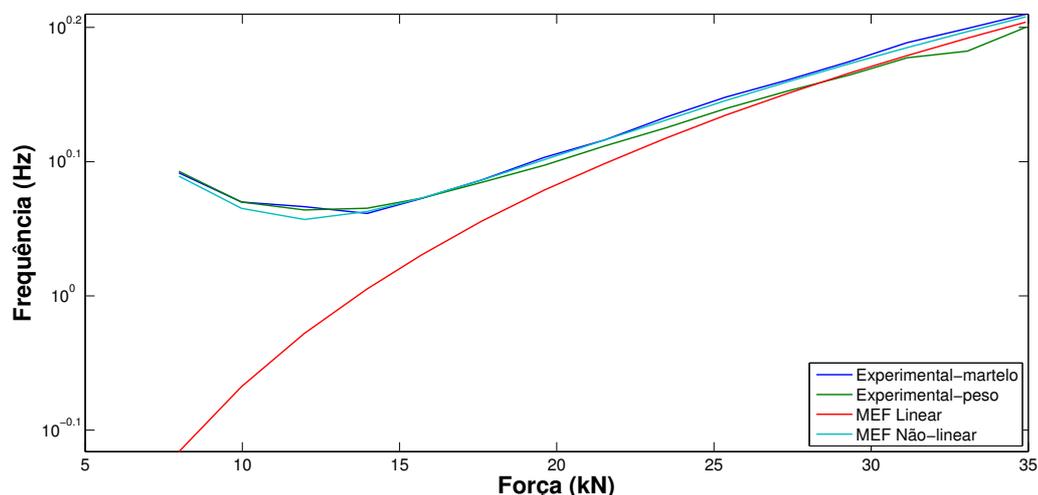


Figura 6.26: Variação da frequência natural do cabo CA 1120 (primeiro modo de vibrar).

A Tabela 29 mostra os resultados experimentais do fator de amortecimento, pelo método do decremento logarítmico e RFP para excitação no meio do vão.

Tabela 29: Resultados do fator de amortecimento para o cabo Phosphorus, ensaio 5.

Tração (%)	Fator de Amortecimento									
	Modo 1		Modo 2		Modo 3		Modo 4		Modo 5	
	RFP	DL	RFP	DL	RFP	DL	RFP	DL	RFP	DL
9	4,7E-07	1,1E-02	1,2E-08	1,1E-02	2,2E-03	2,0E-03	3,3E-04	1,7E-03	8,6E-04	1,7E-03
10	1,2E-03	1,8E-03	5,4E-04	1,3E-02	1,0E-03	1,2E-03	6,8E-04	8,2E-04	1,3E-03	3,2E-03
11	1,1E-03	2,8E-03	2,3E-03	1,4E-02	7,2E-04	2,1E-03	8,2E-04	1,9E-03	2,0E-03	1,9E-03
12	8,2E-04	7,4E-04	4,4E-04	7,9E-03	4,3E-04	1,5E-03	1,2E-04	2,0E-03	1,7E-03	2,8E-03
13	6,2E-04	2,2E-03	6,0E-03	8,0E-03	2,4E-04	9,2E-04	7,1E-04	1,7E-03	8,0E-04	1,4E-03
14	7,5E-04	2,2E-03	8,7E-04	9,2E-03	3,0E-03	6,7E-03	1,6E-03	2,6E-03	1,9E-03	5,2E-03
16	4,8E-04	5,7E-03	1,8E-04	3,1E-03	4,7E-03	9,6E-03	2,1E-03	2,0E-03	3,2E-03	7,3E-03
18	8,2E-04	6,6E-03	4,4E-07	3,6E-02	8,1E-03	1,6E-02	1,7E-03	1,1E-02	2,7E-03	1,5E-02
20	6,3E-04	5,3E-03	1,8E-03	2,4E-02	1,9E-03	1,2E-02	1,7E-03	1,9E-03	1,8E-03	3,7E-03
22	4,6E-04	2,7E-03	1,6E-04	2,5E-03	3,0E-03	1,4E-02	1,5E-03	2,0E-03	1,5E-03	5,4E-03
24	3,3E-04	4,6E-03	4,7E-04	1,3E-03	3,0E-02	6,3E-03	1,5E-03	9,5E-04	1,1E-02	3,6E-03
29	1,2E-04	4,6E-03	2,6E-03	4,2E-03	1,2E-03	1,1E-03	7,8E-04	1,0E-03	1,9E-03	1,7E-03
31	3,3E-07	1,8E-02	9,1E-04	1,4E-03	4,4E-03	6,2E-03	8,0E-04	9,8E-04	4,2E-03	3,5E-03
33	1,6E-03	1,5E-02	8,7E-04	1,6E-03	3,2E-03	5,2E-03	1,2E-03	1,2E-03	7,1E-03	3,2E-03

As análises do fator de amortecimento dos cabos foram feitas experimentalmente com dois posicionamentos de excitação impulsiva, como no cabo Tern no vão de 54 metros, perto do engaste, a 0,50 metro, e perto do centro do vão, a 0,70 metro, e os métodos RFP e do decaimento logarítmico foram utilizados para calcular o fator de amortecimento.

Os resultados do fator de amortecimento para o cabo Phosphorus no vão de 54 metros são mostrados nas Figuras 6.27 a 6.31, para a primeira, segunda, terceira, quarta e quinta frequência natural respectivamente.

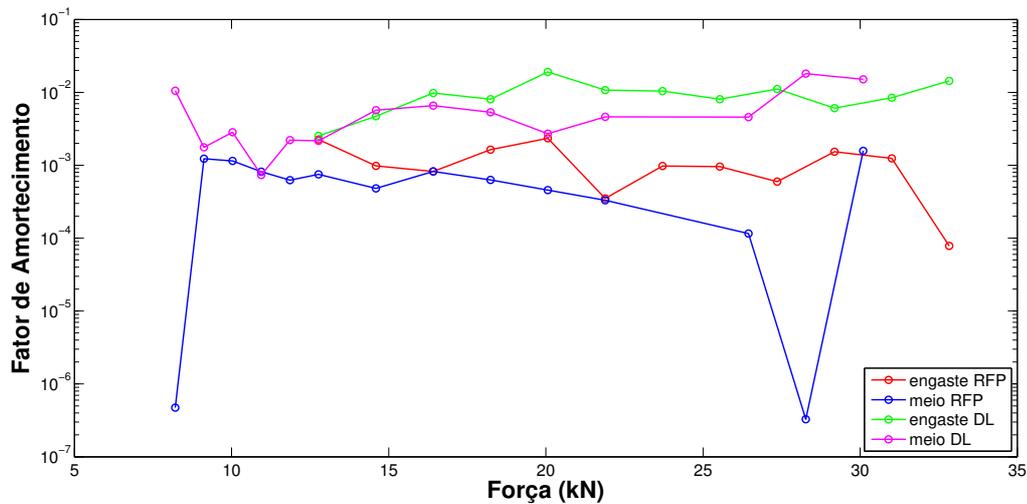


Figura 6.27: Comparação dos resultados do fator de amortecimento no primeiro modo pelos métodos de identificação modal RFP e do decaimento logarítmico para os ensaios 4 e 5.

A Figura 6.27 mostra uma tendência da diminuição do fator de amortecimento com o aumento da tração pelo método RFP, apesar da grande variação para as trações de 9 e 31% na excitação no meio do vão.

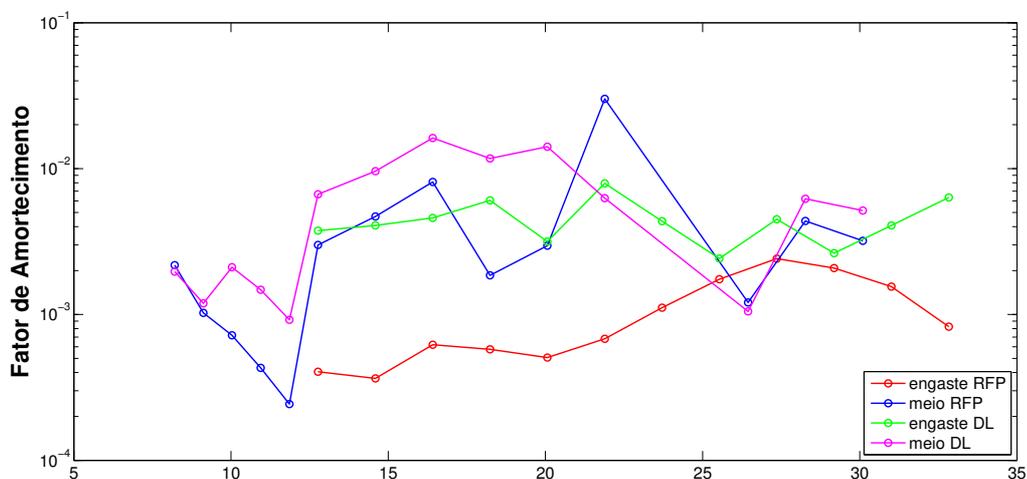


Figura 6.28: Comparação dos resultados do fator de amortecimento no segundo modo pelos métodos de identificação modal RFP e do decaimento logarítmico para os ensaios 4 e 5.

Na Figura 6.28 há tendência de diminuição do fator de amortecimento para as duas excitações e nos dois métodos de identificação do parâmetro, também ocorre grande variação nas trações de 9 e 18%.

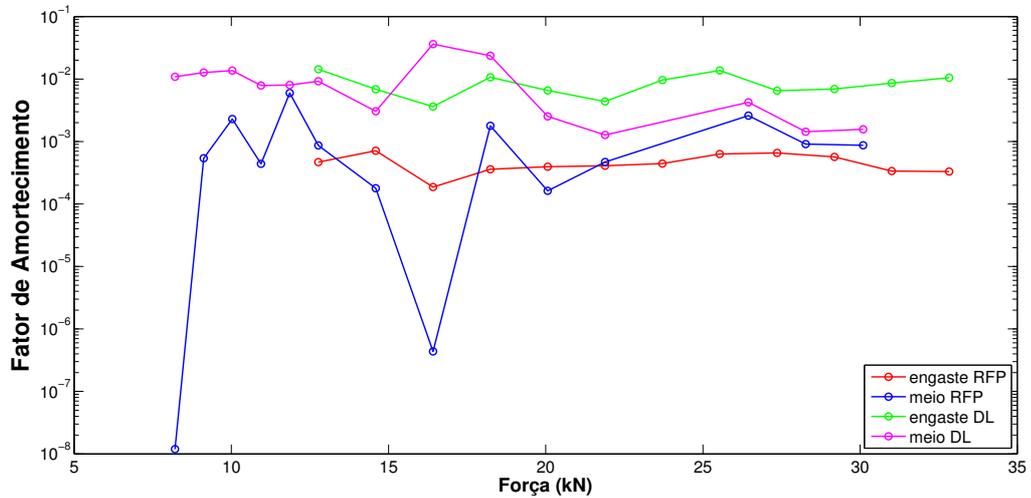


Figura 6.29: Comparação dos resultados do fator de amortecimento no terceiro modo pelos métodos de identificação modal RFP e do decremento logarítmico para os ensaios 4 e 5.

No terceiro modo, a Figura 6.29 mostra aumento do fator de amortecimento para as trações mais baixas, essa tendência aparece também na excitação perto do engaste pelo método RFP até a tração de 30%, na excitação no meio do vão há maior convergência dos resultados RFP e do decremento logarítmico.

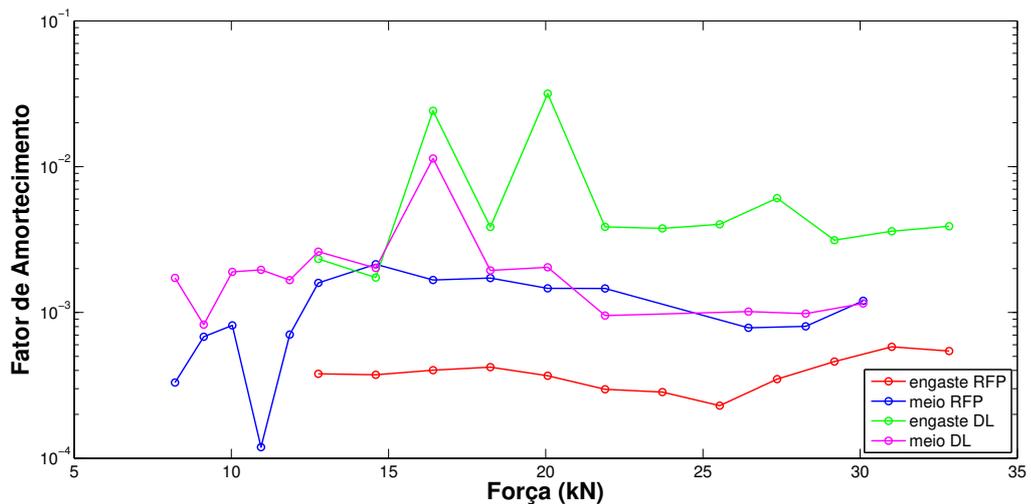


Figura 6.30: Comparação dos resultados do fator de amortecimento no quarto modo pelos métodos de identificação modal RFP e do decremento logarítmico para os ensaios 4 e 5.

No quarto modo, a Figura 6.30 mostra grande variação para trações baixas do fator de amortecimento, e a tendência de diminuição para as outras trações, na excitação no meio do vão também ocorre maior convergência dos resultados RFP e do decremento logarítmico.

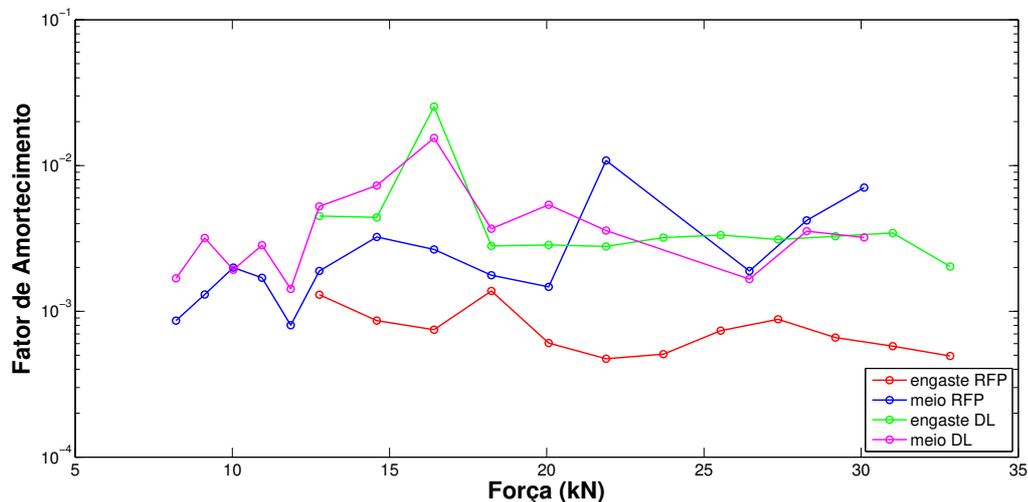


Figura 6.31: Comparação dos resultados do fator de amortecimento no quinto modo pelos métodos de identificação modal RFP e do decremento logarítmico para os ensaios 4 e 5.

Na quinta frequência natural, a Figura 6.31 mostra variação para trações baixas do fator de amortecimento, e a tendência de diminuição para as outras trações, na excitação no meio do vão também ocorre maior convergência dos resultados RFP e do decremento logarítmico.

Da mesma forma dos ensaios realizados com o cabo Tern para o vão de 54 metros, os métodos RFP e do decremento logarítmico para o cálculo do fator de amortecimento utilizaram os dados do acelerômetro do canal 5 para os modos ímpares (primeiro, terceiro e quinto modo de vibrar), localizado no centro do cabo ($L/2$), o acelerômetro do canal 3 para o segundo modo e o do canal 4 para o quarto modo, posicionados nas distâncias $L/4$ e $L/8$, respectivamente.

6.3 ENSAIOS COM O CABO GREELEY 37 FIOS

6.3.1 Ensaio 6: Cabo Greeley vão de 54 metros com excitação perto do engaste

Foram realizados 12 ensaios com o cabo CA 6201 com 37 fios, variando a tração de 10 a 34% da tração de ruptura do cabo completo com excitação impulsiva com martelo de impacto a 0,50 metro do engaste, ensaio 6.

Na Tabela 30 e na Figura 6.32 são mostradas as cinco primeiras frequências naturais variando com o aumento da tração. Na Tabela 30 também é mostrada a variação do comprimento com o aumento da tração.

Tabela 30: Resultados das frequências naturais experimentais do cabo Greeley, ensaio 6.

