

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO PARANÁ

JULIO CÉZAR DE ALMEIDA

**ESTUDO NUMÉRICO E EXPERIMENTAL DE ESCOAMENTOS
TRANSITÓRIOS EM REDES DE DISTRIBUIÇÃO DE GÁS NATURAL**

CURITIBA
Junho – 2013

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO PARANÁ

JULIO CÉZAR DE ALMEIDA

**ESTUDO NUMÉRICO E EXPERIMENTAL DE ESCOAMENTOS
TRANSITÓRIOS EM REDES DE DISTRIBUIÇÃO DE GÁS NATURAL**

Tese apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Doutor em Engenharia Mecânica, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Departamento de Ciências Exatas e de Tecnologia, Pontifícia Universidade Católica do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Renato Barbieri

Co-Orientador: Prof. Dr. José Antonio Andrés Velásquez Alegre

CURITIBA
Junho – 2013

Dados da Catalogação na Publicação
Pontifícia Universidade Católica do Paraná
Sistema Integrado de Bibliotecas – SIBI/PUCPR
Biblioteca Central

A447e
2013 Almeida, Julio César
Estudo numérico e experimental de escoamentos transitórios em redes de distribuição de gás natural / Julio César de Almeida ; orientador, Renato Barbieri ; co-orientador, José Antonio Andrés Velásquez Alegre. – 2013.

xxx, 226 f. : il. ; 30 cm

Tese (doutorado) – Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 2013
Bibliografia: f. 200-211

1. Engenharia mecânica. 2. Gás natural. 3. Gás – Distribuição.
4. Companhia Paranaense de Gás. I. Barbieri, Renato. II. Velásquez Alegre, José Antonio Andrés. III. Pontifícia Universidade Católica do Paraná. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção e Sistemas. IV. Título.

CDD 20. ed. – 620.1

TERMO DE APROVAÇÃO

Júlio César de Almeida

Estudo Numérico e Experimental de Escoamentos Transitórios em Redes de Distribuição de Gás Natural

Tese aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de doutor no Curso de Doutorado em Engenharia Mecânica, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, do Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia da Pontifícia Universidade Católica do Paraná, pela seguinte banca examinadora:



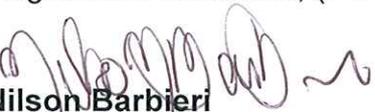
Prof. Dr. Gil Bazanini
Departamento de Engenharia Mecânica, (UDESC)



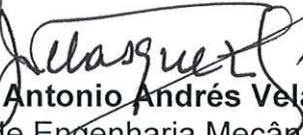
Prof. Dr. Claudio Roberto Ávila da Silva Júnior
Departamento de Engenharia Mecânica, (UTFPR)



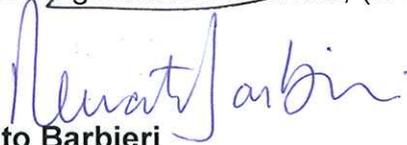
Prof. Dr. Roberto Dalledone Machado
Curso de Engenharia Mecânica, (PUCPR)



Prof. Dr. Nilson Barbieri
Curso de Engenharia Mecânica, (PUCPR)



Prof. Dr. José Antonio Andrés Velásquez Alegre
Departamento de Engenharia Mecânica, (UTFPR-Co-Orientador)



Presidente: **Prof. Dr. Renato Barbieri**
Curso de Engenharia Mecânica, (PUCPR-Orientador)

Curitiba, 21 de junho de 2013.

Dedico esse trabalho a Deus e aos meus pais, Clarito e Zenita (in memoriam), os quais sempre direta ou indiretamente contribuíram para que eu me tornasse uma pessoa com perseverança e vontade de vencer na vida.

Agradecimentos

A todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para o desenvolvimento e finalização deste trabalho.

Aos professores Dr. Renato Barbieri, Dr. Nilson Barbieri e em especial, ao professor Dr. Roberto Dalledone, do Programa de Pós-Graduação de Engenharia Mecânica da PUC-PR, pelos ensinamentos e discussões ocorridas ao longo das disciplinas cursadas.

A Companhia Paranaense de Gás – **COMPAGAS**, pelo suporte financeiro e pelo crédito profissional dado a minha pessoa, bem como, aos engenheiros da **COMPAGAS** - Guilherme Macieski, Luis Zanette, Fernando Birck e Cláudia Pallú, que em momentos específicos também contribuíram com o desenvolvimento do trabalho.

Ao LACTEC e em especial, aos Engenheiros Lauro Elias, Carlo Filippin e amigo Oswaldo Honorato que disponibilizaram o espaço físico e o apoio técnico para desenvolvimento da parte experimental do trabalho.

Ao professor e colega Dr. Christian Hermes do Curso de Engenharia Mecânica da UFPR, pelo companheirismo e apoio em momentos de incertezas e dúvidas sobre o andamento do trabalho.

Ao professor, amigo e co-orientador, Dr. José Antonio Velásquez, pela imensa contribuição e paciência no desenvolvimento do trabalho.

E a minha família em geral, que mesmo sem ter um acompanhamento mais próximo das dificuldades encontradas, sempre acreditou no sucesso de mais esse desafio da minha vida.

Resumo

Apresenta-se neste trabalho um modelo para a simulação numérica de escoamentos unidimensionais, compressíveis e transitórios em redes de distribuição de gás natural, baseado no Método das Características. Esse modelo foi desenvolvido para estudar a rede de distribuição da **COMPAGAS** - empresa distribuidora de gás natural no Estado do Paraná - Brasil, tendo por objetivo principal a validação da simulação de vazamentos localizados em tubulações mediante a análise da propagação dos pulsos de pressão presentes no escoamento. Os resultados da modelagem foram comparados com dados obtidos em uma rede experimental com 140 metros de comprimento, construída em tubulação de aço-carbono de duas polegadas de diâmetro. Para atender às condições de segurança e calibração dos instrumentos os experimentos foram inicialmente conduzidos utilizando-se ar comprimido, com a posterior utilização do gás natural. O estudo contemplou diversos casos de vazamento na rede experimental mediante a simulação de rupturas localizadas, tanto em situações quando o abastecimento da rede foi mantido como quando este foi interrompido. Os resultados apresentaram uma boa concordância com os valores experimentais, justificando e encorajando a utilização deste modelo para futuro monitoramento em campo.

Abstract

This work presents a model for the numerical simulation of one-dimensional, compressible and transient flows in natural gas distribution networks, based on the method of characteristics. This model was developed to study the distribution network of **COMPAGAS** which is the distributor of natural gas in the state of Parana in Brazil. The main objective was to validate the simulation of leaks located in pipes through the analysis of the propagation of the pressure pulses present in the flow. The modeling results were compared with data obtained in a 140 meter long experimental network built of carbon steel pipes two inches in diameter. In order to satisfy safety conditions and conditions for calibrating instruments, the experiments were first conducted using compressed air and then with natural gas. The study included various leakage scenarios in the experimental network by simulating localized ruptures, both for situations in which the supply of the network was maintained and for situations in which it was interrupted. The results showed good agreement with the experimental values, thus justifying and encouraging the use of this model for future monitoring in the field.

Sumário

Agradecimentos	v
Resumo	vi
Abstract	vii
Lista de figuras	xiii
Lista de tabelas	xix
Nomenclatura	xx

CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO

1.1	Generalidades	1
1.2	Objetivos e motivações do presente estudo	4
1.2.1	Motivação do presente estudo	5
1.3	Apresentação do trabalho	6

CAPÍTULO 2 – REVISÃO DA ANÁLISE DE FLUXOS TRANSIENTES E MÉTODOS PARA DETECÇÃO DE FALHAS EM TUBULAÇÕES

2.1	Introdução	8
2.2	Histórico do transporte dutoviário	9
2.3	Gasodutos no Brasil	12
2.4	Técnicas para avaliação do risco e detecção de falhas em tubulações	15
2.4.1	Técnicas baseadas em parâmetros não-hidráulicos	17
2.4.2	Técnicas baseadas em parâmetros hidráulicos	24
2.4.3	Técnicas complementares	27
2.4.4	Vazamentos em tubulações	27
2.5	Análises transientes	29
2.5.1	Modelos de análise para fluxos de gás	31
2.5.2	Método das características	33
2.5.3	Método das diferenças finitas e elementos finitos	35
2.6	Conclusões	36

CAPÍTULO 3 – PROPRIEDADES TERMODINÂMICAS DO GÁS NATURAL

3.1	Introdução	37
3.2	Entropia	38
3.3	Entalpia	39
3.4	Equações de <i>Gibbs</i>	41
3.5	Calores específicos a volume e a pressão constantes	42
3.6	Cálculo de duas variáveis e relações de <i>Maxwell</i>	44
3.7	Relações termodinâmicas complementares	46
3.8	O gás ideal	48
3.9	O gás real	49
3.10	Fator de compressibilidade e equações de estado	50
3.10.1	Fator de compressibilidade segundo a norma <i>AGA-8</i>	56
3.11	Caracterização do fator de compressibilidade do gás natural distribuído pela COMPAGAS	57
3.11.1	Análise comparativa das equações de estado	61
3.11.2	Modelo para o fator de compressibilidade da rede de distribuição da COMPAGAS	62
3.12	Velocidade do som	66
3.12.1	Velocidade do som para gases ideais	69
3.12.2	Velocidade do som para gases reais	70
3.13	Número de <i>Mach</i>	71
3.14	Taxa de fuga em redes de distribuição de gás natural	72
3.15	Conclusões	74

