

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO PARANÁ**

**GILBERTO SCHORR GROSSL**

**AVALIAÇÃO DO EFEITO DE MOSSAS EM DUTOS DE  
PETRÓLEO CAUSADAS PELO CONTATO DE IDENTADORES**

**CURITIBA  
Dezembro – 2013**

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO PARANÁ**

**GILBERTO SCHORR GROSSL**

**AVALIAÇÃO DO EFEITO DE MOSSAS EM DUTOS DE  
PETRÓLEO CAUSADAS PELO CONTATO DE IDENTADORES**

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Departamento de Ciências Exatas e de Tecnologia, Pontifícia Universidade Católica do Paraná.

**Orientador: Prof. Roberto D. Machado**

**CURITIBA  
Dezembro – 2013**

**GILBERTO SCHORR GROSSL**

**AVALIAÇÃO DO EFEITO DE MOSSAS EM DUTOS DE PETRÓLEO  
CAUSADAS PELO CONTATO DE IDENTADORES**

Dissertação de Mestrado apresentado ao Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica, da Pontifícia Universidade Católica do Paraná, como requisito à obtenção do grau de mestre em Engenharia Mecânica.

---

Prof. Roberto Dalledone Machado

---

Gilberto Schorr Grossl

**Curitiba, 16 de dezembro de 2013.**

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a Deus que esteve presente em todos os momentos de minha vida.

À minha esposa Gabriela A. Daloma Grossl por todo este tempo ao meu lado me dando apoio e não deixando desistir de minha meta, com todo seu companheirismo nas horas difíceis e dedicação. Minha esposa foi um dos meus pilares para nunca desistir.

Aos meus pais Gilberto Grossl e Dulce Catarina Schorr Grossl, meus outros dois pilares, pelos ensinamentos de todos os meus anos de vida, por me mostrarem que o estudo e educação são a chave para o contínuo desenvolvimento humano, abrindo portas e aguçando cada vez mais o processo do conhecer. Seus conselhos e apoio foram cruciais para meu desenvolvimento como profissional e pessoa.

Ao meu professor Roberto Dalledone Machado que desde a graduação apresentou-me os primeiros passos da pesquisa científica o qual segui na graduação e na pós-graduação. Agradeço a ele por todo auxílio, toda confiança depositada em mim e principalmente por todos os ensinamentos de toda esta caminhada.

Agradeço ao Rodrigo Caus Martins por ter me auxiliado nas análises de escoamento e também a meu chefe Fernando Zarpelon pelos ensinamentos na área de elementos finitos me tornando apto a prosseguir com meus estudos.

À todos os meus colegas de trabalho e também meus amigos que estiveram ao meu lado em toda a jornada trilhada até então.

À todos os professores do mestrado que me passaram o conhecimento necessário para ter êxito no meu trabalho.

Aos meus familiares que também me apoiaram muito a continuar.

À secretaria da pós-graduação comandada pela dona Jane por sempre estar à disposição para auxiliar na solução dos problemas.

## RESUMO

O transporte de petróleo e de derivados é feito fundamentalmente por meio de dutos. Com o aumento da demanda por energia, é inevitável o crescimento da malha dutoviária. Os cuidados com o projeto e manutenção de dutos devem ser permanentes e aprimorados para evitar o colapso dos mesmos e minimizar riscos de desastres ambientais e prejuízos financeiros. O objetivo deste estudo é a investigação do efeito da magnitude do identador no comportamento elástico do duto amassado sujeito a uma pressão interna combinada. Para avaliar este comportamento será utilizado o método dos elementos finitos com base no software comercial ABAQUS. Serão avaliados identadores esféricos com diâmetro nominal de 40, 80, 120 e 160 mm. Para uma completa avaliação, serão consideradas pressões internas com magnitude de 4, 8 e 16 MPa. O duto será modelado com elementos sólidos em segunda ordem, sendo considerado apenas um quarto do mesmo para se obter uma melhor aproximação das tensões e deformações no entorno da mocha. Será considerado também um material elasto-plástico API 5L-X65 sendo inserido no programa através do diagrama de tensão x Deformação. Conseguiu-se avaliar a profundidade total do defeito causado por cada identador. Avaliou-se também a variação da tensão criada neste processo e sua influência no colapso do duto. Serão comparados dois tipos diferentes de defeitos em dutos, mocha e corrosão, para se obter um padrão de distribuição de tensões ao longo do duto. A deformação plástica foi observada para se avaliar a integridade do duto. Para se avaliar o escoamento interno do fluido no duto amassado, será gerado um modelo de elementos finitos contendo a dinâmica do fluido.

Palavras-chave: Identador, duto, deformação plástica.

## **ABSTRACT**

The transportation of oil and oil products is done primarily through pipelines. With increasing demand for energy, growth is inevitable pipeline network. Care in the design and maintenance of pipelines must be continuous and enhanced to prevent the collapse of these and minimize risks of environmental disasters and financial losses. The objective of this study is to investigate the effect of the magnitude of the indenter in the elastic behavior of the indented duct subjected to an internal pressure combined. To evaluate this behavior will use the finite element method based on commercial software ABAQUS. Indenters spherical be evaluated with a nominal diameter of 40, 80, 160 and 320 mm. For a complete evaluation, it is considered internal pressures with a magnitude of 4, 8 and 16 MPa. The pipeline will be modeled with solid elements in second order, being considered only a quarter of that to get a better approximation of the stresses and strains in the vicinity of dents. Also be considered a material elastic-plastic API 5L-X65 being inserted in the program through the diagram Stress x Deformation. It was evaluated the overall depth of the defect. Also was evaluated the variation of stress created in this process and its influence on the collapse of the duct. Two different types of defects in pipelines, dent and corrosion are compared to obtain a pattern of stress distribution along the duct. The plastic or elastic deformation is observed to evaluate the integrity of the pipeline. To evaluate the inner fluid flow duct kneaded in a finite element model is generated containing the fluid dynamics.

Keywords: Dent, pipe, plastic strain.

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	17
1.1 MOTIVAÇÃO .....	17
1.2 DEFEITOS .....	17
1.3 CORROSÃO .....	18
1.4 TIPOS DE CORROSÃO .....	19
1.5 CONCENTRAÇÃO DE TENSÕES .....	21
1.6 MOSSAS .....	22
1.7 CALANDRAGEM .....	24
1.8 IMPACTO AMBIENTAL .....	26
<b>2 OBJETIVO</b> .....	28
<b>3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	29
RESISTÊNCIA DO DUTO API X65 WITH DEFEITO DE AMASSAMENTO COM PRESSÃO INTERNA E COM CURVA PLANAR .....	29
3.2 AVALIAÇÃO DA INTERIDADE DE DUTOS COM MOSSAS DE TOPOLOGIA COMPLEXA COM BASE EM DEFORMAÇÃO EQUIVALENTE	34
3.3 DETERMINAÇÃO DE CURVAS DE CONCENTRAÇÃO DE TENSÕES PARA DEFEITOS DE CORROSÃO EM DUTOS.....	39
<b>4 MATERIAIS E MÉTODOS</b> .....	44
4.1 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS .....	44
4.2 ANÁLISE NÃO-LINEAR DE ESTRUTURAS .....	45
4.3 DEFORMAÇÃO PLÁSTICA .....	48
4.4 PROBLEMA DE CONTATO .....	55
4.5 CRITÉRIOS DE FALHA .....	65
4.6 PROBLEMAS DE CONVERGÊNCIA .....	72
4.7 MEDIÇÃO DE TENSÕES .....	73
4.8 REGIMES DE ESCOAMENTO .....	77
4.9 MODELO .....	80
4.10 TESTES DE CONVERGÊNCIA .....	90
<b>5 RESULTADOS</b> .....	103
5.1 RESULTADOS ENCONTRADOS DUTO AMASSADO .....	
5.2 RESULTADOS DO ESCOAMENTO INTERNO DO FLUIDO .....	119
<b>6 CONCLUSÃO</b> .....	121





## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1</b> – Duto com corrosão interna e externa.....	19
<b>Figura 2</b> - Tipos de defeitos.....	20
<b>Figura 3</b> – Pigs utilizados na operação de limpeza de dutos.....	20
<b>Figura 4</b> – Fator de concentração de tensões para mudança de geometria...	22
<b>Figura 5</b> – Mossas em dutos, (a) vista externa, (b) vista interna.....	22
<b>Figura 6</b> – Mossa, esmagamento em duto .....	23
<b>Figura 7</b> – Instalação de um duto de petróleo .....	24
<b>Figura 8</b> – Processo de calandragem.....	25
<b>Figura 9</b> – Modelo de duto dobrado .....	25
<b>Figura 10</b> – Dobramento de duto em laboratório .....	25
<b>Figura 11</b> – Acidente em duto por ação de terceiros em Kerek Dekeyser ....	27
<b>Figura 12</b> – (a) Máquina Universal de Identação, (b) Identadores com diâmetro de 40 e 80 mm, (c) Ensaio de Ruptura, (d) Ampliação da região amassada .....	30
<b>Figura 13</b> – Gráfico Tensão x Deformação para o aço API 5L X65.....	31
<b>Figura 14</b> – Modelos utilizados .....	32
<b>Figura 15</b> – Processo de identação do duto, tensão e deformação .....	33
<b>Figura 16</b> – Resultado para os diferentes parâmetros analisados .....	33
<b>Figura 17</b> - Projeção de vetor no plano normal .....	35
<b>Figura 18</b> - Elemento infinitesimal de casca .....	36
<b>Figura 19</b> - Projeções das tensões no plano xy .....	37
<b>Figura 20</b> - Posicionamento dos extensômetros na superfície do corpo de prova .....	37
<b>Figura 21</b> - Superfície gerada pelo método PÉROLA .....	38
<b>Figura 22</b> - Superfície gerada pelo método AIMCODE .....	38
<b>Figura 23</b> – Curvas hipotéticas de tensão no ponto A em função da pressão interna .....	40
<b>Figura 24</b> – Condições de contorno .....	42
<b>Figura 25</b> – Distribuição de tensões ao longo do defeito retangular múltiplo .	43
<b>Figura 26</b> – Distribuição dos pontos ao longo do defeito retangular múltiplo.	43
<b>Figura 27</b> – Fator de Concentração de Tensões X Distância entre os pontos	

para o defeito retangular múltiplo .....	43
<b>Figura 28</b> – Gráfico tensão x deformação do material .....	45
<b>Figura 29</b> – Comportamento Elastoplástico Ideal .....	46
<b>Figura 30</b> – Esquema ilustrativo do comportamento elastoplástico ideal.....	47
<b>Figura 31</b> – Diagrama Tensão x Deformação discretizado .....	51
<b>Figura 32</b> – Deformação depois do escoamento .....	53
<b>Figura 33</b> – Efeito Bauschinger: (a) Clássica e (b) Generalizada .....	54
<b>Figura 34</b> – Ilustração do conjunto de nós escravos e da superfície mestre.	56
<b>Figura 35</b> – Pareamento do contato .....	56
<b>Figura 36</b> – Modelo para contato-impacto mostrando a notação .....	58
<b>Figura 37</b> – interface de contato mostrando vetores unitários locais referentes à superfície mestre A .....	55 59
<b>Figura 38</b> – Nomenclatura das velocidades .....	61
<b>Figura 39</b> – Plano- $\pi$ .....	67
<b>Figura 40</b> – Eixo Hidrostático de tensões .....	67
<b>Figura 41</b> – Projeção das superfícies de escoamento de Tresca e Mises; (a) Plano- $\pi$ ; (b) Plano $\sigma_1 - \sigma_3 - \sigma_2 - \sigma_3$ .....	70
<b>Figura 42</b> – Definição das medidas de tensão. (a) configuração de referência, (b) configuração atual .....	74
<b>Figura 43</b> – Escoamento Laminar .....	78
<b>Figura 44</b> – Tipos de Escoamento .....	79
<b>Figura 45</b> – Condições de contorno aplicadas ao duto .....	81
<b>Figura 46</b> – Região de contato com identador .....	82
<b>Figura 47</b> – Dimensões do duto .....	82
<b>Figura 48</b> – Modelo identador-duto .....	84
<b>Figura 49</b> – Dimensões do identadores .....	84
<b>Figura 50</b> – Contato entre identador e duto .....	85
<b>Figura 51</b> – Aplicação da pressão interna .....	86
<b>Figura 52</b> – Perfil do duto .....	87
<b>Figura 53</b> – Detalhe do refino de malha na região de indentação .....	87
<b>Figura 54</b> – Modelo de calandragem .....	88
<b>Figura 55</b> – Curvatura do identador .....	88
<b>Figura 56</b> – Ilustração do defeito de corrosão retangular múltiplo .....	89
<b>Figura 57</b> – Caminho de pontos estipulados para o defeito de corrosão.....	89

<b>Figura 58</b> – Caminho de pontos estipulado para o defeito de amassamento.	90
<b>Figura 59</b> – Modelo com elementos tetraédricos .....	90
<b>Figura 60</b> – Elementos hexaédricos utilizados no segundo teste de convergência .....	91
<b>Figura 61</b> – Modelo de duto com elementos hexaédricos com três elementos na espessura .....	92
<b>Figura 62</b> – Modelo de elementos hexaédricos com quatro elementos na espessura .....	93
<b>Figura 63</b> – a) Ação da pressão interna, b) Duto pressurizado e indentado ....	94
<b>Figura 64</b> – a) Ação da pressão interna, b) Duto pressurizado e indentado ....	95
<b>Figura 65</b> – Deslocamento da extremidade do duto quando indentado .....	96
<b>Figura 66</b> – Distribuição de tensão na extremidade do duto .....	96
<b>Figura 67</b> – Detalhe da extremidade do indentador (detalhe).....	97
<b>Figura 68</b> – a) Distribuição de tensão e b) deslocamento para o modelo com moossa inclusa .....	98
<b>Figura 69</b> – Deslocamento (mm) a extremidade do duto pressurizado .....	98
<b>Figura 70</b> – Tensão de 454.8 MPa na extremidade do duto (deformação aumentada em 100 vezes) .....	99
<b>Figura 71</b> – Distribuição de tensão na barra axialmente tracionada (tempo a tempo) .....	100
<b>Figura 72</b> – Diagrama Tensão x Deformação .....	101
<b>Figura 73</b> – Tensão de Von Mises e Tensão Máxima Principal para o teste da barra .....	102
<b>Figura 74</b> – Tensão de Von Mises para um indentador de 40 mm de diâmetro .....	103
<b>Figura 75</b> – Deslocamento máximo na ponta do duto causada pela ação do indentador .....	104
<b>Figura 76</b> – Duto deformado e pressurizado .....	104
<b>Figura 77</b> – Distribuição de tensão no duto pressurizado (detalhe) .....	105
<b>Figura 78</b> – Distribuição de tensões para um indentador de 80 mm de diâmetro .....	105
<b>Figura 79</b> – Deslocamento máximo na extremidade do duto.....	106
<b>Figura 80</b> – Duto pressurizado .....	107
<b>Figura 81</b> – Identador de 120 mm no detalhe .....	107

<b>Figura 82</b> – Detalhe de tensões na região deformada pelo identador .....	108
<b>Figura 83</b> – Deformação na extremidade do duto causada pelo identador de 120 mm de diâmetro .....	108
<b>Figura 84</b> – Distribuição de tensões no duto pressurizado .....	109
<b>Figura 85</b> – Distribuição de tensões para o identador de 160 mm .....	109
<b>Figura 86</b> – Deformação máxima .....	110
<b>Figura 87</b> – Tensão de Von Mises para o duto internamente pressurizado ..	110
<b>Figura 88</b> – Tensão de Von Mises para o identador de 320 mm .....	111
<b>Figura 89</b> – Deslocamento máximo na extremidade do duto .....	112
<b>Figura 90</b> – Distribuição de tensão no duto internamente pressurizado .....	112
<b>Figura 91</b> – Distribuição de tensão para o duto internamente pressurizado .	113
<b>Figura 92</b> – Tensão de Von Mises para a calandragem .....	114
<b>Figura 93</b> – Detalhe da região identada com escoamento interno de petróleo .....	119
<b>Figura 94</b> – Velocidade de escoamento na região identada .....	119

## LISTA DE GRÁFICOS

<b>Gráfico 1</b> – Gráfico tensão x deformação para o aço API 5L-X65 .....	83
<b>Gráfico 2</b> – Energia de deformação x Número de elementos .....	91
<b>Gráfico 3</b> – Aplicação dos casos de carga .....	100
<b>Gráfico 4</b> – Gráfico de tensão pela distância entre os pontos do defeito, defeitos de amassamento .....	115
<b>Gráfico 5</b> – Gráfico de tensão pela distância ao longo do defeito, comparação entre mossas e defeito de corrosão .....	116
<b>Gráfico 6</b> – Mossas Causadas por identadores de 40 mm .....	117
<b>Gráfico 7</b> – Mossas Causadas por identadores de 80 mm .....	117
<b>Gráfico 8</b> – Mossas causadas por Identadores de 160 mm .....	118
<b>Gráfico 9</b> – Mossas Causadas por identadores de 320 mm .....	118

**LISTA DE TABELAS**

	86
<b>Tabela 1</b> – Forças aplicadas nos diferentes indentadores .....	87
<b>Tabela 2</b> – Condições de contorno da análise de escoamento .....	113
<b>Tabela 3</b> – Resultados gerais de tensão antes da pressurização .....	114
<b>Tabela 4</b> – Resultados de tensão depois da pressurização interna .....	
<b>Tabela 5</b> – Tabela das distâncias e resultados de tensão para os defeitos de amassamento e defeito de corrosão .....	115

## SIMBOLOGIA

### Alfabeto Latino:

$P$	Ponto numa superfície	[N/A]
$S$	Superfície	[R2]
$E$	Módulo de Elasticidade (Young)	[MPa]
$n$	Deformação nominal (ou de engenharia)	[ $\mu\text{m}/\text{m}$ ]
$m$	Coeficiente de encruamento	[N/A]
$v^a$ e $v^b$	vetores	[N/A]
$v$	Velocidade	[m/s]

### Alfabeto Grego:

$\sigma$	Tensão mecânica verdadeira	[MPa]
$\sigma_{\text{esc}}$	Tensão de escoamento	[MPa]
$\sigma_u$	Tensão de ruptura	[MPa]
$\varepsilon$	Deformação verdadeira	[m/m]
$\varepsilon^p$	Deformação plástica	[m/m]
$\theta, \phi$	Ângulos	[rd]
$\Gamma$	Superfícies de contato	[N/A]
$\mu$	Viscosidade dinâmica do fluido	[Pa.s]
$\rho$	Massa específica do fluido	[kg/m <sup>3</sup> ]

### Índices:

$i, j, k, l$  sub-indices matriciais;

o valores iniciais;



## 1 INTRODUÇÃO

### 1.1 MOTIVAÇÃO

Duto é a designação genérica de instalação constituída por tubos ligados entre si, destinada à movimentação de petróleo e seus derivados. Quando um oleoduto é utilizado para transporte de diversos tipos de produtos ele também pode ser chamado de poliduto. Os dutos têm uma classificação em relação ao meio que atravessam.

O transporte por dutos demonstrou ser a forma mais econômica de movimentação de todos os graneis líquidos e alguns sólidos. As grandes quantidades a serem transportadas, as longas distâncias, os congestionamentos nas rodovias e a economia de combustíveis com caminhões-tanque levaram as companhias a desenvolver novas técnicas construtivas, permitindo rapidez na implantação, custos menores, maior potencial de transferência de produtos e cobertura de distâncias mais longas. Hoje, os dutos atravessam montanhas, vales, florestas, geleiras, rios, lagos e mares. Cruzam regiões de um mesmo país e unem fronteiras, como os gasodutos Sibéria-Europa e Bolívia-Brasil, por exemplo.

As reservas totais de petróleo provadas brasileiras estão atualmente em 15,3 bilhões de barris (ANP - Relatório Estatístico 2012), quase 50% a mais do que à 10 anos. De acordo com a Empresa de Pesquisa Energética (EPE), e para o escoamento deste petróleo o Brasil conta com 58 dutos de transferência, com extensão total de 2.233 km, e 23 dutos de transporte, com extensão total de 5.432 km.

### 1.2 DEFEITOS

Essas tubulações são construídas com chapas que recebem vários tratamentos e passam por inspeções frequentes. Os dutos são inspecionados através de modernos equipamentos e monitoramento à distância. Entre os dispositivos de segurança estão válvulas de bloqueio, instaladas em vários intervalos das tubulações para impedir a passagem de produtos, em caso de anormalidades. Desta forma um duto permite que grandes quantidades de

produtos sejam deslocadas de maneira segura, diminuindo o tráfego de cargas perigosas por caminhões, trens ou por navios e, conseqüentemente, diminuindo os riscos de acidentes ambientais.

No entanto, acidentes com este sistema de transporte têm mostrado a enorme complexidade e extensão dos danos causados não só ao patrimônio das empresas mas principalmente, com os ecossistemas e as comunidades do entorno destes eventos.

O principal fator que acarreta acidentes de grande porte com dutos é a corrosão. A grande susceptibilidade à corrosão de aços carbono, utilizados em dutos de transporte, faz com que seja necessário identificar e caracterizar os tipos de defeitos ocasionados por corrosão como também sua localização ao longo da tubulação.

### 1.3 CORROSÃO

A corrosão de dutos de transporte de combustível pode causar sério impacto ao meio ambiente e na segurança da população. A corrosão continuada de tubulações pode ainda comprometer, com o tempo, toda uma capacidade instalada de um sistema de transporte de combustíveis. O ataque ao aço da tubulação pode ocorrer tanto por corrosão externa, ou seja, pela ação de componentes agressivos do solo, assim por corrosão interna, onde o meio agressivo se forma a partir da decantação da água contida nos combustíveis. A corrosão pode se estender pelo interior dos dutos, fora do alcance da visão de inspetores humanos. Detectar e medir a extensão da corrosão é crucial para determinar a durabilidade e a vida útil esperada dos dutos.

## 1.4 TIPOS DE CORROSÃO

**Corrosão por Pite:** Quando o desgaste se dá de forma muito localizada e de alta intensidade, geralmente com profundidade maior que o diâmetro e bordos angulosos. A corrosão por pite é frequente em metais formadores de películas protetoras, em geral passivas, que, sob a ação de certos agentes agressivos, são destruídas em pontos localizados, os quais tornam-se ativos, possibilitando corrosão muito intensa.

**Corrosão Uniforme:** A corrosão uniforme consiste no ataque de toda a superfície metálica em contato com o meio corrosivo com a consequente diminuição da espessura. É provavelmente o mais comum dos tipos de corrosão principalmente nos processos corrosivos de estruturas expostas à atmosfera e outros meios que recebam uma ação uniforme sobre a superfície metálica.

**Corrosão sob Tensão:** A corrosão sob tensão acontece quando um material, submetido a tensões de tração (aplicadas ou residuais), é colocado em contato com um meio corrosivo específico. As condições metalúrgicas do material, como dureza, encruamento, fases presentes, são fatores frequentemente decisivos no aparecimento da corrosão sob tensão. Neste tipo de corrosão formam-se trincas no material, sendo a perda de espessura muitas vezes desprezível. A propagação de trinca por corrosão sob tensão é geralmente lenta, até atingir a dimensão crítica para uma ruptura brusca.



Figura 1 – Duto com corrosão interna e externa

Fonte: [http://www.exponent.com/files/Uploads/Images/civil%20engineering/corrosion/corrosion5.](http://www.exponent.com/files/Uploads/Images/civil%20engineering/corrosion/corrosion5.jpg)

jpg

A Figura 2, (Souza, 2008), ilustra os tipos de defeitos causados por corrosão.

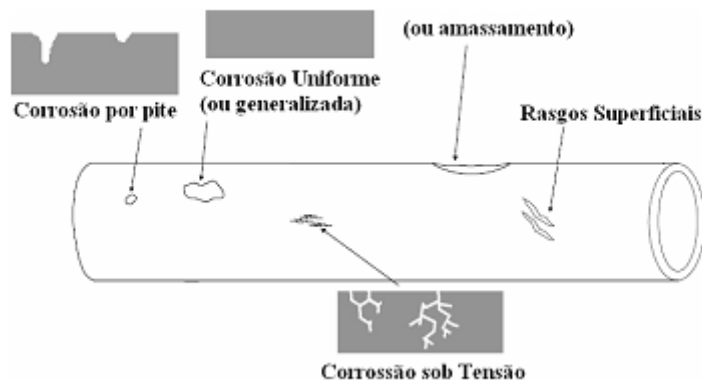


Figura 2 - Tipos de defeitos.

A detecção dos defeitos presentes em oleodutos e gasodutos é realizada por equipamentos chamados de “PIGs”. A palavra PIG vem do inglês que significa porco, pois no princípio eram cilindros com escovas ou esferas que serviam para a limpeza de dutos, e ao serem retirados encontravam-se sempre cercados de muita sujeira.

Os Pigs são introduzidos no início da tubulação e com a pressão produzida pelo bombeio do produto percorre toda a extensão, podendo atingir centenas de quilômetros.

Estes equipamentos são providos de componentes eletrônicos, mecânicos e sensores baseados em magnetismo, ultrassom e deformação mecânica. Diferentes tipos de Pigs foram desenvolvidos, conforme pode ser observado na Figura 3. Os geométricos são sensíveis às variações de diâmetro, localizam defeitos como amassamento e ovalização. Já os magnéticos e de ultrassom detectam perdas de espessura por corrosão, tanto internas como externas.



Figura 3 – Pigs utilizados na operação de limpeza de dutos (Franzoi, 2005).

## 1.5 CONCENTRAÇÃO DE TENSÕES

Na análise de integridade de um duto metálico corroído, deve-se levar em consideração as imperfeições geométricas. Tais imperfeições podem ser geradas pela corrosão ou pela operação de instalação, como amassamento. Na vizinhança de uma região com defeito de corrosão, a tensão atuante é ampliada dependendo do tipo de carga submetida. Este fenômeno é chamado de concentração de tensões. Na tentativa de quantificar este fenômeno de ampliação de tensão na vizinhança de um defeito, utiliza-se uma constante escalar denominado como fator de concentração de tensões ( $K_t$ ).

O fator de concentração de tensões é um parâmetro adimensional que relaciona a tensão verdadeira da peça com defeito com a tensão na mesma peça, porém íntegra.

O problema de concentração de tensões devido a descontinuidade apresenta grande importância na avaliação de integridade estrutural, especialmente quando houver encruamento de material. Considerando que o material ao redor do defeito inicia o processo de encruamento, as propriedades mecânicas do material modificam. Entretanto, ao mesmo tempo, tende a minimizar a ampliação do campo de tensões e deformações provocadas ao redor destas descontinuidades. Desse modo diminui o valor máximo relativo desta tensão. (Shang, 2009).

Existem na literatura, informações sob a forma de gráficos, tabelas e expressões analíticas para auxiliar na obtenção dos valores de  $K_t$  para diversas geometrias e carregamentos. Para a obtenção do fator de concentração de tensões, leva-se em consideração a espessura da peça e, a partir daí, encontra-se em um gráfico o fator de concentração de tensões. A Figura 4 ilustra o fator de concentração de tensões para uma peça, com seção circular, onde ocorre mudança de geometria.

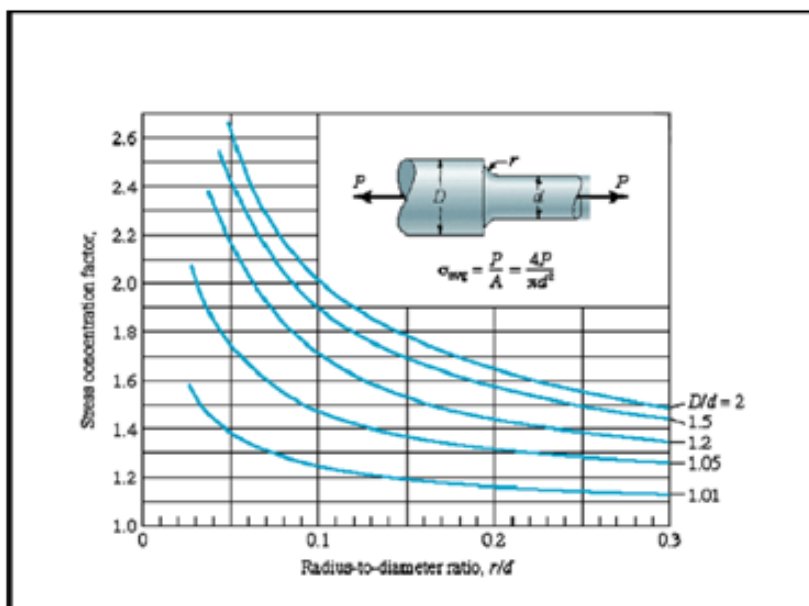


Figura 4 – Fator de concentração de tensões para mudança de geometria.

fonte: <http://dc131.4shared.com/doc/FFNRVlaQ/preview.html>

A Figura 4 ilustra o gráfico para a obtenção do fator de concentração de tensões pontual para uma peça com seção circular com mudança de geometria.

### 1.6 MOSSAS

O conceito de moessa nada mais é que uma deformação permanente da seção circular do duto, causada por agentes externo. (Freitas, 2009)



Figura 5 – Mossas em dutos, (a) vista externa, (b) vista interna. (Defeito em um duto de petróleo em Macaw)

As mossas geralmente são causadas pelo contato da tubulação quando em meios rochosos onde há uma pressão oriunda de agentes externos pressionando a tubulação contra uma pedra ou qualquer obstáculo inserido no solo. Esta pressão acarreta amassamento da tubulação trazendo dificuldades no transporte do hidrocarboneto, bem como concentração de tensão no entorno deste defeito (amassamento).

**Mossas Lisas:** são aquelas que não possuem arranhões, entalhes e outros tipos de concentrações de tensões, geralmente causadas pelo contato com rochas (*Plain dent*);

**Mossas de Recuperação Elástica:** Possui a capacidade de recuperar a sua geometria original (*Rerounding*);

**Mossas Confinadas:** chamadas desta forma pela sua capacidade de retornar à sua configuração original através da sua pressão interna, mas que são impedidas pela ação do meio que está envolta, são caracterizadas por sofrerem deformação elástica (*constrained dent*);

**Mossas Não-Confinadas:** São aquelas que sofrem deformação, mas que logo depois do carregamento ser retirado, tem a capacidade de voltar à sua configuração original.



Figura 6 – Mossa, esmagamento em duto (Pereira, 2007)

O defeito de amassamento pode ocasionar problemas no abastecimento no que diz respeito ao fluxo do fluido interno, a partir do momento que o fluxo encontra a região amassada, geram-se vórtices tornando o fluxo mais turbulento piorando a qualidade de abastecimento podendo vir a danificar os equipamentos constituintes da malha dutoviária. A Figura 7 ilustra a instalação de um duto de petróleo dentro de uma cava.



Figura 7 – Instalação de um duto de petróleo.

Fonte: <http://www.metalica.com.br/as-dutovias-como-boa-alternativa-de-transporte>

### 1.7 CALANDRAGEM

A calandragem é o processo de curvamento do duto, aplica-se um indentador de raio muito grande, com uma força na extremidade do duto, isso gera uma deformação plástica ocasionando a dobra. Uma tensão é gerada neste processo responsável pela deformação plástica do duto. Esta tensão deve ficar acima da tensão de escoamento e abaixo da tensão de ruptura do material em questão. As Figuras 8, 9 e 10 apresentam este processo.





Figura 8 – Processo de calandragem (Pereira et al., 2007)

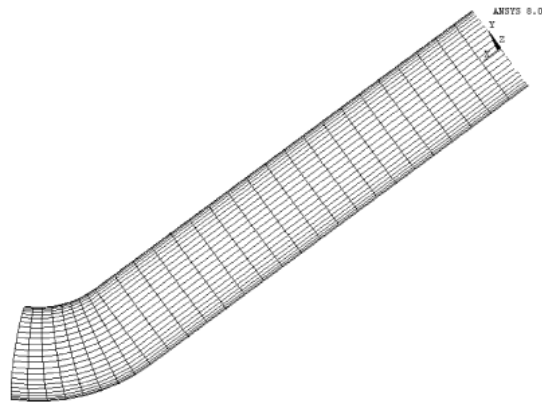


Figura 9 – Modelo de duto dobrado. (Li, 2006)



Figura 10 – Dobramento de duto em laboratório (Iflefel et al., 2005)

## 1.8 IMPACTO AMBIENTAL

Mais de 60% dos danos a dutos são causados pela ação de terceiros. Razão pela qual ações preventivas devem – e são – tomadas para melhorar a comunicação das operadoras com a comunidade circunvizinha às redes de dutos enterrados.

Na sequência são apresentados números do acidente ocorrido em *Karel Dekeyser* na Bélgica em julho de 2004, causado pela ação de terceiros, vide Figura 11. Neste acidente, uma máquina agrícola tocou a linha, mas não a rompeu de imediato. Algumas semanas depois, a operadora resolveu aumentar a capacidade de transporte elevando a pressão do duto. O duto, com uma moosa, e provavelmente com algum dano mecânico, não resistiu e colapsou de forma catastrófica seguida da deflagração do produto e incêndio com influência da radiação de calor a mais de 300 m, com as seguintes consequências [Fonte: *New York Times*, *apud* [62]]:

- 17 vítimas fatais;
- 40 queimados graves;
- 200 feridos;
- 30 dias fora de operação;
- Faixas de inspeção e troca de trechos: 14 dias;
- Teste Hidrostático (movimentação de fluidos internamente às tubulações): 14 dias;
- Grandes exigências por parte das autoridades;
- Inspeção aérea semanal.



Figura 11 – Acidente em duto por ação de terceiros em Karek Dekeyser  
(Freitas, 2009)

## 2 OBJETIVO

O objetivo do trabalho consiste no estudo do amassamento de dutos de transporte de hidrocarbonetos causados por contato de identadores. Serão analisados também diferentes tipos de identadores para diferentes pressões de trabalho bem como geometrias do identador. Para este estudos serão utilizados recursos e softwares empregados na análise de elementos finitos.

### Objetivos Específicos

- Avaliação da resistência de duto pressurizado com mocha;
- Análise da influência de identadores com diferentes diâmetros;
- Comparação dos resultados encontrados na literatura com os resultados encontrados no presente trabalho;
- Análise do escoamento interno do petróleo com o duto já amassado;
- Comparação entre os resultados dos modelos de amassamento com os resultados dos defeitos de corrosão.

### 3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

#### 3.1 RESISTÊNCIA DO DUTO API X65 COM DEFEITO DE AMASSAMENTO COM PRESSÃO INTERNA E COM CURVA PLANAR (KIM, W., BAEK, J., KIM, Y., KOO, J., SEOK, C.)

Kim et al. (2011), desenvolveram um estudo que consiste na avaliação da capacidade de carga de um duto internamente pressurizado com um defeito causado por um identador. Em suma a análise consistiu na modelagem do duto em elementos finitos, utilizando o software comercial ABAQUS, considerando um material elasto-plástico (API 5L X65). Como passo de validação do modelo de elementos finitos, criou-se um modelo físico aplicando as mesmas condições de contorno do modelo de elementos finitos.

Defeitos por mossas são constantemente constatados na malha dutoviária podendo ocasionar sérios danos ao duto e conseqüentemente interrupção do abastecimento. Mossas que possuam uma dimensão inferior à 7% do diâmetro externo do duto, são consideradas aceitáveis segundo

A Geometria do duto utilizado foi 17.5 mm de espessura com um diâmetro externo de 762 mm e comprimento de 2000 mm. Em relação aos identadores, considerou-se um identador com extremidade esférica com quatro diferentes diâmetros, 40, 80, 160 e 320 mm. Outro fator considerado foi a pressão interna, sendo considerada as faixas de 4, 8 e 16 MPa. Na Figura 12 observa-se o aparato físico utilizado por Kim et al. (2011).