Tração (%)	L (m)	Frequência (Hz)				
		Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5
10	54,325	1,15	1,94	2,90	3,86	4,82
12	54,333	1,18	2,12	3,17	4,22	5,27
14	54,340	1,23	2,28	3,42	4,55	5,69
16	54,348	1,29	2,45	3,66	4,87	6,08
18	54,354	1,35	2,59	3,87	5,15	6,43
20	54,361	1,41	2,73	4,08	5,43	6,78
22	54,368	1,47	2,85	4,27	5,68	7,10
24	54,375	1,52	2,98	4,46	5,93	7,41
26	54,395	1,58	3,10	4,64	6,17	7,71
28	54,402	1,63	3,21	4,80	6,39	7,99
30	54,408	1,69	3,32	4,97	6,61	8,26
32	54,416	1,73	3,42	5,12	6,82	8,52
34	54,423	1,79	3,53	5,28	7,04	8,79

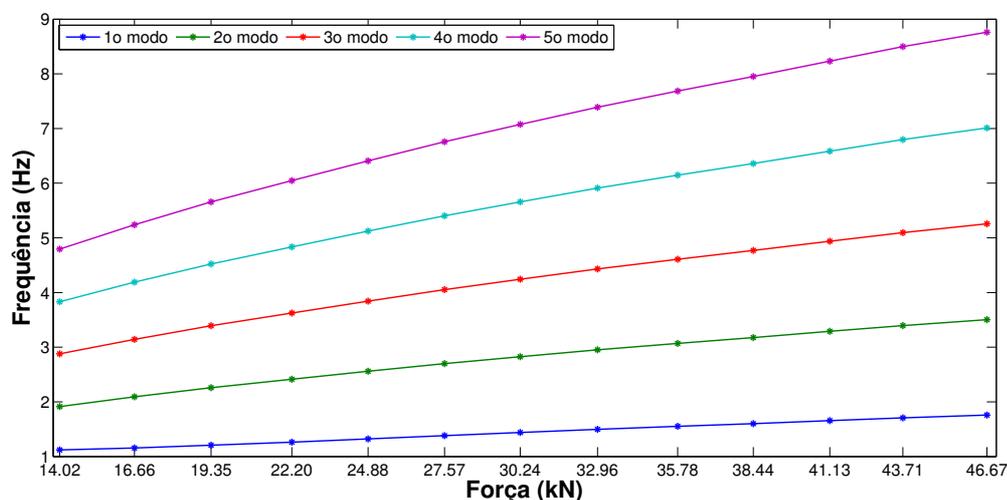


Figura 6.32: Variação da frequência com a variação da tração, ensaio 6.

Na Figura 6.32 são mostrados os cinco primeiros modos de vibrar variando com o aumento da tração para o ensaio 6.

A comparação entre os resultados experimental, do ensaio 6, e numérico linear e não-linear na Tabela 31 mostra que os resultados numéricos lineares apresentam a

mesma divergência do cabo Tern no primeiro modo, principalmente para trações baixas.

Tabela 31: Resultados das frequências naturais pelo modelo linear e modelo não-linear, ensaio 6.

Tração (%)	Frequência (Hz) - Modelo Linear					Frequência (Hz) - Modelo não-Linear				
	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5
10	0,96	1,92	2,88	3,84	4,80	1,15	1,92	2,89	3,84	4,81
12	1,04	2,09	3,13	4,18	5,23	1,17	2,09	3,14	4,18	5,24
14	1,12	2,25	3,38	4,51	5,64	1,22	2,25	3,38	4,51	5,64
16	1,20	2,40	3,61	4,81	6,02	1,27	2,41	3,62	4,82	6,04
18	1,28	2,56	3,84	5,12	6,40	1,32	2,55	3,83	5,11	6,40
20	1,34	2,69	4,03	5,37	6,72	1,38	2,68	4,03	5,38	6,73
22	1,41	2,81	4,22	5,63	7,04	1,44	2,81	4,22	5,63	7,05
24	1,47	2,93	4,40	5,88	7,35	1,49	2,93	4,41	5,88	7,36
26	1,53	3,06	4,59	6,12	7,65	1,55	3,06	4,59	6,12	7,66
28	1,58	3,17	4,75	6,34	7,93	1,60	3,17	4,75	6,35	7,94
30	1,64	3,28	4,92	6,56	8,20	1,65	3,28	4,92	6,56	8,21
32	1,69	3,38	5,07	6,76	8,45	1,70	3,38	5,07	6,76	8,46
34	1,74	3,49	5,23	6,98	8,73	1,76	3,49	5,25	7,00	8,76

A Figura 6.33 mostra a diferença entre os resultados experimental, ensaio 6, numérico linear e não-linear, os resultados numéricos lineares apresentam maiores diferenças percentuais no primeiro modo principalmente para trações baixas.

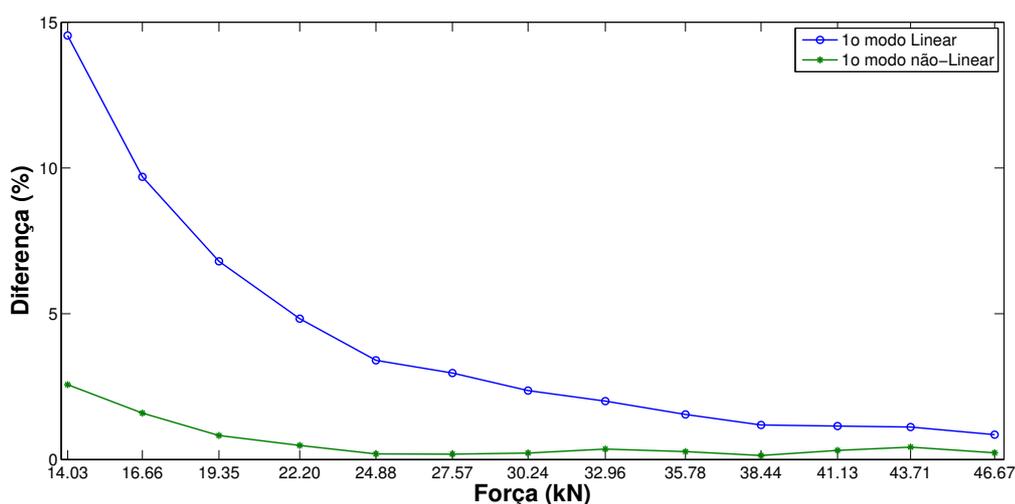


Figura 6.33: Comparação das diferenças percentuais da primeira frequência natural pelo MEF linear e não-linear do cabo Greeley, ensaio 6.

O cabo Greeley teve maior diferença percentual, pouco maior de 2,5% para o primeiro modo na tração de 10% a tração de ruptura, comparando com o cabo Tern e

o Phosphorus com resultados numéricos do MEF não-linear inferiores a 1% para os cinco primeiros modos de vibrar, porém ainda é muito inferior a diferença percentual do resultado pelo MEF linear que chegou perto de 15% na tração de 10% da tração de ruptura, mostrado na Figura 6.33.

A diferença maior na primeira frequência natural deve-se principalmente a diferença menor das frequências entre o primeiro e o segundo modo de vibrar para as trações mais baixas, essa diferença entre as frequências do primeiro e segundo modo é melhor modelada pelo MEF não-linear, enquanto que no MEF linear essa diferença não varia.

A Tabela 32 mostra os resultados experimentais do fator de amortecimento, pelo método do decremento logarítmico e RFP para excitação perto do engaste.

Tabela 32: Resultados do fator de amortecimento para o cabo Greeley, ensaio 6.

Tração (%)	Fator de Amortecimento									
	Modo 1		Modo 2		Modo 3		Modo 4		Modo 5	
	RFP	DL	RFP	DL	RFP	DL	RFP	DL	RFP	DL
10	4,0E-04	9,3E-03	3,1E-04	1,1E-03	3,0E-04	1,1E-03	5,3E-04	7,7E-04	4,4E-04	1,2E-03
12	8,0E-04	1,3E-02	2,5E-04	6,1E-03	2,8E-04	3,1E-03	6,9E-04	5,2E-04	5,6E-04	7,1E-04
14	5,8E-04	1,4E-02	6,8E-04	1,1E-02	7,2E-04	8,8E-03	3,1E-04	4,9E-03	4,7E-04	5,8E-03
16	6,5E-04	1,5E-02	7,3E-04	1,7E-02	5,3E-04	9,9E-03	3,2E-04	7,5E-03	3,4E-04	7,0E-03
18	4,0E-04	3,0E-02	4,3E-04	1,4E-02	5,9E-04	8,4E-03	3,1E-04	1,1E-02	2,8E-04	5,3E-03
20	4,1E-04	3,4E-02	2,8E-04	1,3E-02	7,2E-04	9,0E-03	3,2E-04	9,2E-03	2,8E-04	6,7E-03
22	1,7E-04	2,0E-02	3,1E-04	1,4E-02	5,4E-04	1,0E-02	2,8E-04	6,0E-03	2,7E-04	7,2E-03
24	2,0E-04	1,6E-02	5,1E-04	1,4E-02	3,8E-04	7,0E-03	2,3E-04	6,7E-03	2,5E-04	5,2E-03
26	3,6E-04	2,2E-02	4,6E-04	1,1E-02	4,7E-04	4,9E-03	2,4E-04	7,2E-03	2,5E-04	5,4E-03
28	6,4E-06	3,7E-03	6,1E-04	3,2E-03	6,2E-04	5,1E-04	2,7E-04	3,8E-04	3,5E-04	4,1E-04
30	1,6E-04	2,5E-02	7,6E-04	1,7E-02	4,6E-04	1,6E-02	2,3E-04	6,2E-03	1,8E-04	4,9E-03
32	1,4E-04	2,6E-02	4,1E-04	7,8E-03	2,4E-04	3,6E-03	2,5E-04	5,6E-03	2,6E-04	5,6E-03
34	1,4E-04	1,8E-02	4,1E-04	9,8E-03	2,4E-04	8,8E-03	2,5E-04	6,0E-03	2,6E-04	5,3E-03

6.3.2 Ensaio 7: Cabo Greeley vão de 54 metros com excitação no meio

Foram realizados 16 ensaios variando a tração de 7% a 30% com excitação pela liberação de um peso para o primeiro modo e com martelo de impacto para os modos restantes perto do centro do cabo no vão de 54 metros, ensaio 7.

Na Tabela 33 e na Figura 6.37 são mostrados os cinco primeiros modos de vibrar variando com o aumento da tração.

Tabela 33: Resultados das frequências naturais experimentais do cabo Greeley, ensaio 7.

Tração (%)	Frequência (Hz)				
	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5
7	1,19	1,56	2,35	3,09	3,86
8	1,16	1,67	2,51	3,32	4,14
9	1,15	1,77	2,66	3,52	4,39
10	1,15	1,87	2,80	3,72	4,64
11	1,15	1,97	2,94	3,91	4,87
12	1,17	2,05	3,07	4,07	5,08
14	1,19	2,14	3,20	4,25	5,30
16	1,22	2,23	3,32	4,41	5,50
18	1,28	2,38	3,57	4,73	5,90
20	1,32	2,52	3,78	5,02	6,26
22	1,39	2,66	3,97	5,28	6,59
24	1,45	2,84	4,25	5,64	7,05
26	1,51	2,92	4,36	5,80	7,24
28	1,56	3,03	4,55	6,03	7,56
30	1,61	3,15	4,72	6,26	7,84
32	1,65	3,25	4,87	6,47	8,10

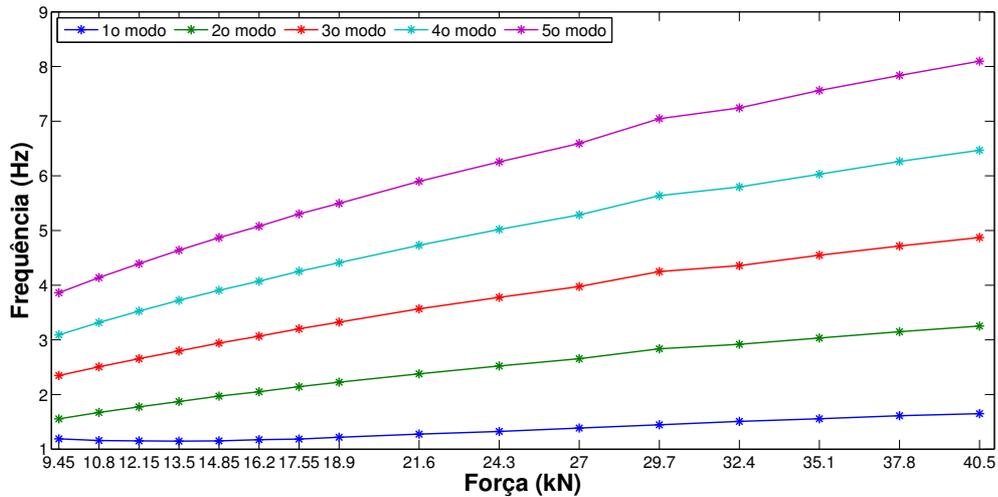


Figura 6.34: Variação da frequência com tração do cabo Greeley, ensaio 7.

A Figura 6.35 mostra a variação da frequência natural para o cabo CA 6201 utilizando os dois métodos experimentais e os dois modelos numéricos. Nota-se que o modelo não-linear apresenta resultados próximos dos experimentais, o que não acontece com o modelo linear.

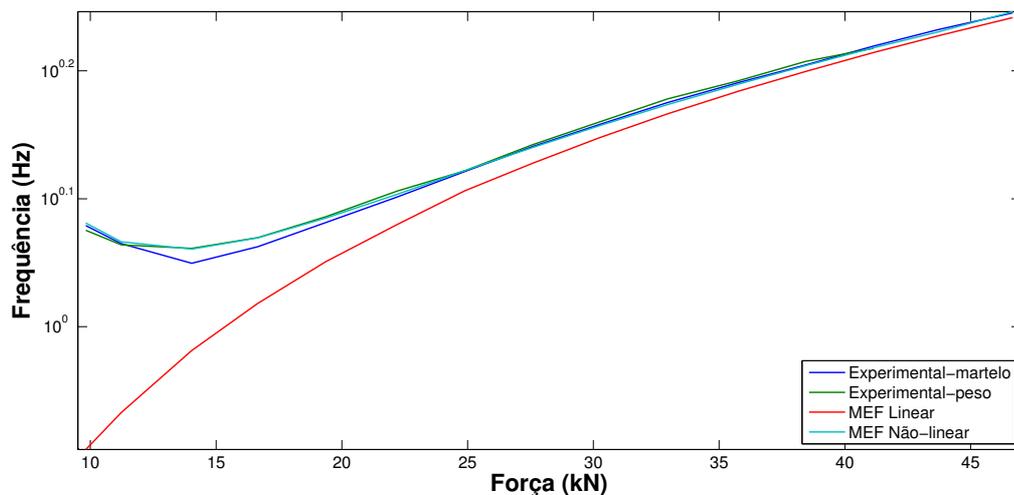


Figura 6.35: Variação da frequência natural do cabo CA 6201 (primeiro modo de vibrar).

As análises do fator de amortecimento dos cabos foram feitas experimentalmente com dois posicionamentos de excitação impulsiva, como nas outras amostras, perto do engaste e perto do centro do vão, e o método RFP e do decremento logarítmico foram utilizados para calcular o fator de amortecimento.

A Tabela 34 mostra os resultados experimentais do fator de amortecimento pelo método do decremento logarítmico e RFP para excitação no meio do vão.

Tabela 34: Resultados do fator de amortecimento para o cabo Greeley, ensaio 7.

Tração (%)	Fator de Amortecimento									
	Modo 1		Modo 2		Modo 3		Modo 4		Modo 5	
	RFP	DL	RFP	DL	RFP	DL	RFP	DL	RFP	DL
7	7,7E-06	2,5E-03	3,0E-04	3,0E-03	1,1E-03	1,6E-03	7,5E-04	3,1E-03	1,1E-03	7,1E-04
8	6,0E-07	5,3E-03	7,2E-04	3,9E-03	9,1E-04	6,2E-04	1,4E-03	1,6E-03	8,6E-04	7,5E-04
9	2,1E-07	3,1E-03	2,4E-04	5,5E-03	8,5E-04	5,5E-04	9,0E-04	3,0E-03	9,0E-04	7,1E-04
10	1,4E-06	4,3E-03	3,9E-03	1,0E-02	2,1E-03	3,4E-03	1,1E-03	1,7E-03	1,3E-03	1,7E-03
11	1,2E-05	3,7E-03	1,9E-03	3,4E-03	3,1E-03	3,9E-03	1,2E-03	3,1E-03	1,5E-03	1,9E-03
12	1,9E-03	3,9E-03	8,2E-04	2,2E-03	4,6E-03	1,5E-02	1,2E-03	3,3E-03	1,8E-03	4,6E-03
14	4,0E-07	2,9E-03	2,2E-04	2,6E-03	2,4E-03	4,1E-03	1,3E-03	2,2E-03	1,4E-03	4,4E-03
16	8,1E-06	3,7E-03	6,2E-04	4,7E-03	2,1E-03	4,3E-03	1,6E-03	3,1E-03	1,3E-03	1,6E-03
18	3,1E-06	3,3E-03	1,1E-03	3,1E-03	5,1E-03	5,7E-03	1,7E-03	9,0E-04	4,3E-03	4,4E-03
20	4,3E-06	2,5E-03	1,5E-03	3,4E-03	6,1E-03	4,7E-03	1,2E-03	2,9E-04	6,7E-03	2,6E-03
22	3,7E-07	4,8E-03	1,1E-03	3,8E-03	2,3E-03	6,2E-03	1,2E-03	1,0E-03	9,6E-03	4,9E-03
24	2,4E-07	5,9E-03	2,4E-03	1,3E-03	2,0E-02	6,6E-03	1,5E-03	3,1E-04	1,5E-02	7,8E-03
26	4,1E-07	4,5E-03	1,6E-03	4,5E-04	1,8E-03	5,1E-03	1,2E-03	3,3E-04	9,4E-03	8,4E-03
28	1,6E-04	1,5E-02	5,8E-05	1,3E-03	7,4E-03	2,4E-03	2,2E-03	6,8E-04	1,4E-02	1,1E-02
30	3,2E-06	3,4E-03	2,3E-04	2,5E-03	6,0E-03	6,2E-03	2,0E-03	6,3E-04	8,7E-03	1,6E-03
32	8,1E-04	2,7E-02	3,0E-03	1,8E-03	1,0E-02	7,5E-03	3,4E-03	2,1E-03	1,1E-02	5,3E-03

Os resultados do fator de amortecimento para o cabo Greeley no vão de 54 metros são mostrados nas Figuras 6.36 a 6.40, para a primeira, segunda, terceira, quarta e quinta frequências naturais respectivamente.