CAPÍTULO 4 – FORMULAÇÃO MATEMÁTICA PARA O ESCOAMENTO DO GÁS

4.1	Introdução	75
4.2	Volume de controle num trecho de tubulação	77
4.3	Conservação da massa	78
4.4	Conservação da quantidade de movimento	79
4.5	Conservação da energia	84
4.6	Equação da conservação da energia explicitada em termos da entropia	88

4.7	Equação de estado	89
4.8	Equações diferenciais em forma matricial	90
4.9	Conclusões	94

CAPÍTULO 5 – EQUAÇÕES DIFERENCIAIS PARCIAIS E O MÉTODO DAS CARACTERÍSTICAS

5.1	Introdução	95
5.2	Método das características	96
5.3	Classificação das equações diferenciais associadas a fluxos compressíveis	100
5.4	Equações hiperbólicas	101
5.5	Aplicação do método das características a um problema genérico	102
5.6	Equações de compatibilidade e invariantes de <i>Riemann</i>	109
5.7	Aplicação do método das características para o problema proposto	114
5.7.1	Adimensionalização das equações	121
5.7.2	Equações de compatibilidade em termos das variáveis de <i>Riemann</i>	123
5.7.3	A variável nível de entropia	124
5.8	Transferência de calor às paredes do duto	126
5.9	O algoritmo de cálculo	128
5.9.1	A malha de cálculo	129
5.9.2	As condições de referência	130
5.9.3	O nível de entropia no final do passo de integração	131
5.9.4	As variáveis de <i>Riemann</i> no final do passo de integração	132
5.10	Conclusões	134

CAPÍTULO 6 – REDE DE ESCOAMENTO EXPERIMENTAL

6.1	Introdução	135
6.2	O aparato experimental	136
6.2.1	Tubulação	136
6.2.2	Sistema de controle de pressão	138
6.2.3	Transdutores de pressão	143
6.2.4	Sistema de aquisição de dados	145

6.2.5	Medidores de vazão	146
6.3	Calibração dos transdutores de pressão	149
6.4	Geração de transientes – Ensaios com ar comprimido	151
6.4.1	Ensaio 01 realizado com ar comprimido	153
6.4.2	Ensaio 02 realizado com ar comprimido	155
6.4.3	Ensaio 03 realizado com ar comprimido	157
6.4.4	Ensaio 04 realizado com ar comprimido	159
6.5	Geração de transientes – Ensaios com gás natural	160
6.5.1	Ensaio 01 realizado com gás natural	161
6.5.2	Ensaio 02 realizado com gás natural	163
6.5.3	Ensaio 03 realizado com gás natural	164
6.5.4	Ensaio 04 realizado com gás natural	165
6.6	Conclusões	166

CAPÍTULO 7 – RESULTADOS NUMÉRICOS

7.1	Introdução	168
7.2	As condições de contorno	169
7.2.1	Escoamento de gás através de válvula de bloqueio	170
7.2.2	Escoamento através de extremidade livre	174
7.2.3	Escoamento através de derivação tipo tê (T)	174
7.2.4	Escoamento através de placa de orifício	182
7.2.5	Extremo de duto fechado	188
7.3	Resultados	188
7.3.1	Comparação dos resultados numéricos e experimentais dos ensaios realizados com ar comprimido	191
7.3.2	Comparação dos resultados numéricos e experimentais dos ensaios realizados com gás natural	193
7.4	Conclusões	195

CAPÍTULO 8 – CONCLUSÕES E SUGESTÕES

8.1	Sugestões para trabalhos futuros	199
-----	----------------------------------	-----

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	200
-----------------------------------	-----

APÊNDICE A – PARÂMETROS DE FLUXO

A.1	Introdução	212
A.2	Número de <i>Reynolds</i>	212
A.3	A experiência de <i>Nikurase</i>	214
A.4	Regimes de escoamento nas redes de distribuição da COMPAGAS	215
A.5	Escoamentos turbulentos e coeficientes de atrito	216
A.6	Número de <i>Reynolds</i> crítico	218
A.7	Velocidades de fluxo	220
A.8	Viscosidade dinâmica do gás natural	221

APÊNDICE B – DESENHOS DA REDE EXPERIMENTAL

B.1	Introdução	223
B.2	Rede experimental com ar comprimido	224
B.3	Vaso de pressão	225
B.4	Rede experimental com gás natural	226

Lista de figuras

CAPÍTULO 1

- Figura 1.1 Trecho de tubulação de gás natural rompida devido à falha localizada seguido de explosão. 3

CAPÍTULO 2

- Figura 2.1 Esquema simplificado de uma Unidade de Processamento de Gás Natural – *UPGN*. 12
- Figura 2.2 Exemplo de tubulação de transporte de gás natural. 13
- Figura 2.3 Exemplo de estação de recompressão de gás natural. 13
- Figura 2.4 Localização esquemática das distribuidoras de gás natural do Brasil. 14
- Figura 2.5 Número anual de incidentes numa extensão de 140km de gasodutos da Europa. 15
- Figura 2.6 Causas de ocorrências de vazamentos em oleodutos. 16
- Figura 2.7 Exemplos de hastes de escuta eletrônicas. 17
- Figura 2.8 Exemplo de cabo sensor de temperatura e sua respectiva instalação sobre a tubulação. 19
- Figura 2.9 Exemplo ilustrativo da instalação de detectores de ruído em uma tubulação. 21
- Figura 2.10 Sonda para ensaio de tubos por fuga de fluxos magnéticos. 21
- Figura 2.11 Radar de penetração no solo – *GPR*. 22
- Figura 2.12 Inspeção por ultrassom automatizado. 23
- Figura 2.13 Exemplo de “pig” instrumentado. 24
- Figura 2.14 Alguns dos principais métodos de detecção de vazamentos em dutos. 28

CAPÍTULO 3

Figura 3.1	Fator de compressibilidade para o metano.	51
Figura 3.2	Pressão de vapor do metano e do propano – <i>Gas Processors Suppliers Association</i> .	52
Figura 3.3	Pressão de vapor do metano e do propano em coordenadas reduzidas – <i>Gas Processors Suppliers Association</i> .	53
Figura 3.4	Estação de medição e redução de pressão – COMPAGAS .	58
Figura 3.5	Eletrocorretor padrão – COMPAGAS .	59
Figura 3.6	Fator de compressibilidade fornecido pelo eletrocorretor como função da temperatura reduzida.	60
Figura 3.7	Fator de compressibilidade fornecido pelo eletrocorretor como função da pressão reduzida.	60
Figura 3.8	Variação do erro médio $\bar{\epsilon}$ em função da pressão reduzida.	61
Figura 3.9	O modelo proposto para a rede de distribuição da COMPAGAS .	63
Figura 3.10	Curvas correspondentes aos desvios padrão $(+3\hat{\sigma})$ e $(-3\hat{\sigma})$ em relação ao modelo proposto.	64
Figura 3.11	Erro médio do modelo proposto.	65
Figura 3.12	Sistema ilustrativo da velocidade do som num trecho reto de tubulação identificando as regiões – perturbada e não perturbada – pela frente de onda.	67
Figura 3.13	Sistema ilustrativo do ponto de fuga num trecho retilíneo e genérico de tubulação.	73

CAPÍTULO 4

Figura 4.1	Volume de controle com área variável num trecho reto de tubulação.	78
Figura 4.2	Forças que atuam sobre a superfície de controle.	80

CAPÍTULO 5

Figura 5.1	Representação esquemática de uma curva característica.	97
Figura 5.2	Propagação esquemática de uma onda senoidal.	103

Figura 5.3	Linhas características da equação unidimensional da onda.	108
Figura 5.4	Representação esquemática das equações de compatibilidade.	112
Figura 5.5	Representação esquemática da malha de cálculo.	129
Figura 5.6	Representação esquemática da intersecção de linhas de trajetória.	132
Figura 5.7	Identificação esquemática do ponto genérico P .	133
Figura 5.8	Identificação esquemática do domínio de localização do ponto P .	134

CAPÍTULO 6

Figura 6.1	Detalhe de válvula de bloqueio ao longo do trecho de tubulação.	137
Figura 6.2	Trecho da tubulação aérea.	137
Figura 6.3	Transição entre os trechos de tubulação aéreo e enterrado.	138
Figura 6.4	Detalhe do vaso de pressão (tanque de acumulação) utilizado nos testes realizados com ar comprimido.	139
Figura 6.5	Vista frontal do sistema de redução e regulação de pressão, com identificação dos principais componentes.	140
Figura 6.6	Detalhe do sistema de redução e regulação de pressão utilizado nos testes com ar comprimido.	140
Figura 6.7	Estação de medição da COMPAGAS .	142
Figura 6.8	Isométrico do ramal experimental com indicação do posicionamento dos transdutores de pressão.	143
Figura 6.9	Detalhe da instalação do sensor de pressão junto a uma das válvulas de bloqueio do ramal experimental.	144
Figura 6.10	Comparação entre o sinal original e o sinal filtrado do transdutor de pressão durante a realização de determinado ensaio.	146
Figura 6.11	Detalhe da instalação do medidor de vazão tipo <i>Coriollis</i> para realização dos testes com ar comprimido.	147
Figura 6.12	Visor do medidor de vazão tipo <i>Coriollis</i> , identificando uma vazão mássica correspondente de 10,57 kg/h.	148
Figura 6.13	Visor do medidor de vazão tipo <i>Coriollis</i> , identificando uma temperatura correspondente de 20,6°C.	148
Figura 6.14	Detalhe da instalação do medidor de vazão tipo rotativo para realização dos testes com gás natural.	149

