PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO PARANÁ

IGOR ALEXANDRE DEITOS

ANÁLISE DINÂMICA ELASTO-PLÁSTICA DE ESTRUTURA METÁLICA SUBMETIDA À AÇÃO RANDÔMICA DO VENTO MODELADA VIA MÉTODO ESPECTRAL

CURITIBA
Fevereiro – 2018

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO PARANÁ

IGOR ALEXANDRE DEITOS

ANÁLISE DINÂMICA ELASTO-PLÁSTICA DE ESTRUTURA METÁLICA SUBMETIDA À AÇÃO RANDÔMICA DO VENTO MODELADA VIA MÉTODO ESPECTRAL

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Escola Politécnica, Pontifícia Universidade Católica do Paraná.

Orientador: Prof. Hsu Yang Shang, D. Eng

CURITIBA
Fevereiro – 2018

Pontifícia Universidade Católica do Paraná
Escola Politécnica
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica

TERMO DE APROVAÇÃO

Igor Alexandre Deitos

Análise Dinâmica Elasto - Plástica de Estrutura Metálica Submetida à Ação Randômica do Vento Modelada Via Método Espectral

Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre no Curso de Mestrado em Engenharia Mecânica, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, da Escola Politécnica da Pontifícia Universidade Católica do Paraná, pela seguinte banca examinadora:

Prof. Dr. Roberto Dalledone Machado
UFPR

Prof. Dr. João Elias Abdalla Filho
PUCPR

Prof. Dr. Hsu Yang Shang
PUCPR, Orientador

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
PUCPR
GRUPO MARISTA

Curitiba, 28 de fevereiro de 2018

Dedico aos meus pais, Ivo e
Juçara pelo apoio e incentivo.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por vencer mais uma etapa da minha vida e por sempre estar me guiando pelo melhor caminho.

Aos meus pais, Ivo e Juçara, por sempre me apoiarem em todas as decisões ao longo da minha vida.

À minha namorada Julianna, pelo amor, carinho, paciência e apoio incondicional durante o desenvolvimento do trabalho.

Ao professor Dr. Eng. Hsu Yang Shang, pela sua dedicação e conhecimentos transmitidos durante a orientação desse trabalho.

Aos meus amigos de longa data, pela amizade e parceria durante todos os importantes passos da minha vida.

A todos os professores do curso de Pós-Gradução de Engenharia Mecânica – PUCPR pelos ensinamentos transmitidos durante o curso de Mestrado.

Aos meus companheiros de mestrado pela amizade e colaboração.

À dona Jane, pelo apoio e atenção comigo e com os demais alunos do PPGEM.

A CAPES pelo apoio financeiro.

RESUMO

DEITOS, Igor Alexandre. **Análise dinâmica elasto-plástica de estrutura metálica submetida à ação randômica do vento modelada via método espectral.** 2018. 165 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Pontifícia Universidade Católica do Paraná, 2018.

Considerando o avanço tecnológico e o crescimento populacional, o uso de estruturas metálicas nas construções vem ganhando notoriedade devido à sua facilidade na fabricação, montagem e alta confiabilidade, visto que suas propriedades estão bem definidas. Observando o crescimento de grandes centros urbanos, caracterizados por escassas regiões do espaço horizontal, tem sido necessário verticalizar as construções. Este trabalho de pesquisa apresenta uma metodologia para a obtenção e avaliação de respostas dinâmicas elasto-plásticas de estruturas metálicas planas, submetidas às ações randômicas do vento, no domínio do tempo. Emprega-se uma modelagem numérica através do método dos elementos finitos, implementado na linguagem de programação Fortran, com o elemento de viga de três nós. As funções randômicas de carregamento são geradas a partir de funções de densidade espectral de potência das velocidades do vento. Os ângulos de fases empregados nas funções randômicas são determinados por um algoritmo baseado no método de Shinozuka e Jan. A partir desse método, a pressão dinâmica do vento é determinada a partir da soma das velocidades média e flutuante do vento. Assim, é possível obter o vetor da força do vento, o qual será inserido no algoritmo HHT para determinar as respostas dos problemas. Finalmente, algumas aplicações são estudadas com o objetivo de avaliar os resultados obtidos, a fim de analisar comportamentos elasto-plásticos das estruturas metálicas planas.

Palavras-chave: Elementos finitos, Densidade espectral de potência, Ação randômica do vento, Comportamento elasto-plástico da estrutura.

ABSTRACT

DEITOS, Igor Alexandre. **Elastoplastic dynamic analysis of steel structure subjected to random wind loading modeled by spectral method.** 2018. 65 p. Master's Thesis (Master Degree in Mechanical Engineering) – Pontifícia Universidade Católica do Paraná, 2018.

Considering the technological advance and population growth, the use of steel structures in buildings has been gaining notoriety due to its ease of manufacture, erection and high reliability, since its properties are well defined. Observing the growth of large urban centers, characterized by scarce regions of the horizontal space, it has been necessary to verticalize the buildings. This research presents a methodology for obtaining and evaluating elastoplastic dynamic responses of plane steel structures subjected to random wind loading in the time domain. A numerical modeling is used by The Finite Element Method, implemented for the FORTRAN programming language, using three-node beam element. The random loading functions are generated from the power spectral density functions of wind speeds. The phase angles employed in the random functions are determined by an algorithm based on the method of Shinozuka and Jan. From this method, the dynamic wind pressure is determined from the sum of the mean and floating wind velocities. Thus, it is possible to obtain the wind force vector, which will be inserted into the HHT algorithm to determine the responses of the problems. Finally, some applications are studied with the objective of evaluating the results obtained in order to analyze elastoplastic behavior of plane steel structures.

Key words: Finite elements, Power spectral density, Random wind loadings, Elastoplastic structure behavior.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS
LISTA DE TABELAS
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS
LISTA DE SÍMBOLOS
1 INTRODUÇÃO 21
1.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS 21
1.2 OBJETIVOS 22
1.2.1 Objetivo Geral 22
1.2.2 Objetivos Específicos 23
1.3 JUSTIFICATIVA 23
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA 25
2.1 COMPORTAMENTO RANDÔMICO DO VENTO 25
2.2 COMPORTAMENTO ELASTO-PLÁSTICO DO MATERIAL 29
2.3 MÉTODO NUMÉRICO 31
3 CARREGAMENTO DINÂMICO ESTOCÁSTICO DO VENTO 35
3.1 PARCELA MÉDIA DA VELOCIDADE DO VENTO 36
3.2 PARCELA FLUTUANTE DA VELOCIDADE DO VENTO. 38
3.2.1 Parâmetros estatísticos 38
3.2.2 Função de densidade espectral e autocorrelação 42
3.2.3 Processo do vento sintético 50
3.2.4 Determinação das séries temporais da velocidade do vento 50
3.3 CARREGAMENTO ESTOCÁSTICO DO VENTO NA ESTRUTURA 51
3.4 ALGORITMO dA FORÇA DO VENTO NA ESTRUTURA 52
4 COMPORTAMENTO ELASTO-PLÁSTICO DO MATERIAL 55
5 FORMULAÇÃO DAS EQUAÇÕES GOVERNANTES DO PROBLEMA 64
5.1 ALGORITMOS PARA SOLUÇÃO TEMPORAL 64

5.1.1 Método de Newmark 64

5.1.2 Método de Hilber Hughes Taylor (HHT) 67

5.1.3 Método alfa generalizado 71

5.2 FORMULAÇÃO DO ELEMENTO FINITO 73

5.2.1 Funções de Forma 73

5.2.2 Matrizes de Deformação-Deslocamento 80

5.2.3 Relações Constitutivas 81

5.2.4 Equações de Equilíbrio para o Elemento Finito 85

6 APLICAÇÕES 87

6.1 VIGA BI-APOIADA SUBMETIDA A UMA FORÇA TIPO *HEAVISIDE* 88

6.2 REFINO DO MODELO DE UMA VIGA VERTICAL ENGASTADA SUBMETIDA À FORÇA RANDÔMICA DO VENTO 91

6.3 COMPARAÇÃO DE COMPORTAMENTO ELÁSTICO E PLÁSTICO DE VIGA VERTICAL ENGASTADA 101

6.4 ANÁLISE DINÂMICA ELASTO-PLÁSTICA DO PÓRTICO DE ORBISON MODIFICADO 109

6.5 ANÁLISE DINÂMICA ELASTO-PLÁSTICA DO PÓRTICO DE LAZANHA MODIFICADO, COMPARAÇÃO DE ESPECTROS DE POTÊNCIA 124

6.6 ANÁLISE DINÂMICA ELASTO-PLÁSTICA COMPARATIVA ENTRE OS PRINCIPAIS ESPECTROS DE POTÊNCIA DO VENTO 137

7 CONCLUSÕES 151

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 153

APÊNDICE 162

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Principais áreas do trabalho. 22
Figura 1.2 – Colapso da Torre de Resfriamento de *Ferrybridge* na Inglaterra, 1965, Klein (2012). 24
Figura 1.3 – Deformação permanente do Edifício *Great Plains Life* em Lubbock, Texas, 1970, Beetsolonely (2010). 24
Figura 3.1 – Variação da velocidade do vento ao longo do tempo, Morais (2014). 36
Figura 3.2 – Mapa de isopletas da velocidade básica do vento V_0 [m/s] do Brasil, Norma NBR 6123 (1988). 37
Figura 3.3 – Densidade de probabilidade Normal ou de Gauss. 40
Figura 3.4 – Exemplo de amostra de séries temporais, Blessmann (1998). 41
Figura 3.5 – Representação gráfica da função de autocorrelação, Morais (2014). 42
Figura 3.6 – Curva característica da função de autocorrelação, Lazanha modificado (2003). 44
Figura 3.7 – Função periódica, Rios modificado (2015). 44
Figura 3.8 – Curvas dos espectros de potência do vento. 47
Figura 3.9 – Fluxograma lógico da sub-rotina da carga de vento 54
Figura 4.1 - Curvas de tensão-deformação de aços estruturais, Chen e Sohal (1995). 55
Figura 4.2– Relação tensão-deformação de aços dúcteis, Neal (1956). 56
Figura 4.3 – Curva Tensão-Deformação do aço estrutura ASTM A36. 57
Figura 4.4 – Superfície de escoamento que apresenta encruamento isotrópico, Cardoso (2005). 58
Figura 4.5 – Curva de tensão-deformação representando o efeito Bauschinger, Shang (2009). 59
Figura 5.1 – Elemento de viga com três nós. 73
Figura 5.2 – Curvas das funções de forma de elemento de viga 3 nós. 78
Figura 5.3 – Representação gráfica para orientação do elemento. 79
Figura 6.1 – Esquemático da viga submetida a Força [F]. 88
Figura 6.2 – Deslocamentos ao longo do comprimento da viga em t = 0,01 s. 89
Figura 6.3 - Velocidades ao longo do comprimento da viga em t = 0,01 s. 89
Figura 6.4 – Histórico do deslocamento no ponto A. 90
Figura 6.5 - Histórico da velocidade no ponto A. 90

Figura 6.6 – Esquemático da viga vertical. 91
Figura 6.7 – Perfil da força do vento ao longo do tempo no ponto A. 94
Figura 6.8 – Ampliação do perfil da força do vento no ponto A. 95
Figura 6.9 – Deslocamento da viga no ponto A com $\Delta t=1x10^{-3}$s. 96
Figura 6.10 - Velocidade da viga no ponto A m com $\Delta t=1x10^{-3}$ s. 96
Figura 6.11 - Aceleração da viga no ponto A com $\Delta t=1x10^{-3}$ s. 97
Figura 6.12 – Comparativo de deslocamento da viga com incrementos de tempo distintos no ponto A com $\Delta t = 10^{-3}$ s e $\Delta t = 10^{-4}$ s. 98
Figura 6.13 - Comparativo de velocidade da viga com incrementos de tempo distintos no ponto A com $\Delta t = 10^{-3}$ s e $\Delta t = 10^{-4}$ s. 99
Figura 6.14 - Comparativo de aceleração da viga com incrementos de tempo distintos no ponto A com $\Delta t = 10^{-3}$ s e $\Delta t = 10^{-4}$ s. 99
Figura 6.15 – Comparativo dos Erros Relativos no ponto A da estrutura. 100
Figura 6.16 – Ampliação nos primeiros 0,25 segundos do erro relativo. 101
Figura 6.17 – Perfil da força ao longo do tempo no ponto A. 104
Figura 6.18 – Ampliação da curva de força no ponto A. 104
Figura 6.19 – Perfil do deslocamento da estrutura no comportamento plástico no instante de t = 10 s. 105
Figura 6.20 – Comparativo dos deslocamentos elástico e plástico da viga no ponto A. 106
Figura 6.21 - Comparativo das velocidades elástica e plástica da viga no ponto A. 106
Figura 6.22 - Comparativo das acelerações elástica e plástica da viga no ponto A. 107
Figura 6.23 – Curvas de histerese, tensão x deformação. 108
Figura 6.24 – Ampliação das curvas de histerese. 108
Figura 6.25 – Esquemático do pórtico plano analisado com a aplicação da ação dinâmica do vento. 109
Figura 6.26 – Perfil da força ao longo da altura da estrutura em t = 125 s. 112
Figura 6.27 – Perfil da curva de força no ponto A ao longo de 250 s. 112
Figura 6.28 - Ampliação da curva de força entre 100 e 101 s. 113
Figura 6.29 – Ampliação da curva de força entre 100,1 e 100,2 s. 113
Figura 6.30 - Perfil do deslocamento ao longo da altura em t=125 s. 114
Figura 6.31 – Perfil da velocidade ao longo da altura em t=125 s. 115

Figura 6.32 – Perfil da aceleração no ao longo da altura em t=125 s. 115
Figura 6.33 – Deslocamento no ponto A durante t=250 s. 116
Figura 6.34 – Velocidade no ponto A durante t=250 s. 117
Figura 6.35 – Aceleração no ponto A durante t=250 s. 117
Figura 6.36 – Ampliação da curva deslocamento no trecho A, entre 0 e 5 s. 118
Figura 6.37 - Ampliação da curva deslocamento no trecho B, entre 153 e 158 s. ..118
Figura 6.38 - Ampliação da curva deslocamento no trecho C, entre 228 e 233 s. ..119
Figura 6.39 – Ampliação da curva velocidade no trecho A, entre 0 e 5 s.....119
Figura 6.40 - Ampliação da curva velocidade no trecho B, entre 153 e 158 s. 120
Figura 6.41 - Ampliação da curva velocidade no trecho C, entre 228 e 233 s. 120
Figura 6.42 - Ampliação da curva aceleração no trecho A, entre 0 e 5 s. 121
Figura 6.43 - Ampliação da curva aceleração no trecho B, entre 153 e 158 s. 121
Figura 6.44 - Ampliação da curva aceleração no trecho C, entre 228 e 233 s. 122
Figura 6.45 – Seção transversal da viga vertical no nó engastado (nó 1). 122
Figura 6.46 – Curvas de histerese do pórtico plano, tensão x deformação. 123
Figura 6.47 - Ampliação das curvas de histerese. 123
Figura 6.48 – Esquemático do pórtico plano analisado com a aplicação da ação dinâmica do vento. 124
Figura 6.49 – Perfil de força do vento ao longo da altura da estrutura em um instante de tempo t=10 s. 127
Figura 6.50 – Perfis de forças do vento no ponto A da estrutura para os espectros de potência de Kaimal e Davenport. 128
Figura 6.51 – Ampliação dos perfis de forças do vento no ponto A da estrutura para os espectros de potência de Kaimal e Davenport. 128
Figura 6.52 - Perfil do deslocamento ao longo da altura em t = 10 s para os dois espectros analisados. 129
Figura 6.53 – Deslocamento no ponto A durante t=20 s. 130
Figura 6.54 – Velocidade no ponto A durante t=20 s. 130
Figura 6.55 – Aceleração no ponto A durante t=20 s. 131
Figura 6.56 - Ampliação da curva de deslocamento entre 0 e 4 s. 131
Figura 6.57 - Ampliação da curva de velocidade entre 0 e 4 s. 132
Figura 6.58 - Ampliação da curva de aceleração entre 0 e 4 s. 132
Figura 6.59 – Curva de diferença relativa em função do tempo para os deslocamentos entre os espectros de Kaimal e Davenport. 133

Figura 6.60 – Ampliação da curva de erro relativo em função do tempo para os deslocamentos utilizando espectro de Kaimal e Davenport. 134
Figura 6.61 – Velocidade em função do deslocamento no ponto A utilizando o espectro de potência de Kaimal e Davenport. 135
Figura 6.62 - Curvas de histerese do pórtico plano, tensão x deformação. 136
Figura 6.63 - Ampliação das curvas de histerese. 137
Figura 6.64 – Perfis de força do vento ao longo da altura da estrutura em t=100 s. 140
Figura 6.65 – Perfis de forças do vento no ponto A para os 4 espectros de potência. 140
Figura 6.66 - Ampliação dos perfis de forças do vento no ponto A para os 4 espectros de potência. 141
Figura 6.67 - Perfis de carregamento do vento ao longo da altura da estrutura no intervalo de tempo entre 99 e 100 s. 142
Figura 6.68 – Perfis de deslocamentos ao longo da altura em t=100 s para os 4 espectros analisados. 143
Figura 6.69 – Deslocamento no ponto A durante t=200 s. 144
Figura 6.70 - Velocidade no ponto A durante t=200 s. 144
Figura 6.71 - Aceleração no ponto A durante t=200 s. 145
Figura 6.72 – Ampliação das curvas de deslocamentos entre 0 e 10 s. 145
Figura 6.73 - Ampliação das curvas de velocidades entre 0 e 10 s. 146
Figura 6.74 - Ampliação das curvas de acelerações entre 0 e 10 s. 146
Figura 6.75 – Curvas de respostas de deslocamento para os diferentes espectros de potência. 147
Figura 6.76 - Curvas de respostas de deslocamento para os diferentes espectros de potência. 147
Figura 6.77 - Curvas de respostas de deslocamento para os 4 espectros de potência. 148
Figura 6.78 - Velocidade em função do deslocamento no ponto A utilizando os 4 espectros de potência propostos. 149
Figura 6.79 – Curvas de histerese do pórtico plano, tensão x deformação para os 4 espectros. 149
Figura 6.80 – Ampliação das curvas de histerese. 150

LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1 – Tabela representativa dos algoritmos para solução temporal. 72
Tabela 6.1 – Dados para o roteiro de cálculo da carga do vento. 92
Tabela 6.2 – Quatro primeiras frequências naturais da estrutura.....94
Tabela 6.3 - Dados para o roteiro de cálculo da carga do vento. 102
Tabela 6.4 – Frequências naturais da estrutura. 110
Tabela 6.5 - Dados para o roteiro de cálculo da carga do vento. 110
Tabela 6.6 – Frequências naturais da estrutura. 125
Tabela 6.7 - Dados para o roteiro de cálculo da carga do vento. 125
Tabela 6.8 - Dados para o roteiro de cálculo da carga do vento. 138

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AISI	*American Iron and Steel Institute*
API	*American Petroleum Institute*
ASTM	*American Society for Testing and Materials*
det	Determinante
GDL	Graus de liberdade
HHT	*Hilber-Hughes-Taylor*
MEF	Método dos Elementos Finitos
NBR	Norma Brasileira
NBCC	*National Building Code of Canada*
PUCPR	Pontifícia Universidade Católica do Paraná
WBZ	*Wood-Bossak-Zienkiewicz*

LISTA DE SÍMBOLOS

a_i	Amplitude das funções temporais
α	Coeficiente de dilatação linear
a_0, a_k e b_k	Coeficientes de Fourier
A	Matriz de amplificação
A_i	Área de influência da força
$A(\omega)$ e $B(\omega)$	Componentes da transformada de Fourier
b	Parâmetro meteorológico
β	Parâmetro de integração de Newmark
B^L	Matriz linear de deformação-deslocamento
${B_1}^{NL}$	Matriz não-linear de deformação-deslocamento
${B_2}^{NL}$	Matriz não-linear de deformação-deslocamento
C	Matriz de amortecimento
C^{EP}	Módulo elasto-plástico
γ	Parâmetro de integração de Newmark
C_{ai}	Coeficiente de arrasto
D	Diâmetro
	Equação matricial para as matrizes de rigidez
D_e	Diâmetro externo
D_i	Diâmetro interno
de_{ij}^p	Componente de deformação incremental plástica
$\varepsilon(\%)$	Erro relativo
ε_x	Deformação linear
${\varepsilon_0}^L$	Deformação incremental
${\varepsilon_0}^{NL}$	Deformação não-linear
$\overline{\varepsilon^P}$	Deformação plástica efetiva incremental
E	Módulo de elasticidade
$E[x]$	Parâmetro estatístico representativo da média
$E[v]$	Valor médio da função m
$E[v^2]$	Valor quadrado médio
f	Frequência
f_i	Variação da faixa de frequência

f_{ys}	Tensão superior de escoamento
f_u	Limite último de tensão
$F(z,t)$	Força atuante na estrutura em função da altura e tempo
F_r	Fator de rajada
$F(\sigma_{ij})$	Superfície de escoamento do material
F	Matriz de força interna
h	Altura
H	Módulo de encruamento
I	Matriz identidade
	Momento de inércia da seção transversal do elemento
k	Constante de von Kármán
	Parâmetro da deformação plástica de um ensaio uniaxial
K	Matriz de rigidez
K_{EP}^{e}	Matriz de rigidez elasto-plástica
K_{G}^{e}	Matriz de rigidez geométrica
L	Comprimento do elemento de viga
M	Matriz de massa
	Matriz de força interna
n	Parâmetro de curvatura da curva tensão-deformação
N_i	Função de forma
p	Expoente da lei potencial
	Pressão interna
$p(x)$	Função densidade de probabilidade
ρ_∞	Raio espectral
q	Pressão dinâmica do vento
$q(z,t)$	Pressão dinâmica do vento em função da altura e tempo
Q_P^e	Vetor de carga interna do elemento
r	Direção radial
r_e	Raio externo
r_i	Raio interno
$R_v(\tau)$	Função de autocorrelação
$\overline{S}$	Tensão plástica efetiva incremental
S_1	Fator topográfico da NBR 6123 (1988)

S_2	Fator de uso da edificação NBR 6123 (1988)
S_3	Fator estatístico da NBR 6123 (1988)
S_{ij}	Componentes da tensão desviatória de 2º tensor de Piola-Kirchhoff
$S_v(f)$	Densidade espectral da componente longitudinal da turbulência
$S_v(\omega)$	Função de densidade espectral
t	Variação do tempo
	Espessura do tubo
T	Tempo final dos registros avaliados
	Período de tempo
${}^{t+\Delta t}e_{ij}$	Vetor de deformações desviatórias no tempo $t+\Delta t$
${}^{t+\Delta t}f^{vm}$	Condição de escoamento através do critério de von Mises
${}^{t+\Delta t}S_{ij}$	Vetor de tensões desviatórias no tempo $t+\Delta t$
${}^{t+\Delta t}\sigma_m$	Tensão média no tempo $t+\Delta t$
u	Deslocamento axial
u_*	Velocidade de fricção
u_e	Vetor de deslocamento nodais do elemento
$\tilde{u}_e$	Vetor deslocamento incremental nodal sistema global de coordenadas
u_0	Deslocamento médio inicial
$\dot{u_u}$	Velocidade média inicial
$\ddot{u_0}$	Aceleração média inicial
u(ξ)	Função aproximadora para deslocamento axial
v	Coeficiente de Poisson
v	Deslocamento vertical
$v(\xi)$	Função aproximadora para deslocamento vertical
$\bar{v}$	Média temporal
$\overline{v^2}$	Valor quadrado médio da velocidade
$V(z,t)$	Velocidade do vento em função do tempo e da altura
$\bar{V}(z)$	Parcela média da velocidade do vento
$v(t)$	Função de série temporal qualquer
$v(z,t)$	Parcela flutuante da velocidade do vento
V_0	Velocidade básica do vento
$\bar{V}_{10}$	Velocidade média do vento para cota de 10 m
ω	Frequência angular

ω_i	Frequência natural da estrutura
x	Variável aleatória contínua
$x(f)$	Frequência adimensional
$X(\omega)$	Forma complexa das componentes de Fourier
z	Cota acima do terreno
z_0	Comprimento da rugosidade
Δf	Incremento da frequência
$\Delta\hat{p}_i$	Passo de tempo
ΔR	Vetor de carga desbalanceado incremental
Δt	Intervalo de tempo
$\Delta\sigma$	Tensor de Piola-Kirchhoff
θ_i	Ângulo de fase randômico
θ	Rotação
	Direção circunferencial
$\theta(\xi)$	Função aproximadora para rotação
$\emptyset^L$	Curvatura incremental
ρ	Densidade do material
ξ	Coordenadas naturais
λ	Autovalores
δ_{ij}	Delta de Kronecker
${\delta\varepsilon_0}^{NL}$	Variação da deformação não-linear
${\delta\emptyset_0}^{NL}$	Variação da curvatura incremental não-linear
σ	Parâmetro estatístico representativo do desvio padrão
	Tensão de escoamento
	Tensor tensão de Cauchy
σ_{PK2ij}	Componentes de segundo tensor de Piola-Kirchhoff
σ^2	Parâmetro estatístico representativo da variância
σ_x	Desvio padrão
${\sigma_x}^2$	Variância
τ	Intervalo de tempo entre dois valores da série histórica

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

Atualmente, as estruturas de aço são empregadas em praticamente todos os setores construtivos, como por exemplo, galpões industriais, edifícios, torres de telecomunicações, chaminés, entre outras. A estrutura metálica oferece muitas vantagens na sua utilização, como a alta resistência do material, elevada versatilidade no projeto das peças, alta velocidade de fabricação e montagem, os quais resultam numa redução no tempo de conclusão da obra, uma alta confiabilidade no material, pois o mesmo possui propriedades mecânicas bem definidas, além de resultar fundações mais leves se comparado com construções em concreto.

A fim de obter resultados mais econômicos em aplicações estruturais, é necessário considerar o comportamento do aço carbono após o regime elástico, analisando-o no regime elasto-plástico. Porém, para os especialistas Pfeil, W. Pfeil, M. (1995) a utilização do comportamento elástico do material para o dimensionamento de estruturas, justifica resultados a favor da segurança e também a simplicidade para o cálculo, não utilizando o aproveitamento total da capacidade de resistência do material.

As forças devidas ao vento são as maiores inimigas de edificações esbeltas com massas reduzidas, pois elas se tornam mais vulneráveis a problemas de vibração. Assim, podem tornar-se ressonantes as respostas dinâmicas amplificadas por essas forças nas estruturas de edifícios esbeltos e flexíveis, (Silva Filho, 2012).

Antigamente a análise do vento não era problema no dimensionamento das edificações, visto que as construções eram mais baixas e as paredes tinham maiores espessuras e massa, (Blessmann, 1986). Nos dias de hoje, as edificações têm se tornado mais esbeltas e com estruturas cada vez mais leves, como por exemplo, o uso de painéis de materiais de baixa densidade para fazer a vedação externa nos edifícios altos, provocando muitas vezes o arranchamento dos mesmos pelas altas sucções presentes na proximidade dos cantos do edifício.

A Figura 1.1 exemplifica de uma forma mais ilustrativa as principais áreas do trabalho, onde se tem uma conexão dinâmica entre os quatro principais tópicos. O comportamento do vento via método espectral, ilustra a formulação matemática para

determinar o carregamento randômico do vento, que está atrelado a modelos de espectros de potência do vento. A formulação proposta por Shinozka e Jan (1972), serve como ferramenta para análise de problemas com respostas dinâmicas de estruturas não lineares a excitações aleatórias. Assim, o método espectral para determinar a parcela flutuante do vento faz uma conexão com a discretização do tempo e com a dinâmica da estrutura. Já o método dos elementos finitos, determinará as respostas da estrutura a partir do vetor de força determinado no método espectral, levando em consideração alguns parâmetros que caracterizam a estrutura, como o tipo do elemento utilizado, o intervalo de tempo e o número de passos que serão analisados. Fazendo uma conexão com os dois métodos apresentados, é possível fazer uma análise dinâmica elasto-plástica de estrutura metálica plana, submetida à ação randômica do vento.

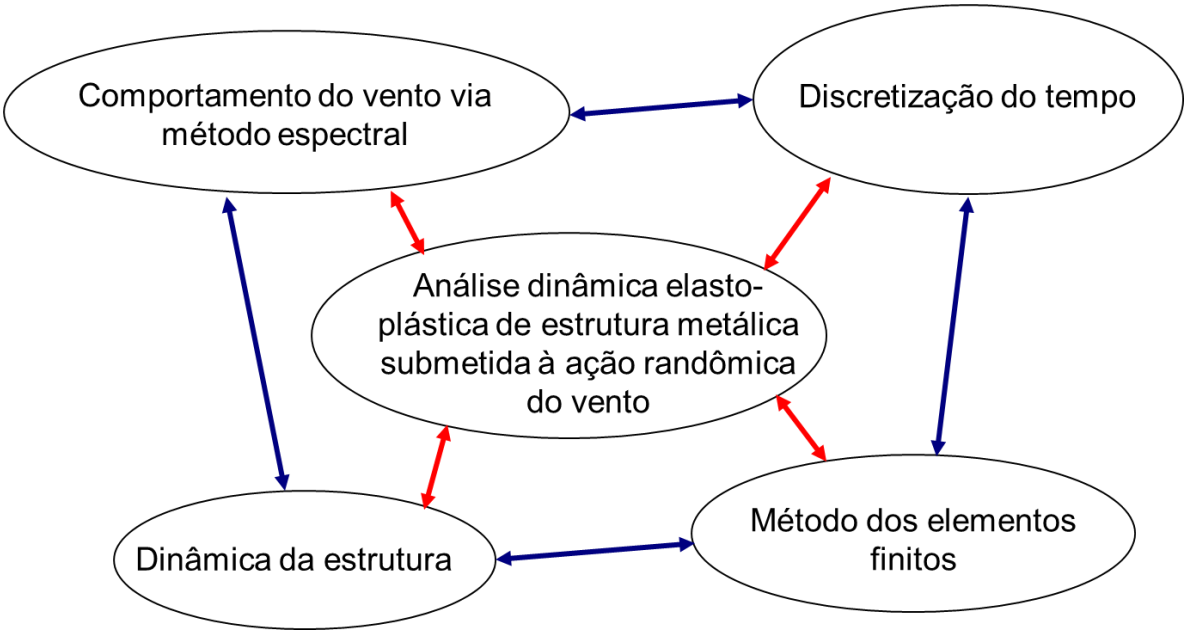


Figura 1.1 – Principais áreas do trabalho.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo Geral

O objetivo principal desse trabalho é o desenvolvimento de uma metodologia de avaliação do comportamento dinâmico elasto-plástico da estrutura metálica plana,

submetida à ação randômica do vento, no domínio do tempo. A ação do vento é simulada pelo método da densidade espectral de potência e o comportamento da estrutura é simulado via método dos elementos finitos.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Desenvolvimento de uma subrotina no compilador *Fortran* para o cálculo da carga randômica do vento utilizando o método de Shinozuka e Jan;
- Realizar análise dinâmica elasto-plástica da estrutura metálica via Método dos Elementos Finitos;
- Comparação de comportamento dinâmico da estrutura considerando quatro espectros de potência.

1.3 JUSTIFICATIVA

Este trabalho tem como justificativa a importância das análises dos resultados da ação randômica do vento sobre estruturas metálicas no seu comportamento elasto-plástico e o desenvolvimento de uma metodologia de cálculo, visto que os ventos têm sido a causa de muitos sinistros em edificações ao redor do mundo.

Holmes (2001) relata que as pesquisas estimuladas pelas ações provocadas pelo vento deram início através de notáveis desastres causadas a partir da década de 60 como, por exemplo, a Torre de Resfriamento de *Ferrybridge*, Inglaterra, em 1965 conforme Figura 1.2. E a deformação permanente das colunas do edifício *Great Plains Life*, Lubbock, em 1970, conforme ilustração da Figura 1.3. Esses dois eventos são exemplos da falha no comportamento dinâmico da estrutura ocasionada pela carga do vento.

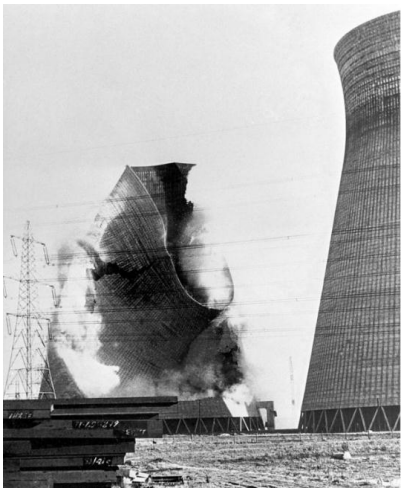


Figura 1.2 – Colapso da Torre de Resfriamento de *Ferrybridge* na Inglaterra, 1965, Klein (2012).



Figura 1.3 – Deformação permanente do Edifício *Great Plains Life* em Lubbock, Texas, 1970, Beetsolonely (2010).

Devido ao avanço da capacidade de processamento computacional e dos estudos do método dos elementos finitos, as análises vêm ganhando precisão durante a fase de projetos, fazendo com que eles sejam cada vez mais assertivos, econômicos e desenvolvidos em curtos intervalos de tempo. Observando o crescimento de grandes centros urbanos, caracterizados por escassas regiões de espaço horizontal, tem havido uma necessidade de edifícios crescerem verticalmente, tornando-os mais esbeltos e consequentemente mais suscetíveis a problemas de vibrações excessivas, fissuras e fadiga, levando a estrutura ao colapso.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo são apresentadas referências bibliográficas de diversas pesquisas em três diferentes tópicos. A seção 2.1 apresenta pesquisas relacionadas ao comportamento randômico do vento. Na seção 2.2 pesquisas com foco no Método dos Elementos Finitos utilizados para análise de problemas estruturais. Por último, na seção 2.3, descrevem-se algumas pesquisas relacionadas ao comportamento elasto-plástico do material.

2.1 COMPORTAMENTO RANDÔMICO DO VENTO

Blessmann, J. (1985) realizou estudos em túnel aerodinâmico que apresentou resultados experimentais das solicitações do vento em edificações de múltiplos andares. Para que haja uma simetria dinâmica entre dois fluxos, por exemplo, o fluxo gerado em túnel de vento, através de modelos reduzidos, e os fluxos naturais encontrados em estruturas existentes, há a necessidade de que a relação entre as forças de viscosidade e de inércia sejam as mesmas. Essa relação é expressa pelo número de Reynolds, o que significa que as forças sobre dois pontos quaisquer mantêm uma relação constante.

A norma brasileira NBR 6123 (1988) ressalta, no capítulo 9, a importância dos efeitos dinâmicos do vento nas edificações, sugerindo que há a necessidade de um tratamento estocástico do vento, levando em consideração as flutuações aleatórias e também a probabilidade de sua ocorrência. Entre os efeitos dinâmicos estão a ocorrência de dois mais significativos para este estudo, a saber, turbulência e acelerações induzidas pelo vento.

Blessmann, J. (1990) afirma que a turbulência do vento é provocada pelo movimento de partículas nas camadas fluidas e que provocam intensos gradientes de velocidade, gerando redemoinhos que circulam ao longo da direção do fluido. Dessa maneira, o autor propõe que a turbulência do vento seja estudada na engenharia de estruturas de três formas: por meio de métodos de acorrelação, análises no domínio do tempo e na forma de rajadas de vento.

Ferraro *et. al.* (1990) realizaram uma investigação de acelerações induzidas pelo vento em um estudo comparativo dos resultados de túnel de vento com alguns

edifícios altos baseado na Norma Canadense *National Building Code of Canada* (NBCC, 1985).

Snaebjornsson, J. e Reed, D. (1992) examinaram um edifício na Islândia para terem conhecimento da ação do vento exercida em edifícios de múltiplos andares, o que mostrou uma maior sensibilidade dos edifícios ao efeito torcional do vento. Ainda no mesmo ano, Davenport e Sparling estudaram algumas condições para respostas dinâmicas do vento sobre torres metálicas estaiadas. O momento e a força cortante máxima da torre são previstos e adequados pelo fator de rajada, havendo uma limitação para as regiões centrais dos vãos. No entanto, o método de carregamento por trecho atende todas as regiões da estrutura, prevendo as suas respostas dinâmicas.

Blessmann, J. (1998) afirma que Davenport teve o mérito em integrar os conceitos da engenharia mecânica e da engenharia de comunicações. Os estudos de Davenport tiveram como base a teoria de Taylor na utilização dos parâmetros estatísticos: o primeiro parâmetro adotado é a distribuição de probabilidade das três componentes de velocidade, na sequência as três componentes de espectros das flutuações e por fim as correlações espaciais da velocidade.

Aas-Jakoben, K. e Strommen, E. (2001) realizaram estudos de respostas dinâmicas de estruturas esbeltas devido às forças de martelamento do vento no domínio do tempo. As séries temporais coerentes são obtidas a partir de espectros de potência cruzados representativos por transformadas rápidas de Fourier e simulação de Monte Carlo. Efeitos de não linearidade física podem ser incluídos num procedimento do cálculo no domínio do tempo, proporcionando um melhor cenário para uma avaliação da segurança da estrutura quando a mesma se encontra em eventos com cargas extremas.

Repetto, M. e Solari, G. (2001) realizaram análises de excitações dinâmicas do vento, prevendo uma possível falha estrutural devido à fadiga provocada por tensões induzidas de oscilações, mesmo sem ultrapassar as ações das cargas de vento previstas de projeto. Além disso, eles apresentaram uma análise de fadiga em estruturas verticais esbeltas sujeitas a vibrações exercidas pelos ventos longitudinais através de um modelo matemático. Os autores determinaram os deslocamentos máximos e as forças internas da estrutura em seus estudos através do Método do Ciclo de Contagem que classifica os carregamentos dinâmicos devido aos ventos transversais e longitudinais, além do efeito torsor.

Lazanha, E. (2003) destaca a necessidade da análise de estruturas altas e esbeltas submetidas à ação do vento, relacionando a falta da análise de vibrações induzidas por carregamentos flutuantes ao crescimento da esbeltez das estruturas construídas na época da pesquisa do autor. Além disso, a utilização das propriedades estatísticas do fluxo de vento e funções de transferência pode obter o comportamento linear de estruturas, gerando o espectro de resposta estrutural.

Fontes, A. (2003) realizou um estudo crítico pela comparação entre a Norma Brasileira NBR 6123 (1998), forças devidas ao vento em edificações, e a Norma Canadense NBCC (1985), que serviram como base para a instrumentação e parametrização dos modelos ensaiados em túnel de vento. Assim, os resultados fornecidos pela análise evidenciaram que as prescrições da norma brasileira apontaram resultados mais significativos que a norma canadense referente à característica dinâmica do vento.

Gu, M. e Quan, Y. (2004) investigaram a resposta dinâmica do vento, verificando que os ventos transversais se comparado com os ventos longitudinais, apresentam maiores intensidades nas suas respostas. Para possibilitar o ensaio de um modelo aeroelástico de um grau de liberdade, Gu e Quan construíram um túnel de vento para pesquisar o comportamento dinâmico dos ventos transversais.

Trein, C. (2005) desenvolveu um dispositivo aeroelástico, para ensaios da ação dinâmica do vento em edifícios de grandes alturas, baseado nas pesquisas desenvolvidas por outros pesquisadores. Como conclusão, obteve-se uma coerência nos resultados devido à viabilidade das técnicas utilizadas para a modelagem proposta, utilizando o mesmo protótipo em dois cenários distintos, levando-se em conta a Norma Brasileira NBR 6123 (1988) e a Norma Canadense *Supplement to the NBCC (1985)*.

Carassale, L. e Solari, G. (2006) afirmaram que a utilização do método de Monte Carlo é uma ferramenta fundamental no auxílio de problemas que envolvam ação dinâmica do vento em estruturas complexas. Em seu estudo foi apresentado uma metodologia para simulação de campos de velocidade de vento em regiões com topografias bastante irregulares, representando uma modelagem da turbulência em condições de fluxo não homogêneo, propondo uma redução de tempo na rotina de cálculo. Esse procedimento é aplicado em um caso real da ponte do estreito de Messina.

Viana, A. e Araújo, T. (2009) comparam as diferenças entre as ações estáticas e dinâmicas dos efeitos de rajadas de vento nas edificações, que tem seu valor máximo para a força exercida em função da altura da edificação por funções com pulsos triangulares consecutivos. Os parâmetros utilizados para determinar a força foram retirados da Norma Brasileira NBR 6123 (1988).

Li *et al.* (2011) estudaram o comportamento dinâmico do arranha-céu Taipei 101 Tower, localizado na ilha de Taiwan, onde há eventos naturais como terremotos e furacões. Para estudar os efeitos dinâmicos no edifício, com o auxílio de trinta acelerômetros instalados na estrutura, foram analisados os históricos de três furacões e um terremoto, comparado com os resultados obtidos pelo método dos elementos finitos.

Silva Filho, G. (2012) relata as três principais hipóteses para encontrar a resposta dinâmica estrutural utilizada por Davenport. A primeira menciona que a estrutura possui um comportamento elástico, sendo a equação do equilíbrio dinâmico a sua resposta expressa; na sequência a velocidade média do vento é suave e a força média do vento é a mesma para o escoamento turbulento; por fim, as flutuações da velocidade e da força do vento estão interligadas por uma transformação linear. Nesse sentido, Davenport define como informações importantes a resposta média, a distribuição de probabilidade e a densidade do espectro de potência.

Bai, L. e Zhang, Y. (2013) realizaram uma análise dinâmica não linear de estruturas de telhado em aço, com dispositivos de limitação de força sob carga combinada de vento estático e transiente. A análise não linear considera as não linearidades tanto de materiais como geométricas. No estudo foram analisados dois modelos para a estrutura de telhado, sendo uma do tipo viga de aço da série K, e outra, estrutura em formato de arco. Nas estruturas, foi utilizado o elemento de viga no modelo do MEF. Verificou-se que a instalação de dispositivos de limitação de força na zona intencionalmente enfraquecida da estrutura em aço possibilitou medir o deslocamento do telhado sob a pressão do vento transitório, reduzindo o risco de colapso dinâmico.

Kareem *et al.* (2017) pesquisaram sobre a flutuação da distribuição da pressão do vento em torno de torres de resfriamento de grande escala, os dados para o estudo foram coletados entre as décadas de 1960 e 1990. Torres modernas, com altura superior a 165 m, mostram sensibilidade à ação do vento flutuante na

camada limite atmosférica, tornando-se difícil estabelecer, com precisão, uma relação entre pressões de flutuação na superfície e as condições de entrada. Logo, experiências de túnel de vento apresentam uma relação entre a distribuição de pressão de vento flutuante e a intensidade de turbulência de entrada em condições de número supercrítico de Reynolds ($Re \geq 4x10^7$).

2.2 COMPORTAMENTO ELASTO-PLÁSTICO DO MATERIAL

Costa, A. (1978) desenvolveu um algoritmo de solução para análise dinâmica de estruturas elasto-plástica, onde foram comparados vários critérios de plástificação, como os de Mohr-Coulomb e Von Mises, para que durante a plastificação e o encruamento do material fosse possível modelar seu comportamento através de ações dinâmicas. Foram realizadas diversas análises e comparados diversos algoritmos de solução pelo autor.

Horne, M. e Morris, L. (1981) relatam em sua pesquisa que a ductilidade do aço é a principal característica para os estudos de análise plástica, visto que os aços estruturais têm grande capacidade de resistir a deformações plásticas, sem que haja aparecimento de fraturas. A primeira hipótese do método das rótulas plásticas é aderida através da ductilidade infinita.

Chen, W. e Sohal, I. (1995) apresentaram uma segunda hipótese para a análise plástica de pórticos metálicos, onde é fundamental assumir que as deformações da estrutura sejam pequenas, de modo que os seus efeitos possam ser ignorados. De acordo com os autores, as grandes vantagens na utilização da ductilidade do aço são a redução de custo da estrutura e o comportamento da estrutura de uma maneira mais real.

Abbasnia, R. e Kassimali, A. (1995) publicaram um estudo sobre grandes deformações de estruturas, no qual foi empregado o conceito da rótula plástica. No entanto, as análises estudadas apresentaram resultados de deslocamento e não de deformações. O comportamento do material utilizado no trabalho é considerado como elasto-plástico perfeito. Não foi mencionado sobre a condição de estabilidade da estrutura submetida à flambagem, além de cálculo de fronteira de estabilidade. A formulação adotada na pesquisa foi baseada no equilíbrio de funções de

escoamento via esforços internos, que são determinados através de deslocamento nodal e função de estabilidade.

Khan, A. e Huang, S. (1995) apresentaram estudos de plasticidade de diversos materiais, onde abordaram conceitos físicos e matemáticos sobre o assunto, abordando conceitos elementares de plasticidade, mecânica de continuidade, fundamentos da micromecânica da deformação plástica e o acoplamento analítico entre deformação de cristais individuais.

Davies, J. (2002) menciona em sua pesquisa que a análise elasto-plástica de pórticos planos se deu início na década de 60, logo após o nascimento dos computadores digitais. Em seu trabalho foi comparado o coeficiente de influência e os métodos completos de iteração de análise elasto-plástica, considerando os problemas de posicionamento das rótulas plásticas abaixo do ponto máximo de momento em vigas.

Lazanha, E. (2003) relata em sua dissertação que o modelo constitutivo elasto-plástico perfeito é utilizado para realizar a simulação do comportamento de material. Assim, quando há o aparecimento e desaparecimento de rótulas plásticas nas extremidades dos elementos estruturais a não linearidade do material é inserida. O autor ainda menciona em seu trabalho que as principais referências para o estudo da plasticidade em pórticos podem ser encontradas nas pesquisas de Neal (1956), Baker; Heyman (1969) e Heyman (1971).

Almeida, A. e Lavall, A. (2007) realizaram estudos de plasticidade distribuída em pórticos planos metálicos. Além disso, os autores desenvolveram uma formulação geométrica exata para a não linearidade física e geométrica. Foi proposto o uso da técnica corrotacional para se obtiver a matriz de rigidez tangente do elemento e também se utilizou os conceitos da plasticidade distribuída.

Forti *et al.* (2007) desenvolveram uma metodologia de análise não linear para viga 3D, a qual foi utilizada a teoria de viga de Euler-Bernoulli, desprezando-se os efeitos de cisalhamento devido à força cortante e à torção. O comportamento do material estudado é elasto-plástico perfeito, e o elemento utilizado é o elemento de viga de dois nós, formulado pelo método de Galerkin. O método de Newton-Raphson modificado foi utilizado para resolver as equações de não linearidade física.

Wang, H. e Ohmori, H. (2013) apresentaram em seu artigo o método incremental de análise elasto-plástica, utilizado para prever o fator de carga de colapso em estruturas treliçadas. O fator de carga de colapso determinado é

incorporado na otimização de treliças, através de um algoritmo genético para gerar estruturas treliçadas, que não apenas podem manter a capacidade de carga em condições de carga comuns, mas também evitar o colapso em condições de carga acidental, como por exemplo, um grande tremor de terra.

Attar *et al.* (2016) pesquisaram sobre a dinâmica não linear em componentes estruturais sob restrições de contato unilaterais. A não diferenciabilidade da lei de contato no ponto de descontinuidade é a única fonte de não linearidade. Na investigação, o método de rede discreta é usado para tratar o sistema contínuo como um modelo linear por partes. Assim, a trajetória de cada nó no modelo discreto seria uma sequência de soluções suaves com os tempos de troca entre eles. Os resultados também indicam que a equação de frequência bilinear pode prever com precisão as frequências não lineares, se, e somente se, o modo correspondente exibir um caractere suave, independentemente das condições de comutatividade da matriz de rigidez do sistema.

2.3 MÉTODO NUMÉRICO

Goudreau, G. e Taylor, R. (1972) foram precursores no campo de estudo da elastodinâmica, que foi tema de estudo para a análise de vários aspectos da equação governante do comportamento dinâmico, além de outros métodos de solução como os métodos do tipo Newmark e Houbolt. Um dos grandes destaques do estudo realizado por Goudreau e Taylor foi a investigação de erro inerente aos métodos numéricos envolvidos, relativos à discretização no tempo e espaço. Os métodos empregados pelos pesquisadores possibilitaram registrar a passagem de onda no sólido, fazendo uso de elemento de viga.

Hilber *et. al.* (1977) desenvolveram um método, adjacente de Newmark, que tem como objetivo inserir um parâmetro que seja ajustável para controlar a dissipação numérica. Alguns anos mais tarde, esse método ficou conhecido como HHT. A estabilidade para a solução da equação do equilíbrio dinâmico e linear foi o fator relevante para o desenvolvimento do método, que não afetaria os modos mais baixos de vibração. O método HHT se torna mais simples para ser programado, desde que o algoritmo de Newmark já esteja implementado, pois seria necessário

apenas a introdução de um parâmetro para computar os coeficientes beta e gama do Método de Newmark.

Huebner *et. al.* (1982) mencionam que o Método dos Elementos Finitos foi empregado pela primeira vez em problemas de elasticidade plana no ano de 1960 por Clough, quando o método foi montado para o estudo de tensões em aeronaves. A partir dos estudos de Clough, o método dos elementos finitos tem sido aplicado para diversas áreas de estudo na Engenharia, como análise de tensões lineares, deflexão e vibração. Desse modo, a análise numérica via método dos elementos finitos é uma excelente técnica para se obter soluções aproximadas.

Tin-Loi, F. e Xia, S. (1999) desenvolveram uma formulação baseada no Teorema Lagrangeano Total e deslocamento incremental finito, para uma metodologia de não linearidade geométrica de treliça espacial via método dos elementos finitos. Essa formulação apresenta três aspectos: lei constitutiva e análises estática e cinemática. O algoritmo proposto por Tin-Loi e Xia no trabalho é o método de comprimento de arco.

Rodrigues, P. (2000) teve como objetivo em sua tese de doutorado, o estudo de estruturas reticuladas não lineares espaciais estáticas, através de métodos computacionais. Dessa forma, desenvolveu uma formulação capaz de processar a não linearidade geométrica e física para pórticos tridimensionais, com o auxílio do método dos elementos finitos. Algumas técnicas como o controle de deslocamento, controle de deslocamentos generalizados e comprimento de arco constante foram utilizadas para se determinar a trajetória não linear dos problemas. De um modo simples, os efeitos de endurecimento do material, imperfeições geométricas e tensões residuais foram estudados.

Sánchez, C. (2001) afirma que nos problemas que apresentam condições de contorno, a solução é dada a partir da região do domínio enquanto suas derivadas ou variáveis dependentes são conhecidas. Ainda de acordo com o autor, os problemas solucionados pelo método dos elementos finitos podem ser separados em três categorias: problema de equilíbrio, o qual pode ser exemplificado como análise estática estrutural; problema de autovalor, diferentemente do problema de equilíbrio, este analisa a dinâmica estrutural, e por fim o problema de propagação, o qual faz uma análise transiente ao longo do tempo.

Kim *et al.* (2001) realizaram estudos com embasamento no método dos elementos finitos para a análise não linear de problemas de pórtico metálico

tridimensional, a partir dos quais se tem na formulação física não linear o efeito da rótula plástica, enquanto para a formulação geométrica se tem funções de estabilidade. O algoritmo utilizado no trabalho é o método dos deslocamentos incrementais modificado.

Lazanha, E. (2003) apresenta em sua dissertação de mestrado a análise dinâmica elasto-plástica de estruturas sob excitação aleatória do vento, considerou o método de integração de Newmark, a fim de solucionar as integrais de movimento. Além disso, a apresentação e ausência das rótulas plásticas são dadas pela atualização a cada passo da matriz da rigidez da estrutura. Dando continuidade em sua pesquisa, o autor relata que para a análise de estruturas lineares expostas a carregamentos dinâmicos aleatórios, os fundamentos apresentados pela integral de Duhamel ou a análise no domínio das frequências, usualmente, consistem nos meios de solução mais apropriados de solução.

Armero, F. e Romero, I. (2003) desenvolveram um algoritmo fundamentado na conservação de momento e dissipação de energia, capaz de analisar a não linearidade física de viga do tipo Cosserat. Durante a pesquisa, houve algumas críticas referentes à instabilidade numérica dos métodos de Newmark e HTT quando a estrutura está no modo não linear. Devido a isso, os autores apresentaram uma solução que garante a precisão na segunda ordem, a dissipação numérica de energia controlada e a competividade no custo computacional, se comparado com os métodos explícitos.

Zhou *et al.* (2004) aplicaram uma nova metodologia de algoritmos, desenvolvida por eles, para analisar o comportamento do material hipoelástico e hipoelasto-plástico de uma estrutura submetida à aplicação de carga dinâmica. O algoritmo foi capaz de integrar a deformação finita com precisão de segunda ordem, possibilitando uma comparação do método de Newmark com o processo iterativo de Newton-Raphson, apresentando algumas características, tais como, sendo incondicionalmente estável, dissipação na alta frequência e a isenção da iteração não linear.

Menin *et. al.* (2007) estudaram os métodos implícitos de Newmark, HHT, WBZ e alfa generalizada, que promovem dissipação numérica. Durante as análises, os autores utilizaram diversos valores para o raio espectral a fim de estudarem o comportamento e o desempenho numérico de uma estrutura que apresente comportamento não linear. De acordo com Menin *et. al.* os quatro métodos utilizados

não garantem a estabilidade numérica e também não têm a capacidade de dissipar altas frequências quando o raio espectral for igual a um.

Chang, S. (2010) desenvolveu um grupo de métodos implícitos para a solução de problemas dinâmicos de sistemas estruturais lineares, que foi influenciado pelo método de Newmark com o objetivo de incluir parâmetros de ajustes nas equações de equilíbrio, havendo uma precisão de segunda ordem e uma estabilidade incondicional na solução de problemas não lineares. Para tanto, é possível utilizar um incremento de tempo maior para que não seja necessário um esforço computacional elevado ao incorporar o método iterativo de Newton-Raphson. Demais variáveis como a razão de amortecimento, a frequência natural da estrutura e um fator ômega, que está em função da frequência natural, são introduzidos para determinar os parâmetros de ajustes.

Shang *et. al*. (2016) apresentaram um estudo de análise dinâmica através do Método dos Elementos Finitos Generalizados em barras unidimensionais e viga de Euler-Bernoulli, para as quais os monômios de enriquecimento são funções exponenciais. Algumas aplicações foram realizadas nesse trabalho, como um problema de viga com vibração livre para verificar a robustez e eficiência do elemento, uma aplicação de barra de análise elastodinâmica com vários níveis de enriquecimento e por fim, uma análise dinâmica elasto-plástica em viga em que pode-se comparar a formulação convencional e enriquecida.