A Figura 6.36 mostra uma tendência da diminuição do fator de amortecimento com o aumento da tração, porém há grande variação para os resultados na excitação no meio do vão pelo método RFP.

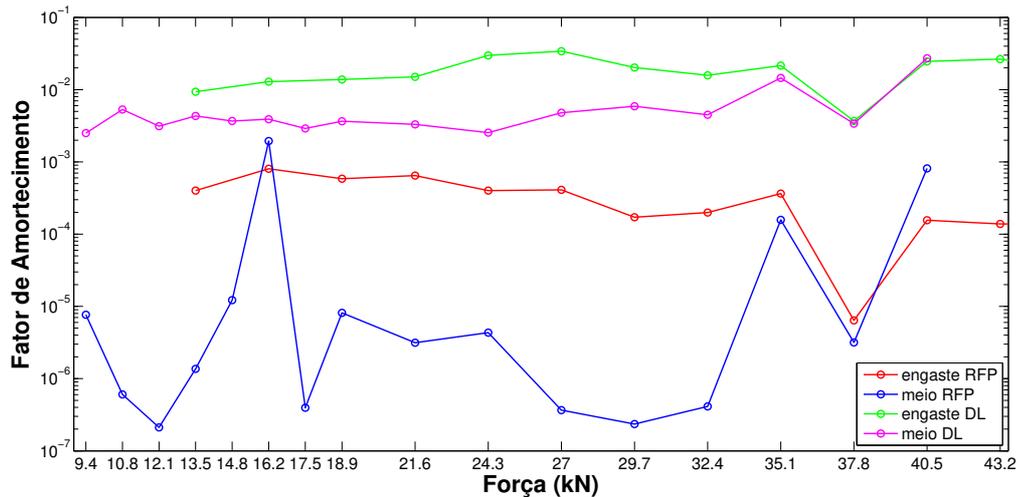


Figura 6.36: Comparação dos resultados do fator de amortecimento na primeira frequência natural pelos métodos de identificação modal RFP e do decremento logarítmico para o ensaio 6 e 7.

No segundo modo, a Figura 6.37 mostra aumento do fator de amortecimento para as trações mais baixas, e uma diminuição para trações acima de 10%, há uma maior convergência entre os resultados.

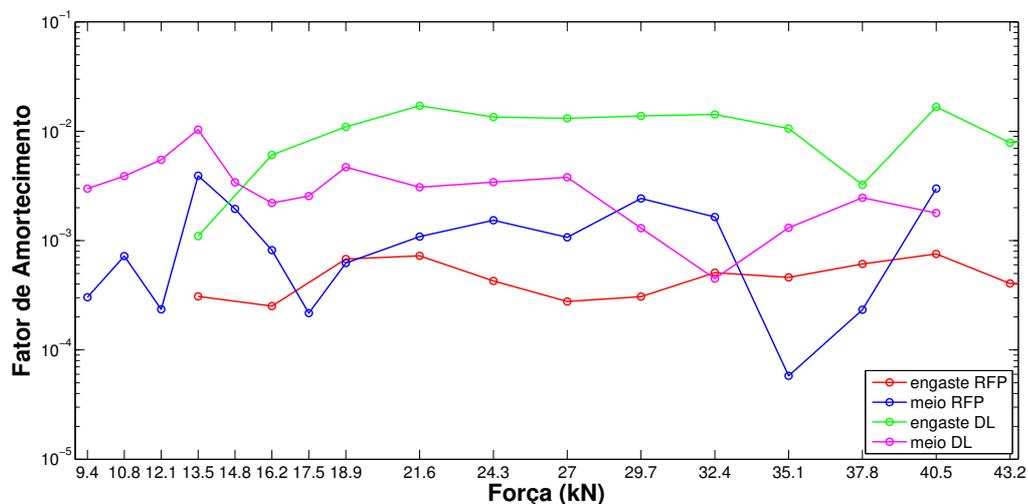


Figura 6.37: Comparação dos resultados do fator de amortecimento na segunda frequência natural pelos métodos de identificação modal RFP e do decremento logarítmico para o ensaio 6 e 7.

No terceiro modo, a Figura 6.38 mostra aumento do fator de amortecimento para as trações mais baixas, e uma diminuição para trações acima de 15kN, também há uma maior convergência entre os resultados, principalmente para excitação no meio do vão.

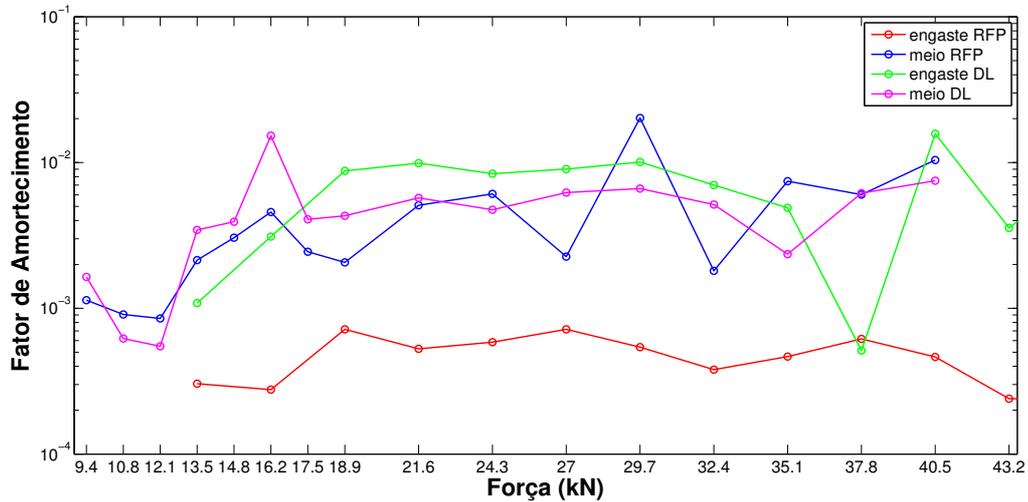


Figura 6.38: Comparação dos resultados do fator de amortecimento na terceira frequência natural pelos métodos de identificação modal RFP e do decremento logarítmico para o ensaio 6 e 7.

No quarto modo, a Figura 6.39 mostra aumento do fator de amortecimento para a excitação no meio pelo método RFP, e uma diminuição para o mesmo método com excitação perto do engaste, também há uma maior convergência entre os resultados para excitação no meio do vão.

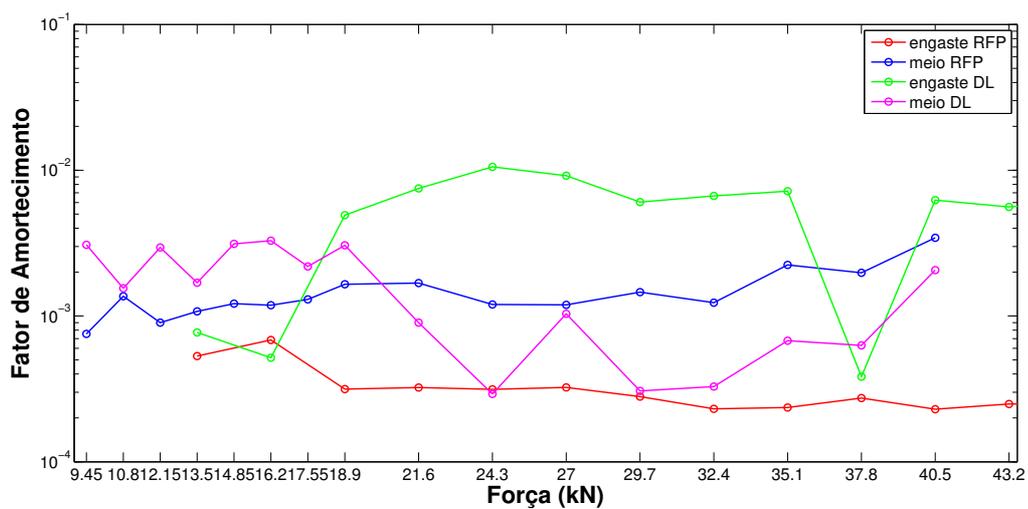


Figura 6.39: Comparação dos resultados do fator de amortecimento na quarta frequência natural pelos métodos de identificação modal RFP e do decremento logarítmico para o ensaio 6 e 7.

No quinto modo, a Figura 6.40 mostra uma maior convergência entre os resultados, porém somente os resultados com excitação perto do engaste pelo método RFP a tendência do fator de amortecimento com a tração decresce.

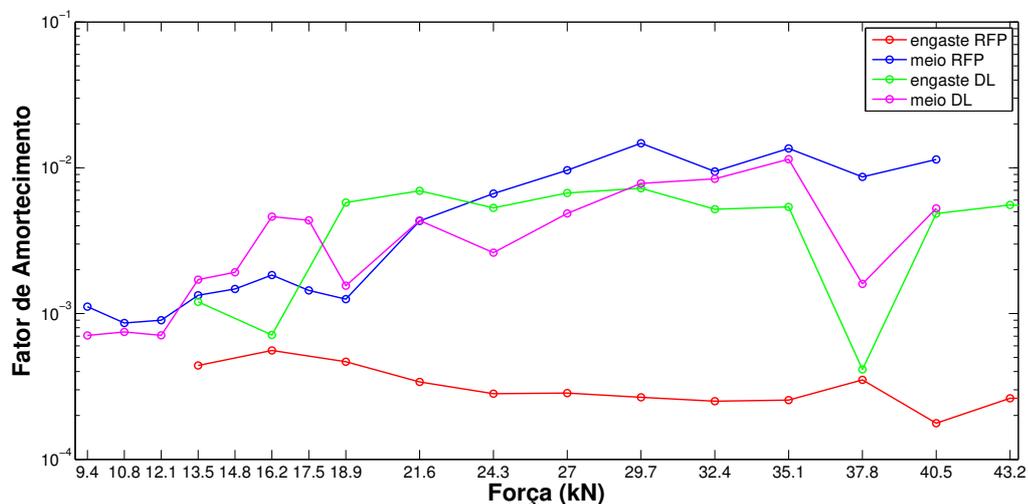


Figura 6.40: Comparação dos resultados do fator de amortecimento na quinta frequência natural pelos métodos de identificação modal RFP e do decremento logarítmico para o ensaio 6 e 7.

Como nos ensaios anteriores para o vão de 54 metros, os métodos RFP e do decremento logarítmico para o cálculo do fator de amortecimento utilizaram os dados do acelerômetro do canal 5 para os modos ímpares (primeiro, terceiro e quinto modo de vibrar), localizado no centro do cabo ($L/2$), o acelerômetro do canal 3 para o segundo modo e o do canal 4 para o quarto modo, posicionados nas distâncias $L/4$ e $L/8$, respectivamente.

6.3.3 Ensaio 6 e 8: Comparativo cabo CA 6201 com e sem amortecedor

Afim de evidenciar a importância do estudo do comportamento do cabo simples, ou cabo sem amortecedor, também foi realizado o ensaio 8 com o cabo Greeley no vão de 54 metros com amortecedor posicionado conforme item 4.2 do capítulo 4.

A Tabela 35 mostra o comportamento da frequência do cabo Greeley com o mesmo posicionamento dos acelerômetros e variando a tração conforme ensaio 6 sem amortecedor.

Tabela 35: Comparativo das frequências naturais com e sem amortecedor no cabo Greeley.

Tração (%)	Frequência (Hz) - sem Amortecedor					Frequência (Hz) - com Amortecedor				
	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5
10	1,15	1,94	2,90	3,86	4,82	1,15	1,94	2,90	3,84	4,79
12	1,18	2,12	3,17	4,22	5,27	1,18	2,12	3,16	4,20	5,23
14	1,23	2,28	3,42	4,55	5,69	1,23	2,29	3,41	4,53	5,64
16	1,29	2,45	3,66	4,87	6,08	1,29	2,44	3,64	4,83	6,00
18	1,35	2,59	3,87	5,15	6,43	1,35	2,58	3,86	5,11	6,35
20	1,41	2,73	4,08	5,43	6,78	1,41	2,72	4,06	5,38	6,66
22	1,47	2,85	4,27	5,68	7,10	1,47	2,85	4,25	5,63	6,96
24	1,52	2,98	4,46	5,93	7,41	1,52	2,97	4,43	5,86	7,35
26	1,58	3,10	4,64	6,17	7,71	1,58	3,09	4,60	6,09	7,72
28	1,63	3,21	4,80	6,39	7,99	1,63	3,20	4,77	6,31	8,08
30	1,69	3,32	4,97	6,61	8,26	1,68	3,31	4,93	6,51	8,33
32	1,73	3,42	5,12	6,82	8,52	1,74	3,42	5,09	6,71	8,61
34	1,79	3,53	5,28	7,04	8,79					

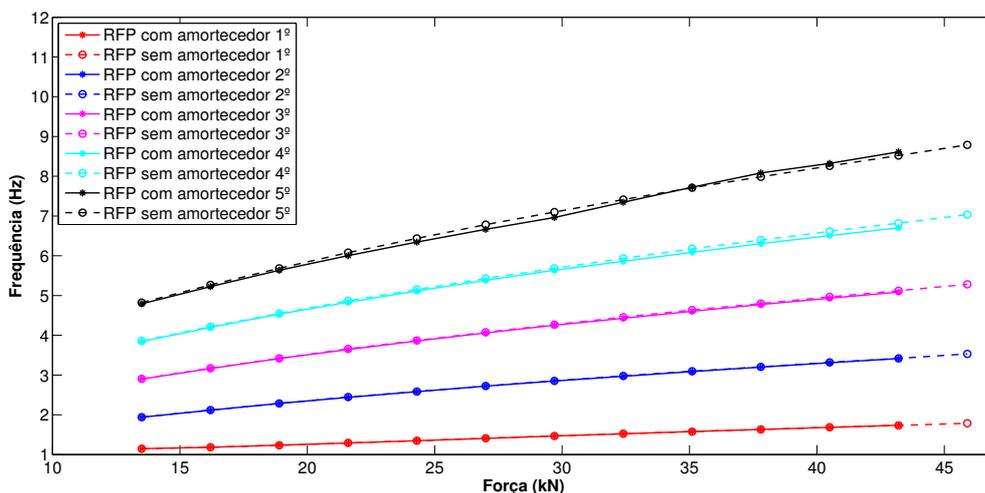


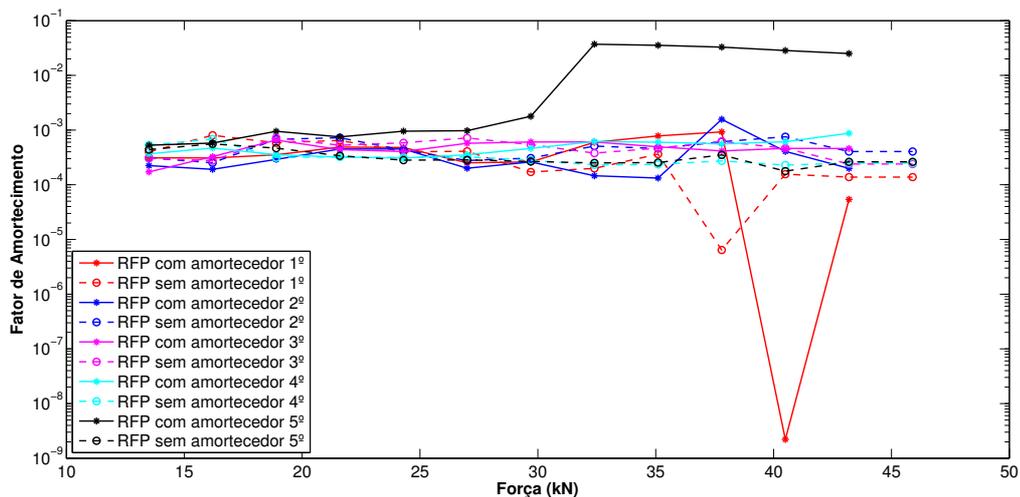
Figura 6.41: Comparação da variação das frequências naturais no cabo Greeley no vão de 54 metros com e sem amortecedor, ensaio 6 e ensaio 8.

De acordo com a Figura 6.41 as frequências naturais com e sem amortecedor são praticamente as mesmas com o ensaio impulsivo a 0,50 metro do engaste.

A Tabela 36 mostra o comportamento do fator de amortecimento do cabo Greeley com o mesmo posicionamento dos acelerômetros e variando a tração conforme ensaio 6 sem amortecedor.

Tabela 36: Comparativo dos fatores de amortecimento com e sem amortecedor no cabo Greeley.