Figura 6.15	Detalhe do dispositivo utilizado para aferição dos transdutores de pressão.	150
Figura 6.16	Exemplo de curva de calibração obtida para um dos transdutores utilizados no aparato experimental.	151
Figura 6.17	Isométrico do sistema de regulagem de pressão e do vaso de acumulação utilizados nos testes com ar comprimido.	152
Figura 6.18	Esquemático do ensaio 01 e da posição dos sensores de pressão.	154
Figura 6.19	Resultados do ensaio 01 realizado com ar comprimido.	154
Figura 6.20	Resultados da variação de vazão no sistema durante o ensaio 01, quando da simulação de vazamento localizado com ar comprimido.	155
Figura 6.21	Esquemático do ensaio 02 e da posição dos sensores de pressão.	156
Figura 6.22	Resultados do ensaio 02 realizado com ar comprimido.	156
Figura 6.23	Resultados da variação de vazão no sistema durante o ensaio 02, quando da simulação de vazamento localizado com ar comprimido.	157
Figura 6.24	Esquemático do ensaio 03 e da posição dos sensores de pressão.	158
Figura 6.25	Resultados do ensaio 03 realizado com ar comprimido.	158
Figura 6.26	Resultados do ensaio 04 (esvaziamento da rede) realizado com ar comprimido.	159
Figura 6.27	Detalhe da alimentação do ramal experimental a partir do ramal externo de gás natural, indicando a “figura oito” instalada.	161
Figura 6.28	Resultados do ensaio 01 realizado com gás natural.	162
Figura 6.29	Resultados da variação de vazão no sistema durante o ensaio 01, quando da simulação de vazamento localizado com gás natural.	162
Figura 6.30	Resultados do ensaio 02 realizado com gás natural.	163
Figura 6.31	Resultados da variação de vazão no sistema durante o ensaio 02, quando da simulação de vazamento localizado com gás natural.	164
Figura 6.32	Resultados do ensaio 03 realizado com gás natural.	165
Figura 6.33	Resultados do ensaio 04 (esvaziamento da rede) realizado com gás natural.	166

CAPÍTULO 7

Figura 7.1	Representação esquemática das condições de contorno consideradas.	170
Figura 7.2	Representação esquemática de escoamento através de válvula.	171
Figura 7.3	Representação esquemática de escoamento através de derivação tipo tê.	175
Figura 7.4	Representação esquemática da variação de λ_{IN} .	179
Figura 7.5	Representação esquemática de placa de orifício.	182
Figura 7.6	Pressão do fluido (ar comprimido) durante o esvaziamento da linha.	189
Figura 7.7	Velocidade do fluido (ar comprimido) durante o esvaziamento da linha.	190
Figura 7.8	Temperatura do fluido (ar comprimido) durante o esvaziamento da linha.	190
Figura 7.9	Comparação numérica e experimental da pressão do fluido durante o ensaio 01 realizado com ar comprimido.	191
Figura 7.10	Comparação numérica e experimental da pressão do fluido durante o ensaio 02 realizado com ar comprimido.	192
Figura 7.11	Comparação numérica e experimental da pressão do fluido durante o esvaziamento da linha, realizado com ar comprimido.	192
Figura 7.12	Comparação numérica e experimental da pressão do fluido durante o ensaio 01 realizado com gás natural.	193
Figura 7.13	Comparação numérica e experimental da pressão do fluido durante o ensaio 02 realizado com gás natural.	194
Figura 7.14	Comparação numérica e experimental da pressão do fluido durante o ensaio 03 realizado com gás natural	194
Figura 7.15	Comparação numérica e experimental da pressão do fluido durante o ensaio 04 (esvaziamento) realizado com gás natural.	195

APÊNDICE A

Figura A.1	Dispositivo similar ao adotado por <i>Reynolds</i> em sua experiência.	213
------------	--	-----

Figura A.2	Passagem dos fluxos laminar para turbulento com a respectiva abertura da válvula.	213
Figura A.3	Resultados experimentais obtidos por <i>Nikurase</i> .	215
Figura A.4	Transição de regimes em escoamentos turbulentos.	218
Figura A.5	Distribuição de velocidades entre placas paralelas.	221

Lista de tabelas

CAPÍTULO 2

Tabela 2.1	Países x Malhas dutoviárias.	11
Tabela 2.2	Comparação entre alguns dos principais métodos de detecção de vazamentos em tubulações.	29

CAPÍTULO 3

Tabela 3.1	Relações termodinâmicas para um gás ideal.	49
Tabela 3.2	Modelos propostos para o cálculo do fator de compressibilidade (Z).	55
Tabela 3.3	Composição química média e demais propriedades do gás natural distribuído pela COMPAGAS .	57
Tabela 3.4	Valores médios e desvios padrão do fator de compressibilidade para as faixas de pressão consideradas.	63
Tabela 3.5	Relações termodinâmicas para um gás real.	66

CAPÍTULO 6

Tabela 6.1	Especificação técnica do tanque utilizado nas simulações com ar comprimido.	139
Tabela 6.2	Lista de equipamentos pertencentes ao sistema de redução e regulação de pressão.	141

APÊNDICE A

Tabela A.1	Números de <i>Reynolds</i> correspondentes a determinadas situações operacionais da COMPAGAS .	216
Tabela A.2	Números de <i>Reynolds</i> críticos correspondentes a alguns diâmetros adotados para as redes de distribuição da COMPAGAS .	219

Nomenclatura

Letras Gregas

α	- ângulo de inclinação das paredes do duto
α_a	- parâmetro das equações de estado
β	- variável de <i>Riemann</i>
β_1, β_2, \dots	- coeficientes de uma função genérica
β_a	- parâmetro das equações de estado
γ	- parâmetro das equações de estado
δ	- diferencial inexato
ε	- rugosidade absoluta
$\bar{\varepsilon}$	- erro médio
ζ_a	- parâmetro das equações de estado <i>PTV</i> e <i>SOC</i>
ζ_b	- parâmetro das equações de estado <i>PTV</i> e <i>SOC</i>
ζ_c	- parâmetro das equações de estado <i>PTV</i> e <i>SOC</i>
ζ_d	- parâmetro da equação de estado <i>SOC</i>
ζ_e	- parâmetro da equação de estado <i>SOC</i>
ζ_f	- parâmetro da equação de estado <i>SOC</i>
ζ_g	- parâmetro da equação de estado <i>SOC</i>
λ	- autovalores da matriz dos coeficientes
$\lambda_{IN,C}$	- variável de <i>Riemann</i> considerando a entrada de massa no duto
$\lambda_{IN,N}$	- variável de <i>Riemann</i> sem considerar a entrada de massa no duto
λ	- variável de <i>Riemann</i>
Λ	- domínio (x, t)

μ	- viscosidade dinâmica ou absoluta
ρ	- massa específica
ρ_n	- massa específica nas condições de referência
ρ_∞	- massa específica do fluido numa região estável
$\hat{\sigma}$	- desvio padrão de uma amostra
τ_W	- tensão de cisalhamento
ν	- volume específico
ν_c	- volume específico crítico
ν_R	- volume específico reduzido
ϕ	- função genérica
Φ	- relação entre áreas distintas
Ψ	- relação entre áreas distintas
ω	- fator acêntrico
ω_i	- fator acêntrico de cada componente da mistura

Letras Latinas

$a_1, a_2, ..$	- coeficientes de uma equação genérica
a'	- potencial de <i>Helmholtz</i>
A	- área da secção transversal
A_0	- área do orifício
A_W	- área lateral do duto
b	- coeficiente de uma equação genérica
$b_1, b_2, ..$	- coeficientes de uma equação genérica
b_n	- coeficiente da equação de estado AGA-8
B^*	- matriz dos coeficientes
c	- velocidade do som
c	- velocidade do som na forma adimensional
c_A	- variável nível de entropia
c_A	- variável nível de entropia na forma adimensional
c_n	- coeficiente da equação de estado AGA-8
c_∞	- velocidade do som numa região estável
$c_1, c_2, ..$	- coeficientes de uma equação genérica
c_p	- calor específico à pressão constante
c_V	- calor específico à volume constante
c_{ref}	- velocidade do som de referência
$C_1, C_2, ..$	- hidrocarbonetos (metano, etano,)
d	- densidade do gás
$d_1, d_2, ..$	- coeficientes de uma equação genérica
D	- diâmetro interno do duto
D_{eq}	- diâmetro equivalente do duto

e	- entrada no volume de controle
E	- energia
ext	- externamente
exp	- função exponencial
f	- função contínua
f_D	- coeficiente de atrito de <i>Darcy</i>
f_{Fan}	- coeficiente de atrito de <i>Fanning</i>
f_1, f_2, \dots	- funções arbitrárias
f^*	- vetor força
F	- força
F_a	- força de atrito de <i>Darcy</i>
\mathcal{F}_a	- força de atrito de <i>Darcy</i> na forma adimensional
F_x	- forças atuantes na direção " x "
g	- função contínua ou (área) da garganta
g'	- potencial de <i>Gibbs</i>
g_1, g_2, \dots	- funções arbitrárias
g_o	- aceleração da gravidade
h	- entalpia específica por unidade de massa
h_{gas}	- coeficiente de película
h_{total}	- entalpia específica total
H	- entalpia
i	- nº de itens da amostra ou componente genérico " z "
I	- matriz identidade
k	- razão de calores específicos ou expoente de <i>Poisson</i>
k_n	- coeficiente da equação de estado AGA-8