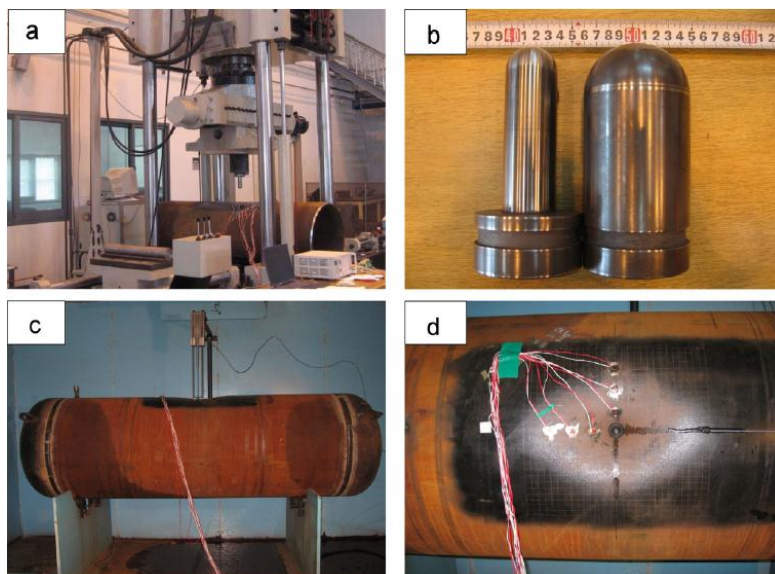


Figura 12 – (a) Máquina Universal de Identação, (b) Identadores com diâmetro de 40 e 80 mm, (c) Ensaio de Ruptura, (d) Ampliação da região amassada.

(Kim et al. 2011)

A análise de elementos finitos foi realizada para confrontar resultados obtidos com o ensaio realizado com as mesmas dimensões do duto e identadores, como pode ser observado na Figura 12. Para a análise experimental foram criados defeitos com 38, 76 e 314 mm de profundidade com o identador de 40 mm de diâmetro. Defeitos com 76, 114 e 152 mm de profundidade com identador de 80 mm de diâmetro.

$$\tilde{\sigma} = \frac{Pf}{Af} = \sigma f \left( \frac{Ai}{Af} \right) \quad (1)$$

Onde:

$\tilde{\sigma}$  = Tensão verdadeira de ruptura;

$Pf$  = Força de fratura;

$Af$  = Área final;

$Ai$  = Área inicial;

$\sigma f$  = Tensão de fratura da engenharia.

A Equação (1) é utilizado para o cálculo da tensão de ruptura verdadeira. Na Figura 13 observa-se o gráfico Tensão x Deformação para o material utilizado.

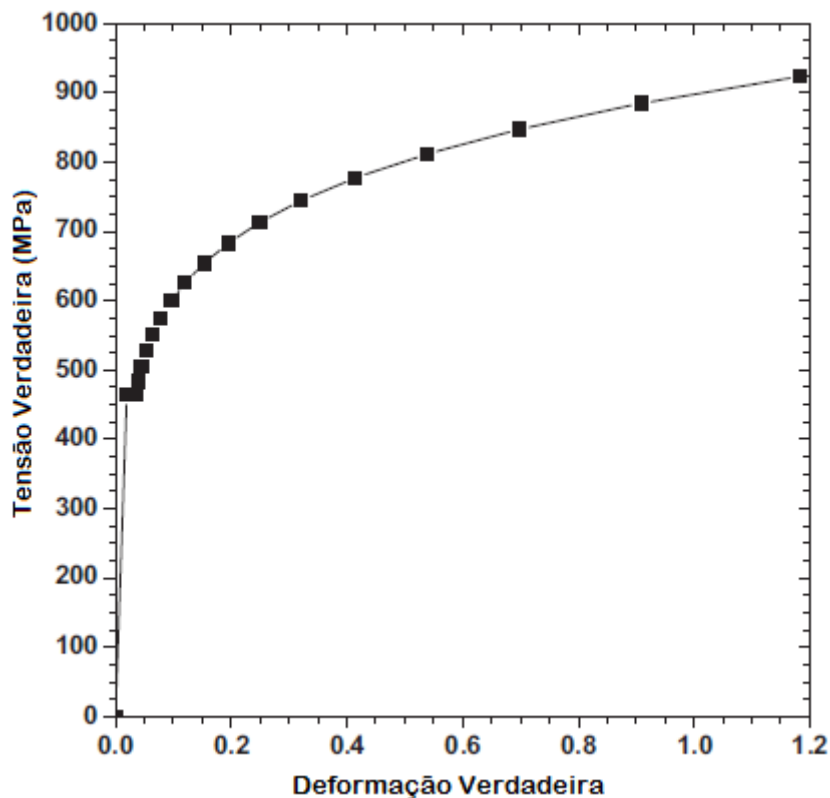


Figura 13 – Gráfico Tensão x Deformação para o aço API 5L X65.

Em relação ao modelo, foi analisado  $\frac{1}{4}$  de duto, internamente pressurizado, a partir disto, foi realizado um estudo de convergência de malha, utilizando um elemento C3D8R, elemento hexaédrico da biblioteca do software ABAQUS, com 10 elementos na espessura totalizando 7582 elementos e 9832 nós.

O identador foi modelado com elementos sólidos estando em contato na extremidade do duto, sendo o centro do diâmetro da esfera, alinhado com o canto superior externo do duto. Um contato de superfície foi criado entre identador e duto com um coeficiente de atrito de 0,15. A superfície externa do identador foi considerada com Master, e a superfície externa do duto, na região de ação do identador, foi considerada como Slave. Para se obter uma melhor convergência no software, a superfície da peça que contenha o maior número de nós é denominada superfície mestre (máster) e a de menor número de nós é considerada superfície escrava (slave).

Como pode ser observado na Figura 14, no procedimento prático, foi utilizado um vaso de pressão, ou seja, as duas extremidades do duto são fechadas com uma “tampa”. Isto implica em uma pressão normal no modelo de elementos finitos perpendicular a seção transversal, a fim de simular a conexão duto – tampa. Foi aplicada uma pressão interna em cada elemento sólido, com a direção perpendicular à área superficial do elemento.

Em relação às condições de contorno, restringiu-se o deslocamento axial nas duas extremidades, sendo que na seção transversal foi restringido o deslocamento vertical.

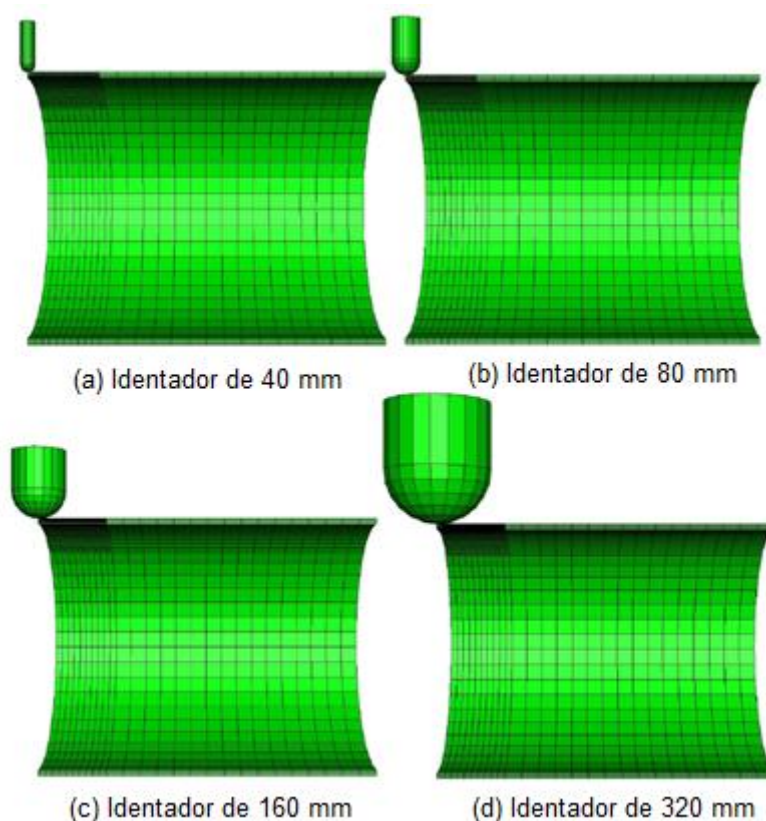


Figura 14 – Modelos utilizados. (Kim et al., 2011)

A ruptura do duto não foi analisada, pois não foi inserido nenhum critério de falha nas propriedades do material. Observou-se que houve plastificação do duto no momento em que retirou-se a força do identador, uma deformação permanente foi criada.



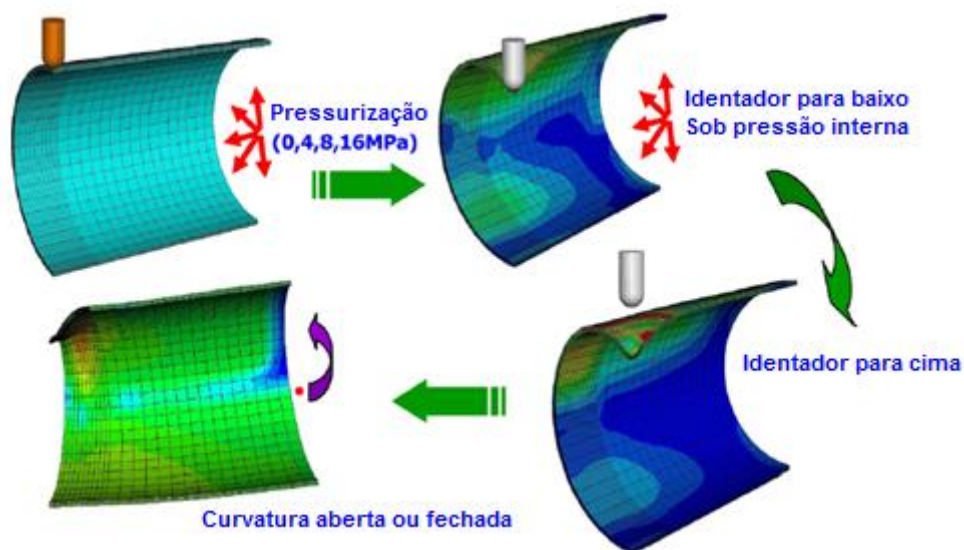


Figura 15 – Processo de indentação do duto, tensão e deformação. (Kim et al., 2011)

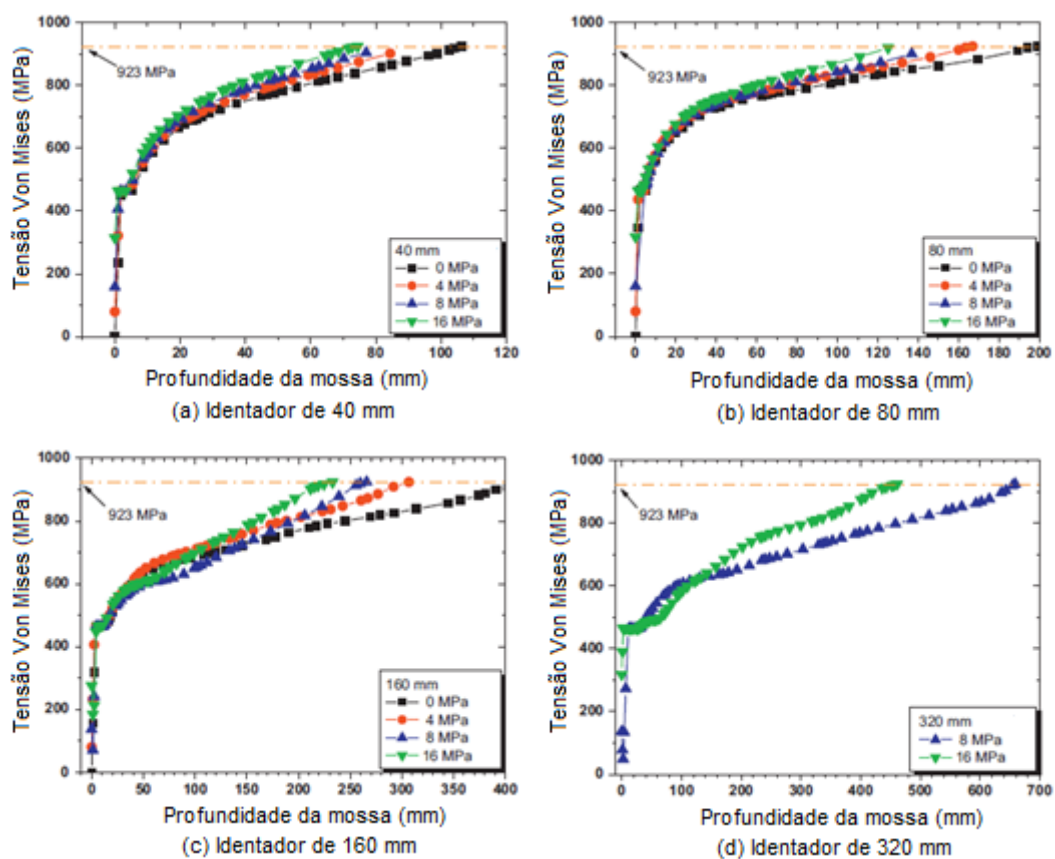


Figura 16 – Resultado para os diferentes parâmetros analisados. (Kim et al., 2011)

Levando em consideração os resultados na figura 16, pode se perceber que com os diâmetros menores de indentadores, atinge-se níveis de tensão mais altos com menores valores de profundidade de defeito, enquanto que para os indentadores maiores, necessita-se uma profundidade de defeito maior para se atingir níveis de tensão maiores.

Constatou-se com esse estudo que as taxas de retorno elástico nas mossas rasas eram maiores do que aqueles dos defeitos mais profundas. A resistência de um tubo com uma profundidade de indentação de 5% do diâmetro externo não foi reduzida em comparação ao duto íntegro.

### 3.2 AVALIAÇÃO DA INTEGRIDADE DE DUTOS COM MOSSAS DE TOPOLOGIA COMPLEXA COM BASE EM DEFORMAÇÃO EQUIVALENTE (FREITAS, João, 2009)

Neste trabalho, Freitas (2009) procurou analisar a ação de agentes externos sobre a superfície do duto de petróleo. Esses agentes externos estudados foram as mossas (amassamento) e entalhes. Baseado na norma *ASME B 31.8 GAS TRANSMISSION AND DISTRIBUTION PIPING SYSTEMS 2012*, considera-se aceitável qualquer tipo de amassamento desde que esteja dentro de uma deformação máxima de 6% da geometria. Freitas (2009) pretende ampliar o método contido na norma e assim torná-lo mais eficaz.

Amassamentos ou “mossas” são alterações na geometria cilíndrica do duto causada por agente indentador externo e pode se apresentar como superfícies de topologia simples ou complexas. A questão ‘mossas’ em dutos ‘povoa’ – e aflige – o cotidiano de todas as empresas operadoras de dutos. É claro que sua convivência com este tipo de descontinuidade se conecta, em primeiro lugar, às questões de segurança e integridade estrutural e, num segundo plano, àquelas ligadas à manutenção de dutos, tais como a inspeção interna através de ferramentas inteligentes de inspeção em linha (Freitas, 2009).

Como objetivos principais Freitas (2009) teve em mente desenvolver um modelo analítico-numérico para um primeiro estudo, sendo seguido pela

determinação da flexão na região que está sofrendo a ação do indetador. A partir disto, calcula-se as tensões e deformações correspondentes.

### 3.2.1 Mossas

O termo *mossa*, como já observado, descreve uma deformação permanente da seção circular do duto causada por agentes externos. De acordo com a versão atual da norma *ASME B 31.8 GAS TRANSMISSION AND DISTRIBUTION PIPING SYSTEMS 2012*, a *mossa* é expressa em termos quantitativos como “o espaço mais profundo da mesma e o prolongamento do contorno original do duto, em qualquer direção”. A curvatura da parede do duto na região da *mossa* pode ser reduzida, achatada ou reversa (reentrante). Desta forma, o termo *mossa* também inclui o que alguns autores descrevem como ovalização ou achatamento da seção reta (Freitas, 2009)

### 3.2.2 Fundamentação Teórica

Em relação à fundamentação teórica, Freitas (2009) se baseou em estudos anteriores que consistiram em cálculos matriciais, determinantes, autovalores e autovetores, toda parte de caracterização do modelo foi dada usando estes métodos, geométrica e vetorialmente, como pode ser visto nas Figuras 17 e 18.

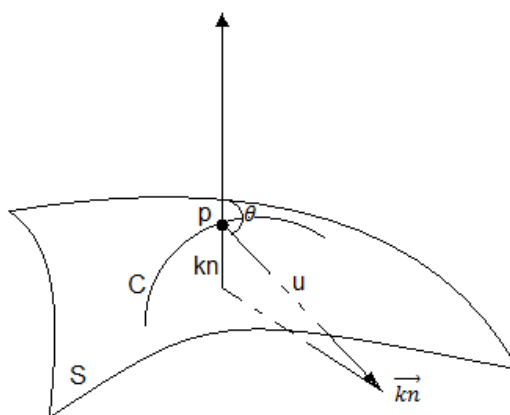


Figura 17 - Projeção de vetor no plano normal

Onde:

$Kn$  = Comprimento de projeção do vetor;

$C$  = Curva regular;

$S$  = Superfície;

$u$  = vetor.

A etapa seguinte foi a obtenção das tensões e deformações em um modelo de casca, para isso, usou-se a teoria da membrana.

Membranas são estruturas de superfície não planas, de pequena espessura, que absorvem as cargas externas por esforços solicitantes de tração ou compressão normais às seções transversais (Freitas, 2009).

O elemento oriundo da discretização do modelo está ilustrado na Figura 18.

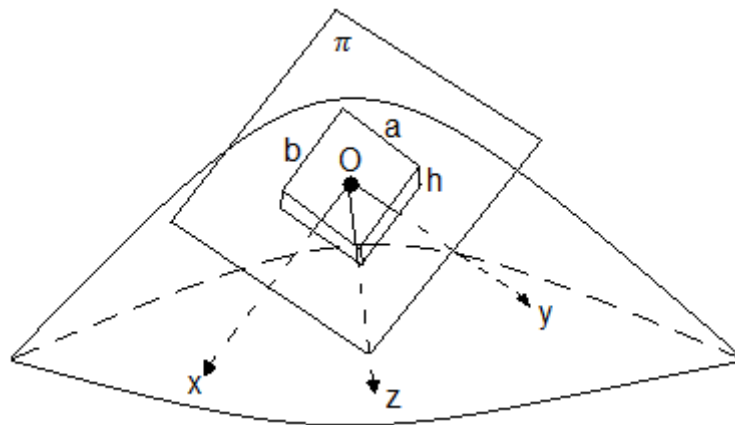


Figura 18 - Elemento infinitesimal de casca.

Onde:

$h$  = espessura;

$b$  = largura;

$a$  = altura.

A partir desta ilustração na Figura 18, divide-se o elemento conforme a solicitação de seus esforços, tensão normal, de cisalhamento e cargas oriundas do meio externo.

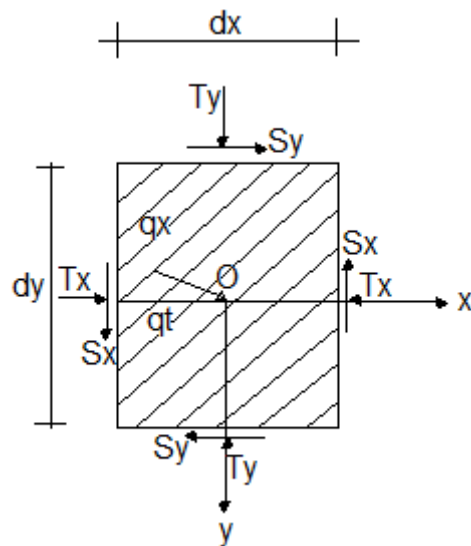


Figura 19 - Projeções das tensões no plano xy.

Onde:

$T_y$  e  $T_x$  = Tensões Normais;

$S_x$  e  $S_y$  = Tensões de cisalhamento;

$q_x$  = Tensão no nó O;

$q_t$  = Tensão transversal.

### 3.2.3 Resultados

Depois do processo de análise concluído, o autor partiu para a validação prática, através da medição das deformações em um corpo de prova com as dimensões analisadas analiticamente. No corpo de prova foram instalados extensômetros, conforme Figura 20.

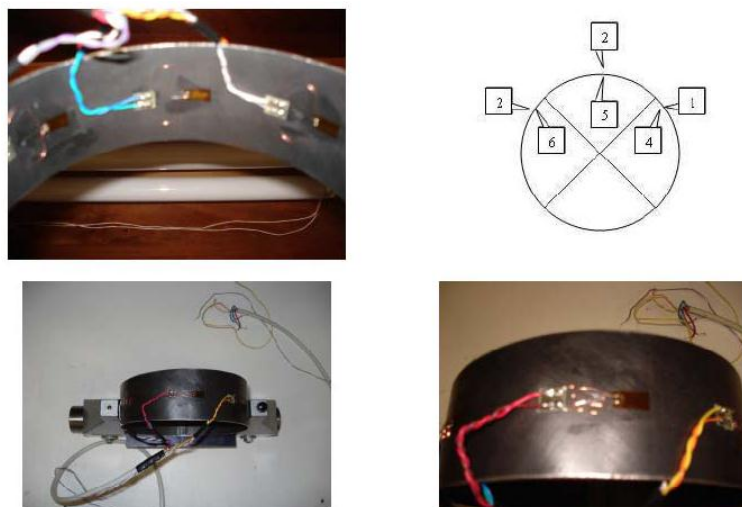


Figura 20 - Posicionamento dos extensômetros na superfície do corpo de prova. (Freitas, 2009)

Foram obtidas profundidades de amassamento bem como diâmetro correspondente ao entalhe. Os resultados adquiridos ao serem comparados com os métodos existentes, foram considerados satisfatórios. As Figuras 21 e 22 correspondem a alguns resultados encontrados por Freitas (2009).

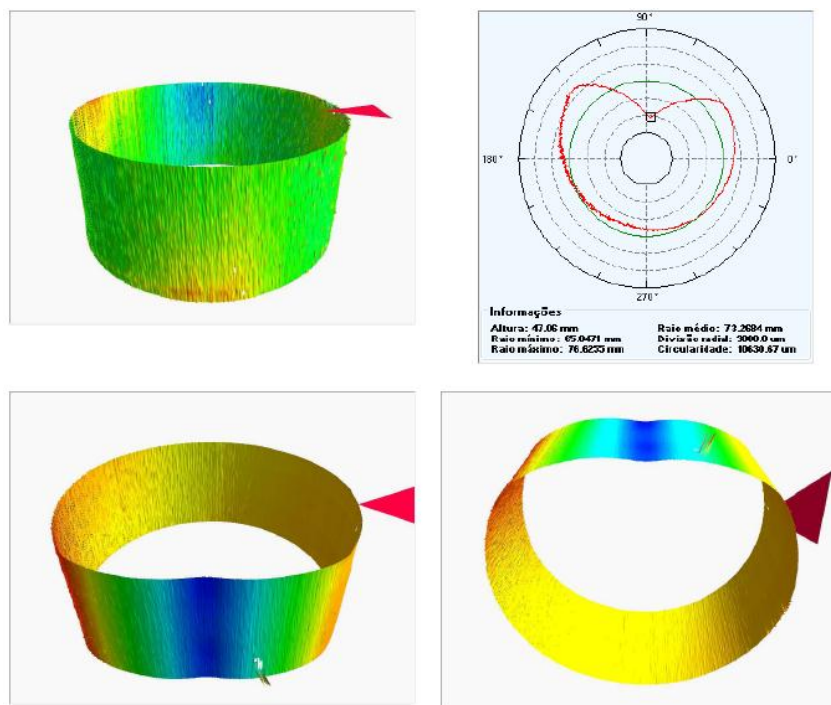


Figura 21 - Superfície gerada pelo método PÉROLA. (Freitas, 2009)

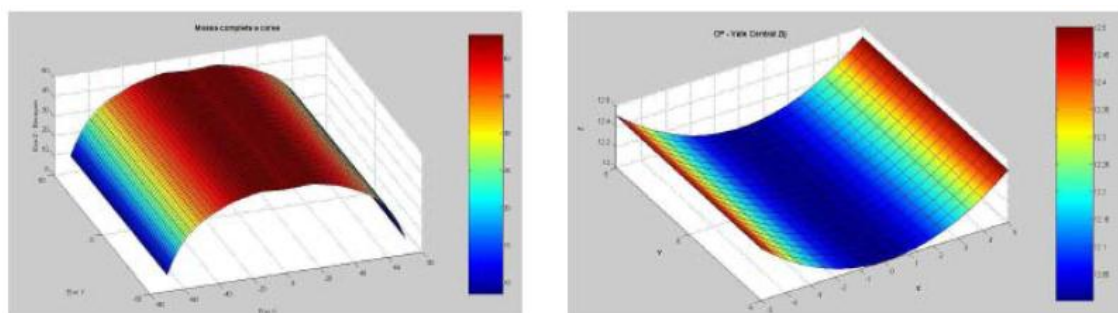


Figura 22 - Superfície gerada pelo método AIMCODE. (Freitas, 2009).

### 3.3 DETERMINAÇÃO DE CURVAS DE CONCENTRAÇÃO DE TENSÕES PARA DEFEITOS DE CORROSÃO EM DUTOS (GROSSL, Gilberto, 2010)

#### 3.3.1 Análise de Dutos com Defeitos de Corrosão

A modelagem e análise via método dos elementos finitos têm se mostrado uma poderosa e eficiente ferramenta para a avaliação correta da capacidade estrutural de dutos com defeitos causados por corrosão. Com a utilização desta ferramenta, podem-se avaliar dutos com vários graus e tipos de defeitos submetidos a diversos tipos de carregamentos, permitindo assim uma representação mais adequada e realista destes defeitos, além de considerar os fenômenos físicos envolvidos no problema e de fornecer resultados mais precisos. Isso não ocorre quando são empregadas as normas existentes, pois as normas implicam geralmente numa simplificação da geometria do defeito real, o que acaba levando a resultados conservadores e imprecisos (Cabral, 2007).

Grossl (2010) desenvolveu um estudo para se obter curvas de concentração de tensões ao longo de dutos com defeitos causados por corrosão.

No trabalho desenvolvido por Grossl (2010) desenvolveu-se um estudo referente à defeitos causados pela corrosão em dutos de petróleo. Este estudo, mais especificamente, tem por objetivo avaliar a resistência a partir de modelos tridimensionais desenvolvidos através do método dos elementos finitos. Em seguida foram determinadas as curvas de concentração de tensão para diferentes tipos de modelos.

A etapa seguinte é a modelagem e parametrização dos defeitos tridimensionais em software comercial. Neste caso o software utilizado foi o ANSYS, o qual desenvolve análises computacionais baseadas no Método dos Elementos Finitos.

Com a modelagem e parametrização dos defeitos desenvolvidos em software comercial, passa-se para a determinação das curvas de concentração de tensão relacionadas com os defeitos. Cada tipo de defeito terá uma curva

de concentração de tensão própria. Após terem sido determinadas estas curvas, pode-se então desenvolver modelos unidimensionais dos dutos com a devida concentração de tensão no ponto onde se situa o defeito. Este processo facilitará a o estudo destes dutos defeituosos.

### 3.3.2 Fator de Concentração de Tensões

Na vizinhança de uma região com defeito de corrosão, a tensão atuante é ampliada dependendo do tipo de carga submetida. Este fenômeno é chamado de concentração de tensões. O fator de concentração de tensão, nada mais é do que uma relação entre a tensão máxima num ponto e uma tensão de referência. O último parâmetro normalmente é adotado como sendo a tensão nominal que existiria no mesmo ponto caso não houvesse defeito, isto é, no caso de corrosão, se a peça estivesse íntegra.

O problema de concentração de tensões devido a descontinuidades apresenta grande importância na avaliação de integridade estrutural, especialmente quando houver encruamento de material. Considerando que o material ao redor do defeito inicia escoamento, conseqüentemente reduz o módulo de elasticidade original. Entretanto, ao mesmo tempo, tende a minimizar a ampliação do campo de tensões e deformações provocadas ao redor destas descontinuidades. Desse modo diminui o valor máximo relativo desta tensão.

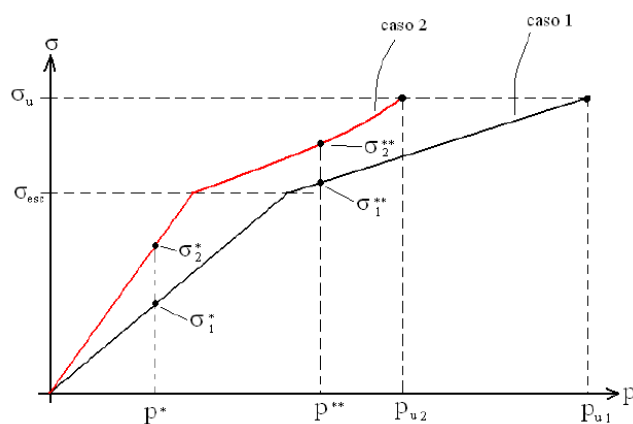


Figura 23 – Curvas hipotéticas de tensão no ponto A em função da pressão interna. (Shang, 2009).



A tensão é calculada para duto íntegro e para duto corroído respectivamente num ponto A, aleatório definido no duto. A evolução de tensão é acompanhada em função de pressão interna. A Figura 23 ilustra as curvas hipotéticas de cada caso. Para uma mesma pressão  $p^*$ , a peça 1 (íntegro) terá uma tensão  $\sigma_1 \leq \sigma_2^*$  pois  $\sigma_2^* = K_t \sigma_1^*$ , onde  $\sigma_2^*$  é a tensão atuante na peça 2 (com defeito) e  $K_t$  é o fator de concentração de tensões. Como  $\sigma_{esc}$ , tensão de escoamento, é a mesma para as duas peças, então  $p_{esc,2} \leq p_{esc,1}$ , onde  $p_{esc}$  é a pressão que produz a tensão de escoamento do material. (Shang, 2009).

Como pode-se observar em alguns trabalhos como o de Choi *et. al.* (2003), conforme o tipo de material empregado ocorre colapso plástico para os materiais de média e elevada resistência. A ruptura ocorre na região do defeito de corrosão onde se concentram as tensões.

A técnica do furo cego (Soares, 2003) também é utilizada para a determinação das tensões residuais na vizinhança do defeito. Este método consiste em gerar-se um furo usinado na superfície do duto. Este furo resulta em uma concentração de tensão na região que circunda o defeito.

Para se chegar aos fatores de concentração de tensão, Kim *et al.* (2004) utilizou 3 diferentes tipos de tensão nominal: tensão nominal de arco, tensão nominal axial e a tensão nominal de Von Mises. Ao encontrar essas tensões, utilizou-se da Equação (2) para encontrar o valor dos fatores de concentração de tensões.

$$K_t = \frac{\sigma_{FE}}{\sigma_{nom}} \quad (2)$$

Onde:

$K_t$  = Fator de concentração de tensão;

$\sigma_{FE}$  = Tensão medida no ponto com deformação;

$\sigma_{nom}$  = Tensão nominal.

### 3.3.3 Geração do Modelo

No que diz respeito à geometria do modelo, estipulou-se a geometria do defeito em si, como dimensões internas. Com isso gera-se todos os pontos referentes aos modelos. Ligando estes pontos, geram-se linhas, posteriormente áreas e volumes.

As condições de contorno usadas por Grossl (2010) foram estipuladas para a metade do duto restringindo o movimento em X da área referente à longitude, o movimento em Z foi restringido para a área transversal de ambos os lados, e fixou-se as arestas dos cantos para o movimento em Y. A pressão interna foi aplicada para toda região interna do duto. A ilustração das condições de contorno pode ser observado na Figura 24.

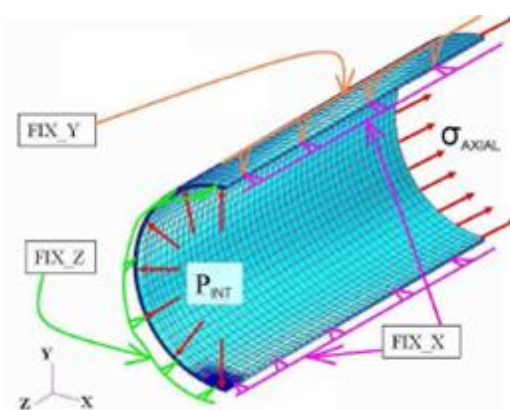


Figura 24 – Condições de contorno.

A geometria dos elementos analisados contemplam os defeitos retangular simples, retangular duplo, circular interno, circular externo e defeito complexo. Alguns resultados serão apresentados na seção seguinte.

### 3.3.4 Defeito Retangular Duplo

O resultado obtido por Grossl (2010) com a análise do defeito retangular múltiplo pode ser observado na Figura 25. Pode-se perceber que a tensão máxima obtida se deu na região pertencente ao primeiro defeito constituinte. O caminho de pontos estipulados para este defeito também está ilustrado na

Figura 26. Procurou-se varrer a maior área possível bem como diferentes intensidades de tensões de Von Mises.

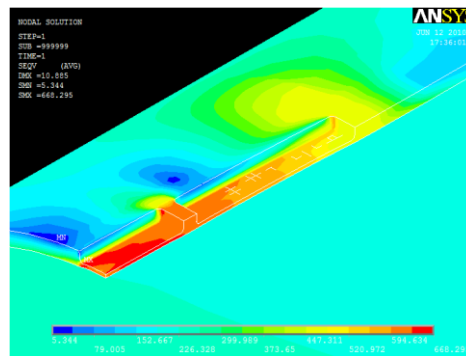


Figura 25 – Distribuição de tensões ao longo do defeito retangular múltiplo.

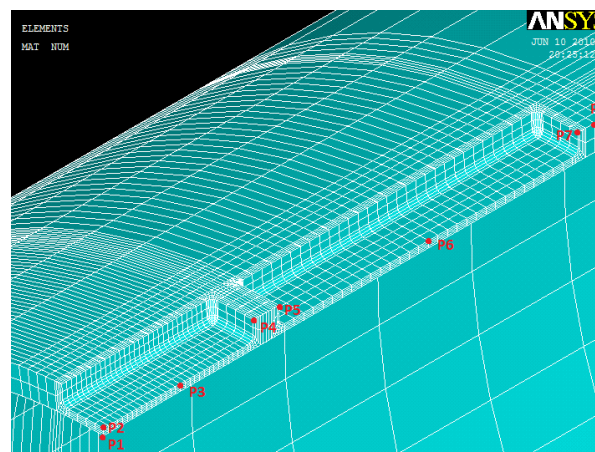


Figura 26 – Distribuição dos pontos ao longo do defeito retangular múltiplo.