Shang *et. al*. (2017) estudaram o comportamento do elemento quadrilátero enriquecido C^0 através do método dos Elementos Finitos Generalizados, aplicado em análise de vibração livre com malha distorcida. Nesse estudo vê-se o bom comportamento do elemento C^0 quando comparado com a formulação numérica convencional.

3 CARREGAMENTO DINÂMICO ESTOCÁSTICO DO VENTO

A formação de gradientes de pressão é induzida pelas diferenças de temperaturas, que por sua vez, são produzidas pela radiação de calor devido ao aquecimento da superfície da terra. Nesse sentido, as diferenças de pressão geram o movimento do ar, que se desloca de áreas de alta pressão para áreas de baixa pressão, proporciona o fenômeno denominado vento (Lazanha, 2003). Com o avanço tecnológico, tem sido possível reproduzir uma aproximação do vento real através de métodos espectral.

Forças originárias do vento são ações de grande importância na análise dinâmica de estruturas, principalmente naquelas que são consideradas esbeltas. O vento, por sua vez, apresenta propriedades instáveis e características aleatórias, impedindo que seu carregamento tenha um tratamento determinístico. Em 1993, Franco propõe um processo de vento sintético para representar a natureza aleatória do vento, que é caracterizada pelas componentes harmônicas através do método de Monte Carlo. Os espectros de potência do vento são ferramentas para a determinação dos carregamentos do vento através de funções de densidade espectral.

A ação do vento é desenvolvida a partir da sua velocidade. Assim, o vetor velocidade do vento, $V(z,t)$, representado por uma expressão temporal, combinado por uma parcela média, $\bar{V}(z)$, e outra parcela representa a carga flutuante, $v(z,t)$, conforme representado pela Equação 3.1.

$$V(z,t) = \bar{V}(z) + v(z,t) \tag{3.1}$$

Onde:

$V(z,t)$ = Velocidade do vento em função do tempo (t) e da altura (z);

$\bar{V}(z)$ = Parcela média da velocidade do vento;

$v(z,t)$ = Parcela flutuante da velocidade do vento;

A partir da Equação 3.1 é possível determinar graficamente a variação da velocidade ao longo tempo conforme representado na Figura 3.1.

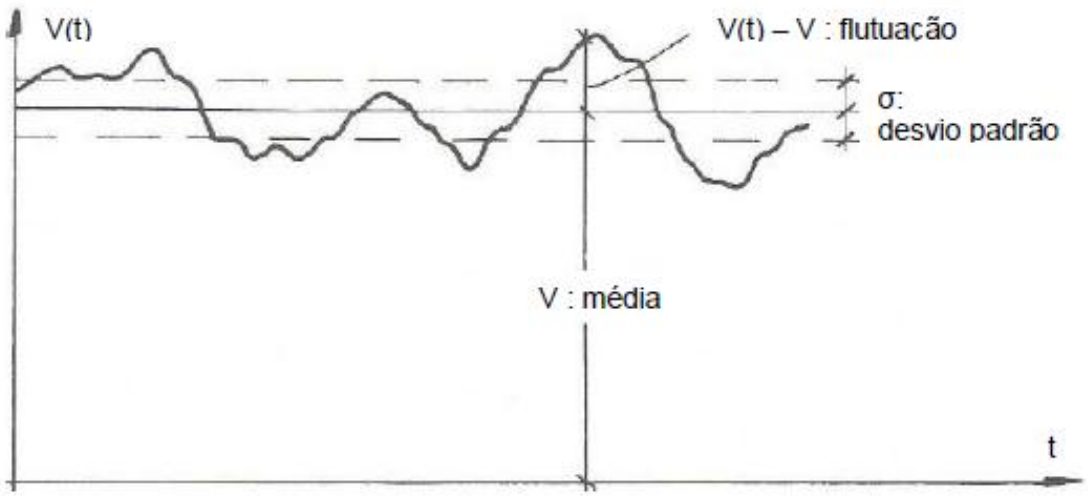


Figura 3.1 – Variação da velocidade do vento ao longo do tempo, Morais (2014).

3.1 PARCELA MÉDIA DA VELOCIDADE DO VENTO

Para determinar a parcela média da velocidade do vento é necessário empregar as premissas de alguma norma, como por exemplo, a NBR 6123 (1988). De acordo com essa norma, a velocidade básica do vento, $V_{0,}$ é definida como uma rajada com um tempo de 3 s, excedida em média, uma vez a cada 50 anos, a uma altura de 10 m acima do terreno em campo aberto e plano. Essa velocidade, representada na unidade m/s, é determinada a partir do gráfico das isopletas da velocidade básica do vento do Brasil conforme indicado na Figura 3.2.

Além da velocidade básica do vento, a NBR 6123 (1988) também leva em consideração outros fatores para determinar a velocidade média do vento, tais como o fator topográfico, S_1, a rugosidade do terreno em função da localização e dimensões da edificação, S_2, além do fator estatístico com grau de segurança requerido do projeto, S_3.

Para determinar a resposta dinâmica do vento, a Norma NBR 6163 (1988) especifica que a velocidade de projeto seja de 600 segundos com uma distância de 10 m da superfície do terreno na categoria II. Portanto, a Equação 3.4 expressa a velocidade média de projeto.

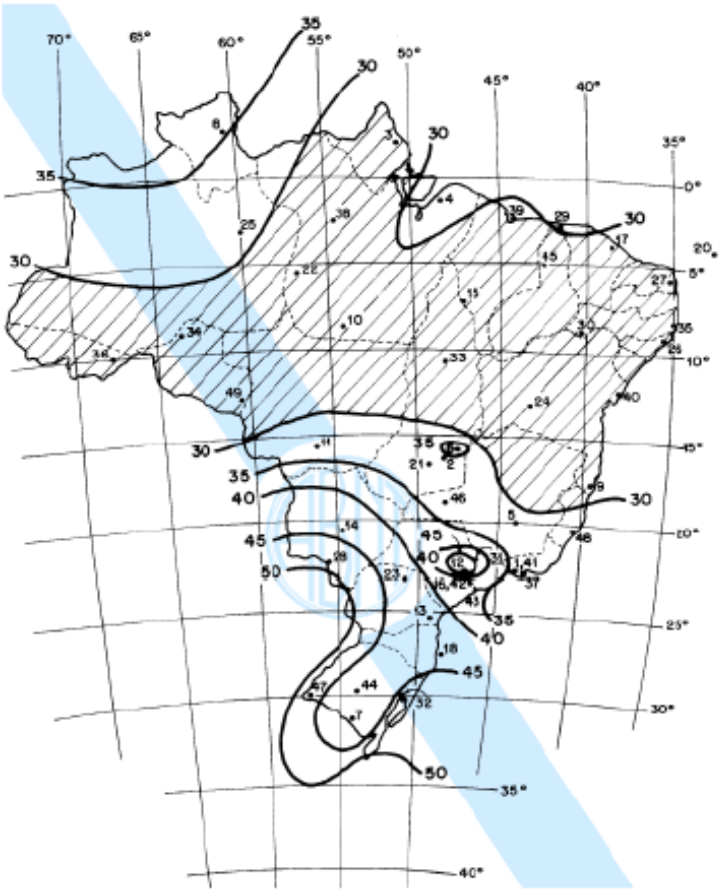


Figura 3.2 – Mapa de isopletas da velocidade básica do vento V_0 [m/s] do Brasil, Norma NBR 6123 (1988).

A fim de determinar a parcela média da velocidade do vento, o presente trabalho utiliza a Equação 3.2 e assume os seguintes parâmetros especificados na norma NBR 6123 (1988):

$$\bar{V}(z) = V_0 S_1 S_2 S_3 \tag{3.2}$$

Onde:

V_0 = Velocidade básica do vento;

S_1 = Fator topográfico;

S_2 = Categoria do terreno;

S_3 = Fator estatístico.

Sendo:

$$S_2 = bF_r \left(\frac{z}{10}\right)^p \quad (3.3)$$

Onde:

b = Parâmetro meteorológico;

F_r = Fator de rajada;

p = Expoente da lei potencial;

z = Cota acima do terreno.

$$\bar{V}_{10} = 0{,}69 V_0 S_1 S_3 \quad (3.4)$$

Se a velocidade média estiver em função de uma cota qualquer “z”, a Equação 3.5 representa a velocidade média praticada ao longo da altura, onde p é expoente da lei potencial.

$$\bar{V}_z = \bar{V}_{10} \left(\frac{Z}{10}\right)^P \quad (3.5)$$

3.2 PARCELA FLUTUANTE DA VELOCIDADE DO VENTO.

3.2.1 Parâmetros estatísticos

Após determinada a parcela média da velocidade do vento, faz-se necessário determinar a flutuação em torno dessa média. Os processos de troca de calor entre as camadas atmosféricas e as condições topográficas da região analisada, como a rugosidade da superfície terrestre, provocam uma agitação do vento médio (turbulência), determinando as flutuações. Já para Blessmann (1995), as flutuações são determinadas pelo atrito do fluxo de ar com a rugosidade da superfície terrestre. Assim, a intensa turbulência gera a mistura da camada de ar provocando o impedimento do processo de convecção.

Em 2012, Silva Filho considera que os turbilhões gerados pela flutuação do vento estabelecem um processo aleatório. Desta forma, para determinar o histórico de carregamento da ação do vento, faz-se necessário considerar a natureza não determinística desta ação, bem como estudar as propriedades estatísticas da

mesma. Para Lazanha (2003) os turbilhões podem ser caracterizados pela sua força em baixa e alta frequência. Os turbilhões de força de alta frequência e baixa intensidade apresentam pequena influência no comportamento global da estrutura, no entanto, em ação local dão origem às rajadas mais violentas. Já os turbilhões de força de baixa frequência podem afetar toda a estrutura. Assim, a característica aleatória da formação de turbilhões impossibilita o tratamento determinístico, requerendo um estudo estatístico da velocidade do vento.

Em 1998, Blessmann define que a parcela referente à flutuação consiste em um processo ergódico, ou seja, qualquer um de seus parâmetros estatísticos, calculado sobre um conjunto de registros possíveis, é igual ao correspondente parâmetro calculado ao longo do tempo sobre qualquer registro representativo no processo. Por se tratar de um processo ergódico, é necessariamente estacionário, portanto, pode-se defini-lo em parâmetros estatísticos: média temporal, valor quadrado médio, variância e desvio padrão.

A média temporal é expressa pela função representada na Equação 3.6.

$$\bar{v} = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_0^T v(t)dt = < v(t) > \tag{3.6}$$

Onde:

$v(t)$ = Função de série temporal qualquer;

T = Tempo final dos registros avaliados.

O valor quadrado médio pode ser determinado pela média da função ao quadrado, conforme indicado na Equação 3.7.

$$\overline{v^2} = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_0^T v^2(t)dt = < v^2(t) > \tag{3.7}$$

A variância pode ser obtida através de um histórico de valores conforme representação da Figura 3.1 e também pode ser expressa de acordo com a Equação 3.8.

$$\sigma_x{}^2 = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_0^T [v(t) - \bar{v}]^2 dt = < [v(t) - \bar{v}]^2 > \quad (3.8)$$

A partir da variância, é possível determinar o desvio padrão, resultado da raiz quadrada positiva da variância ou média quadrática, conforme representado na Equação 3.9.

$$\sigma_x = \sqrt{v(t)^2 - \overline{v^2}} \quad (3.9)$$

De acordo com Newland (1993), a distribuição de probabilidade normal ou de Gauss, similar a um formato de sino, é uma das possibilidades de se caracterizar vários casos de vibrações aleatórias, como na Figura 3.3.

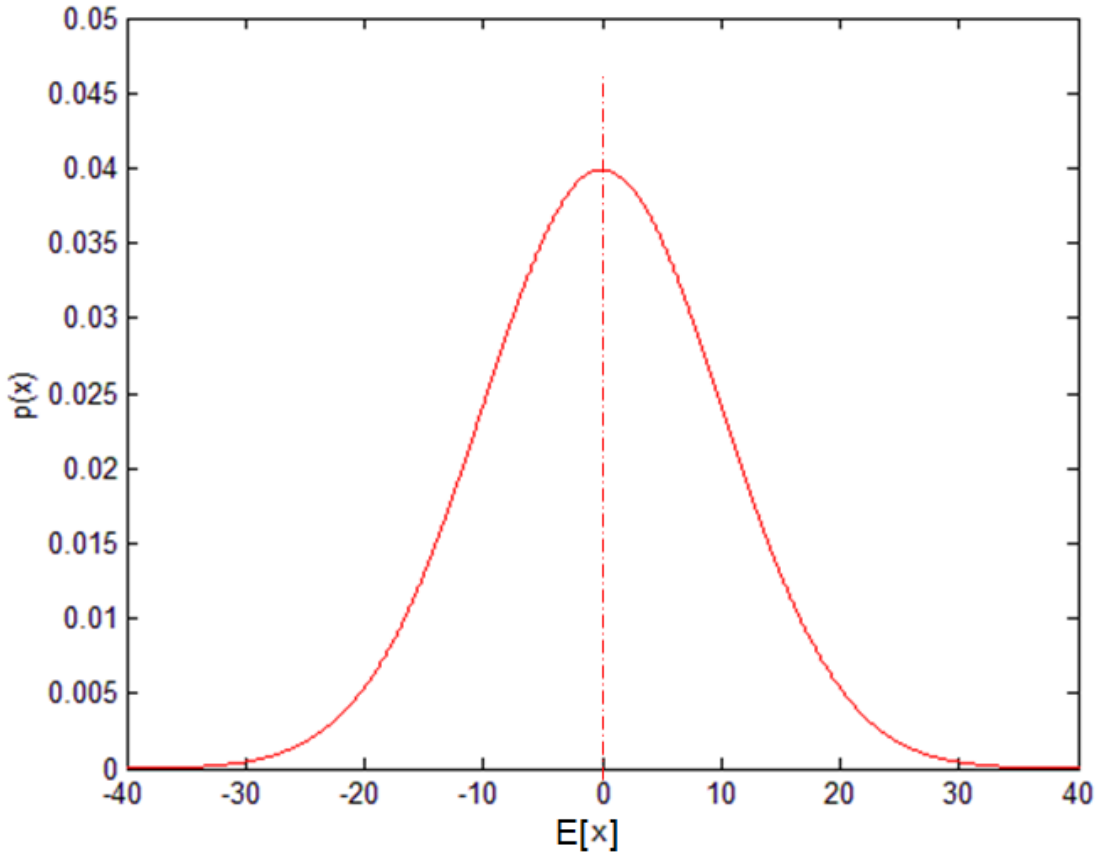


Figura 3.3 – Densidade de probabilidade Normal ou de Gauss.

A forma da função representada pela Figura 3.3 pode ser obtida pela Equação 3.10, que é amplamente utilizada nos estudos de vibração aleatória.

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{\frac{-(x-E[x])^2}{2\sigma^2}} \quad (3.10)$$

Onde:

$p(x)$ = Representa a função densidade;

x = -100 < x <+100 - Variável aleatória contínua;

$E[x]$ = 0 - Parâmetro estatístico representativo da média;

σ = 10 - Parâmetro estatístico representativo do desvio padrão;

σ^2 = 100 - Parâmetro estatístico representativo da variância.

Depois de incluir os parâmetros estatísticos, as hipóteses básicas admitidas para a parcela flutuante do fluxo de vento podem ser entendidas de forma mais clara. A Figura 3.4 exemplifica um número “X” de séries temporais, onde é possível determinar os parâmetros estatísticos ao longo de um conjunto de históricos de séries temporais, que podem ser considerados como as representações de experimentos. Analisando várias séries temporais $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$..., conforme representado na Figura 3.4, é possível obter de todas as funções em um instante t_0 a sua distribuição de probabilidade normal, bem como para os demais instantes de tempo, t_1, t_2, etc.

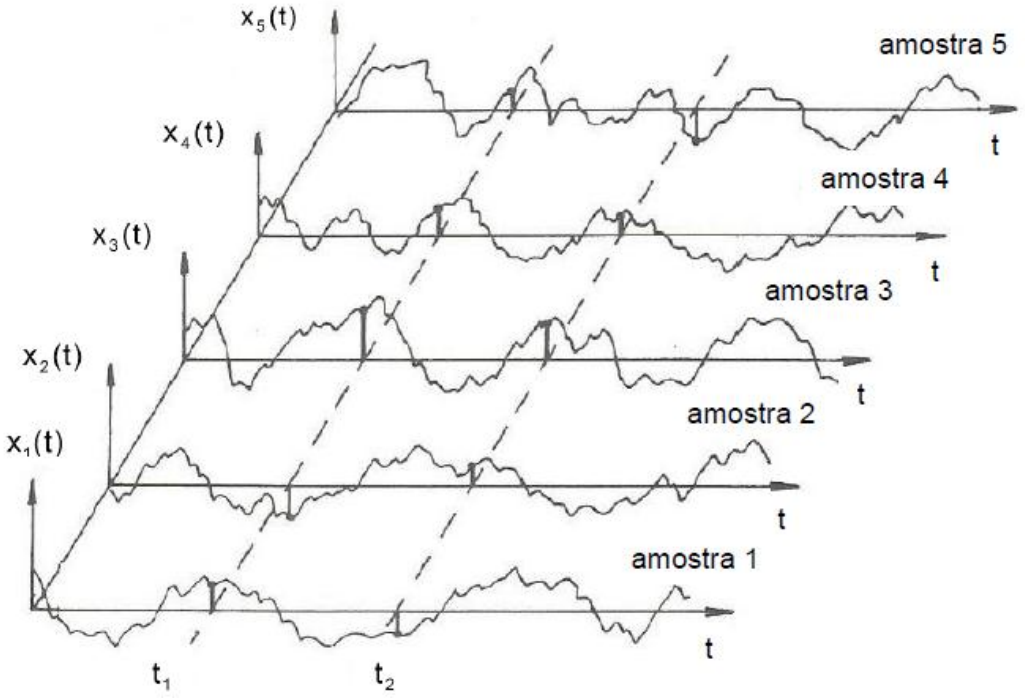


Figura 3.4 – Exemplo de amostra de séries temporais, Blessmann (1998).

Em um processo Gaussiano de natureza aleatória, as funções de probabilidade, determinadas para todos os instantes de tempo, são descritas por distribuições normais conforme a Equação 3.10.

3.2.2 Função de densidade espectral e autocorrelação

Os espectros de potência podem ser utilizados por um procedimento atraente para a análise do fluxo de vento. Para Lazanha (2003) um espectro relaciona a distribuição de energia em função da frequência considerada. Será necessária a apresentação dos conceitos de função de autocorrelação e de transformadas de Fourier para a definição matemática de espectro de potência.

A média definida pelo produto entre dois valores da série histórica, entre um intervalo de tempo τ é a definição para a função de autocorrelação do processo aleatório estacionário, de uma série da velocidade do vento, $R_v(\tau)$. Assim, a função de autocorrelação pode ser expressa como a Equação 3.11.

$$R_v(\tau) = E[v(t)\, v(t+\tau)] \tag{3.11}$$

Para exemplificar a função de autocorrelação em uma definição gráfica, a Figura 3.5 apresenta as duas funções separadas e também o produto delas.

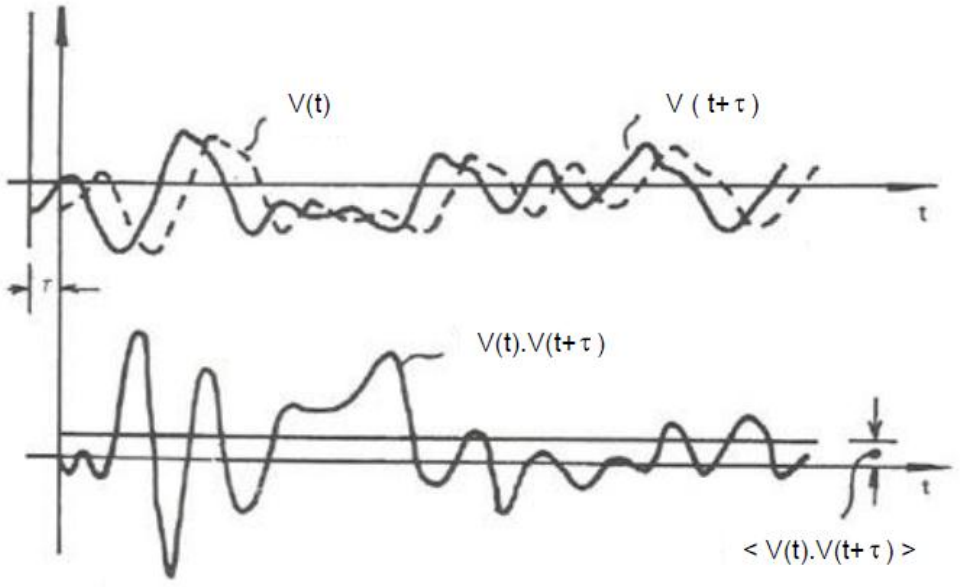


Figura 3.5 – Representação gráfica da função de autocorrelação, Morais (2014).

De acordo com Silva Filho (2012), a função de autocorrelação não depende do tempo, sendo somente função do intervalo de tempo τ, a partir do princípio que a flutuação das velocidades do vento está introduzida em um processo estacionário ergódico. Logo, para um intervalo de tempo igual a zero ($\tau = 0$), o resultado da função de autocorrelação é igual ao valor quadrado médio, sendo expresso conforme Equação 3.12.

$$R_v(\tau = 0) = E[v^2] \tag{3.12}$$

Quando há intervalos de tempo muito grandes, tendendo ao infinito, não existe coerência entre os dois valores, v(t) e v(t+τ), sendo o processo denominado como não correlacionado. Podemos definir conforme apresentado na Equação 3.13.

$$R_v(\tau \to \infty) = m^2 \tag{3.13}$$

Nesse sentido, para um processo estacionário, $R_v(\tau)$, dependente apenas do intervalo de tempo τ, tem-se:

$$R_v(\tau) = E[v(t)\, v(t+\tau)] = E[v(t)\, v(t-\tau)] = R_v(-\tau) \tag{3.14}$$

A partir das expressões anteriores, pode-se afirmar que $R_v(\tau)$ é uma função par. Todas as definições apresentadas podem ser representadas na Figura 3.6, que é um gráfico característico de uma função de autocorrelação.

Em 1998, Blessmann define que a transformada de Fourier da função autocorrelação é a função da densidade espectral. Dessa forma, no presente trabalho, é necessário estabelecer alguns conceitos envolvidos na análise de Fourier.

Considerando uma função periódica arbitrária analisada no seu domínio de frequência, esta pode ser obtida pela superposição dos componentes harmônicos e expressa por uma série trigonométrica infinita, como observado por Lazanha (2003), e representado conforme a Equação 3.15.

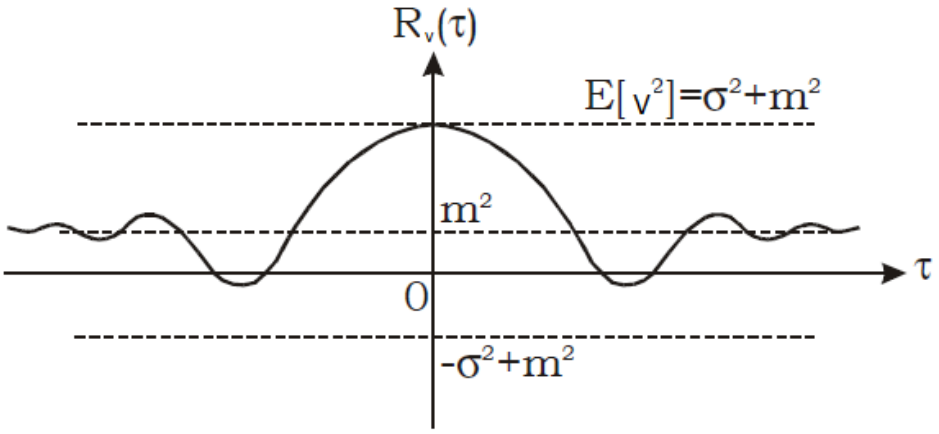


Figura 3.6 – Curva característica da função de autocorrelação, Lazanha modificado (2003).

Define-se como função periódica qualquer aquela cujo valor se repete após um determinado período fundamental, conforme ilustrado na Figura 3.7.

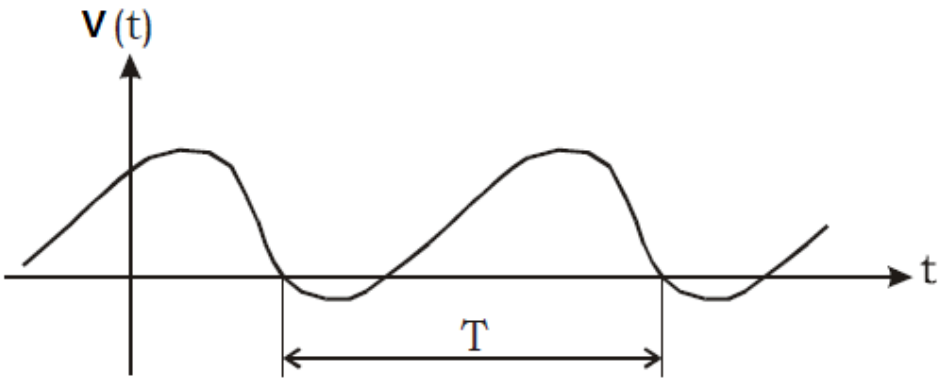


Figura 3.7 – Função periódica, Rios modificado (2015).

$$v(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \left(a_k \cos \frac{2\pi kt}{T} + b_k \sin \frac{2\pi kt}{T} \right) \quad (3.15)$$

Onde os coeficientes de Fourier, a_0, a_k, b_k, são expressos por:

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} v(t)dt \quad (3.16)$$

$$\underset{k\geq 1}{a_k} = \frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} v(t)\cos\frac{2\pi kt}{T}\,dt \tag{3.17}$$

$$\underset{k\geq 1}{b_k} = \frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} v(t)\,\text{sen}\,\frac{2\pi kt}{T}\,dt \tag{3.18}$$

De acordo com Morais (2014), para estabelecer uma amostra dentro do intervalo com média igual a zero, o primeiro termo, a_0, proposto na série assume o valor zero. Assim, para um histórico com média zero, o desenvolvimento matemático das Equações 3.15 a 3.18, determina a expressão da integral de Fourier, tal como na Equação 3.19.

$$v(t) = 2\int_0^\infty A(\omega)cos\omega t d\omega + 2\int_0^\infty B(\omega)sen\omega t d\omega \tag{3.19}$$

Conforme expresso nas Equações 3.20 e 3.21, os componentes da transformada de Fourier estão representados.

$$A(\omega) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} v(t)cos\omega t dt \tag{3.20}$$

$$B(\omega) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} v(t)sen\omega t dt \tag{3.21}$$

As equações 3.20 e 3.21, de acordo com Lazanha (2003), podem ser representadas na forma complexa. Assim, define-se $X(\omega)$ como:

$$X(\omega) = A(\omega) - B(\omega) \tag{3.22}$$

Conhecido como o Teorema de Wiener-Khintchine, o par de transformada de Fourier é representado a seguir pelas Equações 3.23 e 3.24, conforme observado por Silva Filho (2012).

$$X(\omega) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} v(t)e^{-i\omega t}dt \tag{3.23}$$

$$v(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (3.24)$$

Então, determina-se a função de densidade espectral definida como a transformada de Fourier da função de autocorrelação:

$$S_v(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_v(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (3.25)$$

A função de densidade espectral, quando representada na forma complexa, pode ser expressa conforme a Equação 3.26, uma vez que o termo $B(\omega)$ é igual à zero, (Lazanha, 2003).

$$S_v(\omega) = A(\omega) \quad (3.26)$$

No decorrer dos anos, muitos pesquisadores têm se dedicado a desenvolver expressões matemáticas que representem as ações do vento na engenharia estrutural, fundamentadas por medições e resultados experimentais. Os espectros mais utilizados são os propostos por Kaimal, Davenport, Harris, Lumley e Panowski e von Kármán, representados na Figura 3.8

O eixo das abcissas representa o número de ondas em ciclos por metros, e o eixo das ordenadas representa a densidade espectral normalizada pela variância. Nesse caso, a energia total do sistema é representada proporcionalmente pela área delimitada sob a curva entre duas frequências.

Os espectros de potências, representados na Figura 3.8, são divididos em dois critérios principais: velocidade dependente da altura e velocidade independente da altura. Os pesquisadores que desenvolveram os espectros de potência, para os quais a velocidade do vento não depende da altura da estrutura são Davenport, Harris e Lumley e Panowsky. Já os pesquisadores Kaimal e von Kármán desenvolveram seus espectros de potência tendo, além da frequência, a velocidade para cada altura como uma segunda variável.

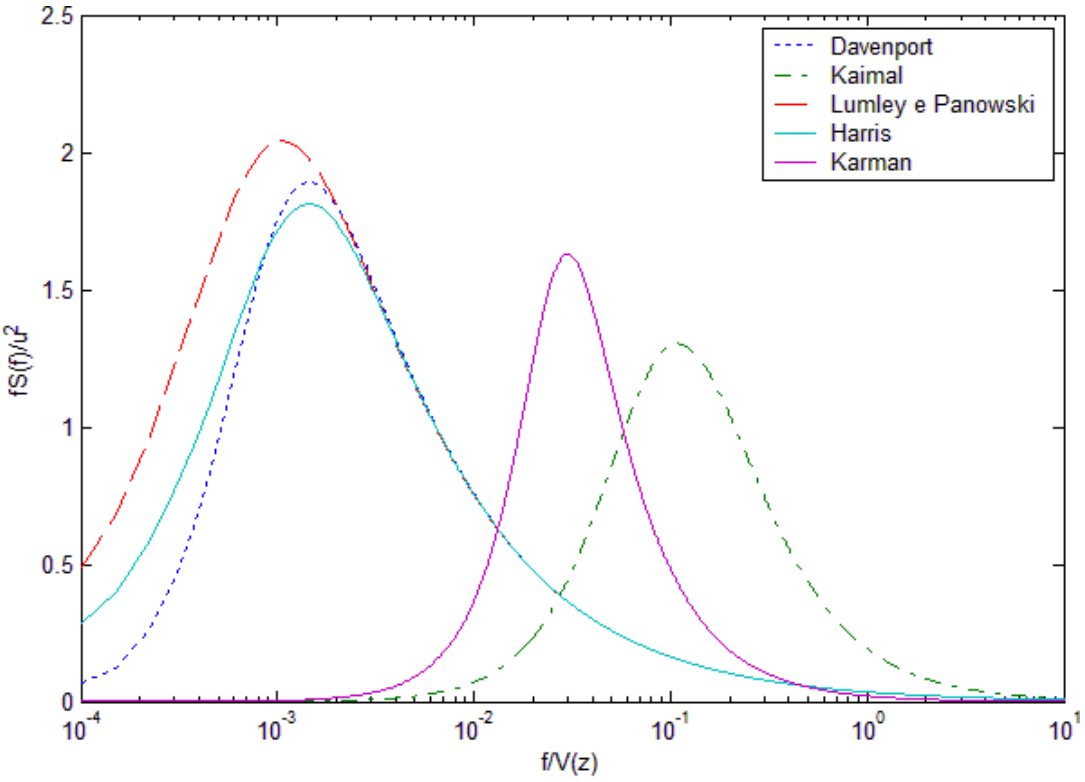


Figura 3.8 – Curvas dos espectros de potência do vento.

Para determinar as curvas representadas na Figura 3.8 foram utilizados os seguintes parâmetros, sendo que os três primeiros consideram a velocidade média do vento em uma altura de 10 m sobre o terreno.

De acordo com Lazanha (2003), o espectro de potência de Davenport não reproduz com boa precisão os valores obtidos em baixa frequência, além de não considerar a cota, z, da altura. No entanto, é um espectro referenciado nas normas norte-americana (AISI A58.1) e canadense NBCC (1985). O espectro de Davenport é expresso por:

$$\frac{fS_v(f)}{{u_*}^2} = 4\frac{x^2}{(1+x^2)^{\frac{4}{3}}} \tag{3.27}$$

$$x(f) = \frac{1200f}{V_{10}} \tag{3.28}$$

O próximo espectro não é tão conhecido como o de Davenport, porém é o espectro utilizado na NBR 6123 (1988). Assim, as Equações 3.29 e 3.30 representam o espectro de potência de Harris.

$$\frac{fS_v(f)}{{u_*}^2} = 4\frac{x}{(2+x^2)^{\frac{5}{6}}} \tag{3.29}$$

$$x(f) = \frac{1800f}{V_{10}} \tag{3.30}$$

O espectro de potência de Lumley e Panowsky não é muito utilizado em literaturas, porém sua expressão pode ser representada por:

$$\frac{fS_v(f)}{{u_*}^2} = 4\frac{x}{1+x^{\frac{5}{3}}} \tag{3.31}$$

$$x(f) = \frac{900f}{V_{10}} \tag{3.32}$$

Onde:

f = Frequência, em Hz;

$S_v(f)$ = Densidade espectral da componente longitudinal da turbulência na frequência f;

$x(f)$ = Frequência adimensional;

u_* = Velocidade de fricção;

V_{10} = Velocidade média do vento a 10 m acima do nível do terreno, em m/s.

Os espectros de potência de Kaimal e von Kármán, diferentemente dos espectros mencionados anteriormente, consideram a altura em relação a superfície do terreno, conforme representado a seguir. A expressão de Kaimal pode ser expressa por:

$$\frac{fS_v(f,z)}{{u_*}^2} = \frac{200x}{(1+50x)^{\frac{5}{3}}} \tag{3.33}$$

$$x(f,z) = \frac{fz}{V_z} \tag{3.34}$$

Onde:

f = Frequência, em Hz;

$S_v(f,z)$ = Densidade espectral da componente longitudinal da turbulência na frequência f;

$x(f)$ = Frequência adimensional;

u_* = Velocidade de fricção;

V_z = Velocidade média do vento na cota, z, acima do nível do terreno, em m/s. Variando de 0 m a 100 m;

z = Altura em m.

A velocidade de fricção pode ser calculada de acordo com a Equação 3.35.

$$u_* = \frac{k\overline{V_z}}{\ln\left(\frac{z}{z_0}\right)} \tag{3.35}$$

Onde:

k = 0,4 – Constante de von Kármán;

z_0 = 0,07 m – Representa o comprimento da rugosidade de acordo com a NBR 6123:1988;

$\overline{V_z}$ = Velocidade média do vento na cota "z" acima do nível do terreno, em m/s;

z = Cota acima do terreno. Variando de 0 m a 100 m.

De acordo com Beca (2010), o espectro de potência de von Kármán pode ser representado pelas seguintes equações:

$$\frac{fS_v(f,z)}{{u_*}^2} = \frac{24x_u}{(1+70.7{x_u}^2)^{\frac{5}{6}}} \tag{3.36}$$

$$x_u = L_{ux}x_{(f,z)} \tag{3.37}$$

$$L_{ux} = 300\left(\frac{z}{350}\right)^{\frac{1}{k}} \tag{3.38}$$

$$\frac{1}{k} = 0.437 + 0.153\log z_0 \tag{3.39}$$

3.2.3 Processo do vento sintético

Em 1993, Franco propôs o método dos ventos sintéticos, que consiste na divisão do carregamento do vento em duas parcelas: a média e a flutuante. A parcela flutuante da velocidade do vento é constituída pela superposição de componentes harmônicos, de diversas frequências, com fases aleatórias estabelecidas, configurando em uma simulação numérica de variáveis aleatórias, conhecida como método de Monte Carlo.

Segundo Franco (1993), a parcela flutuante do vento pode ser dividida em uma série aleatória de 11 componentes harmônicos, sendo necessária a coincidência de pelo menos um harmônico com a frequência ressonante da estrutura. Os demais componentes harmônicos devem ser múltiplos ou submúltiplos do harmônico referente à frequência natural ressonante. Franco (1993) ainda destaca que a amplitude de cada um dos componentes harmônicos pode ser determinada em função da densidade de potência espectral do vento.

3.2.4 Determinação das séries temporais da velocidade do vento

Em 1972, Shinozuka e Jan realizaram alguns estudos referentes à determinação de séries temporais através da técnica de simulação digital de processos aleatórios multivariados. Serviu como uma ferramenta essencial para grandes números de problemas na engenharia estrutural, como por exemplo, na análise numérica de resposta dinâmica de estruturas não lineares a excitações aleatórias; análise no domínio do tempo de estruturas lineares sob excitações aleatórias através do domínio de frequência; solução numérica de propagação de onda de tensão de um meio aleatório e problemas de autovalor de estruturas com propriedades de materiais aleatoriamente não homogêneas.

A característica essencial da abordagem de Shinozuka e Jan (1972) é que um processo aleatório pode ser simulado por uma série de funções de cosseno com frequência aleatória, ou número de onda. A função de densidade da frequência aleatória é derivada da matriz de densidade espectral cruzada especificada para o processo multidimensional.

A parcela flutuante da velocidade do vento v(t) pode ser expressa, de maneira simplificada, por uma única função harmônica conforme a função abaixo:

$$v(t) = v_0 \cos(2\pi f t) \tag{3.40}$$

O presente trabalho adota o método proposto por Shinozuka e Jan (1972), para o qual a parcela flutuante da velocidade do vento está inserida em um processo aleatório estacionário com média igual à zero, determinada pela superposição de ondas harmônicas, conforme representado por Silva Filho (2012) na Equação 3.41.

$$v(t) = \sum_{i=1}^{N} \sqrt{2S^v(f_i)\Delta f}\cos(2\pi f_i t + \theta_i) \tag{3.41}$$

Onde:

N = Número de divisões no espectro de potência;

$S^v(f_i)$ = Densidade espectral de potência do vento na frequência f;

Δf = Incremento da frequência, em Hz;

f_i = Frequência, em Hz;

t = Tempo, em segundos;

θ_i = Ângulo de fase randômico, entre 0 e 2π.

A amplitude das funções temporais é dada pela seguinte equação:

$$a_i = \sqrt{2S^v(f_i)\Delta f} \tag{3.42}$$

3.3 CARREGAMENTO ESTOCÁSTICO DO VENTO NA ESTRUTURA

Após determinada a parcela flutuante da velocidade do vento, deve ser determinado o carregamento dinâmico aplicado na estrutura. Seguindo a norma brasileira NBR 6123 (1988), a pressão dinâmica é uma função da velocidade do vento, conforme apresentada na Equação 3.43.

$$q = 0{,}613 V(z,t)^2 \tag{3.43}$$

Onde:

q = Pressão dinâmica do vento, em N/m²;

$V(z,t)$ = Velocidade do vento, parcela média mais parcela flutuante, em função do tempo e da altura, em m/s.

É necessário reescrever a Equação 3.43 para que haja a soma da parcela flutuante da velocidade do vento com a parcela média da velocidade do vento, conforme Equação 3.44.

$$q(z,t) = 0{,}613(\overline{V_z} + v(z,t))^2 \tag{3.44}$$

Onde:

$q(z,t)$ = Pressão dinâmica do vento em função da altura e tempo, em N/m²;

$\bar{V}_z$ = Parcela média da velocidade do vento, em m/s;

$v(z,t)$ = Parcela flutuante da velocidade do vento, em m/s.

Após determinada a pressão dinâmica do vento em função do tempo, faz-se necessário determinar a força atuante sobre a estrutura, conforme descrito na Equação 3.45.

$$F(z,t) = C_{ai} q(z,t) A_i \tag{3.45}$$

Onde:

$F(z,t)$ = Força atuante na estrutura em função da altura e tempo, em N;

C_{ai} = Coeficiente de arrasto, pode ser encontrado na NBR 6123 (1988);

A_i = Área de influência da força, em m².

3.4 ALGORITMO DA FORÇA DO VENTO NA ESTRUTURA

Para um melhor entendimento da metodologia aplicada nas aplicações da presente dissertação, a Figura 3.9 apresenta o fluxograma da sub-rotina (*carga_vento*) desenvolvida para calcular o vetor de carga do vento, programada na linguagem *Fortran*. A sub-rotina é inserida na rotina de cálculo da estrutura

(*dinamica_2D_MEFQ_multilinear*) desenvolvida por Shang (2009), que também foi desenvolvida na linguagem *Fortran*. No apêndice estão apresentadas as instruções para a interpretação da sub-rotina (*carga_vento*).

Primeiramente, o usuário precisa inserir os dados de entrada, como a velocidade básica do vento (valor retirado da norma NBR 6123 ou de dados experimentais), altura total da estrutura, largura da área de influência da força, número total de nós na linha de carga (nós em que serão aplicados às cargas de vento) e por fim o usuário precisa inserir o coeficiente de arrasto que será adotado para a estrutura (valor obtido da norma NBR 6123 ou de dados experimentais). Feito isso, o código irá ler o arquivo salvo em bloco de notas, que possui os nós em que serão aplicados à força do vento, e na sequência irá processar os dados na seguinte ordem:

1. Definindo a parcela flutuante da velocidade do vento, a partir da Equação 3.41, Shinozuka e Jan (1972);
2. Após determinada a parcela flutuante, o próximo passo será o cálculo da velocidade total, onde se tem a soma da parcela flutuante com a parcela média;
3. E por fim, determinar a pressão dinâmica do vento e a força em função do tempo e da altura, a qual será aplicada em cada nó estabelecido no arquivo salvo no bloco de notas.

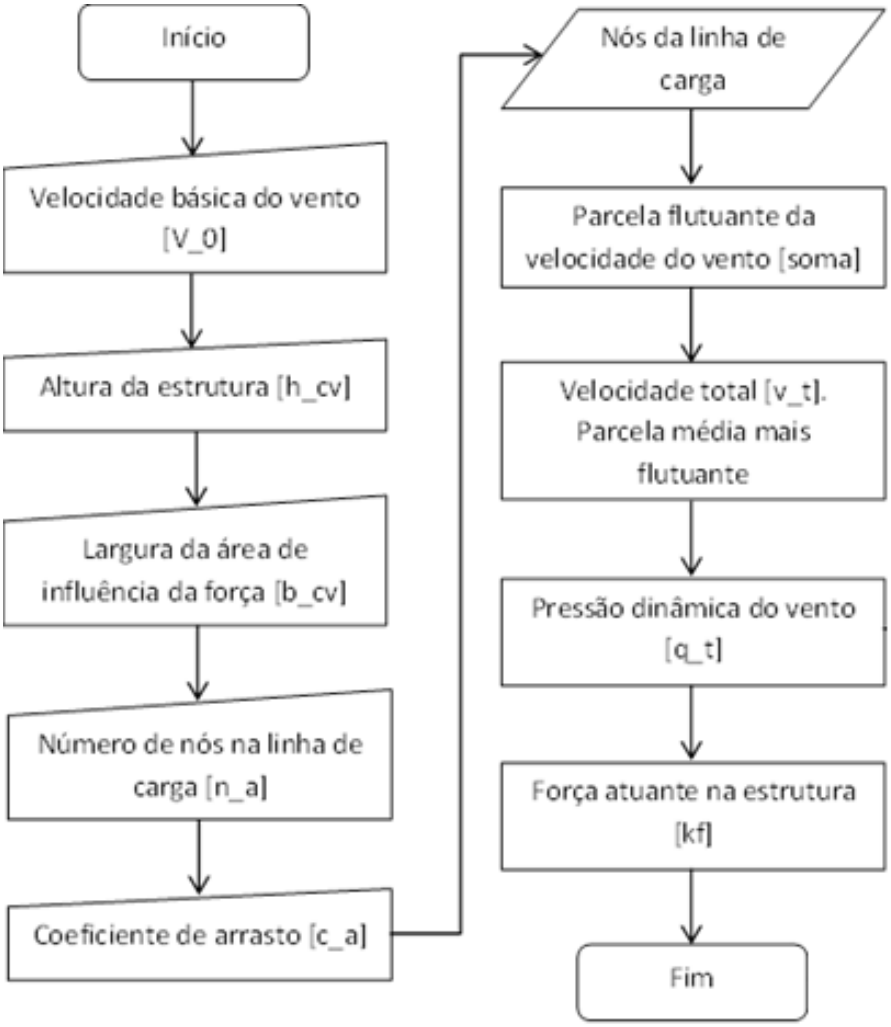


Figura 3.9 – Fluxograma lógico da sub-rotina da carga de vento.

Neste capítulo foi apresentada uma metodologia para determinar o carregamento do vento de natureza estocástica, sendo que a velocidade do vento foi dividida em duas parcelas. A parcela média é definida a partir da norma NBR 6123 (1988), já a parcela flutuante é determinada a partir dos espectros de potência da velocidade do vento, conforme apresentado neste capítulo.

4 COMPORTAMENTO ELASTO-PLÁSTICO DO MATERIAL

Em 1993, Balendra afirma que o aço é um dos principais materiais para ser utilizado em estruturas, já que suas propriedades mecânicas apresentam alta resistência e uma elevada ductilidade.

Para uma melhor interpretação do comportamento do aço, a Figura 4.1 representa a característica plástica do aço estrutural durante sua deformação. Analisando as curvas, pode-se observar que a deformação apresentada no início do escoamento é muito menor que a deformação relacionada a tensão de ruptura do material.

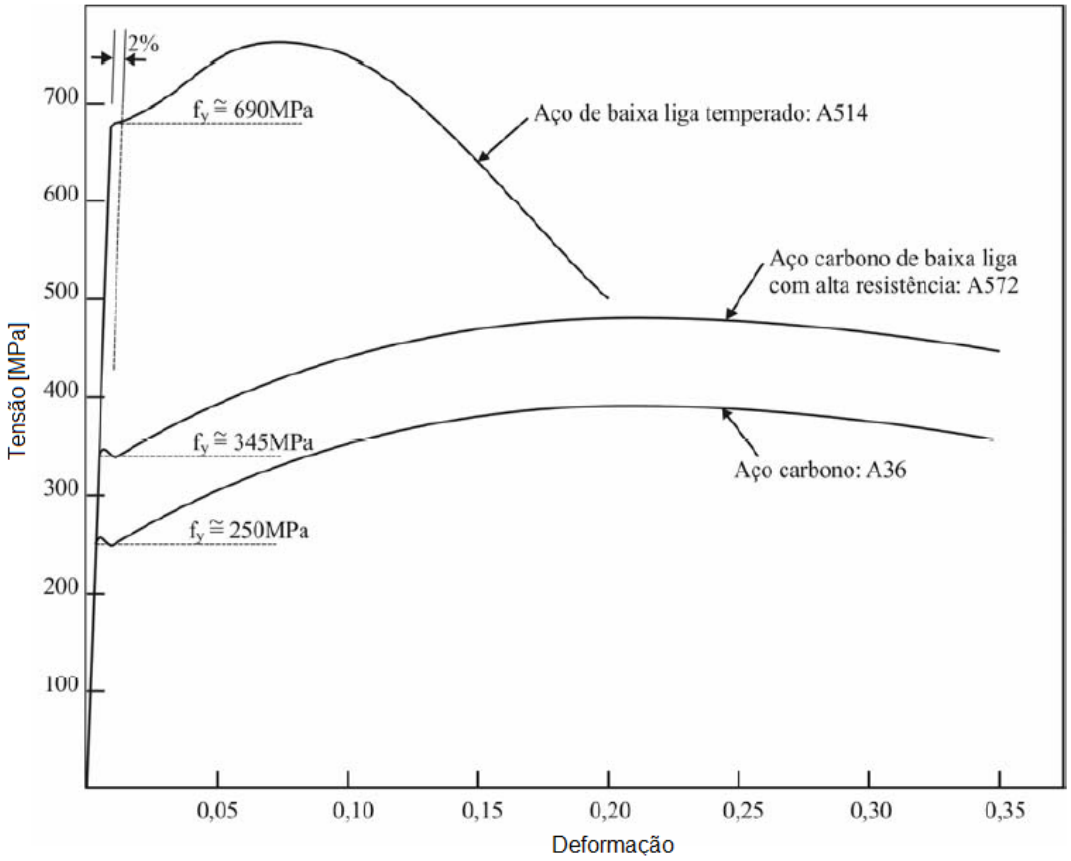


Figura 4.1 - Curvas de tensão-deformação de aços estruturais, Chen e Sohal (1995).

Em 1956, Neal identificou pontos importantes em uma curva tensão deformação padrão para aços dúcteis, a partir da qual teria um melhor entendimento do comportamento do material. Assim, a Figura 4.2 apresenta essa relação proposta por Neal.

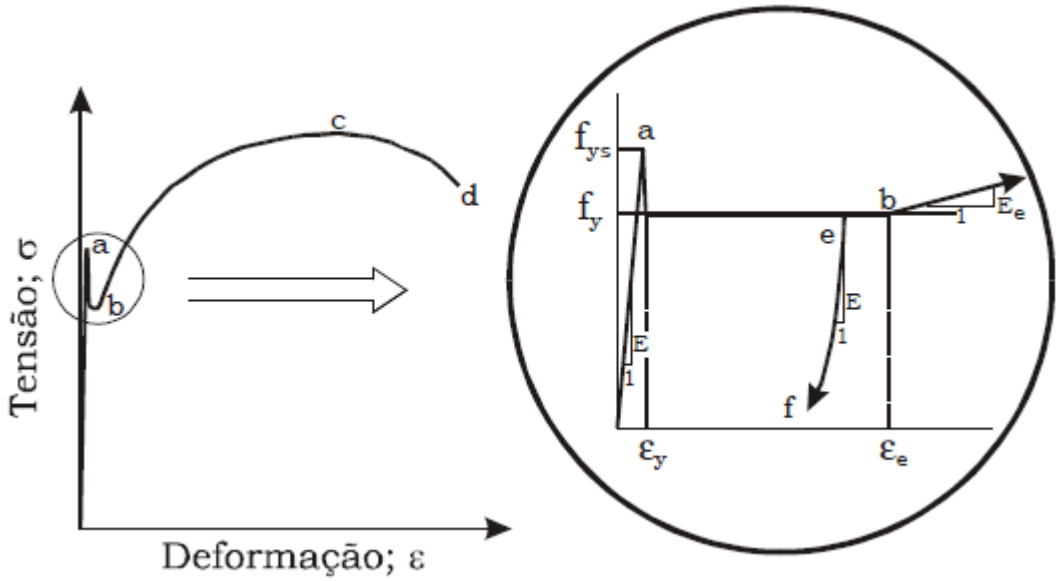


Figura 4.2– Relação tensão-deformação de aços dúcteis, Neal (1956).

Conforme apresentado na Figura 4.2, pode-se visualizar um comportamento praticamente linear, no intervalo elástico, até que a tensão superior, f_{ys} , de escoamento seja atingida no ponto *a*. Na sequência, a tensão diminui repentinamente até a tensão de escoamento inferior, f_y, mantendo-se constante até que a deformação alcance o ponto *b*. A partir desse ponto, o material sofre encruamento, o qual proporciona maiores valores nas deformações e nas tensões, até atingir o ponto *c*, limite último de tensão, f_u. Por fim, o material prossegue até o ponto *d*, onde a tensão diminui e acontece a ruptura do material. De acordo com Lazanha (2003), a região de maior interesse para a análise plástica está entre os pontos *a* e *b*.

Em 2013, Jeyakumar e Christopher propõem em sua pesquisa a utilização da equação de Ramberg-Osgood, Equação 4.1, para descrever a relação não linear entre tensões e deformações do aço estrutural ASTM A36. Na presente investigação será adotada a mesma curva proposta por Jeyakumar e Christopher para a realização da análise via método dos elementos finitos. A Figura 4.3 apresenta o perfil da curva tensão deformação.

$$\sigma = E\varepsilon\left[1+\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right)^n\right]^{\frac{-1}{n}} \tag{4.1}$$

Onde:

E = 166.667 Mpa – Módulo de Elasticidade;

σ = 250 Mpa – Tensão de Escoamento;

n = 1,798 (Parâmetro que define a forma da curva tensão-deformação);

ε_0 = 0,0015; ($\varepsilon_0 = \sigma/E$)

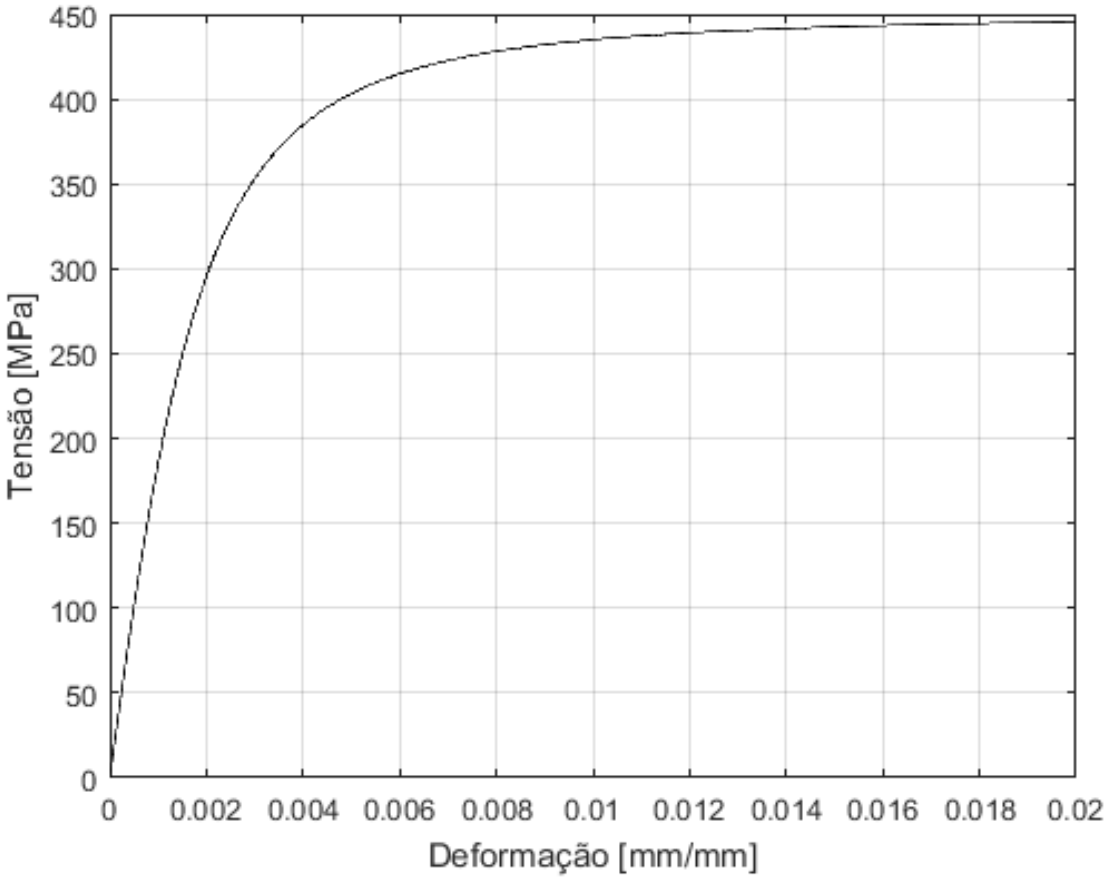


Figura 4.3 – Curva Tensão-Deformação do aço estrutura ASTM A36.