Tração (%)	Fator de Amortecimento - sem Amortecedor					Fator de Amortecimento - com Amortecedor				
	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5
10	4,0E-04	3,1E-04	3,0E-04	5,3E-04	4,4E-04	3,1E-04	2,2E-04	1,7E-04	3,7E-04	5,3E-04
12	8,0E-04	2,5E-04	2,8E-04	6,9E-04	5,6E-04	3,1E-04	1,9E-04	3,3E-04	4,7E-04	5,8E-04
14	5,8E-04	6,8E-04	7,2E-04	3,1E-04	4,7E-04	3,5E-04	2,9E-04	6,6E-04	3,6E-04	9,5E-04
16	6,5E-04	7,3E-04	5,3E-04	3,2E-04	3,4E-04	4,9E-04	4,5E-04	4,4E-04	3,2E-04	7,5E-04
18	4,0E-04	4,3E-04	5,9E-04	3,1E-04	2,8E-04	4,8E-04	4,5E-04	4,0E-04	3,1E-04	9,5E-04
20	4,1E-04	2,8E-04	7,2E-04	3,2E-04	2,8E-04	2,5E-04	2,0E-04	5,7E-04	3,5E-04	9,7E-04
22	1,7E-04	3,1E-04	5,4E-04	2,8E-04	2,7E-04	2,6E-04	2,6E-04	6,0E-04	4,6E-04	1,8E-03
24	2,0E-04	5,1E-04	3,8E-04	2,3E-04	2,5E-04	6,0E-04	1,5E-04	6,1E-04	6,2E-04	3,7E-02
26	3,6E-04	4,6E-04	4,7E-04	2,4E-04	2,5E-04	7,8E-04	1,3E-04	5,0E-04	6,0E-04	3,5E-02
28	6,4E-06	6,1E-04	6,2E-04	2,7E-04	3,5E-04	9,3E-04	1,6E-03	4,2E-04	5,6E-04	3,3E-02
30	1,6E-04	7,6E-04	4,6E-04	2,3E-04	1,8E-04	2,2E-09	4,1E-04	4,6E-04	6,1E-04	2,9E-02
32	1,4E-04	4,1E-04	2,4E-04	2,5E-04	2,6E-04	5,4E-05	2,0E-04	4,6E-04	8,7E-04	2,5E-02
34	1,4E-04	4,1E-04	2,4E-04	2,5E-04	2,6E-04					

Figura 6.42: Comparação da variação do fator de amortecimento no cabo Greeley no vão de 54 metros sem e com amortecedor tipo *Stockbridge*.

Como a Figura 6.42 mostra, o fator de amortecimento é alterado, a partir do quarto modo de vibrar e para trações acima de 30kN, 16% a tração de ruptura do cabo completo, há um pequeno aumento do fator de amortecimento, e no quinto modo o aumento do fator de amortecimento ocorre entre 20kN e 25kN, 12% e 14% da tração de ruptura do cabo completo.

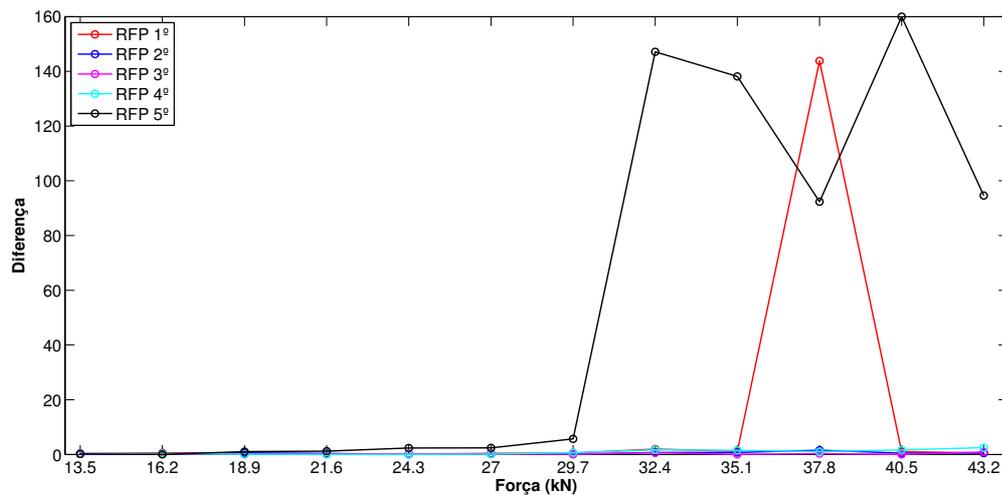


Figura 6.43: Diferença do fator de amortecimento com/sem amortecedor variando com a tração.

Na Figura 6.43 mostra a diferença do cabo Greeley com e sem amortecedor. Novamente, apenas na quinta frequência natural a diferença entre os amortecimentos é evidenciada com o amortecedor.

Há também um desvio para o resultado da primeira frequência, em 30% da tração de ruptura do ensaio 8, mesmo com o amortecedor, o fator de amortecimento é muito menor comparado a sem amortecedor.

Análises empíricas, como as de Nigol *et al.* (1985), consideram a adição de mais de um amortecedor nas linhas de transmissão para resolver esse problema. Todavia, a adição de mais acessórios à linha também geram mais esforços na estrutura e no ponto da ancoragem com o cabo, diminuindo a vida útil do cabo/estrutura.

6.4 COMPARATIVO ENTRE OS CABOS TERN, PHOSPHORUS E GREELEY

O cabo Tern 45/7 foi testado em dois vãos, de 34 e 54 metros, conforme mencionado anteriormente.

Na Figura 6.44 é mostrado o comportamento das frequências com a variação da tração no cabo Tern.

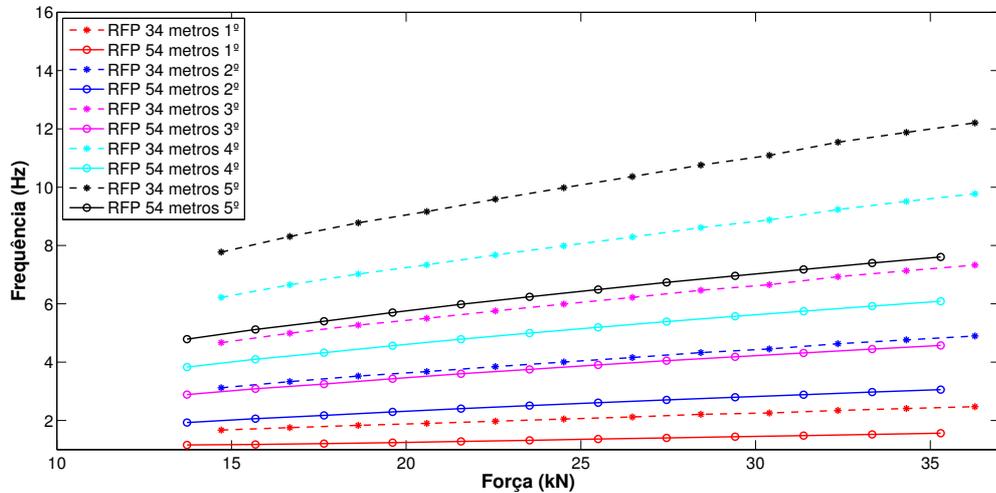


Figura 6.44: Comparação da variação das frequências naturais no cabo Tern nos vãos de 34 e 54 metros, ensaio 1 e 2.

A variação da frequência natural com a tração para comprimentos de vão diferentes, neste caso para um aumento de 20 metros de vão, é inversamente proporcional, ou seja, com o aumento do vão há uma diminuição nos valores das frequências naturais.

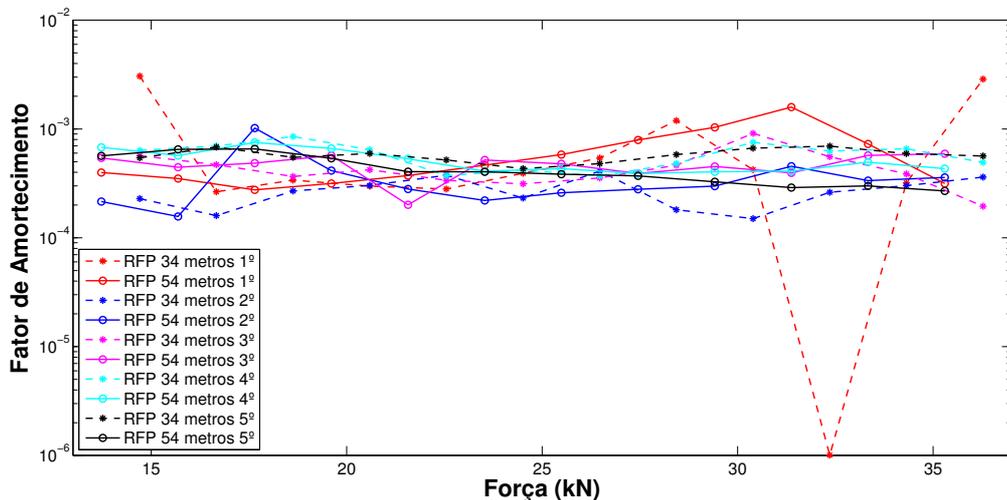


Figura 6.45: Comparação da variação dos fatores de amortecimento no cabo Tern nos vãos de 34 e 54 metros.

A Figura 6.45 mostra o comparativo dos resultados do fator de amortecimento do cabo Tern no vão de 34 metros e 54 metros, dos ensaios 1 e 2.

Para os vãos de 34 e 54 metros, a variação do fator de amortecimento com a tração parece muito próxima para os dois primeiros modos de vibrar, o terceiro e o quarto modo tem algumas variações nos resultados, mas apenas o quinto modo parece sofrer influência do comprimento do vão. Apartir de 25 kN o fator de amortecimento é pouco menor para o vão de 54 metros, ou seja, com o aumento do comprimento do vão o fator de amortecimento também diminui.

Na Figura 6.46, comparando os três cabos na primeira frequência natural, para os dois posicionamentos de excitação impulsiva e utilizando o método RFP e comparando com o MEF não linear.

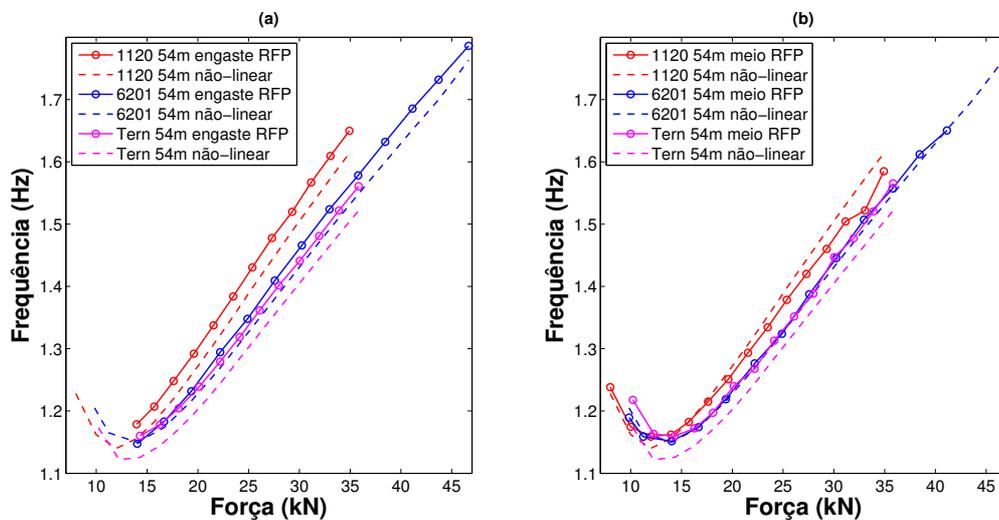


Figura 6.46: Comparação da variação da primeira frequência natural com a tração dos cabos Phosphorus, Greeley e Tern no vão de 54 metros, (a) excitação perto do engaste e, (b) excitação perto do meio do vão.

Nos ensaios com a excitação no meio do vão (Figura 6.46 (b)) foram realizados com trações menores, os três cabos mostram tendências de diminuição da frequência com o aumento da tração até uma tração limite (no cabo Tern entre 13 e 14% da tração de ruptura do cabo completo, no cabo Phosphorus entre 12 e 13% da tração de ruptura e, no cabo Greeley entre 9 e 10%).

Comparando com os resultados do MEF não-linear, isto pode ser explicado pelo parâmetro de Irvine. Generalizando, pode-se afirmar que a frequência dos três cabos aumenta com o aumento da tração apartir 15kN.

Comparando os três cabos na segunda frequência natural, na Figura 6.47.

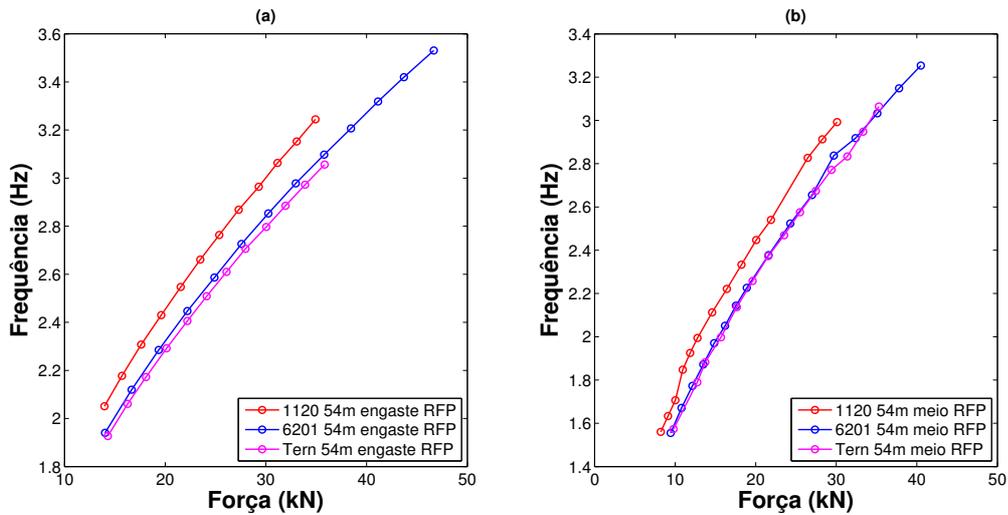


Figura 6.47: Comparação da variação da segunda frequência natural com a tração dos cabos Phosphorus, Greeley e Tern no vão de 54 metros, (a) excitação perto do engaste e, (b) excitação perto do meio do vão.

Para o segundo modo não ocorre a inversão da tendência do aumento da frequência com a tração, para as trações executadas nos ensaios.

Comparando os três cabos na terceira frequência natural, Figura 6.48.

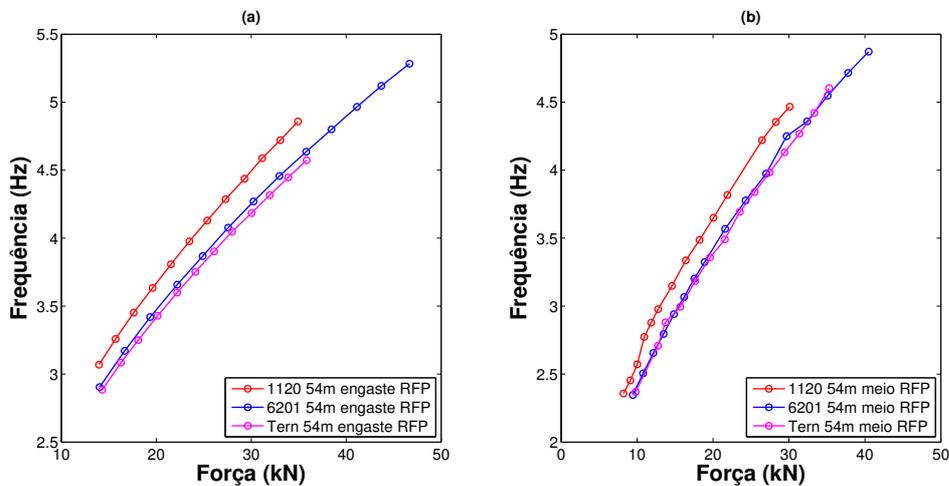


Figura 6.48: Comparação da variação da terceira frequência natural com a tração dos cabos Phosphorus, Greeley e Tern no vão de 54 metros, (a) excitação perto do engaste e, (b) excitação perto do meio do vão.

Comparando os três cabos na quarta frequência natural, Figura 6.49.

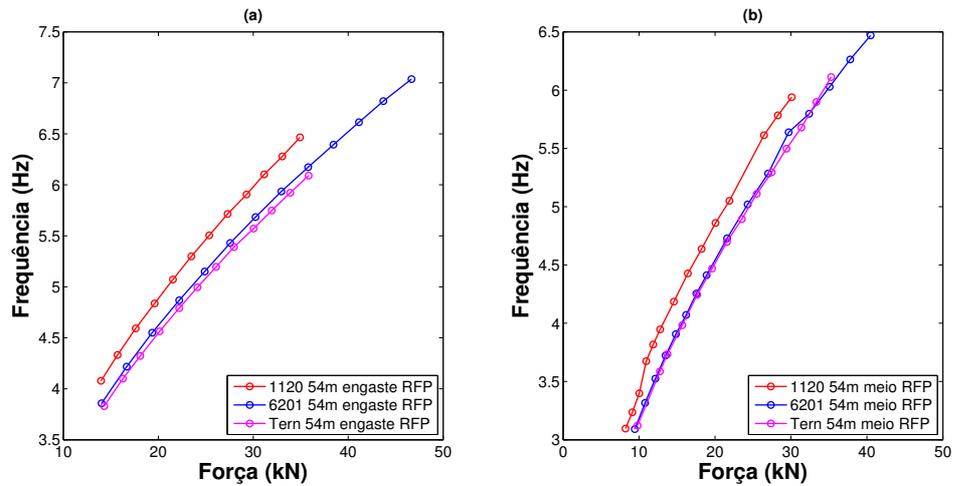


Figura 6.49: Comparação da variação da quarta frequência natural com a tração dos cabos Phosphorus, Greeley e Tern no vão de 54 metros, (a) excitação perto do engaste e, (b) excitação perto do meio do vão.

Comparando os três cabos na quinta frequência natural, Figura 6.50.