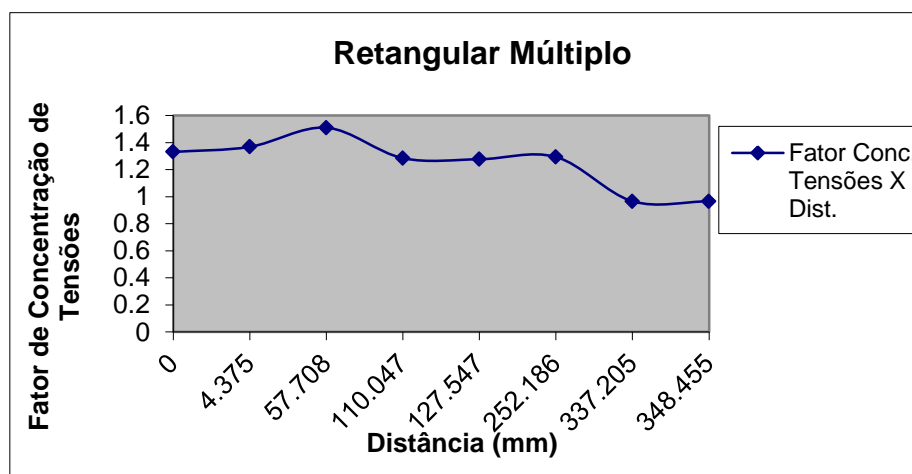


Figura 27 – Fator de Concentração de Tensões X Distância entre os pontos para o defeito retangular múltiplo.

## 4. MATERIAIS E MÉTODOS

### 4.1 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

O método consiste, sinteticamente, em discretizar o domínio físico (geometria) por meio de uma quantidade finita de elementos com forma e tamanho arbitrários, formando assim o domínio computacional. Este domínio discretizado, denominado de malha de elementos finitos, consiste em um conjunto de regiões, ou elementos, interconectados entre si através de um número discreto de nós (pontos nodais ou conectividade do elemento), que juntamente com a aplicação das condições de contorno, carregamentos e propriedades do material no modelo pertencente ao domínio fica pronto para ser analisado. Isto resulta então num sistema de equações lineares ou não-lineares do tipo  $[K].[u] = [f]$ , onde  $[K]$  é a matriz de rigidez,  $[u]$  é o vetor de deslocamentos nodais e  $[f]$  é o vetor de forças nodais. Assim, esses sistemas podem ser resolvidos numericamente por algoritmos matriciais, para se obter a solução aproximada do problema. A geração de bons modelos resulta da geração de malhas com boa qualidade (diminuindo os erros de aproximação), escolha adequada das propriedades do material e aplicação das condições iniciais e de contorno (Cabral, 2007).

É comum na análise numérica para a determinação do comportamento das tensões e deformações de dutos com defeitos de corrosão a utilização de elementos sólidos (Cabral, 2007), pois este tipo de elemento captura melhor a variação de tensão ao longo da espessura. Em alguns trabalhos os resultados mostraram que ambos os tipos de elementos foram capazes de representar bem os defeitos analisados. Mas os modelos com elementos sólidos forneceram resultados mais precisos e menos conservadores que os com elementos de casca. O tipo de elemento a ser adotado pode diferir em diversos aspectos, mas para a análise numérica, os itens mais significantes são a forma do elemento e sua ordem de interpolação, que se refere ao grau do polinômio que aparece nas funções de forma (Souza, 2008).

## 4.2 ANÁLISE NÃO-LINEAR DE ESTRUTURAS

Por muito tempo, a aplicação do Método dos Elementos Finitos limitou-se à solução de problemas lineares, isto é, aqueles nos quais há uma dependência linear entre a força externa aplicada sobre o corpo em análise e os deslocamentos por ele sofridos. O primeiro trabalho empregando uma formulação para elementos finitos não-lineares foi realizado para aplicações dentro do contexto da indústria aeronáutica (Rojas, 2001).

Há, porém, inúmeros casos em que uma análise não-linear é indispensável, podendo ser citadas três fontes principais de não-linearidades:

- **Não-Linearidade Material:** Este tipo de não-linearidade surge quando há uma relação constitutiva não-linear. Isto ocorre, tipicamente, em modelos inelásticos (plasticidade, viscoplasticidade, etc.) e em modelos hiperelásticos.

Esta não-linearidade está introduzida no modelo pelo gráfico de tensão deformação do material do duto, sendo ele elastoplástico.

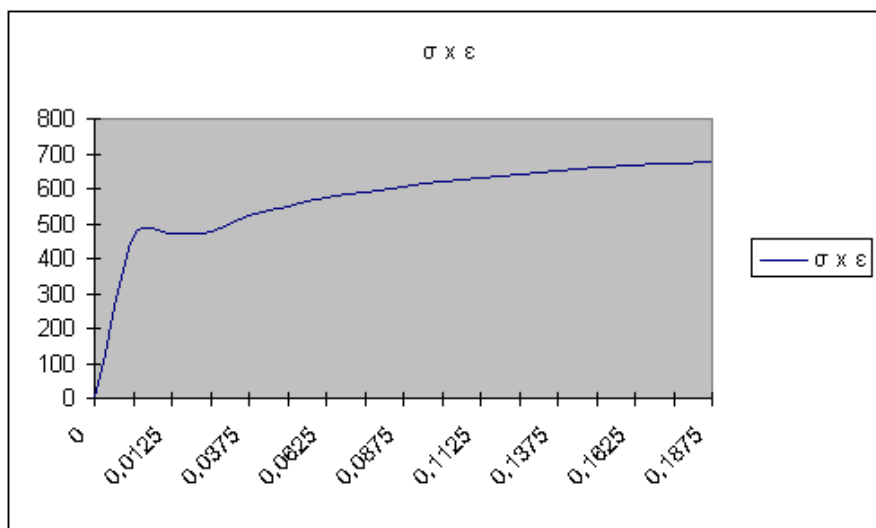


Figura 28 – Gráfico tensão deformação do material API 5L X65

- **Não-Linearidade Geométrica:** Neste caso, a não-linearidade surge devido à modificação da geometria de referência da análise ao longo do processo de deformação do corpo. Pode ocorrer devido a uma grande

deformação, a grandes deslocamentos e rotações da configuração de referência, ou as duas situações simultaneamente (Rojas, 2001)

Novamente esta condição de não-linearidade está presente no modelo na forma de grande deformações, pois o intuito da análise é se chegar a níveis de plastificação.

- **Não-Linearidade de Condições de contorno:** Neste tipo de problemas, a não-linearidade vem de mudanças nas condições de contorno, como ocorre em problemas de contato.

#### 4.2.1 Comportamento Elastoplástico Ideal

A relação tensão  $\times$  deformação num modelo constitutivo elastoplástico ideal é apresentada na Figura 29. Esse comportamento pode ser representado pelo dispositivo da Figura 30, composto de uma mola e de uma interface com atrito  $\sigma_y$ .

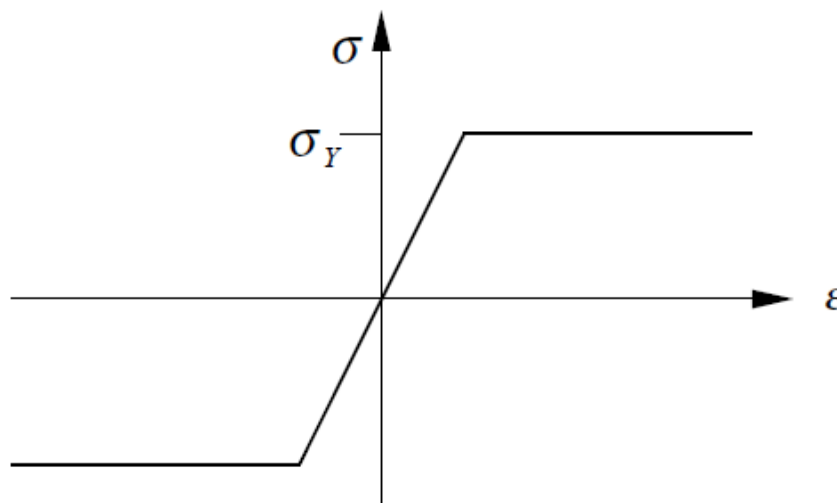


Figura 29 – Comportamento Elastoplástico Ideal.

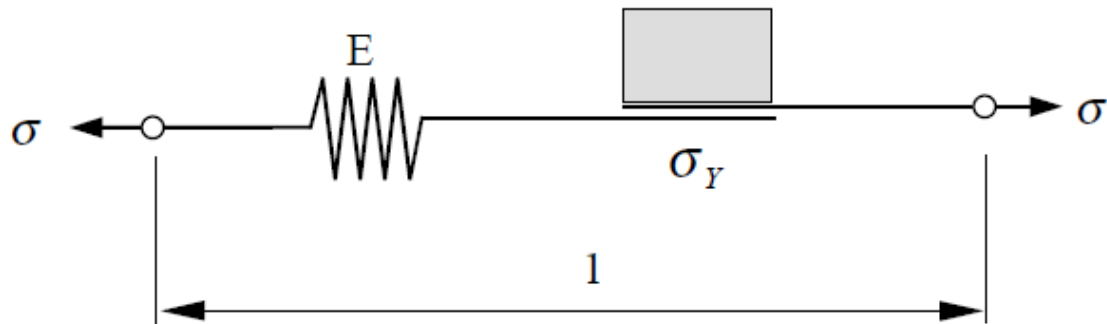


Figura 30 – Esquema ilustrativo do comportamento elastoplástico ideal.

Onde:

$\sigma$  = Tensão;

E = Módulo de Elasticidade (Módulo de Young);

$\varepsilon$  = Deformação.

Observando a Figura 30, pode-se afirmar:

a – A deformação total é separável em duas partes, a parte elástica representada pela mola e a parte plástica, contida na região de contato ( $\sigma_Y$ ).

Assim:

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p \quad (3)$$

Onde:

$\varepsilon$  = Deformação;

$\varepsilon^e$  = Deformação Elástica;

$\varepsilon^p$  = Deformação Plástica.

b – A tensão na mola também deve ser considerada  $\sigma$ :

$$\sigma = E\varepsilon^e \equiv E(\varepsilon - \varepsilon^p) \quad (4)$$

Deve-se, portanto, caracterizar o comportamento da interface de atrito para poder quantificar e  $\varepsilon^p$ . Para isso, defina-se o conjunto de tensões admissíveis  $E_\sigma$ :

$$E_\sigma = \{\tau \in R \ni f(\tau) = |\tau| - \sigma_Y \leq 0\} \quad (5)$$

Onde:

$E_\sigma$  = Conjunto de tensões admissíveis;

$\tau$  = Tensão de escoamento;

$\sigma_Y$  = Tensão na parela plástica.

A função

$$f(\tau) = |\tau| - \sigma_Y \leq 0 \quad (6)$$

É chamada de função de escoamento.

Ao considerar a Equação 6, resposta do dispositivo será elástica, isto é, somente é possível que haja deformação plástica (associada a uma mudança de configuração na interface de atrito) se  $f(\tau) = 0$ . Com isso pode-se definir os conjuntos:

$$\int(E_\sigma) = \{\tau \in R \ni f(\tau) = |\tau| - \sigma_Y < 0\} \quad (7)$$

$$\partial E_\sigma = \{\tau \in R \ni f(\tau) = |\tau| - \sigma_Y = 0\} \quad (8)$$

$$E_\sigma = \int(E_\sigma) \cup \partial E_\sigma \quad (9)$$

### 4.3 DEFORMAÇÃO PLÁSTICA

A deformação plástica é dada pela Equação (10):



$$\varepsilon^p = \varepsilon - \frac{\sigma}{E} \quad (10)$$

A deformação plástica para um determinado valor de tensão é muitas vezes um pouco diferente a partir da deformação permanente observada quando a amostra é descarregado a partir desta tensão, porque a relação tensão-deformação no descarregamento nem sempre é idealmente elástica, quer como resultado de efeitos da taxa ou outros fenomenos (um dos quais, o efeito Bauschinger).

Os resultados de deformação plástica adicional é dada quando a tensão é aumentada. A curva de tensão-deformação resultante da carga inicial para a faixa plástica é chamada de *curva virgem* ou *curva de fluxo*. Se a amostra é descarregada depois de acontecer deformação plástica e depois recarregada, a porção de recarregamento no diagrama de tensão-deformação é, como a porção de descarga, aproximadamente a linha reta de inclinação E (Módulo de Elasticidade), mais ou menos até o mais alto pico de tensão já alcançado (isto é, a tensão que provoca a descarga começou). O recarregamento então segue a curva virgem. Resultados similares ocorrem com descargas adicionais e carregamentos. A maior tensão atingida antes da descarga é, portanto, um novo limite de elasticidade, e o material pode ser considerado como tendo sido endurecido por deformação plástica (encruamento à frio). O aumento do estresse com a deformação plástica é consequentemente chamado de *work-hardening* ou *strain-hardening* (Lubliner,2006).

A curva virgem do endurecimento por trabalho, especialmente para aqueles que a tensão de escoamento não é tão bem definida, é freqüentemente aproximada pela fórmula de Ramberg-Osgood, Equação (11):

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \alpha \frac{\sigma_R}{E} \left( \frac{\sigma}{\sigma_R} \right)^m \quad (11)$$

Onde:

$\alpha$  e  $m$  = constantes adimensionais;

$\sigma_R$  = Tensão de referência.

Aonde  $\alpha$  e  $m$  são constantes adimensionais, e  $\sigma_R$  é uma tensão de referência. Se  $m$  é muito grande, então  $\varepsilon^p$  permanece reduzida até  $\sigma$  alcançar a  $\sigma_R$ , e aumenta rapidamente quando  $\sigma$  excede de  $\sigma_R$ , de modo que  $\sigma_R$  pode ser considerada um valor aproximado da tensão de escoamento. No limite, como se torna  $m$  infinita, a deformação plástica é zero quando  $\sigma < \sigma_R$ , e é indeterminado quando  $\sigma = \sigma_R$ , enquanto  $\sigma > \sigma_R$  faria produzir uma deformação plástica infinita e é, portanto, impossível. Este limitante caso de acordo descreve um sólido perfeitamente plástico com tensão de escoamento  $\sigma_R$ .

Se a deformação é suficientemente alta para uma condição de deformação elástica, é negligenciada, então usa-se a Equação (12) para relacionar  $\sigma$  em termos de  $\varepsilon$ :

$$\sigma = C \varepsilon^n \quad (12)$$

onde  $C = \sigma_R (E / \alpha \sigma_R)^n$ , e  $n = 1/m$  é frequentemente chamado de *work-hardening exponent*. A Equação (12), é freqüentemente usada em aplicações onde uma expressão explícita como uma função da tensão é necessário. A fim de acomodar uma faixa elástica com uma tensão de escoamento inicial  $\sigma_E$ , a Equação (12) é às vezes modificada e obtem-se:

$$\sigma = \begin{cases} E\varepsilon, & \varepsilon \leq \frac{\sigma_E}{E} \\ \sigma_E \left( \frac{E\varepsilon}{\sigma_E} \right)^n, & \varepsilon \geq \frac{\sigma_E}{E} \end{cases} \quad (13)$$

#### 4.3.1 Tensão Última de Resistência à Tração

A decomposição da Equação (10) se aplica, estritamente falando, à deformação logarítmica. A natureza da curva de tensão-deformação com deformações maiores é, como discutido anteriormente, também altamente

dependente do fato de que a tensão é chamada tensão nominal ou real (Lubliner, 2006).

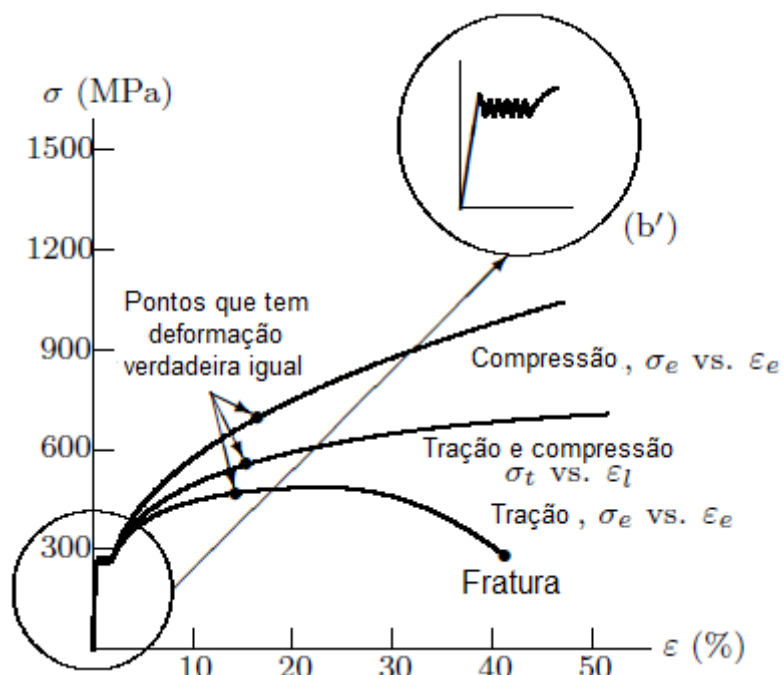


Figura 31 – Diagrama Tensão Deformação discretizado.

A verdadeira tensão é, em geral, uma função do aumento da tensão até ocorrer a fratura. Uma vez que a seção transversal à área da amostra diminui com o alongamento, a tensão nominal aumenta mais lentamente, e a uma certa altura do ensaio de tração, começa a diminuir. Uma vez que, quase,  $\sigma_e = \sigma_t \exp(-\epsilon_l)$ , segue-se que:

$$\partial \sigma_e = \sigma_t (\partial \sigma_t - \sigma_t \partial \epsilon_l) (-\epsilon_l) \quad (14)$$

e, portanto, o tensão nominal (e, conseqüentemente, a carga) é máxima quando:

$$\frac{\partial \sigma_t}{\partial \epsilon_l} = \sigma_t \quad (15)$$

Se a Equação (15) é assumida para descrever a curva de fluxo em termos de tensão de Cauchy e deformação logarítmica, então a tensão nominal máxima pode facilmente ser visto ocorrer quando  $\epsilon_l = n$ .

O valor máximo da tensão nominal atingida num ensaio de tração é chamado a resistência à ruptura ou, simplesmente resistência à tração. Quando o corpo de prova se estende para além da deformação correspondente a esta tensão, a sua parte menos resistente começa a se alongar, portanto, também torna-se mais fina - mais rápido do que o restante, e assim formará uma diminuição da seção transversal. Além disso esta diminuição da seção transversal e alongamento do corpo de prova prossegue diminuindo a carga, até a fratura (Lubliner, 2006).

#### **4.3.2 Descontinuidade no Escoamento**

As curvas de tensão-deformação de certos metais que contêm impurezas, tais como o aço carbono e metais contendo nitrogênio, apresentam um fenômeno conhecido como descontinuidade no escoamento. Quando o limite de elasticidade inicial é atingido, de repente uma quantidade significativa de estiramento (na ordem de 1 ou 2% e, assim, consideravelmente maior do que a tensão elástica alcançado até esse ponto) ocorre essencialmente tensão constante, de um valor igual ou ligeiramente inferior ao limite de elasticidade inicial. Se o valor é o mesmo, então é chamado o ponto de escoamento do material. Se for menor, então é chamado o ponto de escoamento inferior, enquanto o valor mais elevado é chamado de ponto de escoamento superior. A porção de tensão e deformação no diagrama é representado pelo valor de tensão constante é chamado o escoamento plano, e a queda de tensão, se houver, que o precede é chamado o queda de escoamento. Após o escoamento plano, o endurecimento por trabalho começa tal como descrito anteriormente. A Figura 33 mostra um diagrama de tensão-deformação típica para um material com um ponto de escoamento (Lubliner, 2006).

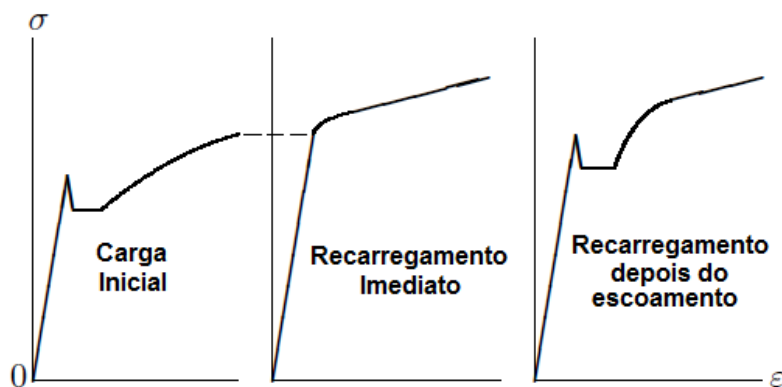


Figura 32 – Deformação depois do escoamento.

Como mostrado na Figura 32, a tensão plana (escoamento plano) não é realmente constante mas mostra pequenas flutuações irregulares. Eles aparecem devido o fato de que a deformação plástica nesta fase, não é um processo homogêneo, mas concentrou em zonas estreitas discretas conhecidas como *Lüders bands*, que se propagam ao longo da amostra, uma vez que é esticada, dando origem a marcas de superfície chamado de *stretcher strains*.

Quando uma amostra de um material com um ponto de escoamento é alcançado através do processo de endurecimento por trabalho, descarregado e recarregado logo após a descarga, a curva original suavizada é recuperado, tal como descrito anteriormente. Se, no entanto, em algum momento - na ordem de horas - recarrega-se novamente, a tensão de escoamento reaparece e aponta para um nível de tensão mais elevado (ver Figura 33). Este fenômeno é chamado *strain aging*.

Um corpo de prova de um material dúctil, que tenha sido sujeito a uma crescente tensão de tração e carregamento ("trabalhado a frio") é diferente de um corpo de prova virgem. Já é sabido que ele tem uma tensão de escoamento à tração superior. Se, no entanto, é agora submetido a um aumento de tensão de compressão, é constatado que o limite de elasticidade em compressão é menor que antes. Esta observação é conhecido como o efeito Bauschinger e pode ser observado na Figura 33.(Lubliner, 2006)

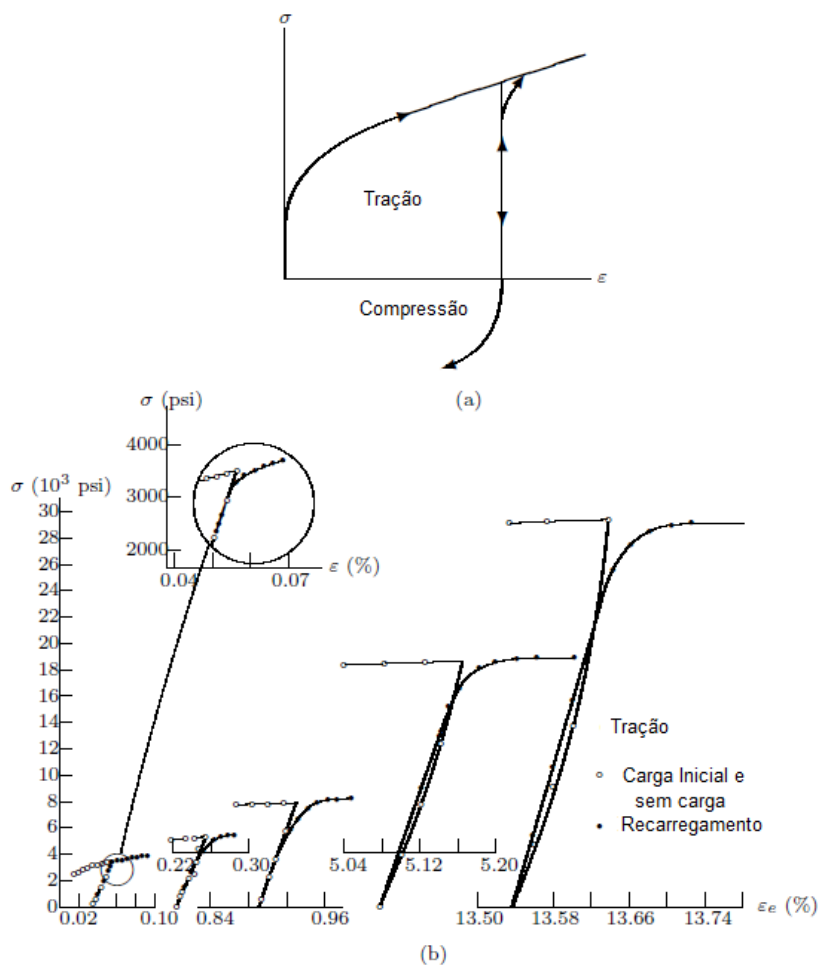


Figura 33 – Efeito Bauschinger: (a) Clássica e (b) Generalizada. (Lubliner, 2006)

O efeito Bauschinger pode ser observado quando a direção de estiramento é invertida, como, por exemplo, a compressão seguida por tração, cisalhamento ou (como no teste de torção em um tubo de parede fina) seguido de cisalhamento na direção oposta. Mas geralmente, o termo "efeito Bauschinger" pode ser usado para descrever a diminuição da tensão de escoamento do recarregamento que se segue sobre o descarregamento, mesmo que a recarga esteja na mesma direção que a carga inicial, ver Figura 33 (b). Observe o ciclo de histerese, na Figura 33 (a), que aparece com grandes deformações, mesmo com taxas muito baixas de esforço os efeitos viscoelásticos mencionados acima podem ser desconsiderados.

Outro resultado da deformação plástica, é a perda de isotropia. Após trabalhar a frio numa dada direcção, as diferenças aparecem entre os valores da resistência à tração nessa direcção e numa direcção normal ao mesmo. Estas diferenças podem ser da ordem de 10%, mas geralmente são desconsideradas na prática.

### 4.3.3 Recozimento e Recuperação

O termo "trabalho à frio" usado nas discussões anteriores refere-se à deformação plástica realizada a temperaturas abaixo da assim chamada temperatura de recristalização do metal, normalmente iguais, em termos de temperatura absoluta, de cerca de 35 a 50% do ponto de fusão (embora, ao contrário do ponto de fusão, não é bem definida), a razão do nome será explicado na secção seguinte. Os efeitos do trabalho a frio, tais como o trabalho de endurecimento, o efeito Bauschinger, e anisotropia induzida, pode em grande parte ser removida por um processo chamado de recozimento, que consiste em aquecer o metal a uma temperatura relativamente elevada (acima da temperatura de recristalização) e segurá-lo durante um certo período de tempo antes de ela arrefecer lentamente. O período de tempo necessário para o processo diminui com a temperatura de recozimento e com a quantidade de trabalho a frio (Lublimer, 2006).

### 4.4 PROBLEMA DE CONTATO

A interface de contacto é construída através da procura dos nós escravos, para uma face respectiva da superfície mestre, que contém a projecção normal á direcção do nó escravo e estão a uma distância  $x$  um do outro. Se nenhum segmento principal com projecção normal é encontrado, o próximo segmento é escolhido. Se direcção do escravo para o mestre está dentro de um certo ângulo (30 graus) em relação à normal para o segmento mestre, então o contato será efetivado.

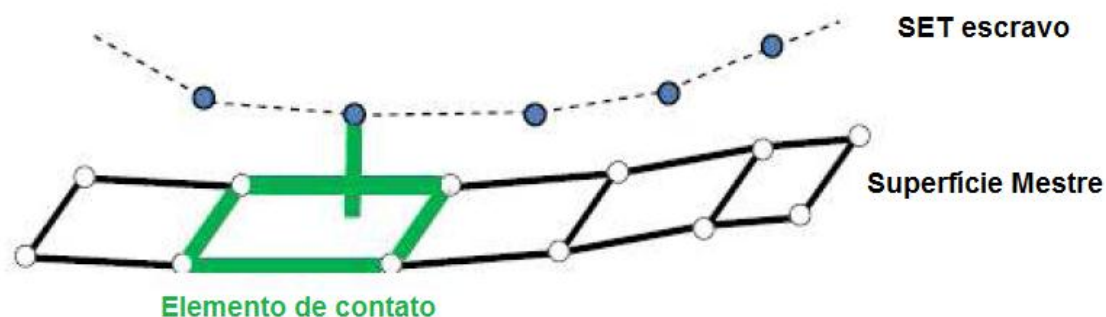


Figura 34 – Ilustração do conjunto de nós escravos e da superfície mestre.

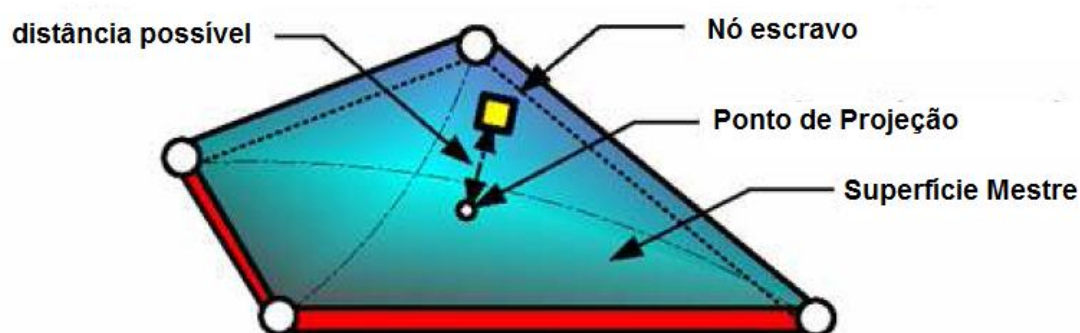


Figura 35 – Pareamento do contato.

A discretização de problemas de contato é semelhante aos problemas sem contato exceto pelo métodos de multiplicadores de Lagrange, os campos multiplicadores de Lagrange devem ser aproximadas. Os campos multiplicadores de Lagrange são campos limitados que devem observar a desigualdade e a não-negatividade em toda a interface do contacto (o sinal de desigualdade depende da estrutura da forma fraca, e os multiplicadores de Lagrange podem também ser limitados e não-positivos). Estas restrições sobre o multiplicador de Lagrange, finalmente, implicam na restrição de que as trações normais são compressivas. Nos métodos de penalidade, a desigualdades na tração emergem a partir da função de passo *Heaviside*, que está embutido na força de penalidade.

Problemas de contato-impacto estão entre os mais difíceis problemas não-lineares. As velocidades normais a interface de contato, é descontínua no tempo quando ocorre o impacto. Quando os modelos de atrito de Coulomb são utilizadas, as velocidades tangenciais ao longo da interface são descontínuas



quando o comportamento *stick-slip* é encontrado. Estas características do problema de contato-impacto apresentam dificuldades significativas no tempo de integração das equações e prejudicam o desempenho do algoritmos numéricos. Portanto, a escolha adequada de metodologias e algoritmos é crucial para o sucesso do tratamento destes problemas. Técnicas como a regularização são muito úteis na obtenção do procedimentos de solução robusta. (Belytschko,1998)

#### 4.4.1 Equações da Superfície de Contato

Algoritmos de contato-impacto em geral, um software próprio, pode tratar a interação de muitos corpos, mas para fins de simplificação, limitamo-nos a dois corpos, conforme ilustrado na Figura 36. O tratamento de contato de multi-corpo é idêntico: a interação entre qualquer par de corpos é exatamente como o problema de dois corpos. Temos denotado as configurações para dois corpos,  $\Omega^A$  e  $\Omega^B$  e denotam a união de dos dois corpos por  $\Omega$ . Os limites dos corpos são denotados por  $\Gamma^A$  e  $\Gamma^B$ . Embora os dois corpos sejam permutáveis em relação à sua mecânica, às vezes é útil para expressar as equações em termos de um dos corpos, o corpo A é chamado de mestre (*master*). Um corpo é designado como o mestre, o corpo B como o escravo (*slave*). Quando queremos distinguir variáveis de campo que são associados com um corpo em particular, é anexado um sobrescrito A ou B, quando nenhum destes sobrescritos aparece, a variável de campo aplica-se à união dos dois corpos. Assim, o campo de velocidade  $\mathbf{v}(\mathbf{X}, t)$  refere-se ao campo de velocidades em ambos os corpos, enquanto  $\mathbf{v}^A(\mathbf{X}, t)$  refere se à velocidade do corpo A.

A interface de contato consiste no ponto de intersecção das superfícies dos dois corpos e é indicado por  $\Gamma^C$ .

$$\Gamma^C = \Gamma^A \cap \Gamma^B \quad (16)$$

Esta interface de contato é constituída por duas superfícies físicas dos dois corpos, que irão entrar em contato, mas desde que eles sejam, teoricamente, coincidente refere-se a uma única interface  $\Gamma^C$ . Em soluções numéricas, geralmente as duas superfícies não serão coincidentes. Nesses

casos,  $\Gamma^C$  refere-se à superfície principal. Além disso, embora os dois corpos podem estar em contacto em várias interfaces separadas, essa união é designada por um único símbolo  $\Gamma^C$ . A interface de contato é uma função do tempo, e a sua determinação é uma parte importante na solução do problema de contato-impacto. (Belytschko,1998)

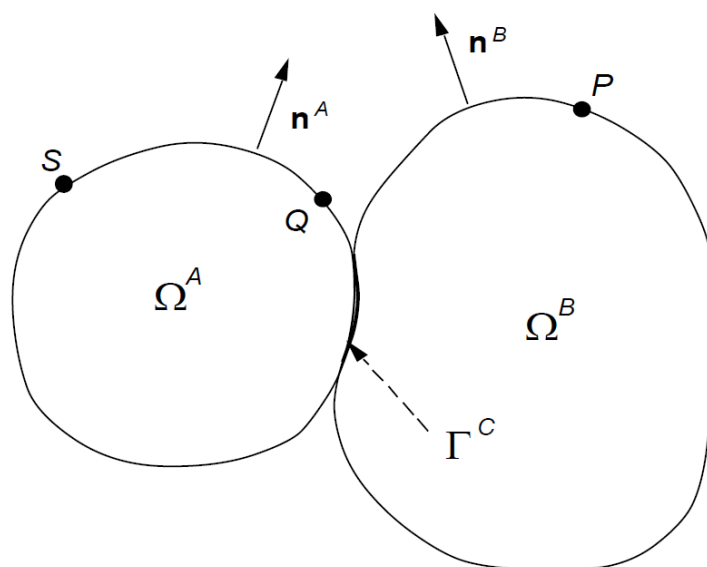


Figura 36 – Modelo para contato-impacto mostrando a notação.

Na construção das equações, é conveniente expressar vetores em termos de componentes locais da superfície de contato. Um sistema de coordenadas local é configurado em cada ponto da superfície de contacto mestre como mostrado na Figura 37. Em cada ponto constroi-se um vetor tangente unitário à superfície do corpo mestre  $\hat{\mathbf{e}}_1^A \equiv \hat{\mathbf{e}}_x^A$  e  $\hat{\mathbf{e}}_2^A \equiv \hat{\mathbf{e}}_y^A$ . O procedimento para obtenção desses vetores unitários é idêntico ao usado em elementos de casca. O normal para o corpo A é dada por:

$$\mathbf{n}^A = \hat{\mathbf{e}}_1^A \times \hat{\mathbf{e}}_2^A \quad (17)$$

Na superfície de contato:

$$\mathbf{n}^A = -\mathbf{n}^B \quad (18)$$

isto é, normais dos dois corpos se encontram em direções opostas.

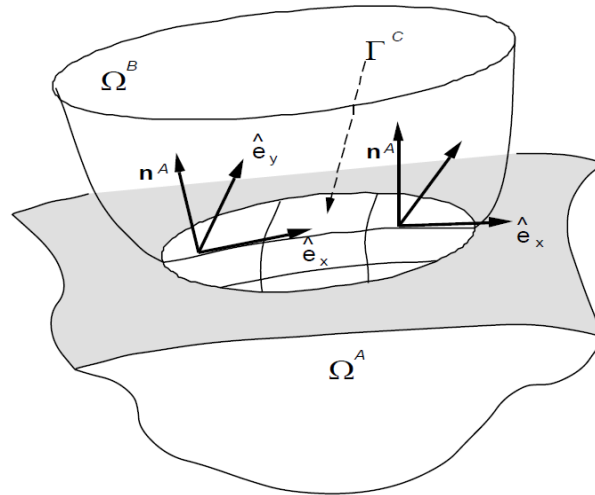


Figura 37 – interface de contato mostrando vetores unitários locais referentes à superfície mestre A.