De acordo com Shang (2009), a teoria de elasticidade, apresentada em problemas de engenharia, muitas vezes não apresenta o real comportamento dos materiais. Principalmente em situações que o material assume uma relação não linear entre a tensão e deformação, ou até mesmo na plastificação. Assim, a tensão recebida pelo sólido excede o limite de escoamento do material e no momento em que a peça sofre o descarregamento ela não retornará à sua posição de origem. Isso torna necessário um tratamento matemático mais profundado do que o conhecido na elasticidade.

Na presente investigação, o tratamento matemático que se refere à plasticidade, restringe-se aos materiais com endurecimento isotrópico, cuja distorção e translação não ocorrem durante a expansão da superfície de escoamento, conforme representado na Figura 4.4. No entanto, há outros tipos de comportamentos em diferentes materiais relacionados ao efeito de Bauschinger, em que é considerada no corpo de ensaio uma força de tração ou compressão até o regime plástico. Em seguida, há uma inversão de carga, onde o carregamento é removido e na direção contrária o corpo de ensaio é descarregado até o escoamento, conforme representado na Figura 4.5.

O efeito de Bauschinger se refere a um fenômeno anisotrópico estimulado pelas deformações plásticas, que tende reduzir a resistência do material quando o corpo de ensaio é submetido a um novo carregamento com um sinal contrário.

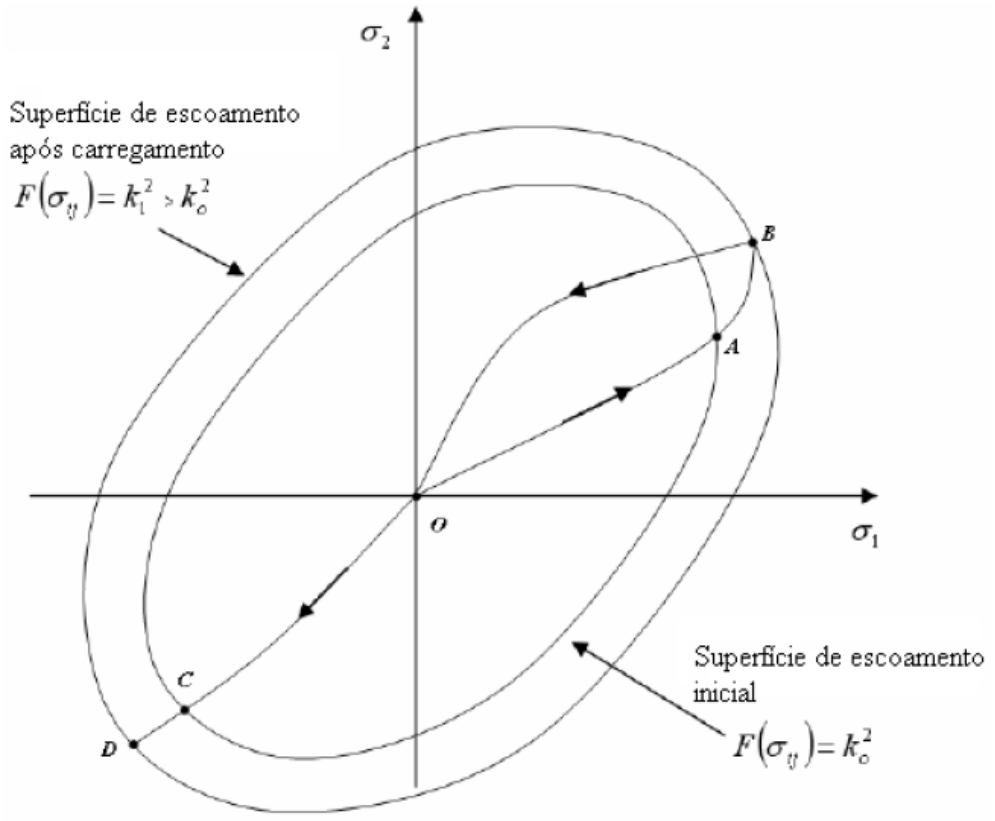


Figura 4.4 – Superfície de escoamento que apresenta encruamento isotrópico, Cardoso (2005).

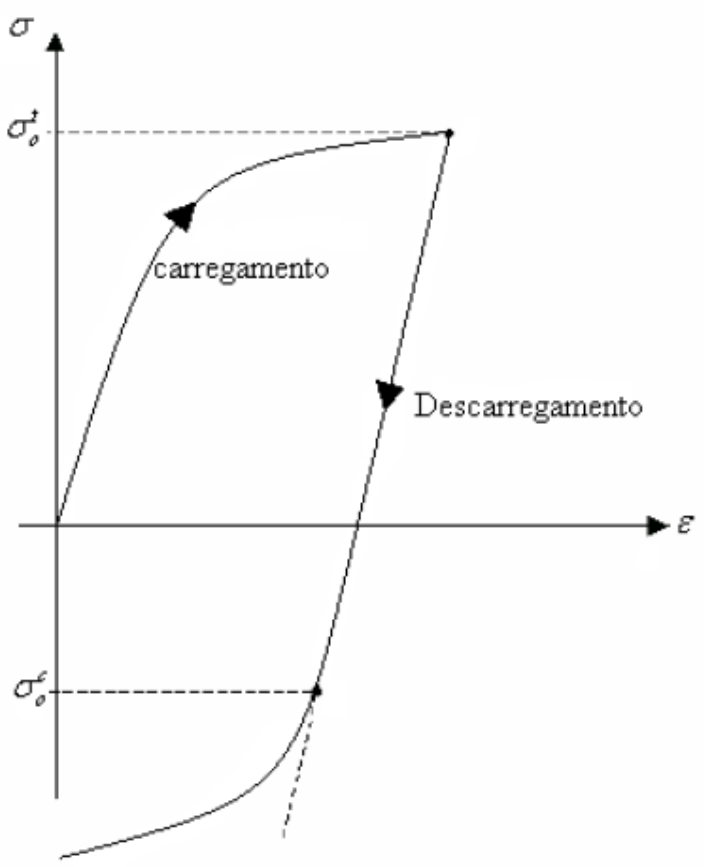


Figura 4.5 – Curva de tensão-deformação representando o efeito Bauschinger, Shang (2009).

Tecnicamente é adequado decompor o tensor de tensões em duas partes na teoria da plasticidade.

$$\sigma_{PK2ij} = p\delta_{ij} + S_{ij} \tag{4.2}$$

Onde p é a pressão hidrostática representada pela Equação 4.3 e $p\delta_{ij}$ é chamado de componente tensão hidrostática.

$$p = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \tag{4.3}$$

A segunda parte é chamada como tensor de tensão deviatórica e é representada pela seguinte equação.

$$S_{ij} = \sigma_{ij} + p\delta_{ij} \tag{4.4}$$

As tensões desviatórias principais podem ser associadas com tensões principais através das seguintes expressões:

$$S_1 = \frac{2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3}{3} \tag{4.5a}$$

$$S_2 = \frac{2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3}{3} \tag{4.5b}$$

$$S_3 = \frac{2\sigma_3 - \sigma_1 - \sigma_2}{3} \tag{4.5c}$$

Ou:

$$S_i = \sigma_i + p \tag{4.6}$$

As tensões desviatórias são as responsáveis por controlarem a plastificação do material. Assim, inicialmente é necessário determinar as tensões desviatórias para calcular a expansão da superfície de escoamento para um material com endurecimento isotrópico.

A Equação 4.7 representa a função de escoamento do material quando a superfície de escoamento do material alcança o limite de regime elástico.

$$F(\sigma_{ij}) = k^2(\varepsilon_p) \tag{4.7}$$

Onde:

F = Superfície de escoamento do material;

k = Parâmetro relacionado com a deformação plástica através de um ensaio uniaxial.

No decorrer do desenvolvimento da teoria da plasticidade para materiais isotrópicos com endurecimento, as seguintes condições são indispensáveis:

1. A existência de uma superfície inicial de escoamento, a qual estabelece o limite elástico do material para um estado multiaxial das tensões;
2. Lei de endurecimento que retrata o progresso da superfície de escoamento durante o processo de carregamento;
3. Lei de escoamento, a função de potencial plástico é associada com a direção e o valor da deformação plástica no espaço de tensões.

$$f(\sigma_{ij}, k) = F\left(\sigma_{ij}\right) - k^2(\varepsilon_p) \tag{4.8}$$

Assim, a relação do material é determinada elástica quando:

$$f\left(\sigma_{ij}, k\right) < 0 \tag{4.9}$$

Também, pode ser determinada como elástica ou plástica, depende apenas da condição de carregamento:

$$f\left(\sigma_{ij}, k\right) = 0 \tag{4.10}$$

No entanto, a condição é inaceitável quando apresenta a relação conforme a Equação 4.11. Dessa forma teremos apenas essa condição no regime plástico.

$$f\left(\sigma_{ij}, k\right) > 0 \tag{4.11}$$

Considerando que a lei de escoamento é aplicável durante a resposta plástica, a função $f\left(\sigma_{ij}, k\right)$ é empregado no escoamento para obter incremento de deformação plástica.

$$de_{ij}^{p} = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \tag{4.12}$$

Onde:

$d\lambda$ = representa um escalar a ser determinado;

No presente trabalho, é considerado material metálico, que apresenta comportamento não linear físico em conformidade com o critério de escoamento de von Mises e endurecimento isotrópico. A seguir, será apresentado o método de retorno radial, onde a tensão deviatórica e as deformações são consideradas nas direções principais.

As deformações plásticas volumétricas são consideradas nulas, na teoria da plasticidade de Von Mises. Dessa forma, é pertinente apresentar a relação geral de tensão-deformação em função do tempo, $t + \Delta t$, na seguinte relação:

$$^{t+\Delta t}S = \frac{E}{1-v}(^{t+\Delta t}e' + {}^{t+\Delta t}e^{p}) \tag{4.13}$$

$$^{t+\Delta t}\sigma_m = \frac{E}{1-2v}\,{}^{t+\Delta t}e_m \tag{4.14}$$

Onde:

e_m = componente de deformação média;

e^p = componente de deformação plástica.

S = vetor de tensões desviatórias com os componentes:

$$^{t+\Delta t}S_{ij} = {}^{t+\Delta t}\sigma_{ij} - {}^{t+\Delta t}\sigma_m\delta_{ij} \tag{4.15}$$

A tensão média, ou tensão hidrostática pode ser representada da seguinte forma:

$$^{t+\Delta t}\sigma_m = \frac{^{t+\Delta t}\sigma_{ij}}{3} \tag{4.16}$$

O vetor de deformações desviatórias com os componentes pode ser expresso por:

$$^{t+\Delta t}e_{ij} = {}^{t+\Delta t}e_{ij} + {}^{t+\Delta t}e_m\delta_{ij} \tag{4.17}$$

E a deformação média é representada por:

$$^{t+\Delta t}e_m = \frac{^{t+\Delta t}e_{ij}}{3} \tag{4.18}$$

Considerando que as variáveis de tensão e deformação são conhecidas no tempo, t, a Equação 4.13 pode ser reescrita da seguinte forma:

$$^{t+\Delta t}S = \frac{E}{1+v}\left(^{t+\Delta t}e^{"} - \Delta e_{ij}^{p}\right) \tag{4.19}$$

Onde:

$$^{t+\Delta t}e_{ij}{}^{"} = {}^{t+\Delta t}e'_{ij} - {}^{t}e_{ij}^{p} \tag{4.20}$$

Através do critério de von Mises, a condição de escoamento no tempo, $t + \Delta t$, é dado por:

$$^{t+\Delta t}f^{vm} = \frac{1}{2}\,^{t+\Delta t}S_{ij}\,^{t+\Delta t}S_{ij} - \frac{1}{3}(^{t+\Delta t}\sigma_{esc})^2 = 0 \tag{4.21}$$

Onde:

σ_{esc}= Tensão de escoamento no tempo, $t + \Delta t$.

5 FORMULAÇÃO DAS EQUAÇÕES GOVERNANTES DO PROBLEMA

De acordo com Oliveira e Morais (2013), a utilização de métodos numéricos na representação de modelos estruturais reais, tem possibilitado a solução de problemas de grande complexidade da engenharia, com diversas variáveis, várias condições de contorno, em um tempo reduzido. Dessa forma, o método dos elementos finitos com o auxílio computacional, deixou de ser utilizado apenas na área acadêmica, mas se tornou comum no cotidiano para análises em diversas áreas da engenharia.

5.1 ALGORITMOS PARA SOLUÇÃO TEMPORAL

Há vários algoritmos para as análises dinâmicas elasto-plásticas em função do tempo, para os quais os resultados dos problemas são definidos a partir do passo de tempo. Os algoritmos numéricos, mais conhecidos e utilizados, que são incrementados ao longo do tempo são os métodos de Newmark, o de Hilber Hughes Taylor, conhecidos por HHT, e por fim o método alfa generalizado.

5.1.1 Método de Newmark

O método de Newmark é largamente utilizado em aplicações da elastodinâmica pois apresenta uma ótima precisão de resultados e também uma simplicidade na sua implementação. Diferentemente de outros métodos, que são caracterizados pela conservação de momento ou energia, o método de Newmark evidencia uma dissipação numérica. Durante o processamento do algoritmo são atualizados a cada passo os seguintes dados: deslocamento, velocidade e aceleração. Devido à facilidade de ajuste de parâmetros, β e γ, o usuário pode optar pelo esquema implícito ou explícito, tornando esse método muito utilizado nos trabalhos acadêmicos e na prática de engenharia com o objetivo de encontrar parâmetros que tornem o processo mais estável e preciso.

O método de Newmark implícito pode trabalhar com duas possibilidades de aceleração: linear e constante. A aceleração constante apresenta uma incondicionalidade na sua estabilidade, já a aceleração linear possibilita uma

convergência quando se utiliza um intervalo de tempo pequeno para cada passo. Nesse caso, a aceleração linear é a mais indicada para a solução de problemas de não linearidade física, que necessita, ao longo do tempo, da atualização da matriz da rigidez, além das propriedades mecânicas. No entanto, durante o processo de plastificação do material, o método de Newmark, não prevê em seu algoritmo a expansão da superfície de escoamento. Assim, é necessária a inclusão do método de Newton-Rapshon para solucionar essa pendência.

Abaixo está representado o algoritmo combinado do método de Newmark com o método de Newton-Rapshon, que foi baseado nas referências de Chopra (1995) e Souza (2005).

Conforme mencionado acima, considera-se para a aceleração média o valor de $\beta = \frac{1}{4}$ e $\gamma = \frac{1}{2}$; já para a aceleração linear, considera-se $\beta = \frac{1}{6}$ e $\gamma = \frac{1}{2}$.

Assim, as condições iniciais estão apresentadas abaixo:

$$\{\ddot{u_0}\} = \frac{\{p_0\} - [C]\{\dot{u_u}\} - [K]\{u_0\}}{[M]} \tag{5.1}$$

Escolhendo Δt:

$$[C]_{Newmark} = \frac{[M]}{\beta \Delta t} + \frac{\gamma [C]}{\beta} \tag{5.2}$$

$$[M]_{Newmark} = \frac{[M]}{2\beta} + \Delta t \left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1\right)[C] \tag{5.3}$$

Após a seleção do Δt, é necessário determinar o passo de tempo i, conforme representado nas próximas equações.

$$\{\Delta \hat{p}_i\} = \{\Delta p_i\} + [C]_{Newmark}\{\dot{u}_i\} + [M]_{Newmark}\{\ddot{u}_i\} \tag{5.4}$$

Determinado o passo de tempo, o método de Newton-Rapshon pode ser iniciado, a partir da definição dos dados iniciais, como demonstrado abaixo.

$$\{u\}_{i+1}^{0} = \{u\}_i \tag{5.5}$$

$$\{f\}_{int}^{0} = \{f\}_{int}^{1} \tag{5.6}$$

$$\{\Delta R\}^{1} = \Delta\hat{p}_i \tag{5.7}$$

Dando sequência no método, o cálculo de cada iteração, j=1,2,3,... deve ser representado da seguinte forma.

$$[\widehat{K}]_i = [K]_i + \frac{\gamma[C]}{\beta\Delta t} + \frac{[M]}{\beta(\Delta t)^2} \tag{5.8}$$

$$[\widehat{K}]_i\{\Delta u\}^j = \{\Delta R\}^j \quad \rightarrow \quad \{\Delta u\}^j \tag{5.9}$$

$$\{u\}_{i+1}^{j} = \{u\}_{i+1}^{j-1} + \{\Delta u\}^j \tag{5.10}$$

$$\{\Delta u\}_{i+1} = \{\Delta u\}_{i+1} + \{\Delta u\}^j \tag{5.11}$$

$$\Delta\varepsilon = \varepsilon_{i+1}^{j} - \varepsilon_{i+1}^{j-1} \tag{5.12}$$

De acordo com o tensor de Piola-Kirchhoff:

$$\Delta\sigma = C^{EP}\Delta\varepsilon \tag{5.13}$$

$$\sigma_{i+1}^{j} = \sigma_{i+1}^{j-1} + \Delta\sigma \tag{5.14}$$

$$\int_A \sigma_{i+1}^{j} dA = \{f\}_{int}^{j} \tag{5.15}$$

$$\{\Delta f\}_{int} = \{f\}_{int}^{j} - \{f\}_{int}^{j-1} \tag{5.16}$$

$$\{\Delta R\}^{j+1} = \{\Delta p\}_i - \{\Delta f\}_{int} - [M]\{\ddot{u}\}_i - [C]\{\dot{u}\}_i \tag{5.17}$$

Se o critério de convergência não for atendido, de acordo com a definição pré-estabelecida, a rotina deve voltar até a Equação 5.8. Após convergência, o algoritmo deve seguir para as próximas equações.

$$\{\Delta\dot{u}\}_i = \frac{\gamma}{\beta\Delta t}\{\Delta u\}_i - \frac{\gamma}{\beta}\{\dot{u}\}_i + \Delta t\left(1 - \frac{\gamma}{2\beta}\right)\{\ddot{u}\}_i \tag{5.18}$$

$$\{\Delta\ddot{u}\}_i = \frac{1}{\beta(\Delta t)^2}\{\Delta u\}_i - \frac{1}{\beta\Delta t}\{\dot{u}\}_i - \frac{1}{2\beta}\{\ddot{u}\}_i \tag{5.19}$$

$$\{\Delta\dot{u}\}_{i+1} = \{\dot{u}\}_i + \{\Delta\dot{u}\}_i \tag{5.20}$$

$$\{\Delta\ddot{u}\}_{i+1} = \{\ddot{u}\}_i + \{\Delta\ddot{u}\}_i \tag{5.20}$$

Após realizar a primeira iteração, repetir a rotina substituindo o i por i+1, seguindo a ordem da Equação 5.4 até a Equação 5.20 para o próximo passo de tempo.

5.1.2 Método de Hilber Hughes Taylor (HHT)

Em 1977, Hilber *et. al.* estavam em busca de um método numérico que apresentasse uma estabilidade na forma incondicional e que proporcionasse ao usuário um controle da dissipação numérica. Então, com base no método de Newmark os estudiosos realizaram alguns ajustes para a introdução de novos parâmetros, sendo mais tarde conhecido como a metodologia HHT, apresentada na sequência.

Primeiramente, deve ser considerada a equação de vibrações livres com a introdução de um parâmetro alfa, conforme representado na Equação 5.21.

$$[M]\{\ddot{u}\}_{n+1} + (1-\alpha)[K]\{u\}_{n+1} - \alpha[K]\{u\}_{n+1} = F(t_{n+1}) \tag{5.21}$$

Na sequência, os vetores de deslocamento e velocidade são calculados conforme a equação de Newmark, levando em consideração as condições apresentadas nas Equações 5.22 a 5.26.

$$u_{n+1} = u_n + \Delta t \dot{u}_n + \Delta t^2 \left(\left(\frac{1}{2} - \beta \right) \ddot{u}_n + \beta \ddot{u}_{n+1} \right) \tag{5.22}$$

$$\dot{u}_{n+1} = \dot{u}_n + \Delta t + \Delta t \left((1 - \gamma) \ddot{u}_n + \gamma \ddot{u}_{n+1} \right) \tag{5.23}$$

$$u_0 = u \tag{5.24}$$

$$\dot{u}_0 = \dot{u} \tag{5.25}$$

$$\ddot{u}_0 = [M]^{-1}(F_0 - [K]\{u_0\}) \tag{5.26}$$

As propriedades dinâmicas da estrutura estão relacionadas com as características dissipativas do algoritmo. Assim, as equações podem ser reescritas da forma matricial quando se considera a força externa igual à zero.

$$\{X\}_{n+1} = [A]\{X\}_n \tag{5.27}$$

$$\{X\}_n = (u_n, \dot{u}_n \Delta t, \ddot{u}_n \Delta t)^T \tag{5.28}$$

A matriz de amplificação está representada da seguinte forma: [A], sendo os autovalores os responsáveis pela estabilidade e precisão de um algoritmo. A equação que representa a matriz [A] está expressa na Equação 5.29.

$$\det([A] - \lambda[I]) = \lambda^3 - 2A_1\lambda^2 + A_2\lambda - A_3 = 0 \tag{5.29}$$

Onde:

$[I]$ = Matriz identidade;

λ = Autovalores;

Os invariantes da matriz [A] são representados por:

$A_1 = \frac{1}{2} trace[A]$;

A_2 = Soma dos principais menores de [A];

A_3 = det(A).

De acordo com Hilber *et. al.* (1977), os autovalores da matriz de amplificação, [A], são empregadas para a determinação do raio espectral. O raio espectral é representado pela Equação 5.30.

$$\rho_\infty = \max(|\lambda_1|, |\lambda_2|, |\lambda_3|) \tag{5.30}$$

Onde:

λ_i = Autovalores da matriz amplificação [A].

O raio espectral tem grande importância para controlar a estabilidade numérica do algoritmo e a dissipação numérica do mesmo. Na sequência, a definição da matriz amplificação é expressa pela seguinte equação:

$$[A] = \frac{1}{D}\begin{bmatrix} 1+\alpha\beta\pi^2 & 1 & \frac{1}{2}-\beta \\ -\gamma\pi^2 & 1-(1+\alpha)(\gamma-\beta)\pi^2 & 1-\gamma-(1+\alpha)\left(\frac{1}{2}\gamma-\beta\right)\pi^2 \\ -\pi^2 & -(1+\alpha)\pi^2 & -(1+\alpha)\left(\frac{1}{2}-\beta\right)\pi^2 \end{bmatrix} \tag{5.31}$$

Onde:

$$D = 1 + (1+\alpha)\beta\pi^2 \tag{5.32}$$

$$\pi = \omega\Delta t \tag{5.33}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{5.34}$$

Substituindo as Equações 5.32, 5.33 e 5.33 na matriz [A], expressa na Equação 5.31, e em seguida solucionar a Equação 5.29, será possível determinar as invariantes da matriz de amplificação, conforme expresso abaixo:

$$A_1 = 1 - \frac{\pi^2[(1+\alpha)\left(\gamma+\frac{1}{2}\right)-\alpha\beta]}{2D} \tag{5.35a}$$

$$A_2 = 1 - \frac{\pi^2[\gamma-\frac{1}{2}+2\alpha(\gamma-\beta)]}{D} \tag{5.35b}$$

$$A_3 = 1 - \frac{\alpha\pi^2\left(\beta-\gamma+\frac{1}{2}\right)}{D} \tag{5.35c}$$

Em 1977, Hilber *et. al.* definiram em seu estudo que alfa, α, assume valor positivo quando a dissipação numérica não se revela eficiente, havendo um comportamento semelhante ao amortecimento viscoso linear. Devido a essa razão, foi proposto utilizar o valor de α negativo no intervalo entre zero e -1/3. De acordo com os pesquisadores, a estabilidade e a dissipação numérica são apresentadas quando α está nessa faixa de valor. No entanto, quando α é inserido nos parâmetros independentes de Newmark, têm-se os seguintes critérios:

$$\beta = \frac{(1-\alpha)^2}{4} \tag{5.36a}$$

$$\gamma = \frac{1}{2} - \alpha \tag{5.36b}$$

Após determinados os parâmetros beta e gama, os mesmos devem ser substituídos nas invariantes da matriz de amplificação, conforme apresentado nas três próximas expressões.

$$A_1 = 1 - \frac{\pi^2}{2D} + \frac{A_3}{2} \tag{5.37a}$$

$$A_2 = 1 + 2A_3 \tag{5.37b}$$

$$A_3 = \frac{\alpha(1+\alpha)^2\pi^2}{4D} \tag{5.37c}$$

Vale ressaltar que com o uso das equações 5.36a e 5.36b, não há obrigação de alterar o algoritmo de Newmark, apenas os valores dos parâmetros podem ser alterados.

5.1.3 Método alfa generalizado

Em 1993, Chung e Hulbert realizaram estudos sobre um novo algoritmo de integração dinâmica de estruturas, o qual foi desenvolvido com base nos métodos de Newmark, WBZ (Wood *et. al.*, 1981) e HHT. Dois parâmetros principais são os pilares do novo método, conhecido como alfa generalizado, sendo: α_m e α_f. A seguir, será apresentado o desenvolvimento do método alfa generalizado.

As Equações 5.22 e 5.23, método de Newmark, serão utilizadas na próxima equação.

$$[M]\{\ddot{u}\}_{n+1-\alpha_f} + [C]\{\dot{u}\}_{n+1-\alpha_f} + [K]\{u\}_{n+1-\alpha_f} = F(t_{n+1-\alpha_f}) \tag{5.38}$$

Onde:

$$u_{n+1-\alpha_f} = \left(1-\alpha_f\right)u_{n+1} + \alpha_f u_n \tag{5.39a}$$

$$\dot{u}_{n+1-\alpha_f} = \left(1-\alpha_f\right)\dot{u}_{n+1} + \alpha_f \dot{u}_n \tag{5.39b}$$

$$\ddot{u}_{n+1-\alpha_m} = (1-\alpha_m)\ddot{u}_{n+1} + \alpha_m \ddot{u}_n \tag{5.39c}$$

$$t_{n+1-\alpha_f} = \left(1-\alpha_f\right)t_{n+1} + \alpha_f t_n \tag{5.39d}$$

Assim, através das equações 5.39a até a 5.39d serão realizadas interpolações através dos parâmetros independentes, α_m e α_f, propostos pelos autores do método. De acordo com a pesquisa realizada, os parâmetros de

Newmark podem estar representados em função dos parâmetros independentes, conforme expresso a seguir.

$$\gamma = \frac{1}{2} - \alpha_m + \alpha_f \tag{5.40a}$$

$$\beta = \frac{1}{2}\left(1 - \alpha_m + \alpha_f\right)^2 \tag{5.40b}$$

Conforme mencionado anteriormente, a estabilidade, a dissipação e a dispersão numéricas de um algoritmo são dependentes dos autovalores da matriz de amplificação [A], que são os raios espectrais do algoritmo. O método alfa generalizado determina os seguintes limites para que se tenha a estabilidade incondicional:

$$\alpha_m \leq \alpha_f \leq \frac{1}{2}, \qquad \beta \geq \frac{1}{4} + \frac{1}{2}\left(\alpha_f - \alpha_m\right) \tag{5.41}$$

Também, os parâmetros independentes podem ser representados em função de raio espectral, ρ_∞, conforme expresso na Equação 5.42.

$$\alpha_m = \frac{2\rho_\infty - 1}{\rho_\infty + 1}, \qquad \alpha_f = \frac{\rho_\infty}{\rho_\infty + 1} \tag{5.42}$$

De acordo com os diferentes valores do raio espectral, ρ_∞, é possível definir os métodos de solução a se utilizar. Conforme representado na Tabela 5.1, as expressões determinam os parâmetros a serem empregues no algoritmo.

Tabela 5.1 – Tabela representativa dos algoritmos para solução temporal.

Algoritmo	α_m	α_f	β	γ
Newmark	0	0	$\frac{1}{(\rho_\infty+1)^2}$	$\frac{3-\rho_\infty}{(2\rho_\infty+2)}$
WBZ-α (Wood et. al. 1981)	$\frac{\rho_\infty-1}{\rho_\infty+1}$	0	$\frac{1}{4}(1-\alpha_m)^2$	$\frac{1}{2}-\alpha_m$
HHT-α (Hilber et. al. 1977)	0	$\frac{\rho_\infty-1}{\rho_\infty+1}$	$\frac{1}{4}(1+\alpha_f)^2$	$\frac{1}{2}+\alpha_f$
α - generalizado (Chung e Hulbert, 1993)	$\frac{2\rho_\infty-1}{\rho_\infty+1}$	$\frac{\rho_\infty}{\rho_\infty+1}$	$\frac{1}{4}(1-\alpha_m+\alpha_f)^2$	$\frac{1}{2}-\alpha_m+\alpha_f$

Fonte: Shang, 2014.

5.2 FORMULAÇÃO DO ELEMENTO FINITO

Neste capítulo é apresentado o elemento utilizado ao longo do trabalho, além da metodologia de cálculo numérico empregada e o método de solução não linear. O procedimento para a discretização do elemento finito engloba as expressões matriciais da relação deformação-deslocamento, interpolação de deslocamento e equação do equilíbrio para o elemento de viga com as matrizes de rigidez.

5.2.1 Funções de Forma

Um elemento finito unidimensional pode discretizar vigas retas, pórticos e treliças que são representadas por eixos baricêntricos. No presente trabalho, considera-se elemento de viga com três nós com o sistema de coordenadas naturais, ξ, expressa pela Equação 5.43, definidas ao longo do sistema conforme representado na Figura 5.1.

$$\xi = \frac{2x}{L} \tag{5.43}$$

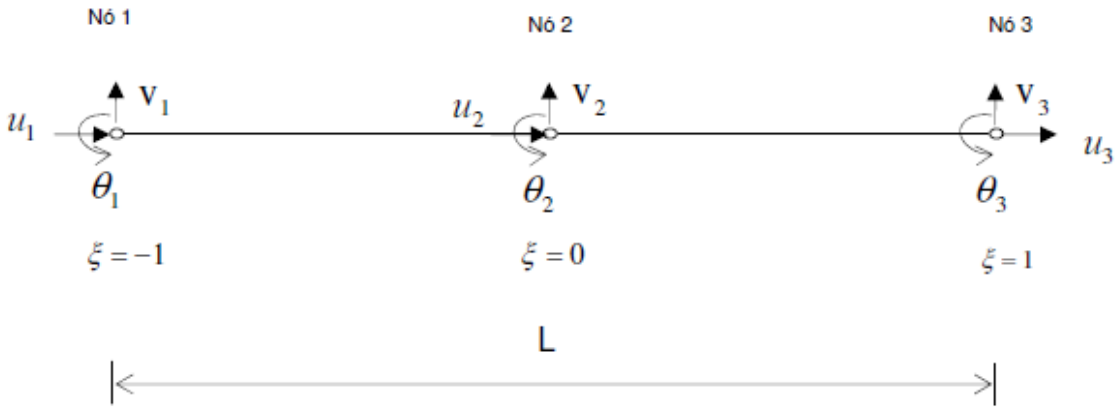


Figura 5.1 – Elemento de viga com três nós.

O campo de deslocamentos em algum ponto na seção transversal do elemento pode ser expresso conforme as duas equações abaixo:

$$u = u_0 - \frac{\partial v_0}{\partial x} y \tag{5.44a}$$

$$v = v_0 \tag{5.44b}$$

Consideram-se três graus de liberdade por nó para o elemento de viga da Figura 5.1: rotação, deslocamento axial e deslocamento transversal. Para os deslocamentos, u_1, u_2 e u_3, em qualquer ponto do domínio do elemento finito, a Equação 5.45 representa a função aproximadora: $\mathrm{u}(\xi)$.

$$\mathrm{u}(\xi) = a_0 + a_1\xi + a_2\xi^2 \tag{5.45}$$

Após inserir as condições de contorno e solucionar as matrizes, obtêm-se as seguintes funções de forma:

$$N_1(\xi) = \frac{1}{2}\xi(1-\xi) \tag{5.46a}$$

$$N_4(\xi) = 1 - \xi^2 \tag{5.46b}$$

$$N_7(\xi) = \frac{1}{2}\xi(1+\xi) \tag{5.46c}$$

Dados os deslocamentos axiais, obtêm-se os deslocamentos transversais v_1, v_2, e v_3, e as rotações θ_1, θ_2 e θ_3. A função polinomial, $v(\xi)$, que representa o deslocamento transversal em qualquer ponto do domínio do elemento finito, está expressa na Equação 5.47.

$$v(\xi) = a_0 + a_1\xi + a_2\xi^2 + a_3\xi^3 + a_4\xi^4 + a_5\xi^5 \tag{5.47}$$

A partir da função polinomial é possível determinar as funções de forma para os deslocamentos transversais, seguindo os seguintes passos.

$$v(\xi) = \begin{bmatrix} 1 & \xi & \xi^2 & \xi^3 & \xi^4 & \xi^5 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \end{Bmatrix} \quad (5.48)$$

Para determinar a função de rotação é necessário derivar a função aproximadora, conforme expresso na Equação 5.49.

$$\theta(\xi) = a_1 + 2a_2\xi + 3a_3\xi^2 + 4a_4\xi^3 + 5a_5\xi^4 \quad (5.49)$$

Determinando os coeficientes nodais do elemento:

$$v(\xi = 0) = v_1 = a_0 \quad (5.50a)$$

$$\theta(\xi = 0) = \theta_1 = a_1 \quad (5.50b)$$

$$v\left(\xi = \frac{L}{2}\right) = v_2 = a_0 + a_1\frac{L}{2} + a_2\frac{L^2}{4} + a_3\frac{L^3}{8} + a_4\frac{L^4}{16} + a_5\frac{L^5}{32} \quad (5.50c)$$

$$\theta\left(\xi = \frac{L}{2}\right) = \theta_2 = a_1 + a_2L + \frac{3}{4}a_3L^2 + \frac{1}{2}a_4L^3 + \frac{5}{16}a_5L^4 \quad (5.50d)$$

$$v(\xi = L) = v_3 = a_0 + a_1L + a_2L^2 + a_3L^3 + a_4L^4 + a_5L^5 \quad (5.50e)$$

$$\theta(\xi = L) = \theta_3 = a_1 + 2a_2L + 3a_3L^2 + 4a_4L^3 + 5a_5L^4 \quad (5.50f)$$

Assim, os valores nodais podem ser expressas na forma de matrizes, conforme representado a seguir.

$$\begin{Bmatrix} v_1 \\ \theta_1 \\ v_2 \\ \theta_2 \\ v_3 \\ \theta_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \frac{L}{2} & \frac{L^2}{4} & \frac{L^3}{8} & \frac{L^4}{16} & \frac{L^5}{32} \\ 0 & 1 & L & \frac{3}{4}L^2 & \frac{1}{2}L^3 & \frac{5}{16}L^4 \\ 1 & L & L^2 & L^3 & L^4 & L^5 \\ 0 & 1 & 2L & 3L^2 & 4L^3 & 5L^4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \end{Bmatrix} \tag{5.51}$$

Onde a Equação 5.51 pode ser representada da seguinte forma:

$$\{d\} = [A]\{a\} \tag{5.52a}$$

$$\{a\} = [A]^{-1}\{d\} \tag{5.52b}$$

$$[A]^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-23}{L^2} & \frac{-6}{L} & \frac{16}{L^2} & \frac{-8}{L} & \frac{7}{4L^2} & \frac{-1}{L} \\ \frac{66}{L^3} & \frac{13}{L^2} & \frac{-32}{L^3} & \frac{32}{L^2} & \frac{-34}{L^3} & \frac{5}{L^2} \\ \frac{-68}{L^4} & \frac{-12}{L^3} & \frac{16}{L^4} & \frac{-40}{L^3} & \frac{52}{L^4} & \frac{-8}{L^3} \\ \frac{24}{L^5} & \frac{4}{L^4} & 0 & \frac{16}{L^4} & \frac{-24}{L^5} & \frac{4}{L^4} \end{bmatrix} \tag{5.52c}$$

Substituindo a Equação 5.52b na Equação 5.48, tem-se a seguinte expressão:

$$v(\xi) = [1 \quad \xi \quad \xi^2 \quad \xi^3 \quad \xi^4 \quad \xi^5][A]^{-1}\{d\} \tag{5.53}$$

Onde:

$$[N] = [1 \quad \xi \quad \xi^2 \quad \xi^3 \quad \xi^4 \quad \xi^5][A]^{-1} \tag{5.54a}$$

$$v(\xi) = [N]\{d\} \tag{5.54b}$$

Assim, a expressão que representa a função aproximadora para o deslocamento transversal pode ser representada pela Equação 5.55.

$$v(\xi) = N_2 v_1 + N_3 \theta_1 + N_5 v_2 + N_6 \theta_2 + N_8 v_3 + N_9 \theta_3 \tag{5.55}$$

Após determinar a função de forma, obtêm-se as seguintes funções de forma:

$$N_2(\xi) = 1 - \frac{23\xi^2}{L^2} + \frac{66\xi^3}{L^3} - \frac{68\xi^4}{L^4} + \frac{24\xi^5}{L^5} \tag{5.56a}$$

$$N_3(\xi) = \xi - \frac{6\xi^2}{L} + \frac{13\xi^3}{L^2} - \frac{12\xi^4}{L^3} + \frac{4\xi^5}{L^4} \tag{5.56b}$$

$$N_5(\xi) = \frac{16\xi^2}{L^2} - \frac{32\xi^3}{L^3} + \frac{16\xi^4}{L^4} \tag{5.56c}$$

$$N_6(\xi) = -\frac{8\xi^2}{L} + \frac{32\xi^3}{L^2} - \frac{40\xi^4}{L^3} + \frac{16\xi^5}{L^4} \tag{5.56d}$$

$$N_8(\xi) = \frac{7\xi^2}{L^2} - \frac{34\xi^3}{L^3} + \frac{52\xi^4}{L^4} - \frac{24\xi^5}{L^5} \tag{5.56e}$$

$$N_9(\xi) = -\frac{\xi^2}{L} + \frac{5\xi^3}{L^2} - \frac{8\xi^4}{L^3} + \frac{4\xi^5}{L^4} \tag{5.56f}$$

Para melhor representar as funções de forma para elemento de viga de três nós para os deslocamentos transversais, a Figura 5.2 representa as curvas das funções.

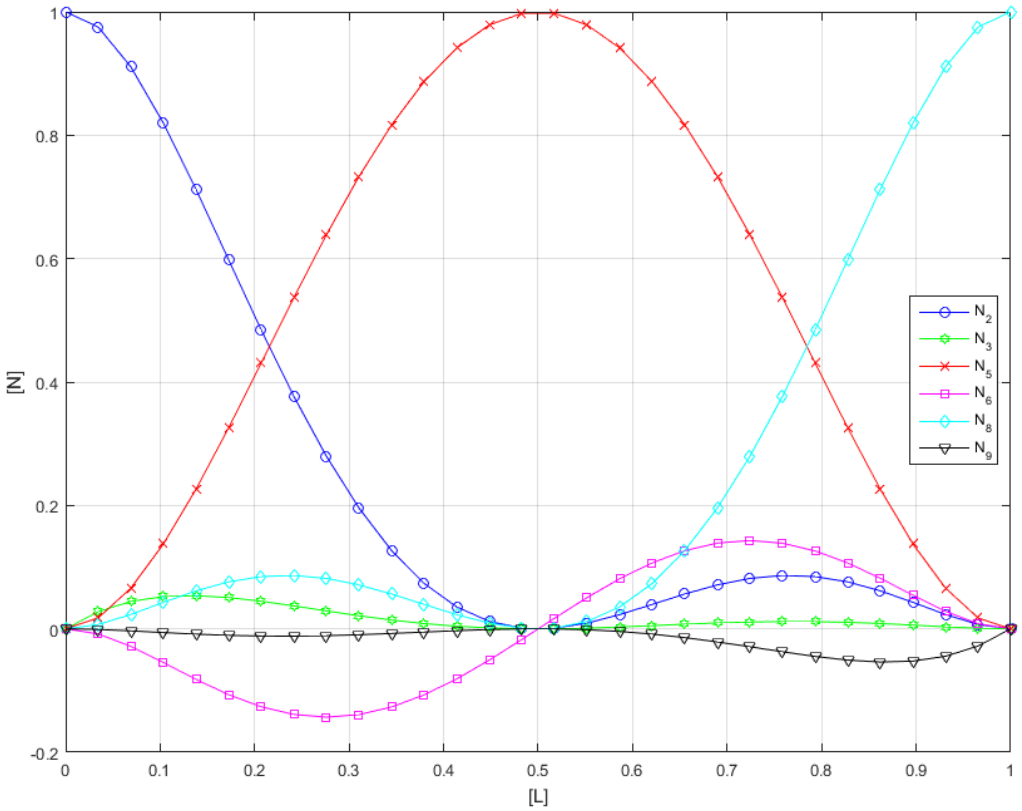


Figura 5.2 – Curvas das funções de forma de elemento de viga 3 nós.

Os deslocamentos incrementais podem ser expressos no sistema local de coordenadas, conforme Equação 5.57a, onde a matriz [N] é representada conforme a Equação 5.57b e a matriz $\{u_e\}$ é representada conforme a Equação 5.57c.

$$\begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \end{Bmatrix} = [N]\{u_e\} \tag{5.57a}$$

$$[N] = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & N_4 & 0 & 0 & N_7 & 0 & 0 \\ 0 & N_2 & N_3 & 0 & N_5 & N_6 & 0 & N_8 & N_9 \end{bmatrix} \tag{5.57b}$$

$$\{u_e\} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \theta_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \theta_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ \theta_3 \end{Bmatrix} \tag{5.57c}$$

No vetor de deslocamentos nodais estão representados seis componentes para deslocamento e três componentes para rotação. Os deslocamentos estão divididos em três associados ao deslocamento longitudinal, sendo expresso por uma interpolação quadrática, e três associados ao deslocamento transversal com interpolação de quinto grau.

Outra forma de representar os deslocamentos nodais incrementais no sistema local de coordenadas é a partir da seguinte transformação:

$$\{u_e\} = \begin{bmatrix} [T] & 0 & 0 \\ 0 & [T] & 0 \\ 0 & 0 & [T] \end{bmatrix} \{\tilde{u}_e\} \tag{5.58a}$$

Onde $\{\tilde{u}_e\}$ é o vetor de deslocamento incremental nodal do sistema global de coordenadas. E o elemento [T] é representado pela seguinte matriz:

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{5.58b}$$

Sendo alfa, α, expresso por:

$$\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{y_3 - y_1}{L}\right) \tag{5.58c}$$

Para representar graficamente a orientação do elemento, a Figura 5.3 retrata a forma incremental.

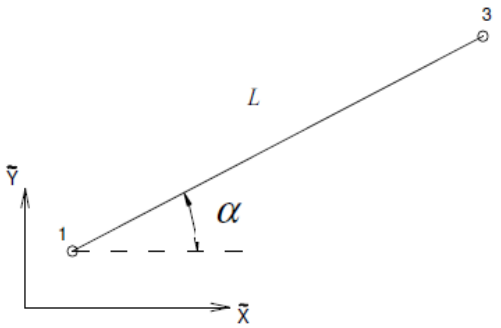


Figura 5.3 – Representação gráfica para orientação do elemento.

5.2.2 Matrizes de Deformação-Deslocamento

As deformações lineares são dadas pelas seguintes expressões, onde ${\varepsilon_0}^L$ é a deformação incremental e $\emptyset^L$ é a curvatura incremental:

$$\varepsilon_x = \frac{du_0}{dx} - y\frac{d^2v_0}{dx^2} + \frac{1}{2}\left(\left(\frac{du}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dv}{dx}\right)^2\right) \tag{5.59a}$$

Substituindo as Equações 5.44a e 5.44b na Equação 5.59a, tem-se:

$$\varepsilon_x = \frac{du_0}{dx} - y\frac{d^2v_0}{dx^2} + \frac{1}{2}\left(\left(\frac{du}{dx} - y\frac{d^2v_0}{dx^2}\right)^2 + \left(\frac{dv_0}{dx}\right)^2\right) \tag{5.59b}$$

Fazendo:

$${\varepsilon_0}^L = \frac{du_0}{dx} \tag{5.59c}$$

$$\emptyset^L = \frac{d^2v_0}{dx^2} \tag{5.59d}$$

E desprezando-se os termos quadráticos, tem-se:

$$\varepsilon_x = {\varepsilon_0}^L - y\emptyset^L \tag{5.59e}$$

Quando os deslocamentos incrementais da Equação 5.57a são substituídos nas Equações 5.59b e 5.56c, as componentes de deformação linear consistem-se:

$$\begin{Bmatrix} {\varepsilon_0}^L \\ \emptyset^L \end{Bmatrix} = [B^L]\{u_e\} \tag{5.60a}$$

Onde:

$$[B^L] = \begin{bmatrix} N_1{}' & 0 & 0 & N_4{}' & 0 & 0 & N_7{}' & 0 & 0 \\ 0 & N_2{}'' & N_3{}'' & 0 & N_5{}'' & N_6{}'' & 0 & N_8{}'' & N_9{}'' \end{bmatrix} \tag{5.60b}$$

Sendo a primeira linha da matriz da Equação 5.60b a primeira derivada e a segunda linha a segunda derivada das funções de interpolação. Igualmente, a expressão da deformação não linear pode ser representada como:

$$\varepsilon_0{}^{NL} = \frac{1}{2}\{u_e\}^T \left[B_1{}^{NL}\right]^T \left[B_1{}^{NL}\right]\{u_e\} \tag{5.61a}$$

Onde:

$$\left[B_1{}^{NL}\right] = \begin{bmatrix} N_1{}' & 0 & 0 & N_4{}' & 0 & 0 & N_7{}' & 0 & 0 \\ 0 & N_2{}' & N_3{}' & 0 & N_5{}' & N_6{}' & 0 & N_8{}' & N_9{}' \end{bmatrix} \tag{5.61b}$$

Fundamentado na Equação 5.61a, a variação de deformação não linear é dada pela seguinte expressão:

$$\delta\varepsilon_0{}^{NL} = \{\delta u_e\}^T \left[B_1{}^{NL}\right]^T \left[B_1{}^{NL}\right]\{u_e\} \tag{5.62a}$$

A variação de curvatura incremental não linear é expressa pela seguinte equação:

$$\delta\emptyset_0{}^{NL} = \{\delta u_e\}^T [B^L]^T \left[B_2{}^{NL}\right]\{u_e\} \tag{5.62b}$$

Onde:

$$\left[B_2{}^{NL}\right] = \begin{bmatrix} 0 & N_2{}'' & N_3{}'' & 0 & N_5{}'' & N_6{}'' & 0 & N_8{}'' & N_9{}'' \\ N_1{}' & 0 & 0 & N_4{}' & 0 & 0 & N_7{}' & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{5.62c}$$

5.2.3 Relações Constitutivas

As relações constitutivas podem ser estabelecidas a partir da tensão-deformação, onde as tensões podem ser consideradas diretamente através da deformação incremental. A utilização da teoria da plasticidade fundamentada no critério de escoamento de von Mises exige que componentes incrementais de

deformação plástica podem estar presentes em três direções, *x*,*y* e *z*, enquanto as tensões incrementais estão presentes apenas na direção *x*.

A componente *x* da deformação incremental plástica é independente, as outras duas componentes estão relacionadas à componente axial promovendo a restrição de tensão incremental nula nas direções *y* e *z*. Assim, a relação tensão-deformação uniaxial é uma consideração especial da relação da tensão incremental independente com a deformação incremental independente.

Dessa forma, a relação incremental da tensão-deformação pode ser expressa de acordo com a Equação 5.63, conforme representado abaixo.

$$\begin{Bmatrix} S_\theta \\ S_r \\ S_x \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \lambda' & \lambda & \lambda \\ \lambda & \lambda' & \lambda \\ \lambda & \lambda & \lambda' \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_\theta \\ \varepsilon_r \\ \varepsilon_x \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} P_{\theta\theta} & P_{\theta r} & P_{\theta x} \\ P_{r\theta} & P_{rr} & P_{rx} \\ P_{x\theta} & P_{xr} & P_{xx} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_\theta \\ \varepsilon_r \\ \varepsilon_x \end{Bmatrix} \tag{5.63}$$

Onde:

$$\lambda' = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \tag{5.64a}$$

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \tag{5.64b}$$

$$P_{mn} = \left(\frac{3G}{(1+H/(G))S^{-2}}\right) S_{mm} S_{mn} \qquad m,n = \theta, r, x \tag{5.64c}$$

Para a equação 5.64c a letra H indica módulo de encruamento, sendo representado pela Equação 5.64d.

$$H = \frac{EE_T}{E-E_T} \tag{5.64d}$$

Além disso, a representação dos sub-índices da direção circunferencial e radial é através de $\theta \; e \; r$, respectivamente. O tensor desviador de tensões é estabelecido como:

$$S_{ij} = S_{ij} - \frac{1}{3} S_{kk} \delta_{ij} \tag{5.65}$$

A componente normal do tensor desviador de tensões está representada nas próximas três equações para uma hipótese de tensão radial nula.

$$S_\theta = \frac{1}{3}(2S_\theta - S_x) \tag{5.66a}$$

$$S_r = \frac{-1}{3}(S_\theta + S_x) \tag{5.66b}$$

$$S_x = \frac{1}{3}(2S_x - S_\theta) \tag{5.66c}$$

Quando apenas componentes normais são consideradas é possível utilizar índices simples. A tensão circunferencial pode ser calculada através da seguinte equação.

$$S_\theta = \left(\frac{D-2t}{2t}p\right) \tag{5.67}$$

Onde o diâmetro exterior é presentado pela incógnita D e a espessura do tubo é representa por t, e por fim, a pressão interna pela incógnita p.

Como a tensão radial é assumida como nula durante todo o tempo e a tensão circunferencial é constante pelo fato da pressão interna de operação ser constante, pode-se concluir que as tensões incrementais na direção radial e circunferencial são nulas.

Aplicando essas condições na Equação 5.63, temos a seguinte equação.

$$\begin{Bmatrix}0\\0\end{Bmatrix} = \left(\begin{bmatrix}\lambda' & \lambda\\ \lambda & \lambda'\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}P_{\theta\theta} & P_{\theta r}\\ P_{r\theta} & P_{rr}\end{bmatrix}\right)\begin{Bmatrix}\varepsilon_\theta\\ \varepsilon_r\end{Bmatrix} + \left(\begin{Bmatrix}\lambda\\ \lambda\end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix}P_{\theta x}\\ P_{rx}\end{Bmatrix}\right)\varepsilon_x \tag{5.68}$$

A partir da Equação 5.68, obtém-se:

$$\begin{Bmatrix}\varepsilon_\theta\\ \varepsilon_r\end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix}C_{\theta x}\\ C_{rx}\end{Bmatrix}\varepsilon_x \tag{5.69}$$

Onde:

$$\begin{Bmatrix} C_{\theta x} \\ C_{rx} \end{Bmatrix} = -\begin{bmatrix} \lambda' - P_{\theta\theta} & \lambda - P_{\theta r} \\ \lambda - P_{r\theta} & \lambda' - P_{rr} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \lambda - P_{\theta x} \\ \lambda - P_{rx} \end{Bmatrix} \tag{5.70}$$

Outra forma para expressar a relação tensão-deformação, representada na terceira linha da Equação 5.63, entre a tensão independente e deformações incrementais, é através da Equação 5.71a.

$$S_x = C^{EP}\varepsilon_x \tag{5.71a}$$

Onde:

$$C^{EP} = C_{\theta x}(\lambda - P_{x\theta}) + C_{rx}(\lambda - P_{xr}) + \lambda - P_{xx} \tag{5.71b}$$

Já para os incrementos elásticos de deformação o coeficiente do material estará representado pela seguinte equação.

$$S_x = E\varepsilon_x \tag{5.72}$$

A tensão e deformação plástica efetiva incremental podem ser representadas, respectivamente, como:

$$\overline{S} = \sqrt{\frac{1}{2}\left(4{S_\theta}^2 + 4{S_x}^2 + 2S_xS_\theta\right)} \tag{5.73a}$$

$$\overline{\varepsilon^P} = \sqrt{\frac{2}{2}((\varepsilon_\theta{}^P)^2 + (\varepsilon_r{}^P)^2 + (\varepsilon_x{}^P)^2)} \tag{5.73b}$$

Dessa forma, os componentes da deformação plástica incremental podem ser expressões pela seguinte equação.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_\theta{}^P \\ \varepsilon_r{}^P \\ \varepsilon_x{}^P \end{Bmatrix} = \frac{1}{E}\begin{Bmatrix} 1 & -v & -v \\ -v & 1 & -v \\ -v & -v & 1 \end{Bmatrix}\begin{bmatrix} P_{\theta\theta} & P_{\theta r} & P_{\theta x} \\ P_{r\theta} & P_{rr} & P_{rx} \\ P_{x\theta} & P_{xr} & P_{xx} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} C_{\theta x} \\ C_{rx} \\ 1 \end{Bmatrix}\varepsilon_x \tag{5.74}$$

A tensão de escoamento com encruamento e o módulo tangente para a curva tensão-deformação é avaliada através da deformação plástica efetiva acumulada.

5.2.4 Equações de Equilíbrio para o Elemento Finito

A equação de trabalho incremental virtual determina a equação matricial de equilíbrio do elemento finito, fundamentado na discretização dos deslocamentos e das deformações.