k_t	- condutividade térmica
K	- curva genérica pertencente ao domínio (x, t)
L	- comprimento da tubulação
\ln	- função logaritmo neperiano
\log	- função logaritmo
m	- massa da substância
m'	- parâmetro das equações de estado
\dot{m}	- vazão mássica ou fluxo de massa
M	- massa molar do gás
M_{ar}	- massa molar do ar
M'	- número de <i>Mach</i>
mA	- mili-ampere
n	- número de itens da amostra ou número de nós da malha
N	- número de variáveis independentes
Nu	- número de <i>Nusselt</i>
o	- saída do volume de controle
p	- pressão
\mathcal{P}	- pressão na forma adimensional
p_{atm}	- pressão atmosférica
p_c	- pressão crítica
p_n	- pressão nas condições de referência
p_{pc}	- pressão pseudocrítica
p_{pci}	- pressão pseudocrítica de cada componente da mistura
p_R	- pressão reduzida

p_{∞}	- pressão do fluido numa região estável
p_{ref}	- pressão de referência
Pr	- número de <i>Prandtl</i>
q	- variável de uma função genérica
\dot{q}	- taxa de transferência de calor por unidade de massa
\dot{q}	- taxa de transferência de calor por unidade de massa na forma adimensional
q''	- taxa de transferência de calor por unidade de área
Q	- calor gerado ou transferido
\dot{Q}	- taxa de calor gerado ou transferido
Q_n	- vazão volumétrica nas condições de referência
Q_V	- vazão volumétrica
r	- variável de uma função genérica
R	- constante do gás
R^+, R^-	- invariantes de <i>Riemann</i>
Re	- número de <i>Reynolds</i>
Re_{crit}	- número de <i>Reynolds</i> crítico
R_0	- constante universal dos gases
s	- entropia por unidade de massa
s	- entropia por unidade de massa na forma adimensional
S_{GER}	- entropia gerada durante o processo
S_{ref}	- entropia de referência
S	- entropia
$S_1, S_2, ..$	- sensores de pressão instalados ao longo da rede experimental

t	- tempo
\mathfrak{t}	- tempo na forma adimensional
T	- temperatura absoluta
T_c	- temperatura crítica
T_n	- temperatura nas condições de referência
T_R	- temperatura reduzida
T_w	- temperatura de parede
T_{pc}	- temperatura pseudocrítica
T_{pci}	- temperatura pseudocrítica de cada componente da mistura
u	- energia interna específica por unidade de massa
u_n	- coeficiente da equação de estado AGA-8
U	- energia interna
U^*	- vetor
v	- velocidade
v_{ref}	- velocidade de referência
\mathfrak{v}	- velocidade na forma adimensional
V	- volume
x	- coordenada medida ao longo do eixo do duto
\mathfrak{x}	- coordenada adimensional medida ao longo do eixo do duto
X	- fator empírico da equação da viscosidade dinâmica
x_0	- coordenada inicial
$x_1, x_2, ..$	- coeficientes de uma equação
x_{ref}	- coordenada de referência

y	- propriedade termodinâmica genérica e independente
Y	- fator empírico da equação da viscosidade dinâmica
y_i	- fração molar do componente "i"
w	- propriedade termodinâmica genérica e independente
W	- trabalho realizado
\dot{W}	- taxa de produção de calor
z	- propriedade termodinâmica genérica e independente
z_h	- cota entre dois níveis
Z	- fator de compressibilidade
\bar{Z}	- fator de compressibilidade médio
Z_c	- fator de compressibilidade crítico
Z_i	- fator de compressibilidade calculado
Z_{ci}	- fator de compressibilidade crítico de cada componente da mistura
Z_{AGA}	- fator de compressibilidade do eletrocorretor

Abreviaturas

AGA	- <i>American Gas Association</i>
API	- <i>American Petroleum Institute</i>
BSP	- <i>British Standard Pipe</i>
CFL	- condição <i>Courant-Friedrichs-Lewy</i>
City-Gate	- estação para fornecimento de gás natural
CNGA	- <i>Canadian Natural Gas Association</i>
COMPAGAS	- Companhia Paranaense de Gás
CONCAWE	- <i>conservation of clean air and water in Europe</i>
CPR	- <i>critical pressure ratio</i>
EDP	- equação diferencial parcial
EMRP	- estação de medição e redução de pressão
ERP	- estação redutora de pressão
FO	- frente de onda
FE	- <i>flow element</i>
GASBOL	- gasoduto Bolívia-Brasil
GASEB	- gasoduto Sergipe/Bahia
GASNET	- o site do gás natural
GER	- gerado
GLP	- gás liquefeito de petróleo
GNV	- gás natural veicular
GPR	- radar de penetração no solo
GPS	- <i>Global Positioning System</i>
IG	- gás ideal (<i>ideal gás</i>)
IRREV	- irreversível

PEAD	- polietileno de alta densidade
PE-80	- especificação do polietileno para pressões limites de 4bar
PE-100	- especificação do polietileno para pressões limites de 7bar
PR	- <i>Peng-Robinson</i>
PTV	- <i>Patel-Teja-Valderrama</i>
PUC-PR	- Pontifícia Universidade Católica do Paraná
LABVIEW	- <i>laboratory virtual instrument engineering workbench</i>
LACTEC	- Instituto de tecnologia para o desenvolvimento
LGN	- líquido de gás natural
MATLAB	- <i>matrix laboratory</i>
MMBTU	- milhões de BTU
NI	- <i>National Instruments</i>
NPT	- <i>National Pipe Thread</i>
OD	- diâmetro nominal de tubos em PEAD
OLAPA	- poliduto Araucária/Paranaguá
OPASA	- oleoduto Paulínia/Barueri
ORBEL	- oleoduto Rio/Belo Horizonte
OSPLAN	- oleoduto São Sebastião/Paulínia
REV	- reversível
SIMULINK	- <i>simulation and model-based design</i>
SOC	- <i>Shell Oil Company</i>
SRW	- <i>Soave-Redlich-Kwong</i>
TBG	- Transportadora Brasileira Gasoduto Bolívia-Brasil S.A.
UFPR	- Universidade Federal do Paraná
UPGN	- unidade de processamento de gás natural

VB - válvula de bloqueio

VC - volume de controle

VdW - *Van-der-Waals*

1

Introdução

1.1 – Generalidades

A demanda mundial de energia primária está em contínuo crescimento. Os recursos energéticos disponíveis podem ser classificados em duas categorias, combustíveis fósseis e energia geofísica. Os combustíveis fósseis, como petróleo, gás natural e carvão, por exemplo, fornecem atualmente cerca de 90% da energia primária consumida no planeta (Chapoy, 2004). Em 2012, segundo o *BP Statistical Review of World Energy*, as reservas mundiais de gás natural foram estimadas em 208,4 trilhões de metros cúbicos, o que corresponde a cerca de 195 milhões de toneladas de petróleo equivalente (ou ainda, a um consumo médio diário da ordem de 8,83 bilhões de metros cúbicos). Tal situação justifica a expectativa de que o gás natural venha a ganhar um espaço ainda maior em relação aos recursos energéticos disponíveis no mundo. Tradicionalmente, a produção de gás natural é tratada como fonte de energia secundária quando comparada com o petróleo, apesar do constante crescimento no consumo do gás impulsionado por fatores econômicos, ecológicos e tecnológicos, associados a uma demanda global de energia crescente.

Trata-se de um recurso abundante, ambientalmente mais limpo que o petróleo e o carvão, com avanços tecnológicos no processamento, produção e transporte.

O gás natural ocorre em formações rochosas abaixo da superfície, em associação com o petróleo (gás associado) ou de forma independente (gás não associado). Estima-se que 60% das reservas mundiais de gás natural sejam do tipo não associado. Seu constituinte principal é o metano, havendo complementos de outros hidrocarbonetos mais pesados como etano, propano e butano, como também pequenos percentuais de outros constituintes como o nitrogênio e o dióxido de carbono.

O aumento da demanda por energia resultou também num incremento significativo quanto à utilização de tubulações pressurizadas, mais amplamente adotados para transporte de petróleo e gás em todo o mundo. Somente nos EUA, quase 40% da sua energia é fornecida por esse meio, enquanto que em alguns outros países tal percentual chega próximo dos 100% (Denton, 2009). São centenas de quilômetros de extensão transportando milhões de toneladas de combustível a elevadas pressões, fato esse que pode se tornar catastrófico em casos de acidentes ou rupturas acidentais (Mahgerefteh et al., 2008).

Especificamente para o caso de vazamentos oriundos de rupturas localizadas, os quais podem ser ocasionados por variações bruscas na pressão, ações corrosivas, manutenções inadequadas, ações localizadas de terceiros ou ainda devido a problemas de instabilidade de terrenos, pode-se garantir que pequenos percentuais de perda podem vir a ocasionar significantes impactos econômicos, danos ao meio ambiente, vítimas humanas e até mesmo problemas de imagem da instituição envolvida, até que o respectivo vazamento seja detectado e reparado (Santos, F.O., 2010). Nos EUA, conforme o *Office of Pipeline Safety* – 2009, incidentes envolvendo dutos de transporte de gás natural resultaram em 24 mortes e danos da ordem de U\$ 972.000.000,00, no período compreendido entre janeiro de 2000 e dezembro de 2008 (Denton, 2009). No Brasil, em 1984, um vazamento de gás em Cubatão provocou explosões e incêndios que ocasionaram a morte de 150 pessoas (Macias, 2004). Mais recentemente, no ano de 2008, o incidente envolvendo o gasoduto Bolívia-Brasil no município de Gaspar - Santa Catarina, decorrente das fortes chuvas e inundações ocorridas na região, ocasionou o rompimento do duto com uma explosão localizada e o correspondente corte de fornecimento do combustível por alguns dias. A rápida atuação da Defesa Civil

associada à localização geográfica do trecho rompido, nessa circunstância, possibilitou que não ocorressem vítimas. A figura 1.1 ilustra o exemplo de um trecho de tubulação de gás natural que sofreu um vazamento localizado seguido de explosão.