Os campos de velocidade pode ser expressos em coordenadas locais da superfície de contato:

$$v^A = v_N^A n^A + \tilde{v}_\alpha^A \tilde{e}_\alpha^A = v_N^A n^A + v_T^A \quad (19)$$

$$v^B = v_N^B n^A + \tilde{v}_\alpha^B \tilde{e}_\alpha^A = v_N^A n^B + v_T^A \quad (20)$$

em que a gama de índices gregos é 2 em problemas tridimensionais. Quando o problema é bidimensional, a superfície de contato torna-se uma linha, por isso temos um único vetor unitário  $\hat{e}_1 \equiv \hat{e}_x$  tangente a esta linha, o intervalo dos índices gregos na Equação (20) é, então 1 e a componente tangencial é um escalar. Como pode ser visto no exemplo acima, os componentes são expressa em termos de sistema de coordenadas local da superfície mestre. As velocidades normais são dadas por:

$$v_N^A = v^A \cdot n^A \quad v_N^B = v^B \cdot n^A \quad (21)$$

que pode ser facilmente visto, tomando o produto escalar das expressões em na equação (20) com  $n^A$  e utilizando o fato de que a normal é ortogonal aos vectores unitários tangentes ao plano  $\hat{e}_i^A$ .

Os corpos são regidos pelas equações de campo padrão. Conservação de massa, momento e energia, medida da deformação, e as equações constitutivas. O contato adiciona as seguintes condições: os corpos não podem se interpenetrarem e as trações devem satisfazer a conservação do momento na interface. Além disso, a tração normal, através da interface de contato não pode ser elástica. Podemos classificar as exigências sobre os deslocamentos e velocidades como condições cinemáticas e as exigências sobre as trações como condições cinéticas. (Belytschko,1998)

#### 4.4.2 Condições de Impenetrabilidade

Em um problema de multi-corpos, os corpos devem observar a condição de impenetrabilidade. A condição de impenetrabilidade para um par de corpos pode ser indicada como:

$$\Omega^A \cap \Omega^B = 0 \quad (22)$$

isto é, o ponto de intersecção entre os dois corpos é um conjunto nulo. Em outras palavras, não há a possibilidade dos dois corpos se sobreporem, o que também pode ser visto como uma condição de compatibilidade. A condição de impenetrabilidade é altamente não-linear para os grandes problemas de deslocamento e, em geral não pode ser expressa como uma equação algébrica ou diferencial, em termos de deslocamentos. A dificuldade surge porque, em um movimento arbitrário é impossível antecipar quais os pontos dos dois corpos estarão em contato. Por exemplo, na Figura 37, se os corpos estão girando, é possível para o ponto P entrar em contato com o ponto Q, enquanto uma movimento relativo diferente pode resultar em um contacto do ponto P com o ponto S. Consequentemente, uma equação que expressa o fato de que o ponto P não penetra o corpo A não pode ser escrita, exceto em termos gerais, tais como a equação (22).

Não é possível expressar a Equação (22), em termos de deslocamentos, sendo conveniente para expressar as equações de impenetrabilidade em forma de taxa ou de forma incremental em cada uma das fases do processo. A taxa de forma da condição de impenetrabilidade é aplicada àquelas porções dos

corpos A e B, que já estão em contacto, isto é, os pontos em que estão na superfície de contacto  $\Gamma^C$ . Ele pode ser escrito como:

$$\gamma_N = (v^A - v^B) \cdot n^A \equiv v_N^A - v_N^B \leq 0 \text{ em } \Gamma^C \quad (23)$$

onde  $v_N^A$  e  $v_N^B$  são definidos na Equação (21). Aqui  $\gamma_N(\mathbf{X}, t)$  é a taxa de interpenetração dos dois corpos, ver Figura 38. A condição de impenetrabilidade Equação (23), restringe a taxa de interpenetração de todos os pontos sobre a superfície de contacto, ou seja, a Equação (23) expressa o fato de que quando os dois corpos estão em contacto, então eles devem permanecer em contacto ( $\gamma_N = 0$ ) ou se deve separar ( $\gamma_N < 0$ ). Quando a Equação (23) é satisfeita para todos os pontos que estão em contacto, a condição de impenetrabilidade é cumprida. No entanto, a equivalência entre (23) e (22) não mantida quando (23) é observado apenas em um dos pontos discretos no tempo, como na maioria dos métodos numéricos, uma vez que é possível então, a interpenetração de pontos que estão próximos mas não sobre a superfície de contacto durante os intervalos de tempo seguintes.

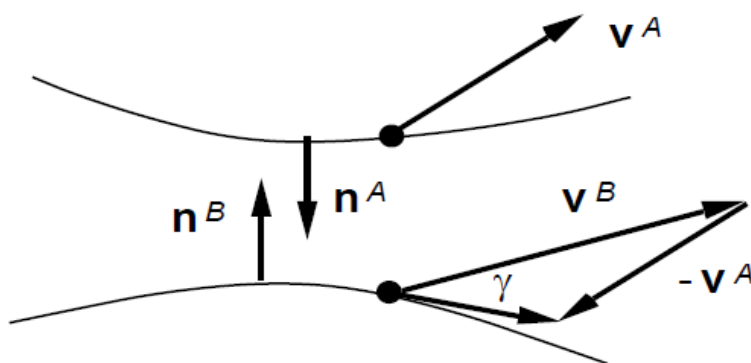


Figura 38 – Nomenclatura das velocidades.

A Equação (23) pode introduzir discontinuidades no campo de velocidades da interface de contato. Antes do contato, as velocidades normais não são iguais enquanto subsequente ao impacto, a velocidade normal dos componentes deve observar a Equação (23). Estas discontinuidades no tempo dificultam o tempo de integração das equações discretas.

A Equação (23) é útil apenas para os pares de pontos que estão em contato ou separados por pequenas distâncias, uma vez que ela define a taxa de interpenetração exatamente apenas quando as duas superfícies são coincidentes. No entanto, dá o sinal correto sobre a interpenetração e é representativa da velocidade do movimento relativo da superfície quando a distância entre as duas superfícies é pequena. Quando a interpenetração é moderadamente grande ou usada como base para o cálculo de tração no contato, a Equação (23) não é recomendada porque a taxa  $\gamma_N$  não é integrável e, por conseguinte, depende do caminho da interpenetração. (Belytschko,1998)

#### 4.4.3 Descrição das Superfícies

Nos tratamentos de penalização das condições de contato e para algumas equações constitutivas de interface, é útil permitir que uma certa quantidade de interpenetração na interface de contato pode ser precisamente calculada. Para desenvolver tais expressões para a interpenetração, a descrição referencial da superfície de contato é usada. Se a referência das coordenadas num problema tridimensional são  $\xi \equiv (\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ , i.e.  $\xi \in \mathbb{R}^3$ , em seguida, a superfície de contato pode ser descrita por uma simplificação  $\zeta = (\zeta_1, \zeta_2)$ , i.e.  $\zeta \in \mathbb{R}^2$ . Estas coordenadas referenciais serão geralmente referentes ao elemento na discretização de elementos finitos. Em duas dimensões  $\xi \in \mathbb{R}^2$  e  $\zeta \in \mathbb{R}^1$ , então a superfície de contato é uma curva.

A superfície de contacto pode ser descrita pelo sistema de coordenadas de qualquer corpo, mas que é convencional para escolher um corpo como o mestre e utilizar as coordenadas de referência do corpo principal para a interface de contato. O corpo A, como por exemplo na Figura 37, é escolhido para ser o mestre e a interface de contato é descrita por  $\mathbf{x}^A(\zeta,t)=\phi^A(\zeta,t)$ . Os vetores da base covariante são dados por:

$$a_\alpha = \frac{\partial \phi^A}{\partial \zeta^\alpha} \equiv \phi_{,\alpha}^A \equiv X_{,\alpha}^A \quad (24)$$

Na Equação (24), do segundo para o quarto termo são expressões diferentes para a mesma equação. O vetor normal é dado por:

$$\mathbf{n} = \mathbf{a}_1 \times \mathbf{a}_2 / \|\mathbf{a}_1 \times \mathbf{a}_2\| \quad (25)$$

O vetor da base covariante  $\mathbf{a}_\alpha$  é útil principalmente nas derivações, que é tangente à superfície, mas não necessariamente ortogonais em unidade de comprimento. Os vetores de base cartesianas são variáveis  $\hat{\mathbf{e}}_\alpha$  orthonormal e pode ser construído a partir de  $\mathbf{a}_\alpha$  por  $\mathbf{e}_1 = \mathbf{a}_1 / \|\mathbf{a}_1\|$ ,  $\mathbf{e}_2 = \mathbf{n} \times \mathbf{e}_1$ , onde  $\mathbf{n}$  é dado na Equação (25).

#### 4.4.4 Discretização de Elementos Finitos

No que se segue, são desenvolvidas as equações de elementos finitos para os vários tratamentos de contato-impacto. As demonstrações fracas para todas as abordagens para o problema de contato-impacto, (penalidade, multiplicador de Lagrange, etc) envolvem a soma da potência virtual padrão e uma contribuição a partir da interface de contato. A potência virtual padrão é discretizado exatamente como na ausência de contato.

##### 4.4.4.1 Método do Multiplicador de Lagrange

Com o objetivo de desenvolver um elemento finito discretizado, as velocidades e os multiplicadores de Lagrange, devem ser aproximados como funções do tempo e espaço. A velocidade  $\mathbf{v}(\mathbf{X}, t)$  é aproximada por interpoladores  $C^0$  em cada corpo, como no problema de corpo único. Continuidade de velocidades entre dois corpos em toda a interface de contato não é construído em uma aproximação, de modo que a condição de interpenetração virá da discretização da forma fraca. O campo de velocidades pode também ser expresso em termos de coordenadas de referência  $\zeta$  na superfície de contato, quando necessário.

A aproximação de elementos finitos para o campo de velocidade é expressa em termos de coordenadas do material. Ela pode também ser escrita em termos de coordenadas de referência do elemento, pois, os dois conjuntos de coordenadas são equivalentes. O campo de velocidades é:

$$v_i^A(X, t) = \sum_{I \in \Omega^A} N_I(X) v_{Ii}^A(t) \quad (26)$$

$$v_i^B(X, t) = \sum_{I \in \Omega^B} N_I(X) v_{Ii}^B(t) \quad (27)$$

O número de nós dos corpos A e B são tratados como distintos. Em seguida, os dois campos de velocidade podem ser escritos como uma única expressão:

$$v_i(X, t) = \sum_{I \in \Omega^A \cup \Omega^B} N_I(X) v_{Ii}(t) \equiv N_I(X) v_{Ii}(t) \quad (28)$$

onde a última expressão usa a convenção de soma implícita dos números de nós.

O multiplicador de Lagrange campo  $\lambda(\zeta, t)$  e, é aproximada por um domínio  $C^{-1}$  na superfície de contato. O campo multiplicador de Lagrange só precisa ser contínuo por partes porque suas derivadas não aparecem em nenhuma das formas fracas. Serão utilizadas as coordenadas do elemento do corpo principal,  $\zeta$ , como variáveis independentes aproximando o campo multiplicador de Lagrange.

$$\lambda(\zeta, t) = \sum_{I \in \Gamma_\lambda^c} \Lambda_I(\zeta) \lambda_I(t) \equiv \Lambda_I(\zeta) \lambda_I(t) \quad \lambda(\zeta, t) \geq 0 \quad (29)$$

As funções de forma para o campo multiplicador de Lagrange, muitas vezes diferem daqueles usados para as velocidades, de modo que símbolos diferentes foram usados para as duas aproximações. Além disso, quando os nós dos corpos A e B não são coincidentes, a estrutura é diferente da malha para o campo de velocidade e um subscrito  $\lambda$  foi adicionado à  $\Gamma_c$  para indicar esse fato. (Belytschko, 1998)

As funções de teste são dadas por:

$$\delta v_i(X) = N_I(X) \delta v_{Ii} \quad (30)$$

$$\delta \lambda(\zeta) = \Lambda_I(\zeta) \delta \lambda_I \quad \delta \lambda(\zeta) \leq 0 \quad (31)$$



onde as somas implícitas são definidos nas Equações (28) e (29).

Para desenvolver as equações semidiscretas, as aproximações acima para a as funções de teste de velocidade e campos de multiplicadores de Lagrange são substituídos na forma fraca, Equação (32), mostrada a seguir:

$$\delta P + \int_{\Gamma^c} \delta (\lambda_{\gamma N}) d\Gamma \geq 0 \quad (32)$$

$$\delta P = \delta v_{Ii} (f_{Ii}^{int} - f_{Ii}^{ext} + M_{IJij} \dot{v}_{Jj}) \equiv \delta d^T (f^{int} - f^{ext} + M\dot{d}) \equiv \delta d^T f^{res} \quad (33)$$

A taxa de interpenetração pode ser expressa em termos das velocidades nodais utilizando as Equações (34) e (35):

$$\gamma_N = \sum_{I \in \Gamma^c \cap \Gamma^A} N_I v_{Ii}^A n_i^A + \sum_{I \in \Gamma^c \cap \Gamma^B} N_I v_{Ii}^B n_i^B \quad (34)$$

$$\gamma_N = N_I v_{In} \quad (35)$$

em que a primeira soma, tal como indicado, é sobre os nós do corpo A que estão na superfície de contato, e a segunda soma é sobre os nós do corpo B, que estão na superfície de contato. Se atribuirmos a esses nós números distintos, podemos eliminar a distinção entre os nós do corpo A e B, e expressar como dado na Equação (34). Aonde:

$$v_{In} = v_{Ii}^A n_i^A \text{ if } I \text{ em } A, \quad v_{In} = v_{Ii}^B n_i^B \text{ if } I \text{ em } B \quad (36)$$

#### 4.5 CRITÉRIO DE FALHA

A função de escoamento  $f$  no espaço de tensão pode ser escrita sem qualquer perda de generalização em termos da tensão desviatória e o primeiro invariante de tensão, isto é,  $f(\sigma, \xi) = \hat{f}(s, I_1, \xi)$ , ou seja, Tensor de Cauchy = Tensor Desviatório. Aonde  $I_1 = \sigma_{kk} = \delta_{ij} \sigma_{ij}$  de modo que  $\partial I_1 / \partial \sigma_{ij} = \delta_{ij}$ . Uma vez que:

$$f(\sigma, \xi) = \hat{f}(s, I_1, \xi) \quad (37)$$

$$s_{kl} = \sigma_{kl} - \frac{1}{3} I_1 \delta_{kl} = (\delta_{ik} \delta_{jl} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \delta_{kl}) \sigma_{ij} \quad (38)$$

Onde:

$s_{kl}$  = Tensor Desviatório

$\frac{1}{3} I_1 \delta_{kl}$  = Parcela Hidrostática

Segue-se que  $\partial s_{kl} / \partial \sigma_{ij} = \delta_{ik} \delta_{jl} - 1/3 \delta_{ij} \delta_{kl}$ . Consequentemente:

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{\partial \bar{f}}{\partial s_{kl}} \frac{\partial s_{kl}}{\partial \sigma_{ij}} + \frac{\partial \bar{f}}{\partial I_1} \frac{\partial I_1}{\partial \sigma_{ij}} = \left( \bar{f}_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \bar{f}_{kk} \right) + \frac{\partial \bar{f}}{\partial I_1} \delta_{ij} \quad (39)$$

Aonde  $\dot{f}_{ij} = \partial \dot{f} / \partial s_{ij}$ . Assim, considerando um material plástico padrão, ocorre a dilatação e somente se o critério de escoamento depende de  $I_1$ . Se o critério de escoamento de um material plasticamente incompressível é significativamente afetado por uma tensão, então o material é necessariamente fora de padrão. (Lubliner, 2006)

#### 4.5.1 Critério de Escoamento Isotrópico

Se o critério de escoamento é inicialmente isotrópico, em seguida, a dependência de  $f$  em  $\sigma$  deve ser através das invariantes de tensão  $I_1$ ,  $I_2$  e  $I_3$ , ou, de forma equivalente, por tensões principais  $\sigma_l$  ( $l = 1, 2, 3$ ), desde que esta dependência seja simétrica, isto é, invariante sob qualquer alteração do índice  $l$ . Do mesmo modo, a dependência de  $f$  em  $s$  deve ser através das invariantes de tensão desviatória  $J_2$  e  $J_3$ , a dependência equivalente nas tensões principais podem ser expostas no chamado plano principal de tensões desviatórias ou plano- $\pi$ , ou seja, o plano no espaço- $\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3$  dado por  $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0$ , mostrado na figura 39.

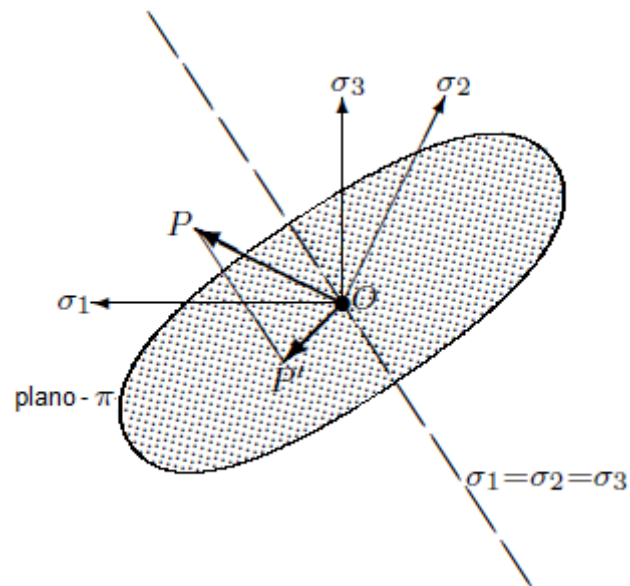
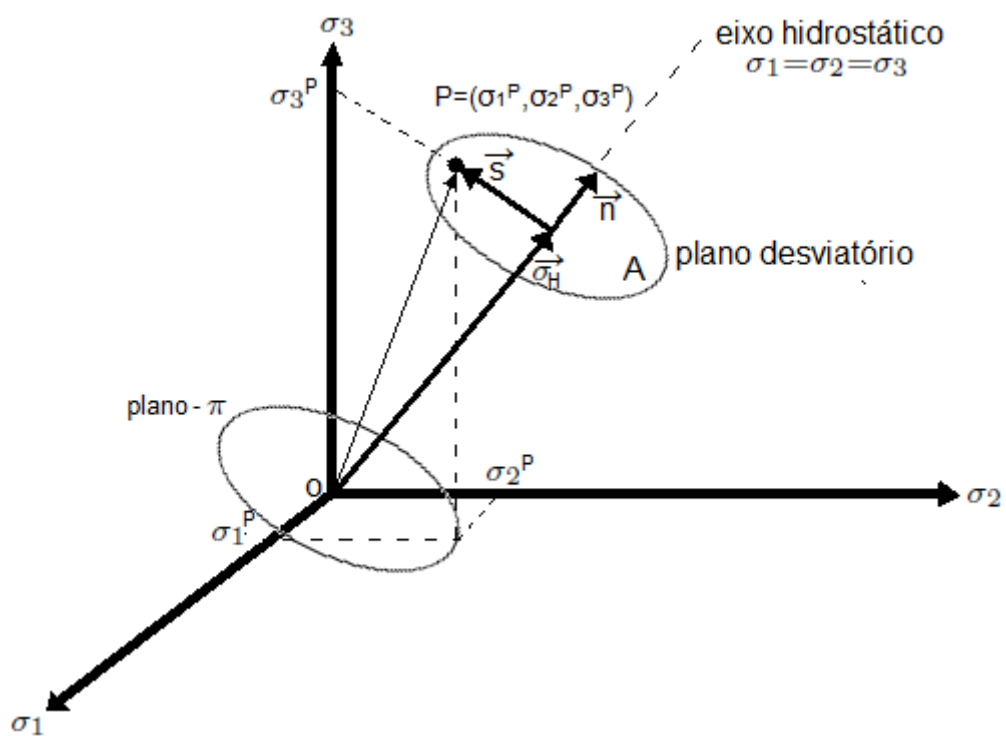
Figura 39 – Plano- $\pi$ 

Figura 40 – Eixo Hidrostático de tensões.

De fato, se um ponto  $P(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$  no espaço- $\sigma_1\sigma_2\sigma_3$  (o espaço Haigh-Westergaard) está representada pelo vetor  $OP$ , então a sua projeção  $OP'$  no plano- $\pi$  é o vetor cujas componentes são as tensões principais desviatórias  $s_1, s_2, s_3$ . A magnitude desta projeção, isto é, a distância entre  $P$  em relação ao

eixo  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$  é apenas  $\sqrt{2}J_2$ . Uma superfície de escoamento, que é independente de  $I_1$  tem, neste espaço, na forma de um cilindro perpendicular ao plano- $\pi$ , e, portanto, pode ser especificado por uma única curva neste plano. Uma superfície de escoamento que depende  $I_1$  pode ser descrito por uma família de curvas plano- $\pi$ , cada um correspondendo a um valor diferente de  $I_1$  e formando a intersecção das superfícies de escoamento no espaço- $\sigma_1\sigma_2\sigma_3$  com um plano  $I_1 = \text{constante}$ , isto é, um plano paralelo ao plano- $\pi$ .

Uma curva no plano- $\pi$  também pode ser descrita em termos das coordenadas polares  $(\sqrt{2}J_2, \theta)$ , Onde o ângulo polar  $\theta$  pode ser definido como a medida a partir da projeção do eixo- $\sigma_1$  para a projeção do eixo- $\sigma_2$  e pode ser mostrado por:

$$\tan \theta = \frac{\sqrt{3}(\sigma_2 - \sigma_3)}{2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3} = \frac{s_2 - s_3}{\sqrt{3}s_1} \quad (40)$$

Usando algumas identidades trigonométricas e ao fato de que  $s_1 + s_2 + s_3 = 0$ , é também possível definir  $\theta$  em termos de invariantes de tensão desviatória  $J_2$  e  $J_3$ .

$$\cos 3\theta = \frac{3\sqrt{3}J_3}{2J_2^{3/2}} \quad (41)$$

Um ponto com  $\theta = 0$  corresponde a  $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ . O local de tais pontos sobre a superfície de escoamento é dito para representar um dos três tensores dos meridianos da superfície. Um ponto com  $\theta = \pi/3$  corresponde  $\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$ , e encontra-se em um meridiano de compressão. (Lubliner, 2006)

#### 4.5.2 Critério de Falha Independente da Tensão Média

Dado que o conceito de plasticidade foi aplicada primeiramente para os metais, no qual o influência da tensão média no escoamento geralmente é insignificante, os critérios mais antigos e mais comumente usados são aqueles que são independentes do  $I_1$ . Estes critérios têm uma representação alternativa bidimensional: a sua dependência das tensões principais devem ser através

das diferenças  $\sigma_1 - \sigma_2$ ,  $\sigma_1 - \sigma_3$  e  $\sigma_2 - \sigma_3$ , e  $\sigma_1 - \sigma_2 = (\sigma_1 - \sigma_3) - (\sigma_2 - \sigma_3)$  o critério de escoamento pode ser traçada num plano com  $\sigma_1 - \sigma_3$  e  $\sigma_2 - \sigma_3$  como eixos coordenados.

#### 4.5.2.1 Critério de Tresca

O critério de escoamento de Tresca é historicamente o mais antigo, que encarna o pressuposto de que ocorre a deformação plástica, quando a tensão máxima de cisalhamento durante todos os planos atinge um valor crítico, isto é, o valor da tensão de escoamento em cisalhamento, denotada  $k(\xi)$ . Devido a Equação (42), este critério pode ser representada pela função de escoamento Equação (43):

$$\tau_{max} = \max_n \tau(n) = \frac{1}{2} \max \{ |\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_2 - \sigma_3|, |\sigma_1 - \sigma_3| \} \quad (42)$$

$$f(\sigma, \xi) = \frac{1}{2} \max (|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_2 - \sigma_3|, |\sigma_3 - \sigma_1|) - k(\xi) \quad (43)$$

$$f(\sigma, \xi) = \frac{1}{4} (|\sigma_1 - \sigma_2| + |\sigma_2 - \sigma_3| + |\sigma_3 - \sigma_1|) - k(\xi) \quad (44)$$

A projeção da superfície de escoamento de Tresca no plano- $\pi$  É regular hexagonal, mostrado na Figura (41a) , cujos vértices se encontram nas projecções positivo e negativo dos eixos  $\sigma_1, \sigma_2$  e  $\sigma_3$ , enquanto que nos planos  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  e  $(\sigma_2 - \sigma_3)$  ele toma a forma do hexágono irregular, como mostrado na Figura (41b). Naturalmente, as equações (43) e (44) para a função de escoamento de Tresca não é a único. A forma:

$$f(\sigma) = [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 - 4k^2][(\sigma_2 - \sigma_3)^2 - 4k^2][(\sigma_1 - \sigma_3)^2 - 4k^2] \quad (45)$$

(com a dependência de  $\xi$  não indicado) tem a vantagem de ser analítico e, além disso, expressos em termos dos principais invariantes de tensão desviatória  $J_2$  e  $J_3$ :

$$f(\sigma) = 4J_2^3 - 27J_3^2 - 36k^2J_2^2 + 96k^4J_2 - 64k^6 \quad (46)$$

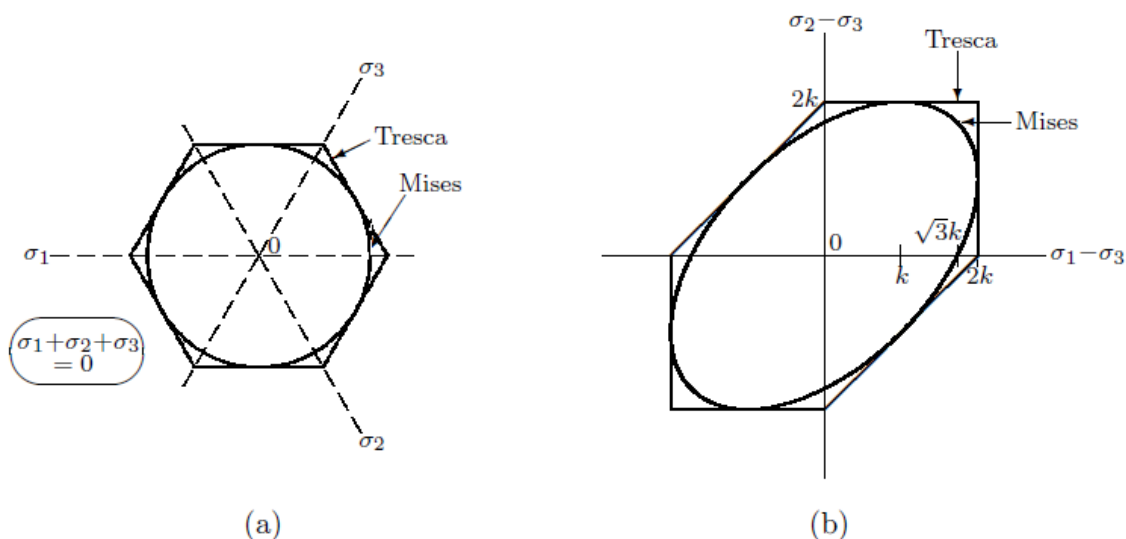


Figura 41 – Projeção das superfícies de escoamento de Tresca e Mises; (a) Plano- $\pi$ ; (b) Plano  $\sigma_1 - \sigma_3 - \sigma_2 - \sigma_3$ .

#### 4.5.2.2 Critério de Von Mises e Formulação da regra de Fluxo de Lévy

No século XIX, Saint-Venant e outros usaram o critério de escoamento Tresca em conjunto com a regra de fluxo (não associada) derivado do  $J_2$  potencial cuja forma geral foi proposto pela primeira vez (para o total do perfil de deformação plástica) por Lévy:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda} s_{ij} \quad (47)$$

Em conexão com viscoplasticidade, e como apontado pela primeira vez por Mises [1913], o critério de escoamento com o qual esta regra de fluxo está associada é o critério de Mises, representado pela função de escoamento:

$$f(\sigma, \xi) = \sqrt{J_2} - k(\xi) \quad (48)$$

onde  $k(\xi)$  é novamente a tensão de escoamento em cisalhamento para os valores atuais de  $\xi$ . Em vista da relação de  $J_2$  e a tensão de cisalhamento octaédrica, o critério de Von Mises é também conhecido como o critério máximo octaédrica de tensão de cisalhamento, e como resultado da equação que mostra a energia complementar isotrópica, um material elástico linear pode

ser desacoplado de uma peça com distorções volumétricas, que é também chamado de critério da energia de distorção máxima. Uma alternativa - analítica - forma da função de escoamento de Mises (com a dependência de  $\xi$  não mostrado explicitamente) é:

$$f(\sigma) = J_2 - k^2 \quad (49)$$

Expressando  $J_2$  em termos das tensões principais, pode-se formular o critério de escoamento sob a forma de Mises:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 = 6k^2 \quad (50)$$

ou

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1 - \sigma_1\sigma_2 = 3k^2 \quad (51)$$

A forma da superfície de escoamento de Mises no plano- $\pi$  é a de um círculo de raio  $\sqrt{2}k$ , e no plano  $(\sigma_1 - \sigma_3)$   $(\sigma_2 - \sigma_3)$  sendo uma elipse. Tanto as formas que são mostradas, juntamente com os do critério de Tresca, na Figura 41.

A dissipação plástica para o critério de Mises e a regra de fluxo associada é dada por:

$$D_p(\dot{\epsilon}^p; \xi) = \sigma_{ij}\dot{\epsilon}_{ij}^p = \lambda s_{ij}s_{ij} = \sqrt{2J_2} \sqrt{\dot{\epsilon}_{ij}^p \dot{\epsilon}_{ij}^p} = k(\xi) \sqrt{2\dot{\epsilon}_{ij}^p \dot{\epsilon}_{ij}^p} \quad (52)$$

Se  $k$  é uma função de  $\dot{\epsilon}^p$  em seguida,  $W_p$  é uma correspondência de um-para-um de  $\dot{\epsilon}_p$ .

Como mencionado, Lévy e Mises formularam a regra de fluxo de rolamento regra de fluxo e o seu nome para foi dado para o total, em vez de apenas a parte plástica, da taxa de deformação e, nesta formulação é válido como uma aproximação para problemas em que as tensões elásticas são muito pequenas, ou, de forma equivalente, para os materiais cujos módulos de elasticidade são infinitos - os chamados materiais rígido-plástico. A

generalização das partes elásticas não-nulas é devido a Prandtl [1924] e Reuss [1930], expressa em termos de taxa de deformação total, com elasticidade linear isotrópica, o resultado é conhecido como as equações de Prandtl-Reuss:

$$\dot{\epsilon}_{kk} = \frac{1}{3K} \dot{\sigma}_{kk}, \quad \dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2G} \dot{s}_{ij} + \dot{\lambda} s_{ij} \quad (53)$$

Algumas generalizações da função de escoamento de Mises têm sido propostos de modo que a dependência de  $J_3$  esteja incluída. A forma típica é:

$$f(\sigma) = \left(1 - c \frac{J_3^2}{J_2^3}\right)^\alpha J_2 - k^2 \quad (54)$$

O expoente  $\alpha$  variadamente tem sido tomado como 1/3 e 1,  $k$  é como de costume, a tensão de escoamento em cisalhamento simples, enquanto que  $c$  é um parâmetro que deve ser determinada de modo para otimizar o ajuste com os dados experimentais.

#### 4.6 PROBLEMA DE CONVERGÊNCIA

Para que uma formulação numérica seja aceitável, a solução numérica deve convergir ou tender para a solução exata do problema. Existem três requisitos essenciais que devem ser cumpridos pelas funções de aproximação para que essa convergência seja garantida:

- Sempre que os deslocamentos nodais de um elemento sejam causados por um movimento de corpo rígido, não deverão existir deformações no interior do elemento;
- Se os deslocamentos nodais forem compatíveis com uma condição de deformação constante, tal deformação constante deverá realmente ser obtida;
- As deformações na interface entre os elementos devem ser finitas.

Os dois primeiros requisitos podem ser englobados num só, já que o primeiro é um caso particular do segundo, pois os deslocamentos do corpo rígido implicam num estados de deformação constante nula.



A necessidade dos dois primeiros requisitos só necessitam ser satisfeitos quando o tamanho do elemento tende a zero. No entanto, a imposição desses requisitos a elementos de tamanho finitos conduz a maior exatidão dos resultados.

O terceiro requisito implica numa continuidade dos deslocamentos entre elementos.

No caso da deformação infinitesimal, em elasticidade plana, em que as deformações são definidas pelas primeiras derivadas, só os deslocamentos têm de ser contínuos. Caso as deformações sejam definidas por segundas derivadas, já as primeiras derivadas devem ser contínuas.

#### 4.7 MEDIÇÃO DE TENSÕES

Em problemas não-lineares, vários tipos de tensões podem ser definidas. As três definições mais clássicas são Cauchy ( $\sigma$ ), o tensor nominal de tensão ( $\mathbf{P}$ ) e a segunda tensão de Piola-Kirchhoff ( $\mathbf{PK2}$ ) definida pelo tensor  $\mathbf{S}$ .

A expressão para a tração em termos da tensão de Cauchy, Equação (55), é chamada lei de Cauchy ou, por vezes, a hipótese de Cauchy. Ela envolve a normal para a superfície corrente e a tração (força / unidade de área) sobre a superfície atual. Por este motivo, a tensão de Cauchy é muitas vezes chamado a tensão física ou tensão verdadeiro. Os traços de tensões medidas de  $\mathbf{P}$  e  $\mathbf{S}$  não dão a verdadeira pressão, porque eles são encaminhados para a área não deformada. É utilizada a convenção de que os componentes normais da tensão Cauchy são positivos em tensão. O tensor de Cauchy é simétrico, ou seja,  $\sigma^T = \sigma$ , oriunda da conservação do momento angular.