A representação matricial para as matrizes de rigidez é definida como:

$$[D] = \begin{bmatrix} K_1 & K_3 \\ K_3 & K_2 \end{bmatrix} \tag{5.75}$$

Os coeficientes K_1, K_2 e K_3, são determinados a partir da integração numérica das Equações 5.76a, 5.76b e 5.76c. Esses são os coeficientes de rigidez da seção transversal.

$$K_1 = \int_A C^{EP} dA \tag{5.76a}$$

$$K_2 = \int_A C^{EP} y^2 dA \tag{5.76b}$$

$$K_3 = \int_A C^{EP} y dA \tag{5.76c}$$

As matrizes de força interna são estabelecidas como:

$$[F] = \begin{bmatrix} F & 0 \\ 0 & F \end{bmatrix} \tag{5.77a}$$

$$[M] = \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \tag{5.77b}$$

As forças internas totais equivalentes, em função do tempo, são determinadas a partir das expressões das Equações 5.78a e 5.78b. São compostas por uma

tensão axial e uma tensão circunferencial, sendo determinadas com base no trabalho virtual equivalente.

$$F_{eq} = \int_A (S_x + C_{\theta x} S_\theta) dA \tag{5.78a}$$

$$M_{eq} = -\int_A (S_x + C_{\theta x} S_\theta) y dA \tag{5.78b}$$

Com base nas Equações 5.78a e 5.78b, a matriz de rigidez elasto-plástica e matriz de rigidez geométrica são determinadas a partir das Equações 5.79a e 5.79b.

$$[K_{EP}^e] = \int_{L_e} [B^L]^T [D][B^L] dx \tag{5.79a}$$

$$[K_G^e] = \int_{L_e} [{B_1}^{LN}]^T [F]\left[{B_1}^{LN}\right] + [{B_1}^{L}]^T [M]\left[{B_2}^{LN}\right] dx \tag{5.79b}$$

O vetor de carga interna do elemento é definido pela expressão representada na equação abaixo:

$$\{Q_P^e\} = \int_{L_e} [B^L]^T \begin{Bmatrix} F \\ M \end{Bmatrix} dx \tag{5.80}$$

Por fim, após o emprego do método da rigidez direta, a equação de equilíbrio global incremental é dada pela seguinte equação:

$$\sum [M^e] (\Delta \ddot{u}^e) + \sum [C^e] (\Delta \dot{u}^e) + \sum ([K_{EP}^e] + [K_G^e]) \{\Delta u^e\} = \sum \{P_{ext}^e\} - \sum \{Q_P^e\} \tag{5.81}$$

Despreza-se o efeito de amortecimento para o presente trabalho.

6 APLICAÇÕES

Este capítulo apresenta algumas aplicações que envolvem a ação da força randômica do vento em estruturas metálicas diversas em um plano 2D. A primeira aplicação tem como objetivo validar o código que será utilizado para as futuras aplicações, apresentando, por exemplo, as curvas de deslocamento e velocidade em um determinado ponto. O segundo exemplo, apresenta um estudo comparativo do refino da malha e do refino do intervalo de tempo, em uma viga vertical engastada submetida à força randômica do vento. No exemplo seguinte, aplicação 3, tem como objetivo comparar o comportamento elástico e plástico da mesma viga da aplicação 2, com uma malha e um intervalo de tempo definido; além de apresentar as curvas de histerese. A aplicação 4 analisará um pórtico plano, modelo proposto por Orbison (1982), submetido à força randômica do vento através da densidade espectral de potência de Kaimal, resultando em respostas dinâmicas elasto-plásticas. Por fim, as últimas aplicações fazem um comparativo das respostas dinâmicas elasto-plásticas do pórtico de Lazanha modificado, submetido a ações randômicos do vento com 2 e 4 espectros diferentes.

A seguir, serão apresentadas informações que serão utilizadas para todas as aplicações apresentadas na presente investigação.

V_0 = 40 m/s - Velocidade básica do vento;

S_1 = 1,0 – Fator topográfico;

S_2 = Categoria II – Categoria do terreno;

S_3 = 1,0 – Fator estatístico;

b = 1,0 – Parâmetro meteorológico;

F_r = 0,69 – Fator de rajada;

p = 0,15 – Expoente da lei potencial;

z = 10 m – Cota acima do terreno;

Elemento de viga com três nós;

Método numérico = HHT;

Alfa (α) do método HHT = $\frac{1}{3}$.

6.1 VIGA BI-APOIADA SUBMETIDA A UMA FORÇA TIPO *HEAVISIDE*

O primeiro problema estudado, 6.1, analisa uma aplicação publicada por Shang *et. al.* (2016) a fim de validar o método numérico utilizado para a solução dos demais problemas apresentados neste trabalho através do compilador Fortran.

O exemplo analisa uma viga bi apoiada de material tubular API X65, diâmetro externo $D_e = 60{,}30\, mm$ e diâmetro interno $D_i = 52{,}48\, m$, com propriedades mecânicas bem definidas, sendo o módulo de elasticidade $E = 210\, GPa$, densidade $\rho = 7830\, kg/m^3$, tensão de escoamento $\sigma = 414\, MPa$ e coeficiente de Poisson $v = 0{,}3$. O intervalo de tempo utilizado para essa análise é de 1x10^{-6} s, com 20.000 passos. Serão utilizados seis elementos e treze nós ao longo do comprimento total da barra, 1 m. A força vertical aplicada no centro da viga, nó central (ponto A), tem intensidade de 15.000 N no instante inicial até o instante final. A Figura 6.1 exemplifica melhor o problema.

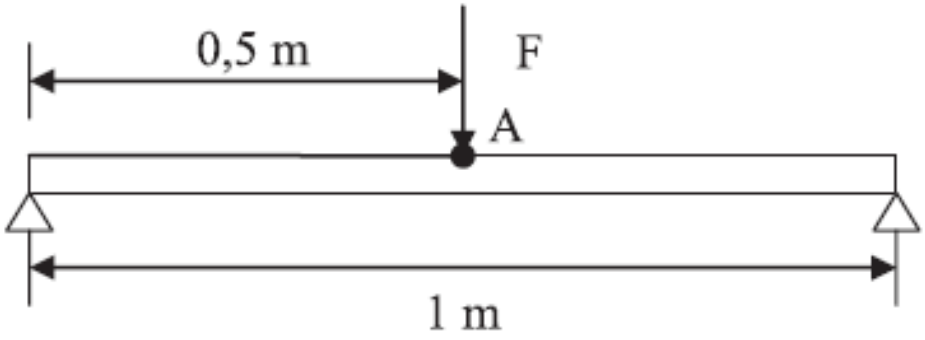


Figura 6.1 – Esquemático da viga submetida a Força [F].

A fim de analisar o deslocamento e velocidade máxima no problema, a Figura 6.2 e Figura 6.3 apresentam as maiores intensidades dos resultados ao longo do comprimento da viga no instante de tempo de 0,01 s.

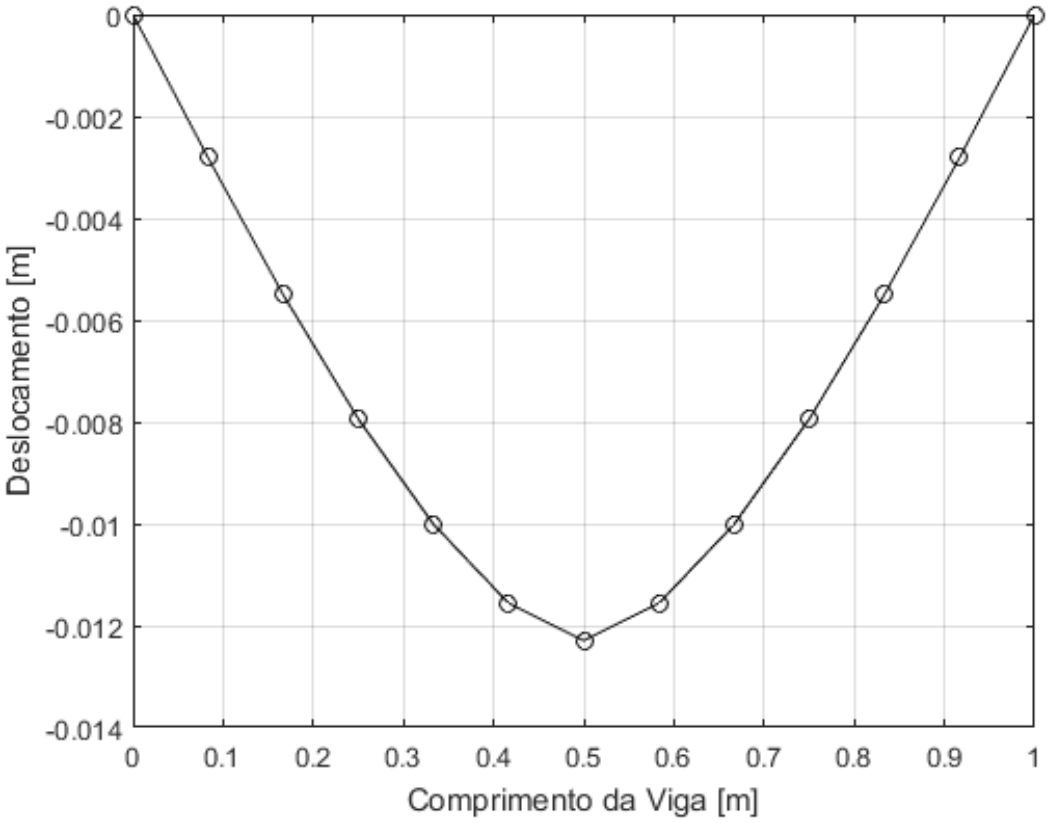


Figura 6.2 – Deslocamentos ao longo do comprimento da viga em t = 0,01 s.

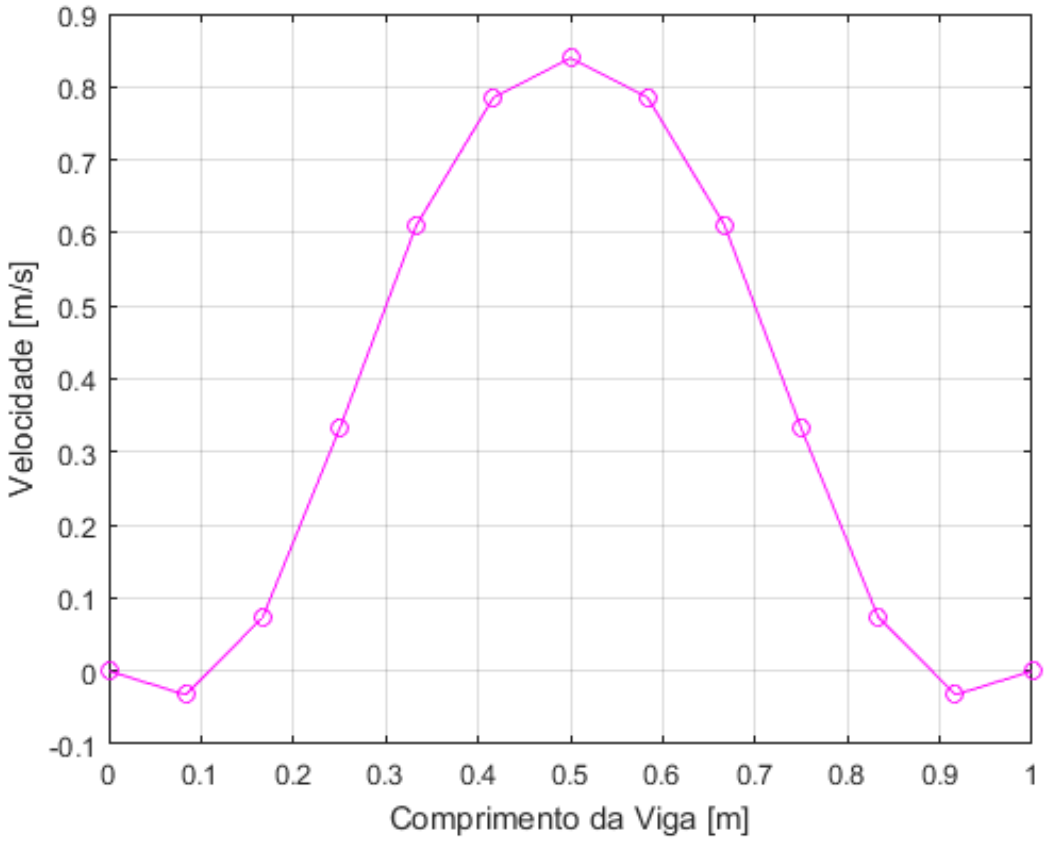


Figura 6.3 - Velocidades ao longo do comprimento da viga em t = 0,01 s.

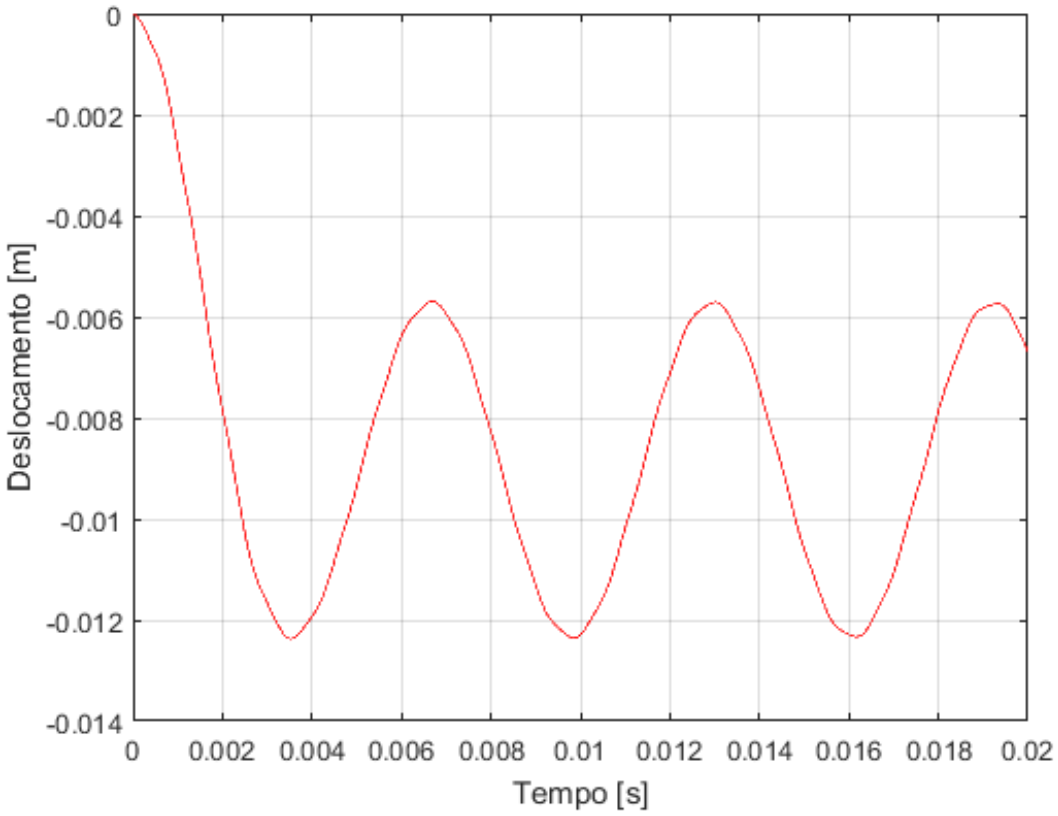


Figura 6.4 – Histórico do deslocamento no ponto A.

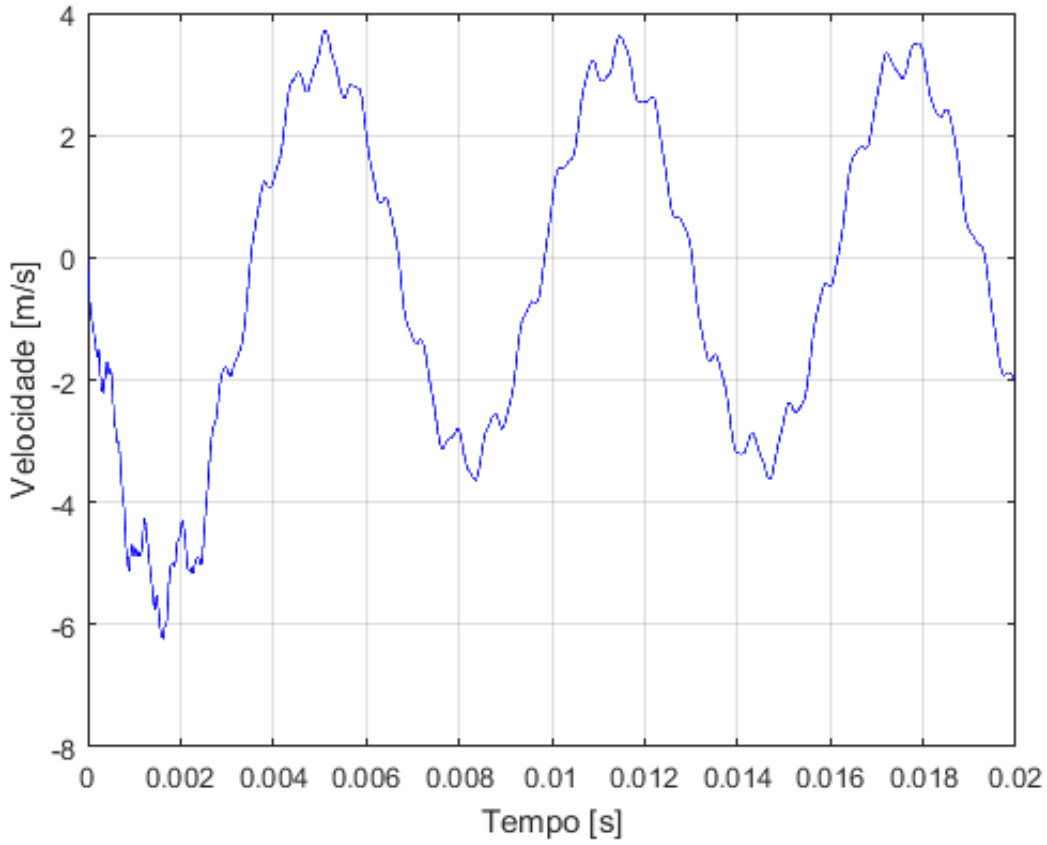


Figura 6.5 - Histórico da velocidade no ponto A.

Após analisar o comportamento da viga ao longo do seu comprimento, é possível determinar o nó que apresenta máximos deslocamentos e velocidades, ponto A da viga. As Figura 6.4 e 6,5 apresentam os resultados de deslocamento e velocidade, respectivamente no ponto A, ao longo do tempo total da análise, 0,02 segundos. O deslocamento máximo da viga é de aproximadamente 0,0125 mm e apresenta velocidade máxima de aproximadamente 0,825 m/s. Como observado nas Figuras 6.4 e 6.5, os deslocamentos e velocidades apresentam amplitudes semelhantes ao longo do ciclo das respostas. As respostas se encontram semelhantes às apresentadas por Shang *et. al.* (2016).

6.2 REFINO DO MODELO DE UMA VIGA VERTICAL ENGASTADA SUBMETIDA À FORÇA RANDÔMICA DO VENTO

Nesta seção, o exemplo analisa uma viga vertical engastada submetida à carga randômica do vento, conforme Figura 6.6, com parcela flutuante da velocidade do vento determinada a partir do espectro de potência de Kaimal. Este exemplo apresenta respostas dinâmicas da estrutura quando a mesma é discretizada por malhas com graus de refino diferentes, refino ***h***, e também com diferentes valores de incremento de tempo, Δt.

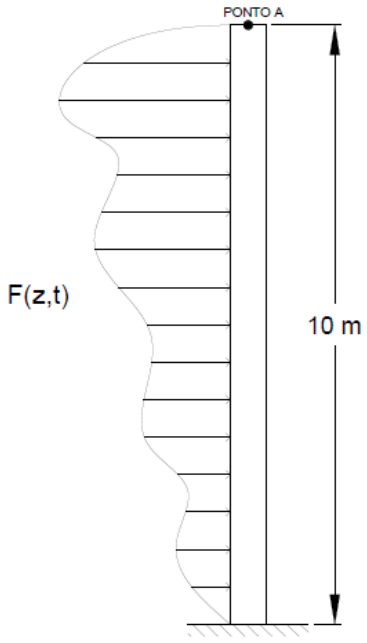


Figura 6.6 – Esquemático da viga vertical.

A análise é realizada em uma viga vertical de material ASTM A36, que apresenta propriedades mecânicas bem definidas, sendo o módulo de elasticidade $E = 210\ GPa$, densidade $\rho = 7830\ kg/m^3$, tensão de escoamento $\sigma = 250\ MPa$ e coeficiente de Poisson $v = 0{,}3$. A viga possui uma altura $h = 10\ m$ e com seção transversal tubular de raio externo $r_e = 0{,}30\ m$ e raio interno $r_i = 0{,}28\ m$. O intervalo de tempo utilizado para a primeira análise é de 1x10^{-3} s, com 20.000 passos, onde estão sendo realizados estudos com malha de refino ***h***, com 2, 4, 8 e 16 elementos, ao longo do comprimento total da viga. Para a execução dos cálculos, no compilador *Fortran*, utilizam-se os seguintes dados, conforme demonstrados na Tabela 6.1.

Tabela 6.1 – Dados para o roteiro de cálculo da carga do vento.

Parâmetro	**Dado**	**Unidade**	**Procedência**
Cota do nó analisado [z]	10,00	m	Coordenada do nó
Coeficiente exponencial [p]	0,15	-	NBR-6123:1988
Comprimento da rugosidade [z_0]	0,07	m	NBR-6123:1988
Velocidade básica do vento [V_0]	40	m/s	NBR-6123:1988
Fator topográfico [S_1]	1,0	-	NBR-6123:1988
Fator estatístico [S_3]	1,0	-	NBR-6123:1988
Velocidade média a 10 m [V_{10}]	27,60	m/s	Equação 3.4
Velocidade média na cota z [V_z]	Variável	m/s	Equação 3.5
Frequência inicial [f_0]	0,0625	H_z	Adotado
Frequência final [f_f]	100,00	H_z	Adotado
Divisões faixa de frequência [N]	1599	-	Adotado
Incremento da frequência [Δf]	0,0625	H_z	(100-0,0625)/1599
Tempo inicial [t_0]	0,0	s	Adotado
Número de passos	20.000	-	Adotado
Incremento de tempo [ΔT]	0,001	s	Adotado
Tempo final [t_f]	20,0	s	(20.000x0,001)
Velocidade de fricção [u_*]	Variável	m/s	Equação 3.35
Densidade espectral de Kaimal [$S_v(f,z)$]	Variável	-	Equação 3.33

Ângulo de fase aleatório entre 0 e 2π [θ_i]	-	-	Randômico
Velocidade flutuante do vento [$V(z,t)$]	Variável	m/s	Equação 3.41
Pressão dinâmica do vento [$q(z,t)$]	Variável	N/m^2	Equação 3.44
Força do vento [$F(z,t)$]	Variável	N	Equação 3.45
Coeficiente de arrasto [C_{ai}]	1,50	-	Adotado
Largura da área de influência [a_i]	1,00	m	Adotado

A Tabela 6.2 apresenta as principais frequências naturais da estrutura determinada a partir do código FORTRAN. São apresentadas conforme o refino da malha; as 4 primeiras frequências naturais analíticas, determinadas a partir das equações de Chopra (1995), conforme representado abaixo; e por fim as frequências naturais determinadas a partir do *software* de análise de elementos finitos ANSYS.

$$\omega_1 = \frac{3{,}516}{L^2}\sqrt{\frac{EI}{m}} \tag{6.1a}$$

$$\omega_2 = \frac{22{,}03}{L^2}\sqrt{\frac{EI}{m}} \tag{6.1b}$$

$$\omega_3 = \frac{61{,}70}{L^2}\sqrt{\frac{EI}{m}} \tag{6.1c}$$

$$\omega_4 = \frac{120{,}9}{L^2}\sqrt{\frac{EI}{m}} \tag{6.1d}$$

Onde:

$L =$ Comprimento da viga, em m;

$E =$ Módulo de elasticidade, em Pa;

$I =$ Momento de inércia, em m^4;

$m =$ Massa da viga, em kg.

Tabela 6.2 – Quatro primeiras frequências naturais da estrutura.

Frequência [rad/s]	5 nós	9 nós	17 nós	33 nós	Analítico CHOPRA	Ansys BEAM189 101 nós
f_{01}	33,201	33,201	33,201	33,201	33,234	33,046
f_{02}	206,876	206,867	206,867	206,867	208,231	200,088
f_{03}	574,138	573,920	573,916	573,916	583,197	532,908
f_{04}	1116,767	1110,070	1109,921	1109,920	1142,764	979,549

Após definir os parâmetros de entrada, pode-se analisar o comportamento da força do vento, no ponto A, no tempo de 20 s com incremento de tempo, $\Delta t=1x10^{-3}$ s, conforme representado na Figura 6.7. A Figura 6.8 apresenta uma ampliação da curva da força para uma melhor análise entre cada incremento de tempo.

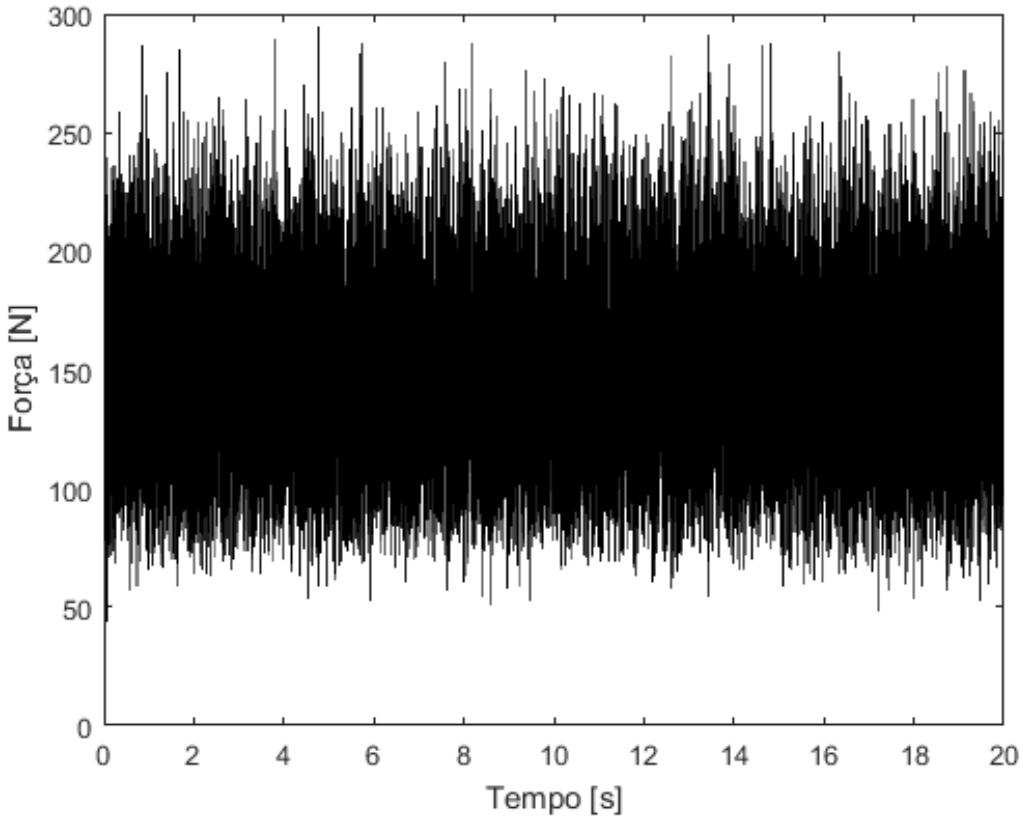


Figura 6.7 – Perfil da força do vento ao longo do tempo no ponto A.

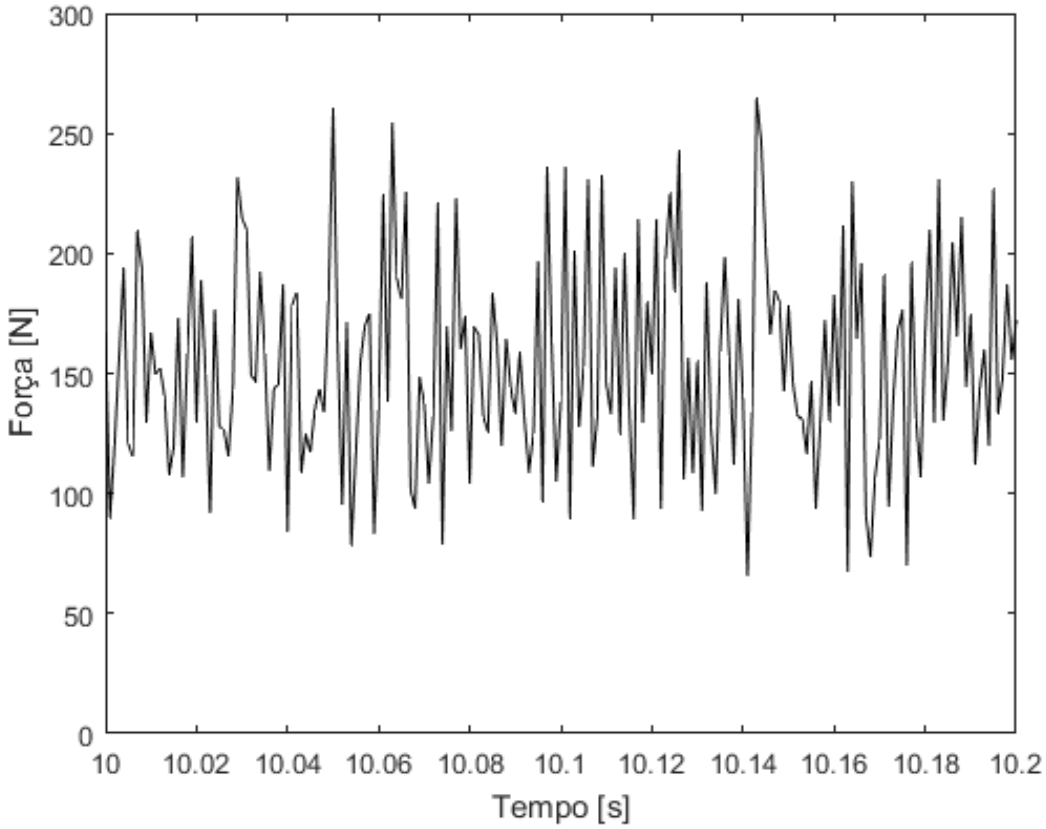


Figura 6.8 – Ampliação do perfil da força do vento no ponto A.

Após definir os parâmetros de entrada, e compilados os resultados, foi escolhido o nó do topo da viga, ponto A, que está livre, para fazer as análises de deslocamento, velocidade e aceleração. As Figuras 6.9, 6.10 e 6.11 ilustram essas respostas, respectivamente. Para os três resultados foram analisados as diferenças de amplitudes versus o número de graus de liberdade.

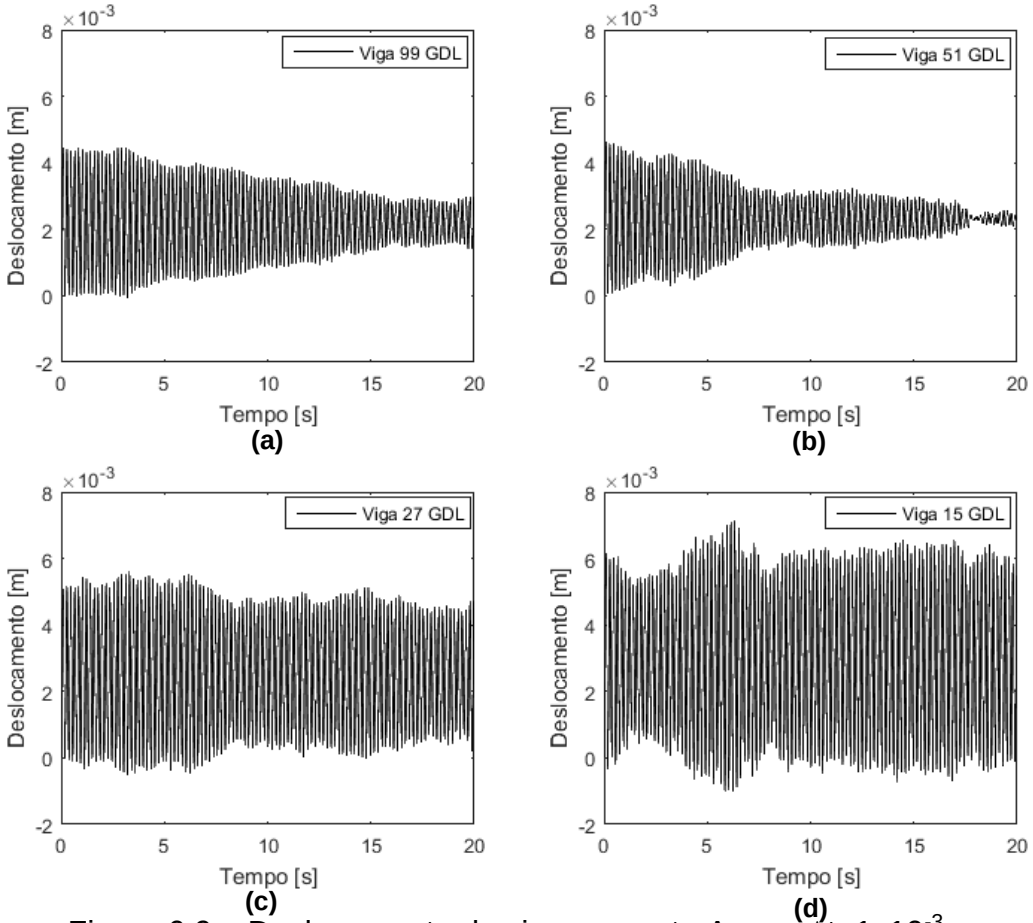


Figura 6.9 – Deslocamento da viga no ponto A com $\Delta t=1x10^{-3}$s.

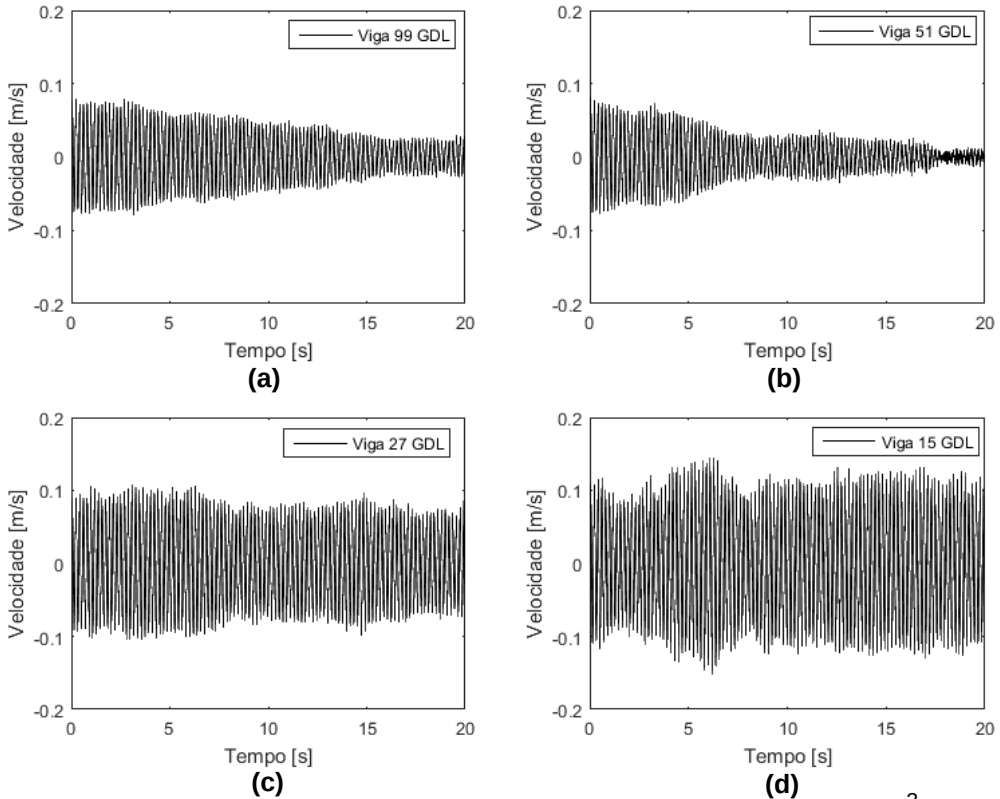


Figura 6.10 - Velocidade da viga no ponto A m com $\Delta t=1x10^{-3}$ s.

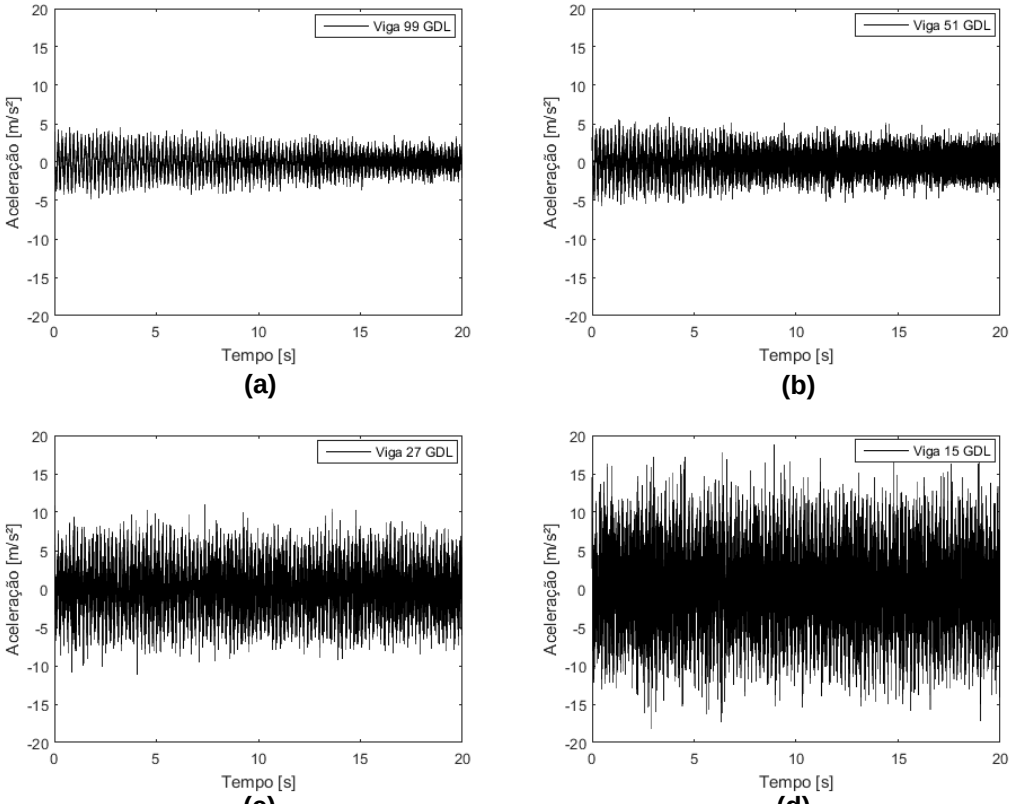


Figura 6.11 - Aceleração da viga no ponto A com $\Delta t=1x10^{-3}$ s.

Como observado nas Figuras 6.9, 6.10 e 6.11, os resultados apresentados pela viga vertical com 99 graus de liberdade (GDL) têm menores intensidades e menores amplitudes. Já os resultados apresentados pela viga vertical com 15 graus de liberdades (GDL), no ponto A, apresentam maiores intensidades e maiores amplitudes, como deslocamento máximo de 0,007 m, velocidade máxima de 0,15 m/s e aceleração máxima de 19 m/s^2, ao longo dos 20 s analisados.

Após realizar o refino de malha, observa-se que a viga com 99 graus de liberdade apresenta resultados mais homogêneos, reduzindo o deslocamento máximo de 0,007 m para 0,0045 m, também houve uma redução de 40% na velocidade máxima e por fim, a aceleração máxima reduziu aproximadamente 3 vezes. Visto isso, o autor propõe uma análise comparativa com os incrementos de tempo, modificando o $\Delta t=10^{-3}$ s para $\Delta t=10^{-4}$ s, para a estrutura com 99 GDL. Para essa análise, foram utilizados os mesmos dados indicados na Tabela 6.1, porém, foi alterado o número de passos para 200.000 e o incremento de tempo $\Delta t=1x10^{-4}$ s.

As Figuras 6.12, 6.13 e 6.14 apresentam os perfis de deslocamentos, velocidades e acelerações, respectivamente, das vigas com incrementos de tempo distintos, sendo $\Delta t=1x10^{-3}$ s e $\Delta t=1x10^{-4}$ s.

O deslocamento com progressão cônica representa o deslocamento com o incremento de tempo, $\Delta t=10^{-3}$ s. Já o incremento $\Delta t=10^{-4}$ s apresenta um deslocamento mais estável ao longo do tempo, proporcionando uma maior estabilidade nos resultados.

Conforme as respostas para o deslocamento, o resultado da velocidade para o incremento de tempo, $\Delta t = 10^{-4}$ s, apresenta maior estabilidade que o incremento de $\Delta t = 10^{-3}$ s analisado.

Já para as respostas de aceleração, as curvas compiladas com o incremento de tempo, $\Delta t=10^{-4}$s, apresentaram maior amplitude, 7,7 m/s², durante os vinte segundos estudados.

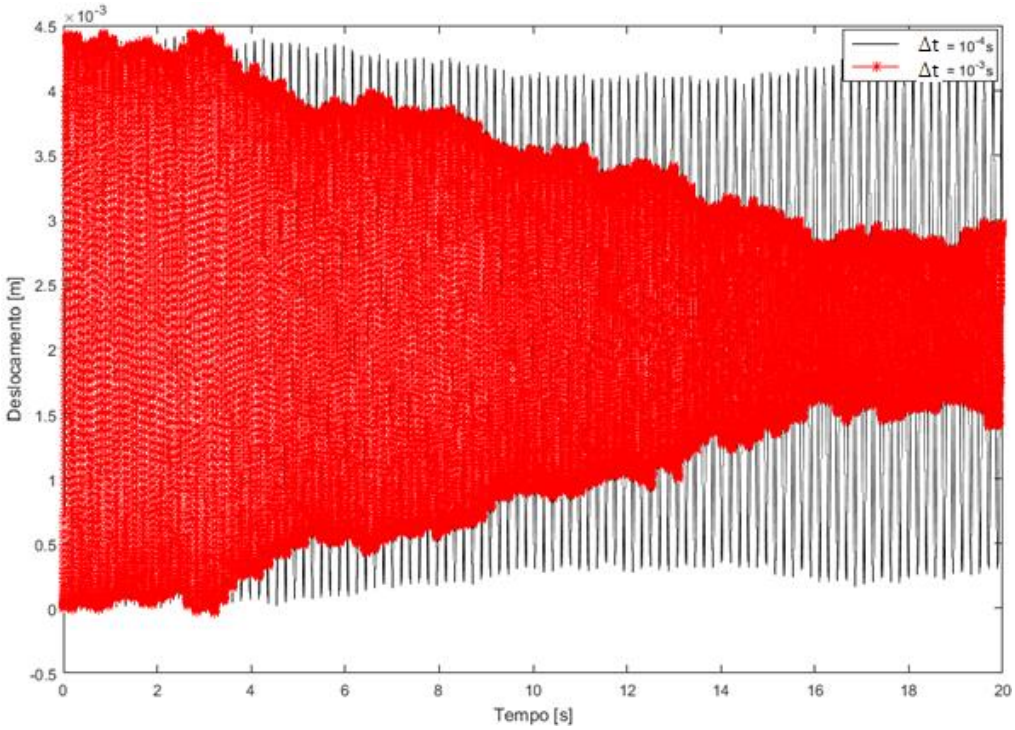


Figura 6.12 – Comparativo de deslocamento da viga com incrementos de tempo distintos no ponto A com $\Delta t = 10^{-3}$ s e $\Delta t = 10^{-4}$ s.

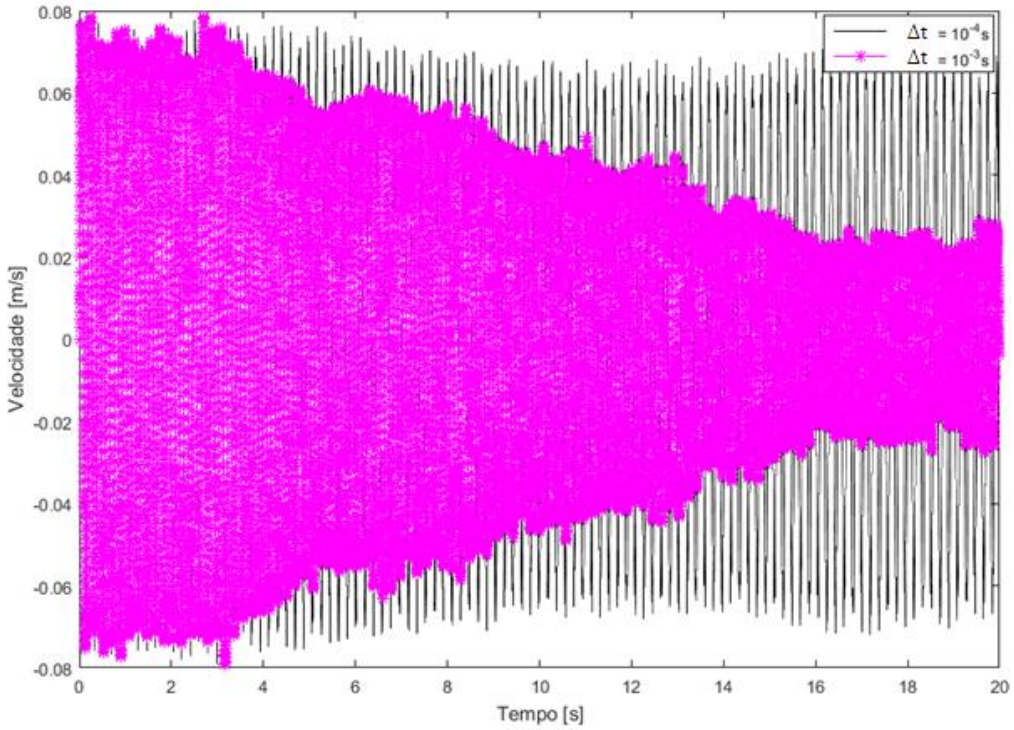


Figura 6.13 - Comparativo de velocidade da viga com incrementos de tempo distintos no ponto A com $\Delta t = 10^{-3}$ s e $\Delta t = 10^{-4}$ s.

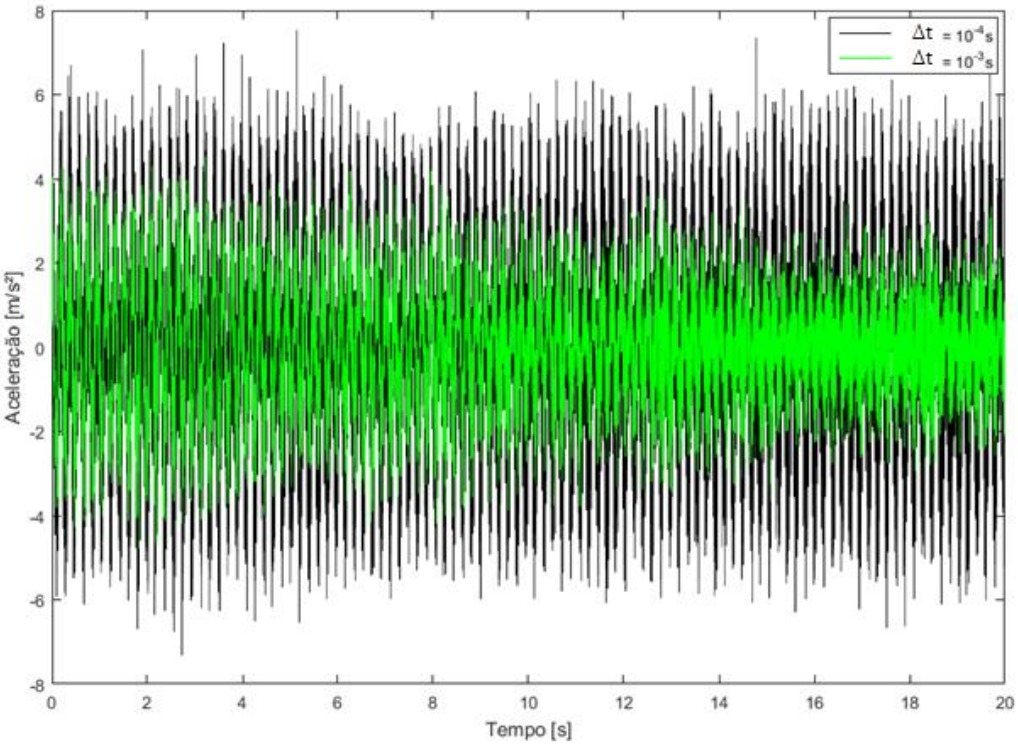


Figura 6.14 - Comparativo de aceleração da viga com incrementos de tempo distintos no ponto A com $\Delta t = 10^{-3}$ s e $\Delta t = 10^{-4}$ s.

Por fim, as Figuras 6.15 e 6.16 representam o erro relativo, em porcentagem, do deslocamento ao longo do tempo, através de uma faixa pré-determinada. Realizou-se uma comparação de erro com três situações: vigas com 15 e 27 graus de liberdades, 27 e 51 graus de liberdade e vigas com 51 e 99 graus de liberdade.

Para determinar o erro relativo foi utilizado a seguinte equação:

$$\varepsilon(\%) = \frac{u(x,t)^{i+1}_{malha} - u(x,t)^{i}_{malha}}{u(x,t)^{i}_{malha}} \tag{6.2}$$

O círculo na Figura 6.15 está associado à primeira frequência natural da estrutura, que ocorre no período de 0,189 segundos no erro relativo de 130.000% da malha com 15 e 27 graus de liberdade. Ao ampliar o erro relativo nos primeiros 0,25 segundos, pode-se verificar com maior clareza o instante que ocorre o pico do erro, conforme apresentado na Figura 6.16.

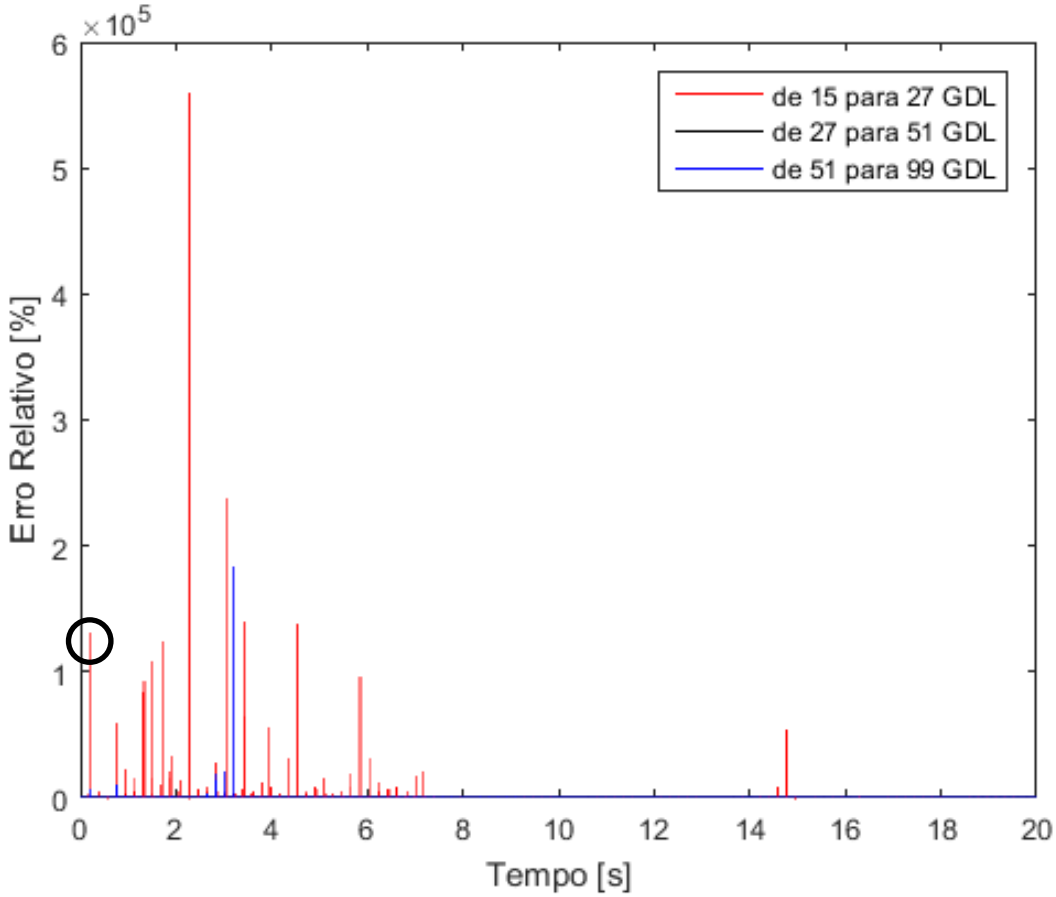


Figura 6.15 – Comparativo dos Erros Relativos no ponto A da estrutura.

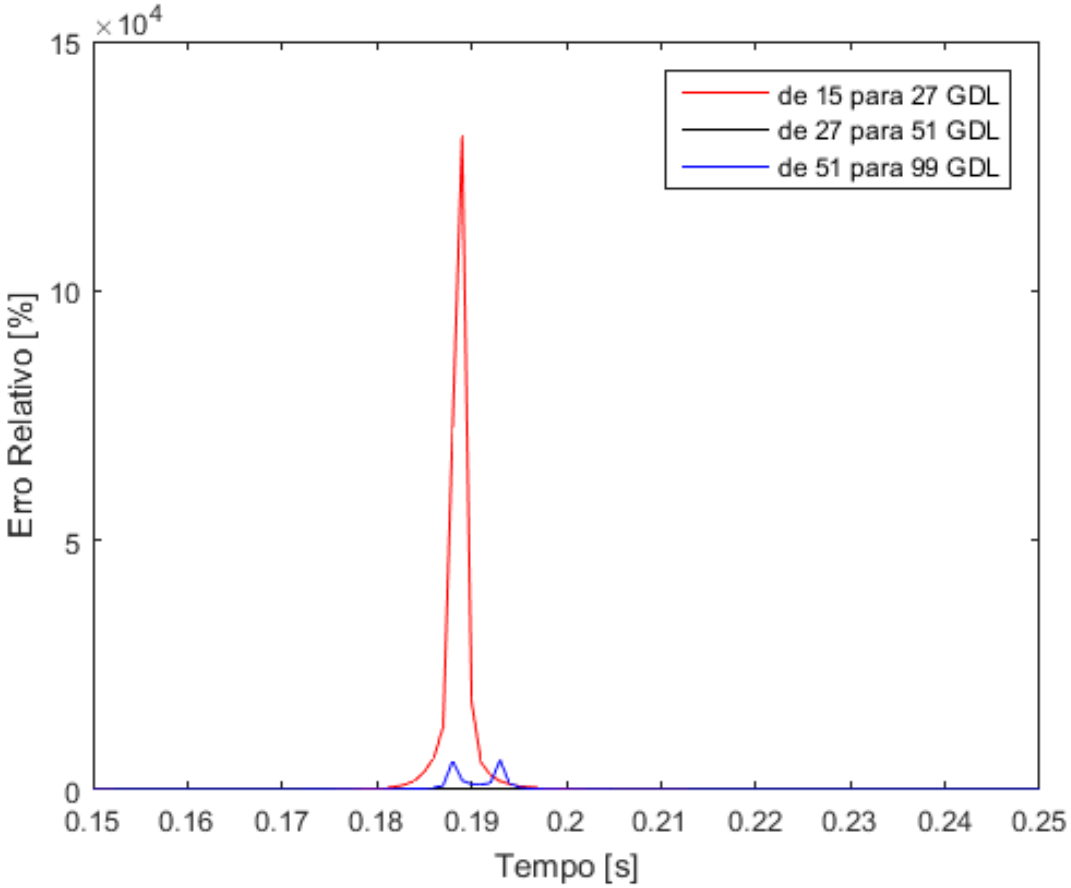


Figura 6.16 – Ampliação nos primeiros 0,25 segundos do erro relativo.