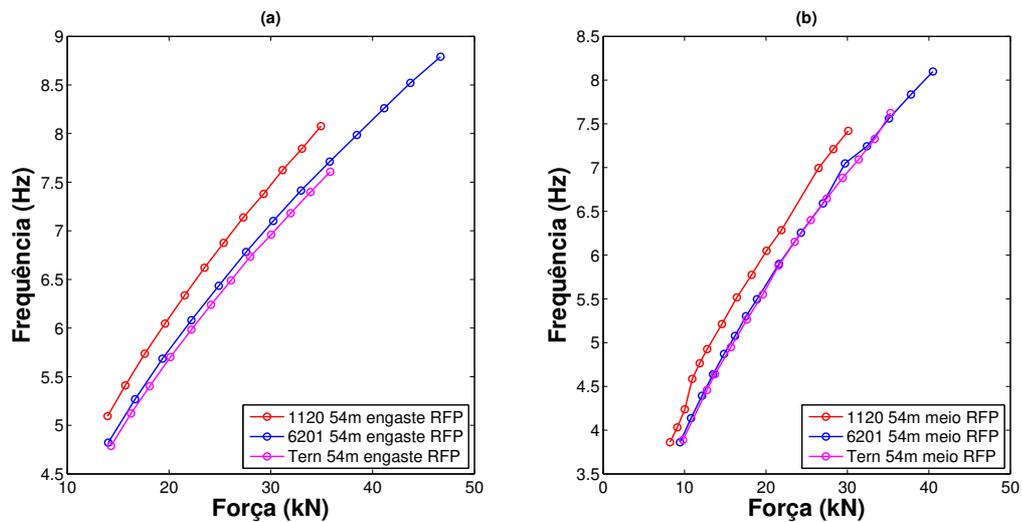


Figura 6.50: Comparação da variação da quinta frequência natural com a tração dos cabos Phosphorus, Greeley e Tern no vão de 54 metros, (a) excitação perto do engaste e, (b) excitação perto do meio do vão.

Somente no primeiro modo de vibrar ocorre a inversão de tendência da frequência em relação a tração efetuada no cabo, os outros modos mantêm a tendência de aumento da frequência com o aumento da tração (conforme conclusões de Souza (2010)).

Os comportamentos dos cabos Tern e Greeley são muito semelhantes para o emprego da mesma tração. Porém, para no ensaio 3, o cabo Tern varia de 10 a 36% da tração de ruptura e o cabo Greeley, no ensaio 7, varia de 7 a 30%, ou seja o cabo Greeley é menos solicitado com a mesma tração, com o comportamento de frequência muito parecido.

Na Figura 6.51 o comportamento do fator de amortecimento da primeira frequência natural para os três cabos no vão de 54 metros, excitação perto do engaste, pelo método RFP.

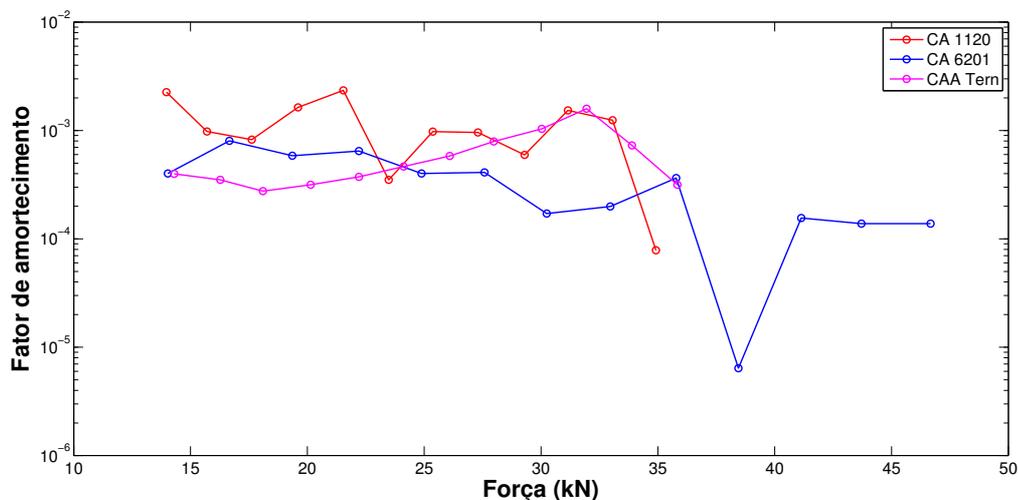


Figura 6.51: Comparação da variação do fator de amortecimento da primeira frequência natural com a tração dos cabos Phosphorus, Greeley e Tern.

Para trações abaixo de 25kN, o cabo Phosphorus apresentou maiores fatores de amortecimento. E para trações acima de 25 kN o cabo Greeley teve os resultados mais baixos para o fator de amortecimento e, o cabo Phosphorus os maiores resultados.

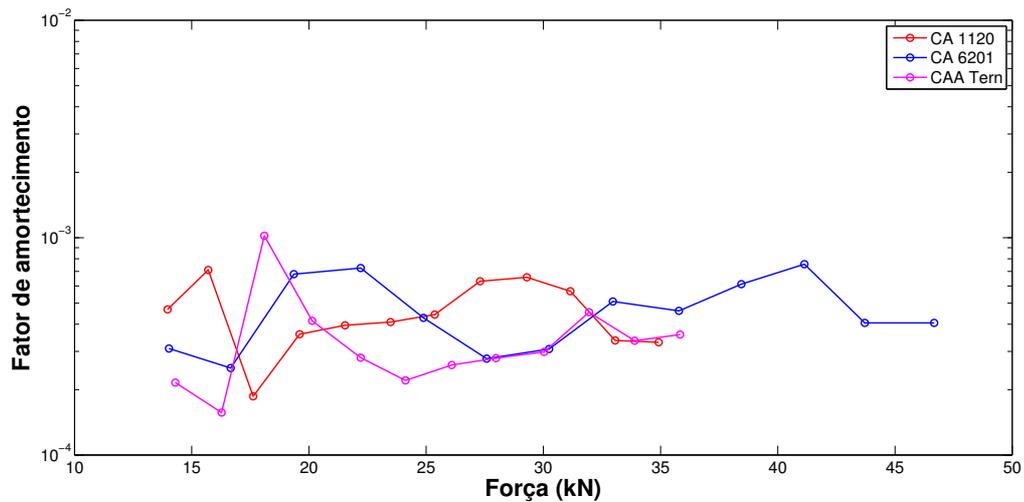


Figura 6.52: Comparação da variação do fator de amortecimento da segunda frequência natural com a tração dos cabos Phosphorus, Greeley e Tern no vão de 54 metros.

Na Figura 6.52 o fator de amortecimento para os três cabos são comparados pelo método RFP na segunda frequência natural.

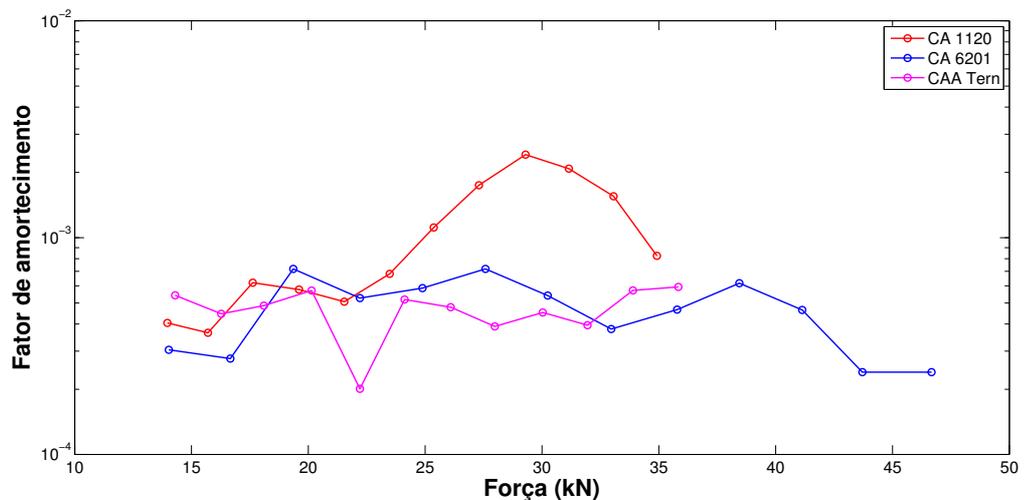


Figura 6.53: Comparação da variação do fator de amortecimento da terceira frequência natural com a tração dos cabos Phosphorus, Greeley e Tern no vão de 54 metros.

Na Figura 6.53 o fator de amortecimento para os três cabos são comparados pelo método RFP na terceira frequência natural, o cabo Phosphorus tem uma tendência de aumento do fator de amortecimento com o aumento da tração, aparentemente, essa tendência muda para as trações aplicadas nos ensaios pouco acima de 30kN.

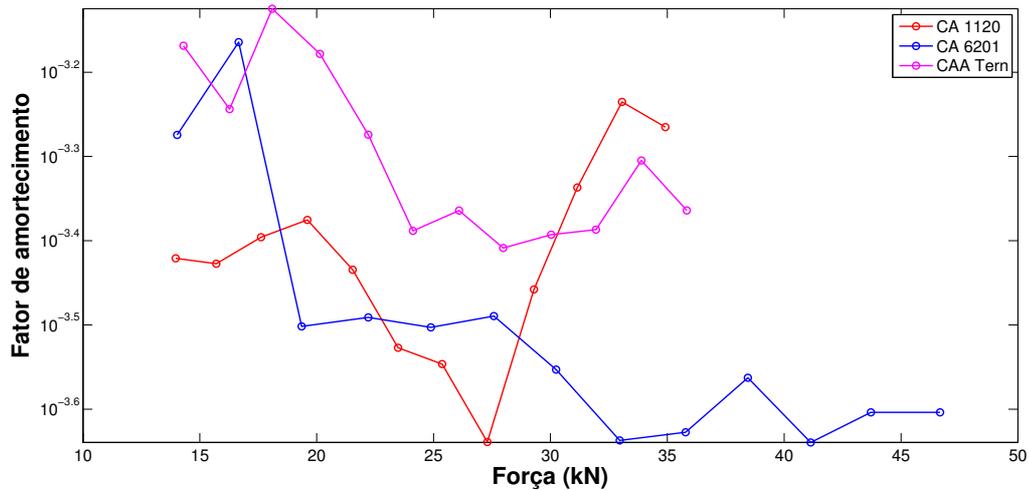


Figura 6.54: Comparação da variação do fator de amortecimento da quarta frequência natural com a tração dos cabos Phosphorus, Greeley e Tern no vão de 54 metros.

Na Figura 6.54 o fator de amortecimento para os três cabos são comparados pelo método RFP na quarta frequência natural, o cabo Tern teve resultados maiores do fator de amortecimento para trações pouco acima de 25kN, os cabos Greeley e Phosphorus tiveram grandes variações alternando os menores resultados até 25kN, quando o cabo Phosphorus apresenta novamente um grande aumento no fator de amortecimento para trações de 25kN a 30kN.

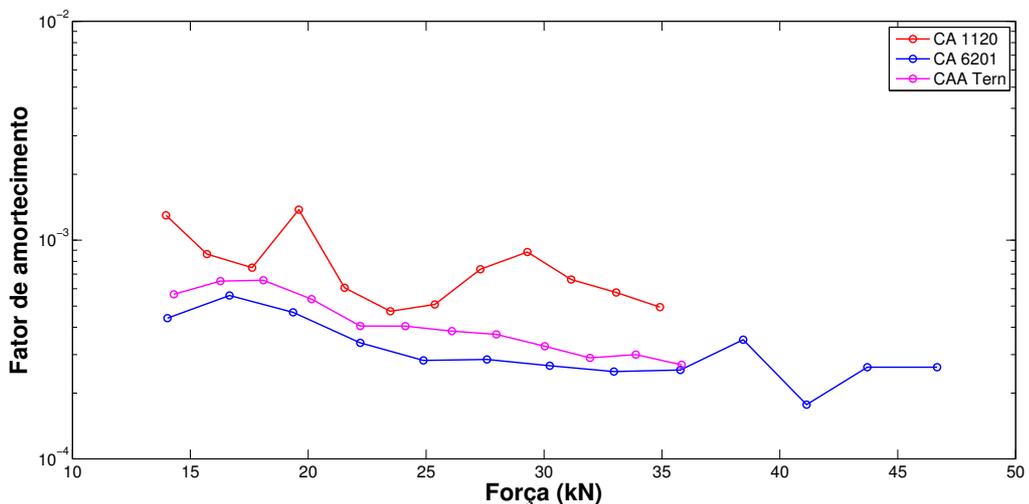


Figura 6.55: Comparação da variação do fator de amortecimento da quinta frequência natural com a tração dos cabos Phosphorus, Greeley e Tern no vão de 54 metros.

Na Figura 6.55 os fatores de amortecimento para os três cabos são comparados pelo método RFP na quinta frequência natural, de maneira geral, tiveram resultados

com tendências de diminuição do fator de amortecimento com o aumento da tração bem definidas para os três cabos.

Para a quinta frequência natural pode-se concluir que o cabo Phosphorus tem o maior fator de amortecimento dentre os três cabos comparados, comparando as mesmas trações aplicadas.

Na tentativa de melhorar os resultados do fator de amortecimento foi utilizada a liberação de carga próximo do centro do vão. A Figura 6.56 mostra a curva do fator de amortecimento do primeiro modo para os 3 tipos de cabos utilizados.

Nota-se que para baixas trações mecânicas o fator de amortecimento é maior para o cabo Tern. Nota-se também que os valores do fator de amortecimento tendem diminuir com aumento da tração mecânica. Este era o resultado esperado e normalmente encontrado na literatura.

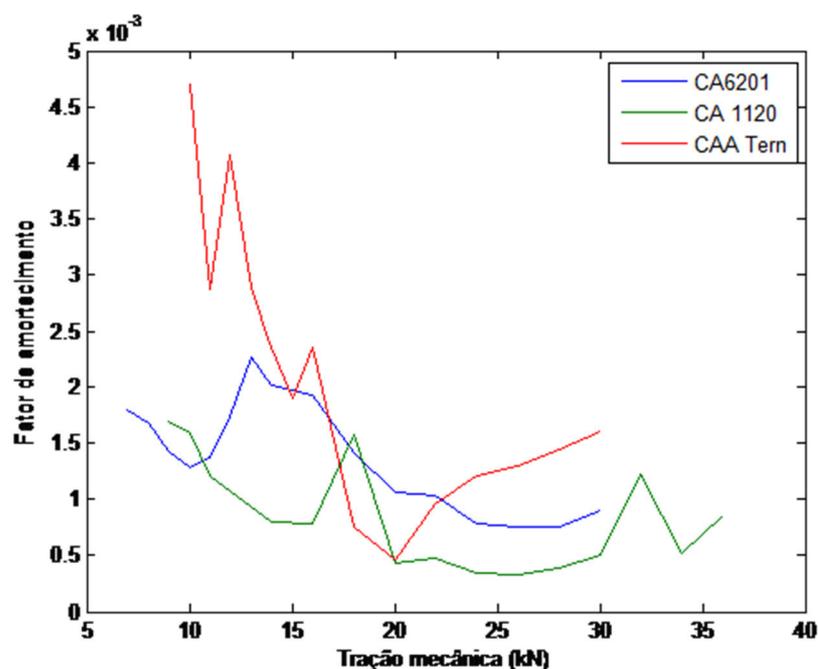


Figura 6.56: Curvas do fator de amortecimento usando excitação através da carga suspensa.

Nos ensaios 2, 4 e 6, com a excitação perto do engaste também foram verificadas as variações dos comprimentos dos cabos (Figura 6.57).

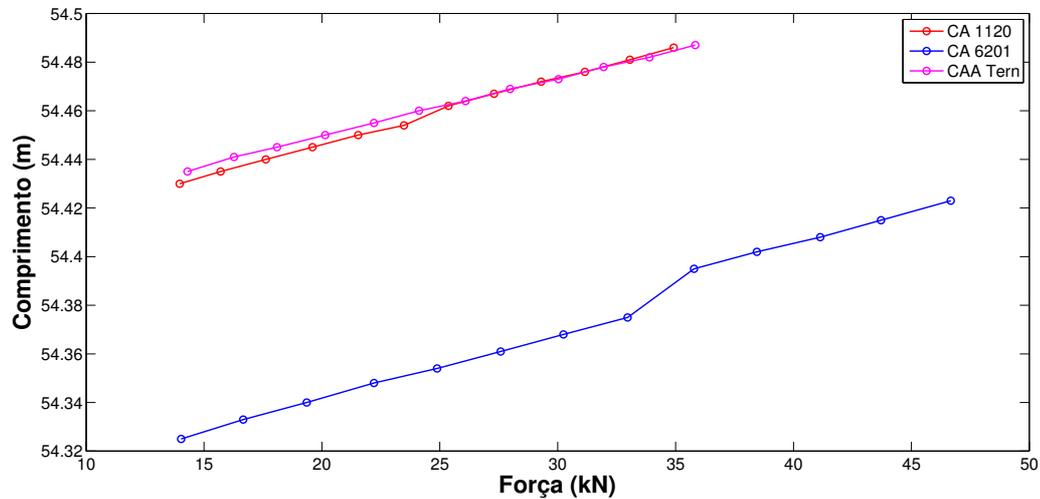


Figura 6.57: Variação do comprimento do cabo com o aumento da tração para os 3 cabos, com excitação perto do engaste.

A Figura 6.58 mostra a convergência de resultados aumentando o número de elementos no MEF não-linear.