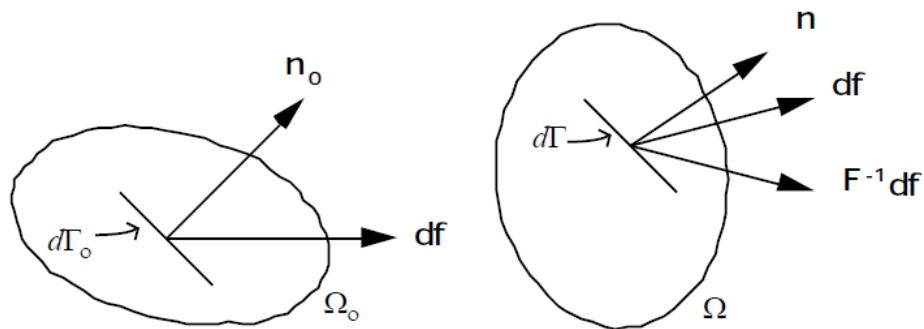


Figura 42 – Definição das medidas de tensão. (a) configuração de referência, (b) configuração atual.

$$\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} d\Gamma = df = t d\Gamma \quad (55)$$

A definição de tensão nominal  $\mathbf{P}$  é semelhante à tensão de Cauchy, exceto que este é expresso em termos de área e normal à superfície de referência, isto é, a superfície indeformada. A transposição da tensão nominal é chamado primeira tensão de Piola-Kirchhoff. Como  $\mathbf{P}$  não é simétrico, é importante notar que, na definição dada pela Equação (56), a normal é para a esquerda do tensor de  $\mathbf{P}$ .

$$\mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{P} d\Gamma_0 = df = t_0 d\Gamma_0 \quad (56)$$

A segunda tensão de Piola-Kirchhoff é definida pela Equação (57). Difere de  $\mathbf{P}$  pois a força é deslocado por  $\mathbf{F}^{-1}$ . Esta mudança tem um propósito definido: faz a segunda tensão de Piola-Kirchhoff simétrica e conjuga a taxa da deformação, no sentido da potência. Esta medida de tensão é amplamente utilizada para materiais de caminhos independentes tais como a borracha. As abreviaturas PK1 e PK2 para a primeira tensão e segunda tensão Piola-Kirchhoff, respectivamente.

$$\mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{S} d\Gamma_0 = \mathbf{F}^{-1} \cdot df = \mathbf{F}^{-1} \cdot t_0 d\Gamma_0 \quad (57)$$

$$df = t d\Gamma = t_0 d\Gamma_0 \quad (58)$$

#### 4.7.1 Transformações Entre Tensões

Os diferentes tensores de tensão são interligados por funções de deformação. Estas relações podem ser obtidas usando a relação de Nanson, que relaciona o normal de atual para a normal de referência.

$$nd\Gamma = Jn_0 \cdot F^{-1}d\Gamma_0 \quad n_i d\Gamma = Jn_j^0 F_{ji}^{-1} d\Gamma_0 \quad (59)$$

Para ilustrar como as transformações entre as diferentes medidas de tensão são obtidas, é desenvolvida uma expressão para a tensão nominal, em termos de tensão de Cauchy. Para começar, é equacionado  $df$  escrita em termos da tensão de Cauchy e a tensão nominal, as Equações (56) e (57), dão:

$$df = n \cdot \sigma d\Gamma = n_0 \cdot P d\Gamma_0 \quad (60)$$

Substituindo a expressão para a normal  $n$  dada pela relação de Nanson, (59) em (60) faz:

$$df = n \cdot \sigma d\Gamma = n_0 \cdot P d\Gamma_0 \quad (61)$$

Uma vez que o referido é válido para todos os  $n_0$ , então:

$$P = JF^{-1} \cdot \sigma \quad \text{ou} \quad P_{ij} = JF_{ik}^{-1} \sigma_{kj} \quad \text{ou} \quad P_{ij} = J \frac{\partial X_i}{\partial x_k} \sigma_{kj} \quad (62)$$

$$J\sigma = F \cdot P \quad \text{ou} \quad J\sigma_{ij} = F_{ik} P_{kj} \quad (63)$$

Pode ser observado de imediato a partir da Equação (62) que  $\mathbf{P} \neq \mathbf{P}^T$ , ou seja, a tensão nominal do tensor não é simétrica. O equilíbrio do momento angular dá que o tensor de Cauchy deve ser simétrico,  $\sigma = \sigma^T$  e é expresso como:

$$F \cdot P = P^T \cdot F^T \quad (64)$$

A tensão nominal pode estar relacionada com a tensão PK2 multiplicando a Equação (58) por  $\mathbf{F}$  dando:

$$df = \mathbf{F} \cdot (\mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{S}) d\Gamma_0 = \mathbf{F} \cdot (\mathbf{S}^T \cdot \mathbf{n}_0) d\Gamma_0 = \mathbf{F} \cdot \mathbf{S}^T \cdot \mathbf{n}_0 d\Gamma_0 \quad (65)$$

O texto anterior é um pouco confuso na notação tensor, por isso é reescrito abaixo em notação indicial:

$$df_i = F_{ik} (n_j^0 S_{jk}) d\Gamma_0 = F_{ik} S_{kj}^T n_j^0 d\Gamma_0 \quad (66)$$

O  $df$  vigora no exemplo e acima está escrito em termos de tensão nominal, utilizando a Equação (62):

$$df = \mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{P} d\Gamma_0 = \mathbf{P}^T \cdot \mathbf{n}_0 d\Gamma_0 = \mathbf{F} \cdot \mathbf{S}^T \cdot \mathbf{n}_0 d\Gamma_0 \quad (67)$$

onde a última igualdade é a Equação (65) repetida. Valendo para todo  $\mathbf{n}_0$  :

$$\mathbf{P} = \mathbf{S} \cdot \mathbf{F}^T \quad \text{ou} \quad P_{ij} = S_{ik} F_{kj}^T = S_{ik} F_{jk} \quad (68)$$

Tomando a transformação inversa da Equação (62), e substituindo na Equação (68) dá:

$$\boldsymbol{\sigma} = J^{-1} \mathbf{F} \cdot \mathbf{S} \cdot \mathbf{F}^T \quad \text{ou} \quad \sigma_{ij} = J^{-1} F_{ik} S_{kl} F_{lj}^T \quad (69)$$

A relação acima pode ser invertida para expressar tensor PK2 em termos da tensão de Cauchy:

$$\mathbf{S} = J \mathbf{F}^{-1} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{F}^{-T} \quad \text{ou} \quad S_{ij} = J F_{ik}^{-1} \sigma_{kl} F_{lj}^{-T} \quad (70)$$

As relações entre a tensão acima PK2 e o tensor de Cauchy, como Equação (62), dependem apenas do gradiente de deformação  $\mathbf{F}$  e o determinante jacobiano  $J = \det(\mathbf{F})$ . Deste modo, se a deformação for conhecida, o estado de tensão pode ser sempre expresso em termos da tensão de Cauchy  $\boldsymbol{\sigma}$ , o valor nominal da tensão  $\mathbf{P}$  ou a tensão  $\mathbf{S}$  PK2. Pode ser visto a partir da Equação (70) que, se a tensão de Cauchy é simétrica, então  $\mathbf{S}$  também é simétrica:  $\mathbf{S} = \mathbf{S}^T$ . A relação inversa das Equações (62) e (69) são facilmente obtidas por manipulações de matrizes.

## 4.8 REGIMES DE ESCOAMENTO

Fluidos são substâncias que são capazes de escoar e cujo volume toma a forma de seu recipiente. Quando em equilíbrio, os fluidos não suportam forças tangenciais ou cisalhantes. Todos os fluidos possuem um certo grau de compressibilidade e oferecem pequenas resistências à mudança de forma.

Os fluidos podem ser divididos em líquidos e gases. A principal diferença entre eles são: (a) os líquidos são praticamente incompressíveis, ao passo que os gases são compressíveis e muitas vezes devem ser assim tratados e (b) os líquidos ocupam volumes definidos e tem superfícies livres ao passo que uma dada massa de gás expande-se até ocupar todas as partes do recipiente.

O escoamento de fluidos pode ser permanente (estável) ou não permanente (instável); uniforme ou não uniforme (variado); laminar ou turbulento; uni, bi ou tridimensional; rotacional ou não rotacional.

Considerando isto, algumas definições devem ser apresentadas.

- **Linhas de corrente:** Linhas de corrente são curvas imaginárias tomadas através do fluido para indicar a direção da velocidade em diversas seções do escoamento no sistema fluido. Uma tangente a curva em qualquer ponto representa a direção instantânea da velocidade das partículas fluidas naquele ponto;
- **Tubo de corrente:** Um tubo de corrente é um tubo imaginário envolvido por um conjunto de linhas de corrente, que delimitam o escoamento. O tubo de corrente é também conhecido como “veia líquida”. As linhas imaginárias fechadas que limitam o tubo é chamado diretriz do tubo.
- **Seção transversal:** É cada superfície limitada pelo tubo (ou pelo filamento) de corrente e traçada segundo a normal às linhas de corrente no ponto considerado.

### 4.8.1 Equação da continuidade

Para o escoamento permanente a massa de fluido que passa por todas as seções de uma corrente de fluido por unidade de tempo é a mesma. Pode-se observar na Equação (71) a igualdade entre parcela 1 ( $p_1 A_1 V_1$ ) e parcela 2 ( $p_2 A_2 V_2$ ).

$$p_1 A_1 V_1 = p_2 A_2 V_2 \quad (71)$$

### 4.8.2 Equação de Bernoulli

Daniel Bernoulli, mediante considerações de energia aplicada ao escoamento de fluidos, conseguiu estabelecer a equação fundamental da Hidrodinâmica. Tal equação é uma relação entre a pressão, a velocidade e a altura em pontos de uma linha de corrente. (Pordeus, 2006)

$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} \quad (72)$$

A equação (72) ilustra a equação de Bernoulli para um tubo horizontal onde  $h_1$  é igual  $h_2$ .

### 4.8.3 Regimes de Escoamento

No escoamento laminar as partículas do fluido percorrem trajetórias paralelas. O escoamento laminar é também conhecido como lamelar.

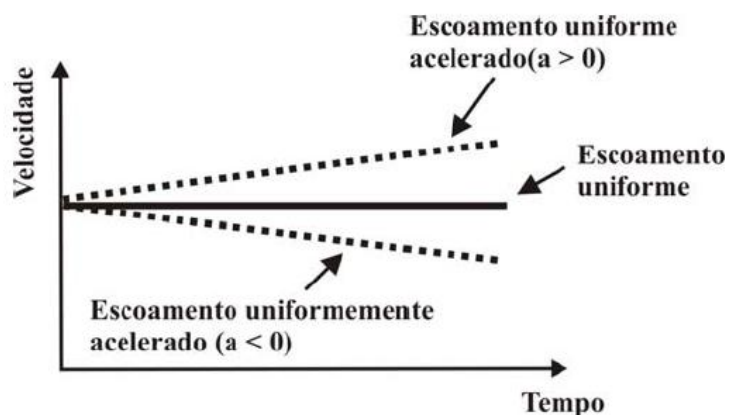


Figura 43 – Escoamento Laminar, (Pordeus, 2006).

No escoamento turbulento as trajetórias são curvilíneas e irregulares. Elas se entrecruzam, formando uma série de minúsculos redemoinhos. Na prática, o escoamento dos fluidos quase sempre é turbulento. É o regime encontrado em instalações de engenharia, tais como adutoras, vertedores de barragens, fontes ornamentais etc, (Pordeus, 2006).

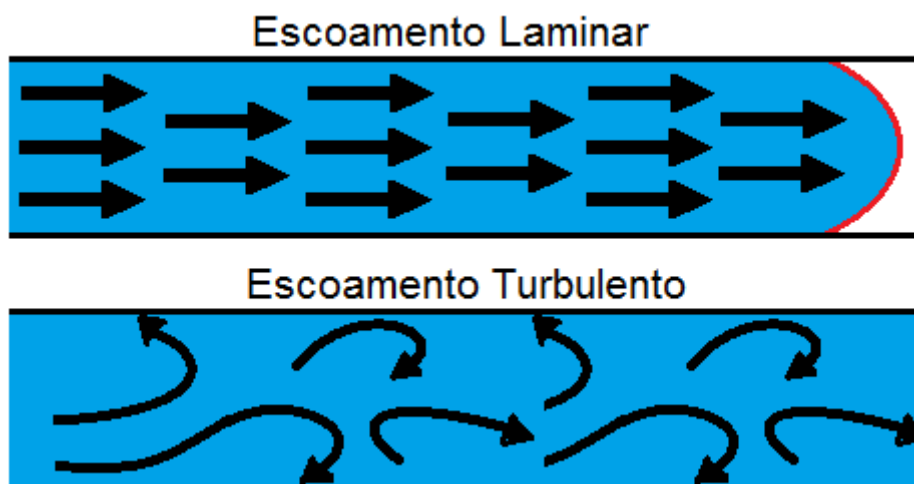


Figura 44 – Tipos de Escoamento

#### 4.8.4 Coeficiente de Reynolds

O coeficiente, número ou módulo de Reynolds (abreviado como  $Re$ ) é um número adimensional usado em mecânica dos fluidos para o cálculo do regime de escoamento de determinado fluido sobre uma superfície. É utilizado, por exemplo, em projetos de tubulações industriais e asas de aviões.

O conceito foi introduzido por George Gabriel Stokes em 1851, mas o número de Reynolds tem seu nome oriundo de Osborne Reynolds, um físico e engenheiro hidráulico irlandês (1842–1912), quem primeiro popularizou seu uso em 1883.

O seu significado físico é um quociente de forças: forças de inércia ( $v\rho$ ) entre forças de viscosidade ( $\mu/D$ ). É expresso como:

$$Re = \frac{\rho v D}{\mu} \quad (73)$$

Sendo:

- $v$  - velocidade média do fluido;
- $D$  - diâmetro da tubulação;
- $\mu$  - viscosidade dinâmica do fluido;
- $\rho$  - massa específica do fluido.

A significância fundamental do número de Reynolds é que o mesmo permite avaliar o tipo do escoamento (a estabilidade do fluxo) e pode indicar se flui de forma laminar ou turbulenta. Para o caso de um fluxo de água num tubo cilíndrico, admite-se os valores de 2.000 e 2.400 como limites. Desta forma, para valores menores que 2.000 o fluxo será laminar, e para valores maiores que 2.400 o fluxo será turbulento. Entre estes dois valores o fluxo é considerado como transitório. Para o petróleo o limite para se tornar turbulento fica em 2600. Abaixo disto o escoamento fica laminar, (Pordeus, 2006).

O número de Reynolds constitui a base do comportamento de sistemas reais, pelo uso de modelos físicos reduzidos.

Como o foco do trabalho não é avaliar o comportamento completo do escoamento dentro do duto e sim apenas a observação do escoamento na região do amassamento, os conceitos acima apresentados são suficientes para o entendimento e avaliação do escoamento.

#### 4.9 MODELO

A geração do modelo do duto seguiu as seguintes etapas:

- Geração da malha de elementos finitos;
- Material;
- Identadores;
- Contato;
- Carregamentos;
- Modelo de escoamento interno;
- Modelo de calandragem;



- Modelo de Corrosão.

#### 4.9.1 Geração da Malha de Elementos Finitos

O modelo de elementos finitos desenvolvido para este trabalho consistiu em um duto modelado com elementos hexaédricos de 20 nós, como citado anteriormente. As condições de contorno ligadas ao duto estão ilustradas a seguir. Foram aplicadas aos nós das extremidades e a pressão interna aplicada diretamente aos elementos constituintes da parede interna.

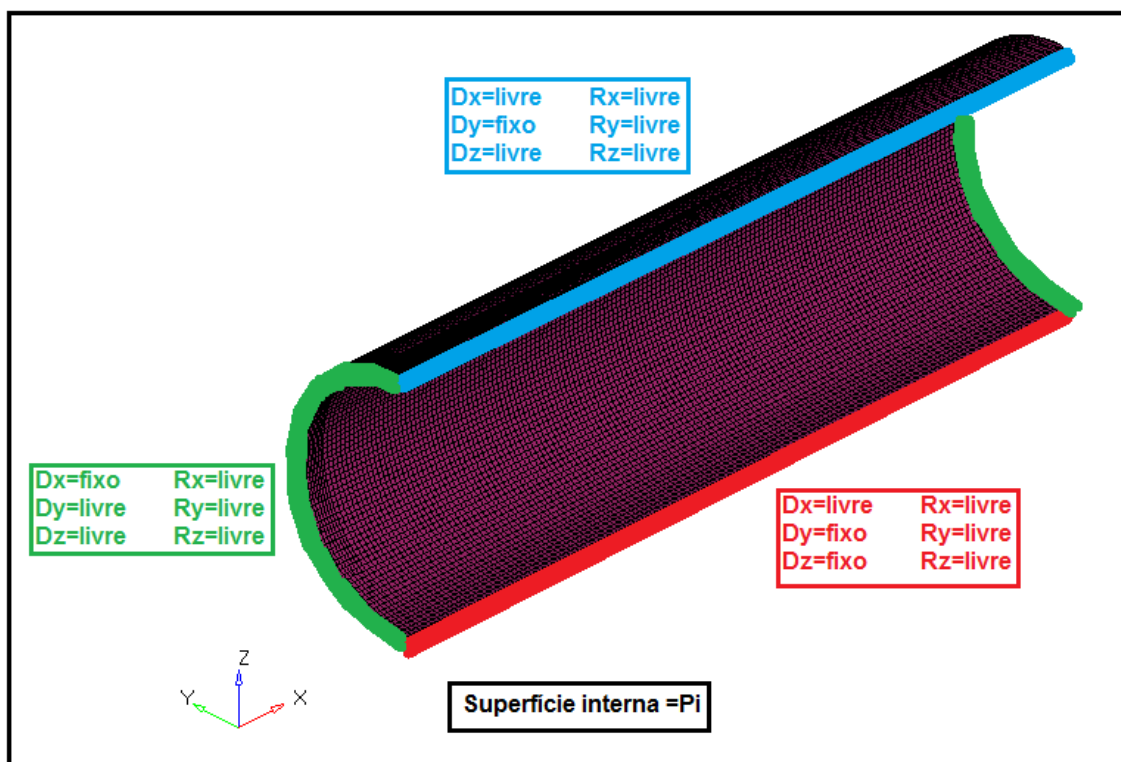


Figura 45 – Condições de contorno aplicadas ao duto

O modelo foi criado no software comercial HYPERMESH para posteriormente ser rodado no solver ABAQUS. O refino na região do contato entre indentador e duto foi refinada na ordem de 5 mm para se poder obter a melhor convergência no contato. Fez-se uma área de 100x100 mm e a partir daí criou-se uma região de transição para se aumentar o tamanho dos elementos.

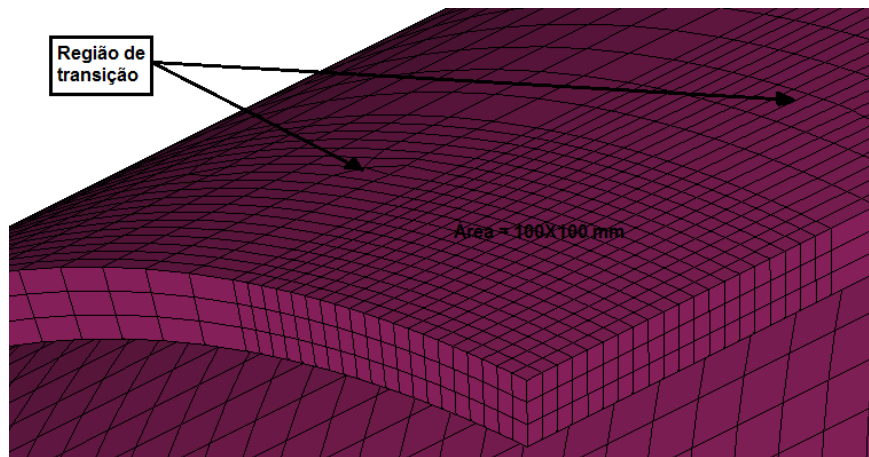


Figura 46 – Região de contato com identador.

No que diz respeito às dimensões do duto, gerou-se um modelo que fosse o idêntico ao modelo desenvolvido por *Kim et al.* (2011), para posteriormente comparar-se os resultados. O duto possui 2300 mm de comprimento, 726 mm de diâmetro interno e espessura de 17,5 mm, estas dimensões podem ser vistas na Figura 47. Com o modelo pronto passou-se para as posteriores setagens do programa.

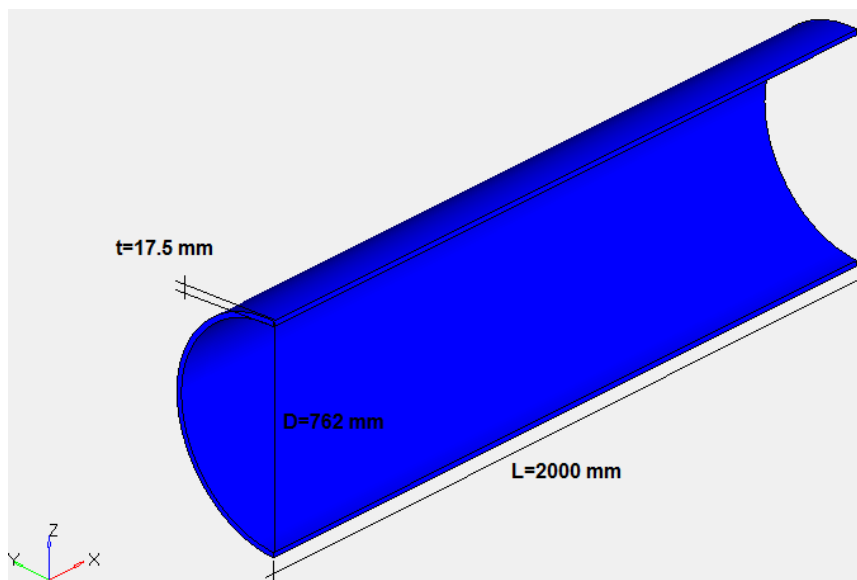
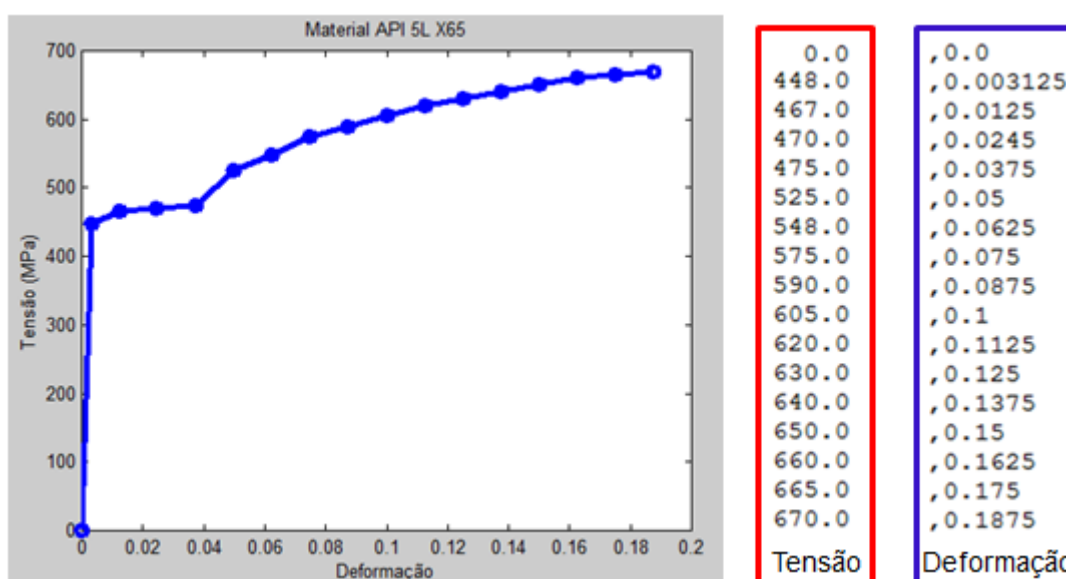


Figura 47 – Dimensões do duto.

### 4.9.2 Material

O material utilizado na modelagem do duto foi o API 5L-X65 com tensão de escoamento de 448 MPa e tensão de ruptura na faixa de 670 MPa. Este material foi apenas aplicado ao duto, sendo o material do identador um aço isotrópico linear.

Gráfico 1 – Gráfico tensão x deformação para o aço API 5L-X65.



Como o objetivo é atingir a plastificação do duto, é de fundamental importância atingir a região não linear do material, região essa localizada após a tensão de escoamento no gráfico tensão x deformação. Cabe ressaltar que o critério de falha adotado foi o de Von Mises, o qual foi apresentado em materiais e métodos.

### 4.9.3 Identadores

Os identadores foram modelados também com elementos hexaédricos sólidos de segunda ordem, no entanto sua construção partiu de elementos de casca sendo rotacionados em 360° para se obter um cilindro de revolução. Sua extremidade inferior é uma esfera com diâmetros variados, Figura 48.

O material especificado para o identador precisou ser definido com um módulo de elasticidade muito superior ao do API 5L-X65, pois ao entrar em

contato com o duto, o identador não pode plastificar, obtendo assim apenas a plastificação do duto.

O diâmetro do identador foi variado para se obter diferentes distribuições de tensões no duto. Os diâmetros são 40, 80, 120, 160, 320 mm, conforme Figura 50, exceto 120 mm. Também criou-se um identador com diâmetro de 2000 mm com o intuito de criar um modelo que simulasse a calandragem em dutos.

O identador foi restringido nos nós superiores e inferiores para que só houvesse deslocamento vertical impedindo o deslocamento nas outras direções.

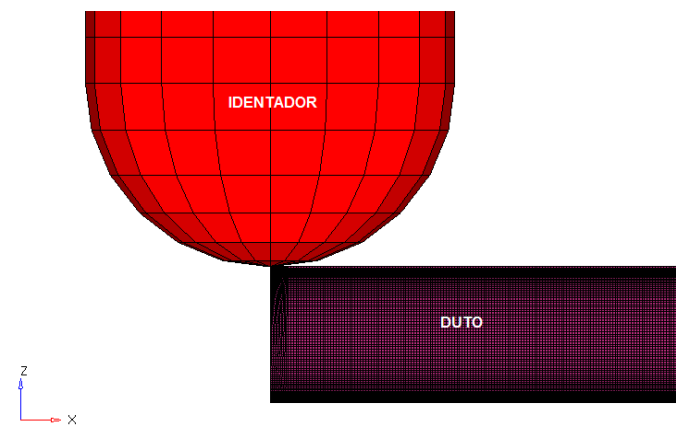


Figura 48 – Modelo identador duto.

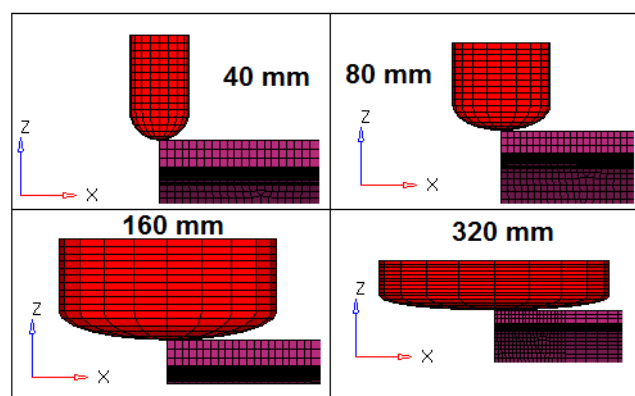


Figura 49 – Dimensões dos identadores

#### 4.9.4 Contato

O contato entre indentador e duto foi criado a partir das definições do ABAQUS, criou-se uma superfície “mestre” conforme apresentado na revisão bibliográfica, onde a superfície mestre precisa ser a de maior refino (maior quantidade de elementos) e criou-se a superfície “escrava” aonde deve ser a de menor refino (menor quantidade de elementos). A superfície “mestre” foi escolhida na superfície externa do duto e a superfície escrava foi escolhida na região esférica do indentador. Considerou-se para este contato um coeficiente de atrito de 0.15, conforme utilizado por Kim *et al.* (2011).

O indentador foi restringido nos nós superiores e inferiores para que só houvesse deslocamento vertical impedindo o deslocamento nas outras direções. A distancia entre indentador e duto foi estipulada em 0,05 mm.

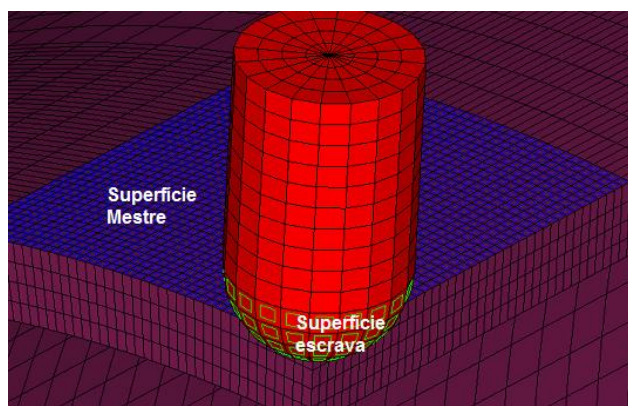


Figura 50 – Contato entre indentador e duto.

#### 4.9.5 Carregamentos

Fixou-se uma pressão interna contínua de 10 MPa para se observar como o duto, já deformado plasticamente, iria se comportar ao ser pressurizado internamente. A pressão foi aplicada diretamente nos elementos internos ao duto sendo as extremidades fixas.

Para cada diâmetro de indentador, aplicou-se uma força diferente, pois o objetivo é se obter uma deformação plástica do duto e não a sua ruptura. Na

Tabela 1 está ilustrado a força aplicada para cada caso. Estas forças foram determinadas para se atingir a tensão de plastificação do modelo.

Depois da força ser aplicada e obter-se o resultado de plastificação, exporta-se a malha deformada do duto e aplicam-se as diferentes pressões internas., 4,8 e 16 MPa, Figura 51.

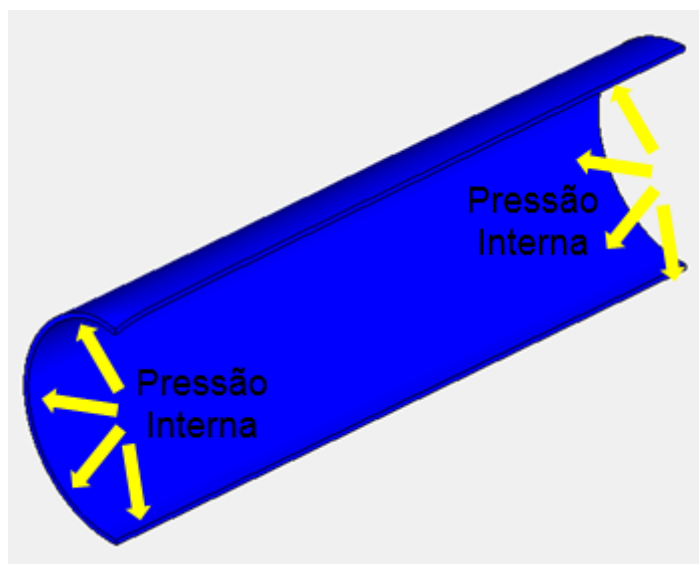


Figura 51 – Aplicação da pressão interna.

A aplicação de força utilizada foi o método de passos de carga, sendo o incremento de 0.1. Sendo assim o ABAQUS aplica a força em intervalos de 10%.

Tabela 1 – Forças aplicadas nos diferentes identadores.

Tipo	Diâmetro do Identador (mm)	Força (kN)
Esférico	40	60
Esférico	80	100
Esférico	120	120
Esférico	160	120
Esférico	320	120

#### 4.9.6 Modelo de Escoamento Interno

Foi analisado o escoamento do petróleo no interior do duto amassado. Utilizou-se um modelo já plastificado oriundo da identificação com diâmetro de 120 mm para aplicar-se o escoamento interno. Foi utilizado o software comercial de análise de fluidos STAR-CCM+ para compilação do modelo, condições de contorno e posterior análise.

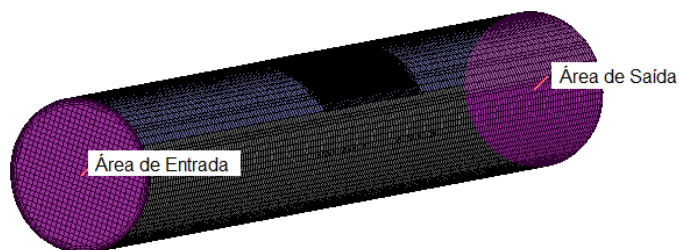


Figura 52 – Perfil do duto.

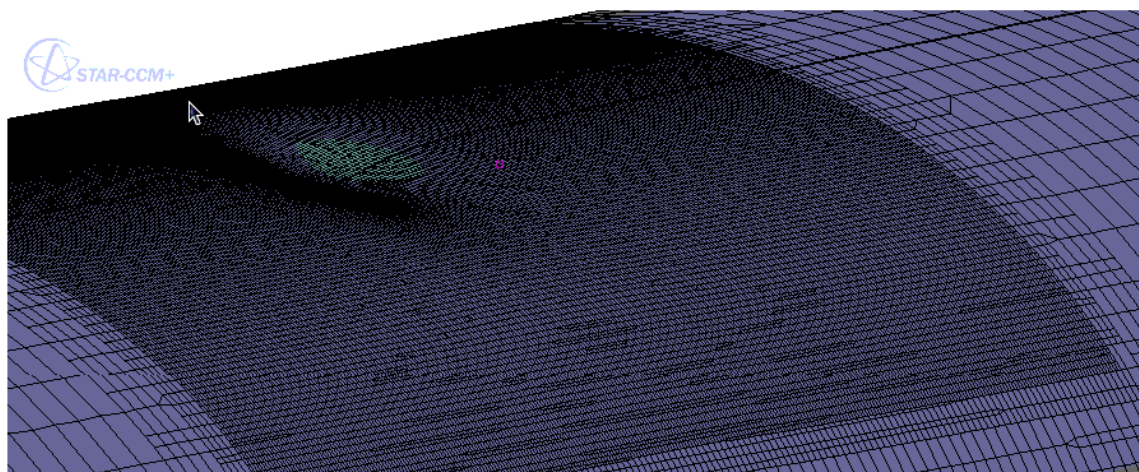


Figura 53 – Detalhe do refino de malha na região de indentação.

Tabela 2 – Condições de contorno da análise de escoamento.

Condições de Contorno	Valor
Diâmetro duto (D)	0.7 m
Área (A)	0.3848 m <sup>2</sup>
Escoamento de Massa	20000 kg/s
Densidade ( $\rho$ )	850 kg/m <sup>3</sup>
Velocidade (v)	61.14 m/s
Viscosidade Dinâmica ( $\mu$ )	0.1 Pa.s

#### 4.9.7 Modelo de calandragem

Para o modelo de calandragem utilizou-se o mesmo modelo do duto descrito anteriormente com a diferença de possuir um identador maior, que permitisse o dobramento do duto.

Na Figura 54 observa-se o modelo de calandragem. Gerou-se uma superfície de contato entre o duto e identador da mesma forma do processo citado anteriormente. Fixou-se a extremidade direita do duto em todas as direções, bem como face superior do identador. Aplicou-se um deslocamento de 300 mm na extremidade esquerda do duto, na direção vertical.

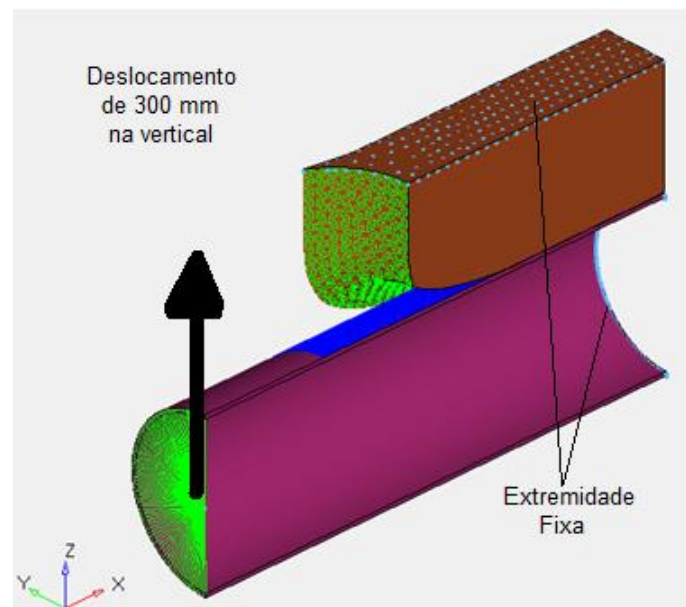


Figura 54 – Modelo de calandragem.

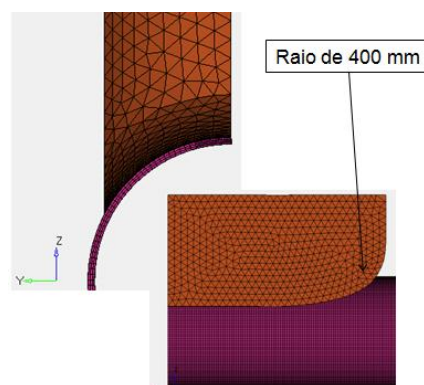


Figura 55 – Curvatura do Identador.