Figura 1.1 – Trecho de tubulação de gás natural rompida devido à falha localizada seguido de explosão, (www.events.nace.org).

Considerando-se que uma condição de falha numa tubulação pressurizada possa vir a tornar-se bastante crítica, propostas como a deste trabalho que contemplem um modelo numérico associado a uma caracterização do fluido envolvido e ainda, a um monitoramento futuro, podem ser classificadas como fundamentais para o desenvolvimento de estudos mais aprofundados nessa linha de pesquisa. Essa proposta de modelo necessita, porém, de avaliações mais criteriosas visto envolverem ondas de expansão e sua correspondente propagação ao longo do fluido, como função do tempo e das distâncias envolvidas, contemplando ainda parâmetros correspondentes a transferência de calor e massa, fricção, fluxos instáveis e suas correlações termodinâmicas, entre outros. Para finalizar, deve-se apresentar uma técnica numérica associada a um algoritmo de

solução computacionalmente eficiente e que apresente uma razoável convergência. Nesse contexto, o presente trabalho adota uma das técnicas mais indicadas para resolução de problemas transientes em tubulações pressurizadas, o Método das Características (Denton, 2009; Wood, 2011; Gjerde, 2011), visto que o mesmo apresenta uma simplicidade numérica vinculada a razoáveis tempos computacionais de solução.

1.2 – Objetivos e motivações do presente estudo

No presente estudo, os principais objetivos são:

- Desenvolver um modelo numérico que permita avaliar escoamentos unidimensionais, compressíveis e transitórios em redes de distribuição de gás natural.
- Construir uma rede experimental (modelo físico) que permita realizar medições localizadas com objetivo de comprovar e validar o modelo numérico.
- Garantir que a rede experimental possa operar com o fluido gás natural, objetivando-se avaliar parâmetros específicos do mesmo.
- Simular, no modelo físico, situações de vazamentos localizados mediante a abertura de válvulas de bloqueio alocadas em pontos específicos da rede experimental.
- Reproduzir no modelo numérico, os experimentos realizados através do modelo físico, com a proposta de comparação dos resultados obtidos.
- Demonstrar que o modelo numérico é uma ferramenta adequada para o monitoramento futuro de redes de distribuição de gás natural reais, no contexto da identificação de eventuais vazamentos.

Para alcançar esses objetivos, a abordagem foi o estudo de redes de distribuição de gás natural canalizado, partindo-se das equações convencionais de fluxo, ou mais precisamente as equações da continuidade, do *momentum*, da conservação da energia e uma equação de estado correspondente. O projeto foi desenvolvido visando simulações futuras junto às redes de distribuição da **COMPAGAS** (Companhia Paranaense de Gás) – empresa distribuidora de gás natural no Estado do Paraná.

Para a análise numérica foram desenvolvidos códigos computacionais em *Fortran* baseados no Método das Características para a resolução do sistema de equações proposto, enquanto que para as medições experimentais utilizou-se uma rede construída e instrumentada nas dependências do LACTEC (Instituto de tecnologia para o desenvolvimento) – em Curitiba-PR, contemplando uma extensão aproximada de 140m em tubulação de aço carbono duas polegadas, a partir da qual se simularam diversas situações hipotéticas de vazamentos localizados. Os testes realizados utilizaram ar comprimido como fluido de teste num primeiro momento e o próprio gás natural distribuído pela **COMPAGAS** nos testes subseqüentes.

1.2.1 Motivação do presente estudo

O Brasil apresenta uma extensa malha dutoviária englobando oleodutos, minerodutos¹ e polidutos, além de inúmeros novos estudos envolvendo gasodutos e alcoolodutos. Toda essa malha alimenta inúmeras cidades e consumidores finais, transportando produtos químicos altamente nocivos ao longo de distâncias relativamente elevadas. Na mesma proporção, crescem as malhas de distribuição regionais, caracterizando uma maior quantidade de dutos pressurizados e suscetíveis à condição de falhas e vazamentos. Associado a esses fatores, os custos decorrentes das situações de vazamentos tornam-se cada vez mais significativos, dada a abrangência que os mesmos podem atingir em termos ambientais, sociais, de marketing e econômicos.

Além de falhas mecânicas e operacionais, deve-se considerar também o elevado número de intervenções de terceiros que ocorrem ao longo de tubulações localizadas nas regiões com uma maior densidade populacional, ocasionando na grande maioria dos casos, acidentes de proporções não tão elevadas, mas que

¹ Tubulações que transportam minério e água, a partir de um sistema de bombeamento correspondente.

devem ser rapidamente detectados e solucionados em termos de reparos e manutenções.

1.3 – Apresentação do trabalho

Este trabalho é composto por 08 capítulos.

No capítulo 2 mostra-se uma pequena revisão do transporte dutoviário de fluidos, englobando o histórico desses componentes desde a antiguidade, bem como, o quantitativo de gasodutos e malhas de distribuição de gás natural existentes no Brasil. Faz-se também um levantamento dos métodos atuais disponíveis para a avaliação de riscos e detecção de falhas em dutos, finalizando com alguns comentários sobre os modelos numéricos disponíveis na literatura para análises transientes de fluxos em tubulações.

No capítulo 3, apresentam-se as principais propriedades termodinâmicas do gás natural, objetivando-se a efetivação dos cálculos termo-hidráulicos do escoamento de estudo. Uma avaliação sobre o tratamento do gás na condição de real ou ideal também é proposta neste mesmo capítulo.

No capítulo 4, apresenta-se a base teórica e a formulação para o modelo matemático adotado no trabalho, juntamente com as suas considerações e justificativas. O capítulo apresenta as equações básicas que regem o fluxo, englobando as equações de conservação da massa, do *momentum* e da conservação da energia, além de uma equação de estado correspondente.

Como o Método das Características corresponde à proposta de solução para o problema original do trabalho, faz-se, no capítulo 5, uma descrição detalhada sobre a sua formulação matemática e suas particularidades, enfocando evidentemente a sua aplicação mais direta em sistemas de fluxos transientes. Paralelamente, faz-se uma breve revisão sobre equações diferenciais parciais e a solução de problemas hiperbólicos, bem como, um descritivo acerca de detalhes específicos e gerais do algoritmo matemático implementado.

No capítulo 6 apresenta-se um descritivo do aparato experimental utilizado, com um detalhamento da rede construída, um descritivo dos sistemas de controle de pressão e aquisição de dados, os testes efetivados, seus respectivos ajustes e os resultados finais obtidos.

O capítulo 7 faz referência aos resultados numéricos alcançados, destacando-se também as condições de contorno utilizadas e as suas respectivas formulações matemáticas. Tais resultados demonstraram boa concordância com os valores experimentais levantados justificando-se assim a utilização do modelo proposto para futuro monitoramento em campo.

Para finalizar, no capítulo 8 apresentam-se as conclusões do trabalho, destacando-se os resultados obtidos em relação às propostas originais. Um conjunto de sugestões para trabalhos futuros também é apresentado permitindo que novos estudos possam vir a contribuir ainda mais com a linha de pesquisa proposta.

2

Revisão da análise de fluxos transientes e métodos para detecção de falhas em tubulações

2.1 – Introdução

O problema do efeito estufa¹ e a procura constante por combustíveis economicamente viáveis e que apresentem uma queima mais limpa em relação, principalmente ao carvão e ao petróleo, vêm tornando o uso do gás natural uma alternativa cada vez mais significativa em relação aos demais combustíveis disponíveis. Tecnologias emergentes envolvendo o gás natural como combustível automotivo, bem como, uma maior variedade de aplicações nos segmentos residenciais e comerciais tem ampliado cada vez mais a diversificação do uso desse combustível em diversos países do mundo (Scucuglia, 2006). Segundo Kim (2010), o gás natural é atualmente uma das fontes de energia mais utilizadas em todo o mundo, sendo o combustível que apresenta o maior crescimento em termos de aplicação devido as suas características de combustão limpa, baixos custos de produção e eficiência térmica.

¹ Parte da radiação infravermelha da superfície terrestre que é absorvida por gases presentes na atmosfera, caracterizando uma retenção de calor.

Associado a esse fato, segundo a Agência Internacional de Energia, a demanda global de energia deve aumentar em 60% até o ano de 2030, devido principalmente ao crescimento econômico e a expansão populacional dos países em desenvolvimento como China, Brasil e Índia. Tal situação acarretará, evidentemente, um aumento ainda mais significativo na utilização de tubulações pressurizadas para o transporte de petróleo e gás. Segundo Denton (2009), somente nos EUA, quase 40% da demanda de energia é contemplada através desse tipo de transporte, o qual chega a atingir centenas de quilômetros de extensão transmitindo toneladas de combustível em pressões que chegam à ordem dos 150bar (15 MPa).

Paralelamente a esse fato, pode-se afirmar que na maioria dos países que dispõem de sistemas de transporte de gás natural existem também os sistemas de distribuição correspondentes. Esses sistemas contemplam um elevado número de dutos interligados, operando numa vasta gama de pressões e sendo responsáveis pela distribuição desse fluido aos consumidores finais.