Como observado nas Figuras 6.15 e 6.16, na medida em que se aumenta o número de graus de liberdade na viga estudada, o erro relativo diminui. Assim o comparativo entre a viga com 51 graus de liberdade e 99 graus de liberdade, conforme Figura 6.15, apresentou uma redução no erro ao longo do tempo de 20 segundos.

6.3 COMPARAÇÃO DE COMPORTAMENTO ELÁSTICO E PLÁSTICO DE VIGA VERTICAL ENGASTADA

O exemplo analisado nesta seção será muito similar ao exemplo da Seção 6.2, serão alterados alguns parâmetros para que se possa comparar o comportamento elástico e plástico da viga vertical. A análise consiste em uma viga vertical engastada submetida à carga dinâmica do vento, conforme Figura 6.6 da seção anterior, com parcela flutuante da velocidade do vento determinada a partir do espectro de potência de Kaimal.

A análise é realizada em uma viga vertical de material ASTM A36, que apresenta as mesmas propriedades mecânicas e dimensões do exemplo anterior. O intervalo de tempo utilizado para a primeira análise é de $1x10^{-3}$ s, com 20.000 passos empregando-se o método numérico HHT. O elemento utilizado é o elemento de viga com três nós, onde estão sendo realizados estudos da viga com dezesseis elementos, trinta e três nós e noventa e nove graus de liberdade ao longo da viga vertical. Para a execução dos cálculos, no compilador *Fortran*, utilizam-se os seguintes dados, conforme demonstrados na Tabela 6.3.

Para a análise com plastificação do aço, foi modificado apenas a largura da área de influência da força do vento de 1,0 m, para o efeito elástico, e 6,0 m para o efeito plástico, conforme apresentado na tabela abaixo.

Tabela 6.3 - Dados para o roteiro de cálculo da carga do vento.

Parâmetro	**Dado**	**Unidade**	**Procedência**
Cota do nó analisado [z]	10,00	m	Coordenada do nó
Coeficiente exponencial [p]	0,15	-	NBR-6123:1988
Comprimento da rugosidade [z_0]	0,07	m	NBR-6123:1988
Velocidade básica do vento [V_0]	40	m/s	NBR-6123:1988
Fator topográfico [S_1]	1,0	-	NBR-6123:1988
Fator estatístico [S_3]	1,0	-	NBR-6123:1988
Velocidade média a 10 m [V_{10}]	27,60	m/s	Equação 3.4
Velocidade média na cota z [V_z]	Variável	m/s	Equação 3.5
Frequência inicial [f_0]	0,0625	H_z	Adotado
Frequência final [f_f]	100,00	H_z	Adotado
Divisões faixa de frequência [N]	1599	-	Adotado
Incremento da frequência [Δf]	0,0625	H_z	(100-0,0625)/1599
Tempo inicial [t_0]	0,0	s	Adotado
Número de passos	20.000	-	Adotado

Incremento de tempo [ΔT]	0,001	s	Adotado
Tempo final [t_f]	20,0	s	(20.000x0,001)
Velocidade de fricção [u_*]	Variável	m/s	Equação 3.35
Densidade espectral de Kaimal [$S_v(f,z)$]	Variável	-	Equação 3.33
Ângulo de fase aleatório entre 0 e 2π [θ_i]	-	-	Randômico
Velocidade flutuante do vento [$V(z,t)$]	Variável	m/s	Equação 3.41
Pressão dinâmica do vento [$q(z,t)$]	Variável	N/m^2	Equação 3.44
Força do vento [$F(z,t)$]	Variável	N	Equação 3.45
Coeficiente de arrasto [C_{ai}]	1,50	-	Adotado
Largura da área de influência (elástico) [a_i]	0,50	m	Adotado
Largura da área de influência (plástico) [a_i]	3,00	m	Adotado

Após definidos os parâmetros de entrada e compilado os resultados, pode-se analisar o comportamento da força atuante no ponto A, h = 10 m (99 graus de liberdade), ao longo dos 20 segundos analisados, conforme apresentado na Figura 6.17, apresentando força máxima de 875 N e força mínima de 125 N.

Para ter uma melhor visualização do comportamento do perfil de força, a Figura 6.18 apresenta uma ampliação da força entre o intervalo de tempo de 1 a 1,2 segundos, onde apresenta força máxima de 725 N e força mínima de 200 N.

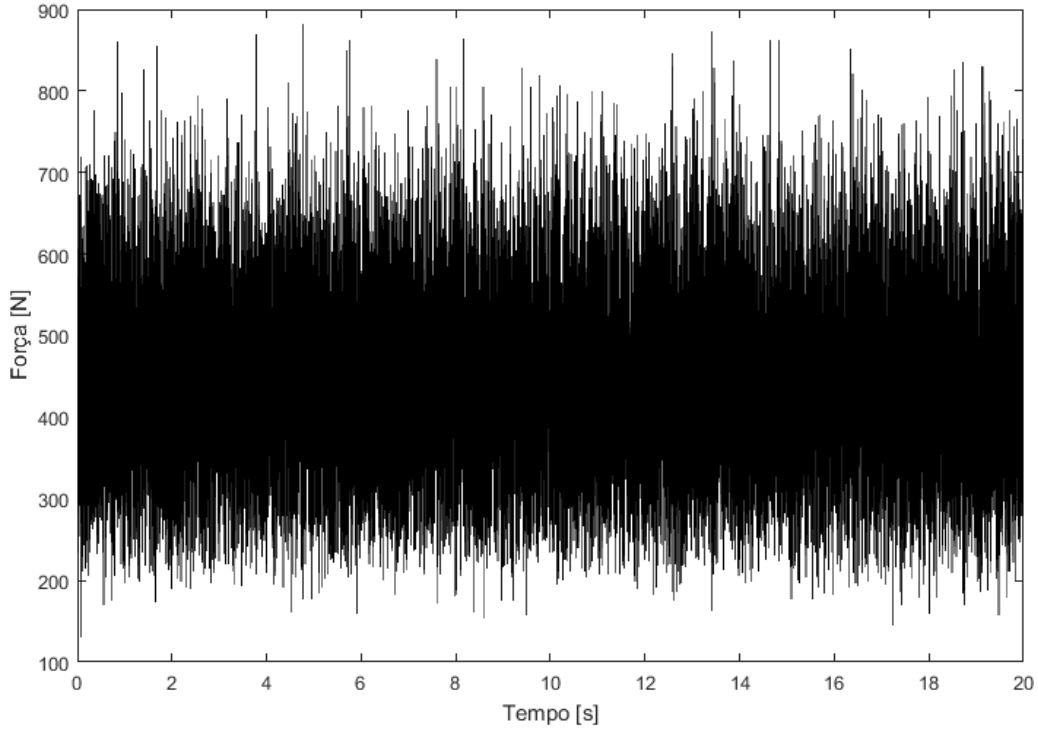


Figura 6.17 – Perfil da força ao longo do tempo no ponto A.

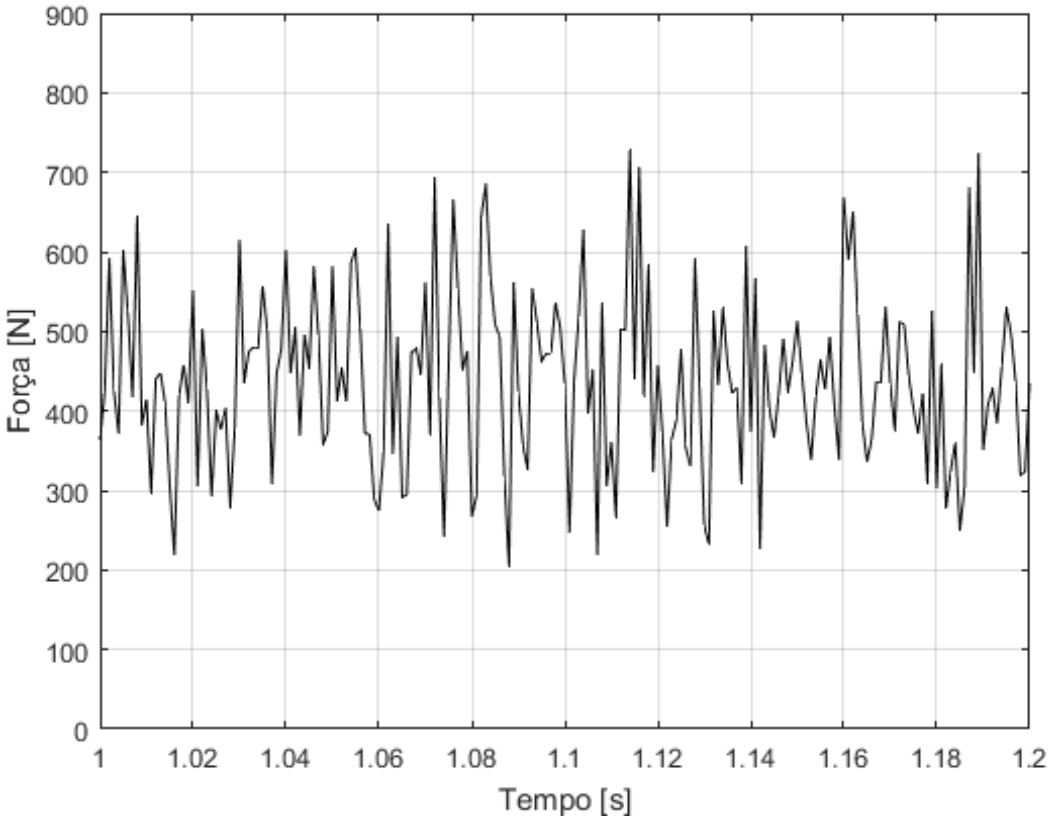


Figura 6.18 – Ampliação da curva de força no ponto A.

A Figura 6.19 apresenta o perfil de deslocamento horizontal da viga vertical ao longo da altura da estrutura. O deslocamento apresentado ocorreu durante o comportamento plástico do material no instante 10 s.

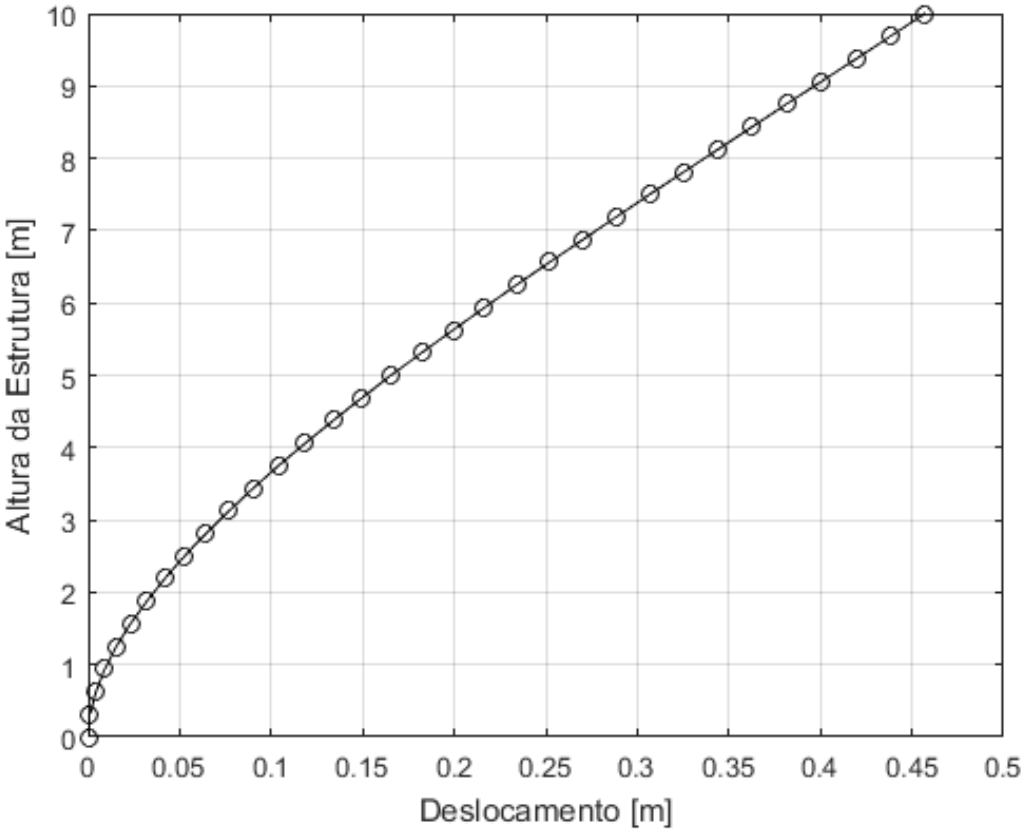


Figura 6.19 – Perfil do deslocamento da estrutura no comportamento plástico no instante de t = 10 s.

As curvas de força apresentam um comportamento randômico por ser aplicado o método de Shinozuka e Jan (1972), utilizado para determinar a velocidade flutuante do vento, conforme representado na Equação 3.41 desse trabalho.

Depois de verificar qual nó apresentou o maior deslocamento horizontal, escolheu-se o nó do topo da viga, ponto A, que está livre, para fazer as análises comparativas do comportamento plástico e elástico da viga vertical no deslocamento, velocidade e aceleração, conforme ilustrado nas Figuras 6.20, 6.21 e 6.22.

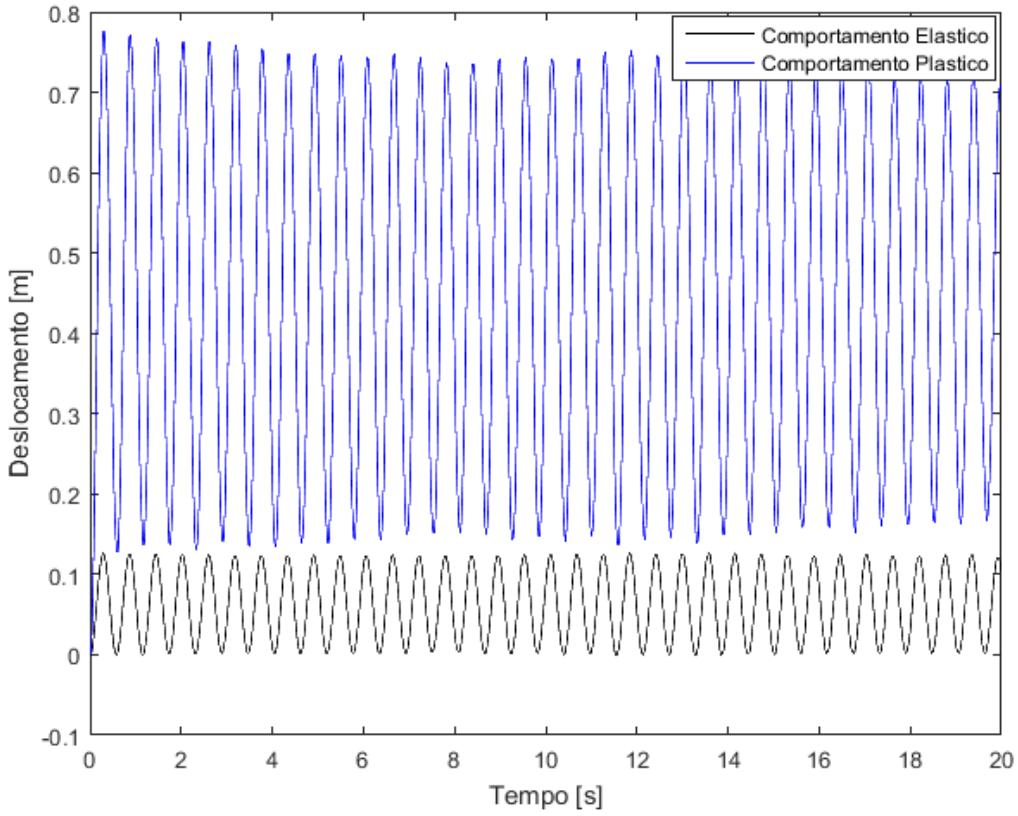


Figura 6.20 – Comparativo dos deslocamentos elástico e plástico da viga no ponto A.

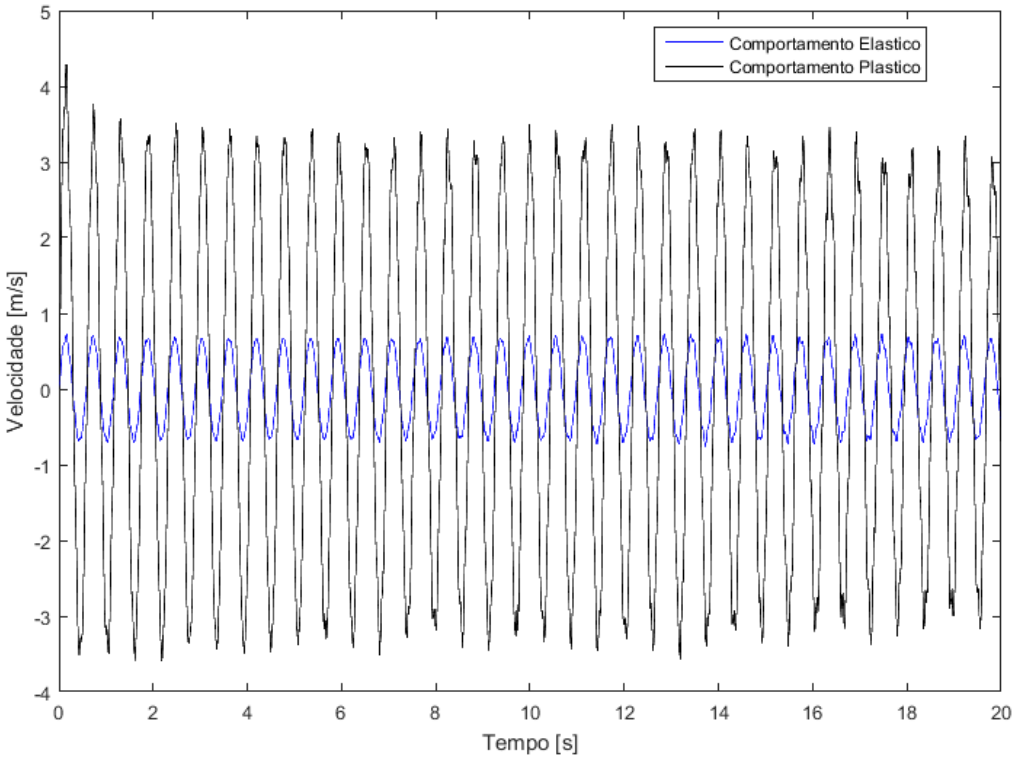


Figura 6.21 - Comparativo das velocidades elástica e plástica da viga no ponto A.

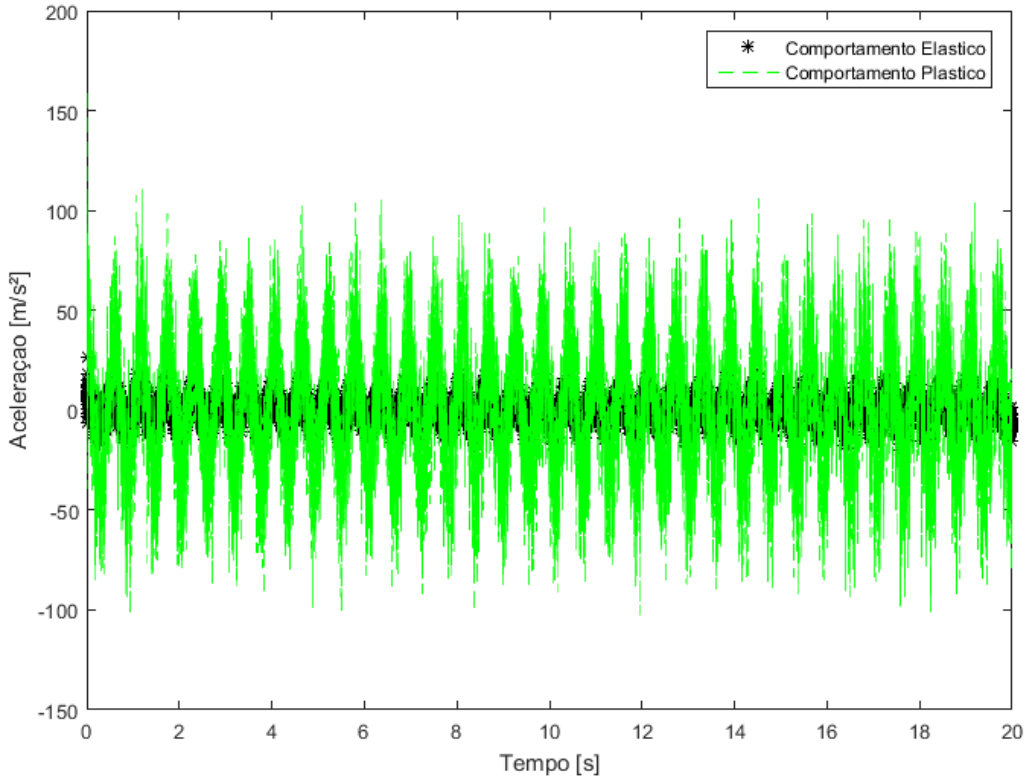


Figura 6.22 - Comparativo das acelerações elástica e plástica da viga no ponto A.

Conforme apresentado nas Figuras 6.20, 6.21 e 6.22, pode-se observar que o comportamento plástico da viga vertical apresentou maior deslocamento horizontal no seu topo, 0,78 m, se comparado com o comportamento elástico da mesma viga, 0,12 m. Além disso, é possível observar, claramente, o início do período de plastificação da viga, no instante de 0,4 s. Os resultados do comportamento plástico, comparado com o elástico, apresentaram maiores amplitudes para a velocidade, com máxima de 4,3 m/s e mínima de -3,5 m/s e também para a aceleração, com variação máxima e mínima de 100 m/s² e – 100 m/s², respectivamente.

A Figura 6.23 apresenta as curvas de histerese da viga, representando a tensão no eixo das ordenadas, em MPa, e no eixo das abscissas a deformação. A Figura 6.24 apresenta uma amplificação das regiões A e B das curvas. A tensão determinada na viga é de von Mises e foi realizada no ponto de engaste da viga. Pode ser observado nas Figuras 6.23 e 6.24 que no primeiro ciclo há uma acentuada curva de deformação com relação aos ciclos decorrentes da iteração numérica. A região “A” apresenta menores tensões e também menores deformações se comparado à região B.

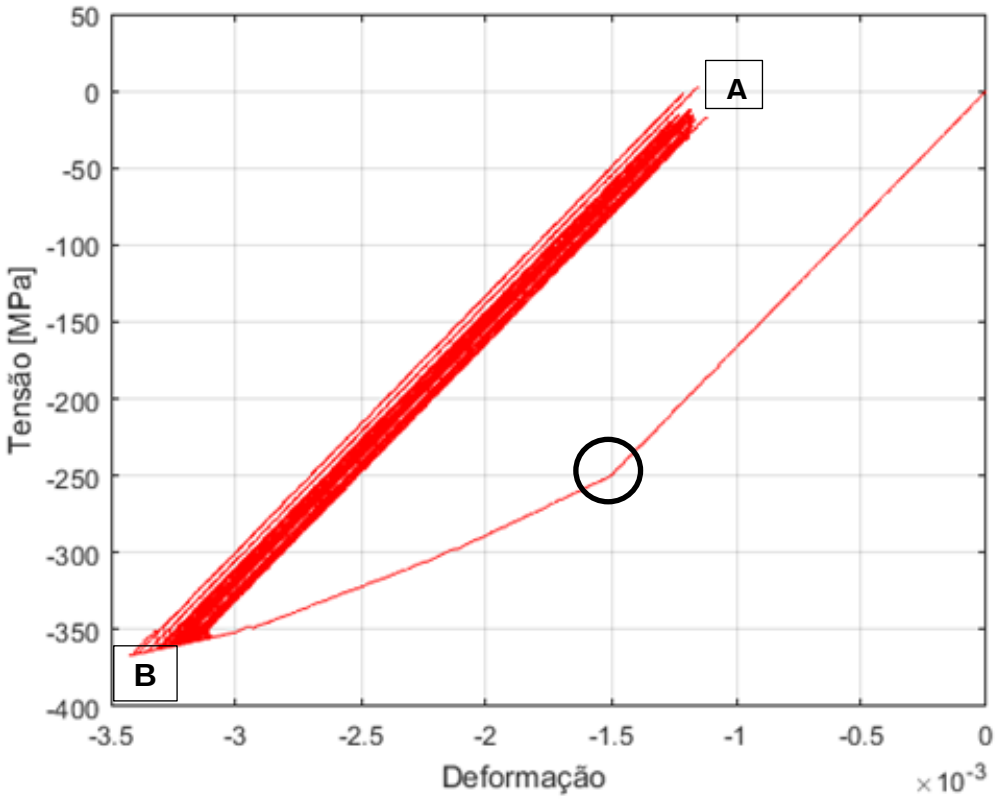
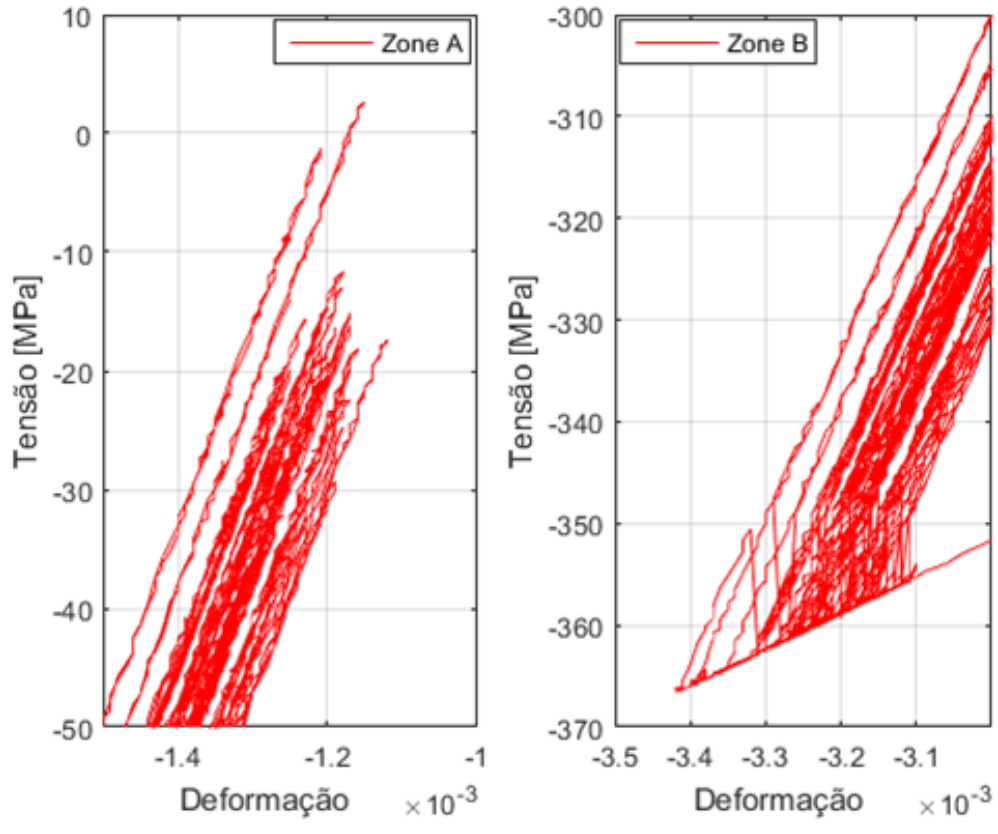


Figura 6.23 – Curvas de histerese, tensão x deformação.



(a) (b)

Figura 6.24 – Ampliação das curvas de histerese.

Conforme apresentado no círculo da Figura 6.23, o início da plastificação da viga apresenta tensão de 250 MPa com deformação de 0,0015 mm/mm. A tensão máxima encontrada na viga vertical, nó que engasta a viga no solo, durante a plastificação é de 367 MPa com deformação máxima de 0,00342 mm/mm.

6.4 ANÁLISE DINÂMICA ELASTO-PLÁSTICA DO PÓRTICO DE ORBISON MODIFICADO

O exemplo desta seção apresenta análise de um pórtico plano, com parâmetros semelhantes ao proposto por Orbison (1982). A análise consiste em um pórtico plano engastado submetido à carga dinâmica do vento, conforme Figura 6.25, com parcela flutuante da velocidade do vento determinada a partir do espectro de potência de Kaimal.

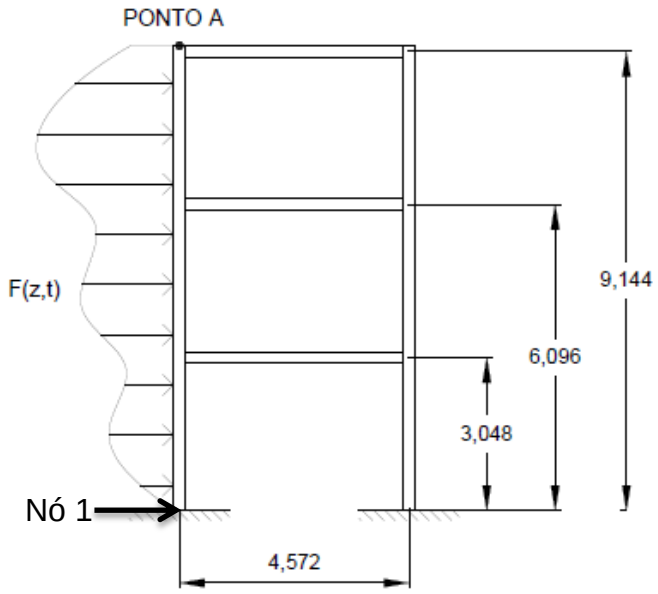


Figura 6.25 – Esquemático do pórtico plano analisado com a aplicação da ação dinâmica do vento.

A análise é realizada em um pórtico plano composto por duas colunas e três vigas, ambas especificadas com o material ASTM A36, que apresenta as mesmas propriedades mecânicas do exemplo anterior. As três vigas têm comprimento $L = 4{,}572\ m$, com seção transversal tubular de raio externo $r_e = 0{,}08\ m$ e raio interno $r_i = 0{,}07\ m$. Já as duas colunas tem altura $h = 9{,}144\ m$, com seção transversal

tubular de raio externo $r_e = 0{,}050\ m$ e raio interno $r_i = 0{,}045\ m$. O intervalo de tempo utilizado para a análise é de 1x10^{-3} s, com 250.000 passos submetidos ao método numérico HHT. O elemento utilizado é o elemento de viga com três nós, onde estão sendo utilizados 30 elementos de viga, 59 nós e 177 graus de liberdade no pórtico plano metálico.

A Tabela 6.4 apresenta as três primeiras frequências naturais onde foram determinadas a partir da rotina em Fortran, dinamica_2D_MEFQ_multilinear, e através do *software* Ansys.

Tabela 6.4 – Frequências naturais da estrutura.

Frequência [rad/s]	**Código Fortran** 59 nós	**Ansys BEAM189** 179 nós
f_{01}	0,331042	0,330453
f_{02}	0,978803	0,975492
f_{03}	1,513564	1,508455

Para a realização da análise, utilizam-se os seguintes dados, conforme demonstrados na Tabela 6.5 para determinar as variáveis das cargas de vento.

Tabela 6.5 - Dados para o roteiro de cálculo da carga do vento.

Parâmetro	**Dado**	**Unidade**	**Procedência**
Cota do nó analisado [z]	9,144	m	Coordenada do nó
Coeficiente exponencial [p]	0,15	-	NBR-6123:1988
Comprimento da rugosidade [z_0]	0,07	m	NBR-6123:1988
Velocidade básica do vento [V_0]	45	m/s	NBR-6123:1988
Fator topográfico [S_1]	1,0	-	NBR-6123:1988
Fator estatístico [S_3]	1,0	-	NBR-6123:1988
Velocidade média a 10 m [V_{10}]	31,05	m/s	Equação 3.4
Velocidade média na cota z [V_z]	Variável	m/s	Equação 3.5

Frequência inicial [f_0]	0,010	H_z	Adotado
Frequência final [f_f]	9,510	H_z	Adotado
Divisões faixa de frequência [N]	100	-	Adotado
Incremento da frequência [Δf]	0,095	H_z	(9,510-0,010)/100
Tempo inicial [t_0]	0,0	s	Adotado
Número de passos	250.000	-	Adotado
Incremento de tempo [ΔT]	0,001	s	Adotado
Tempo final [t_f]	250,0	s	(250.000x0,001)
Velocidade de fricção [u_*]	Variável	m/s	Equação 3.35
Densidade espectral de Kaimal [$S_v(f,z)$]	Variável	-	Equação 3.33
Ângulo de fase aleatório entre 0 e 2π [θ_i]	-	-	Randômico
Velocidade flutuante do vento [$V(z,t)$]	Variável	m/s	Equação 3.41
Pressão dinâmica do vento [$q(z,t)$]	Variável	N/m^2	Equação 3.44
Força do vento [$F(z,t)$]	Variável	N	Equação 3.45
Coeficiente de arrasto [C_{ai}]	1,50	-	Adotado
Largura da área de influência [a_i]	2,50	m	Adotado

Após definir os parâmetros de entrada e compilado os resultados, pode-se analisar o comportamento da força ao longo da altura da estrutura no tempo de 125 segundos, analisados com um incremento de tempo, $\Delta t=10^{-3}$ s, conforme apresentado na Figura 6.26. A força máxima, no instante de tempo t=125 s, é de 1350 N na altura de 8,128 m. Para que se tenha melhor visualização do comportamento da curva de força, a Figura 6.27 apresenta a força de vento no ponto A ao longo dos 250 segundos analisados, com força máxima de 1900 N em 23 s e força mínima de 90 N em 66 s. A Figura 6.28 apresenta uma ampliação dessa curva entre o instante de tempo de 100 a 101 segundos e a Figura 6.29 apresenta uma

ampliação com Δt=0,1 s, para que seja possível ver o comportamento randômico da força.

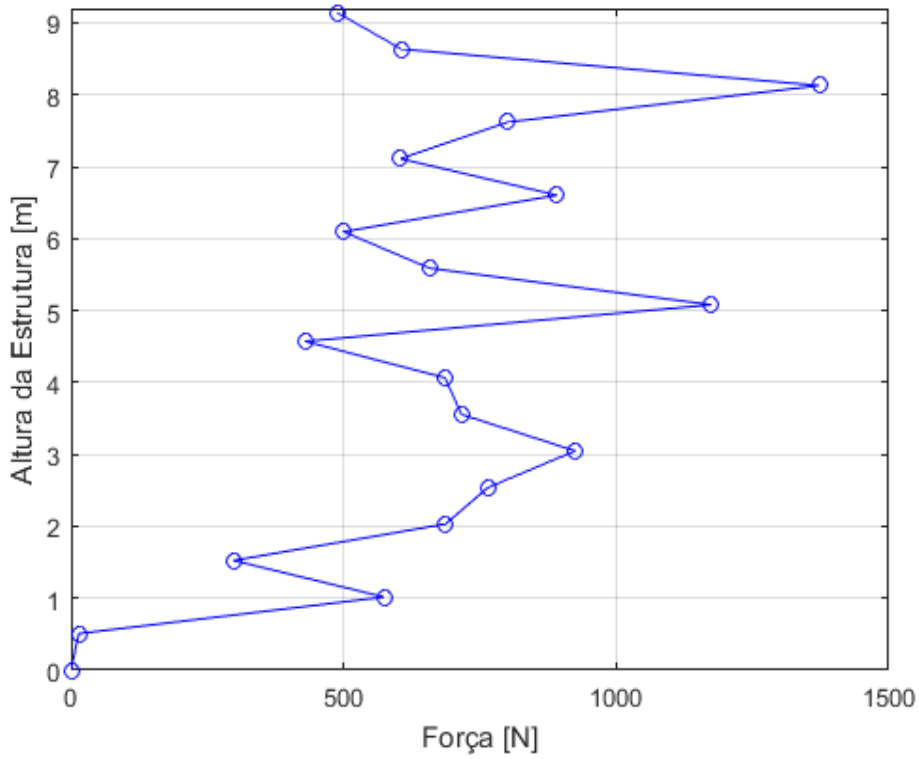


Figura 6.26 – Perfil da força ao longo da altura da estrutura em t = 125 s.

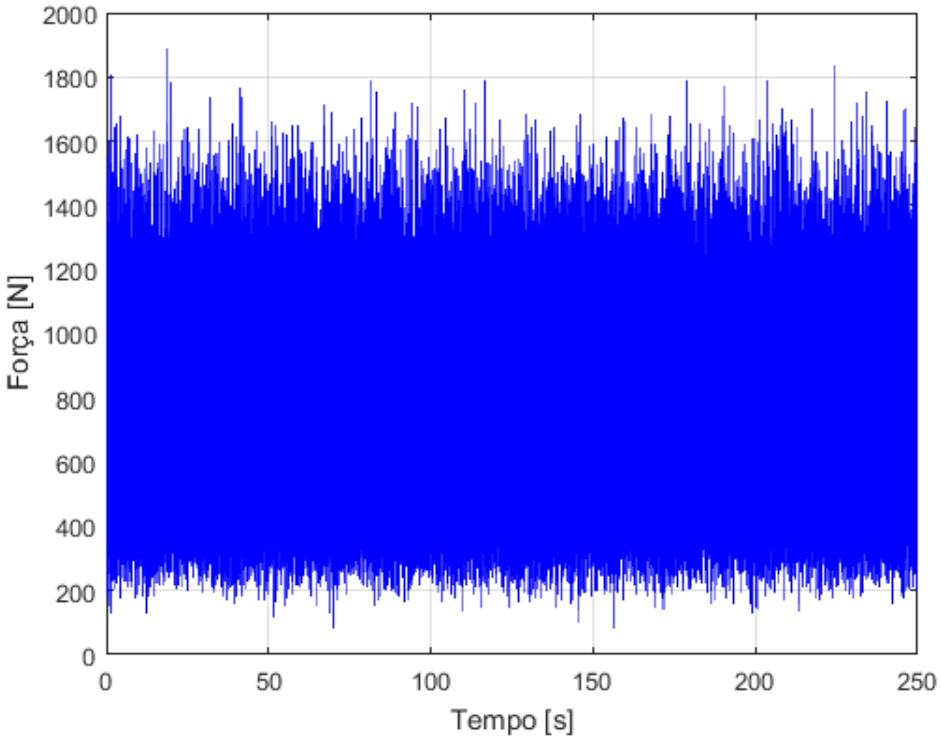


Figura 6.27 – Perfil da curva de força no ponto A ao longo de 250 s.

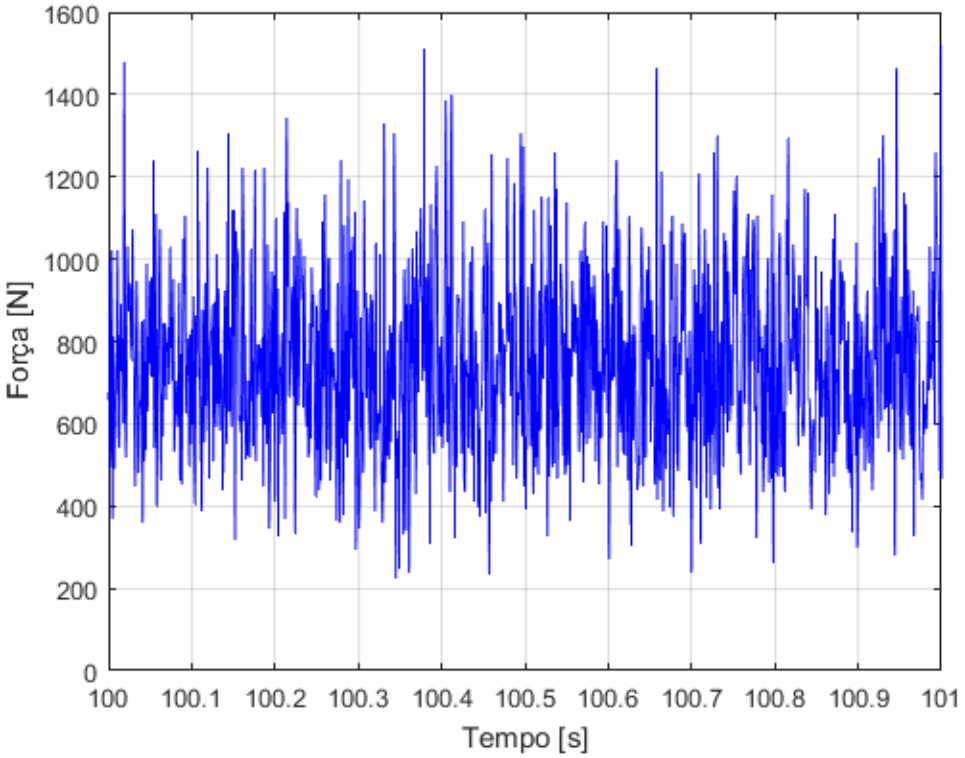


Figura 6.28 - Ampliação da curva de força entre 100 e 101 s.

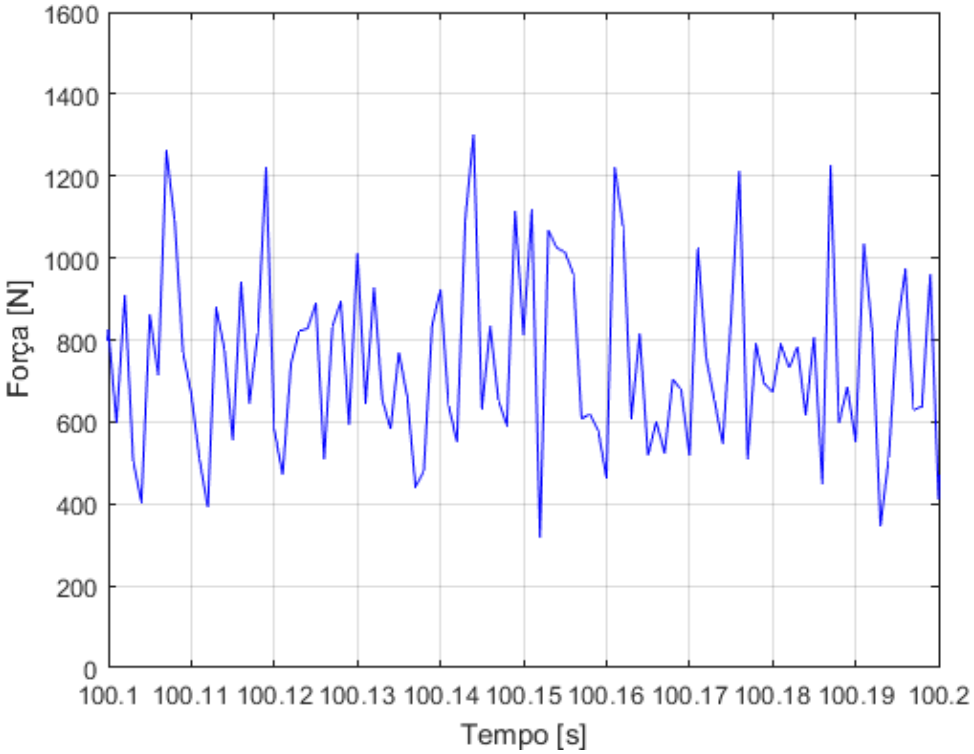


Figura 6.29 – Ampliação da curva de força entre 100,1 e 100,2 s.

A Figura 6.30 apresenta o perfil de deslocamento horizontal do pórtico plano metálico a partir da aplicação da força do vento, conforme representado na Figura

6.25. O deslocamento apresentado na Figura 6.30 ocorreu durante o comportamento plástico da estrutura no instante de tempo de 125 s, com deslocamento máximo de 0,096 m no ponto A da estrutura.

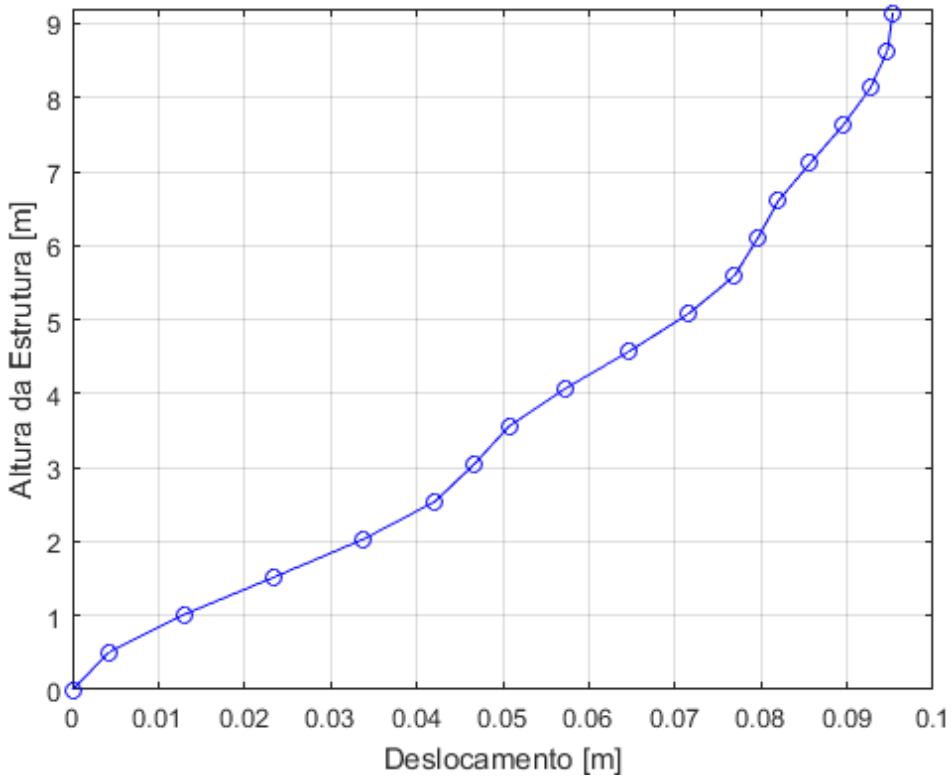


Figura 6.30 - Perfil do deslocamento ao longo da altura em t=125 s.

Também serão apresentados os perfis de velocidade e aceleração da coluna, ao longo da altura, que recebe a ação da carga do vento no instante de tempo de 125 s. As Figura 6.31 e Figura 6.32 apresentam as curvas de velocidade e aceleração, respectivamente. A velocidade máxima nesse instante de tempo é de 0,23 m/s em h = 8,128 m, e a aceleração máxima é de 89 m/s² em h = 5,08 m.

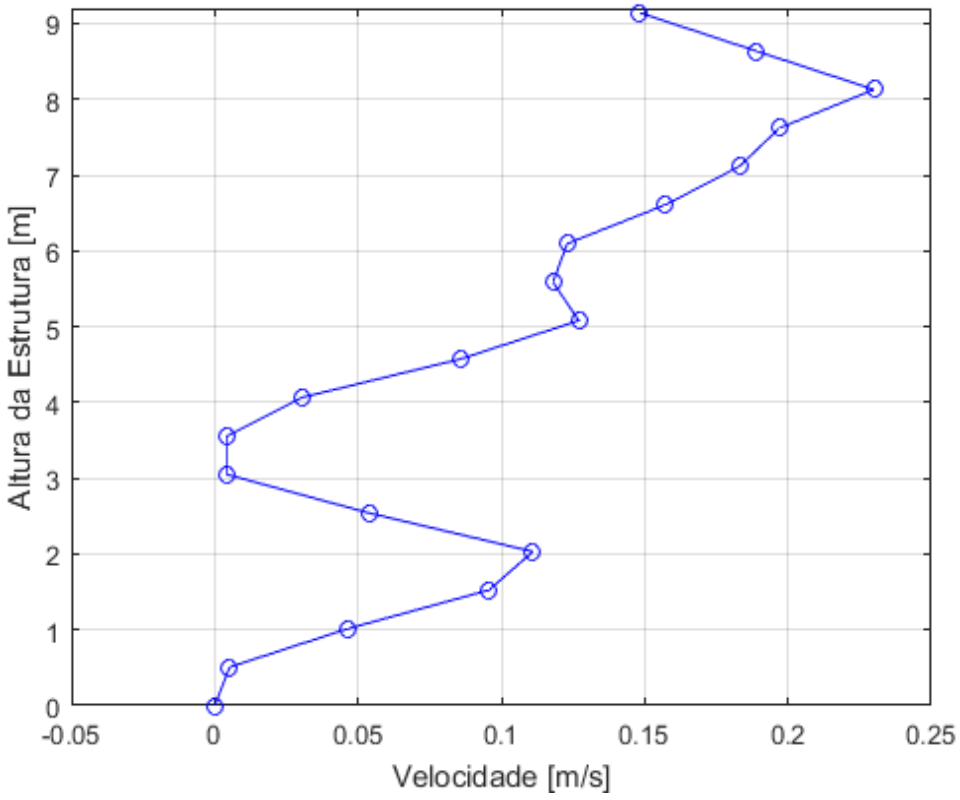


Figura 6.31 – Perfil da velocidade ao longo da altura em t=125 s.

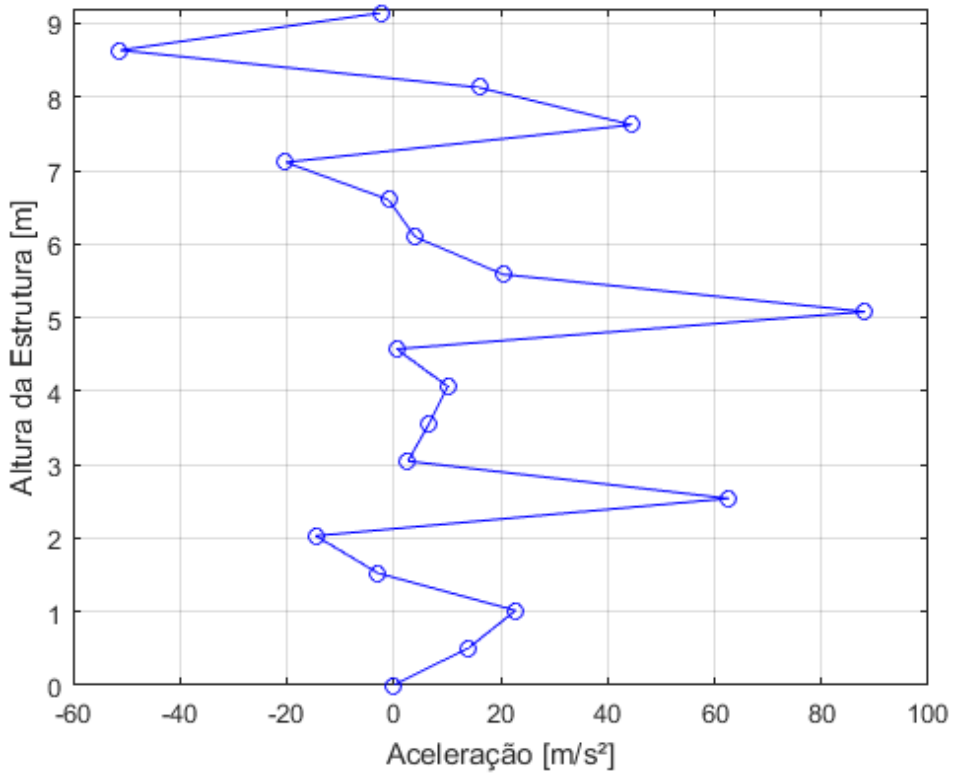


Figura 6.32 – Perfil da aceleração no ao longo da altura em t=125 s.

Depois de verificar qual nó apresentou o maior deslocamento horizontal, escolheu-se o nó do topo, ponto A, para fazer as análises do comportamento plástico do pórtico metálico plano no deslocamento, velocidade e aceleração, conforme ilustrado na Figura 6.33, Figura 6.34 e Figura 6.35, respectivamente.

Para realizar uma melhor análise nas curvas, será representada uma ampliação das curvas de deslocamento, velocidade e aceleração, nas regiões que apresentam maiores amplitudes nas suas respostas, conforme os trechos indicados nas Figuras 6.33, 6.34 e 6.35.

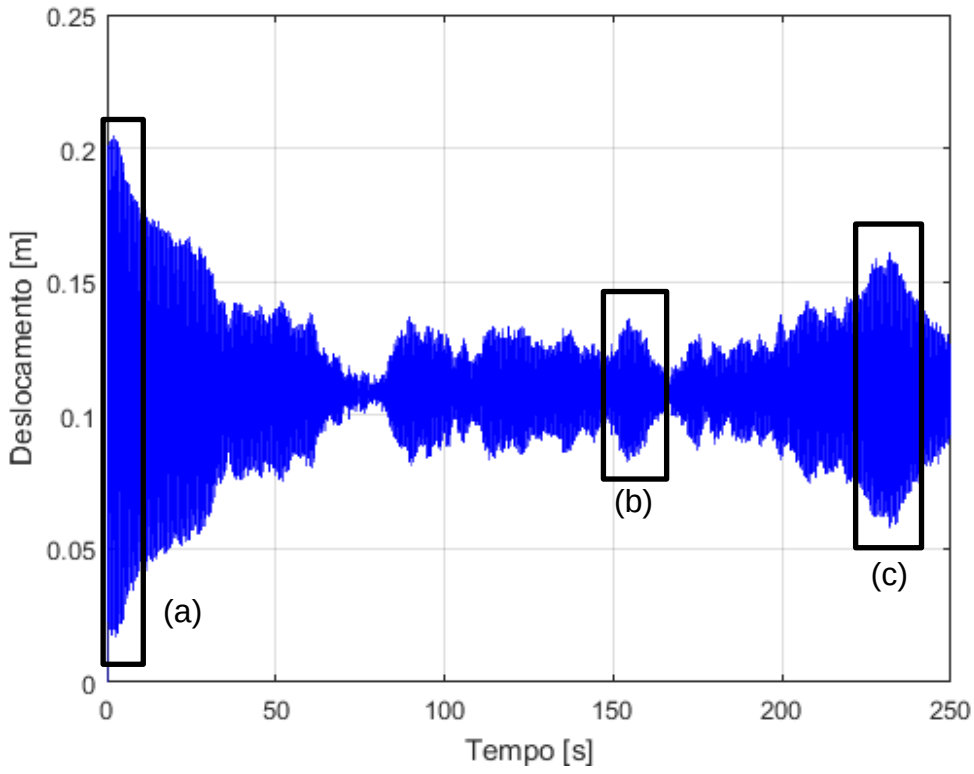


Figura 6.33 – Deslocamento no ponto A durante t=250 s.