#### 4.9.8 Modelo de Corrosão

O modelo de corrosão foi modelado considerando o defeito retangular múltiplo, sendo formado por dois defeitos retangulares, Figura 56.

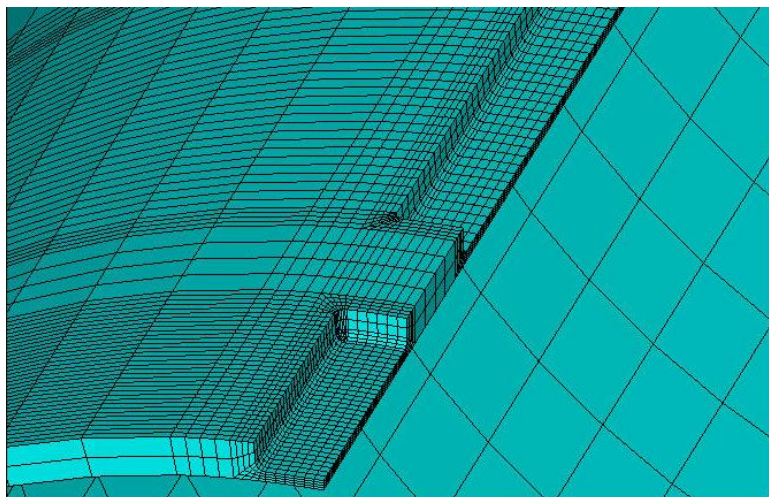


Figura 56 – Ilustração do defeito de corrosão retangular múltiplo.

Aplicou-se internamente ao duto uma pressão de 4 MPa para poder ser comparado aos resultados de amassamento também com pressão interna de 4MPa. Depois de se obter os resultados estipulou-se um caminho de pontos ao longo do defeito para ser comparado com a mesma região, mas do defeito causado pelo amassamento. Nas Figuras 57 e 58 observa-se o caminho e pontos estipulado.

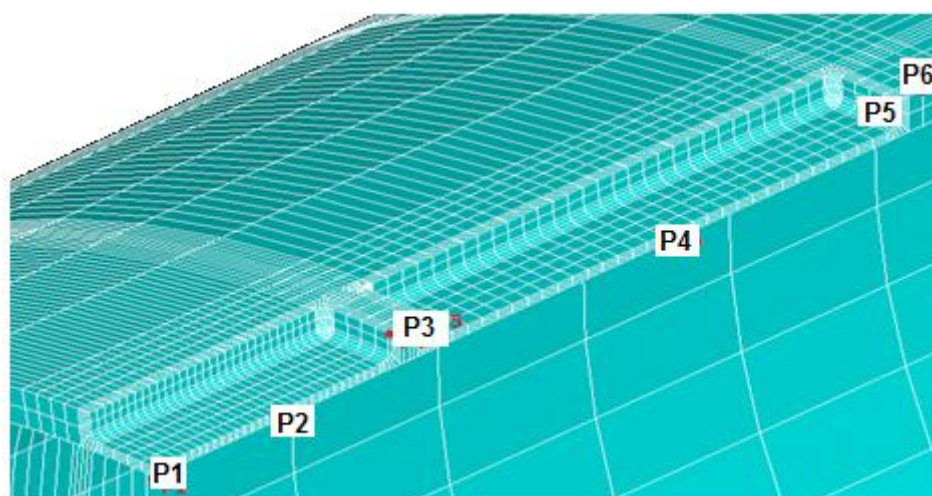


Figura 57 – caminho de pontos estipulados para o defeito de corrosão.

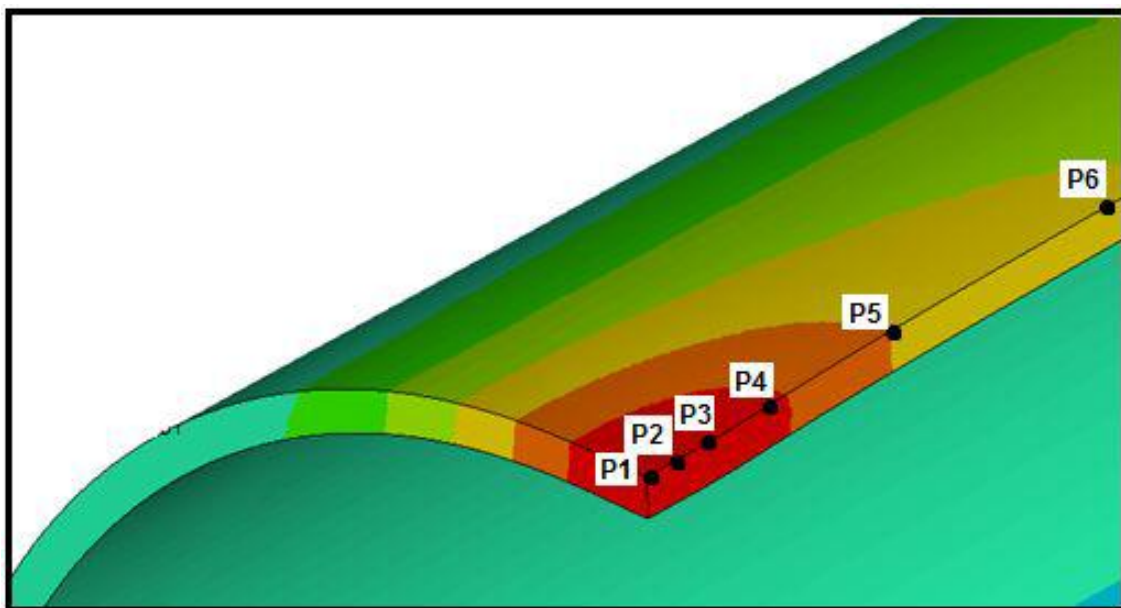


Figura 58 – Caminho de pontos estipulados para o defeito de amassamento.

#### 4.10 TESTES DE CONVERGÊNCIA

Para a obtenção do melhor modelo de elementos finitos no que diz respeito aos elementos, fez-se alguns teste com o intuito de obter-se a melhor convergência.

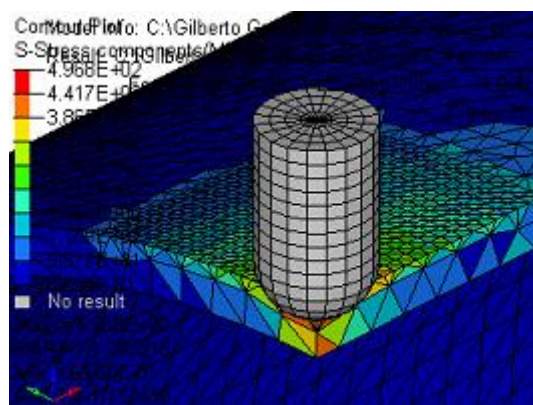
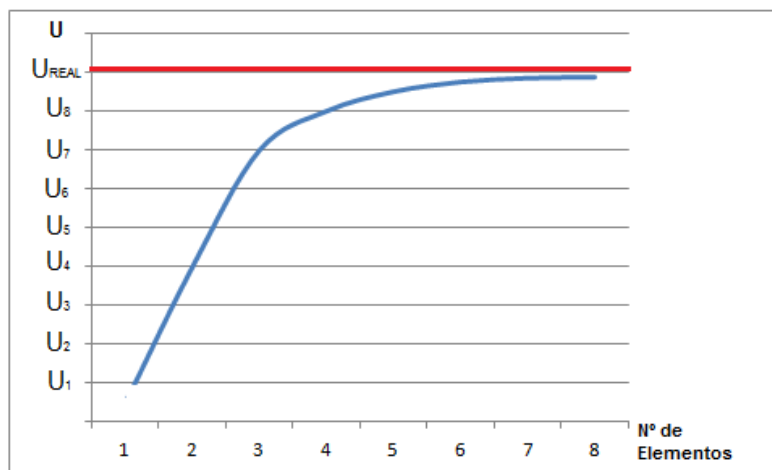


Figura 59 - Modelo com elementos tetraédricos

A primeira etapa foi modelar o duto com elementos tetraédricos com duas camadas de elementos na espessura da parede, como pode-se observar na Figura 59, retirada do software Hypermesh. O número de nós é de fundamental influência no resultado, pois está ligado diretamente à rigidez, e

então, ligado ao resultado. Quanto maior o número de elementos, maior e também mais próximo do real será a energia de deformação (U).

Gráfico 2 - Energia de deformação x Número de elementos.



Uma segunda etapa de modelagem foi realizada considerando elementos hexaédricos de segunda ordem com o intuito de melhorar a convergência e também aumentar o número de elementos para se obter um melhor refino, Figura 60.

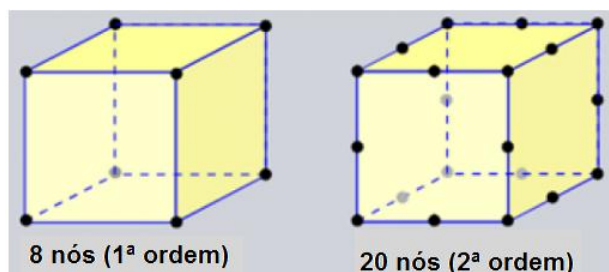


Figura 60 - Elemento hexaédricos utilizados no segundo teste de convergência.

Na Figura 61 está ilustrado o modelo de elementos finitos com elementos hexaédricos em segunda ordem com 3 elementos na espessura do duto.

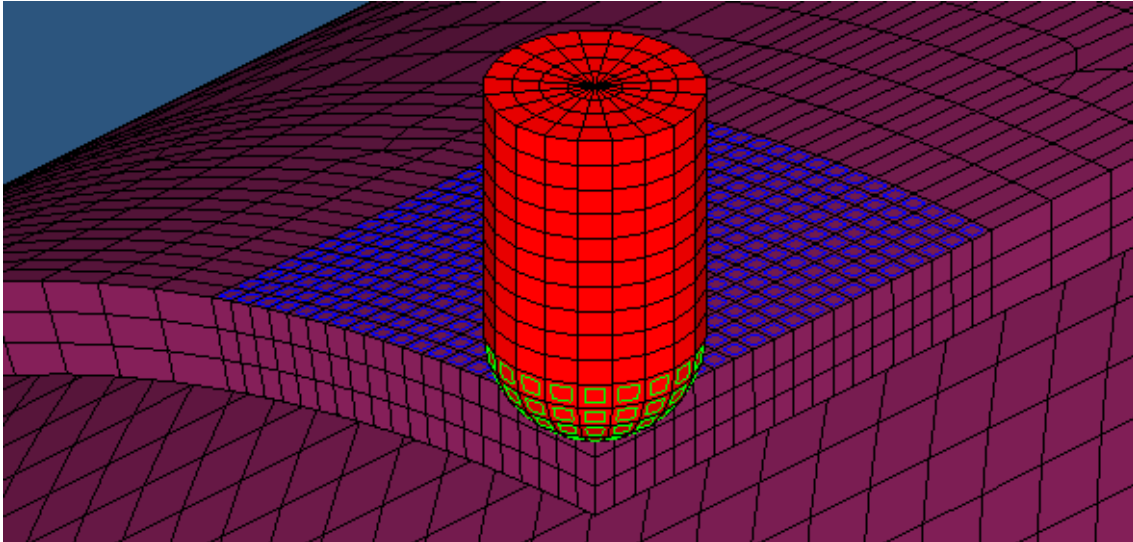


Figura 61 – Modelo do duto com elementos hexaédricos com três elementos na espessura.

Observou-se que dos elementos tetraédricos para o modelo com elementos hexaédricos houve uma diferença de tensão superior a 10%, que serão mostradas na seção seguinte, mostrando que ainda o modelo poderia ser melhorado para se obter uma melhor convergência.

Fixando-se o tamanho de 5 mm, mesmo utilizado por Kim *et al.* (2011), partiu-se para uma última etapa, aumentou-se mais um elemento na espessura do duto para procura-ser a melhor convergência de resultados possível.

Na Figura 62 está ilustrado o modelo com quatro elementos na espessura do duto.

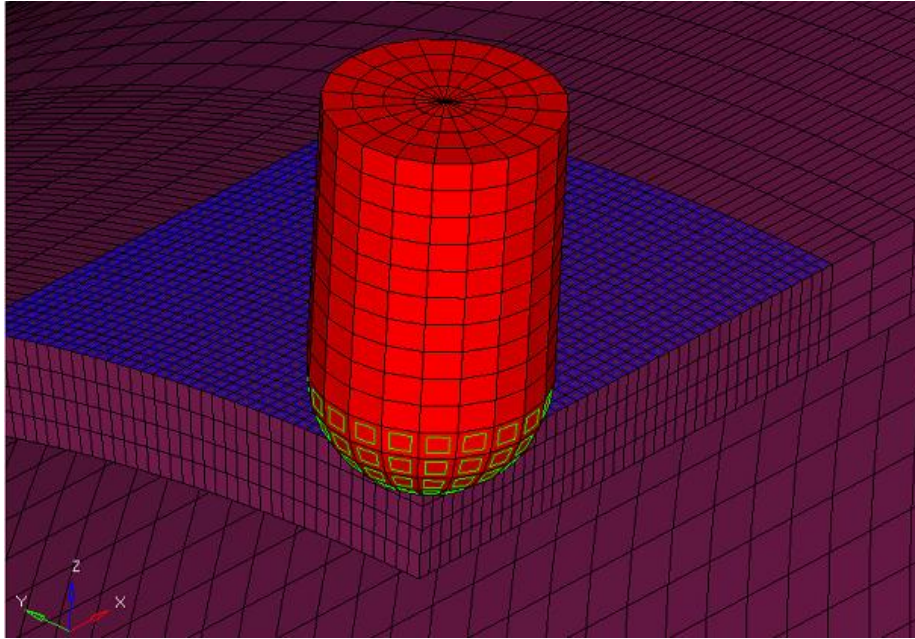


Figura 62 – Modelo de elementos hexaédricos com quatro elementos na espessura.

A partir deste modelo, obteve-se uma tensão com margem de erro inferior a 5% ao comparar-se com o modelo anterior. Com isso chegou-se no modelo de melhor convergência para a análise da interação entre o identador e o duto.

#### 4.10.1 Resultados dos testes de convergência

Foram realizados sete testes até se obter uma boa correlação de resultados:

- Modelo de duto com elementos tetraédricos;
- Modelo de elementos hexaédricos com três camadas na espessura;
- Modelo de elementos hexaédricos com quatro camadas na espessura;
- Modelo com elementos hexaédricos com plastificação artificial embutida;
- Acomodação dos elementos da extremidade do identador;
- Modelo de barra com elementos hexaédricos;
- Modelo de barra com elementos hexaédricos e critério de falha embutido.

#### 4.10.2 Modelo com elementos Tetraédricos

Como apresentado anteriormente, o primeiro teste de convergência realizado foi com um modelo gerado a partir de elementos tetraédricos de segunda ordem. O duto foi pressurizado com 10 MPa internamente e aplicado ao identador uma força de 30 kN. A seguir estão ilustrados alguns resultados encontrados para esta situação.

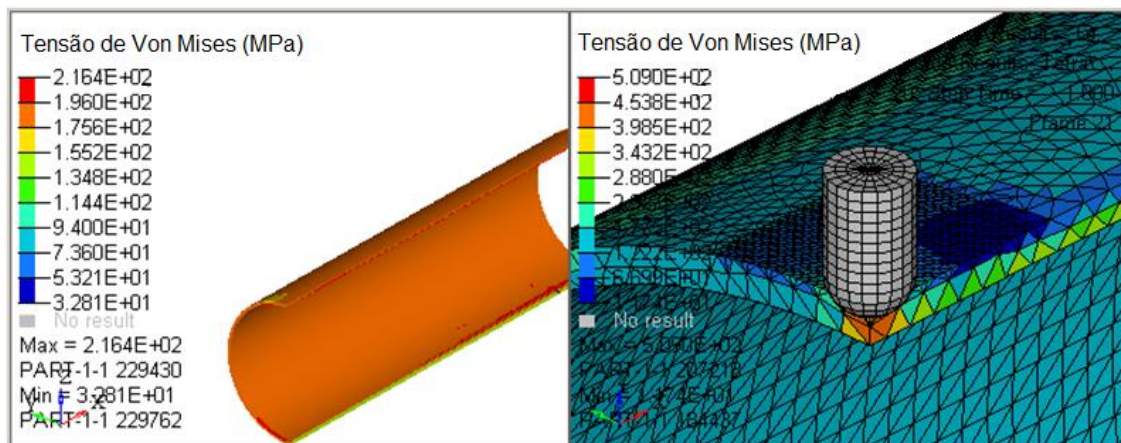


Figura 63 – a) Ação da pressão interna, b) Duto pressurizado e identado.

Nota-se na Figura 63 a má distribuição de tensão nos elementos do duto, bem como a falta de refino na espessura do duto. A tensão encontrada foi de 216.4 MPa para Figura 63a 509 MPa para a Figura 63b. Nesta etapa notou-se um problema da distância entre o identador e o duto, quando aplica-se a pressão interna, o identador acaba influenciando no resultado do duto mesmo não tendo força para seu deslocamento. Com estes resultados partiu-se para uma etapa seguinte, na qual desenvolveu-se uma malha com elementos hexagonais e maior refino.

#### 4.10.3 Modelo com elementos Hexaédricos com Três Camadas na Espessura

O modelo com elementos hexaédrico trouxe resultados mais coerentes no que diz respeito à distribuição de tensão e também ao comportamento do modelo. A seguir estão apresentados os resultados para o modelo de elementos hexaédricos com três camadas na espessura.

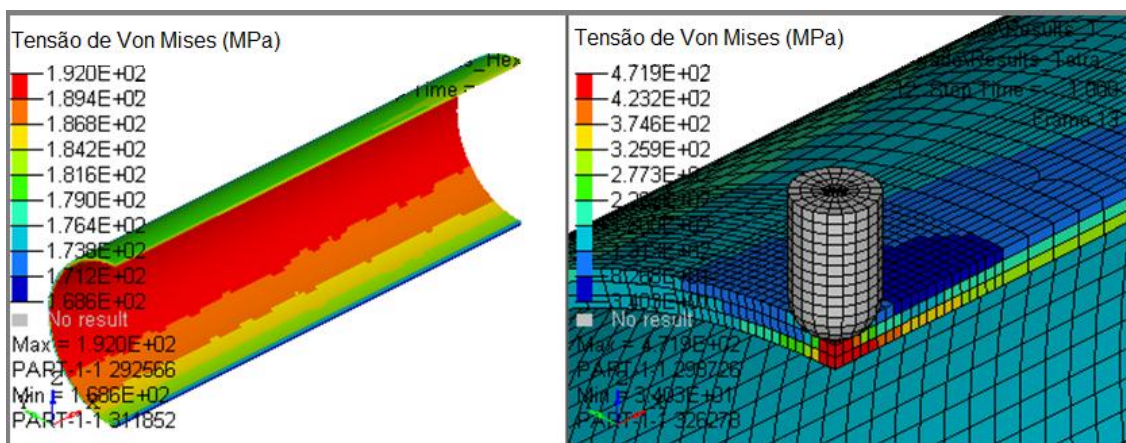


Figura 64 – a) Ação da pressão interna, b) Duto pressurizado e indentado.

Com este resultado, na Figura 64a foi encontrado 192 MPa e na Figura 64b encontrou-se 471.9 MPa, observou-se que se poderia atingir ainda uma melhor convergência acrescentando mais um elemento na espessura do duto. Desenvolveu-se então uma região de transição melhor trabalhada e também uma melhora na região de contato entre duto e indentador. Cabe ressaltar que até o momento o indentador continuou com a mesma malha tanto para o primeiro modelo como para o segundo.

#### 4.10.4 Modelo de elementos Hexaédricos com quatro camadas na espessura

Nas Figuras 65, 66 e 67 estão ilustradas algumas imagens referentes ao modelo com quatro camadas de elementos na espessura do duto. Com isso chegou-se na melhor disposição de elementos e a melhor convergência encontrada.

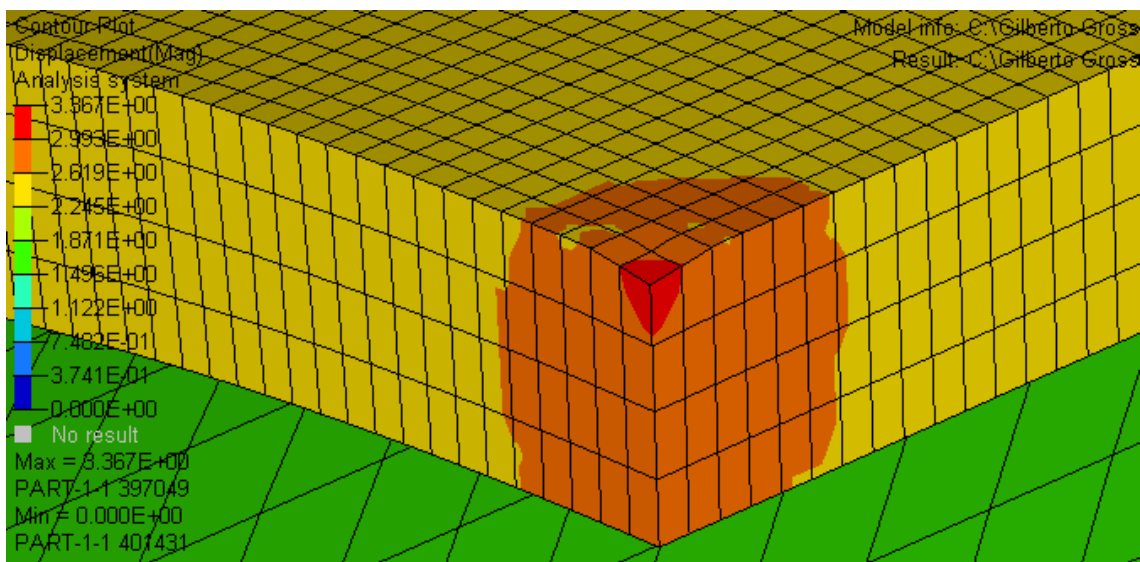


Figura 65 – Deslocamento da extremidade do duto quando identada.

Nota-se na Figura 65, que o deslocamento da extremidade do duto estão de acordo com a região de indentação, o deslocamento encontrado foi de 3.3 mm para uma força de indentação de 30 kN. O diâmetro do identador utilizado inicialmente foi de 120 mm.

Na Figura 66 pode-se perceber uma particularidade quando a escala de deformação é aumentada, nota-se o aparecimento de uma deformação grande apenas nos elementos da extremidade do duto.

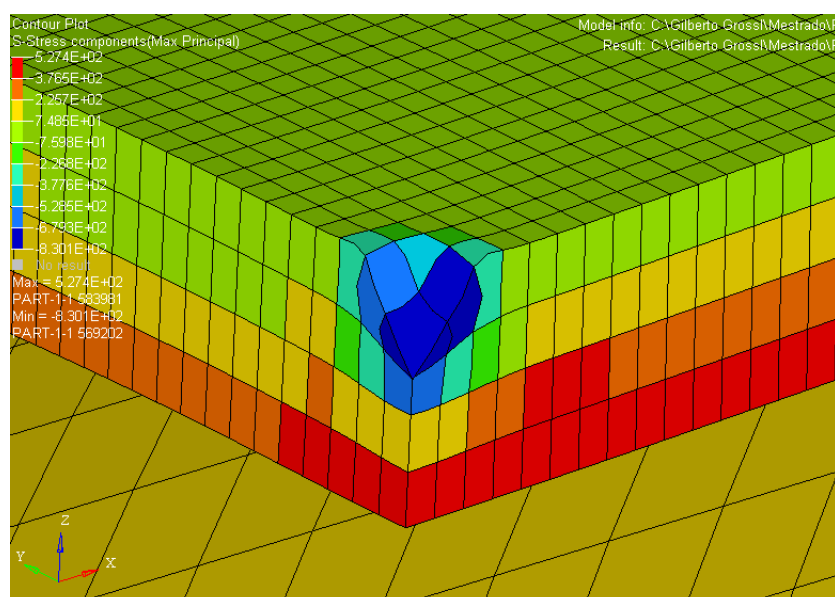


Figura 66 – Distribuição de tensão na extremidade do duto.



A tensão encontrada foi de 501 MPa, superior a tensão de escoamento do material, ou seja, esta tensão é de plastificação. Observando o modelo, concluiu-se que havia uma particularidade no identador, podendo ser vista na Figura 67, a qual causou a deformação anormal.

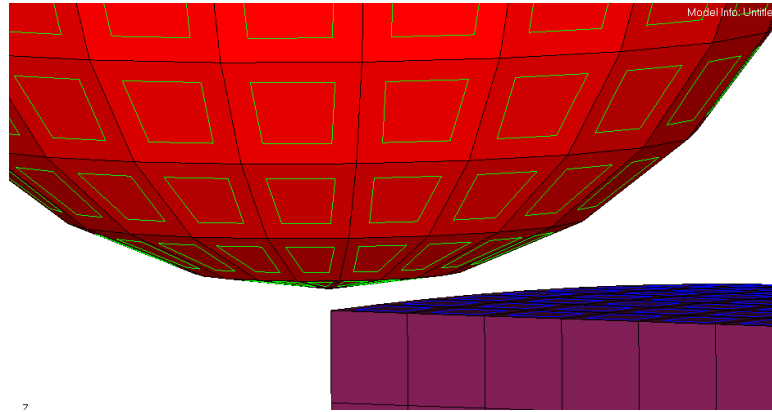


Figura 67 – Detalhe da extremidade do Identador (detalhe).

O problema do modelo que causou a deformação fora do comum foi a ponta do identador, a qual atingia o duto antes do resto da superfície de contato. O problema foi resolvido planificando-se a região onde existia a cunha.

#### **4.10.5 Modelo de Elementos Hexaédrico com Plastificação artificial embutida**

Considerando que os resultados até então não estavam ilustrando fielmente o que acontecia na região da massa, desenvolveu-se um duto já plastificado, ou seja, com uma massa já introduzida no modelo, sendo modelada com geometria aleatória na extremidade do duto. Buscou-se compreender com este modelo, qual seria uma possível distribuição de tensão na região. No entanto, esse processo não ilustraria eventuais tensões residuais provindas de uma ação anterior, por exemplo o contato com o identador.

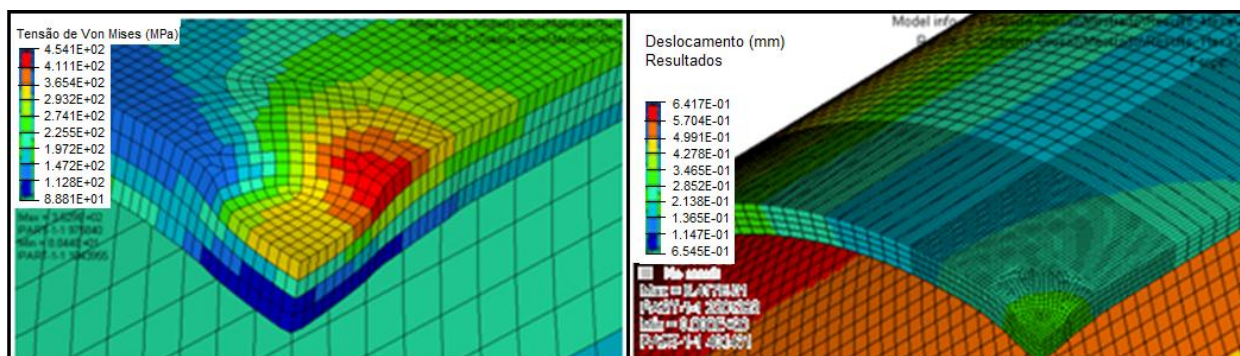


Figura 68 – a) Distribuição de tensão e b) deslocamento para o modelo com moosa inclusa.

#### 4.10.6 Acomodação dos elementos da extremidade do identador

Nesta etapa corrigiu-se a ponta existente no identador com diâmetro de 120 mm, deslocou-se na direção vertical o nó da extremidade para que a superfície inferior ficasse planificada. Assim novamente aplicou-se a carga e 30 kN. A pressão interna foi considerada de 10 MPa aplicados em dois casos de carga separados. Primeiramente aplicou-se a pressão interna sem a ação do identador e em seguida aplicou-se a força de 30 kN. Na Figura 69 pode-se observar os resultados encontrados para esta análise.

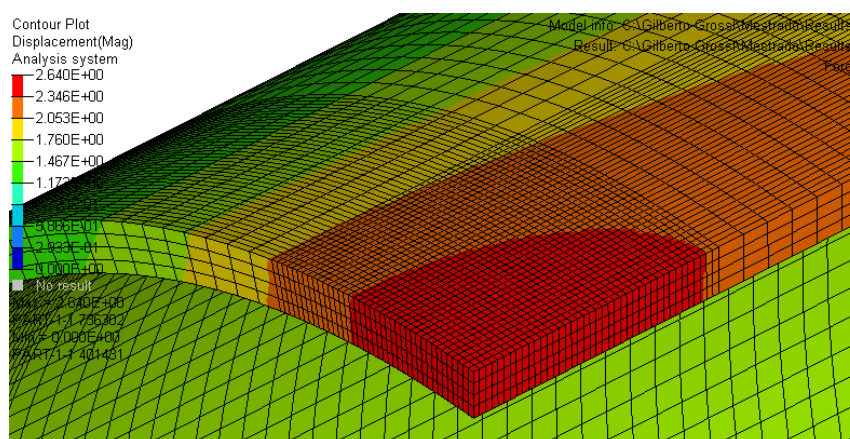


Figura 69 – Deslocamento (mm) na extremidade do duto pressurizado.

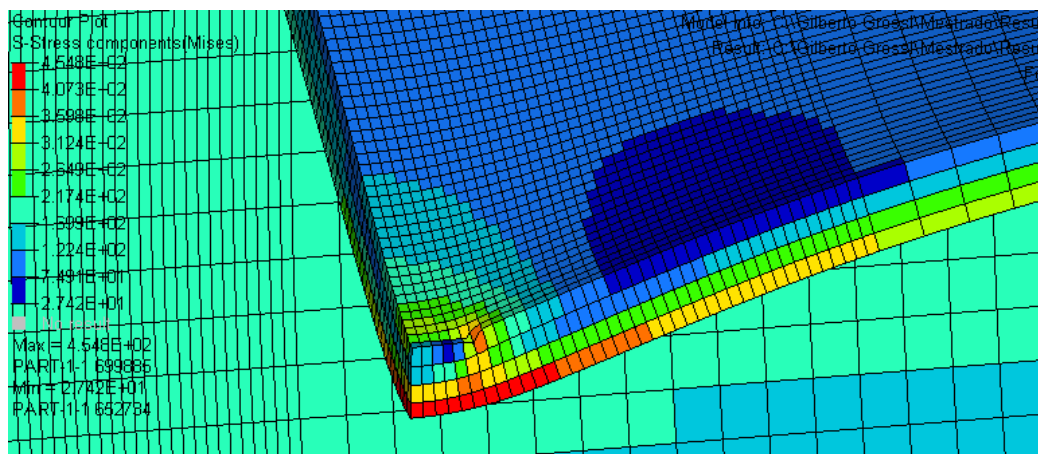


Figura 70 – Tensão de 454.8 MPa na extremidade do duto (deformação aumentada em 100 vezes)

Com esta etapa percebeu-se que o modelo já estava se comportando melhor com a ponta do identador planificada, o deslocamento mostrado na Figura 56 já está coerente com a região de contato entre identador e duto, e a uma magnitude 2.6 mm. No entanto, observando-se a Figura 70, com uma deformação de superfície aumentada em 100 vezes, observou-se novamente uma anormalidade, a alguns elementos da borda, houve uma deformação, na região onde o contato entre identador e duto termina, fazendo-se uma consideração da distribuição total do duto, há coerência, no entanto nesta região específica, o contato deve ser melhorado. Este problema é causado principalmente pelo refino, os elementos do identador estão muito maiores do que do duto, causando assim problemas no contato, aonde os nós do identador pressionam os elementos do duto.

Considerando ainda os resultados encontrados com este último modelo (quinto teste), observou-se uma particularidade no que diz respeito as propriedades utilizadas criação do modelo, mesmo atingindo a tensão de plastificação, após tirar-se os carregamentos, o duto voltava para sua condição original sem sofrer tensão ou deslocamento, o que mostraria o aparecimento de uma moosa. Essa consideração levou à nova etapa, para entendimento do dp funcionamento do modelo. Criou-se um modelo de barra, com elementos sólidos hexaédricos de segunda ordem e aplicou-se um carregamento na extremidade para se atingir a uma tensão de plastificação.

#### 4.10.7 Modelo de Barra com elementos Hexaédricos

O objetivo deste teste foi compreender o funcionamento do modelo observando o comportamento do material. Utilizou-se para a criação deste modelo os mesmos parâmetros utilizados na modelagem do duto. O material também foi o mesmo, API 5L-X65, introduzido no programa através do diagrama de tensão x deformação. No Gráfico 3 pode-se observar o diagrama de carregamento em rampa aplicado à barra. A barra foi axialmente engastada e tracionada com uma força de 6000 kN, força necessária para se atingir uma tensão de plastificação.

Gráfico 3 – Aplicação dos casos de carga.

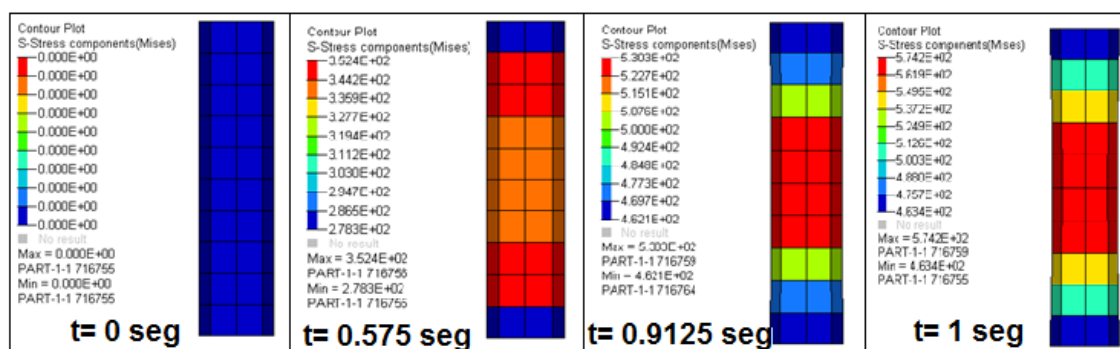
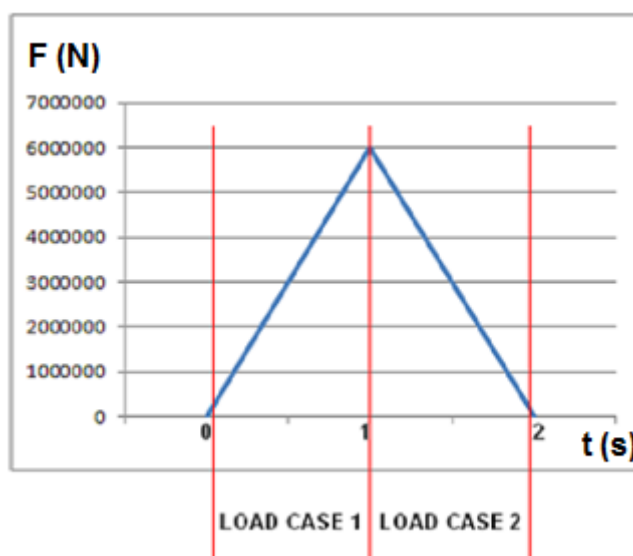


Figura 71 – Distribuição de tensão na barra axialmente tracionada (tempo a tempo)

Com estes resultados de tensão observou-se que no momento que atingiu-se a tensão de escoamento do material (448 MPa), no tempo de 0.91 segundos, começou o aparecimento do pescoço na peça, no entanto, no tempo de 1 segundo a peça continuou aumentando a deformação mas também continuou aumentando a tensão, ou seja neste momento o modelo não estava levando em consideração o diagrama do material ou não estava levando em consideração nenhum critério de plastificação.