Com a utilização generalizada de dutos, a probabilidade de falhas aumenta e o número de vazamentos e acidentes é relatado com uma frequência cada vez maior. Especificamente para o caso de gasodutos e redes de distribuição de gás, tais falhas proporcionam um risco ainda maior visto que a mistura de gás com o ar em concentrações explosivas possibilita a incidência de incêndios, caracterizando situações operacionais extremamente críticas. Outro aspecto a ser considerado está associado ao fato que uma proporção considerável dessas redes encontram-se instaladas em zonas densamente povoadas (Kim, 2010).

Mostra-se neste capítulo um breve histórico do transporte dutoviário, os tipos de gasodutos existentes no Brasil, os métodos atuais disponíveis para a avaliação de risco e detecção de falhas em dutos e alguns modelos numéricos disponíveis na literatura para a análise transiente de fluxos em tubulações.

2.2 – Histórico do transporte dutoviário

As tubulações em geral fazem parte do meio de transporte de líquidos desde a antiguidade, com os chineses utilizando bambus, os astecas e egípcios utilizando materiais cerâmicos e os gregos utilizando tubos de chumbo (Andrino, 2007). Na indústria de óleo e gás, existem históricos da utilização de dutos a partir

da primeira metade do século XIX, onde cidades da Inglaterra e Estados Unidos utilizaram tubulações confeccionadas em madeira para o transporte de gás manufacturado produzido a partir do carvão. Esse gás tinha por objetivo a alimentação de sistemas de iluminação pública (Cardoso et al., 2009). Posteriormente, em 1865, no estado da Pensilvânia - EUA - ocorreu à construção do primeiro oleoduto com uma extensão aproximada de 8 km em tubulação de ferro fundido de duas polegadas (Andrino, 2007; Cardoso et al., 2009).

No ano de 1879, ocorreu a finalização do primeiro oleoduto de maior porte, contemplando uma rede de 109 milhas de extensão e diâmetro de seis polegadas, objetivando transportar óleo das montanhas *Allegheny* até *Williansport*, na Pensilvânia. Paralelamente, do outro lado do mundo, no início do século XX, o Azerbaijão tornava-se responsável por mais da metade da produção de petróleo do mundo, justificando assim a construção de um duto de 885 km de extensão em diâmetro de oito polegadas, visando transportar querosene de Baku até o Mar Negro (Cardoso et al., 2009).

Especificamente para o caso do Brasil, os registros apontam que a primeira linha de dutos surgiu na Bahia, no ano de 1942, ligando a refinaria experimental de Aratu ao Porto de Santa Luzia, transportando petróleo por uma extensão de 1 km com um diâmetro de duas polegadas (Andrino, 2007; Colombaroli, 2009). Posteriormente, vieram o oleoduto Candeias-Mataripe com extensão de 4 km e diâmetro de seis polegadas, no final dos anos quarenta e o oleoduto Rio/Belo Horizonte – *ORBEL* – com diâmetro de dezoito polegadas e extensão aproximada de 365 km, na década de 60.

Outras importantes obras de dutos tiveram destaque na década de 70, entre as quais se podem destacar o oleoduto São Sebastião/Paulínia – *OSPLAN*, o oleoduto Paulínia/Barueri – *OPASA*, o primeiro gasoduto interestadual ligando os estados do Sergipe e Bahia – *GASEB*, o poliduto Araucária/Paranaguá – *OLAPA* e o oleoduto Angra dos Reis/Duque de Caxias, entre outros. Na década de 80, devido à necessidade de aproveitamento do gás natural produzido, principalmente, no Espírito Santo e na Bacia de Campos, houve a construção de um grande número de gasodutos, sendo o mais representativo, o gasoduto Nordeste com uma extensão da ordem de 420 km e diâmetro de doze polegadas, interligando os estados da Paraíba e Pernambuco (Andrino, 2007).

Na atualidade, dentre os diversos gasodutos em operação no Brasil pode-se destacar o Gasoduto Bolívia-Brasil – *GASBOL* – contemplando uma extensão aproximada de 3150 km e diâmetros que variam entre trinta e duas e dezesseis polegadas, ligando as cidades de Santa Cruz de la Sierra na Bolívia à Canoas no Rio Grande do Sul, segundo dados da Transportadora Brasileira Gasoduto Bolívia-Brasil - *TBG* (2010).

Com esses dados, o Brasil dispõe de uma malha dutoviária da ordem de 7000 km de oleodutos e polidutos, 7000 km de gasodutos, 1500 km de minerodutos e 9500 km de dutos submarinos, com um cenário de expansões na ordem de 6000 km até o final de 2013, além de outros 2000 km de alcooldutos ainda em fase de estudos (Cardoso et al., 2009).

Mesmo com toda essa malha dutoviária disponível, em construção ou em fase de estudos, o Brasil ocupa apenas a 14ª posição mundial em termos de extensão em dutos disponíveis, demonstrando com isso a possibilidade de maiores investimentos em pesquisa, novos materiais e novas tecnologias para a área de tubulações. A tabela 2.1 ilustra a posição do Brasil em relação aos países que apresentam as maiores malhas dutoviárias do mundo.

Tabela 2.1 – Países x Malhas dutoviárias, (Cardoso et al., 2009).

Países	Posição	Malha dutoviária aproximada (km)
EUA	1ª	800.000
Rússia	2ª	246.120
Canadá	3ª	99.000
China	4ª	50.300
Ucrânia	5ª	42.700
México	6ª	40.130
Argentina	7ª	38.340
Alemanha	8ª	32.537
Austrália	9ª	31.519
Reino Unido	10ª	29.263
Índia	11ª	24.800
Cazaquistão	12ª	23.258
França	13ª	22.700
Brasil	14ª	22.295

2.3 – Gasodutos no Brasil

Segundo Macias (2004) e Sousa (2007), os gasodutos podem se enquadrar em três grandes grupos: transferência, transporte e distribuição. Os gasodutos de transferência servem para levar o gás das áreas de produção até as plantas de processamento, designadas por *UPGNs* – Unidades de Processamento de Gás Natural. Tais unidades têm por objetivo separar as frações mais pesadas (propano e mais pesados) existentes no gás, gerando um gás mais leve e seco com predominância de metano e etano. Nessa mesma separação surgem parcelas líquidas de gás, de onde se obtêm o gás liquefeito de petróleo – GLP (também conhecido como gás de cozinha) e a gasolina. A figura 2.1 ilustra um esquema simplificado de uma *UPGN*.

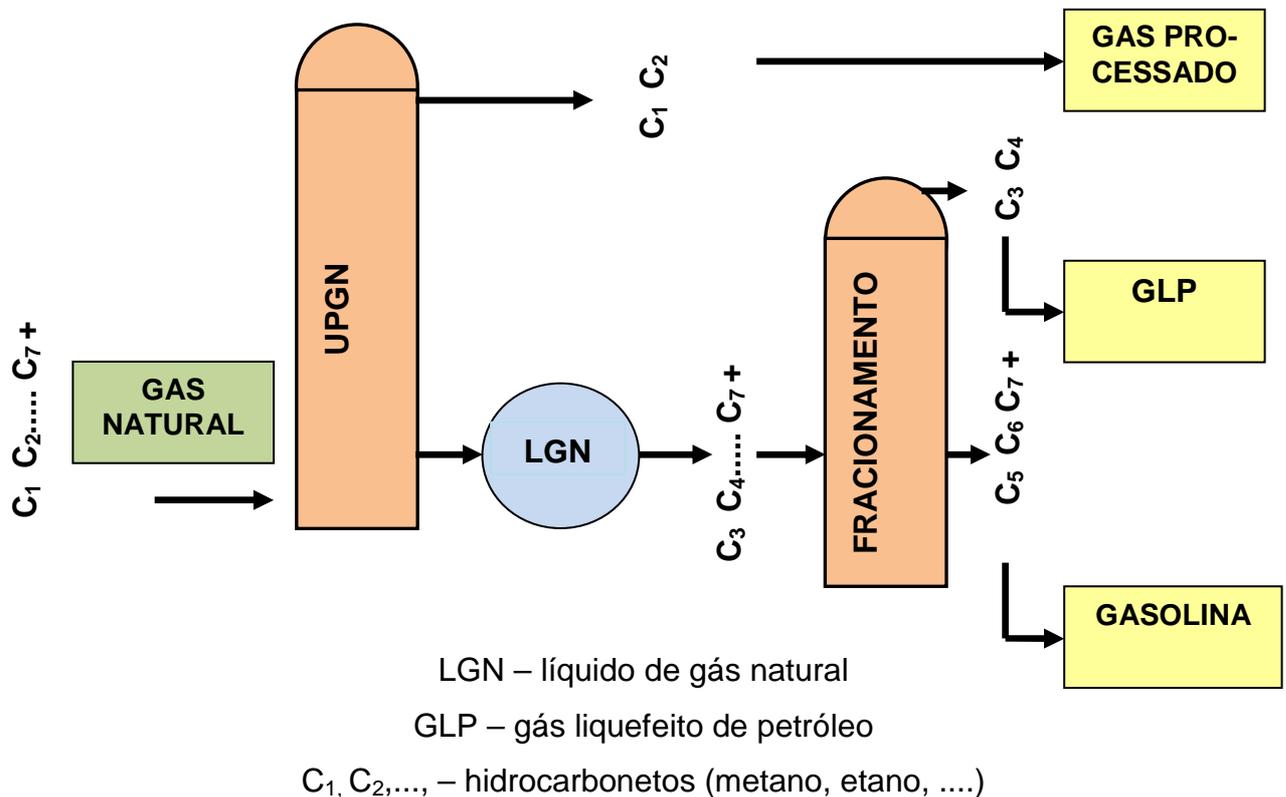


Figura 2.1— Esquema simplificado de uma Unidade de Processamento de Gás Natural — *UPGN*, (Almeida, 1999).