Os deslocamentos máximos ocorrem nos trechos *a*, *b* e *c*. Para o trecho *a* se tem deslocamento de 0,201 m, para o trecho *b* o deslocamento máximo é de 0,135 m e por fim, no trecho *c* teve um aumento no deslocamento horizontal, para 0,160 m. Isso também se repetiu para as respostas de velocidade e aceleração, onde se teve velocidade máxima de 1,5 m/s e aceleração máxima de 38 m/s² no trecho *a*. O trecho *b* apresentou velocidade e aceleração menor, se comparado com trecho *a* e *c*, com intensidades de 0,42 m/s e 19 m/s² para velocidade e aceleração máxima, respectivamente.

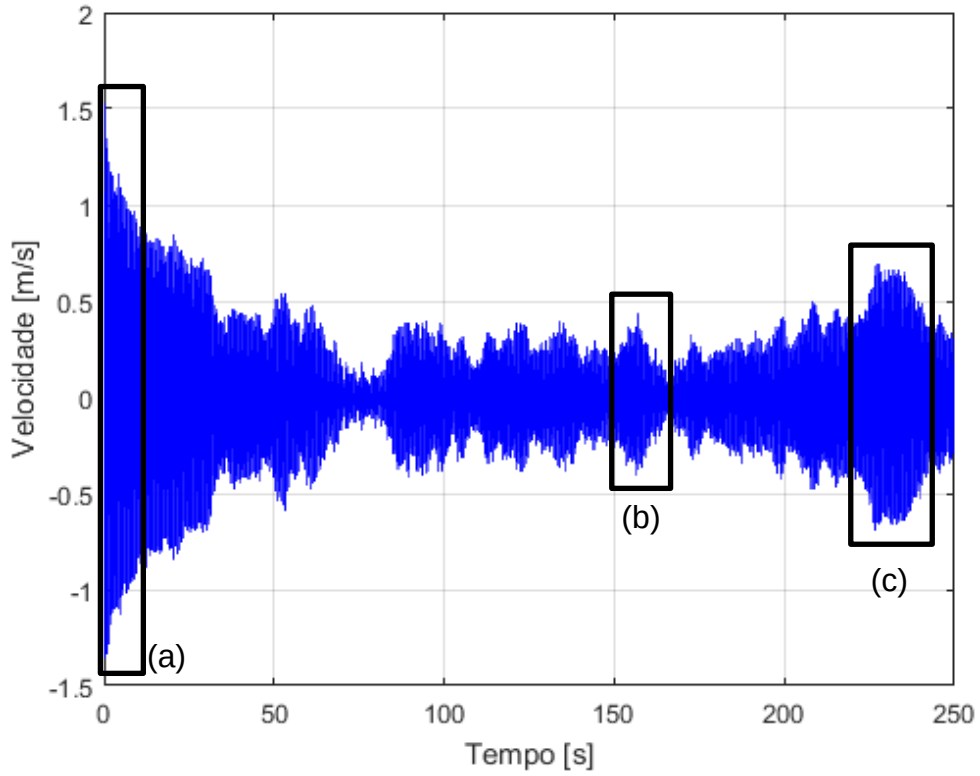


Figura 6.34 – Velocidade no ponto A durante t=250 s.

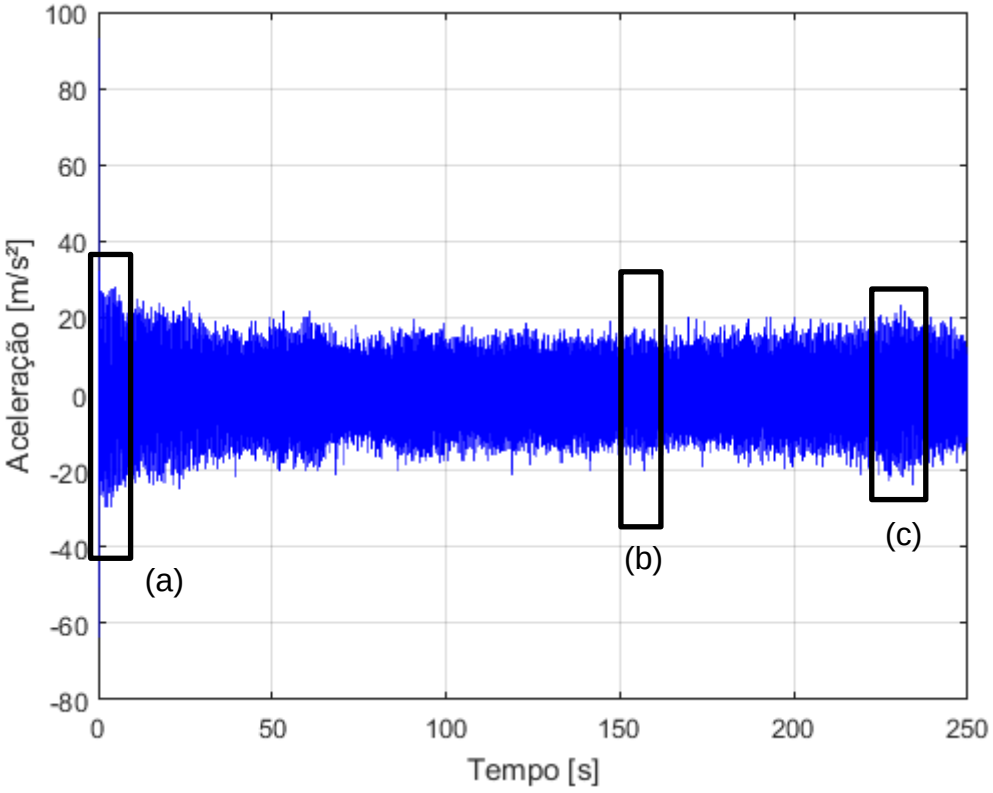


Figura 6.35 – Aceleração no ponto A durante t=250 s.

Na sequência, até a Figura 6.44, serão apresentadas as ampliações das respostas para cada trecho, conforme indicado nas Figuras 6.33, 6.34 e 6.35.

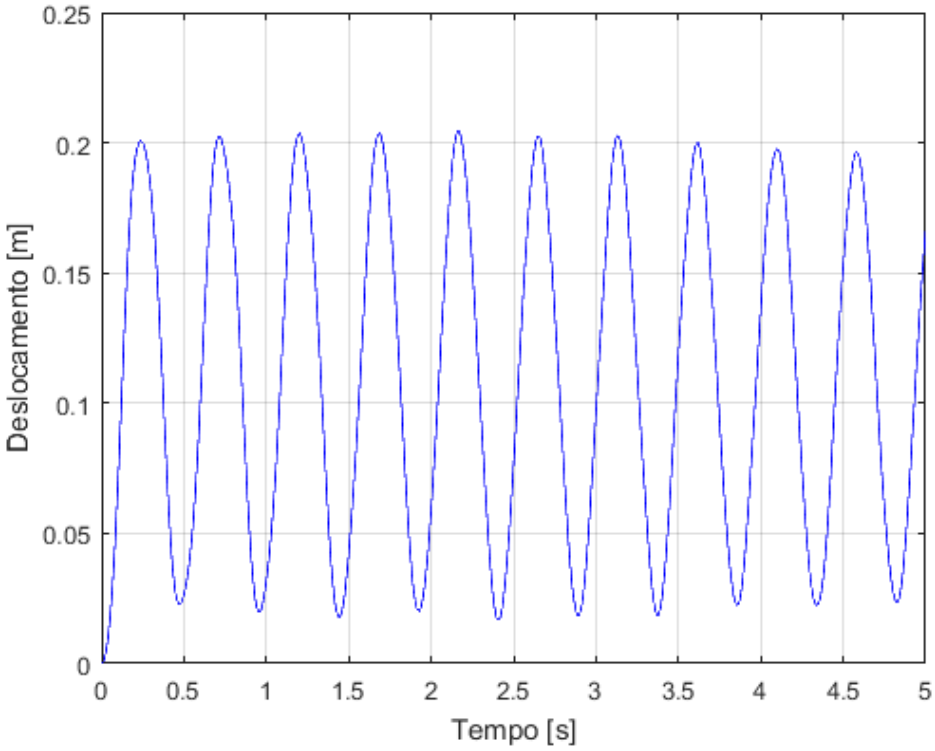


Figura 6.36 – Ampliação da curva deslocamento no trecho A, entre 0 e 5 s.

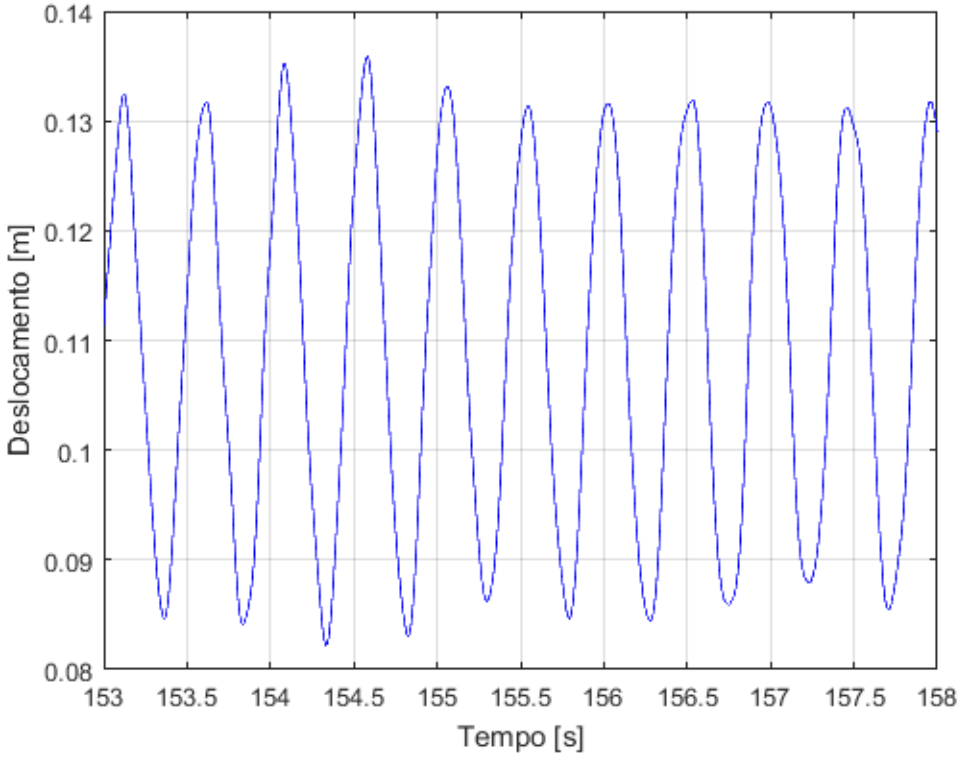


Figura 6.37 - Ampliação da curva deslocamento no trecho B, entre 153 e 158 s.

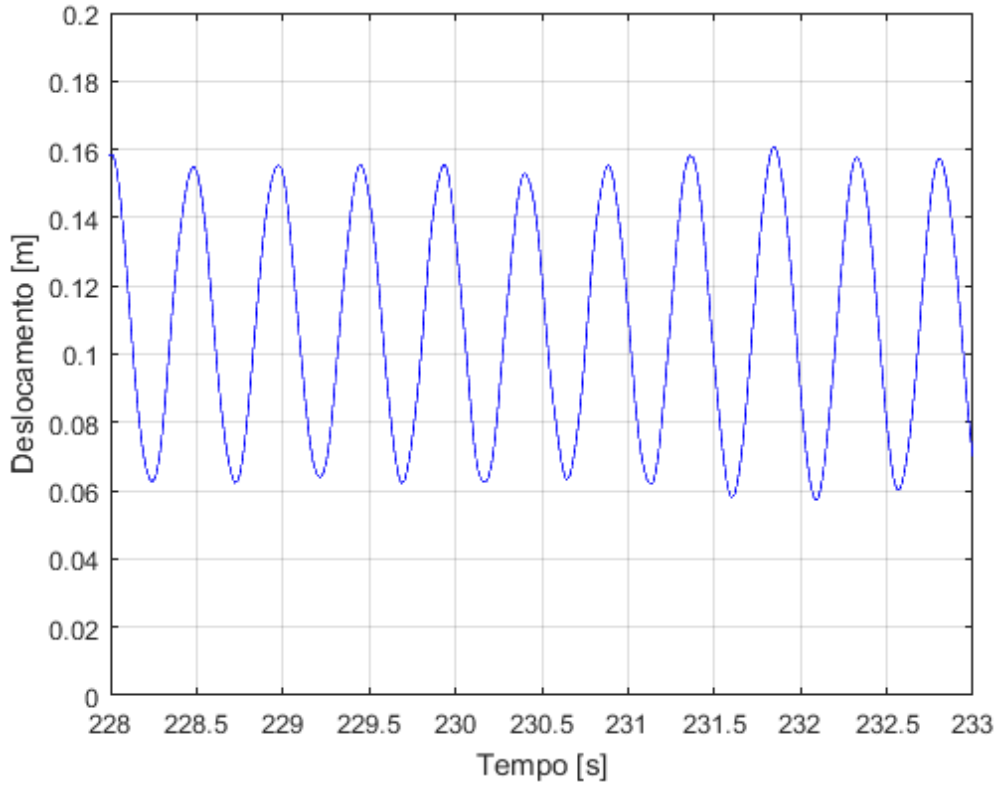


Figura 6.38 - Ampliação da curva deslocamento no trecho C, entre 228 e 233 s.

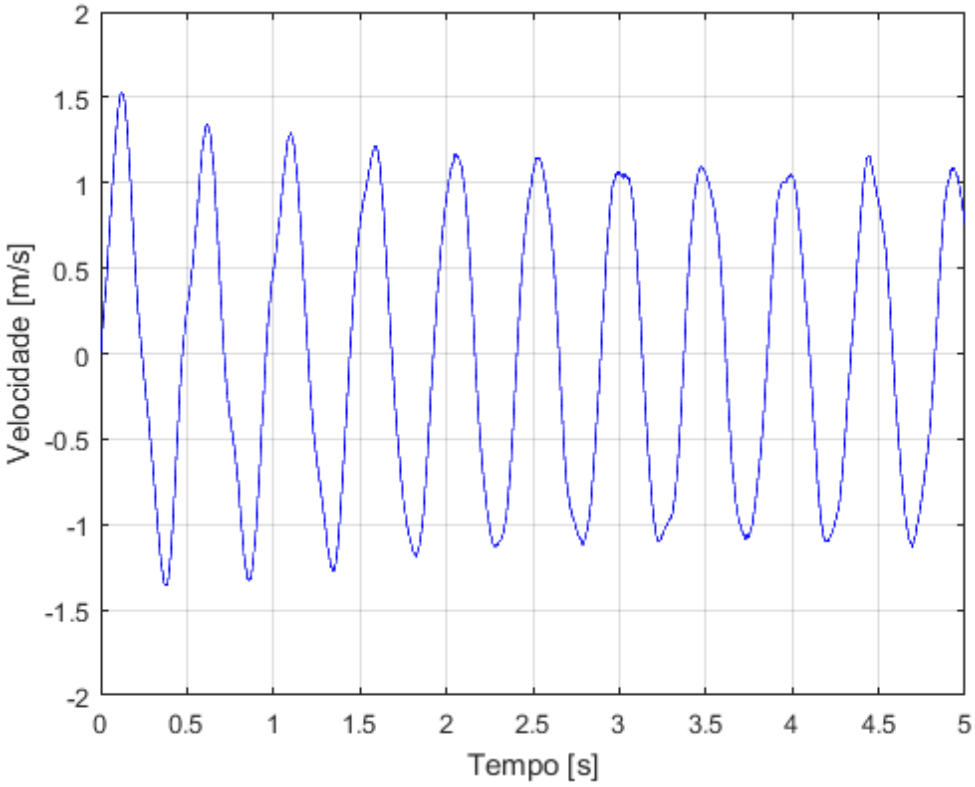


Figura 6.39 – Ampliação da curva velocidade no trecho A, entre 0 e 5 s.

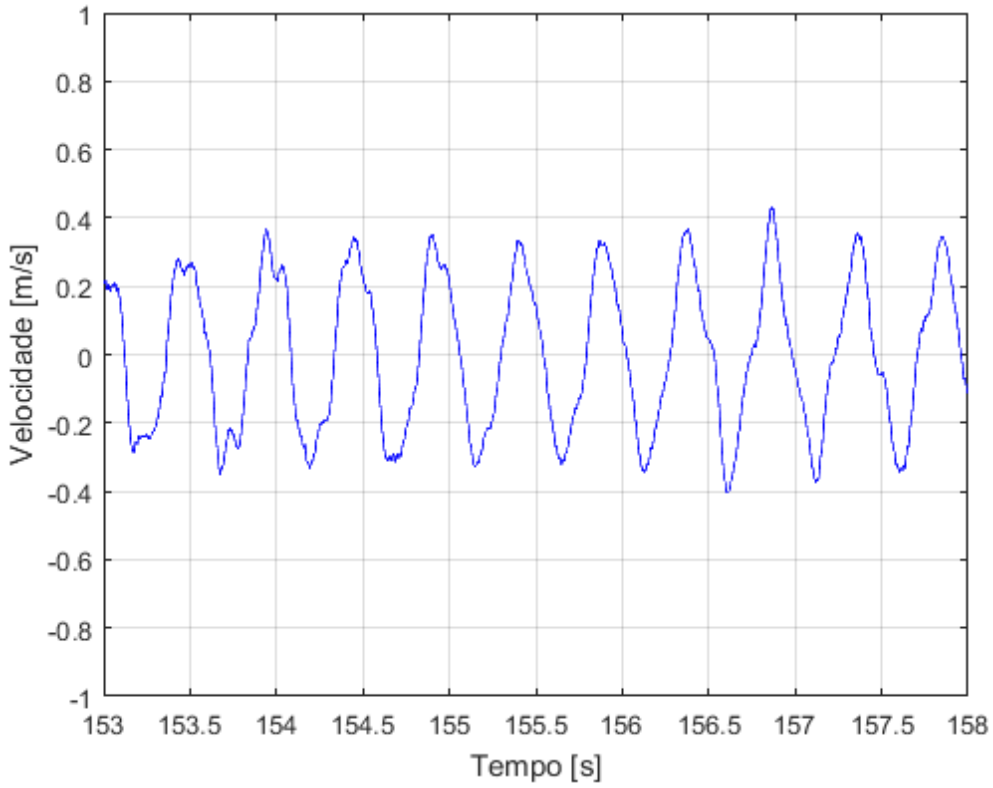


Figura 6.40 - Ampliação da curva velocidade no trecho B, entre 153 e 158 s.

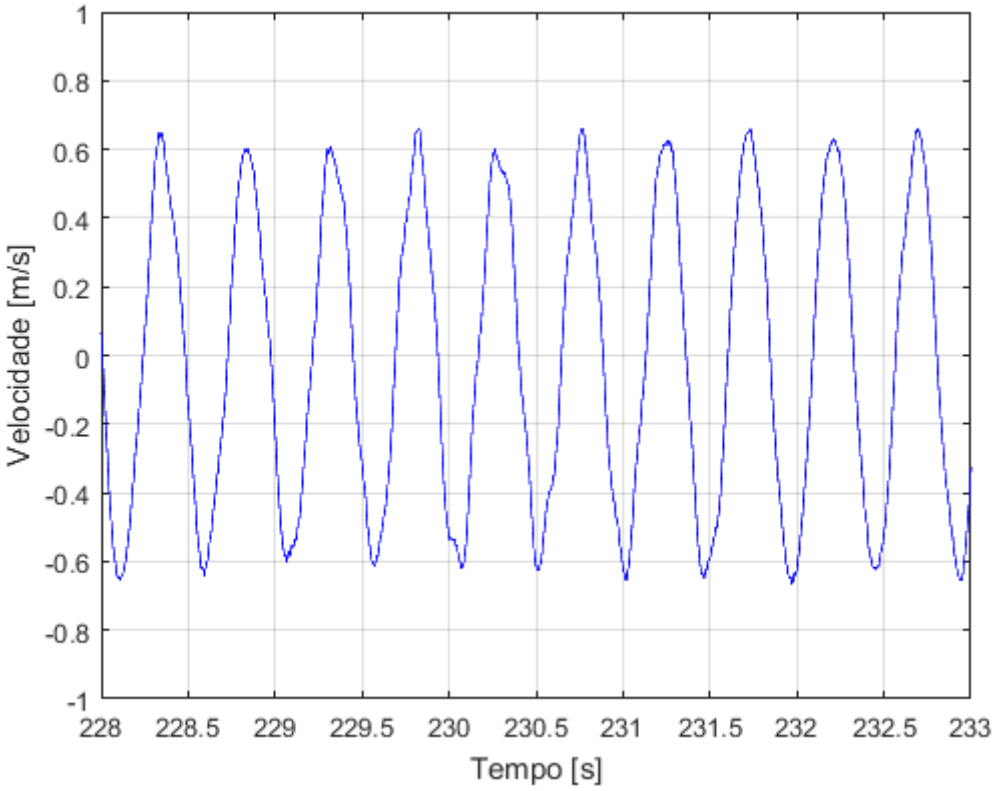


Figura 6.41 - Ampliação da curva velocidade no trecho C, entre 228 e 233 s.

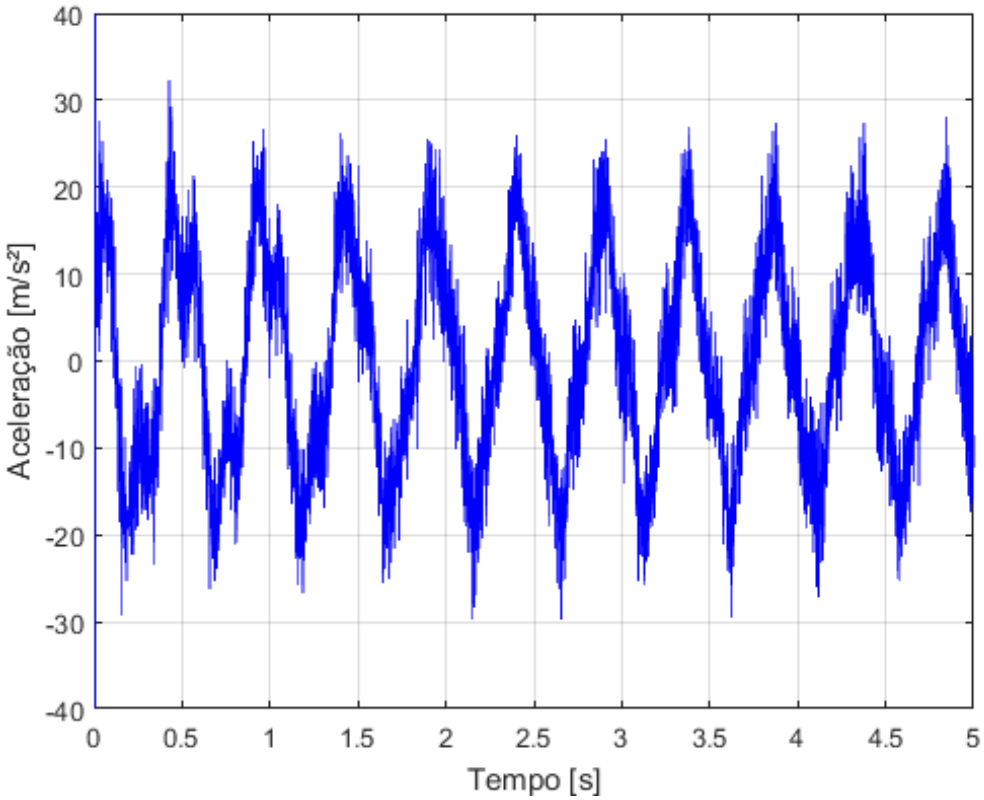


Figura 6.42 - Ampliação da curva aceleração no trecho A, entre 0 e 5 s.

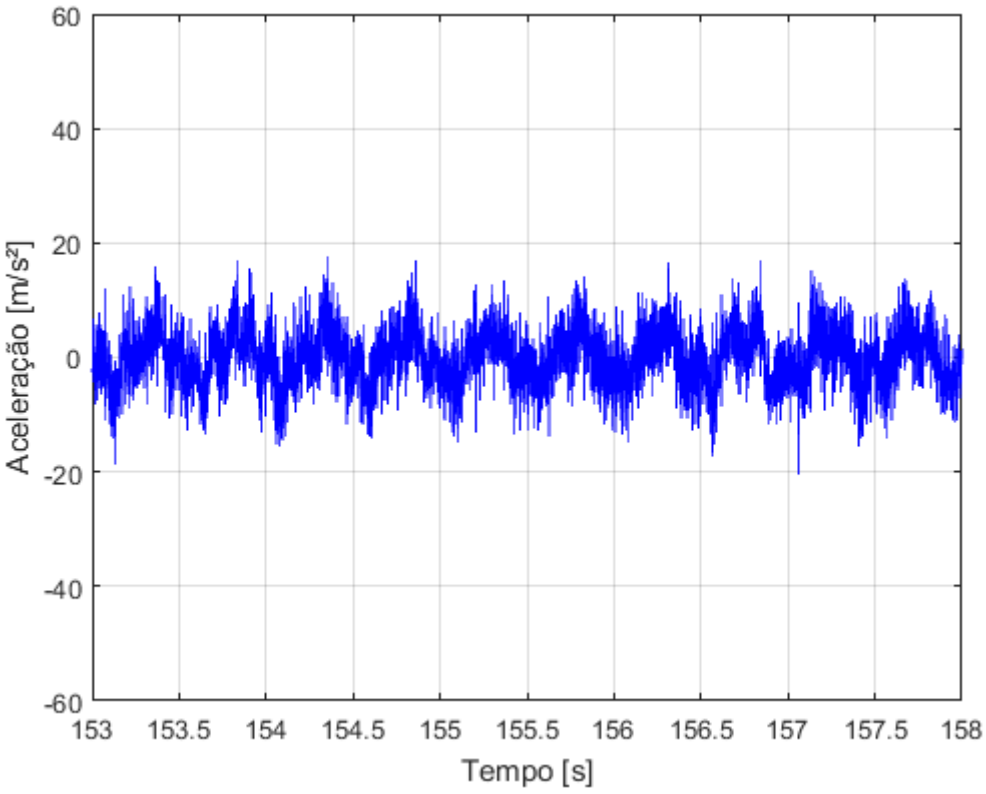


Figura 6.43 - Ampliação da curva aceleração no trecho B, entre 153 e 158 s.

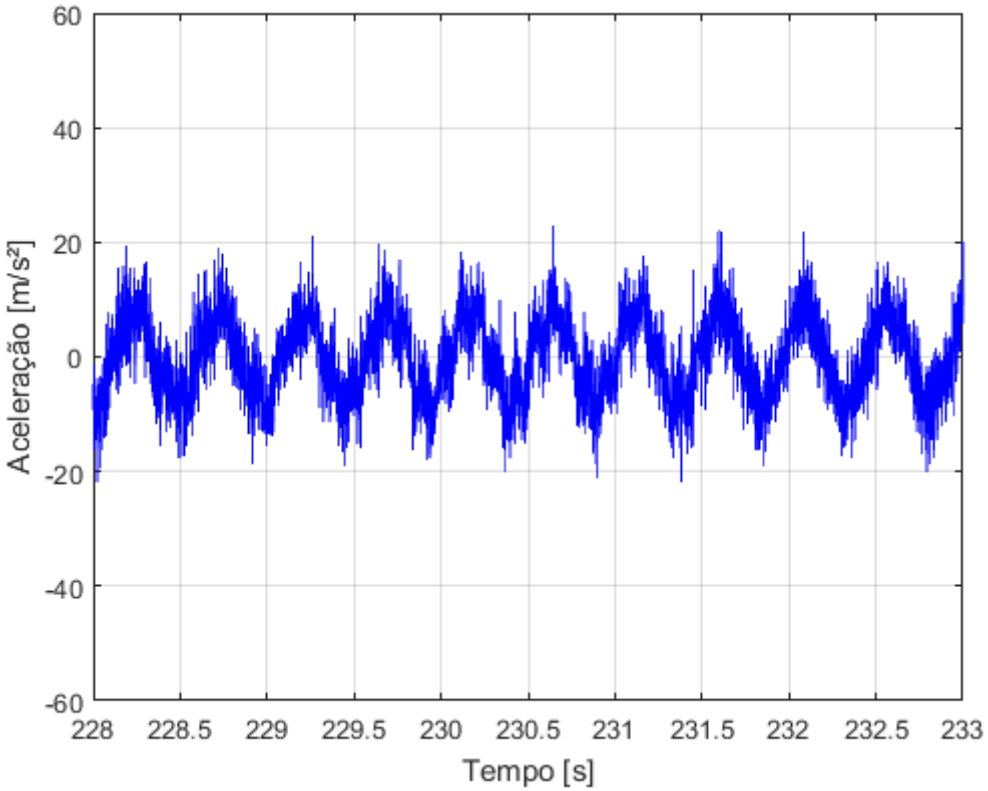


Figura 6.44 - Ampliação da curva aceleração no trecho C, entre 228 e 233 s.

A análise da curva de histerese de tensão deformação será realizada na superfície externa da viga, no ponto A da Figura 6.45, com seção transversal tubular na região do nó engastado (nó 1), conforme indicado na Figura 6.25.

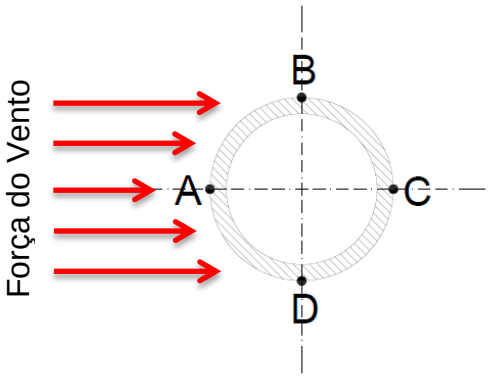


Figura 6.45 – Seção transversal da viga vertical no nó engastado (nó 1).

As curvas de histerese da viga, apresenta no eixo das ordenadas a tensão, em MPa, e no eixo das abscissas a deformação, conforme indicado na Figura 6.46. A Figura 6.47 apresenta uma amplificação das regiões A e B das curvas. A tensão atuante na viga é de von Mises e foi determinada no ponto A da Figura 6.45. Pode

ser observado que no primeiro ciclo há uma acentuada curva de deformação em relação aos ciclos decorrentes da iteração numérica. A região “A” apresenta maiores tensões e também maiores deformações se comparado à região B.

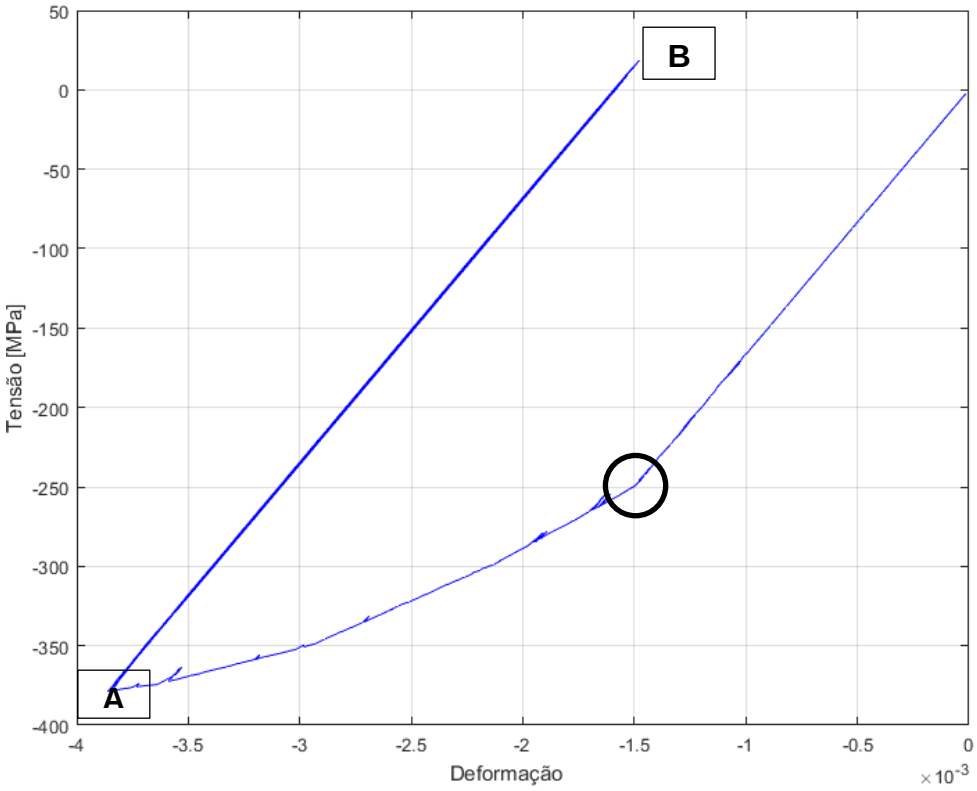
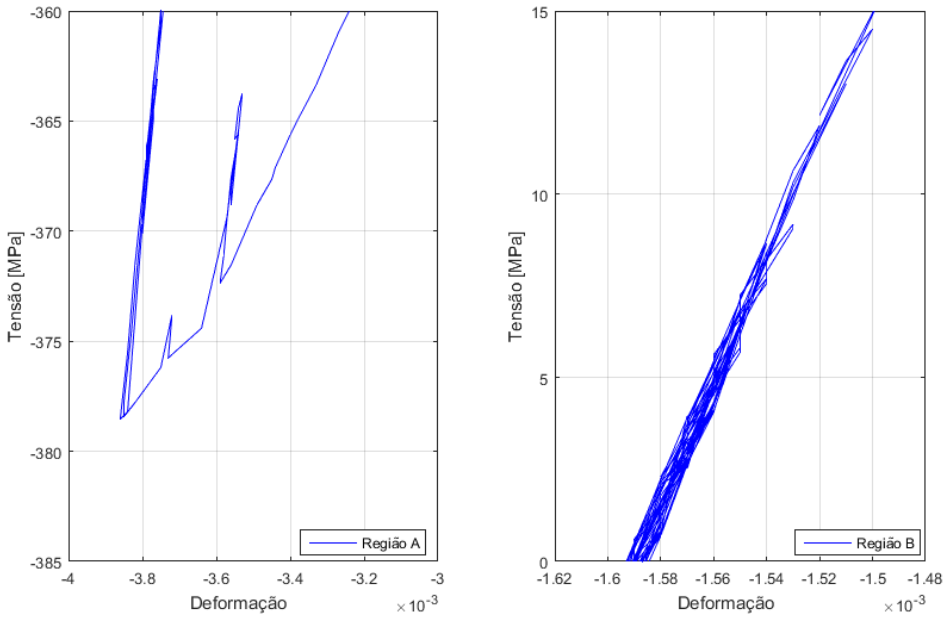


Figura 6.46 – Curvas de histerese do pórtico plano, tensão x deformação.



(a) (b)

Figura 6.47 - Ampliação das curvas de histerese.

Conforme apresentado no círculo da Figura 6.46, o início da plastificação do pórtico apresenta tensão de 250 MPa com deformação de 0,0015 mm/mm. A tensão máxima encontrada no pórtico, nó que engasta a viga no solo, durante a plastificação é de 378 MPa com deformação máxima de 0,00385 mm/mm.

6.5 ANÁLISE DINÂMICA ELASTO-PLÁSTICA DO PÓRTICO DE LAZANHA MODIFICADO, COMPARAÇÃO DE ESPECTROS DE POTÊNCIA

O exemplo nesta seção analisa um pórtico plano, com parâmetros semelhantes ao proposto por Lazanha (2003). A análise consiste na comparação dos resultados obtidos através dos espectros de potência propostos por Davenport e Kaimal, em um pórtico plano engastado submetido à carga randômica do vento, conforme Figura 6.48.

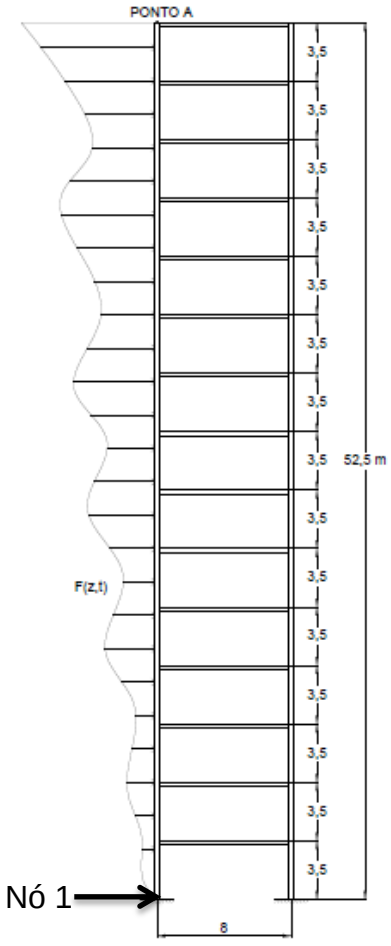


Figura 6.48 – Esquemático do pórtico plano analisado com a aplicação da ação dinâmica do vento.

A análise é realizada em um pórtico plano composto por duas colunas e quinze vigas, ambas especificadas com o material ASTM A36, que apresenta as mesmas propriedades mecânicas do exemplo anterior. As quinze vigas tem comprimento $L = 8{,}0\ m$, seção transversal tubular de raio externo $r_e = 0{,}116\ m$ e raio interno $r_i = 0{,}100\ m$. Já as duas colunas tem altura $h = 52{,}5\ m$, com seção transversal tubular de raio externo $r_e = 0{,}120\ m$ e raio interno $r_i = 0{,}100\ m$. O intervalo de tempo utilizado para a análise é de $4x10^{-4}$ s, com 50.000 passos considerando-se o método numérico HHT. O elemento utilizado é o elemento de viga com três nós, onde estão sendo utilizados 150 elementos de viga, 287 nós e 861 graus de liberdade no pórtico plano metálico.

A Tabela 6.6 mostra as três primeiras frequências naturais apresentadas no pórtico plano metálico representado na Figura 6.48. As frequências foram determinadas a partir da rotina, dinamica_2D_MEFQ_multilinear, e através do *software* Ansys.

Tabela 6.6 – Frequências naturais da estrutura.

Frequência [rad/s]	**Código Fortran** 287 nós	**Ansys BEAM189** 737 nós
f_{01}	2,977187	2,972793
f_{02}	9,152033	9,138893
f_{03}	16,010371	15,987570

Para a realização da análise, utilizam-se os seguintes dados, conforme demonstrados na Tabela 6.7 para determinar as variáveis das cargas de vento.

Tabela 6.7 - Dados para o roteiro de cálculo da carga do vento.

Parâmetro	**Dado**	**Unidade**	**Procedência**
Cota do nó analisado [z]	52,5	m	Coordenada do nó
Coeficiente exponencial [p]	0,15	-	NBR-6123:1988
Comprimento da rugosidade [z_0]	0,07	m	NBR-6123:1988
Velocidade básica do vento [V_0]	45	m/s	NBR-6123:1988

Fator topográfico [S_1]	1,0	-	NBR-6123:1988
Fator estatístico [S_3]	1,0	-	NBR-6123:1988
Velocidade média a 10 m [V_{10}]	31,05	m/s	Equação 3.4
Velocidade média na cota z [V_z]	Variável	m/s	Equação 3.5
Frequência inicial [f_0]	0,03	H_z	Adotado
Frequência final [f_f]	1,50	H_z	Adotado
Divisões faixa de frequência [N]	49	-	Adotado
Incremento da frequência [Δf]	0,03	H_z	(1,50-0,03)/49
Tempo inicial [t_0]	0,0	s	Adotado
Número de passos	50.000	-	Adotado
Incremento de tempo [ΔT]	0,0004	s	Adotado
Tempo final [t_f]	20,0	s	(50.000x0,0004)
Velocidade de fricção [u_*]	Variável	m/s	Equação 3.35
Densidade espectral [$S_v(f,z)$]	Variável	-	Equação 3.33
Ângulo de fase aleatório entre 0 e 2π [θ_i]	-	-	Randômico
Velocidade flutuante do vento [$V(z,t)$]	Variável	m/s	Equação 3.41
Pressão dinâmica do vento [$q(z,t)$]	Variável	N/m^2	Equação 3.44
Força do vento [$F(z,t)$]	Variável	N	Equação 3.45
Coeficiente de arrasto [C_{ai}]	1,50	-	Adotado
Largura da área de influência [a_i]	2,50	m	Adotado

Após definir os parâmetros de entrada e compilado os resultados, pode-se analisar o perfil de forças atuante na estrutura no instante de tempo de 10 s, conforme apresentado na Figura 6.49. A força máxima encontrada em t = 10 s é de 2200 N para o espectro de Davenport e de 2000 N para o espectro de Kaimal, ambos na altura h = 52,5 m.

Para ter uma melhor visualização do comportamento da curva de força, a Figura 6.50 apresenta a força de vento no ponto A ao longo dos 20 segundos analisados, e a Figura 6.51 apresenta uma ampliação dessa curva. O espectro de potência de Kaimal apresenta força máxima de 3200 N em t = 3,5 s e o espectro de potência de Davenport apresenta força máxima de 4050 N em t = 3,5 s. Observa-se que a segunda curva de força apresenta maiores amplitudes que a primeira.

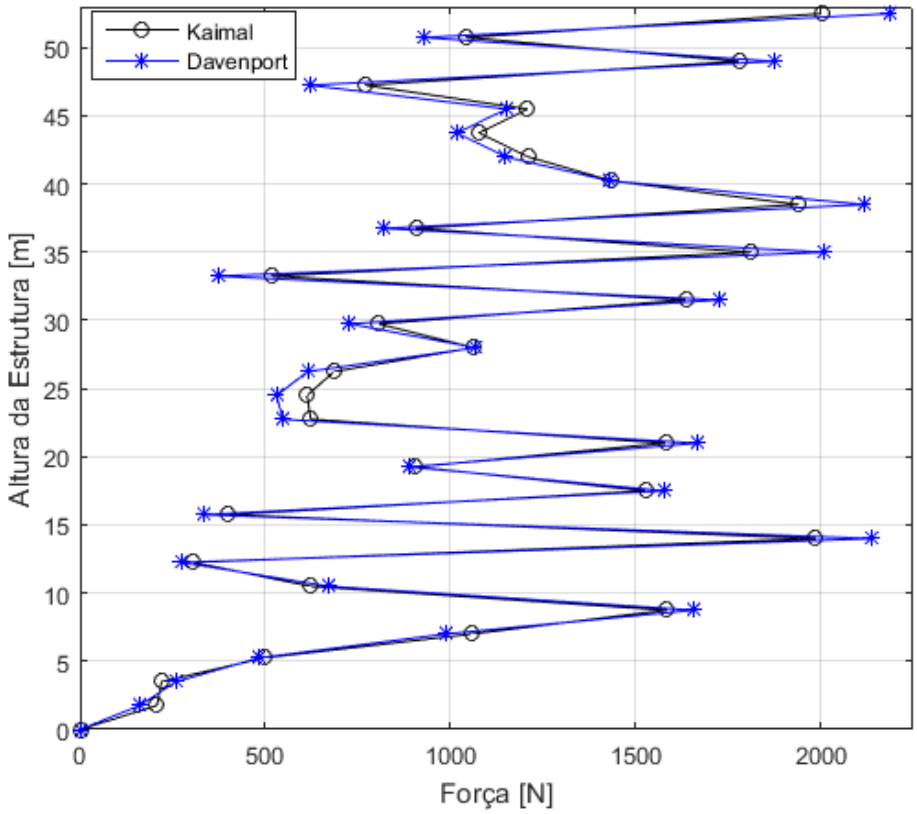


Figura 6.49 – Perfil de força do vento ao longo da altura da estrutura em um instante de tempo t=10 s.

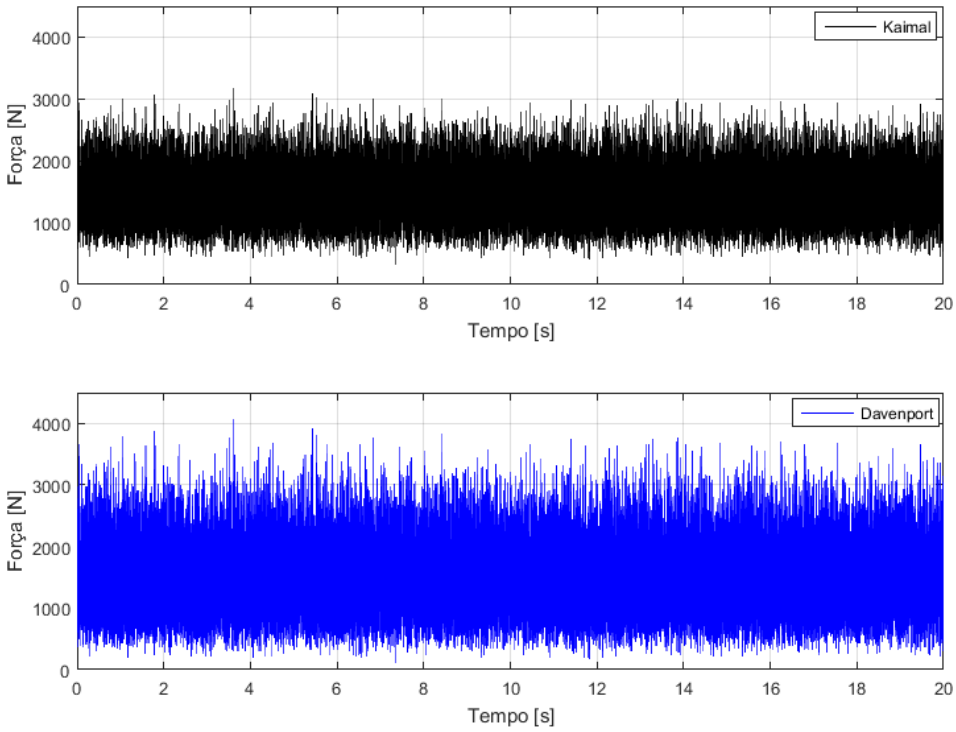


Figura 6.50 – Perfis de forças do vento no ponto A da estrutura para os espectros de potência de Kaimal e Davenport.

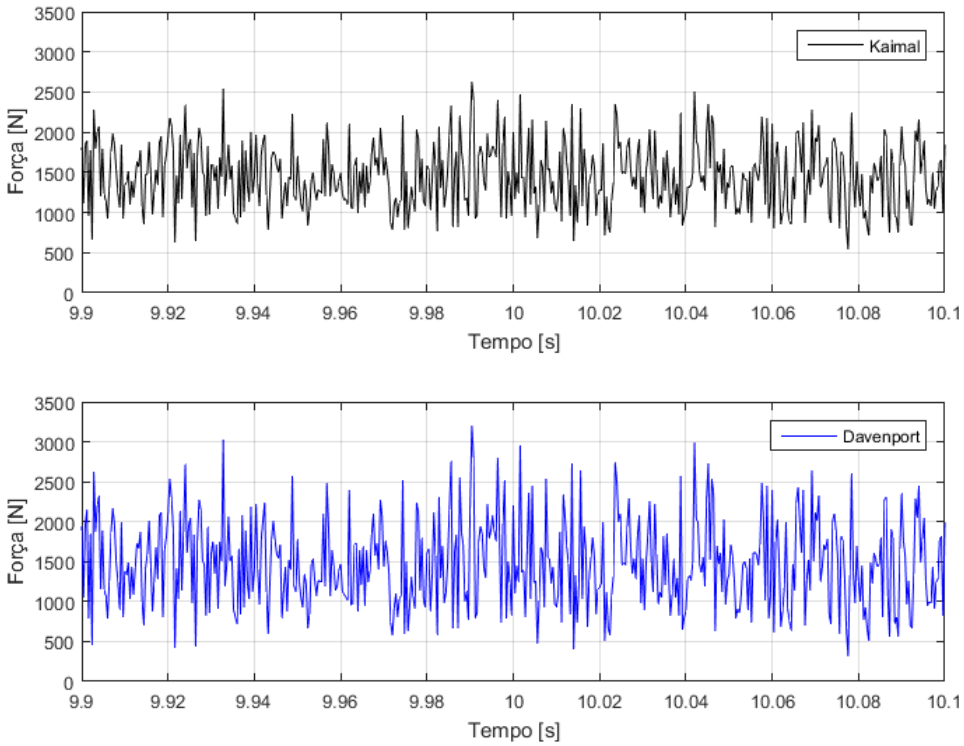


Figura 6.51 – Ampliação dos perfis de forças do vento no ponto A da estrutura para os espectros de potência de Kaimal e Davenport.

A Figura 6.52 apresenta o perfil de deslocamento horizontal, comparativo dos dois espectros analisados, do pórtico plano metálico a partir da aplicação da força do vento. O deslocamento apresentado ocorreu durante o comportamento plástico da estrutura no instante t = 10 s. O deslocamento máximo horizontal é de 1,08 m para Davenport e 1,05 m para Kaimal, ambos no topo da estrutura.

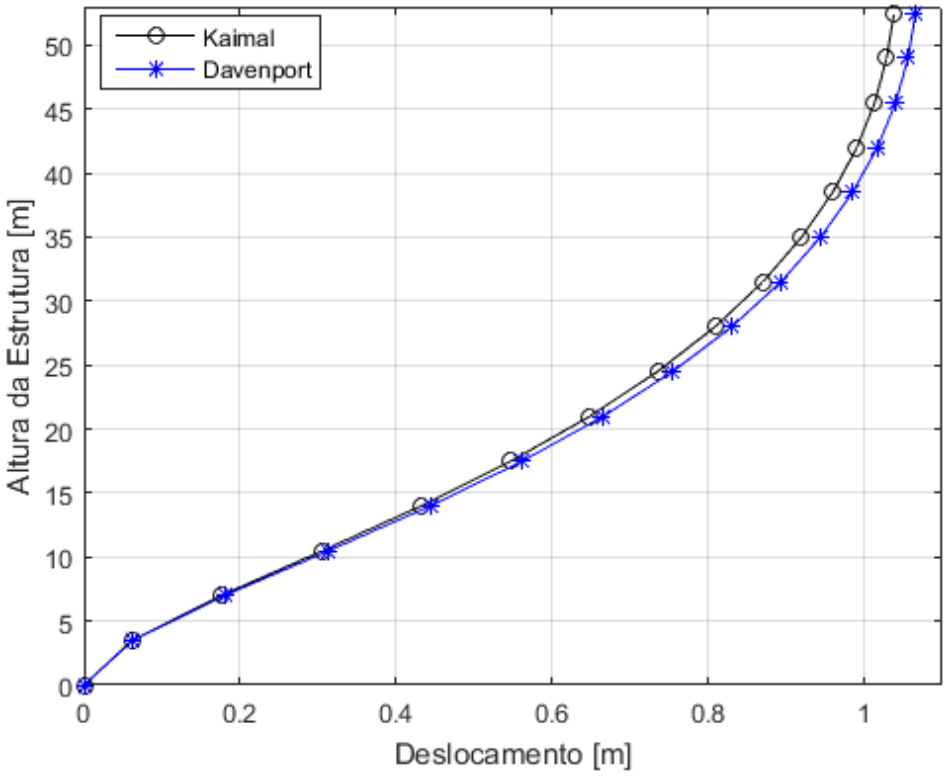


Figura 6.52 - Perfil do deslocamento ao longo da altura em t = 10 s para os dois espectros analisados.

Depois de verificar qual nó apresentou o maior deslocamento horizontal, escolheu-se o ponto A para realizar as análises do comportamento plástico do pórtico metálico plano no deslocamento, na velocidade e na aceleração, conforme ilustrado nas Figuras 6.53, 6.54 e 6.55, respectivamente.

Para realizar uma melhor análise nas curvas, apresenta-se uma ampliação das mesmas, de deslocamento, velocidade e aceleração, entre 0 a 4 segundos.

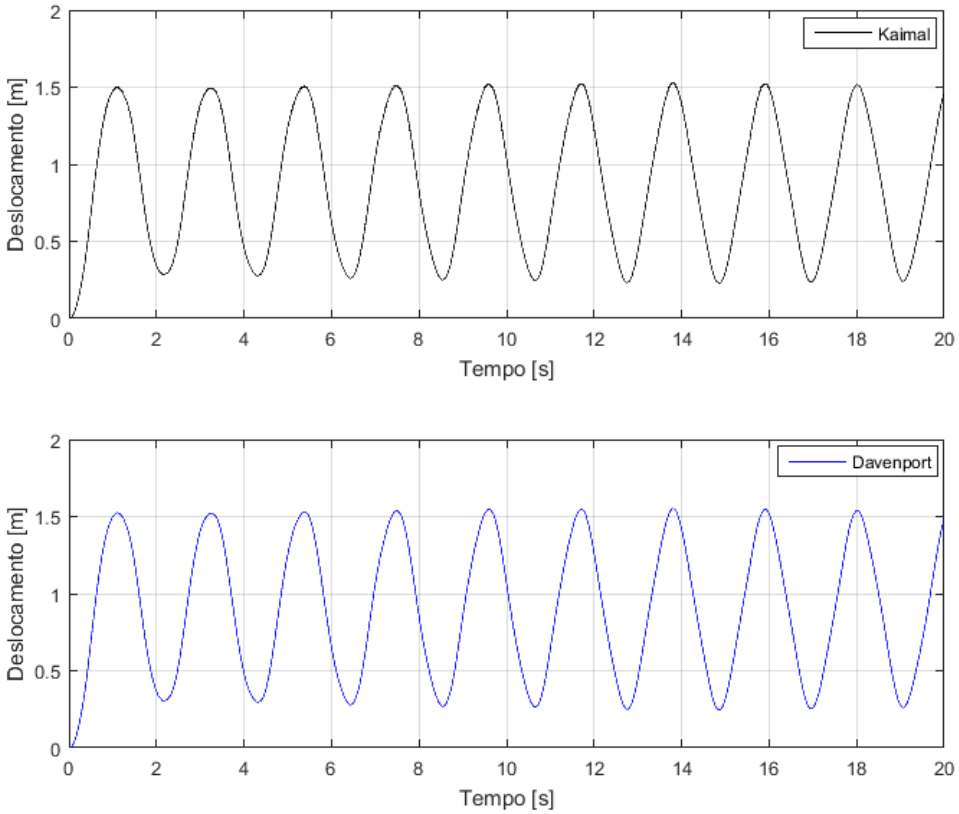


Figura 6.53 – Deslocamento no ponto A durante t=20 s.