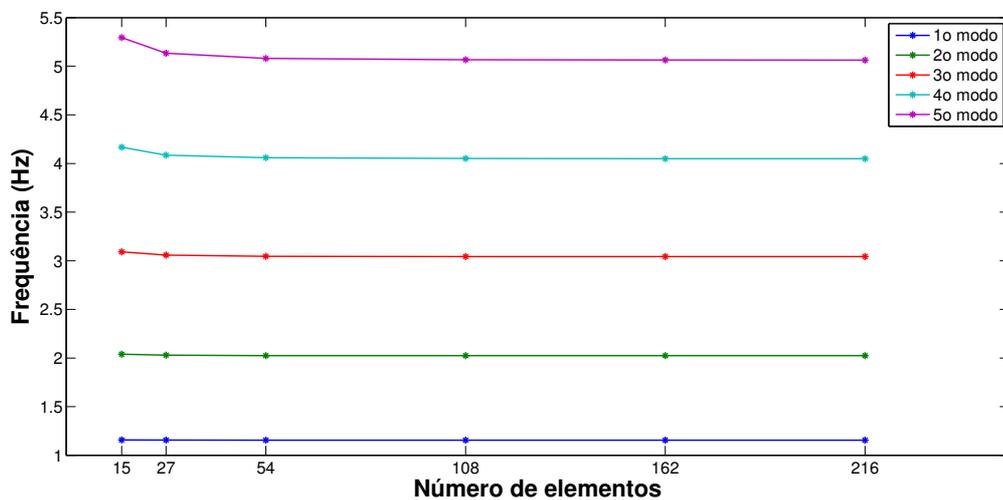


Figura 6.58: Convergência dos elementos do MEF não-linear, para os três cabos estudados.

Os resultados numéricos utilizando o MEF não-linear dos três cabos foram feitos com 54 número de elementos, devido a convergência a partir desse número de elementos nos resultados conforme Figura 6.58.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A análise pelo modelo não-linear para o comportamento da primeira frequência natural dos cabos de linha de transmissão se aproxima mais dos resultados experimentais do que a análise pelo modelo linear.

Para trações mecânicas abaixo de 14% da tração de ruptura ficou evidenciado que o modelo linear não consegue reproduzir os efeitos vibratórios reais, ou seja, os resultados são pobres. O mesmo não acontece para os resultados encontrados com o modelo não-linear.

Uma das prováveis falhas no modelo linear é a hipótese simplificadora onde a tração é considerada uniforme em toda a extensão do cabo (hipótese simplificadora para utilização do modelo de viga bi-apoiada Euler-bernoulli), na prática, isso não acontece. Há uma máxima tensão próxima as braçadeiras e um mínimo no meio do vão. Também pode explicar a alteração nos resultados com excitação impulsiva no meio do cabo em relação as proximidades do engaste, e melhoria do sinal do primeiro modo.

Verificou-se que as variações nas trações aplicadas no cabo mudam as frequências naturais do sistema, e não só aumentam com o aumento de tração. Para trações muito baixas (nos ensaios com excitação no meio do vão até 15kN), o aumento da tração resultou a diminuição das frequências naturais do primeiro modo, até 14% da tração de ruptura no cabo Tern. Essa tendência pode ser explicada por modos de vibração laterais, não somente o modo transversal.

Para os resultados para o fator de amortecimento dos cabos com excitação impulsiva perto do engaste, utilizando-se do método de identificação modal RFP, não ficaram caracterizados tendências de crescimento ou decaimento.

O fator de amortecimento do primeiro modo de vibrar (fundamental) para os três tipos de cabos utilizando-se excitação do sistema através de uma massa presa no centro da amostra apresentou uma tendência de diminuição dos valores com aumento da tração mecânica. Nota-se que o fator de amortecimento é superior para o cabo CA 1120 (somente foram encontrados valores menores para a faixa de 20 kN). Valores intermediários são obtidos para o cabo CAA Tern e o cabo que apresenta menor fator de amortecimento é o cabo CA 6201.

Se comparadas as grandes variações do fator de amortecimento em relação ao comprimento do cabo com o aumento da tração, verifica-se a alteração dos resultados do fator de amortecimento nas mesmas trações onde ocorrem 'saltos' na variação do comprimento do cabo (no CA 1120 pouco acima de 20kN e no CA 6201 nas trações entre 30 e 35kN). Essa interação no comportamento dos resultados, pode ser devido a um escorregamento dos fios na resina da fixação do engaste do cabo.

Quanto ao comportamento mecânico o cabo Greeley obteve o mesmo comportamento do cabo Tern para a frequência com mesma tração, sendo que a porcentagem da tração de ruptura do cabo Greeley é menor para tração aplicada em relação ao cabo Tern.

Apesar do aumento do fator de amortecimento no quarto e no quinto modo de vibrar do cabo Greeley com amortecedor, um amortecedor não é suficiente para amortecer esse cabo com as trações utilizadas, isso porque as excitações causadas pelo vento excitam principalmente os primeiros modos do cabo com frequências mais baixas e maior energia.

Como visto na comparação do cabo Tern para os vãos de 34 e 54 metros há mudanças no comportamento do cabo com a variação do tamanho do vão. Para vãos muito maiores, como 300 e 500 metros, deve-se fazer melhorias nas análises, especialmente do amortecimento (grandes variações na análise linear), incluindo a geometria do encordoamento, atrito e torção.

7.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Considerando o relevante potencial da linha de pesquisa, sugere-se para trabalhos futuros:

- a) Comparar resultados dos modelos analíticos do cabo existentes;
- b) Novos estudos relacionados a resolução analítica do auto-amortecimento de cabos considerando a geometria e o arranjo do encordoamento dos fios;
- c) Analisar o comportamento da frequência natural do primeiro modo para trações abaixo de 14% da tração de ruptura do cabo;
- d) Análise do torque com a variação da tração aplicada;

- e) Análise de tensões levando em consideração o contato com os acessórios das linhas de transmissão;
- f) Verificar resistência do material do engaste e influências no comportamento vibratório;
- g) Verificar os efeitos do posicionamento dos amortecedores nas linhas de transmissão;
- h) Avaliar diferentes tipos de amortecedores e suas eficiências quanto aos primeiros modos de vibrar.

REFERÊNCIAS

- Argatov, I. (2011). Response of a wire rope strand to axial and torsional loads: Asymptotic modeling of the effect of interwire contact deformations. *International Journal of Solids and Structures* 48, pp. 1413-1423.
- Barbieri, N., & Souza, O. H. (1999). Ensaio Mecânico Automatizado de Cabos Condutores. *XV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*. Águas de Lindóia - SP.
- Barbieri, N., Barbieri, R., & Souza JR., O. H. (2003). Structural Damping Estimation of Transmission Line Cables. *V Congresso Latino-Americano de Geração e Transmissão de Energia Elétrica*, (pp. 1-9). Águas de Lindóia - SP.
- Barbieri, N., Souza JR., O. H., & Barbieri, R. (2001). Dynamical Analysis of Cables. *Proceedings of the 16th Brazilian Congress of Mechanical Engineering*.
- Barbieri, N., Souza Jr., O. H., & Barbieri, R. (2004). Dynamical of Anlysis of Transmission Lne Cables. Part 1 - Linear Theory. *Mechanical Systems and Signal Processing - Vol.18, n. 3*, pp. 659-669.
- Barbieri, N., Souza Jr., O. H., & Barbieri, R. (2004). Dynamical of Anlysis of Transmission Lne Cables. Part 2 - Damping Estimation. *Mechanical Systems and Signal Processing - Vol.18, n. 3*, pp. 671-681.
- Barbieri, R., Barbieri, N., & Souza JR., O. H. (2008). Dynamical of Anlysis of Transmission Lne Cables. Part 3 - Nonlinear Theory. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 22, pp. 992-1007.
- Barry, O. (2010). *Finite Element Analysis of a Single Conductor with a Stockbridge Damper Under Aeolian Vibration*. Toronto - ON: Tese (Mestrado) - Ryerson University.
- CIGRE. (1970). Aeolian Vibration on Overhead Lines. *CIGRE Committee 22*.
- CIGRE. (1989). Report on Aeolian Vibration. *WG 01 - Committee 22*.
- CIGRE. (1995). Guide to Vibration Measurements on Overhead Lines. *Electra n.132*, pp. 124-137.
- Claren, R., & Diana, G. (1969). Dynamic strain distribution on loaded stranded cables. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-88, No. 11*, pp. 1678-1690.

- Claren, R., & Diana, G. (1969). Mathematical Analysis of Transmission Line Vibration. *IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems*, p. n. 12.
- Cluni, F., Gusella, V., & Ubertini, F. (2007). A Parametric Investigation of Wind-Induced Cable Fatigue. *Engineering Structures*, 29, pp. 3094-3105.
- Costello, G. A. (1997). *Theory of Wire Rope*. New York: Springer.
- Costello, G. A., & Philips, J. W. (1976). Effective Modulus of Twisted Wire Cables. *ASCE, Journal of the Engineering Mechanics Division*, Vol. 102, pp. 171-181.
- Dastous, J. -B. (2005, Janeiro). Nonlinear finite-element analysis of stranded conductors with variable bending stiffness using the tangent stiffness method. *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 20, no. 1, pp. 328-338.
- Dhotarad, M. S., Ganesan, N., & Rao, B. V. (1978). Transmission Line Vibrations. *Journal of Sound and Vibration*, pp. 217-237.
- Doocy, E. S., Hard, A. R., Rawlins, C. B., & Ikegami, R. (1979). *Transmission Line Reference Book - Wind-Induced Conductor Motion*. Electrical Power Research Institute.
- Ewins, D. J. (1984). *Modal Testing: Theory and Practice*. Letchworth: Research Studies Press Ltd.
- Formenti, D., & Richardson, M. (2002). Parameter Estimation from Frequency Response Measurements Using Rational Fraction Polynomials (twenty years of progress).
- Friswell, M. I., Garvey, S. D., & Penny, J. E. (1995, Setembro). Model Reduction Using Dynamic and Iterated IRS Techniques. *Journal of Sound and Vibration*, pp. 311-323.
- Friswell, M. I., Garvey, S. D., & Penny, J. E. (1998, Março). The Convergence of the Iterated IRS Method. *Journal of Sound and Vibration*, pp. 123-132.
- General Cable. (2014). Retrieved from <http://www.generalcable.com/>
- Ghoreishi, S. R. (2007). Analytical Modeling of Synthetic Fiber Ropes Subjected to Axial Loads. Part I: A New Continuum Model for Multilayered Fibrous Structures. *International Journal of Solids and Structures* 49, 2924-2942.
- Ghoreishi, S. R., Davies, P., Cartraud, P., & Messenger, T. (2007). Analytical Modeling of Synthetic Fiber Ropes, Part II: A Linear Elastic Model for 1+6 Fibrous Structures. *International Journal of Solids and Structures*, 2943-2960.

- Goodey, W. J. (1961). On the Natural Modes and Frequencies of a Suspended Chain. *Quartely Journal of Mechanics and Applied*, Vol. 14, Part 1, pp. 118-127.
- Goodman, L. E., & Brown, C. B. (1962, March and December). Energy Dissipation in Contact Friction: Constant Normal and Cyclic Tangential Loading. *ASME Transactions, Journal of Applied Mechanics*, pp. 17-22 and 764.
- Hagedorn, P. (1982). On the computation of damped wind excited vibrations of overhead transmission lines. *Journal of Sound and Vibration*, 83(2), pp. 253-271.
- Hardy, C. (1990, June). Analysis of Self-Damping Characteristics of Stranded Cables in Transverse Vibrations. *CSME Mechanical Engineering Forum*, pp. 117-22.
- Hardy, C., & Leblond, A. (1992). Comparison Of Conductor Self-Damping Measurements. *CIGRE General Session*.
- Hardy, C., & Leblond, A. (2003). On the dynamic flexural rigidity of taut stranded cables. *5th Int'l Symposium on Cable Dynamics*.
- Hong, K. -J., Kiureghian, A. D., & Sackman, J. L. (2005, Maio). Bending Behavior of Helically Wrapped Cables. *Journal of Engineering Mechanics ASCE*, pp. 500-511.
- Hruska, F. H. (1951). Calculation of Stresses in Wire Ropes. *Wire and Wire Products*, Vol. 26, pp. 766-767.
- Hruska, F. H. (1952). Radial Forces in Wire Ropes. *Wire and Wire Products*, Vol. 27, pp. 459-463.
- Hruska, F. H. (1953). Tangencial Forces in Wire Ropes. *Wire and Wire Products*, Vol. 28, pp. 455-460.
- Iglesias, A. M. (2000). *Investigating Various Modal Analysis Extraction Techniques to Estimate Damping Ratio*. Blacksburg - VA: Tese (Mestrado) - Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University.
- Inman, D. (2014). *Engineering Vibration*. London: Prentice Hall.
- Irvine, H. M., & Caughey, T. K. (1974, Dezembro 10). The Linear Theory of Free Vibrations of a Suspended Cable. *Proceedings of the Royal Society*, pp. 299-315.
- Johnson, K. L. (1961). Energy Dissipation at Spherical Surfaces in Contact Transmitting Oscillating Forces. *Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 3 No. 4, pp. 362-368.

- Keer, L. M., & Goodman, L. E. (1976, September). Tangential Loading of Two Bodies in Contact. *ASME Transactions, Journal of Applied Mechanics*, Vol. 98 No. 3, pp. 513-514.
- Klint, R. V. (1960). Oscillating Tangential Forces on Cylindrical Specimens in Contact at Displacements within the Region of No Gross Slip. *Proceedings of the American Society of Lubrication Engineers*, pp. 255-264.
- Knapp, R. H. (1979). Derivation of a New Stiffness Matrix for Helically Armoured Cables Considering Tension. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 14, pp. 515-520.
- Krysl, P., Lall, S., & Marsden, J. E. (2001). Dimensional Model Reduction in Non-Linear Dynamics of Solids and Structures. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 51, pp. 479-504.
- Kumar, K., & Cochran Jr., J. E. (1987, Dezembro). Closed-Form Analysis for Elastic Deformations of Multilayered Strand. *ASME, Journal of Applied Mechanics*, Vol. 54, pp. 898-903.
- Labrosse, M. (1998). *Contributio à L'Étude du Rôle du Frottement sur le Comportement et la Durée de Vie des Câbles Monocouches*. Paris: Tese (Doutorado) - Ecole Centrale de Nantes.
- Langlois, S., Legeron, F., & Lévesque, F. (2014, April). Time History Modeling of Vibrations on Overhead Conductors With Variable Bending Stiffness. *IEEE TRANSACTIONS ON POWER DELIVERY*, VOL. 29, NO. 2.
- Lilien, J. L. (2013, Novembro). Power Line Aeolian Vibrations.
- Love, A. E. (1944). *A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Luongo, A., Rega, G., & Vestroni, F. (1982, Setembro). Monofrequent Oscillations of a Non-Linear Model of a Suspended Cable. *Journal of Sound and Vibration*, pp. 247-259.
- Machida, S., & Durelli, A. J. (1973, Agosto). Response of a Strand to Axial and Torsional Displacements. *Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 15, pp. 241-251.
- Maia, N. M. (1988). *Extraction of Valid Modal Properties from Measured Data in Structural Vibrations*. London UK: Tese (Doutorado) - University of London.

- Maji, A. K., & Qiu, Y. Z. (2014, 23 April). Experimental and Numerical Investigation of Axially Preloaded Carbon Fiber Cable Vibration. *Journal of Aerospace Engineering*.
- Mcconnell, K. G., & Zemke, W. P. (1982). A Model to Predict the Coupled Axial Torsion Properties of ACSR Electrical Conductors. *Journal of Experimental Mechanics*, Vol. 22, pp. 237-244.
- Mindlin, R. D., & Deresiewicz, H. (1953). Elastic Spheres in Contact under Varying Oblique Forces. *ASME Transactions, Journal of Applied Mechanics*, Vol. 20, pp. 327-344.
- Nigol, O., & Houston, H. J. (1985). Aeolian Vibration of Single Conductor and Its Control. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 104 (11), pp. 3245-3254.
- Noiseux, D. U. (1992). Similarity Laws of the Internal Damping of Stranded Cables in Transverse Vibrations. *IEEE Transactions on Power Delivery*, pp. 1574-1581.
- Ojo, E., & Shindin, S. (2014). Finite Element Analysis of the Dynamic Behaviour of Transmission Line Conductors Using MATLAB. *Journal of Mechanics Engineering and Automation*, pp. 142-148.
- Papailiou, K. O. (1997, October). On the Bending Stiffness of Transmission Line Conductors. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 12, No. 4.
- Philips, J. W., & Costello, G. A. (1985, Setembro). Analysis of Wire Rope with Internal-wirerope Cores. *ASME, Journal of Applied Mechanics*, Vol. 52, pp. 510-516.
- Pugsley, A. G. (1949). On the Natural Frequencies of Suspensions Chains. *Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*, Vol. 2, Part 4, pp. 412-418.
- Qiu, Y. (2013). *Investigation of Internal Damping in Carbon Fiber and Steel Cables*. Albuquerque - NM: Tese (Doutorado) - The University of New Mexico.
- Ramsey, H. (1988, Março). A Theory of Thin Rods with Application to Helical Constituent Wires in Cables. *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 30, pp. 559-570.
- Ramsey, H. (1990). Analysis of Interwire Friction in Multilayered Cables Under Uniform Extension and Twisting. *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 32, pp. 709-716.
- Raof, M., & Hobbs, R. E. (1984). The Bending of Spiral Strand and Armoured Cables Closed to Terminations. *ASME, Energy Resources Technol.*, 106, pp. 349-355.