As tubulações de transporte correspondem a um dos principais desafios do gás natural, visto que normalmente as distâncias entre as regiões de produção e de consumo são relativamente elevadas e acidentadas, necessitando na maior parte das vezes, de estações de recompressão adequadamente posicionadas em relação ao traçado global, a partir das quais se torna possível à elevação

localizada da pressão, visando compensar os efeitos oriundos das perdas por atrito ao longo das paredes da tubulação. Os tipos mais comuns dessas estações de recompressão utilizam compressores alternativos impulsionados por motores de combustão a gás ou compressores centrífugos impulsionados por turbinas a gás. Como referência, segundo a *TBG* (2010), o *GASBOL* possui 7 (sete) estações de recompressão em funcionamento, somente no lado brasileiro. As figuras 2.2 e 2.3 ilustram exemplos de uma tubulação de transporte de gás natural (gasoduto) e de uma estação de recompressão, respectivamente.



Figura 2.2 - Exemplo de tubulação de transporte de gás natural, (REN, 2007).



Figura 2.3 - Exemplo de estação de recompressão de gás natural, (Valdes, 2011).

Partindo de estações específicas de fornecimento (designadas como *City-Gates*) ocorre à transição entre as redes de transmissão (gasodutos) e as malhas de distribuição de cada empresa distribuidora (concessionária). Tais redes operam, normalmente, em pressões de trabalho bastante inferiores aos gasodutos, contemplando pequenos volumes (em comparação aos volumes transportados pelos gasodutos) e permitindo que o gás correspondente chegue aos consumidores finais. Nessa situação, o gás fornecido deve atender a rígidos padrões de especificação, bem como, estar adequadamente odorizado. No Brasil, tem-se atualmente 27 (vinte e sete) distribuidoras de gás natural canalizado, as quais distribuem uma média de cinquenta e um milhões de metros cúbicos de gás por dia, segundo relatório da GASNET de maio de 2011. A figura 2.4 ilustra a localização esquemática dessas distribuidoras, atualmente em operação, no País.



Figura 2.4 – Localização esquemática das distribuidoras de gás natural do Brasil, (GASNET, 2011).

2.4 – Técnicas para avaliação do risco e detecção de falhas em tubulações

Apesar dos sistemas dutoviários serem simples de operar e manter, permitindo o escoamento de grandes volumes de fluido de forma contínua e segura, eventuais riscos não pode ser descartados (Azevedo, 2009), visto que a possibilidade de vazamentos de produtos tóxicos ou inflamáveis poderá vir a ocasionar sérios problemas ambientais, danos à saúde das pessoas e sérios problemas econômicos às instituições envolvidas. Acidentes, no Brasil e no mundo, tem ocorrido com certa freqüência, fazendo com que os países aumentem suas exigências ambientais referentes à operação e a conservação de dutos destinados, principalmente, ao transporte de hidrocarbonetos. A figura 2.5 ilustra uma tabulação do número de incidentes ocorridos contemplando uma extensão de 140km de gasodutos em operação na Europa, entre os anos de 1970 e 2010.

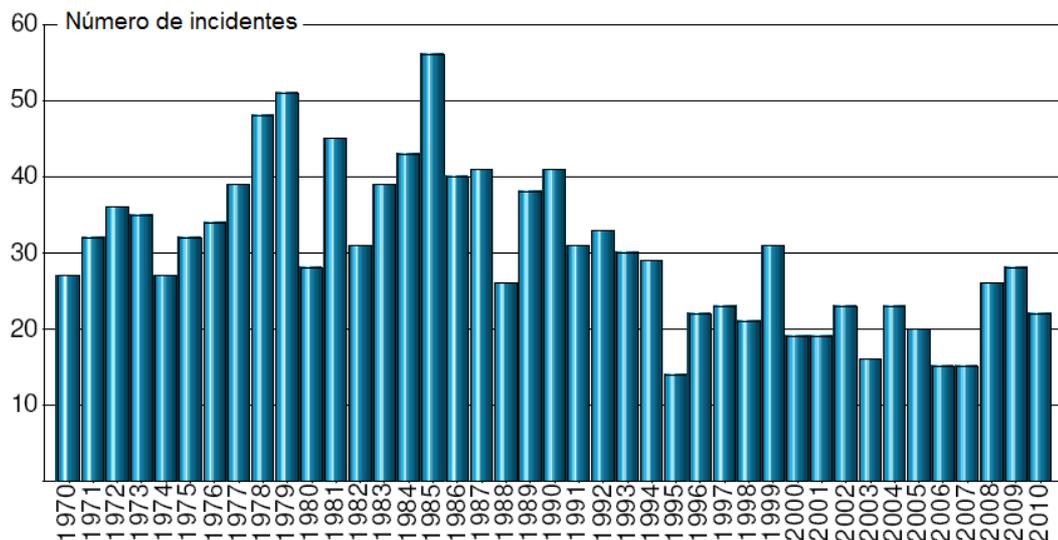


Figura 2.5 – Número anual de incidentes numa extensão de 140km de gasodutos da Europa, (EGIG, 2011).

Como referência, a quase totalidade dos acidentes envolvendo oleodutos está relacionada à ocorrência de vazamentos ou rompimentos em sua estrutura (Azevedo, 2009), conforme estudos publicados em 2002 pela *CONCAWE - conservation of clean air and water in Europe* - relatando a estatística de acidentes ocorridos na Europa Ocidental entre os anos de 1970 e 2000. Esse estudo agrupa

as principais causas dos acidentes ocorridos nesse período em cinco categorias distintas: a) falhas mecânicas associadas a problemas de material; b) falhas operacionais; c) falhas oriundas de desgaste, tais como corrosão e umidade; d) falhas oriundas de acidentes naturais, tais como erosão, abalos sísmicos e inundações; e e) falhas oriundas da intervenção de terceiros, tais como escavações, construções de estradas e ferrovias. A figura 2.6 ilustra os percentuais de contribuição de cada uma dessas categorias citadas.

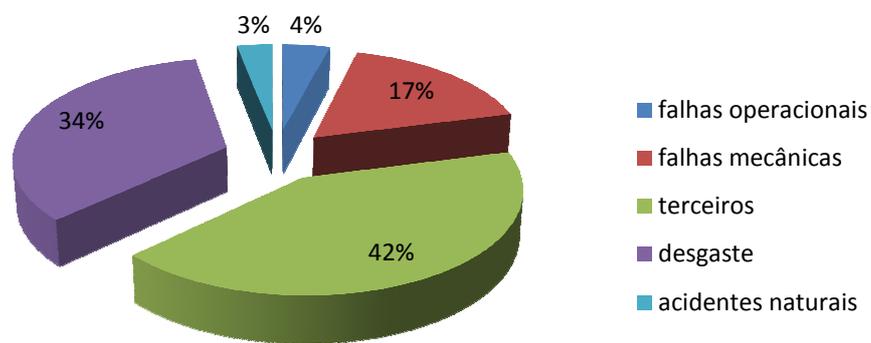


Figura 2.6 – Causas de ocorrências de vazamentos em oleodutos, (adaptada de Azevedo, 2009).

Segundo Kim (2010), as técnicas para avaliação do estado de tubulações podem ser divididas em duas grandes categorias: técnicas baseadas em parâmetros hidráulicos e técnicas baseadas em parâmetros não-hidráulicos. As técnicas baseadas em parâmetros hidráulicos correspondem basicamente ao monitoramento computacional da rede, mediante a utilização de instrumentos que visam monitorar parâmetros internos do fluxo, tais como vazão, pressão e temperatura, por exemplo. Tais parâmetros servem como dados de entrada para detectar falhas na tubulação mediante o uso de processadores. As técnicas baseadas em parâmetros não-hidráulicos estão baseadas em detectar variações nas propriedades do material da tubulação ou do próprio fluido, utilizando procedimentos

tradicionais de observação, vigilância, ou ainda, dispositivos visuais, acústicos, “pigs”² robotizados e dispositivos de amostragem.

2.4.1 Técnicas baseadas em parâmetros não-hidráulicos

a) Avaliações baseadas em técnicas simples

Correspondem a técnicas simples e baratas, utilizadas de forma independente de qualquer instrumentação disponível. Tais técnicas permitem identificar vazamentos através de inspeções visuais, detecção de odor característico ou ruído sonoro (Scucuglia, 2006). Nesse mesmo contexto, uma simples bolha de sabão e água em tubulações expostas pode ser considerada como uma técnica válida para determinação de eventuais vazamentos.

Hastes de escuta ou hastes de escuta eletrônicas são dispositivos simples que podem ser utilizados para detectar o ruído por vazamentos em dutos enterrados, conforme exemplos mostrados na figura 2.7. Os dispositivos eletrônicos consistem basicamente de um sensor piezocerâmico de alta sensibilidade com regulagem automática do nível de ruído gerado por eventuais vazamentos. São simples, de fácil aquisição e capazes de detectar o ruído fora dos intervalos de sons detectados pelo ouvido humano.



Figura 2.7 – Exemplos de hastes de escuta eletrônicas, (www.nunesoliveira.com.br ; www.katecna.com.br).