#### 4.10.8 Modelo de barra com elementos hexaédricos e critério de falha embutido

Considerando o mesmo carregamento anteriormente descrito, determinou-se uma curva do material na forma de tensão x deformação.

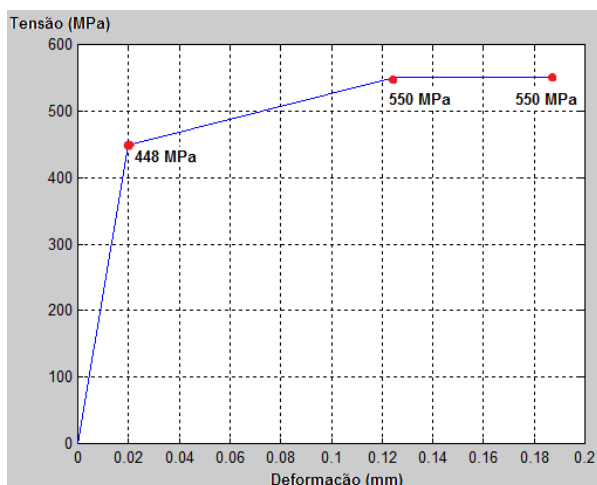


Figura 72 – Diagrama Tensão x deformação.

Introduziu-se no modelo de barra um critério de falha, neste caso Von Mises. Ao se observar o resultado obtido, observou-se que a tensão Máxima principal continuou subindo na medida que aplica-se a carga, o diagrama de tensão x deformação do material especificado não foi levada em consideração. Ao se observar a tensão de Von Mises, notou-se que no momento seguinte em que a barra atingiu a tensão de escoamento (0.575 seg), ocorreu o aparecimento do pescoço e quando a barra atingiu a tensão de ruptura (550 MPa) a tensão estagnou.

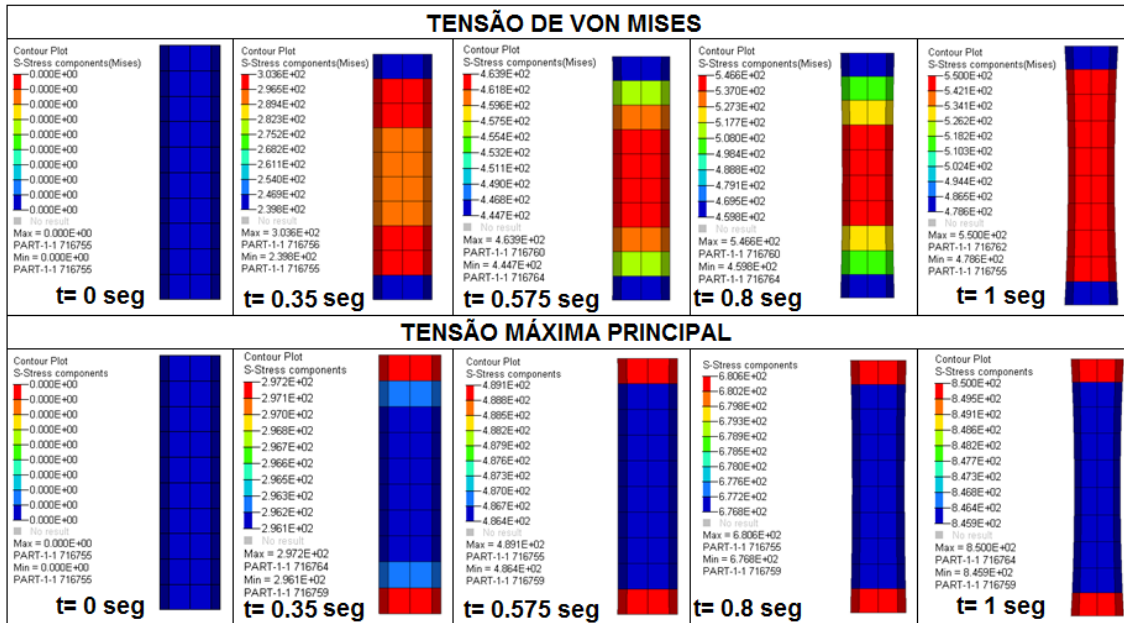


Figura 73 – Tensão de Von Mises e Tensão Máxima Principal para o teste da barra.

## 5 RESULTADOS

### 5.1 RESULTADOS ENCONTRADOS DUTO AMASSADO

Após uma série de testes chegou-se a um modelo de duto ideal para representar o amassamento através do contato entre um identador e a geometria de  $\frac{1}{4}$  de duto. O identador foi posicionado na extremidade superior à uma distância infinitesimal do duto. Com isso serão apresentados a seguir os resultados encontrados.

#### 5.1.1 Identador com 40 mm de diâmetro

Com o identador posicionado, aplicou-se uma carregamento de 60 kN a ponto de se obter a deformação plástica da superfície do duto. Em virtude disso e sendo o diâmetro do identador pequeno, quando comparado com o diâmetro nominal do duto, ocorreu uma concentração de tensões alta partindo de uma deformação localizada, Figura 74.

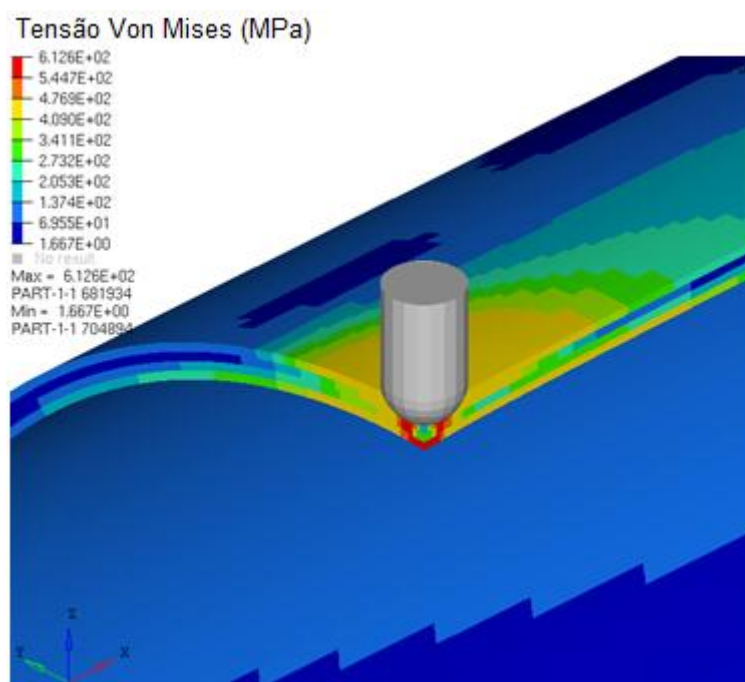


Figura 74 – Tensão de Von Mises para um identador de 40 mm de diâmetro.

O critério de falha de Von Mises foi adotado para esta análise e pode-se observar que a tensão na região do contato do identador está acima da tensão

de escoamento do material do duto (448 MPa), ou seja no último estágio de aplicação da força, o duto já está plastificado.

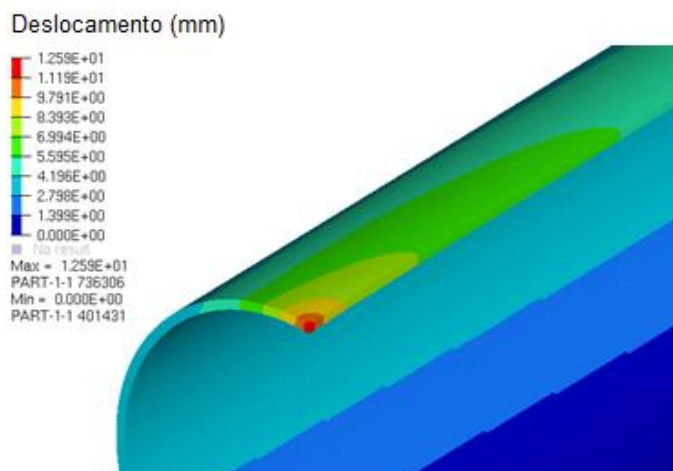


Figura 75 – Deslocamento máximo na ponta do duto causada pela ação do indentador.

O deslocamento máximo encontrado com a força de 60 kN foi de 12.6 mm. Deve-se ressaltar que este valor é apenas para o duto não pressurizado. Considerando a deformação máxima encontrada, partiu-se então para o a pressurização do duto.

A Figura 76 ilustra o duto pressurizado à uma pressão contínua de 10 MPa em todo interior.

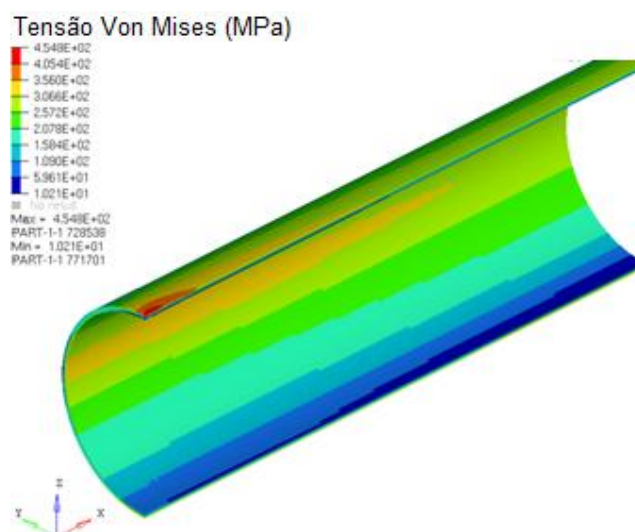


Figura 76 – Duto deformado e pressurizado.



A Figura 77 mais detalhada pode-se perceber uma tensão de 454 MPa, estando ligeiramente acima da tensão de escoamento do material do duto, constata-se que o duto irá sofrer novamente uma deformação plástica na região do amassamento.

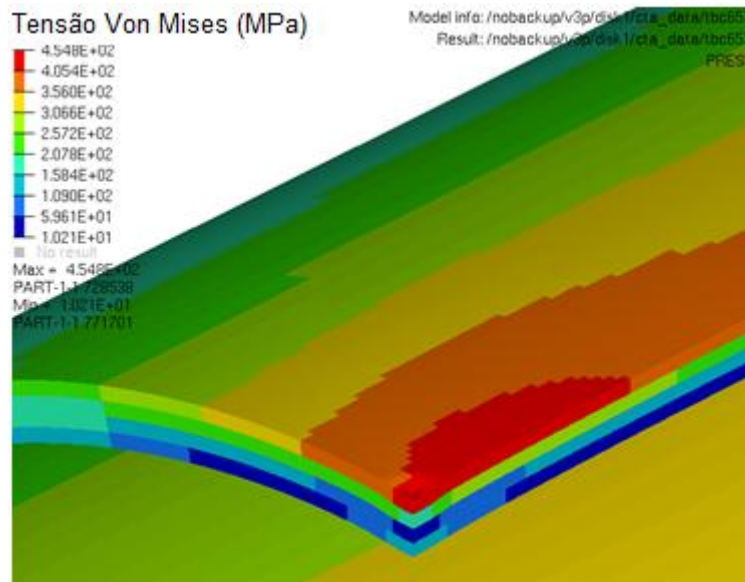


Figura 77 – Distribuição de tensão no duto pressurizado (detalhe).

### 5.1.2 Identador com 80 mm de diâmetro

Na Figura 78 estão ilustradas as tensões encontradas para o modelo com identador de 80 mm de diâmetro.

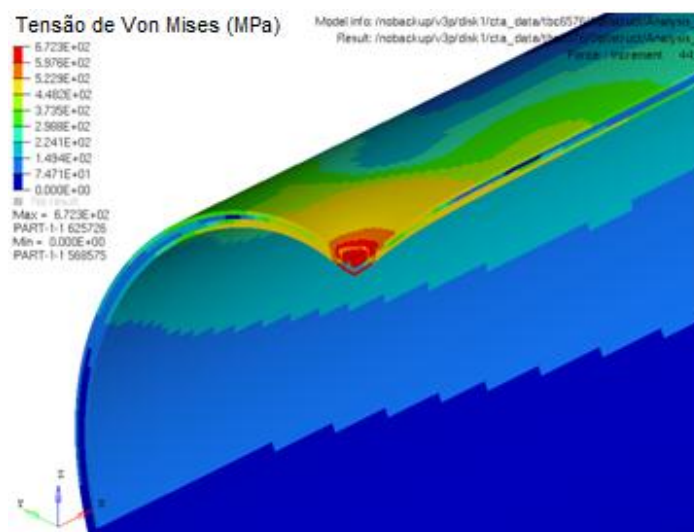


Figura 78 – Distribuição de tensões para um indentador de 80 mm de diâmetro.

Ao se observar a tensão encontrada, nota-se que há uma distribuição muito maior da tensão e uma deformação do duto homogênea. Considerando esta deformação pressurizou-se o duto para analisar as tensões na região plastificada.

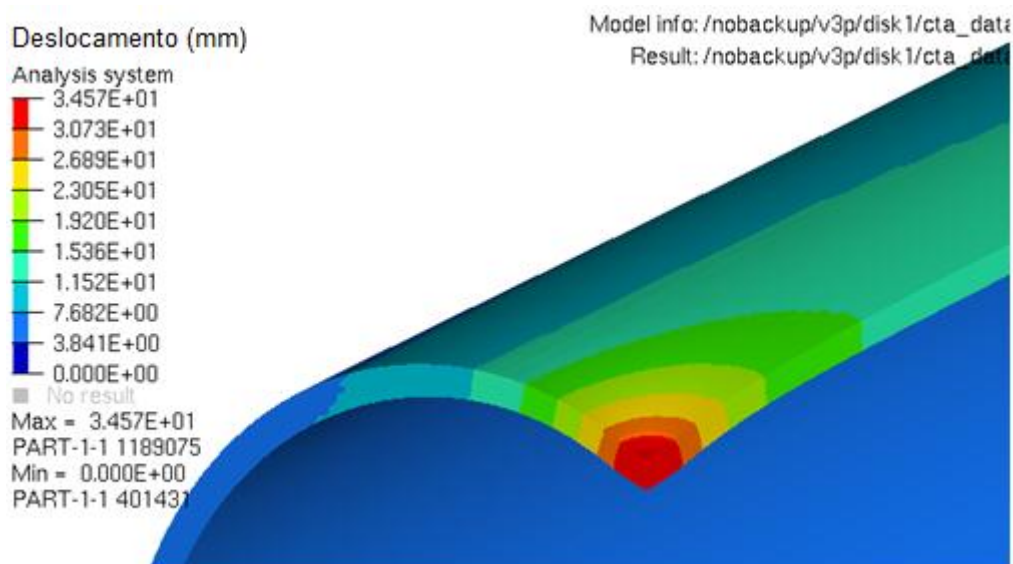


Figura 79 – Deslocamento máximo na extremidade do duto.

Nota-se que aqui a deformação de 34.6 mm sendo a direção Z (vertical, direção de aplicação do identador) de deslocamento máximo devido ao deslocamento do identador.

A pressurização do duto amassado pelo identador de 80 mm de diâmetro mostra uma tensão superior à tensão de escoamento do material especificado para o duto, a distribuição de tensão se dá a partir da extremidade onde a deformação é maior e vai se distribuindo ao longo do duto.

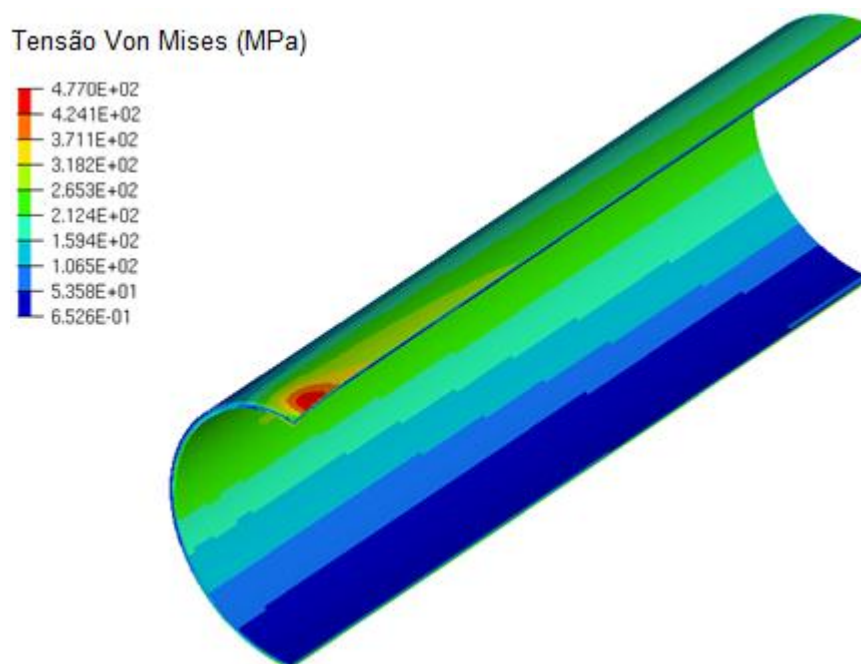


Figura 80 – Duto pressurizado.

### 5.1.3 Identador com 120 mm de diâmetro

A principal observação a ser feita neste caso é o aumento de força para cada aumento de diâmetro do identador. Para este caso a força utilizada foi 120 kN.

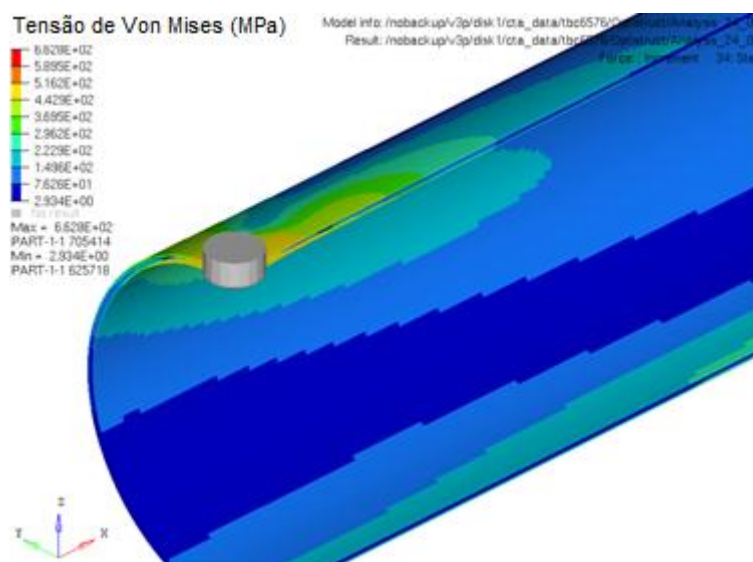


Figura 81 – Identador de 120 mm no detalhe.

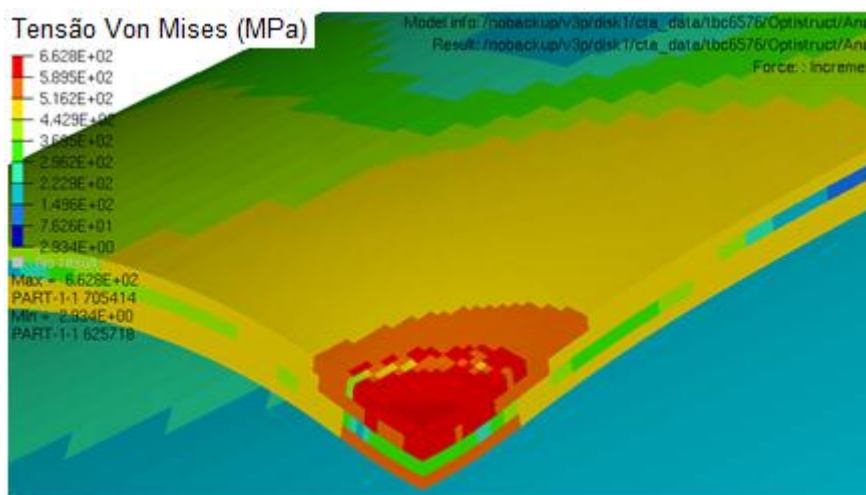


Figura 82 – Detalhe de tensões na região deformada pelo identador.

Na Figura 83 pode-se observar a deformação máxima encontrada na região deformada, este deslocamento se assemelha ao encontrado para o identador de 80 mm.

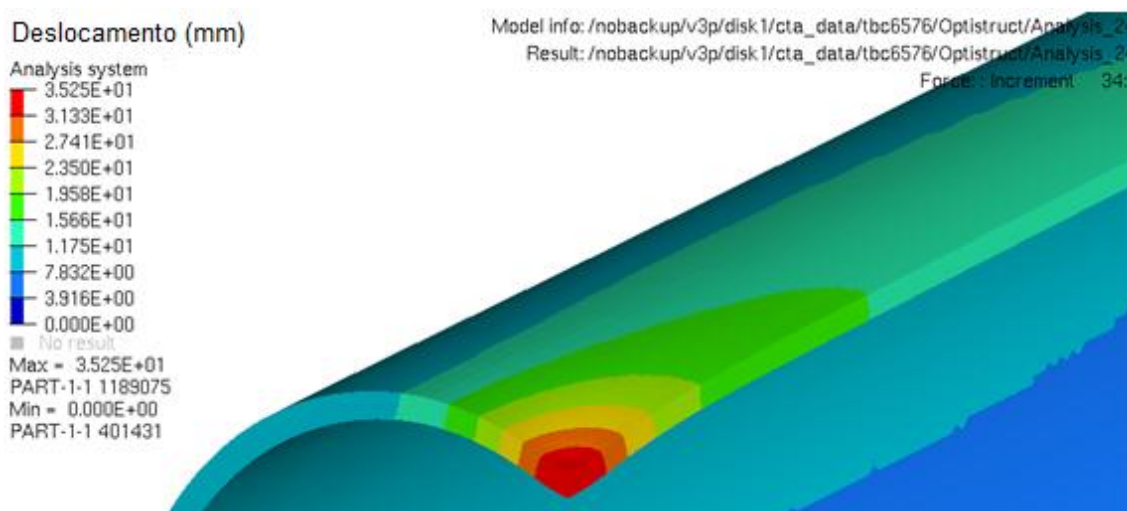


Figura 83 – Deformação na extremidade do duto causada pelo identador de 120 mm de diâmetro.

O passo seguinte foi a pressurização interna do duto com 10 MPa. Nota-se, na Figura 84, que a tensão ficou ligeiramente acima da tensão de escoamento do material, se a pressão interna fosse aumentada a tensão iria subir também.

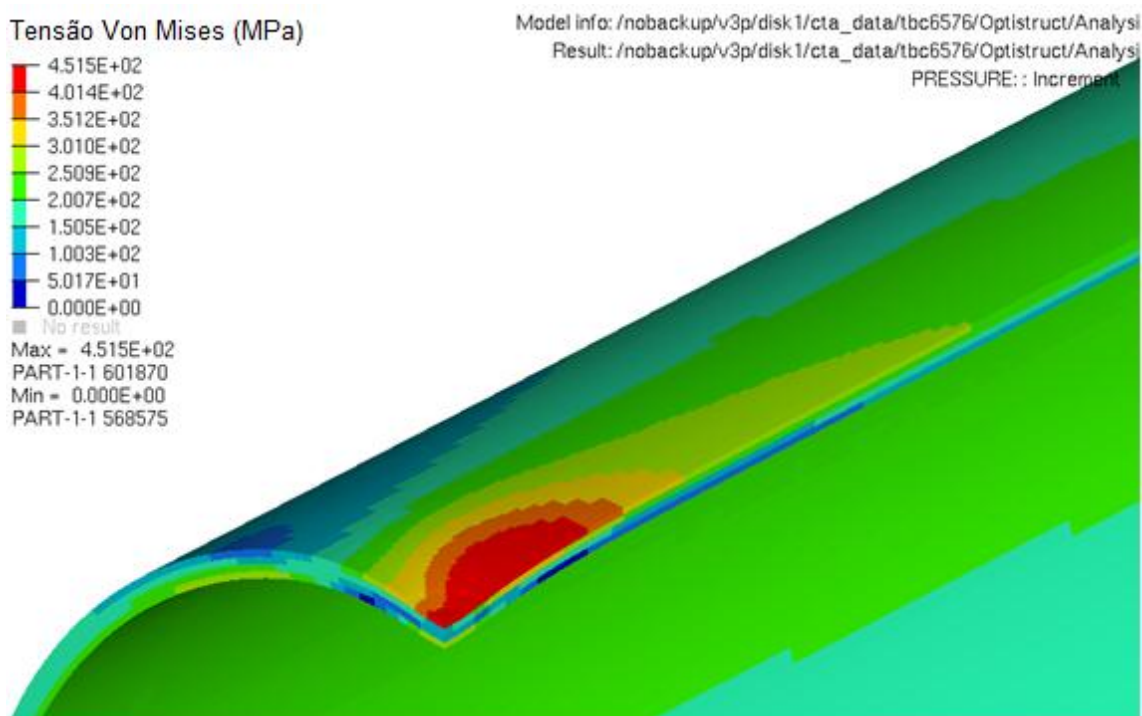


Figura 84 – Distribuição de tensões no duto pressurizado.

#### 5.1.4 Identador com 160 mm de diâmetro

O identador de 160 mm de diâmetro mostra uma deformação mais distribuída ao longo do duto. Na Figura 85 pode ser observada a distribuição de tensões no duto.

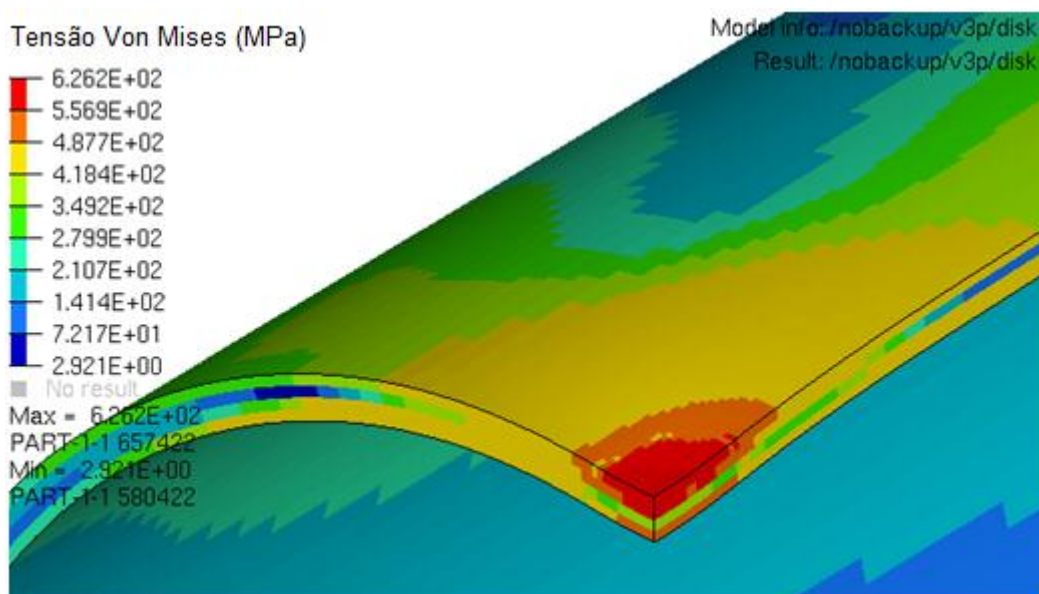


Figura 85 – Distribuição de tensões para o identador de 160 mm.

A deformação máxima equivalente encontrada para a força de 120 kN foi de 29 mm, conforme Figura 86.

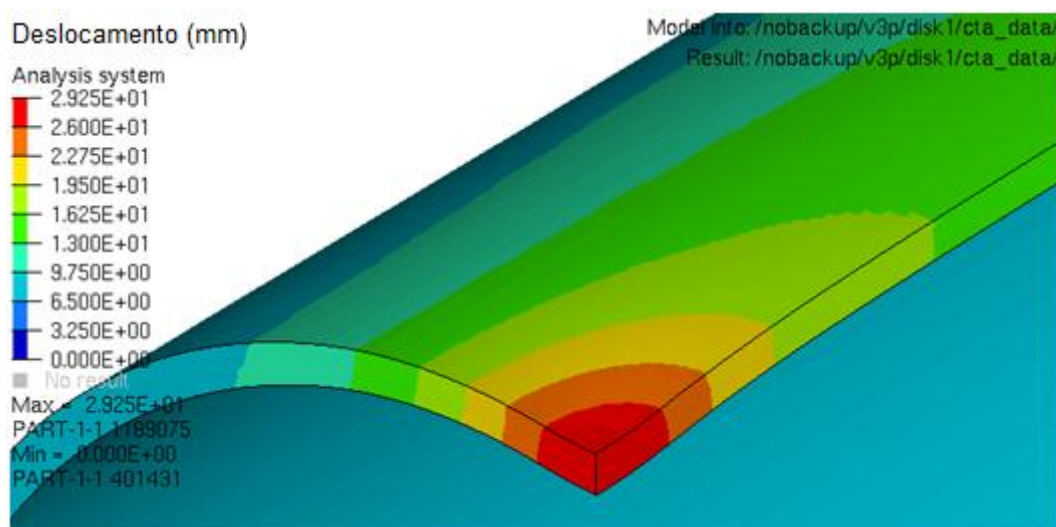


Figura 86 – Deformação máxima.

A pressurização do duto se deu novamente com 10 MPa aplicada nos elementos internos do duto, mais precisamente em toda a camada interna de elementos hexaédricos. Resultados de pressurização interna apresentados na Figura 87.

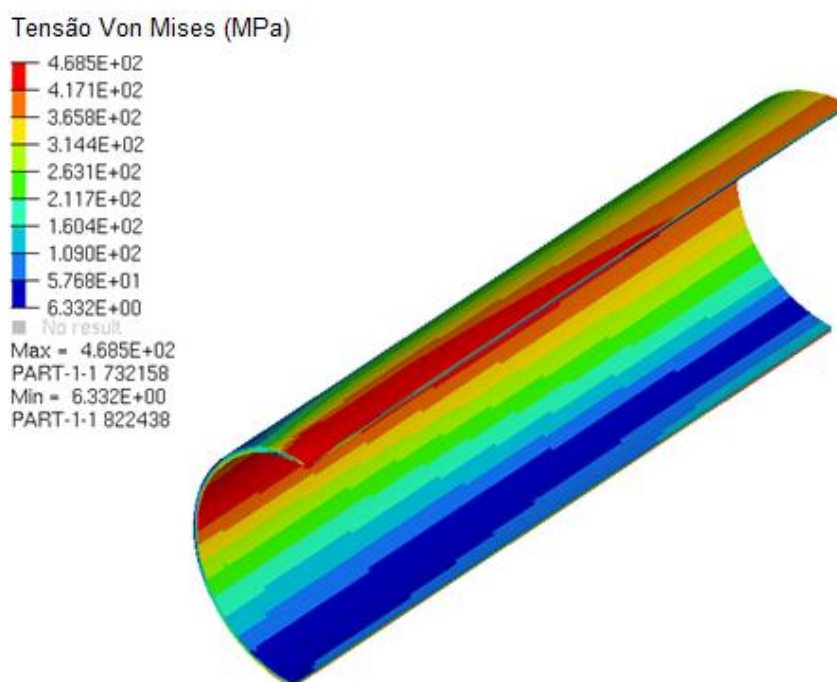


Figura 87 – Tensão de Von Mises para o duto internamente pressurizado.

Nota-se que a distribuição de tensão parte da extremidade de maior deformação e continua ao longo do duto. Isso se dá pela maior deformação nas direções transversal e longitudinal.

### 5.1.5 Identador com 320 mm de diâmetro

Os resultados para o diâmetro de 320 mm estão apresentados nas Figuras 88, 89 e 90. A tensão de Von Mises leva em consideração o critério de falha e não pode ultrapassar a tensão de ruptura do material do duto.

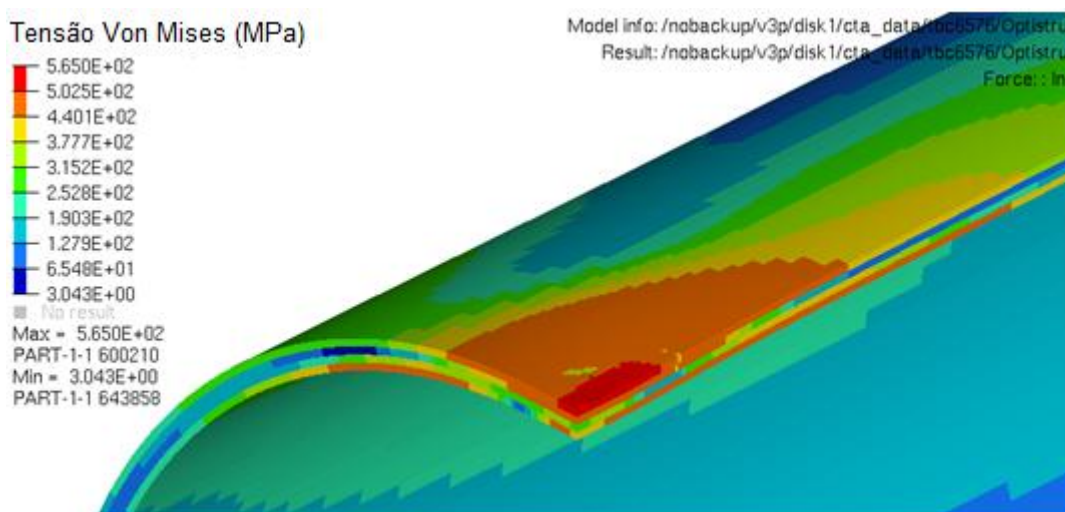


Figura 88 – Tensão de Von Mises para o identador de 320 mm.

Nota-se que a tensão para a força de 120 kN gerou uma deformação menor do que as observadas para os outros identadores de dimensões menores, isso ocorre porque a região de contato entre o duto e identador aumenta distribuindo assim melhor as tensões.

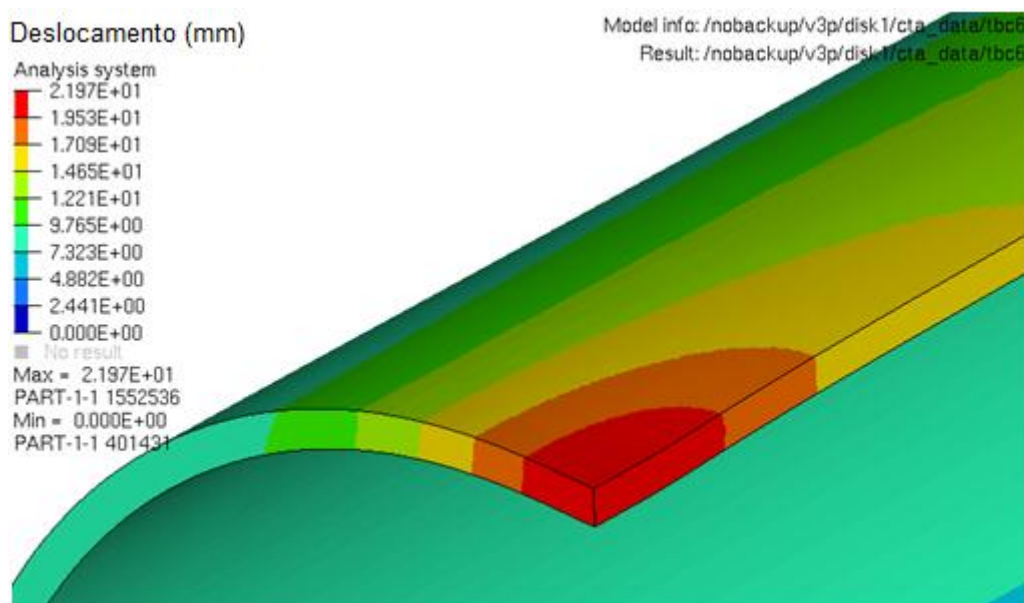


Figura 89 – Deslocamento máximo na extremidade do duto.