- Rawlins, C. B. (1990). Measurements of Fluid-dynamic Damping of Stranded Cable Models at Low Oscillation Amplitudes. *Technical Paper No. 27, Alcoa Conductor Products Company*.
- Rawlins, C. B. (1997, October 13). Measurements of interstrand contact damping for parallel strands. *Proceedings of the International Seminar on Cable Dynamics*, pp. 121-127.
- Rawlins, C. B. (2009). Flexural Self-Damping in Overhead Electrical Transmission Conductors. *Journal of Sound and Vibration*, 232-256.
- Richardson, M. H., & Formenti, D. L. (1982). Parameter Estimation from Frequency Response Measurements Using Rational Fraction Polynomials. *Structural Measurement Systems, Inc.*
- Rohrs, J. H. (1851). On the Oscillation of a Suspension Chain. *Transactions of the Cambridge Philosophical Society, Vol. 9*, 397-398.
- Routh, E. J. (1892). *Dynamics of a System of Rigid Bodies*. Part II, 5th ed., New York.
- Sathikh, S., Moorthy, M. B., & Krishnan, M. (1996). A Symmetric Linear Elastic Model for Helical Wire Strands Under Axisymmetric Loads. *Journal Strain Anal.*, pp. 389-399.
- Saxon, D. S., & Cahn, A. S. (1953). Modes of Vibration of Suspension Chain. *Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics, Vol. 6, Part 3*, pp. 273-285.
- Simpson, A. (1966). Determination of the Inplane Natural Frequencies of Multispan Transmission Lines by a Transfer Matrix Method. *Proceedings of the Institution Electrical Engineers, n.113*, pp. 870-878.
- Souza Jr., O. H. (2010). *Vibrações em Cabos Aéreos de Linhas de Transmissão*. Curitiba - PR: Tese (Doutorado) - Pontifícia Universidade Católica do Paraná.
- Spak, K., Agnes, G., & Inman, D. (2013, January). Cable Modeling and Internal Damping Developments. *ASME, Applied Mechanics Reviews, Vol. 65*, pp. 010801-1.
- Tunstall, M. J. (1997, October). Wind-Induced Vibrations of Overhead Transmission Lines: Overview. *Proceedings of the International Seminar on Cable Dynamics*, pp. 13-26.
- Verma, H., & Hagedorn, P. (2005). Wind Induced Vibration of Long Electrical Overhead Transmission Line Spans: A Modified Approach. *Journal of Wind and Structures, 8(2)*, pp. 89-106.

-
- Wang, X., Meng, X., Wang, J., Sun, Y., & Gao, K. (2015). Mathematical Modelling and Geometric Analysis for Wire Rope Strands. *Applied Mathematical Modelling*, pp. 1019-1032.
- West, H. H., Geschwindner, L. F., & Suhoski, J. E. (1975, Novembro). Natural Vibrations of Suspension Cables. *Journal of the Structural Division, ASCE*.
- Xu, Y. L., & Yu, Z. (1999). Non-linear Vibration of Cable-damper Systems Part II: Application and Verification. *Journal of Sound and Vibration*, 225(3), pp. 465-481.
- Xu, Y. L., & Yu, Z. (1999). Non-linear Vibration of Cable-damper Systems Part I: Formulation. *Journal of Sound and Vibration*, 255(3), pp. 447-463.
- Zhang, Q., Popplewell, N., & Shah, A. H. (2000). Galloping of Bundle Conductor. *Journal of Sound and Vibration*, 234(1), pp. 115-134.
- Zhong, M. (2003). Dynamic Analysis of Cables With Variable Flexural Rigidity.
- Zienkiewicz, O. C. (1987). *The Finite Element Method*. London: McGraw-Hill.

8 ANEXO I: MODELOS ANALÍTICOS DO CABO

Antes da investigação propriamente dita dos mecanismos de amortecimento interno do cabo, será dada atenção aos avanços feitos no seu modelamento.

Considerando um cabo simples 6+1 feito de seis fios envoltos helicoidalmente em um fio linear central. Sua geometria, conforme Figura 3.4 abaixo, é caracterizada pelo raio do fio central R_c , raio do arame R_w , e o ângulo da hélice do encordoamento dos fios helicoidais α medido no eixo central z , e o centro dos fios helicoidais em relação a linha de centro do cabo no eixo z é R_h :

$$R_h = R_c + R_w \quad (A1)$$

Devido as forças de contato com o centro do cabo os arames das camadas adjacentes podem ser considerados com forma elíptica no corte transversal ao eixo z . O comprimento do passo denotado por P pode ser calculado usando a expressão:

$$P = \frac{2\pi R_h}{\tan \alpha} \quad (A2)$$

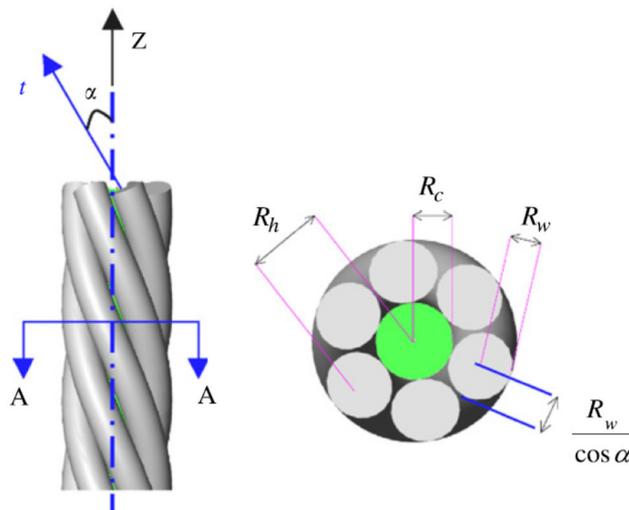


Figura 8.1: Geometria de um cabo simples com uma simples camada de 6 fios helicoidais.

O comportamento axial de tensão e torção de toda a estrutura é apresentado pelo acoplamento, encordoamento, entre os fios devido a forma helicoidal de suas

disposições. Então o comportamento elástico global pode ser expresso conforme Ghoreishi *et al.* (2004):

$$\begin{Bmatrix} F_z \\ M_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{\varepsilon\varepsilon} & k_{\varepsilon\theta} \\ k_{\theta\varepsilon} & k_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{z,z} \\ \theta_{z,z} \end{Bmatrix} \quad (\text{A3})$$

Onde F_z é a força axial e M_z é o torque, os quatro componentes da matriz de rigidez $k_{\varepsilon\varepsilon}$, $k_{\theta\theta}$ são referentes a pura tração e torsão, respectivamente, e $k_{\theta\varepsilon}$, $k_{\varepsilon\theta}$ são os dois termos acoplados. E $u_{z,z}$ é a deformação axial e $\theta_{z,z}$ é o ângulo de torção por unidade de comprimento.

A partir destas considerações, diversos modelos analíticos serão mostrados para prever o comportamento mecânico de cabos isotrópicos sujeitos a carregamento axial, com base na geometria e no conhecimento do comportamento mecânico da estrutura.

Os dez modelos analíticos que serão brevemente descritos conforme diferentes hipóteses, são elas:

- Considerada somente a rigidez axial do fio;
- Flexão e torsão são incluídas;
- Considerado efeito do coeficiente de Poisson do material;
- Considerado o contato entre fio.

Afim de facilitar a comparação entre os modelos será utilizada a notação de Ghoreishi *et al.* (2004).

8.1 MODELO DE HRUSKA

O modelo de Hruska (1951, 1952 e 1953) baseia-se na tração pura do fio, nesse caso a rigidez a flexão e torção são negligenciadas.

Usando apenas relações geométricas, a deformação axial $u_{t,t}$ pode ser expressa conforme segue:

$$u_{t,t} = u_{z,z} \cos^2 \alpha + R_h \theta_{z,z} \sin \alpha \cos \alpha \quad (\text{A4})$$

As componentes da matriz de rigidez são definidas considerando a rigidez axial (AE) e torcional (GJ), onde e o subscrito c e w são usados para denotar a posição do fio, alma ou corpo e fio helicoidal, respectivamente.

$$k_{\varepsilon\varepsilon} = (AE)_c + 6(GJ)_w \cos^3 \alpha \quad (A5a)$$

$$k_{\varepsilon\theta} = k_{\theta\varepsilon} = 6(AE)_w R_h \cos^2 \alpha \sin \alpha \quad (A5b)$$

$$k_{\theta\theta} = (GJ)_c + 6(AE)_w R_h^2 \sin^2 \alpha \cos \alpha \quad (A5c)$$

Reescrevendo (A5a), (A5b) e (A5c) na forma de (A3), tem-se:

$$\begin{Bmatrix} F_z \\ M_z \end{Bmatrix} = [k] \begin{Bmatrix} u_{z,z} \\ \theta_{z,z} \end{Bmatrix}, \text{ com } [k] \text{ reescrito conforme modelo de Hruska:}$$

$$[k] = \begin{bmatrix} (AE)_c + 6(GJ)_w \cos^3 \alpha & 6(AE)_w R_h \cos^2 \alpha \sin \alpha \\ 6(AE)_w R_h \cos^2 \alpha \sin \alpha & (GJ)_c + 6(AE)_w R_h^2 \sin^2 \alpha \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (A6)$$

8.2 MODELO DE MCCONNELL E ZEMKE

O modelo de MacConnel *et al.* (1982) é o modelo de Hruska modificado, neste modelo é adicionado a rigidez à torção em todos os fios individuais, então a equação (10c):

$$k_{\theta\theta} = (GJ)_c + 6(GJ)_w + 6(AE)_w R_h^2 \sin^2 \alpha \cos \alpha \quad (A7)$$

E as equações (A5a) e (A5b) continuam idênticas, e a nova matriz $[k]$ pode ser escrita:

$$[k] = \begin{bmatrix} (AE)_c + 6(GJ)_w \cos^3 \alpha & 6(AE)_w R_h \cos^2 \alpha \sin \alpha \\ 6(AE)_w R_h \cos^2 \alpha \sin \alpha & (GJ)_c + 6(GJ)_w + 6(AE)_w R_h^2 \sin^2 \alpha \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (A8)$$

8.3 MODELO DE MACHIDA E DURELLI

Machida *et al.* (1973) estudaram os efeitos da rigidez de flexão e torção dos fios individuais na matriz de rigidez do cabo. Os autores obtiveram os momentos de flexão e torção de cada fio individual, então projetaram sob o eixo do cabo e somando todos os fios, ou seja:

$$k_{\theta\varepsilon} = 6 \left(\begin{array}{l} (AE)_w R_h \cos^2 \alpha \sin \alpha - 2 \frac{(EI)_w}{R_h} \cos^2 \alpha \sin^3 \alpha \times \\ + \frac{(GJ)_w}{R_h} \cos^2 \alpha \sin \alpha (1 - \cos^2 \alpha) \end{array} \right)$$

(A9a)

$$k_{\theta\theta} = (GJ)_c + 6 \left(\begin{array}{l} (AE)_w R_h^2 \sin^2 \alpha \cos \alpha + 2(EI)_w \cos^3 \alpha \sin^2 \alpha + \\ + (GJ) \cos^3 \alpha (1 - 2 \sin^2 \alpha) \end{array} \right)$$

(A9b)

Com (EI) sendo a rigidez a flexão do fio. E com as relações $k_{\varepsilon\varepsilon}$ e $k_{\varepsilon\theta}$ idênticas as equações (A5a) e (A5b). Logo a matriz de rigidez $[k]$ não é mais simétrica:

$[k] =$

$$\left[\begin{array}{l} (AE)_c + 6(GJ)_w \cos^3 \alpha \\ \left(\begin{array}{l} (AE)_w R_h \cos^2 \alpha \sin \alpha - 2 \frac{(EI)_w}{R_h} \cos^2 \alpha \times \\ \times \sin^3 \alpha + \frac{(GJ)_w}{R_h} \cos^2 \alpha \times \\ \times \sin \alpha (1 - \cos^2 \alpha) \end{array} \right) \\ \left(\begin{array}{l} (AE)_w R_h^2 \sin^2 \alpha \cos \alpha + \\ + 2(EI)_w \cos^3 \alpha \sin^2 \alpha + \\ + (GJ) \cos^3 \alpha (1 - 2 \sin^2 \alpha) \end{array} \right) \end{array} \right] \begin{array}{l} 6(AE)_w R_h \cos^2 \alpha \sin \alpha \\ (GJ)_c + 6 \end{array} \quad (A10)$$

8.4 MODELO DE KNAPP

Knapp (1979) apresenta uma nova matriz de rigidez para cabo reto sujeito a flexão e torção. A partir do estudo da compressibilidade do fio central. Um primeiro equilíbrio de equações inclui a não linearidade geométrica para então ser linearizada resultando numa matriz de rigidez linear.

Essa aproximação foi primeiramente destinada a cabo com a alma macia. Entretanto, devido a derivação geral, o modelo de Knapp pode também ser aplicado em cabos mais rígidos.

Ainda utilizando a notação de Ghoreishi *et al.* (2004), as componentes da matriz de rigidez podem ser escritas:

$$k_{\varepsilon\varepsilon} = (AE)_c + 6(AE)_w \cos^3 \alpha \zeta \quad (\text{A11a})$$

$$k_{\varepsilon\theta} = 6(AE)_w R_h \sin \alpha \cos^2 \alpha \eta \quad (\text{A11b})$$

$$k_{\theta\varepsilon} = 6 \left(\begin{aligned} & (AE)_w R_h \sin \alpha \zeta - \frac{(EI)}{R_h} (\lambda + 2\zeta) \sin^3 \alpha \\ & + \frac{(GJ)}{R_h} (1 - 2\zeta) \sin \alpha \cos^2 \alpha \end{aligned} \right) \quad (\text{A11c})$$

$$k_{\theta\theta} = (GJ)_c + 6 \left(\begin{aligned} & (AE)_w R_h \eta \sin \alpha - \frac{(EI)_w}{R_h} \left(\mu + 2\eta - \frac{2R_h}{\tan \alpha} \right) \sin^3 \alpha \\ & + \frac{(GJ)_w}{R_h} \left(\frac{R_h}{\tan \alpha} - 2\mu \right) \sin \alpha \cos^2 \alpha \end{aligned} \right) \quad (\text{A11d})$$

Os parâmetros ζ , η , λ e μ são relacionados a geometria e propriedades elásticas do cabo. Para cabos com reforço de aço a compressibilidade do fio central é negligenciável e os parâmetros ζ e η são muito próximos de $\cos^2 \alpha$ e $R_h \sin \alpha \cos \alpha$, respectivamente, enquanto que λ e μ são aproximadamente iguais a zero.

Substituindo esses valores nas equações (A11a), (A11b), (A11c) e (A11d) as componentes da matriz de rigidez se reduzem as mesmas componentes do modelo de Machida e Durelli. Logo a matriz $[k]$ é a mesma da equação (A10).

$[k]$

$$= \begin{bmatrix} (AE)_c + 6(GJ)_w \cos^3 \alpha & 6(AE)_w R_h \cos^2 \alpha \sin \alpha \\ \left((AE)_w R_h \cos^2 \alpha \sin \alpha - 2 \frac{(EI)_w}{R_h} \cos^2 \alpha \times \right. & (GJ)_c + 6 \left(\begin{aligned} & (AE)_w R_h^2 \sin^2 \alpha \cos \alpha + \\ & + 2(EI)_w \cos^3 \alpha \sin^2 \alpha + \\ & + (GJ) \cos^3 \alpha (1 - 2 \sin^2 \alpha) \end{aligned} \right) \\ \left. \begin{aligned} & \times \sin^3 \alpha + \frac{(GJ)_w}{R_h} \cos^2 \alpha \times \\ & \times \sin \alpha (1 - \cos^2 \alpha) \end{aligned} \right) & \end{bmatrix}$$

8.5 MODELO DE COSTELLO

A teoria de Costello (1997) baseia-se nas equações de viga curvada de Love (1944), os efeitos do raio e a variação do ângulo das camadas são levados em conta, e também os momentos de flexão e de torção.

No caso de encordoamento do cabo simples reto é assumido que a mudança de ângulo entre camadas é pequena. O equilíbrio é expresso utilizando um conjunto de equações não-lineares, válido também para grandes deflexões. A deformação axial do cabo $u_{z,z}$ e a torção $\theta_{z,z}$, bem como as mudanças na curvatura e a torção por unidade de comprimento em cada fio, $\Delta k'$ e $\Delta\tau$, é linearizado com relação a $\Delta\alpha$. As relações desenvolvidas por Costello (1997) podem ser escritas como:

$$u_{z,z} = u_{t,t} + \Delta\alpha \tan \alpha \quad (\text{A12a})$$

$$R_h \theta_{z,z} = u_{t,t} \tan \alpha - \Delta\alpha + \nu \tan \alpha \frac{(R_c u_{z,z} + R_w u_{t,t})}{R_h} \quad (\text{A12b})$$

$$R_w \Delta k' = - \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{R_h/R_w} \Delta\alpha + \nu \frac{R_c u_{z,z} + R_w u_{t,t}}{R_h} \frac{\sin^2 \alpha}{R_h/R_w} \quad (\text{A12c})$$

$$R_w \Delta\tau = \frac{1-2\cos^2 \alpha}{R_h/R_w} \Delta\alpha + \nu \frac{R_c u_{z,z} + R_w u_{t,t}}{R_h} \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{R_h/R_w} \quad (\text{A12d})$$

Com o comportamento mecânico para cada fio dado por:

$$M_t^i = (GJ)_w \Delta\tau \quad (\text{A13a})$$

$$M_b^i = (EI)_w \Delta k' \quad (\text{A13b})$$

$$F_t^i = (EA)_w u_{t,t}^w \quad (\text{A14c})$$

$$F_b^i = M_t^i \frac{\sin^2 \alpha}{R_h} - M_b^i \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{R_h} \quad (\text{A15d})$$

Onde F_b^i , F_t^i , M_b^i e M_t^i denotam força de contato, força de tração, momento flexor e momento de torção com i -ésimos fios, respectivamente. Com $u_{t,t}$ sendo a deformação axial entre as camadas de fios. Projetando as forças e momentos no eixo do cabo e incluindo todos os fios, tem-se que:

$$F_z = (EA)_c u_{z,z} + 6(F_t^i \cos \alpha + F_b^i \sin \alpha) \quad (\text{A16a})$$

$$M_z = (GJ)_c \theta_{z,z} + 6(M_t^i \cos \alpha + M_b^i \sin \alpha + R_h F_t^i \sin \alpha + R_h F_b^i \cos \alpha) \quad (\text{A16b})$$

Para obtenção dos componentes da matriz de rigidez $[k]$, a equação (A3) deve ser desenvolvida. No modelo seguinte Kumar e Cochran (1987) desenvolvem e linearizam essas equações.