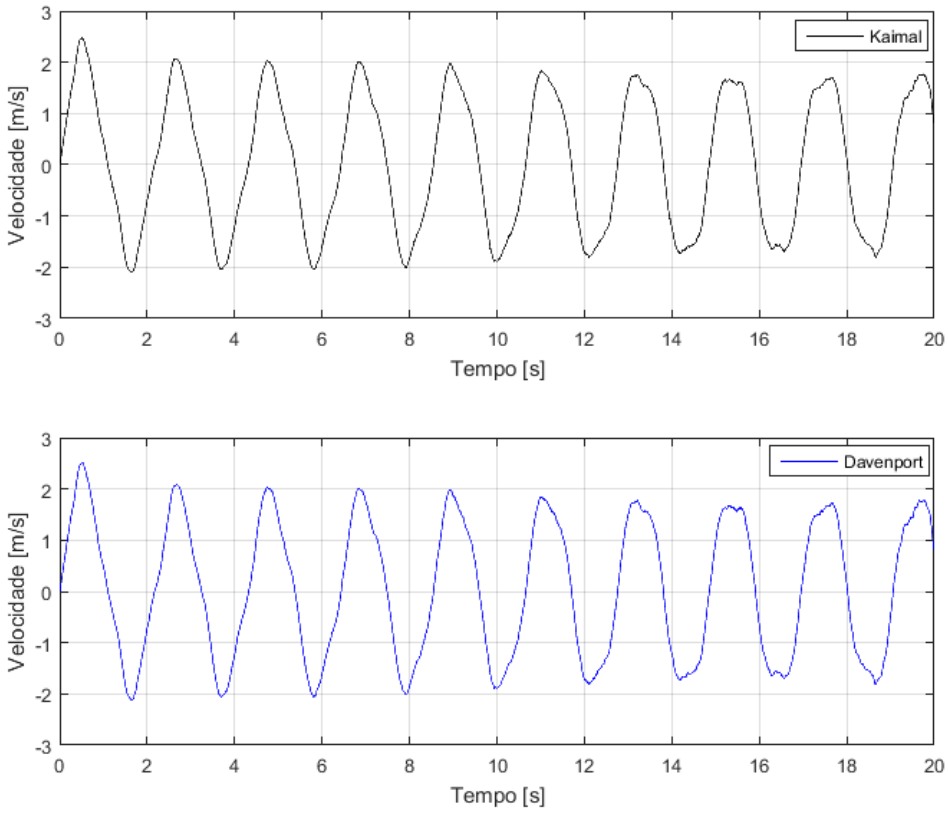


Figura 6.54 – Velocidade no ponto A durante t=20 s.

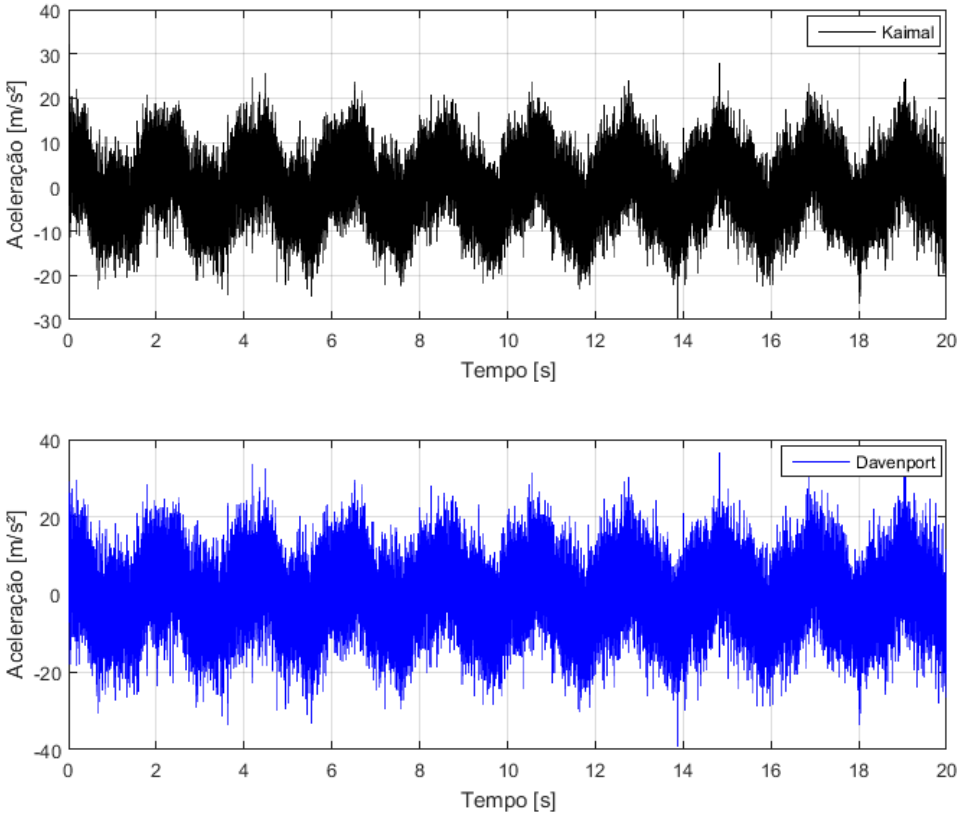


Figura 6.55 – Aceleração no ponto A durante t=20 s.

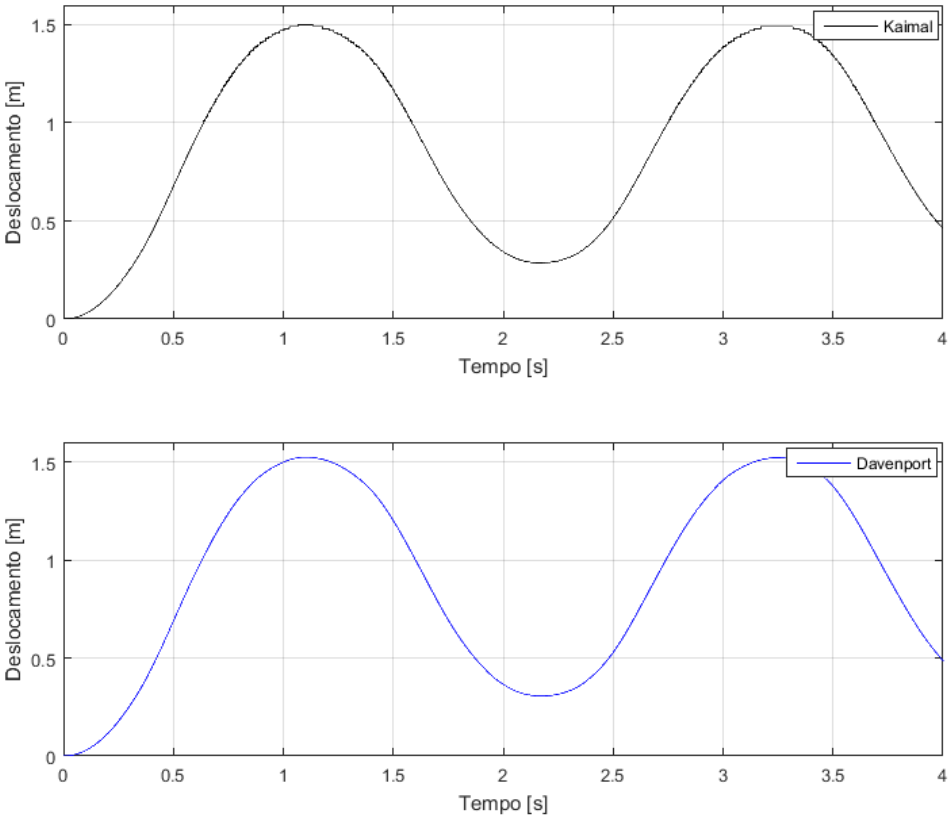


Figura 6.56 - Ampliação da curva de deslocamento entre 0 e 4 s.

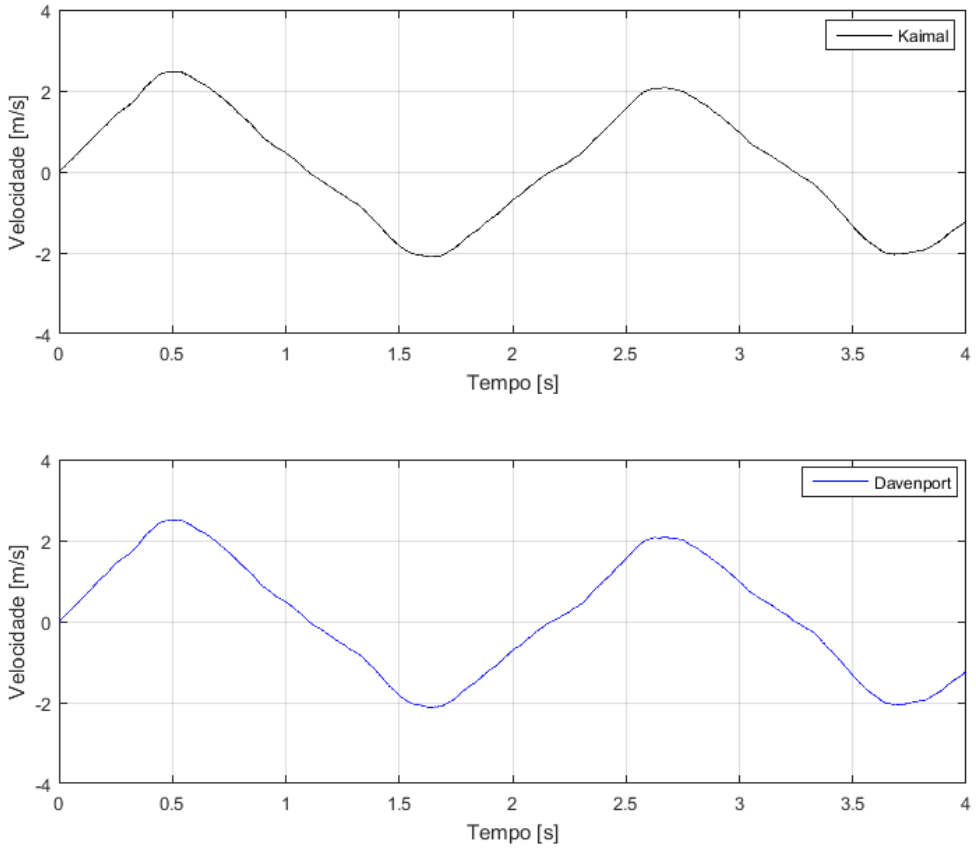


Figura 6.57 - Ampliação da curva de velocidade entre 0 e 4 s.

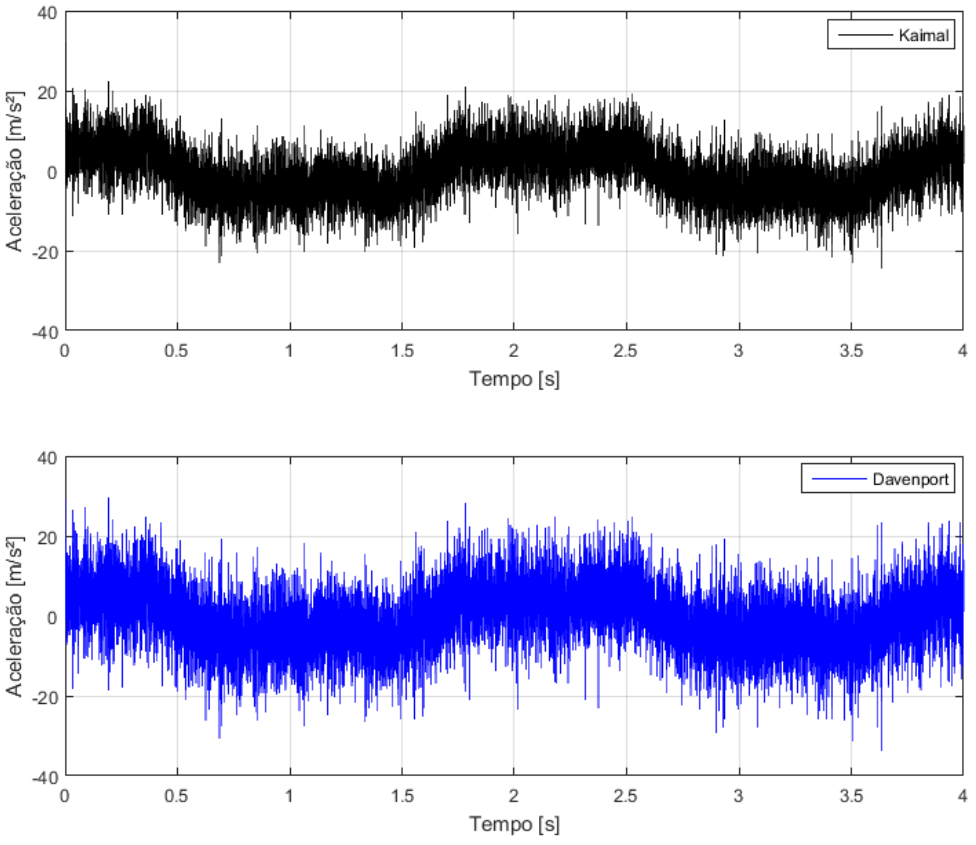


Figura 6.58 - Ampliação da curva de aceleração entre 0 e 4 s.

Pode-se observar que para as respostas de deslocamento no ponto A, obteve-se deslocamentos máximos de aproximadamente 1,50 m para ambos os espectros analisados. A velocidade variou aproximadamente entre 2,5 m/s e -2,0 m/s para ambos os espectros e a aceleração máxima ocorreu no espectro de Davenport, com amplitudes de aproximadamente 40 m/s² e – 40 m/s².

A Figura 6.59 apresenta a diferença relativa, em porcentagem, do deslocamento ao longo do tempo das duas curvas analisadas nessa seção, utilizando o espectro de potência de Kaimal e Davenport. Para melhor análise da curva de erros, a Figura 6.60 representa uma ampliação entre o instante de tempo de 9 s a 10 s.

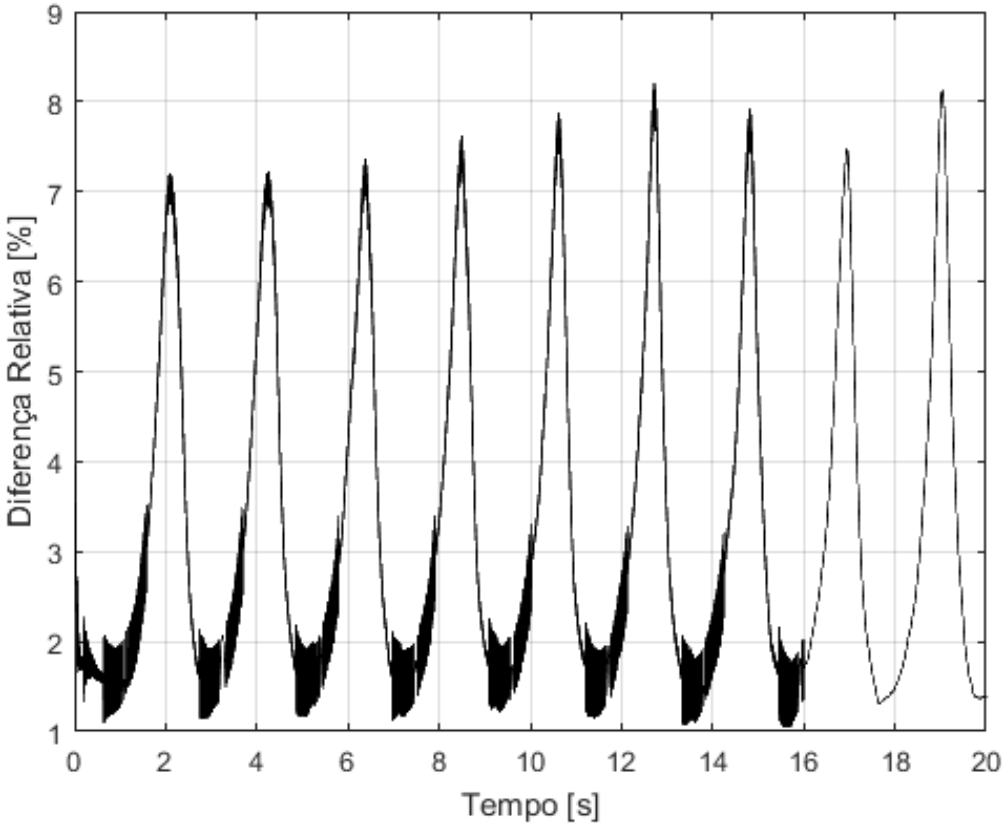


Figura 6.59 – Curva de diferença relativa em função do tempo para os deslocamentos entre os espectros de Kaimal e Davenport.

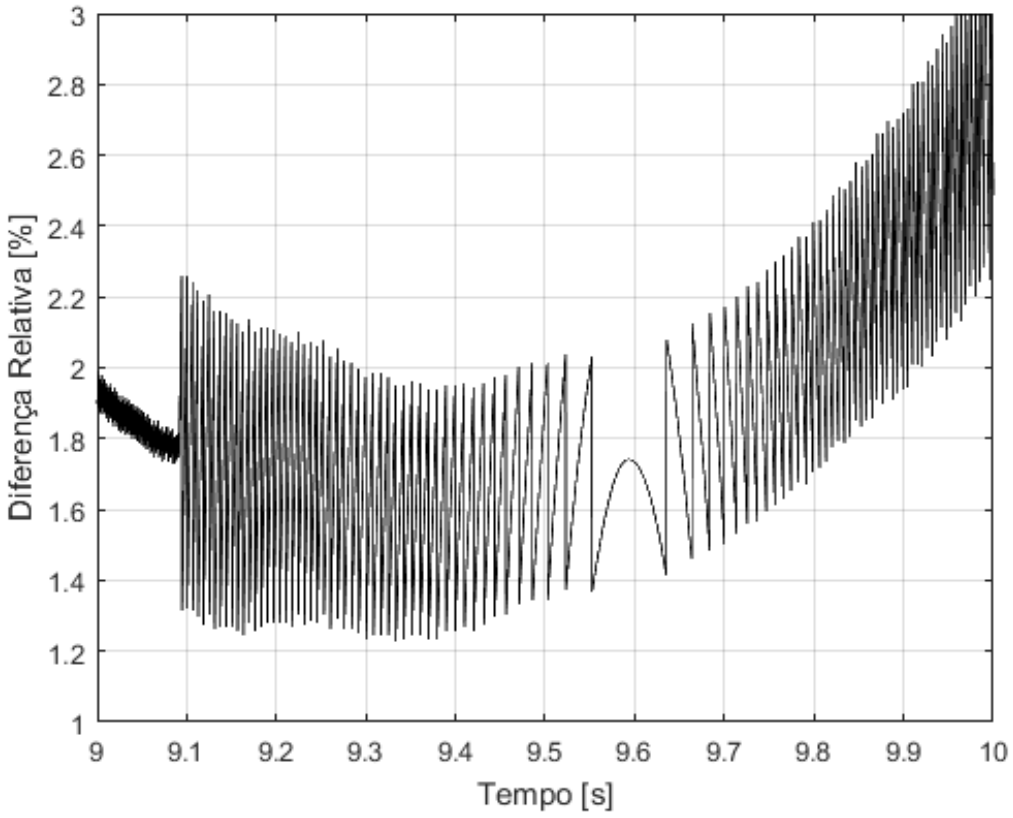


Figura 6.60 – Ampliação da curva de erro relativo em função do tempo para os deslocamentos utilizando espectro de Kaimal e Davenport.

Os picos de erro, aproximadamente 8%, ocorrem nos momentos em que o deslocamento para ambos os espectros é mínimo. Em outras palavras, esses momentos são aqueles quando o ponto A de estrutura tem o deslocamento mínimo e, ao mesmo tempo, pronto para deslocar horizontalmente no espaço. Além disso, a diferença relativa tem valor mínimo nos momentos em que o deslocamento em ambas as situações é máximo.

Além das análises de deslocamento, velocidade e aceleração em função do tempo, a Figura 6.61 apresentará um gráfico da velocidade em função do deslocamento para um tempo de análise de 20 segundos no ponto A da estrutura, comparando o espectro de potência de Kaimal e Davenport. O círculo em cada um dos gráficos representa a região onde se inicia a plastificação da estrutura, com deslocamento horizontal e velocidade de aproximadamente 1,25 m e 1,60 m/s, respectivamente para os dois espectros analisados.

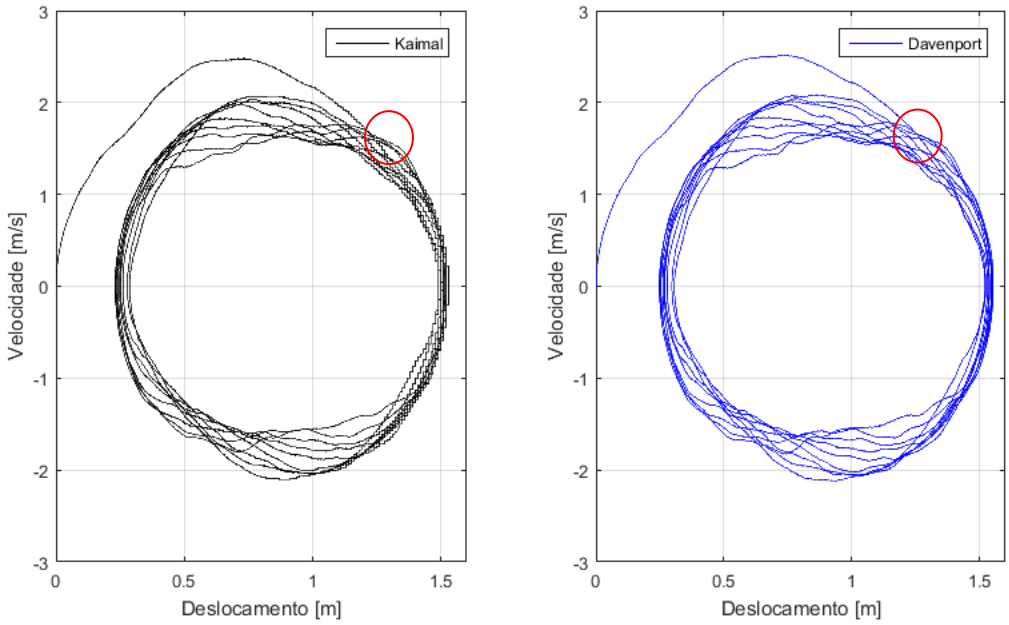


Figura 6.61 – Velocidade em função do deslocamento no ponto A utilizando o espectro de potência de Kaimal e Davenport.

Para os dois espectros a partir da plastificação do material, o deslocamento varia de 0,25 m a 1,5 m e velocidade de -2 m/s a 2 m/s.

A análise de histerese será realizada na superfície externa da viga, no ponto A da Figura 6.45, com seção transversal tubular na região do nó 1, que está engastando o pórtico, conforme representação na Figura 6.48. As curvas de histerese da viga apresentam no eixo das ordenadas a tensão, em MPa, e no eixo das abscissas a deformação, conforme indicado na Figura 6.62. A

Figura 6.63 apresenta uma amplificação das regiões A e B das curvas. A tensão atuante na viga é de von Mises e foi determinada no ponto A da Figura 6.62. Pode ser observado na Figura 6.63 que no primeiro ciclo há uma acentuada curva de deformação em relação aos ciclos decorrentes da iteração numérica. A região “A” apresenta menores tensões e também menores deformações se comparado à região B.

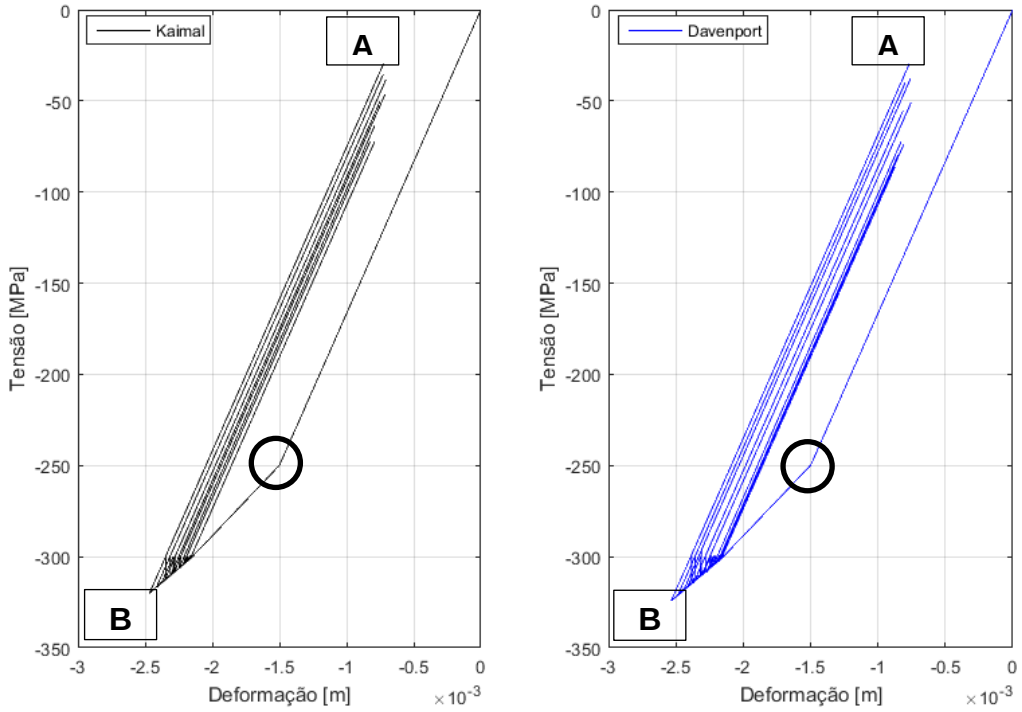


Figura 6.62 - Curvas de histerese do pórtico plano, tensão x deformação.

Conforme apresentado nos círculos da Figura 6.62, o início da plastificação do pórtico apresenta tensão de 250 MPa com deformação de 0,0015 mm/mm para os dois espectros. A tensão máxima encontrada no pórtico, nó que engasta a viga que recebe a carga do vento no solo, durante a plastificação é de 320 MPa com deformação máxima de 0,00245 mm/mm para Kaimal e 325 MPa com deformação máxima de 0,00253 mm/mm para Davenport. As tensões mínimas de descarregamento para ambos os espectros estão na faixa de 30 MPa com deformações mínimas de 0,0008 mm/mm.

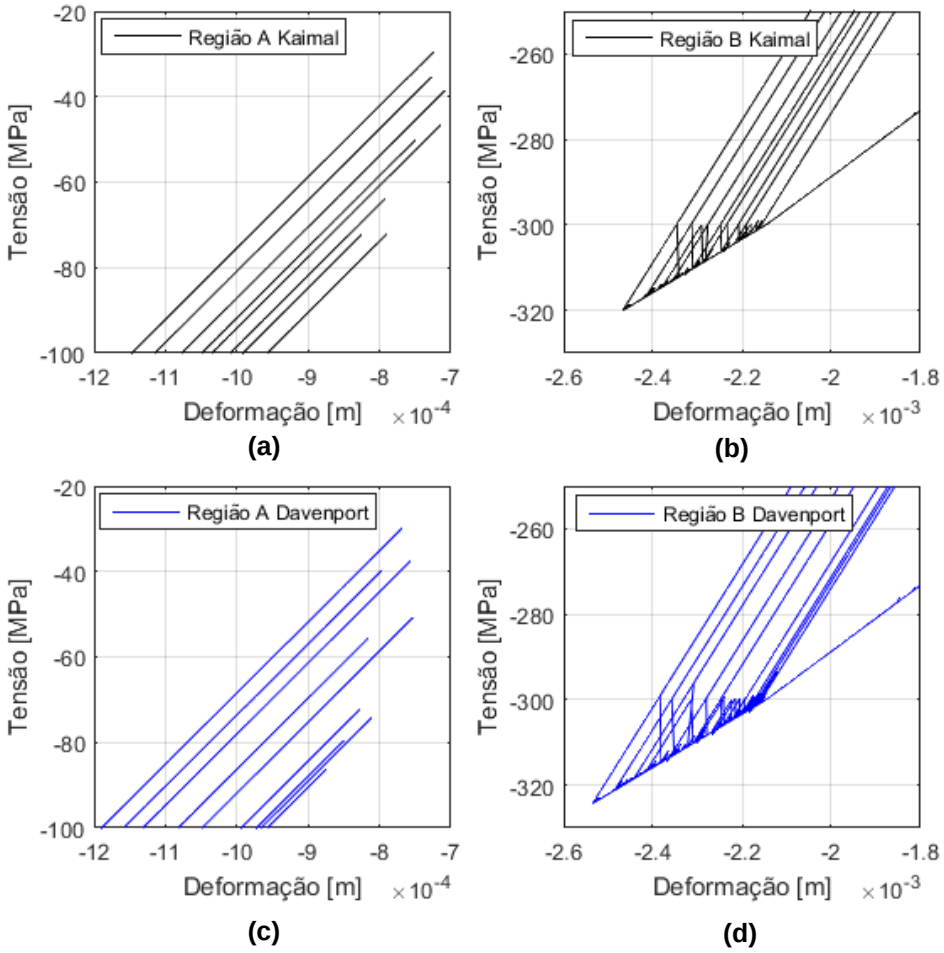


Figura 6.63 - Ampliação das curvas de histerese.

6.6 ANÁLISE DINÂMICA ELASTO-PLÁSTICA COMPARATIVA ENTRE OS PRINCIPAIS ESPECTROS DE POTÊNCIA DO VENTO

O exemplo analisado nesta seção será muito similar ao exemplo da Seção 6.5, onde serão comparados os espectros de potência de Davenport, Kaimal, Harris e von Kármán. A análise consiste na comparação dos resultados obtidos através dos espectros de potência, propostos pelos pesquisadores mencionados acima, em um pórtico plano engastado submetido à carga randômica do vento, conforme Figura 6.48.

A análise é realizada em um pórtico plano composto por duas colunas e quinze vigas, ambas especificadas com o material ASTM A36, que apresenta as mesmas propriedades mecânicas do exemplo anterior. As quinze vigas tem comprimento $L = 8{,}0\ m$, com seção transversal tubular de raio externo $r_e = 0{,}116\ m$ e raio interno $r_i = 0{,}100\ m$. Já as duas colunas tem altura $h = 52{,}5\ m$, com seção

transversal tubular de raio externo $r_e = 0{,}120\,m$ e raio interno $r_i = 0{,}100\,m$. O intervalo de tempo utilizado para a análise é de 4x10^{-3} s, com 50.000 passos considerando-se o método numérico HHT. O elemento utilizado é o elemento de viga com três nós, onde estão sendo utilizados 150 elementos de viga, 287 nós e 861 graus de liberdade no pórtico plano metálico. As três primeiras frequências naturais apresentadas no pórtico plano metálico, representado na Figura 6.48, estão representadas na Tabela 6.6 da seção 6.5. Para a realização da análise, utilizam-se os seguintes dados, conforme demonstrados na Tabela 6.8 para determinar as variáveis das cargas de vento.

Tabela 6.8 - Dados para o roteiro de cálculo da carga do vento.

Parâmetro	**Dado**	**Unidade**	**Procedência**
Cota do nó analisado [z]	52,5	m	Coordenada do nó
Coeficiente exponencial [p]	0,15	-	NBR-6123:1988
Comprimento da rugosidade [z_0]	0,07	m	NBR-6123:1988
Velocidade básica do vento [V_0]	45	m/s	NBR-6123:1988
Fator topográfico [S_1]	1,0	-	NBR-6123:1988
Fator estatístico [S_3]	1,0	-	NBR-6123:1988
Velocidade média a 10 m [V_{10}]	31,05	m/s	Equação 3.4
Velocidade média na cota z [V_z]	Variável	m/s	Equação 3.5
Frequência inicial [f_0]	0,03	H_z	Adotado
Frequência final [f_f]	1,50	H_z	Adotado
Divisões faixa de frequência [N]	49	-	Adotado
Incremento da frequência [Δf]	0,03	H_z	(1,50-0,03)/49
Tempo inicial [t_0]	0,0	s	Adotado
Número de passos	50.000	-	Adotado
Incremento de tempo [ΔT]	0,004	s	Adotado

Tempo final [t_f]	200,0	s	(50.000x0,004)
Velocidade de fricção [u_*]	Variável	m/s	Equação 3.35
Densidade espectral [$S_v(f,z)$]	Variável	-	Equação 3.33
Ângulo de fase aleatório entre 0 e 2π [θ_i]	-	-	Randômico
Velocidade flutuante do vento [$V(z,t)$]	Variável	m/s	Equação 3.41
Pressão dinâmica do vento [$q(z,t)$]	Variável	N/m^2	Equação 3.44
Força do vento [$F(z,t)$]	Variável	N	Equação 3.45
Coeficiente de arrasto [C_{ai}]	1,50	-	Adotado
Largura da área de influência [a_i]	2,50	m	Adotado

Após definir os parâmetros de entrada e compilado os resultados, pode-se analisar os perfis de forças, dos 4 espectros e potência, atuantes na estrutura no instante de tempo de 100 s, conforme apresentado na Figura 6.64. Os espectros que não tem a altura, z, como variável na sua formulação, Davenport e Harris, apresentam maiores intensidades nas suas forças, 2100 N em h = 52,5 m. Já o espectro de von Kármán apresenta a menor força se comparado as outros espectros estudados, com força máxima de 1600 N em h = 52,5 m.

Para ter uma melhor visualização do comportamento da curva de força, a Figura 6.65 apresenta a força de vento no ponto A ao longo dos 200 s analisados. A Figura 6.66 apresenta uma ampliação dessa curva entre o instante de tempo de 99 a 100 s. Os espectros de Harris e Davenport apresentam força máxima próxima a 4000 N ao longo dos 200 s, o espectro de Kaimal apresenta força máxima na faixa de 3000 N e o espectro de von Kármán apresenta força máxima em torno de 2000 N, ao longo dos 200 s analisados no ponto A.

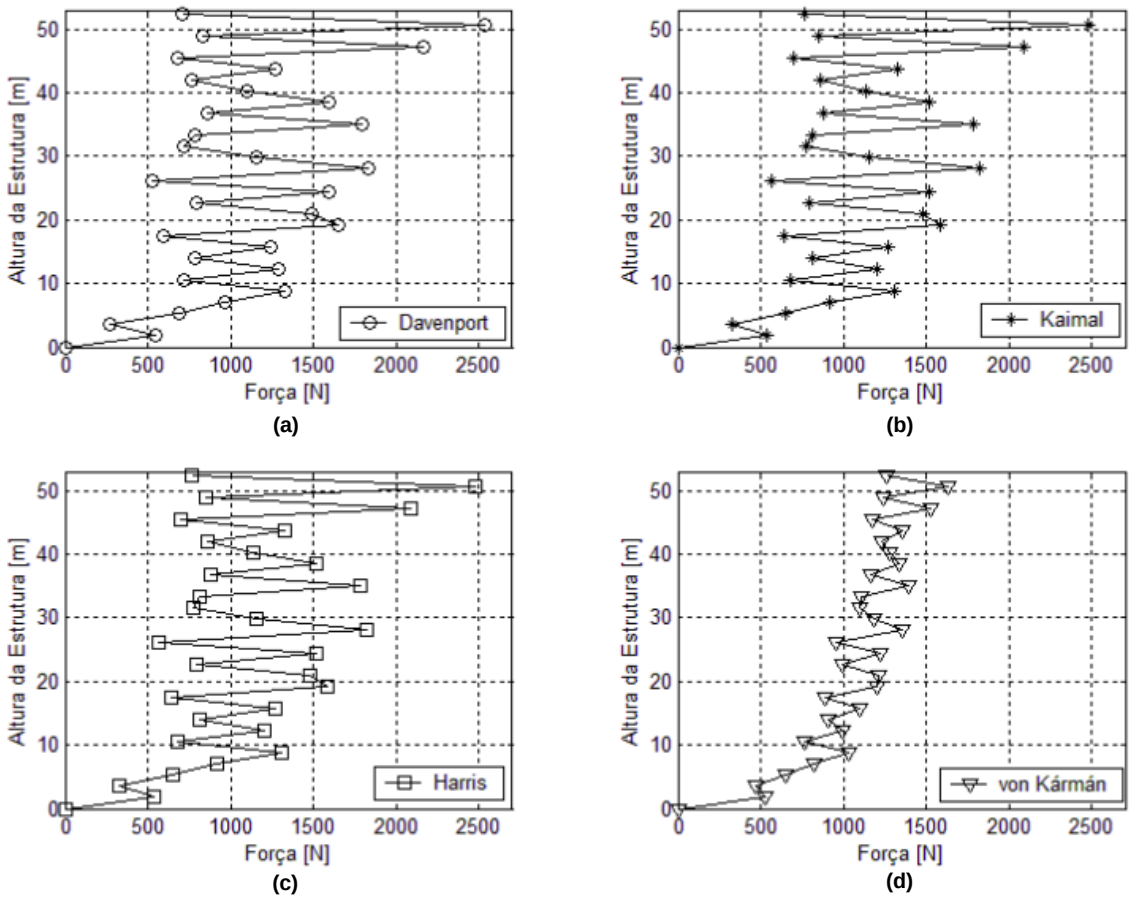


Figura 6.64 – Perfis de força do vento ao longo da altura da estrutura em t=100 s.

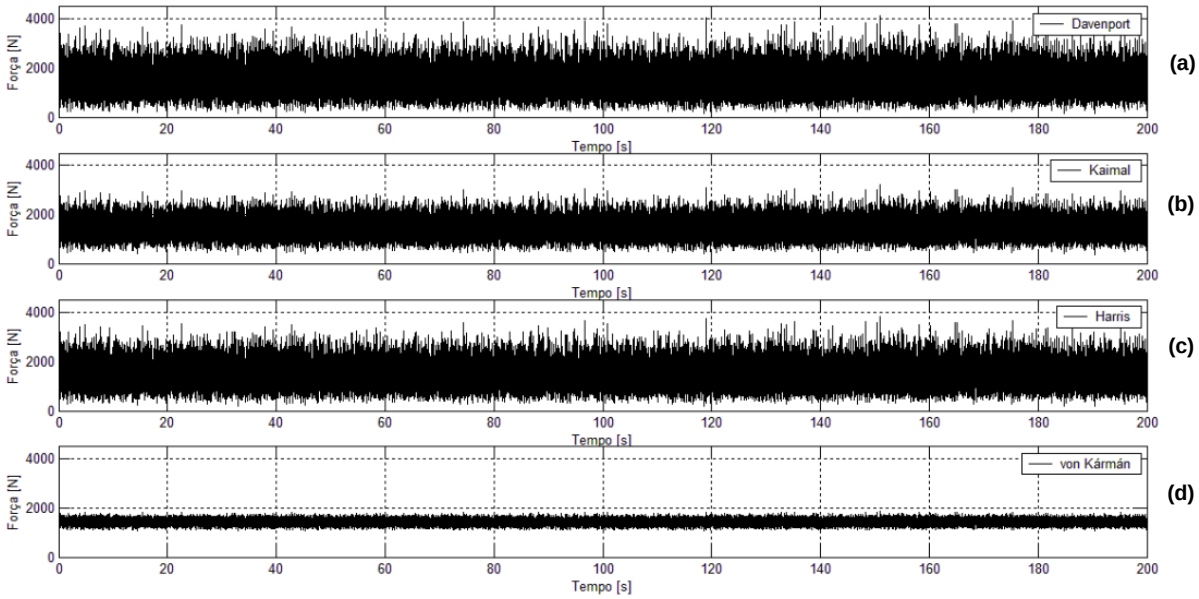


Figura 6.65 – Perfis de forças do vento no ponto A para os 4 espectros de potência.

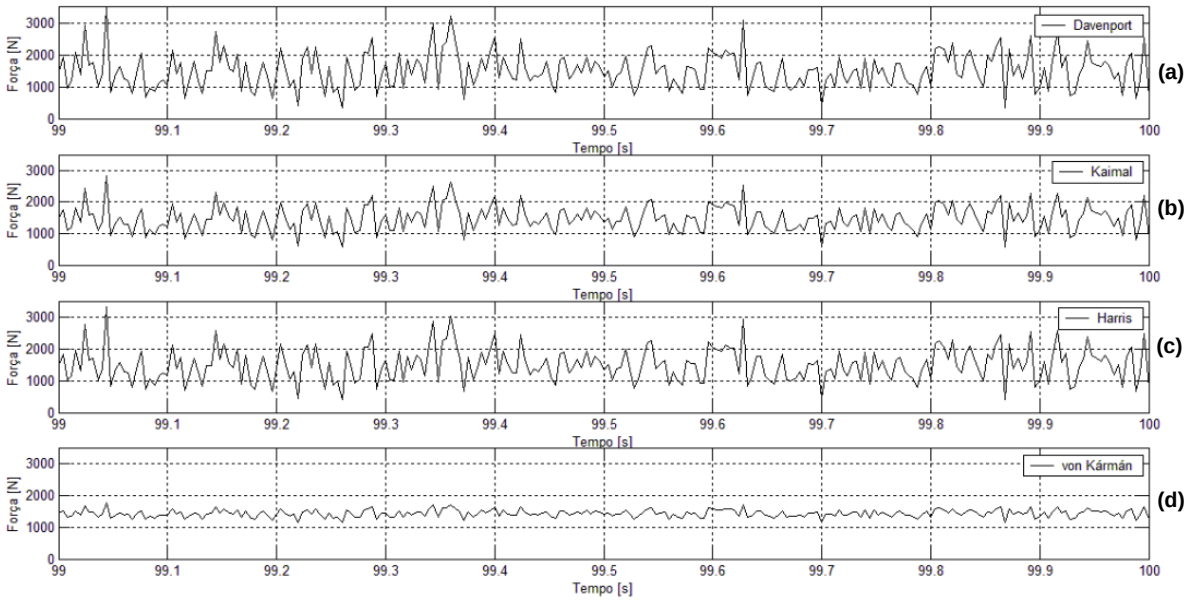


Figura 6.66 - Ampliação dos perfis de forças do vento no ponto A para os 4 espectros de potência.

A Figura 6.67 apresenta na primeira linha as curvas dos carregamentos para os 4 espectros de potência do vento estudados em três dimensões, onde o carregamento do vento está apresentado no eixo Z, o intervalo de tempo de 99 a 100 s no eixo Y e a altura da estrutura no eixo X. Além disso, na segunda linha da Figura 6.67, apresenta-se uma vista superior da intensidade do carregamento do vento, onde a altura da estrutura é apresentada no eixo Y e o tempo no eixo X.

Observa-se que a intensidade da força é proporcional a altura da estrutura, quanto mais alta a estrutura, maior a média da intensidade da força nessa altura, de modo geral. Como está sendo estudada a ação randômica do vento, há instantes de tempo que há forças de menores intensidades em alturas mais elevadas. O perfil de carregamento do vento através do espectro de von Kármán apresenta intensidade máxima de 2000 N, sendo o único espectro que está em uma escala maior que os demais, no entanto, é o espectro que apresenta uma maior estabilidade numérica ao longo do tempo e da altura. O espectro de Davenport é o que apresenta a maior intensidade de força, 4000 N, e o que apresenta maiores oscilações ao longo do tempo e da altura.

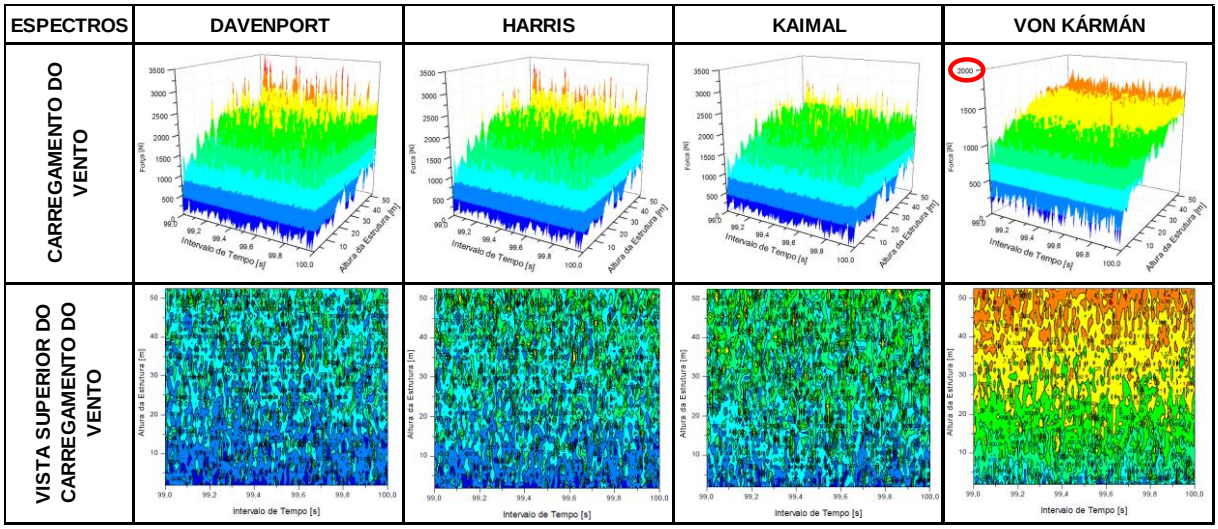


Figura 6.67 - Perfis de carregamento do vento ao longo da altura da estrutura no intervalo de tempo entre 99 e 100 s.

A Figura 6.68 apresenta os perfis de deslocamento horizontal, comparativo dos 4 espectros analisados, do pórtico plano metálico a partir das aplicações das forças do vento. Os deslocamentos apresentados ocorreram durante o comportamento plástico da estrutura no instante de tempo de 100 s. Apesar dos 4 espectros de potência apresentarem intensidades de forças bastante distintas, suas respostas são bem similares. Para o deslocamento horizontal máximo em t = 100 s, os 4 espectros apresentaram 0,80 m de deslocamento no topo da estrutura, ponto A.

Depois de verificar qual nó apresentou maior deslocamento horizontal, escolheu-se o ponto A para realizar as análises do comportamento plástico, do pórtico metálico plano, no deslocamento, na velocidade e na aceleração durante 200 segundos, conforme ilustrado nas Figuras 6.69, 6.70 e 6.71, respectivamente.

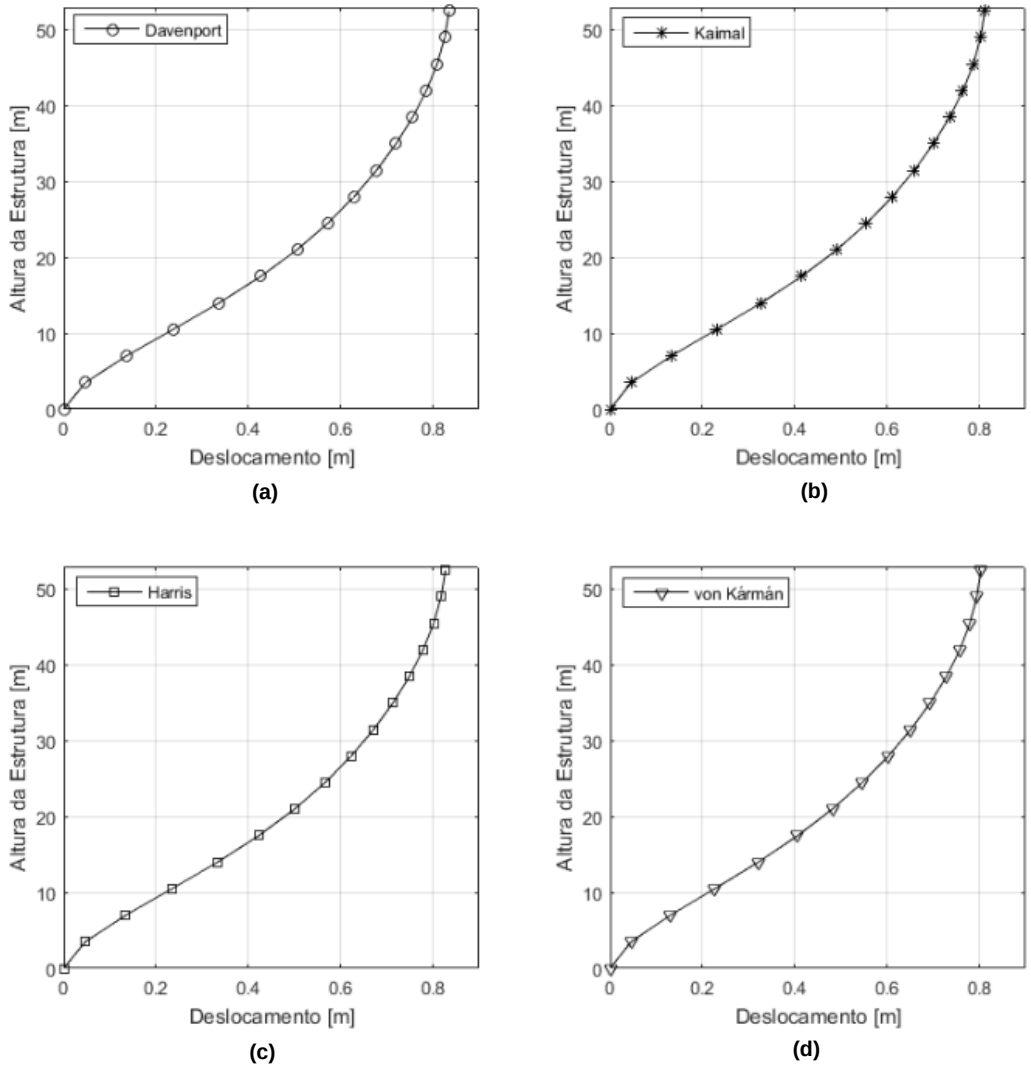


Figura 6.68 – Perfis de deslocamentos ao longo da altura em t=100 s para os 4 espectros analisados.

Para realizar uma melhor análise nas curvas, apresenta-se uma ampliação das mesmas, de deslocamento, velocidade e aceleração, entre 0 a 10 segundos, conforme mostrado nas Figuras 6.72, 6.73 e 6.74. Para os 4 espectros, os deslocamentos máximos ficaram na ordem de 1,50 m, a velocidade máxima variou entre 2 m/s e -2 m/s e por fim, as respostas de aceleração para os espectros de Davenport, Kaimal e Harris ficaram próximas a 10 m/s² e – 10 m/s², já as respostas de aceleração de von Kármán apresentaram uma faixa de oscilação de -8 m/s² a 8 m/s².

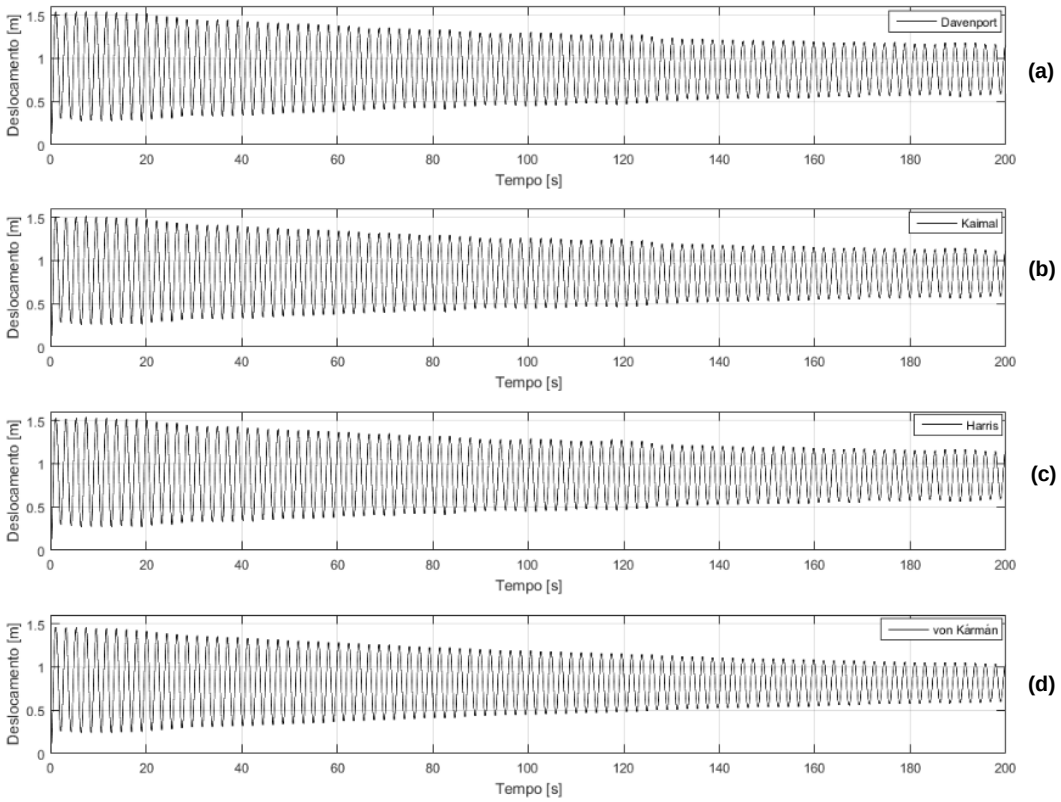


Figura 6.69 – Deslocamento no ponto A durante t=200 s.