A pressurização do duto mostra uma tensão ligeiramente acima da tensão de escoamento do material partindo novamente da extremidade de maior deformação para a menor.

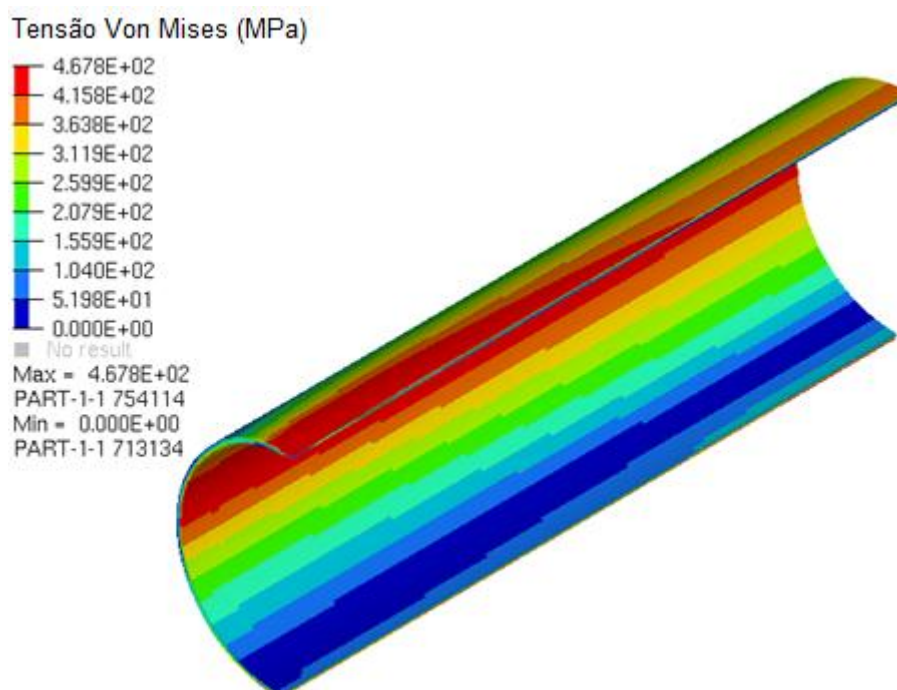


Figura 90 – Distribuição de tensão no duto internamente pressurizado.



### 5.1.6 Duto Íntegro Internamente Pressurizado Sem Identador

O duto íntegro internamente pressurizado a 10 MPa traz um resultado importante para a comparação dos dutos identados e pressurizados. Este resultado pode ser visto na Figura 91.

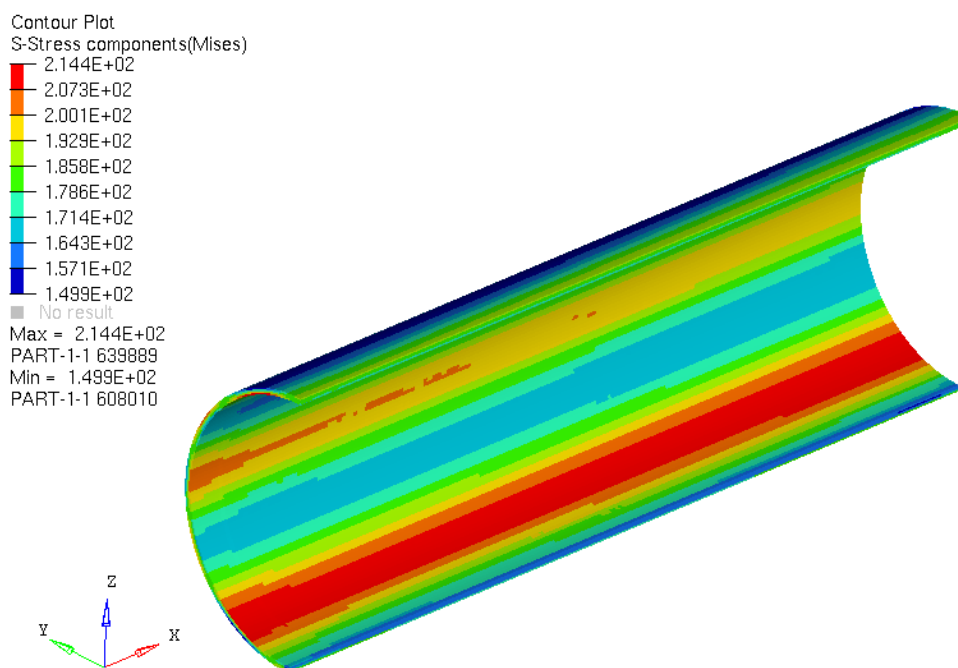


Figura 91 – Distribuição de tensão para o duto internamente pressurizado.

A tensão máxima de Von Mises encontrada foi de 214 MPa, ficando abaixo da tensão de escoamento do duto e distribuída homogeneamente na direção longitudinal.

A Tabela 3 ilustra os resultados gerais de tensão encontrados para o duto depois da identação, mas antes da pressurização.

Tabela 3 – Resultados gerais de tensão antes da pressurização.

Identador	Tensão Von Mises	Deslocamento
40 mm	612 MPa	12.6 mm
80 mm	672 MPa	34.6 mm
120 mm	662 MPa	35.3 mm
160 mm	626 MPa	29.3 mm
320 mm	565 MPa	21.3 mm

Na Tabela 4 estão ilustrados os resultados de tensão depois da pressurização. Cabe ressaltar aqui que como a pressão interna de 4 MPa atingiu o escoamento do duto, não testou-se as outras duas pressões, 8 MPa e 16 MPa.

Tabela 4 – Resultados de tensão depois da pressurização interna.

Identador	Tensão de Von Mises Após Pressurização	
	Duto deformado	Duto Íntegro
40 mm	455 MPa	214 MPa
80 mm	477 MPa	214 MPa
120 mm	451 MPa	214 MPa
160 mm	468 MPa	214 MPa
320 mm	468 MPa	214 MPa

### 5.1.7 Calandragem

A seguir apresentam-se as análises feitas considerando uma situação de calandragem. Os resultados de calandragem não conseguiram mostrar o processo de curvatura.

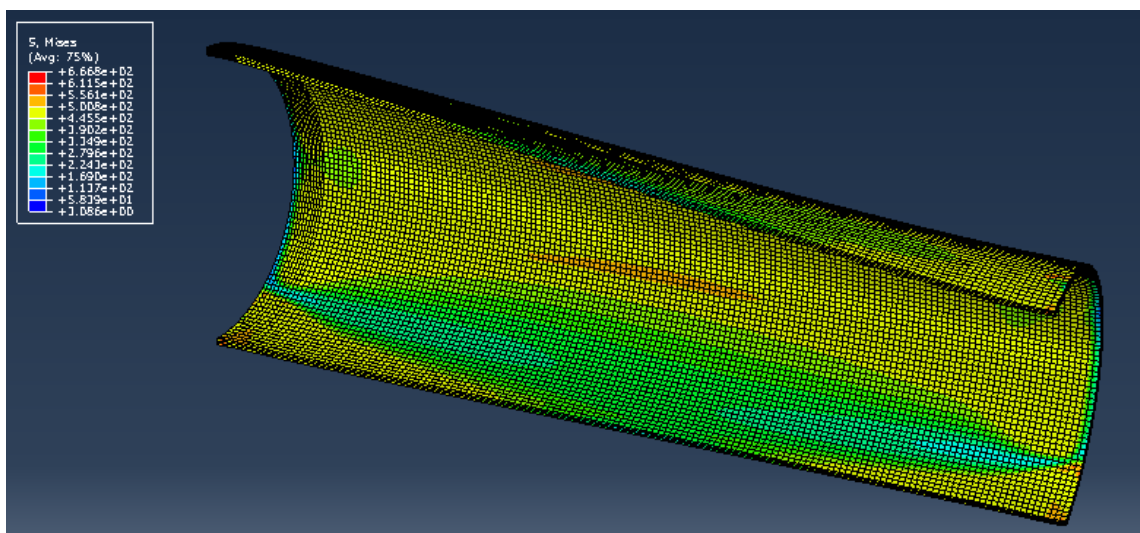


Figura 92 – Tensão de Von Mises para a calandragem.

A tensão encontrada, 666 MPa, para esta situação acabou concentrando na extremidade do duto devido ao elemento rígido de aplicação da força sendo

está tensão muito próxima da tensão de ruptura do material. Devido a esse fator a curvatura não foi criada completamente.

### 5.1.8 Análise da distribuição de tensões pontuais ao longo do defeito

Procurou-se medir a tensão ao longo dos defeitos para se fazer um paralelo entre defeitos de amassamento e defeitos de corrosão. O objetivo é testar sua compatibilidade no que diz respeito a proporcionalidade das tensões distribuídas da extremidade do duto em direção ao centro.

Os caminhos de pontos utilizados para extrair as forças do defeito de corrosão e do defeito de amassamento estão ilustrados nas Figuras 57 e 58.

Tabela 5 – Tabela das distâncias e resultados de tensão para os defeitos de amassamento e defeito de corrosão.

Distância (mm)	Ident. 80 mm	Ident. 160 mm	Ident. 320 mm	Ret. Múltiplo
0	473	623	637	633
20	528	641	633	646
40	586	648	633	618
80	604	643	629	553
160	573	608	599	467
320	540	582	577	467

Gráfico 4 – Gráfico de tensão pela distância entre os pontos do defeito, defeitos de amassamento.

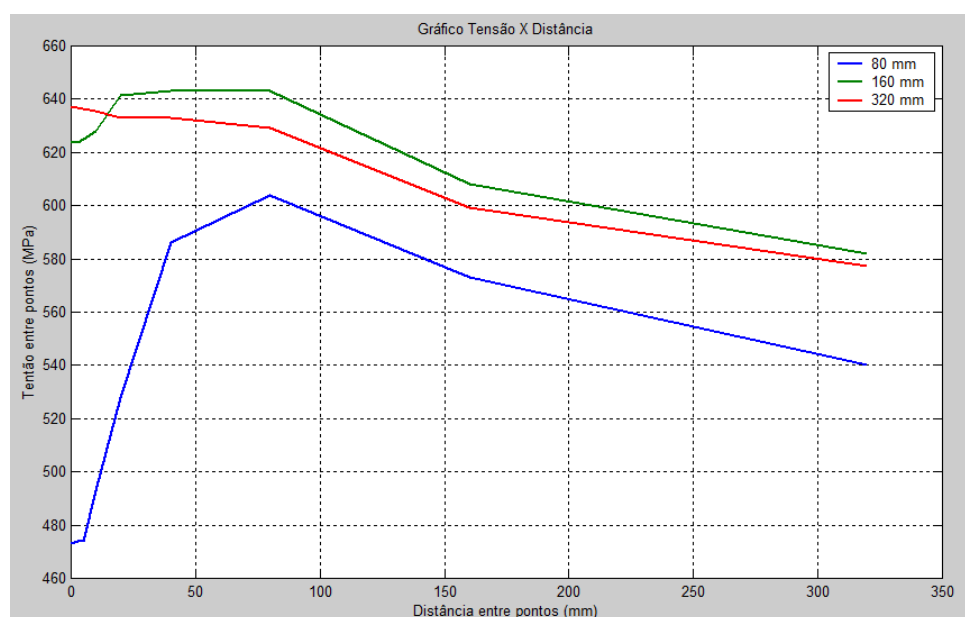
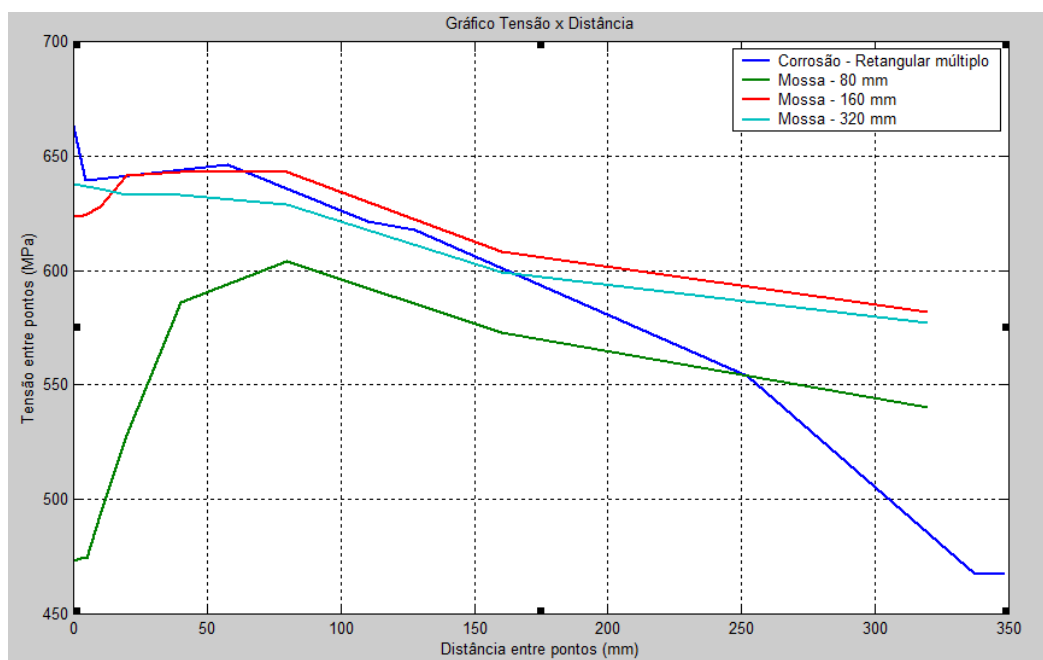


Gráfico 5 – Gráfico de tensão pela distância ao longo do defeito, comparação entre mossas e defeito de corrosão.



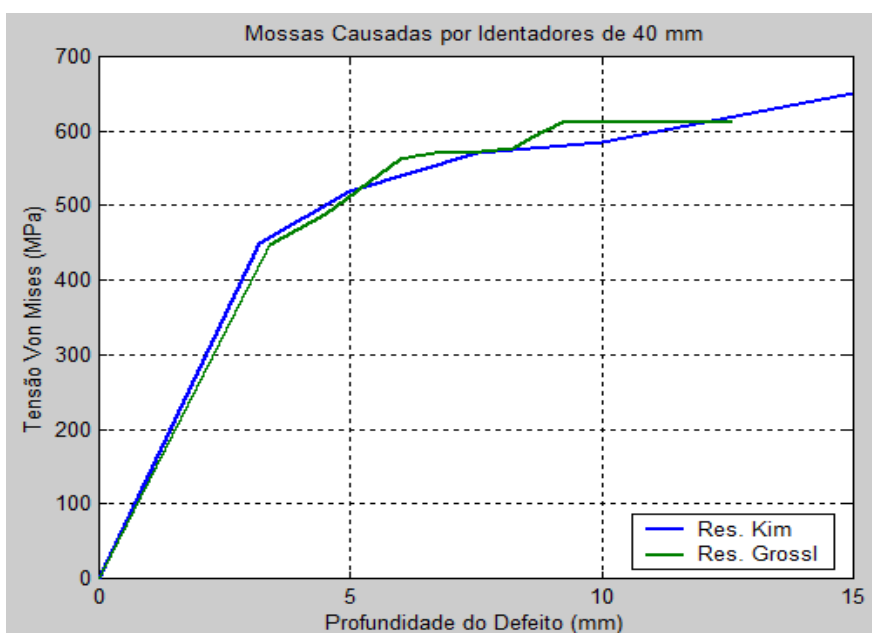
Percebe-se que, ao se comparar os defeitos de amassamento com os defeitos de corrosão, Gráfico 5, a tensão máxima se dá no início do defeito mais próximo da extremidade, devido à maior deformação encontrada na região. O defeito retangular múltiplo foi o que possuiu a distribuição de tensões mais próxima do defeito causado por amassamento.

### 5.1.9 Comparação dos Resultados

Para validar os resultados encontrados comparou-se com alguns resultados encontrados por Kim *et al* (2011) com a análise de dutos identados internamente pressurizados.

No Gráfico 6 observa-se que a comparação entre resultados encontrados no presente trabalho e os resultados encontrados por Kim *et al*. (2011) estão correlacionados, as curvas possuem o mesmo perfil. Cabe ressaltar que o material utilizado por Kim *et al*. (2011) possui uma tensão de ruptura superior, 900 MPa, no entanto a tensão de escoamento é a mesma.

Gráfico 6 – Mossas Causadas por identadores de 40 mm



Nos Gráfico 7 e 8 estão ilustrados os resultados comparativos para o identador de 80 e 160 mm de diâmetro. Nota-se que nesta situação há uma pequena diferença entre as curvas no momento em que a profundidade fica superior a 10 mm. Pode-se notar também que as duas curvas continuam seguindo o mesmo perfil.

Gráfico 7 – Mossas Causadas por identadores de 80 mm

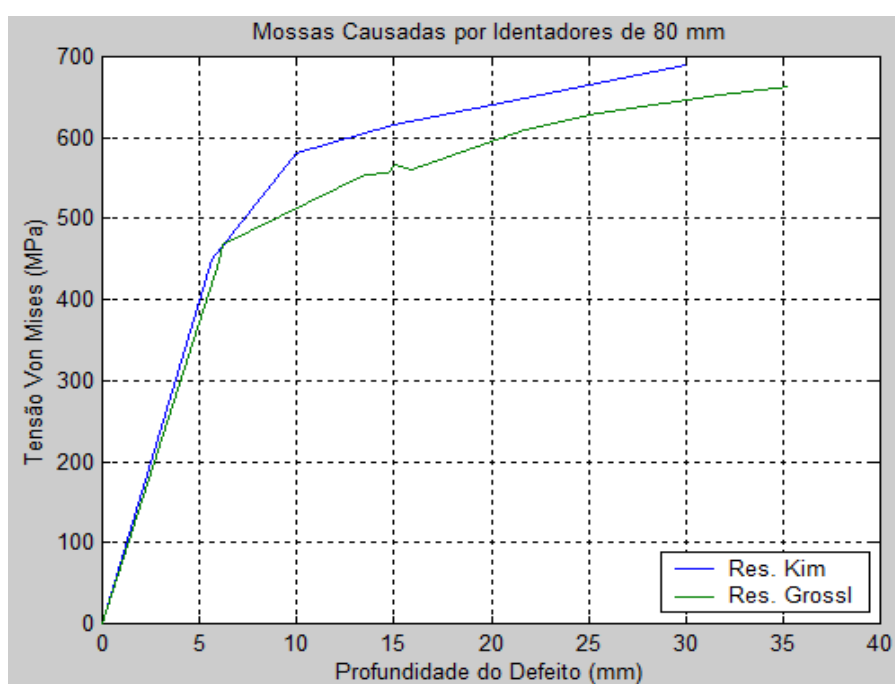
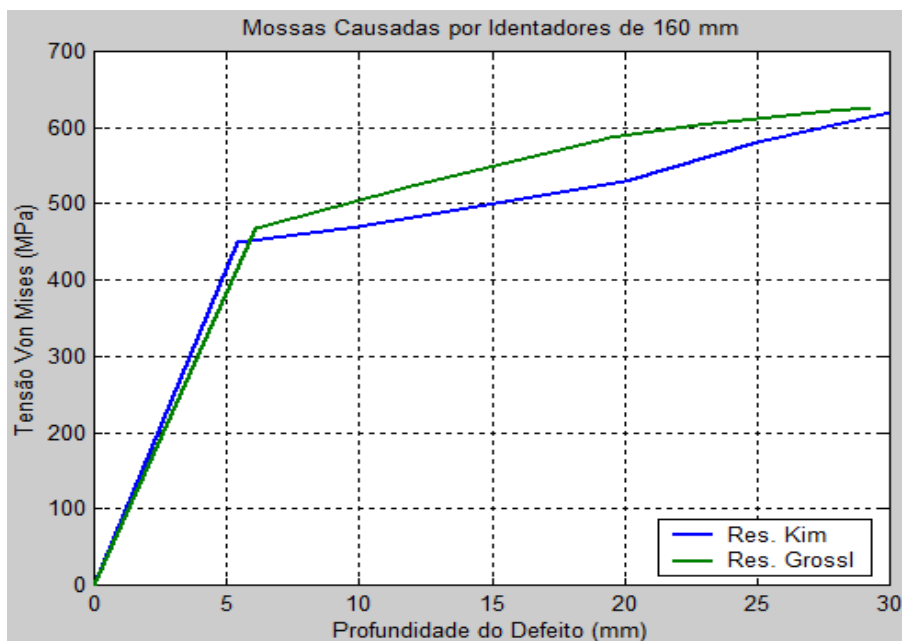
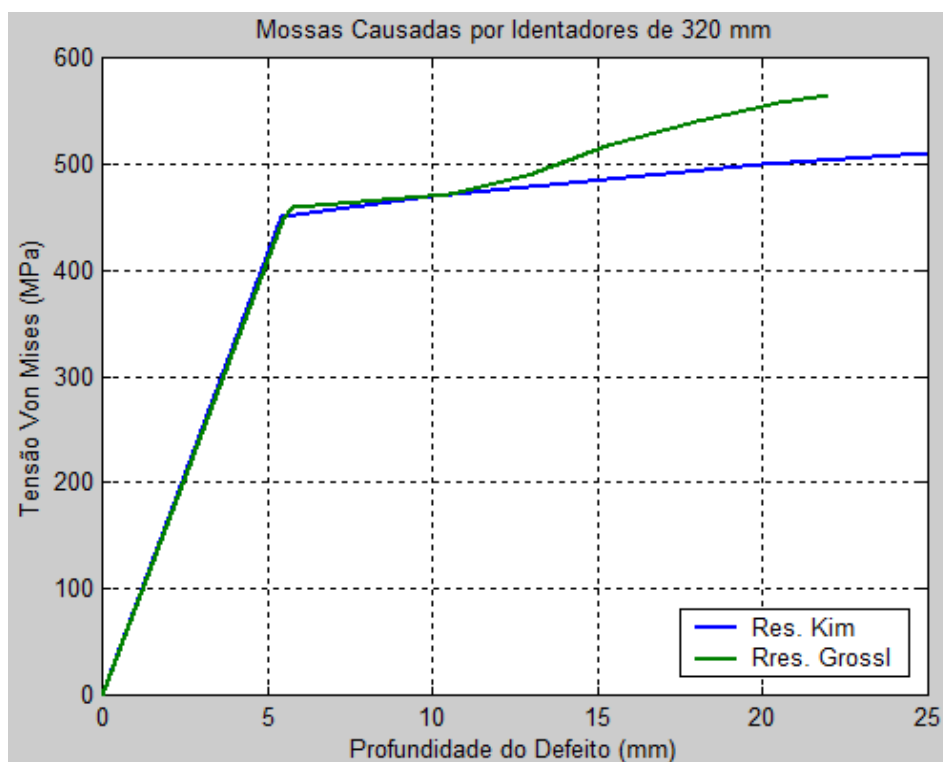


Gráfico 8 – Mossas causadas por Identadores de 160 mm



No Gráfico 9, comparação para o identador de 320 mm, nota-se que as curvas seguem o mesmo fluxo até 10 mm de profundidade, a partir daí há uma certa discrepância.

Gráfico 9 – Mossas Causadas por identadores de 320 mm.



## 5.2 RESULTADOS DO ESCOAMENTO INTERNO DO FLUIDO

Nas figuras 93 e 94 a seguir serão apresentados os resultados encontrados para o escoamento no interior do duto plastificado pelo identador de 120 mm de diâmetro.

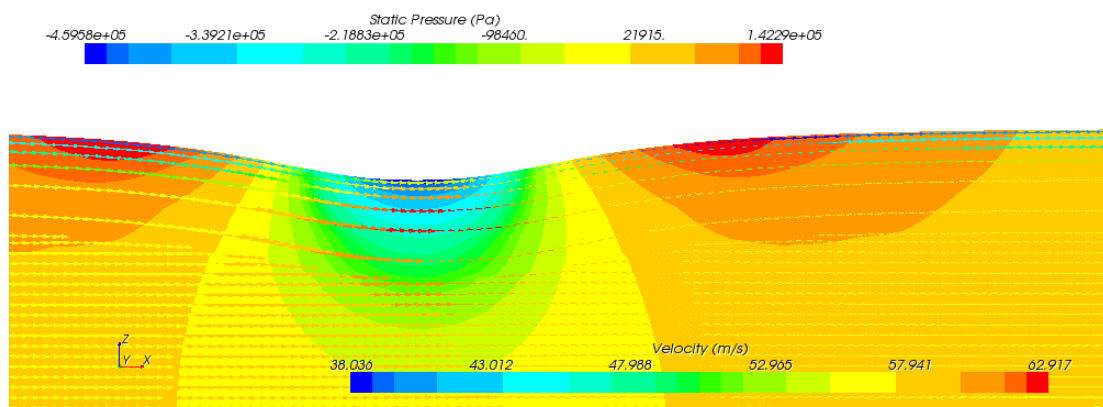


Figura 93 – Detalhe da região identada com escoamento interno de petróleo.

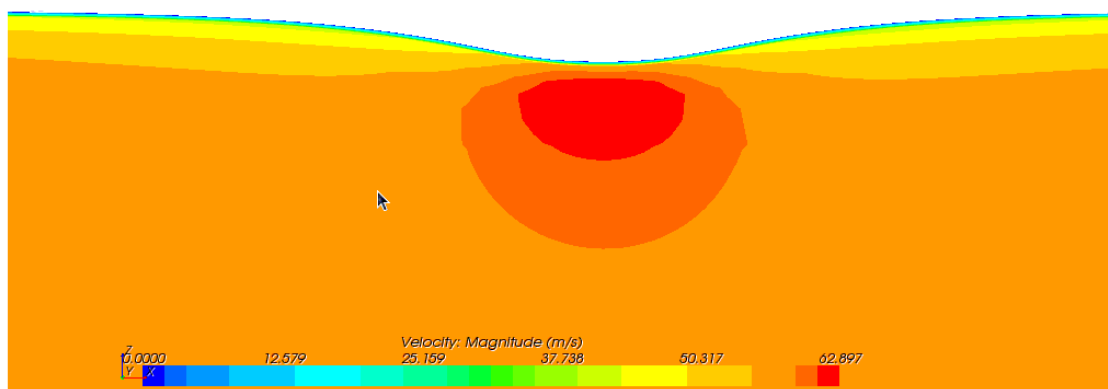


Figura 94 – Velocidade de escoamento na região identada.

Pode-se observar nas Figuras 93 e 94 que há um aumento de velocidade na região amassada devido à diminuição de espessura, mas nas linhas de corrente da Figura 93 observa-se que mesmo com este aumento de velocidade o regime continua laminar. Nas extremidades do duto, borda superior e inferior, nota-se que a velocidade é próxima de zero, isso indica a interação do fluido com a parede do duto. Observa-se claramente na figura 93 que há um aumento de pressão interna anteriormente e posteriormente à

mossa mostrando que o defeito por amassamento causa sim uma perturbação no escoamento interno do fluido.



## 6 CONCLUSÃO

Problemas de deformação plástica em dutos de petróleo causados por identadores foram o foco desse trabalho. Análises elástico-plástico de elementos finitos foram realizados para avaliar a variação na deformação do duto, carga de falha com vários tamanhos de identadores fixando-se uma pressão interna.

Em relação ao modelo de elementos finitos, chegou-se a um modelo ideal de  $\frac{1}{4}$  de duto sendo o identador posicionado na extremidade superior do duto. Os elementos utilizados foram os hexaédricos dispostos em 4 camadas de elementos e um refino na região do contato.

Os identadores com diâmetros menores atingiram maiores tensões com deformações menores (profundidade da mocha). A maior deformação se deu na direção vertical, direção na qual aconteceu a movimentação do identador devido aplicação da força. A distribuição de tensões ficou mais homogênea para identadores com geometrias maiores pois a área de contato com o duto era maior.

A etapa seguinte indicou que a deformação plástica atingida no amassamento ocasiona problemas também na pressurização, a tensão atingida com a pressurização é superior a tensão de escoamento do material especificado para o duto (API 5L X65). Ao se comparar esta tensão oriunda da pressurização do duto amassado com a tensão atingida com a pressurização do duto íntegro, não amassado, nota-se que há uma grande diferença, sendo a tensão no amassamento acima de 448 MPa e a tensão do duto íntegro atingindo apenas 215 MPa não sendo capaz de plastificar o duto.

Considerando a calandragem, a tensão concentrou na região de aplicação da carga pois está foi aplicado a um elemento rígido otimizado. No entanto observou-se a plastificação da região calandrada com a conformação do duto em um grande raio de identador.

Quando comparou-se as tensões para cada profundidade de defeito com os resultados encontrados por Kim *et al.* (2011), as tensões ficaram um pouco

acima, sendo explicadas por alguma particularidade no refino da malha na região afetada pelo identador. O Refino da malha utilizada por Kim *et al.* (2011) foi de dez camadas na espessura na região do defeito, no entanto o número de camadas utilizadas neste trabalho foi de quatro camadas, tendo uma convergência boa. O número de camadas não pôde ser maior devido à limitação da licença de rodagem e no tempo computacional para o cálculo do mesmo.

A comparação entre defeitos de amassamento e defeito de corrosão teve uma semelhança com o defeito retangular múltiplo, que devido ao comprimento da corrosão, assemelhou-se à região da mozza. A concentração de tensão segue o mesmo perfil de distribuição, podendo ser observado no gráfico 5. Então a diminuição de espessura no defeito de corrosão, equivale ao amassamento na mesma região. Com isso chega-se a conclusão de que o defeito de amassamento também pode ser avaliado da mesma forma, e, utilizar os mesmos perfis de concentração de tensões analítico gerados pelo autor em um trabalho prévio em 2010, com o tema de dutos corroídos. A facilidade na avaliação analítica do processo de falha de dutos trás uma maior rapidez na identificação de tensões de falha através do fator de concentração de tensões.

No que diz respeito ao escoamento internamente ao duto, observou-se que houve um aumento de pressão anteriormente e posteriormente à mozza mostrando que a mozza causa uma perturbação no escoamento do fluido podendo ser de maior magnitude e influencia quando a mozza tiver uma profundidade maior.

Neste trabalho não conseguiu-se avaliar a pretensão na pressurização do duto oriunda da identificação. Para trabalhos futuros seria interessante preparar um modelo que pudesse avaliar esta pretensão sendo fiel ao comportamento real do mesmo.

Outro ponto importante que deve ser avaliado em trabalhos futuros é a correlação entre mossas e defeitos de corrosão. A comparação variando-se as dimensões dos defeitos de corrosão e também variando-se as dimensões dos

identadores pode trazer um melhor entendimento do comportamento da concentração na região dos defeitos.

**REFERÊNCIAS**

BELYTSCHKO, Ted. *A First Course in Finite Elements*. In: \_\_\_\_\_ **Continuum Mechanics** . Northwestern University, 1998. Cap. 3 p. 89-165.

CABRAL, H.D.L. *Desenvolvimento de Ferramentas Computacionais para Modelagem e Análise Automática de Defeitos de Corrosão em Dutos*. 2007, 140f. Dissertação de Mestrado. Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, UFPE, Recife, 2007.

CHOI, J. B., GOO, B. K., KIM, J. C. Development of Limit Load Solutions for Corroded Gas Pipelines. *Int. J. Pressure Vessels and Piping.*, v. 80, p.121-128, 2003.

FRANZOI, A.R., BUENO, S.I.O., CAMERINI, C.S., MARINHO, C., NAZARIO, F., FREITAS, M., WEID, J.P.V. *Comparação do Resultado de 3 Técnicas de Inspeção com Pigs Instrumentados em um Mesmo Oleoduto da Bacia de Campos*. Rio Pipelines Conference and Exposition. 2005. 1-9.

FREITAS, João. *Avaliação da Integridade de Dutos com Mossas de Topologia Complexa com Base em Deformação Equivalente*. 2009, 156f. Dissertação de Mestrado. Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, UFSC, Santa Catarina, 2009.

GROSSL, Gilberto Schorr. *Determinação de Curvas de Concentração de Tensões Para Defeitos de Corrosão em Dutos*. 2010,118f. Trabalho de Graduação em Engenharia Mecânica, PUCPR, Curitiba, Paraná. 2010.

GROSSL, G.S. MACHADO, R.D. SHANG, H.Y. ABDALLA, J.E. *Evaluation of the Effect of the Indentation in Pressurized Petrol Pipes*.6F. CILAMCE, Pirenópolis-GO, 2013.

IFLEFEL, I.B. BLACHUT, J. *Collapse of pipes with plain or gouged dents by bending moment*. Department of Engineering, The University of Liverpool, 2005. P 560-571.

LI, Hongjun, MACKENZIE, Donald. 2006. *Characterising plastic collapse of pipe bend structures*. International Journal of Pressure Vessels and Piping. 2006. 85-95.

LUBLINER, Jacob. *Plasticity Theory*. In:\_\_\_\_\_ **Problems in Contained Plastic Deformation**. Pearson Education, 2006. Cap. 4 p. 177-262.

KIM, Y. J. & Oh, C.S. *Limit loads for pipe bends under combined pressure and in-plane bending based on finite element limit analysis*. International Journal of Pressure Vessels and Piping, Kyonggi-do, 2004.

KIM, Y. J. & Oh, C.S. *Effects of attached straight pipes on finite element limit analysis for pipe bends*. International Journal of Pressure Vessels and Piping, 2007. 177-184

KIM, W., BAEK, J., KIM, Y., KOO, J., SEOK, C. *Load bearing capacity of API X65 pipe with dent defect under internal pressure and in-plane bending*. Material Science and Engineering. 2011. 70-82.

PEREIRA, J.C., ANJOS, R.R., SILVA, R.M., BRAGA, I., NETO, W.S. *Estudo Paramétrico sobre o Comportamento de Dutos Escavados com Curvaturas não Coplanares*. Rio Pipelines Conference and Exposition. 2007. 1-8.

PORDEUS, Roberto V., *Regimes de Escoamento*. Notas de Aula. Universidade Federal Rural do Semi-Árido. 2006. 1-12.

ROJAS, P.A.M. *Análise Não-Linear Geométrica e Material de Treliças Espaciais*. 2001, 129f. Tese de Doutorado. PROMEC, UFRGS, Rio Grande do Sul, 2001.

SHANG, Hsu Y. *Introdução de Fatores de concentração de Tensões na Análise Não Linear Via MEF de sistemas de Dutos Corroídos*. 2009 156f. Dissertação de Mestrado. Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, PUC-PR, Paraná, 2009.

SOARES, A.C.C. *Avaliação dos Efeitos da Plasticidade na Medição de Tensões Residuais pela Técnica do Furo Cego*. 2003. Tese de Doutorado. Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, PUC-Rio, Rio de Janeiro, 2003.

SOUZA, A.H.T. *Ferramentas Computacionais para a análise de Dutos com Defeitos de Corrosão*. 2008, 82f. Dissertação de Mestrado. Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Pernambuco, Pernambuco, 2008.