8.6 MODELO DE KUMAR E COCHRAN

Kumar *et al.* (1987) linearizaram as equações do modelo de Costello e apresentaram uma expressão fechada para as componentes da matriz de rigidez:

$$k_{\varepsilon\varepsilon} = (AE)_c + 6(AE)_w \cos \alpha (1 - (1 + \nu)) p \sin^2 \alpha \quad (\text{A17a})$$

$$k_{\varepsilon\theta} = 6(AE)_w R_h p \sin \alpha \cos^2 \alpha \quad (\text{A17b})$$

$$k_{\theta\varepsilon} = 6 \left(\begin{array}{l} (AE)_w R_h \sin \alpha - \frac{(EI)_w}{R_h} \sin \alpha \times \\ \times (1 - \nu_f \cos^4 \alpha + (1 + \nu)(q - 1 + \nu_f \cos^4 \alpha)) \end{array} \right) \quad (\text{A17c})$$

$$k_{\theta\theta} = (GJ)_c + 6(EI)_w q \cos \alpha \quad (\text{A17d})$$

Com p e q dados por:

$$p = (1 - \nu_1) \left(1 - \left(\frac{1}{4} \right) \left(\frac{R_w}{R_h} \right)^2 (1 + \nu_f \cos 2\alpha) \sin^2 \alpha \right) \quad (\text{A18a})$$

$$q = (1 - \nu_1) \left(4 \left(\frac{R_h}{R_w} \right)^2 \sin^2 \alpha + 1 - \sin^4 \alpha - \nu_f \cos^4 \alpha \cos 2\alpha \right) \quad (\text{A18b})$$

Sendo que ν_1 e ν_f :

$$\nu_1 = \nu(R_w/R_h) \sin^2 \alpha \quad (\text{A19a})$$

$$\nu_f = \nu/(1 + \nu) \quad (\text{A19b})$$

Dessa forma a matriz de rigidez não é simétrica:

$$[k] = \begin{bmatrix} (AE)_c + 6 \left((AE)_w \cos \alpha (1 - (1 + \nu)) \times \right. \\ \left. \times p \sin^2 \alpha \right) & 6 \left((AE)_w R_h \sin \alpha - \frac{(EI)_w}{R_h} \sin \alpha \times \right. \\ & \left. \times (1 - \nu_f \cos^4 \alpha + (1 + \nu)(q - 1 + \nu_f \cos^4 \alpha)) \right) \\ 6(AE)_w R_h p \sin \alpha \cos^2 \alpha & (GJ)_c + 6(EI)_w q \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (A20)$$

8.7 MODELO DE RAMSEY

Ramsey (1988 e 1990) fez uma aproximação mais rigorosa considerando a geometria do cabo, e alterando os momentos internos nas equações do modelo de Costello (A15a) e (A15b) são linearmente relacionados com a variação de curvatura e torção, $\Delta k'$ e $\Delta \tau$. Assim as equações (A15a) e (A15b) são substituídas por:

$$M_t^i = (GJ)_w (\Delta \tau + \tau u_{t,t}) \quad (A21a)$$

$$M_b^i = (EI)_w (\Delta k' + k' u_{t,t}) \quad (A21b)$$

Para carregamento axial, o modelo de Ramsey pode ser reduzido ao modelo de Costello exceto pelas alterações acima mencionadas, e a equação (18d) referente a forças de contato F_b^i é reescrita considerando as equações (A21a) e (A21b), e consequentemente as equações (A16a) e (A16b) de forças e momentos no eixo do cabo também são alteradas.

8.8 MODELO DE SATHIKH

O modelo de Sathikh *et al*, 1996, concentrou-se na falta de simetria dos modelos anteriores e desenvolveram um modelo elástico linear simétrico para fios retos simples, utilizando o modelo de Ramsey e a teoria discreta de viga estreita. As componentes da matriz de rigidez segundo o modelo de Ramsey podem ser escritas:

$$k_{\varepsilon\varepsilon} = (AE)_c + 6 \left((AE)_w \cos^3 \alpha + ((GJ)_w \sin^2 \alpha + (EI)_w \cos^2 \alpha) \frac{\sin^4 \alpha \cos \alpha}{R_h^2} \right) \quad (\text{A22a})$$

$$k_{\varepsilon\theta} = k_{\theta\varepsilon} = 6 \left(\begin{aligned} &(AE)_w R_h \cos^2 \alpha \sin \alpha + \\ &+ ((GJ)_w \cos^2 \alpha - (EI)_w (1 + \cos^2 \alpha)) \frac{\sin^3 \alpha \cos^2 \alpha}{R_h} \end{aligned} \right) \quad (\text{A22b})$$

$$k_{\theta\theta} = (GJ)_c + 6 \left(\begin{aligned} &(AE)_w R_h^2 \sin^2 \alpha \cos \alpha + \\ &+ (GJ)_w \cos^7 \alpha + (EI)_w \sin^2 \alpha \cos \alpha (1 + \cos^2 \alpha)^2 \end{aligned} \right) \quad (\text{A22c})$$

Dessa forma a matriz de rigidez simétrica:

$$[k] = \begin{bmatrix} (AE)_c + 6 \left(\begin{aligned} &(AE)_w \cos^3 \alpha + \\ &+ ((GJ)_w \sin^2 \alpha + (EI)_w \cos^2 \alpha) \times \\ &\times \frac{\sin^4 \alpha \cos \alpha}{R_h^2} \end{aligned} \right) & 6 \left(\begin{aligned} &(AE)_w R_h \cos^2 \alpha \sin \alpha + \\ &+ ((GJ)_w \cos^2 \alpha - (EI)_w (1 + \cos^2 \alpha)) \times \\ &\times \frac{\sin^3 \alpha \cos^2 \alpha}{R_h} \end{aligned} \right) \\ 6 \left(\begin{aligned} &(AE)_w R_h \cos^2 \alpha \sin \alpha + \\ &+ ((GJ)_w \cos^2 \alpha - (EI)_w (1 + \cos^2 \alpha)) \times \\ &\times \frac{\sin^3 \alpha \cos^2 \alpha}{R_h} \end{aligned} \right) & (GJ)_c + 6 \left(\begin{aligned} &(AE)_w R_h^2 \sin^2 \alpha \cos \alpha + \\ &+ (GJ)_w \cos^7 \alpha + \\ &+ (EI)_w \sin^2 \alpha \cos \alpha (1 + \cos^2 \alpha)^2 \end{aligned} \right) \end{bmatrix} \quad (\text{A23})$$

8.9 MODELO DE LABROSSE

Labrosse (1998) apresentou uma aproximação analítica nova para uma resposta global do cabo sujeito a flexão, tensão e torção. Nessa teoria os fios são considerados vigas curvadas como proposto por Love (1944). As tensões sobre as seções transversais do cabo e as entre os fios são uma função da tensão geral do cabo e os deslizamentos entre os fios de cada camada. E para carregamento axial as componentes da matriz de rigidez seguem:

$$k_{\varepsilon\varepsilon} = (AE)_c + 6(AE)_w \cos^3 \alpha \quad (\text{A24a})$$

$$k_{\varepsilon\theta} = k_{\theta\varepsilon} = 6(AE)_w R_h \sin \alpha \cos^2 \alpha \quad (\text{A24b})$$

$$k_{\theta\theta} = (GJ)_c + 6 \left(\begin{array}{l} (AE)_w R_h^2 \sin^2 \alpha \cos \alpha + (GJ)_w \cos^5 \alpha + \\ + (EI)_w \sin^2 \alpha \cos \alpha (1 + \cos^2 \alpha) \end{array} \right) \quad (A24c)$$

Reescrevendo (A24a), (A24b) e (A24c) na forma de (A5), tem-se:

$$\begin{Bmatrix} F_z \\ M_z \end{Bmatrix} = [k] \begin{Bmatrix} u_{z,z} \\ \theta_{z,z} \end{Bmatrix}, \text{ com } [k] \text{ reescrito conforme modelo de Labrosse:}$$

$$[k] =$$

$$\begin{bmatrix} (AE)_c + 6(GJ)_w \cos^3 \alpha & 6(AE)_w R_h \cos^2 \alpha \sin \alpha \\ 6(AE)_w R_h \cos^2 \alpha \sin \alpha & (GJ)_c + 6 \left(\begin{array}{l} (AE)_w R_h^2 \sin^2 \alpha \cos \alpha + (GJ)_w \cos^5 \alpha + \\ + (EI)_w \sin^2 \alpha \cos \alpha (1 + \cos^2 \alpha) \end{array} \right) \end{bmatrix} \quad (A25)$$

8.10 MODELO ASSINTÓTICO DE ARGATOV

Argatov (2011) desenvolveu um modelo para incluir o coeficiente dos efeitos de Poisson e deformação de contato, a fim de prever com maior precisão a deformação total do cabo. Desprezar o contato entre-fios é comum em muitos modelos anteriores, e, assim uma vez que não considera apenas o contato do fio do núcleo, mas também o contato entre os fios adjacentes da mesma camada.

O autor assume que os fios permanecem helicoidal e que a tensão, curvatura e torção permanecer uniforme e constante. Este modelo não-linear é resolvido pela expansão assintótica correspondente.

As componentes da matrix de rigidez escritas conforme Ghoreishi *et al.* (2007):

$$k_{\varepsilon\varepsilon} = k_{\varepsilon\varepsilon}^0 + K_{\varepsilon\varepsilon}^v + K_{\varepsilon\varepsilon}^\delta \quad (A26a)$$

$$k_{\theta\varepsilon} = k_{\theta\varepsilon}^0 + K_{\theta\varepsilon}^v + K_{\theta\varepsilon}^\delta \quad (A26b)$$

$$k_{\varepsilon\theta} = k_{\varepsilon\theta}^0 + K_{\varepsilon\theta}^v + K_{\varepsilon\theta}^\delta \quad (A26c)$$

$$k_{\theta\theta} = k_{\theta\theta}^0 + K_{\theta\theta}^v + K_{\theta\theta}^\delta \quad (A26d)$$

Com as componentes de índice 0 referentes as componentes de rigidez vinculadas ao núcleo (*core*) do cabo, e o efeito da contração transversal é negligenciada:

$$k_{\varepsilon\varepsilon}^0 = (AE)_c + 6 \left((AE)_w \cos^3 \alpha + ((GJ)_w \sin^2 \alpha + (EI)_w \cos^2 \alpha) \frac{\sin^4 \alpha \cos \alpha}{R_h^2} \right) \quad (\text{A27a})$$

$$k_{\varepsilon\theta}^0 = k_{\theta\varepsilon}^0 = 6 \left(\frac{(AE)_w R_h \cos^2 \alpha \sin \alpha + ((GJ)_w \cos^2 \alpha - (EI)_w (1 + \cos^2 \alpha)) \frac{\sin^3 \alpha \cos^2 \alpha}{R_h}}{R_h} \right) \quad (\text{A27b})$$

$$k_{\theta\theta}^0 = (GJ)_c + 6 \left(\frac{(AE)_w R_h^2 \sin^2 \alpha \cos \alpha + ((GJ)_w \cos^7 \alpha + (EI)_w \sin^2 \alpha \cos \alpha (1 + \cos^2 \alpha)^2)}{R_h} \right) \quad (\text{A27c})$$

Notadamente as equações (A27a,b,c) são iguais as equações (A22a,b,c) do modelo de Sathikh *et al.* (1996).

E as componentes de rigidez dos índices ν e δ são introduzidas:

$$K_{\varepsilon\varepsilon}^\nu = 6[\Upsilon_\varepsilon(\alpha)p_\varepsilon(\alpha)] \quad (\text{A28a})$$

$$K_{\varepsilon\theta}^\nu = 6[\Upsilon_\varepsilon(\alpha)p_\gamma(\alpha)] \quad (\text{A28b})$$

$$K_{\theta\varepsilon}^\nu = 6[\Upsilon_\gamma(\alpha)p_\varepsilon(\alpha)] \quad (\text{A28c})$$

$$K_{\varepsilon\varepsilon}^\nu = 6[\Upsilon_\gamma(\alpha)p_\gamma(\alpha)] \quad (\text{A28d})$$

$$K_{\varepsilon\varepsilon}^\delta = 6\Upsilon_\varepsilon(\alpha)p_\delta(\alpha) \left(\Xi_\varepsilon(\alpha) - \Xi_\rho(\alpha)p_\varepsilon(\alpha) \right) \Lambda(\alpha; u_{z,z}, \theta_{z,z}) \quad (\text{A29a})$$

$$K_{\varepsilon\theta}^\delta = 6\Upsilon_\varepsilon(\alpha)p_\delta(\alpha) \left(\Xi_\gamma(\alpha) - \Xi_\rho(\alpha)p_\gamma(\alpha) \right) \Lambda(\alpha; u_{z,z}, \theta_{z,z}) \quad (\text{A29b})$$

$$K_{\theta\varepsilon}^\delta = 6\Upsilon_\gamma(\alpha)p_\delta(\alpha) \left(\Xi_\varepsilon(\alpha) - \Xi_\rho(\alpha)p_\varepsilon(\alpha) \right) \Lambda(\alpha; u_{z,z}, \theta_{z,z}) \quad (\text{A29c})$$

$$K_{\theta\theta}^\delta = 6\Upsilon_\gamma(\alpha)p_\delta(\alpha) \left(\Xi_\gamma(\alpha) - \Xi_\rho(\alpha)p_\gamma(\alpha) \right) \Lambda(\alpha; u_{z,z}, \theta_{z,z}) \quad (\text{A29d})$$

Com:

$$\Upsilon_\varepsilon(\alpha) = -(EA)_w \cos^2 \alpha \sin \alpha + R_h^{-2} \cos^4 \alpha \sin \alpha ((EI)_w \sin^2 \alpha + (GJ)_w \cos^2 \alpha) \quad (\text{A30a})$$

$$\Upsilon_\gamma(\alpha) = -(EA)_w R_h \cos^3 \alpha + R_h^{-1} \cos^3 \alpha \sin^2 \alpha ((GJ)_w \sin^2 \alpha - (EI)_w (1 + \sin^2 \alpha)) \quad (\text{A30b})$$

$$p_\varepsilon(\alpha) = \frac{v_c R_c + v R_h \sin^2 \alpha}{R_c + (1 + v \cos^2 \alpha) R_h} \quad (\text{A31a})$$

$$p_\gamma(\alpha) = \frac{3v R_h \sin \alpha \cos \alpha}{2R_c + (1 + v \cos^2 \alpha) 2R_h} \quad (\text{A31b})$$

$$p_\delta(\alpha) = \frac{1}{R_c + (1 + v \cos^2 \alpha) R_h} \quad (\text{A31c})$$

Das forças de contato entre núcleo e fios:

$$\Xi_\varepsilon(\alpha) = (EA)_w R_h^{-1} \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha + (EI)_w R_h^{-3} \cos^4 \alpha \sin^4 \alpha - (GJ)_w R_h^{-3} \cos^6 \alpha \sin^2 \alpha \quad (\text{A32a})$$

$$\begin{aligned} \Xi_\gamma(\alpha) = (EA)_w \cos^3 \alpha \sin \alpha - (EI)_w R_h^{-2} \cos^3 \alpha \sin^3 \alpha (1 + \sin^2 \alpha) - \\ - (GJ)_w R_h^{-2} \cos^3 \alpha \sin^5 \alpha \end{aligned} \quad (\text{A32b})$$

$$\Xi_\rho(\alpha) = (EA)_w R_h^{-1} \cos^4 \alpha - (EI)_w R_h^{-3} \cos^4 \alpha \sin^4 \alpha + (GJ)_w R_h^{-3} \cos^6 \alpha \sin^2 \alpha \quad (\text{A32c})$$

$$\begin{aligned} \Lambda(\alpha; u_{z,z}, \theta_{z,z}) = n_w \left(\ln \sqrt{\frac{2R_h(R_c + R_w \sin^2 \alpha)}{R_c(n_w + n_c)|X|}} + \frac{1}{2} - A_c^w \right) + \\ n_c \left(\ln \sqrt{\frac{2R_h(R_c + R_w \sin^2 \alpha)}{R_c(n_w + n_c)|X|}} + \frac{1}{2} - A_c^c \right) \end{aligned} \quad (\text{A33})$$

Argatov descobriu que o efeito de deformações elásticas locais é pequena para ângulos das camadas menores que 15 graus, e que as deformações são grandes o suficiente para esconder o coeficiente de deformação de Poisson para ângulos de camadas de mais de 25°.

Assim como Ghoreishi *et al.* (2007), Argatov concluiu que para ângulos das camadas de mais de 20 graus essa consideração era pobre, e a hipótese de que a diferença era devido ao efeito de contato entre fios. Efeitos do atrito são negligenciados neste modelo, mas o trabalho de deformação por contato pode ser uma boa base para aplicar efeitos de atrito no futuro, para um estudo mais aprofundado do amortecimento do cabo.