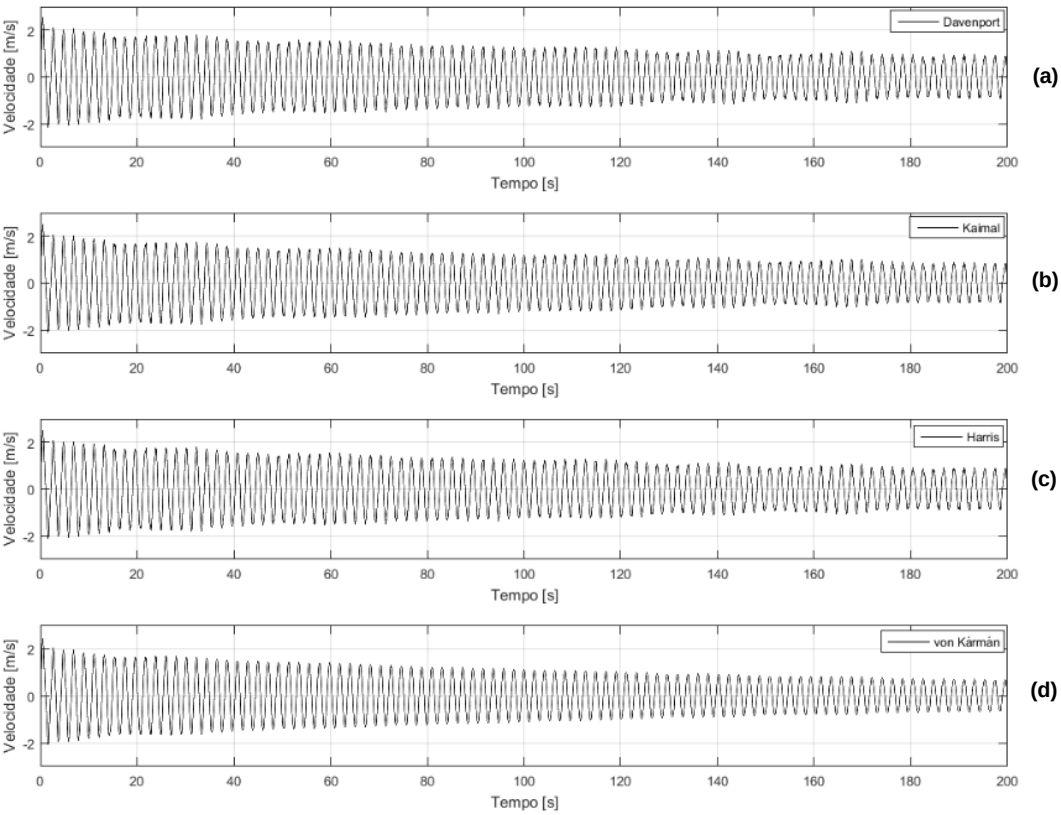


Figura 6.70 - Velocidade no ponto A durante t=200 s.

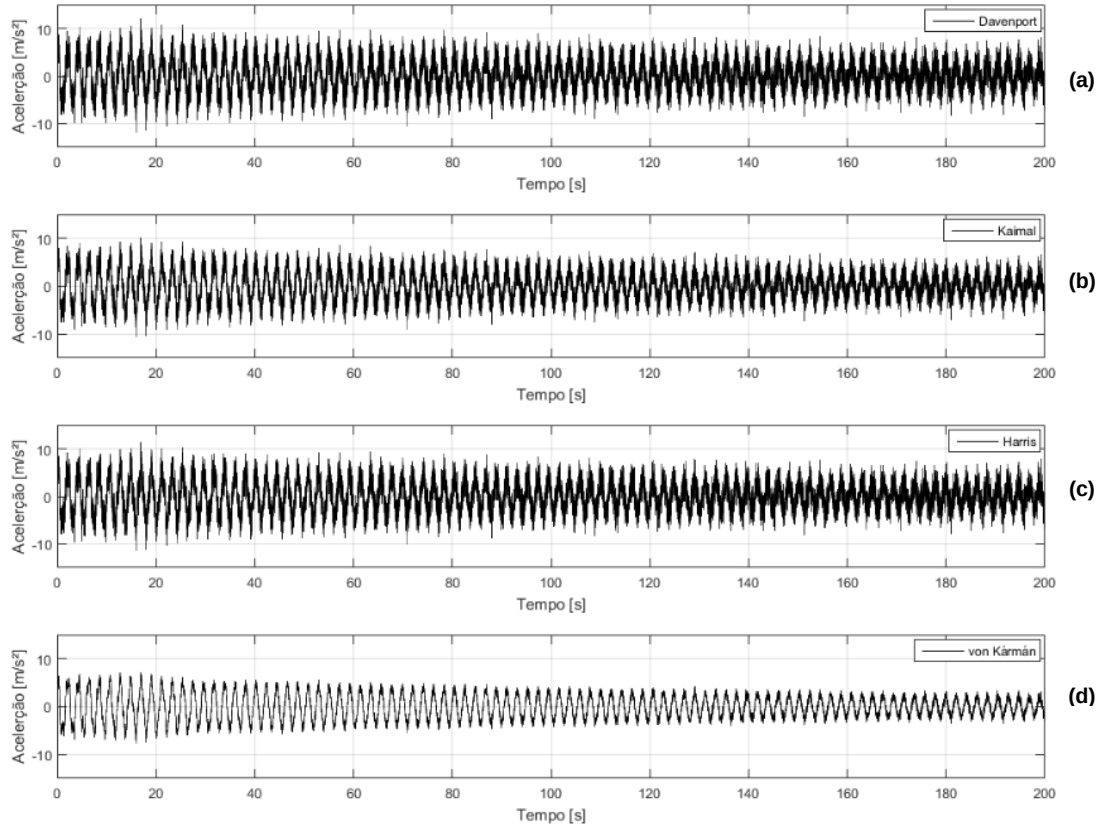


Figura 6.71 - Aceleração no ponto A durante t=200 s.

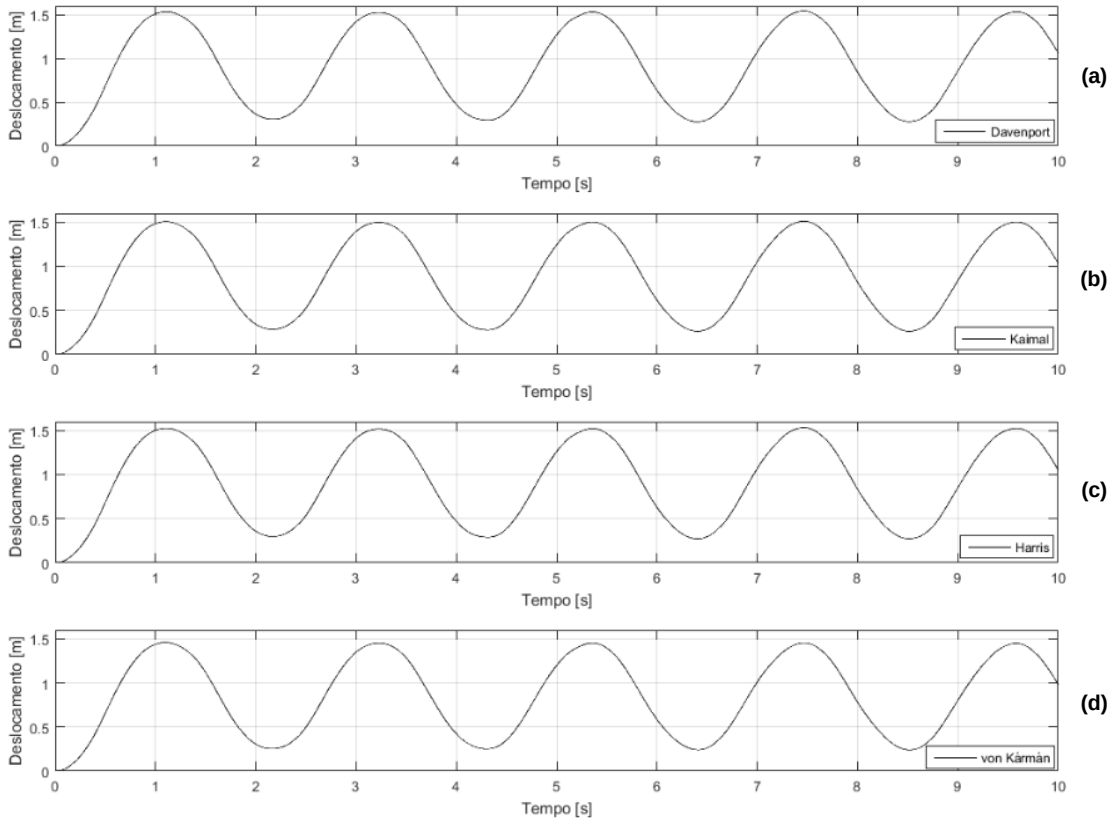


Figura 6.72 – Ampliação das curvas de deslocamentos entre 0 e 10 s.

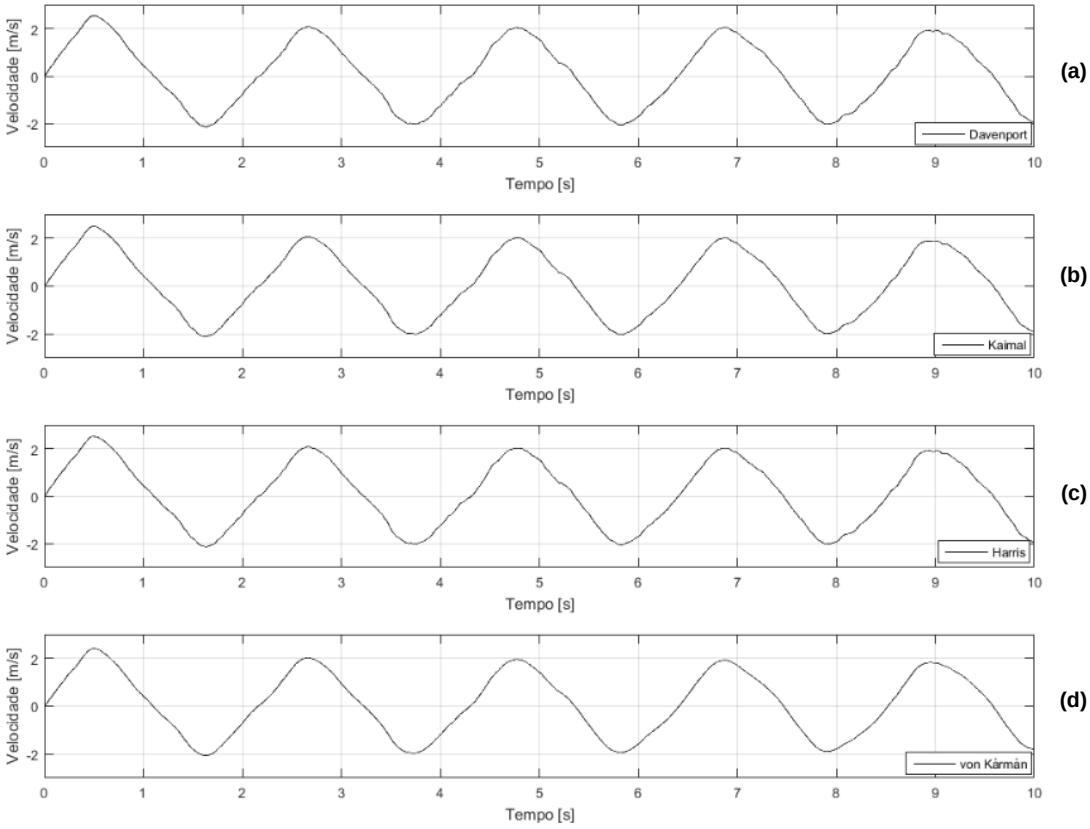


Figura 6.73 - Ampliação das curvas de velocidades entre 0 e 10 s.

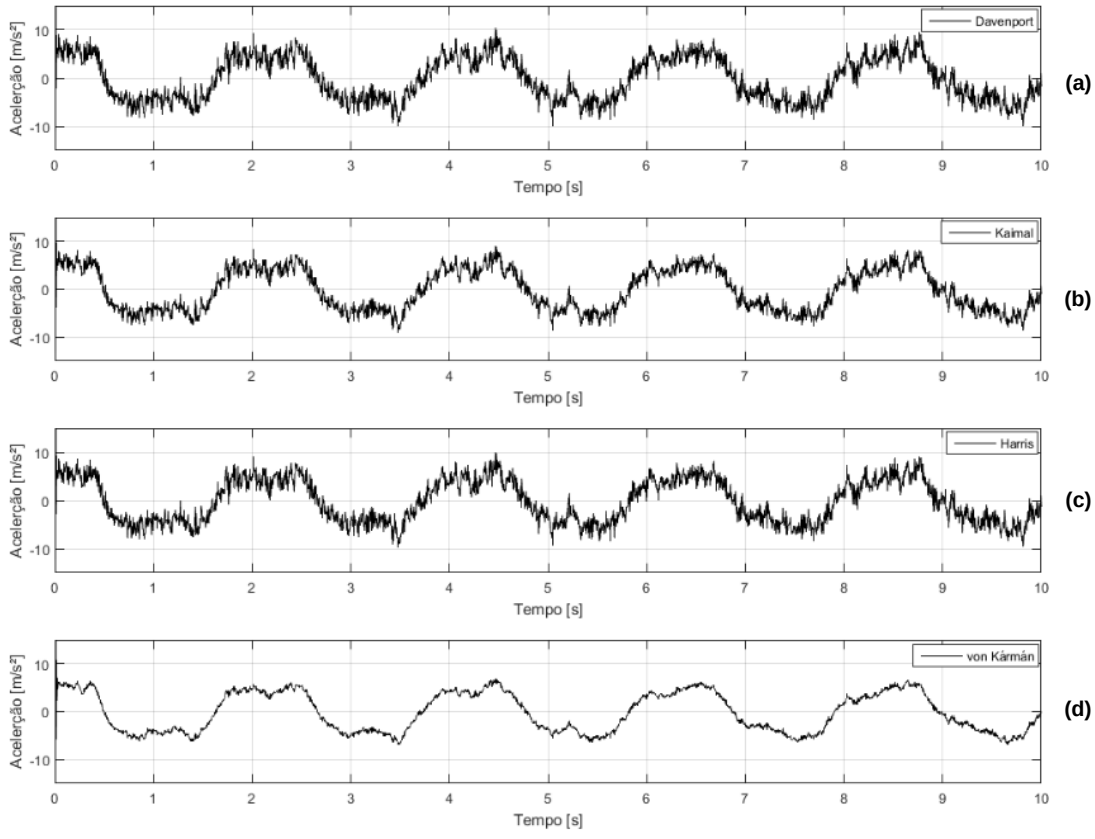


Figura 6.74 - Ampliação das curvas de acelerações entre 0 e 10 s.

As Figuras 6.75, 6.76 e 6.77 apresentam na primeira linha as curvas dos deslocamentos, velocidades e acelerações para os 4 espectros de potência do vento estudados em três dimensões. O eixo Z mostra a intensidade das respostas, o intervalo de tempo de 0 a 5 s está apresentado no eixo Y e a altura da estrutura no eixo X. Na segunda linha, das mesmas figuras, está representada uma vista superior das intensidades das respostas, onde a altura da estrutura está no eixo Y e o tempo no eixo X.

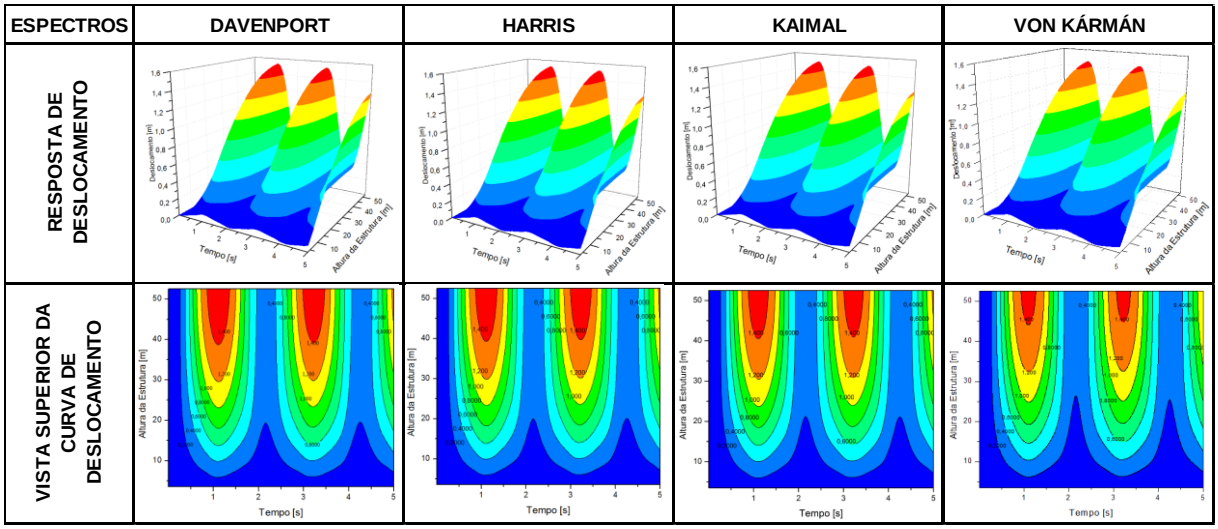


Figura 6.75 – Curvas de respostas de deslocamento para os diferentes espectros de potência.

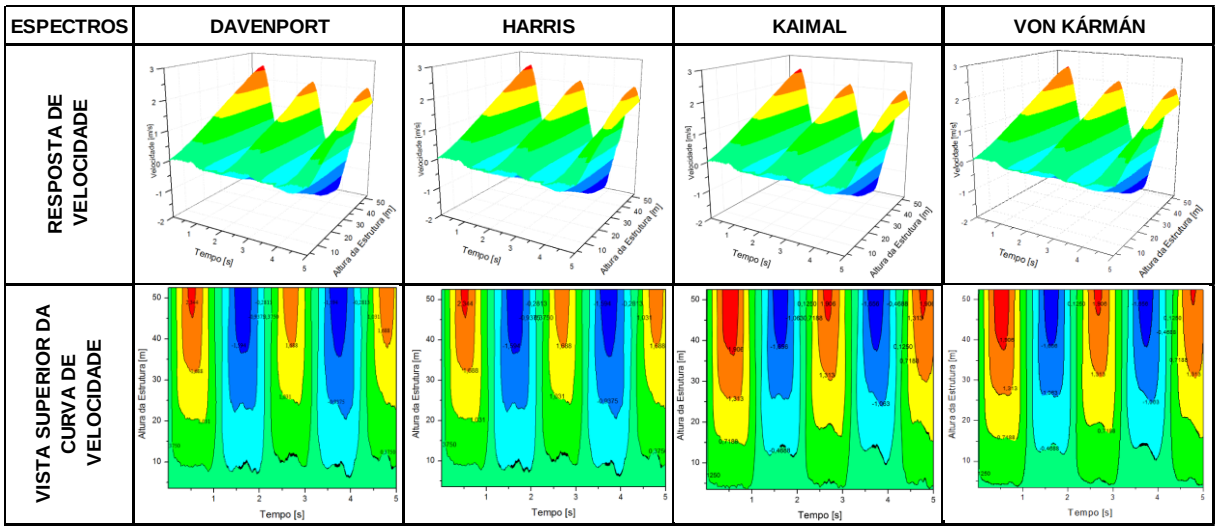


Figura 6.76 - Curvas de respostas de deslocamento para os diferentes espectros de potência.

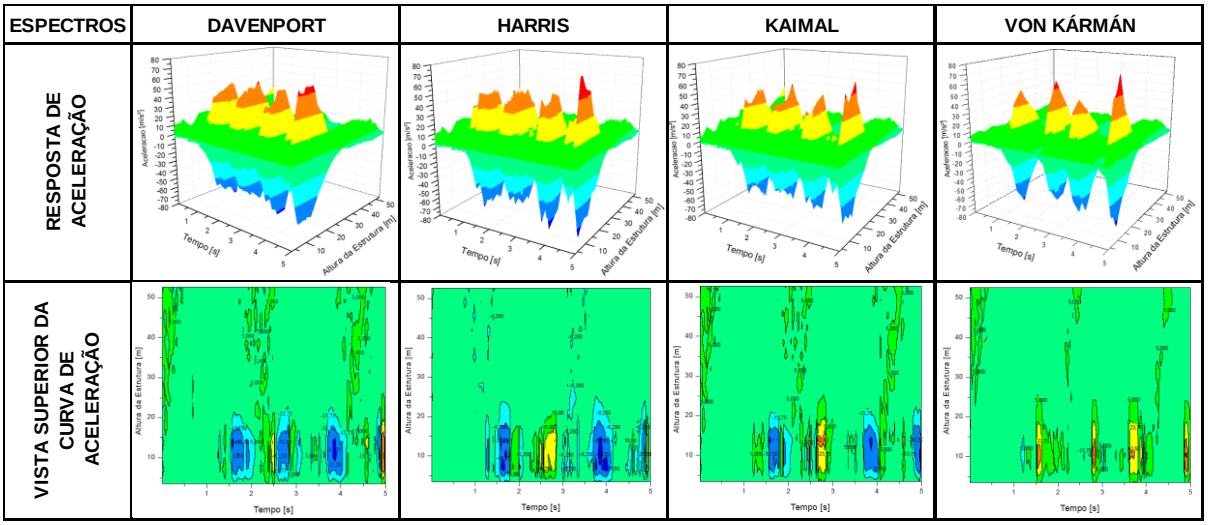


Figura 6.77 - Curvas de respostas de deslocamento para os 4 espectros de potência.

O círculo em cada imagem da Figura 6.78 indica a região onde começa a plastificação da estrutura, com deslocamento horizontal e velocidade de aproximadamente 1,25 m e 1,60 m/s, respectivamente para os dois espectros analisados.

É possível observar que o deslocamento mostrado na figura é sempre positivo, enquanto a velocidade no ponto A pode ser positiva ou negativa. O deslocamento da estrutura no ponto A varia entre 0,25 e 1,5 m, aproximadamente. Além disso, a velocidade varia entre -2 m/s e 2,5 m/s, aproximadamente. Após o escoamento do material, a variação da velocidade reduz-se a -2 m/s para 2 m/s aproximadamente.

As curvas de histerese da viga apresentam a tensão no eixo das ordenadas, em MPa, e no eixo das abscissas a deformação, conforme indicado na Figura 6.79. A Figura 6.80 apresenta uma amplificação das regiões A e B das curvas. A tensão atuante na viga é de von Mises e foi determinada no ponto A da Figura 6.79. Pode ser observado que no primeiro ciclo há uma acentuada curva de deformação em relação aos ciclos decorrentes da iteração numérica. A região “A” apresenta menores tensões e também menores deformações se comparado à região B.

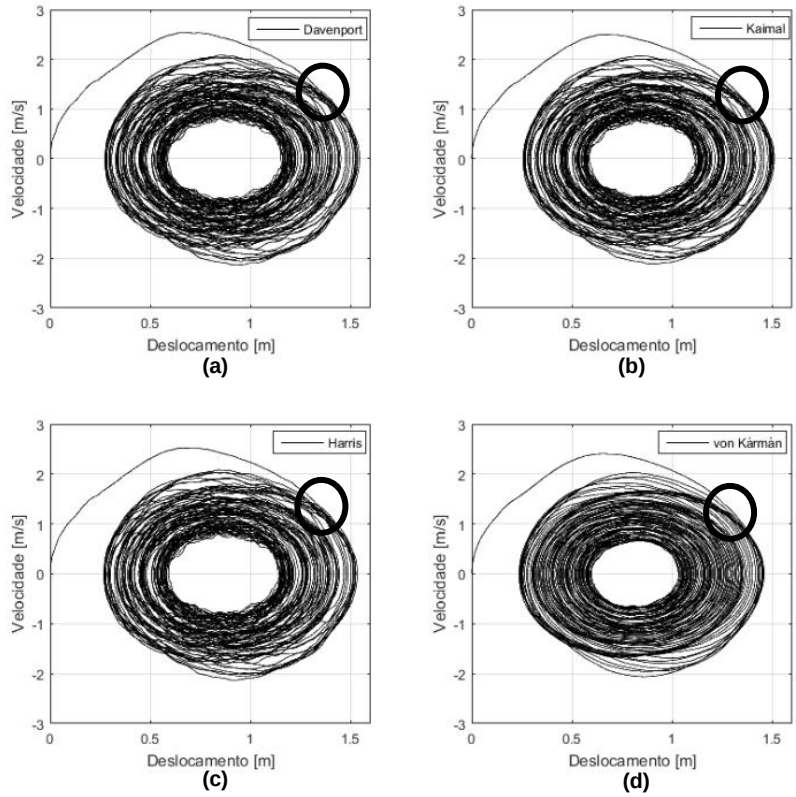


Figura 6.78 - Velocidade em função do deslocamento no ponto A utilizando os 4 espectros de potência propostos.

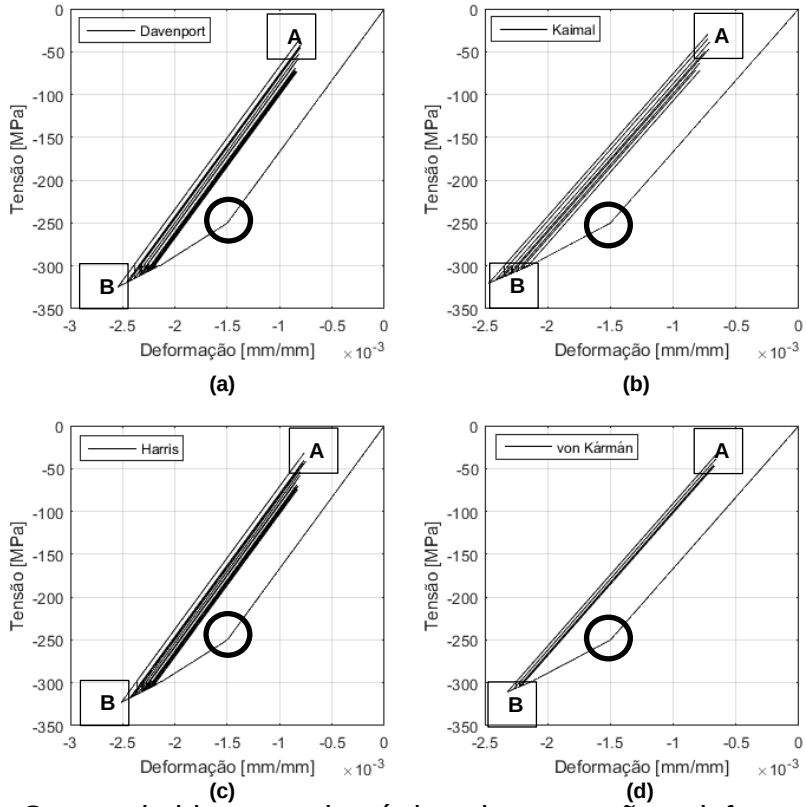


Figura 6.79 – Curvas de histerese do pórtico plano, tensão x deformação para os 4 espectros.

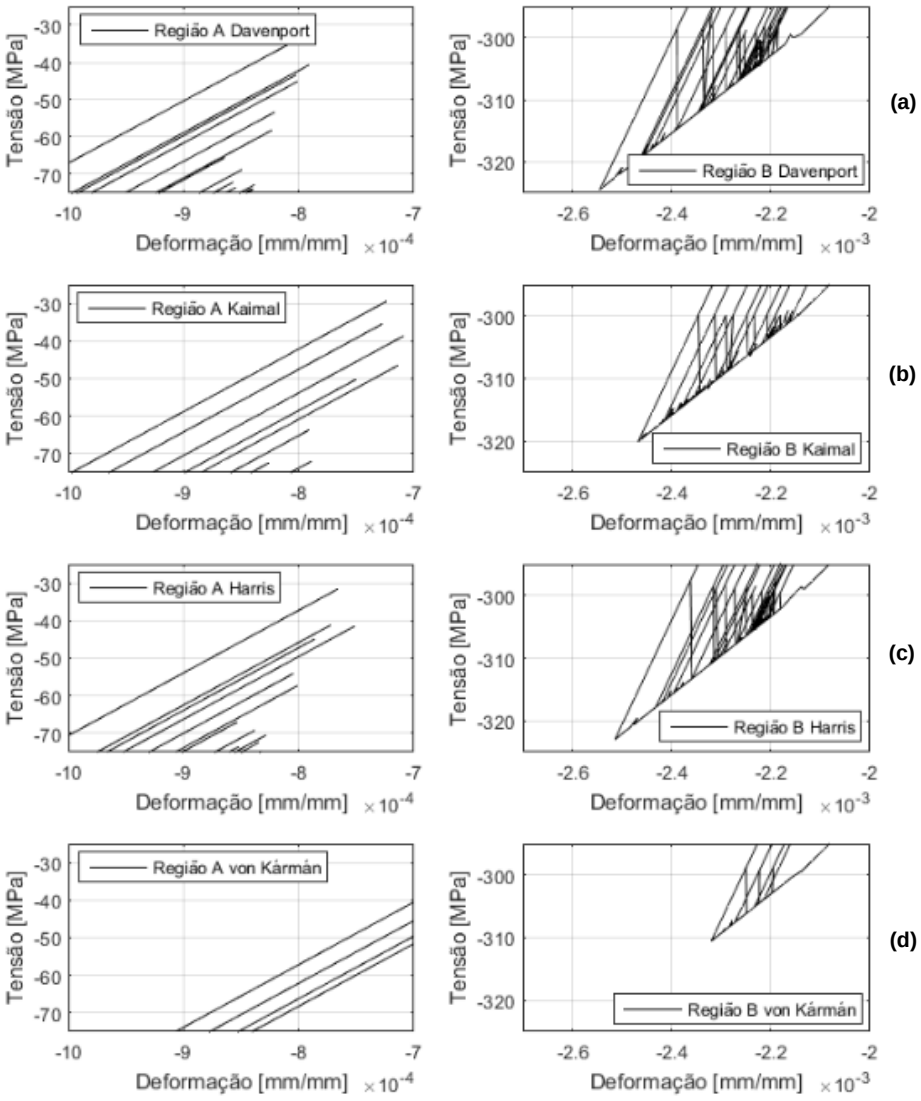


Figura 6.80 – Ampliação das curvas de histerese.

Conforme apresentado nos círculos da Figura 6.79, o início da plastificação do pórtico apresenta tensão de 250 MPa com deformação de 0,0015 mm/mm para os 4 espectros. A tensão máxima encontrada no pórtico, nó que engasta a viga que recebe a carga do vento no solo, durante a plastificação é de 320 MPa com deformação máxima de 0,00245 mm/mm para Kaimal, tensão máxima de 325 MPa com deformação máxima de 0,00253 mm/mm para Davenport, tensão máxima de 323 MPa com deformação máxima de 0,00250 mm/mm para Harris e tensão máxima de 310 MPa com deformação máxima de 0,00233 mm/mm para von Kármán. As tensões mínimas de descarregamento para os espectros estão na faixa de 30 MPa com deformações mínimas de 0,0008 mm/mm.

7 CONCLUSÕES

Neste capítulo serão apresentadas as conclusões do trabalho, além de trazer sugestões para o desenvolvimento de trabalhos futuros, bem como o melhoramento do código utilizado nas análises propostas nessa dissertação.

Este trabalho desenvolveu uma metodologia para a análise dinâmica elasto-plástica de estruturas planas, submetidas à ação randômica do vento através do Método dos Elementos Finitos.

O perfil da força do vento ao longo da altura da estrutura tem um comportamento aleatório, visto que o ângulo de fase da equação de Shinozuka e Jan (1972) é determinado randomicamente.

Com os dados de entrada utilizados neste trabalho, todos os espectros produzem respostas elasto-plásticas dinâmicas na estrutura, com aproximadamente 7% da diferença relativa. A partir da observação sobre o perfil de carga do vento, os espectros de Davenport e Harris apresentam maior frequência de oscilação, enquanto os espectros de Kaimal e von Kármán apresentam menor frequência de oscilação

Observa-se, nas curvas de velocidade em função do deslocamento, que independente do espectro utilizado, a região do início da plastificação apresenta deslocamentos e velocidades semelhantes. No entanto, no momento em que a estrutura inicia sua plastificação, o modelo de von Kármán é o que apresenta menores oscilações nas suas curvas.

As frequências de oscilações não afetam significativamente a resposta da estrutura. Além disso, as respostas de deslocamento e velocidade obtidas pelo espectro de von Kármán têm menor amplitude na oscilação durante o intervalo de tempo abordado neste estudo. Isso ocorre uma vez que o carregamento de vento de von Kármán tem ação mais uniforme e menor amplitude na oscilação.

Para propostas de trabalhos futuros, há algumas sugestões abaixo que podem dar continuidade a pesquisa desenvolvida até o presente momento:

- Investigar a influência dos parâmetros do modelo de Shinozuka e Jan em respostas dinâmicas elasto-plásticas da estrutura;
- Estender a formulação do código para que o mesmo tenha interação entre a estrutura e o solo, acrescentando elementos de interface;
- Aplicar métodos dos elementos enriquecidos e elemento espectral;

- Determinar o ciclo da vida da estrutura com a ação randômica do vento;
- Acrescentar na formulação a mecânica do dano para investigar a sua relação com a ação randômica do vento.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AAS-JAKOBSEN, K.; STROMMEN, E. **Time domain buffeting response calculations of slender structures.** Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, v. 89, p. 341-364, 2001.

ABBASNIA, R.; KASSIMALI, A. **Large deformation elastic-plastic analysis of space frames.** Journal of Constructional Steel Research, v. 35, p. 275-290, 1995.

ALMEIDA, A. C. B.; LAVALL, A. C. C. **Resistência de estruturas de aço considerando a análise avançada com plasticidade distribuída e o efeito das tensões residuais.** Anais XXVIII CILAMCE - Congresso Ibero Latino Americano sobre Métodos Computacionais em Engenharia, Porto, 2007.

ARMERO, F.; ROMERO, I. **Energy-dissipative momentum-conserving time-stepping algorithms for the dynamics of nonlinear cosserat rods.** Computacional Mechanics, v. 31, p. 3-26, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS NBR-6123:1988: **Forças devidas ao vento em edificações.** ABNT. Rio de Janeiro. 1988.

ATTAR, M.; KARRECH, A.; REGENAUER-LIEB, K. **Non-linear modal analysis of structural components subjected to unilateral constraints.** Journal of Sound and Vibration, v. 389, p. 380-410, 2017.

BAI, L.; ZHANG, Y. **Nonlinear dynamic behavior of steel framed roof structure with self-centering members under extreme transient wind load.** Engineering Structures, v. 49, p. 819-830, 2013.

BAKER, J.; HEYMAN, J. **Plastic design of frames.** Great Britain: Cambridge University Press, 1969. v.1. 227p.

BALENDRA, T. **Vibration of buildings to wind and earthquakes loads**. London; New York: Springer-Verlag, 1993. 149 p.

BATHE, K. J. **Finite element procedures.** New Jersey: Prentice-Hall, 1996.

BEÇA, J. **Influence of Wind spectrum formula choice on footbridge response.** The Fifth International Symposium on Computational Wind Engineering (CWE2010). Chapel Hill, Carolina do Norte, EUA. May 23-27, 2010.

BEETSOLONELY. Apresenta informações sobre Deformação permanente do Edifício *Great Plains Life* em Lubbock, Texas, 1970. Disponível em: <http://beetsolonely.blogspot.com.br/2010/05/>. Acesso em: 14/10/2017.

BELLEI, I. H. **Edifícios industriais em aço: projeto e cálculo.** 5. ed. São Paulo: Pini, 2006.

BLESSMANN, J. **Acidentes causados pelo vento.** 3. ed. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 1986.

BLESSMANN, J. **Buffeting effects on neighbouring tall buildings.** Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Amsterdam, v. 18, p.105-110, 1985.

BLESSMANN, J. **Aerodinâmica das construções.** 2. ed. Porto Alegre: Editora Sacra, 1990. 263p.

BLESSMANN, J. **O vento na engenharia estrutural.** Porto Alegre: Editora da UFRGS, 1995. 168p.

BLESSMANN, J. **Introdução ao estudo das ações dinâmicas do vento.** Porto Alegre: Editora da UFRGS, 1998. 284p.

CARASSALE, L.; SOLARI, G. **Monte Carlo simulation of wind velocity fields on complex structures.** Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Genova, v. 94, n. 5, p. 323–339, 2006.

CARDOSO, C. O. **Metodologia para análise e projeto de dutos submarinos submetidos a altas pressões e temperaturas via aplicação do método dos elementos finitos.** Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRJ, Dissertação de Doutorado. Rio de Janeiro, 2005.

CHANG, S. Y. **A new family of explicit methods for linear structural dynamics.** Computers and Structures, v. 88, p. 755-772, 2010.

CHEN, W. F.; SOHAL, I. **Plastic design and second-order analysis of steel frames.** United States of America: Springer-Verlag, 1995. 509p.

CHOPRA, A. K. **Dynamics of structures – Theory and Applications to Earthquake Engineering.** Prentice Hall, 1995.

CHUNG, J.; HULBERT, G. M. **A time integration algorithm for structural dynamics with improved numerical dissipation: the generalized – alfa method.** Journal of Applied Mechanics, v. 60, p. 371-375, 1993.

COSTA, A. M. **Análise dinâmica elasto-plástica transiente de curta duração incluindo os efeitos da interação solo-fluido-estrutura.** Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRJ, Dissertação de Mestrado. Rio de Janeiro, 1978.

DAVENPORT, A. G.; SPARLING, B. F. **Dynamic gust response factors for guyed towers.** Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Ontario, v. 43, n.1-3, p. 2237-2248, 1992.

DAVIES, J. M. **Second-order elastic-plastic analysis of plane frames.** Journal of constructional steel research, v. 58, p. 1315-1330, 2002.

FERRARO, V.; IRWIN, P. A.; STONE, G. K. **Wind induced building accelerations.** Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Amsterdam, v. 36, p. 757-767, 1990.

FONTES, A. C. D. **Importância dos efeitos de vizinhança na resposta dinâmica de um edifício à ação do vento.** Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Dissertação de Mestrado. Porto Alegre, 2003.

FORTI, T. L. L.; REQUENA, J. A. V.; DEVLLO, P. R. B. **Formulação de viga 3D com relação constitutiva não-linear.** Anais XXVIII CILAMCE - Congresso Ibero Latino Americano sobre Métodos Computacionais em Engenharia, Porto, 2007.

FRANCO, M. **Direct along-wind dynamics analysis of tall structures.** Boletim Técnico da Escola Politécnica – Universidade de São Paulo. São Paulo – Brasil. EPUSP, 1993. 22p

GOUDREAU, G. L.; TAYLOR, R. L. **Evaluation of numerical integration methods in elastodynamics.** Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, v. 2, p. 69-97, 1972.

GU, M.; QUAN, Y. **Across-wind loads of typical tall buildings.** Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, v. 92, n.23, p. 1147-1165, 2004.

HEYMAN, J. **Plastic design of frames.** Great Britain: Cambridge University Press, 1971. v.2. 291p.

HILBER, H. M.; HUGHES, T. J. R.; TAYLOR, R. L. **Improved numerical dissipation for time integration algorithms in structural dynamics.** Earthquake engineering and structural dynamics, v. 5, p. 283-292, 1977.

HOLMES, J. D. **Wind loading of structures.** London: Spon Press, 2001.

HORNE, M. R.; MORRIS, L. J. **Plastic design of low-rise frames.** Great Britain: Granada Publishing Limited, 1981. 238p.

HUEBNER, K.; THORNTON, E. **The finite element method of engineers.** 2. ed. New York: John Wiley & Sons, 1982.

ISYUMOV, N. **Alan G. Davenport's mark on wind engineering.** Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Ontario, v.104-106, p. 12–24, 2012.

JEYAKUMAR, M.; CHRISTOPHER, T. **Influence of residual stresses on failure pressure of cylindrical pressure vessels.** Chinese Journal of Aeronautics, v. 26(6), p. 1415-1421, 2013.

KAREEM, A.; GE, Y.; ZHAO, L. **Fluctuating wind pressure distribution around full-scale cooling towers.** Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, v.165, p. 34–45, 2017.

KAREEM, A. **Dynamic response of high-rise buildings to stochastic wind loads.** Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, p.1101-1112, 1992.

KAREEM, A.; SUHARDJO, J.; SPENCER, B.F. **Active control of wind excited buildings: a frequency domain based design approach.** Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, p.1985-1996, 1992.

KAREEM, A.; TAMURA, Y.; TSE, K. T.; SONG, J. **Aerodynamics of closely spaced buildings: with application to linked buildings.** Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, v.149, p. 1–16, 2016.

KAREEM, A.; LI, A.; TAO, T.; WU, T.; WANG, H. **Measurements and analysis of non-stationary wind characteristics at Sutong Bridge in Typhoon Damrey.** Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, v.151, p. 100–106, 2016.

KAREEM, A.; LI, Q.; YANG, Q.; YANG, Y.; WU, T.; CHEN, B. **Wind effects on a cable-suspended roof: full-scale measurements and wind tunnel based predictions.** Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, v.155, p. 159–173, 2016.

KHAN, A. S.; HUANG, S. **Continuum Theory of Plasticity.** United States of America, JOHN WILEY & SONS, 1995.

KIM, S.; KIM, Y.; CHOI, S. **Nonlinear analysis of 3-D steel frames.** Thin-Walled Structures, v.39, p.445-461, 2001.

KLEIN, G. M. B. **Determinação dos efeitos da vizinhança na eficiência dos sistemas de ventilação natural em pavilhões naturais.** Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Dissertação de Mestrado. Porto Alegre, 2012.

LAZANHA, E. C. **Análise dinâmica elasto-plástica de estruturas metálicas sob excitação aleatória de vento.** Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Dissertação de Mestrado. São Paulo, 2003.

LI, Q. S.; et al. **Dynamic behavior of Taipei 101 Tower: field measurement and numerical analysis.** Journal of Structural Engineering, v. 137, n.1, p. 143-155, 2011.

MEJÍA, I. E. O. **Modelo numérico para o estudo do comportamento de dutos enterrados.** Pós-Graduação em Engenharia Civil, PUCRJ, Dissertação de Mestrado. Rio de Janeiro, 2003.

MENIN, R. C. G.; TAYLOR, W.; MENIN, E. C. G.; LOPES, A. P. **Algoritmos de conservação ou decremento da energia na análise dinâmica não-linear de estruturas.** CILAMCE - Congresso Ibero Latino Americano sobre Métodos Computacionais em Engenharia, Portugal, 2007.

MORAIS, V. C. **Análise dinâmica não determinística de edifícios mistos (aço-concreto) submetidos à ação de cargas de vento.** Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Dissertação de Mestrado. Rio de Janeiro, 2014.

NEAL, B. G. **The plastic methods of structural analysis.** Great Britain: Chapman & Hall, 1956. 353p.

NEWLAND, D. E. **An Introduction to Random Vibrations, Spectral and Wavelet Analysis**, 3 ed., John Wiley & Sons, New York, 1993. 477p.

OLIVEIRA, M. A. B.; MORAIS, V. C. **Edifício Barão de Ladário – Resposta dinâmica: uma avaliação aproximada.** Revista Obras Civis, Rio de Janeiro, p. 28-35, 2013.

ORBISON, J. G.; MCGUIRE, W.; ABEL, J. F. **Yield Surface Applications in Nonlinear Steel Frame Analysis.** Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, v. 33, p. 557-573, 1982.

PFEIL, W.; PFEIL M. **Estruturas de aço, dimensionamento prático.** 6. ed. Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos, 1995. 13-16p.

REPETTO, M. P.; SOLARI, G. **Dynamic alongwind fatigue of slender vertical structures.** Engineering Structures, Genoa, v. 23, p. 1622–1633, 2001.

RIOS, M. P. **Efeito de amortecedores no comportamento dinâmico de edifícios altos sob cargas de vento.** Pós-Graduação em Engenharia Civil, PUCRJ, Dissertação de Mestrado. Rio de Janeiro, 2015.

RODRIGUES, P. F. N. **Ferramentas Numéricas para a Análise Não-Linear Física e Geométrica de Estruturas Reticuladas na Exploração de petróleo *Offshore*.** Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRJ, Dissertação de Doutorado. Rio de Janeiro, 2000.

SÁNCHEZ, C. A. A. **Estudo de impacto usando elementos finitos e análise não linear.** Pós-graduação em Engenharia Mecânica, USP, Dissertação de Mestrado. São Carlos, 2001.

SHANG, H. Y. **Introdução de fatores de concentração de tensões na análise não linear via MEF de sistemas de dutos corroídos.** Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, PUCPR, Dissertação de Mestrado. Curitiba, 2009.

SHANG, H. Y.; MACHADO, R.D.; ABDALLA FILHO, J.E. **Dynamic analysis of Euler-Bernoulli beam problems using the Generalized Finite Element Method.** Computers and Structures, v. 173, p.109-122, 2016.

SHANG, H. Y.; MACHADO, R.D.; ABDALLA FILHO, J.E.; ARNDT, M. **Numerical analysis of plane stress free vibration in severely distorted mesh by Generalized Finite Element Method.** European Journal of Mechanics A/Solids, v. 62, p.50-66, 2017.

SHINOZUKA, M.; JAM, C. M. **Digital simulation of random process and its Applications.** Journal of Sound and Vibration, v. 25(1), p. 111-118, 1972.

SILVA FILHO, G. **Estudo do comportamento dinâmico de edifícios mistos (aço-concreto) submetidos à ação não determinística do vento.** Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Dissertação de Mestrado. Rio de Janeiro, 2012.

SNAEBJORNSSON, J. T.; REED, D. A. **Full-scale results of wind-induced motion in multi-story buildings.** Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, v. 42, n. 1-3, p. 1113-1123, 1992.

SOUZA, L. A. F. **Análise não linear via elementos finitos de um modelo de vigas par dutos enterrados.** Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFPR, Dissertação de Mestrado. Curitiba, 2005.

TIN-LOI, F.; XIA, S.H. **Geometrically nonlinear elastic analysis of space trusses.** Structural Engineering and Mechanics, v. 7, p. 345-360, 1999.

TREIN, C. A. **Modelagem dinâmica equivalente de edifícios altos submetidos à ação do vento.** Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Dissertação de Mestrado. Porto Alegre, 2005.

VIANA, A.C.P.; ARAÚJO, T.D. **Análise dinâmica bidimensional de edifício submetido a rajadas de vento.** XXX Iberian Latin American Congress on

Computational Methods in Engineering, CD-ROM, 15 páginas, Armação de Búzios, Rio de Janeiro, 2009.

WANG, H.; OHMORI, H. **Elasto-plastic analysis based truss optimization using Genetic Algorithm.** Engineering Structures, v. 50, p. 1–12, 2013.

WOOD, W. L.; BOSSAK, M.; ZIENKIEWICZ, O. C. **An alpha modification of Newmark's method.** International Journal for Numerical Methods in Engineering, v. 15, p. 1562-1566, 1981.

ZHOU, X.; SHA, D.; TAMMA, K. K. **A novel non-linearly explicit second-order accurate L-stable methodology for finite deformation: hypoelastic/hypoelastoplastic structural dynamics problems.** International Journal for Numerical Methods in Engineering, v. 59, p. 795-823, 2004.

ZIENKIEWICZ, O.C.; TAYLOR, R.L. **The finite element method.** 5. ed. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2000.

APÊNDICE

```
!Nome da subrotina.
subroutine carga_vento(time_step,ns,deltat,kf)
implicit none

!variaveis de entra
integer,intent(in)::time_step,ns
double precision,intent(in)::deltat

!variaveis locais
integer::t,n,j,z,n_a,c_a
double precision::u,f,xfz,skai,soma,theta,i_a,v_m,s_2,v_10,inc,a_i,n_a_3,v_0,b_cv,h_cv
double precision,allocatable,dimension(:,:)::vetor_q,vetor_mef
double precision,allocatable,dimension(:,:)::v_t,q_t
integer,allocatable,dimension(:,:)::lincag

!variaveis de saida
double precision,dimension(ns,time_step),intent(inout)::kf

!Usuário informa a velocidade básica do vento a partir do mapa de isopletas da região
analisada, em m/s.
write(*,*)'Digite a Velocidade Basica do Vento [v0]'
read(*,*)v_0

!Usuário informa qual a altura total da esdificação a ser analisada, em m.
write(*,*)'Digite a Altura do Edifício [Z]'
read(*,*)h_cv

!Usuário informa a largura da da estrutura analisada, em m.
write(*,*)'Digite a Largura do Edifício [B]'
read(*,*)b_cv

!Usuário informa o número de nós em que a força do vento será aplicada na estrutura.
write(*,*)'Digite o numero de nos na linha de carga'
read(*,*)n_a

!O coeficiente de arrasto pode ser determinado a partir de Normas ou valores experimentais.
write(*,*)'Qual o coeficiente de arrasto'
read(*,*)c_a

!Organizar respostas e dados de entrada em forma de vetor.
allocate(v_t(n_a,time_step))
allocate(q_t(n_a,time_step))
allocate(vetor_q(n_a,time_step))
allocate(vetor_mef(n_a,time_step))
allocate(lincag(n_a,1))

!Arquivo com os nós que serão aplicados as cargas de vento, salvo em .txt.
open(147963,file='linhacarga.txt')
```

```
read(147963,*)lincag

!Incremento da altura. Altura da estrutura dividida pelo número de nós que serão aplicadas as cargas de vento.
inc=h_cv*1.0/n_a

!Determina a largura da área de influência da carga do vento. Largura da estrutura divide por dois.
a_i=b_cv/2

!Criação dos arquivos que serão armazenados as forças do vento, em vetor, para cada nó identificado no arquivo 'linhacarga.txt'.
open(1598903,file='forcavento_no10.txt')
open(1598904,file='forcavento_no13.txt')
open(1598905,file='forcavento_no16.txt')
open(1598906,file='forcavento_no19.txt')
open(1598907,file='forcavento_no22.txt')
open(1598908,file='forcavento_no25.txt')
open(1598909,file='forcavento_no28.txt')
open(1598910,file='forcavento_no31.txt')
open(1598911,file='forcavento_no34.txt')
open(1598912,file='forcavento_no37.txt')
open(1598913,file='forcavento_no40.txt')
open(1598914,file='forcavento_no43.txt')
open(1598915,file='forcavento_no46.txt')
open(1598916,file='forcavento_no49.txt')
open(1598917,file='forcavento_no52.txt')
open(1598918,file='forcavento_no55.txt')
open(1598919,file='forcavento_no58.txt')
open(1598920,file='forcavento_no61.txt')
open(1598921,file='forcavento_no64.txt')
open(1598922,file='forcavento_no67.txt')
open(1598923,file='forcavento_no70.txt')
open(1598924,file='forcavento_no73.txt')
open(1598925,file='forcavento_no76.txt')
open(1598926,file='forcavento_no79.txt')
open(1598927,file='forcavento_no82.txt')
open(1598928,file='forcavento_no85.txt')
open(1598929,file='forcavento_no88.txt')
open(1598930,file='forcavento_no91.txt')

!Número para o gerador randômico do Fortran.
j=760013

!Velocidade média de projeto especificada pela norma NBR6123 (1988) na altura z=10 m.
v_10=0.69*v_0*1*1

!Início do algoritmo para determinar o vetor de pressão dinâmica do vento.
!Faixa de cálculo da altura da estrutura.
do z=1,n_a
```

```
    !Categoria do terreno, variável com a altura da estrutura
    s_2=1*0.69*(z*inc*1.0/10)**0.15
    !Velocidade média em função de uma cota qualquer "z".
    v_m=v_0*1*1*s_2
    !Velocidade de fricção do espectro de potência.
    u=(0.4*v_m)/log(z*inc/0.07)
        !Número de passos de tempo que será utilizado na análise. O time_step é inserido pelo
    usuário na rotina principal: dinamica_2D_MEFQ_multilinear.
        do t=1,time_step
            soma=0.0
                !Faixa de frequência que será utilizada no método de Shinozuka e Jan (1972), a
qual deve abranger pelo menos a primeira frequência natural da estrutura.
                do n=1,50
                    f=0.03*n
                    !Variáveis dos espectros de potência.
                    !xfz=((f*z)/v_m)   !KAIMAL
                    !xfz=(1200*f)/v_10 !DAVENPORT
                    !xfz=(1800*f)/v_10 !HARRIS
                    !xfz=(900*f)/v_10 !LUMLEY & PANOWSKY
                    !Equações dos spectros de potência.
                    xfz=((f*z)/v_m)*(300*((z*1.0/350)**(1.0/3.8417)))!von KARMAN
                    !skai=((200*xfz)/((1+50*xfz)**(5.0/3)))*(u**2.0/f) !KAIMAL
                    !skai=((4*xfz**2)/((1+xfz**2)**(4.0/3)))*(u**2.0/f) !DAVENPORT
                    !skai=((4*xfz)/((2+xfz**2)**(5.0/6)))*(u**2.0/f) !HARRIS
                    !skai=((4*xfz)/(1+xfz**(5.0/3)))*(u**2.0/f) !LUMLEY & PANOWSKY
                    skai=((24*xfz)/((1+70.7*xfz**2)**(5.0/6)))*(u**2.0/f) !von KARMAN
                    theta=ran(j)
                    soma=soma+sqrt(2*skai*0.0625)*cos(2*3.14*f*(t-1)*deltat+theta*2*3.14)
                end do
            !Vetor da velocidade do vento, velocidade média + velocidade flutuante.
            v_t(z,t)=soma+v_m
            q_t(z,t)=0.613*v_t(z,t)**2*a_i*inc*c_a
            !Vetor da pressão dinâmica do vento em função da altura e do tempo de análise.
            vetor_q(z,t)=q_t(z,t)
            !write(*,*)vetor_q(z,t)
        end do
end do

!Essa etapa do algorítmo tem a função de organizar os vetores de força do vento para serem
inseridos na rotina principal: dinamica_2D_MEFQ_multilinear. Serão inseridas as ações para
cada grau de liberdade da estrutura.
do z=1,n_a
        do t=1,time_step
            !write(*,*)"********",lincag(z,1)*3-2
            kf(lincag(z,1)*3-2,t)=kf(lincag(z,1)*3-2,t)+vetor_q(z,t)
        end do
end do

!Etapa que grava a força do vento para cada nó no arquivo 'forcavento_noXX'.
do t=1,time_step
```

```
    write(1598903,*)kf(10*3-2,t)
    write(1598904,*)kf(13*3-2,t)
    write(1598905,*)kf(16*3-2,t)
    write(1598906,*)kf(19*3-2,t)
    write(1598907,*)kf(22*3-2,t)
    write(1598908,*)kf(25*3-2,t)
    write(1598909,*)kf(28*3-2,t)
    write(1598910,*)kf(31*3-2,t)
    write(1598911,*)kf(34*3-2,t)
    write(1598912,*)kf(37*3-2,t)
    write(1598913,*)kf(40*3-2,t)
    write(1598914,*)kf(43*3-2,t)
    write(1598915,*)kf(46*3-2,t)
    write(1598916,*)kf(49*3-2,t)
    write(1598917,*)kf(52*3-2,t)
    write(1598918,*)kf(55*3-2,t)
    write(1598919,*)kf(58*3-2,t)
    write(1598920,*)kf(61*3-2,t)
    write(1598921,*)kf(64*3-2,t)
    write(1598922,*)kf(67*3-2,t)
    write(1598923,*)kf(70*3-2,t)
    write(1598924,*)kf(73*3-2,t)
    write(1598925,*)kf(76*3-2,t)
    write(1598926,*)kf(79*3-2,t)
    write(1598927,*)kf(82*3-2,t)
    write(1598928,*)kf(85*3-2,t)
    write(1598929,*)kf(88*3-2,t)
    write(1598930,*)kf(91*3-2,t)
end do

end subroutine
```