² Dispositivos dotados de sensores nas extremidades, utilizados como forma de inspeção durante a passagem pelo interior de tubulações.

Para o caso de dutovias, o patrulhamento regular mediante inspeções visuais é a premissa dessa metodologia, a qual apresenta restrições para grandes extensões ou trechos submarinos. A utilização de cães treinados é uma alternativa quando os mesmos são sensíveis ao odor das substâncias transportadas. O trabalho de Black (1992) destaca que a injeção de aditivos químicos prevendo a ocorrência de odores diferenciados corresponde a uma aplicação similar do referido método, apesar de destacar que a sua eficácia é totalmente dependente das condições ambientais e da direção do vento.

Embora extremamente úteis em diversas situações, essas técnicas mostram-se, entretanto, altamente limitadas devido a sua total dependência do fator humano.

b) Avaliações baseadas em sensores

Sensores de temperatura podem ser utilizados para detecção de vazamentos através da identificação de mudanças de temperatura. Tais dispositivos operam segundo o princípio que eventuais vazamentos alteram as características térmicas do solo adjacente ou envolvente à tubulação considerada (Kim, 2010). Dutos de líquidos geram regiões de calor no ponto de vazamento, enquanto que dutos de gases geram regiões de resfriamento devido à rápida expansão do volume envolvido. Tais anomalias térmicas podem ser detectadas por sensores de temperatura de fibra óptica alocados de forma adjacente à tubulação, dando resultados em pequenos intervalos de tempo e com uma boa resolução. A figura 2.8 ilustra um exemplo desse tipo de dispositivo.

Os sensores infravermelhos, também pertencentes a esse grupo, possibilitam o monitoramento de vazamentos mediante a identificação de mudanças de temperatura em torno da tubulação através da presença de metano e etano na atmosfera, caracterizados pelo seu espectro infravermelho. Novamente, para grandes distâncias a serem cobertas, torna-se necessário a utilização de patrulhas através de veículos ou helicópteros (Colombaroli, 2009; Camerini et al., 2007). Sadovnychiy et al. (2005) desenvolveram um sistema de detecção de vazamentos para oleodutos e gasodutos composto por uma câmara infravermelho, espectrômetro, câmera de vídeo, GPS e microcomputador. Esse sistema foi instalado em um helicóptero que sobrevoou uma tubulação registrando os dados obtidos pelas diferenças de temperatura obtidas no solo.

Segundo Kim (2010), o sensor de vapor é outro dispositivo disponível para detecção de vazamentos de líquidos em dutos. Quando um vazamento ocorre, um sistema de monitoramento de vapor é utilizado para detectar o nível dos vapores dispersados nos arredores da tubulação.



Figura 2.8 – Exemplo de cabo sensor de temperatura e sua respectiva instalação sobre a tubulação, (www.flowtec-brasil.com.br).

Nesse mesmo grupo, encontram-se também os sensores para detecção de líquidos, onde cabos sensores são instalados de forma adjacente à tubulação de tal forma que quando ocorre um vazamento, os mesmos ficam saturados de líquido alterando a impedância do cabo que por sua vez, altera o padrão de reflexão no retorno para um microprocessador. Como esse microprocessador recebe sinais de energia continuamente, qualquer alteração no padrão do sinal faz com que se registre um alarme de vazamento no local da impedância alterada. Tal método apresenta uma precisão elevada na determinação do local da fuga, mas com custos de instalação também bastantes elevados.

c) Avaliações baseadas em técnicas não-destrutivas

Vazamentos ocorridos através de uma abertura irregular ocasionada na parede de uma tubulação geram ondas acústicas (ruído) que se propagam ao longo da parede do duto e ao longo do fluido que apresenta uma determinada velocidade. Detectores acústicos posicionados ao longo da tubulação permitem determinar a existência e a localização aproximada do vazamento mediante a análise dos sinais recebidos, conforme esquema ilustrativo da figura 2.9. O espectro de potência de cada sinal é comparado com o espectro médio do sinal de fundo armazenado na memória do computador central. Um vazamento é assim detectado pela diferença entre a energia acústica do sinal detectado e a energia acústica do sinal de fundo, associando a tubulação a um tubo acústico, similar a um instrumento de sopro. O referido método exige, geralmente, a instalação de diversos sensores ao longo da tubulação devido à limitação da escala de detecção de cada sensor (Colombaroli, 2009). Brodetsky et al. (1993) propõem, entretanto, um trabalho visando à otimização da posição e do número de sensores acústicos a serem instalados em determinado gasoduto, objetivando o seu monitoramento contínuo em termos de vazamentos. Watanabe et al. (1986) apresentam um método acústico para detecção de vazamentos no qual ondas sonoras são geradas no interior da tubulação, sendo posteriormente captadas por microfones (sensores) instalados no início e no final do trecho em análise. Na ocorrência de vazamentos a onda resultante apresenta alteração de forma, podendo ser detectada e ainda fornecendo uma boa estimativa da posição relativa do vazamento.

Ruídos de fundo oriundos de acessórios (compressores e válvulas, por exemplo) podem, entretanto, vir a afetar as respostas fornecidas. O trabalho de Sandberg et al. (1989) destacam ainda a utilização de “pigs” de monitoramento acústico que detectam o vazamento através da energia sonora gerada pelo escape do fluido.

Sondas de raios gama também podem ser utilizadas para a detecção de defeitos em tubulações. Uma fonte radioativa emite raios gama que produzem interações nucleares com a matéria circundante, ocasionando a absorção e espalhamento dos mesmos quando da detecção de uma falha na tubulação. Segundo Kim (2010), o referido método, conhecido como técnica radioativa, ainda se encontra em fase de desenvolvimento e aperfeiçoamento na área de avaliação de dutos.

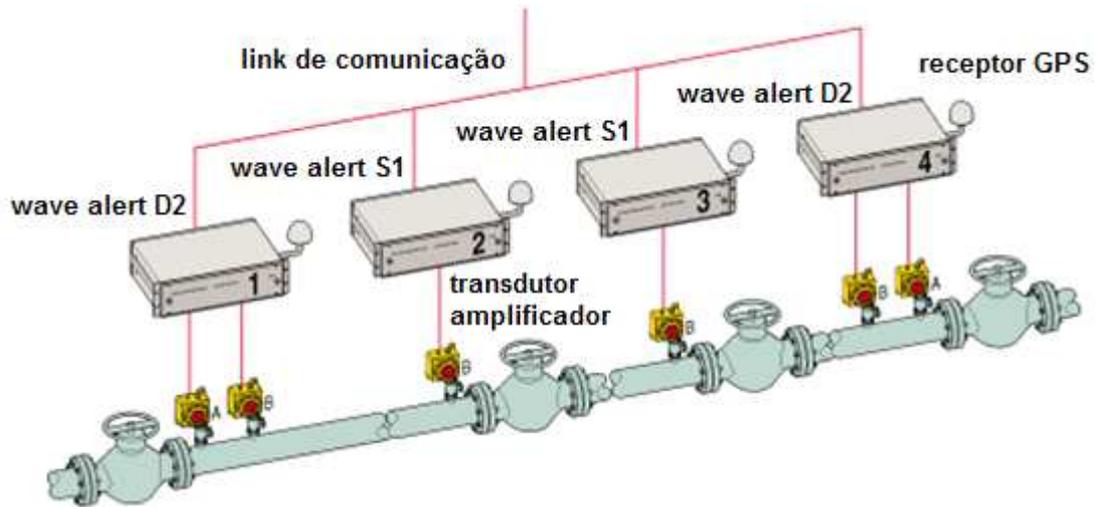


Figura 2.9 – Exemplo ilustrativo da instalação de detectores de ruído em uma tubulação, (www.wavealert.com - adaptada).

Uma terceira opção disponível nesse grupo são as técnicas de fluxo magnético, utilizadas com uma boa ênfase na indústria do gás natural. Esta técnica baseia-se no princípio de que quando um campo magnético é aplicado no interior da tubulação, as linhas de fluxo circulam através da parede do tubo. Ocorrendo alterações na geometria dessa parede, como fendas, desgastes ou até mesmo corrosão, um sensor detecta a referida falha através da análise do fluxo magnético. O fluxo medido depende das características do material da tubulação, da espessura de parede, das tensões envolvidas e das dimensões da falha. O referido método é geralmente bastante útil para confirmar a existência de uma falha devendo, porém, ser associado com outras técnicas disponíveis. A figura 2.10 ilustra um modelo de sonda utilizada nesse contexto.



Figura 2.10 – Sonda para ensaio de tubos por fuga de fluxos magnéticos, (www.absolutende.com).

Similarmente, existem também as técnicas eletromagnéticas, válidas para medição da espessura de parede de dutos através da detecção da atenuação e atraso de fase de um sinal eletromagnético que circula na parede da tubulação. O sinal é induzido na tubulação mediante a colocação de uma bobina no seu interior, a qual gera correntes parasitas e linhas de fluxo magnético. A principal desvantagem dessa técnica é que o sinal recebido chega ao detector com um valor nominal muito pequeno, dificultando assim a interpretação dos resultados finais (Eiswirth et al., 2001).

O radar de penetração no solo (GPR) utiliza um sistema de transmissão e recepção de ondas, via antena, para localizar vazamentos em tubulações enterradas. Os resultados obtidos não são completos devido à dependência do radar para detecção da imagem associada às condições do duto, devendo assim ser integrada com outras técnicas, como as eletromagnéticas, por exemplo. A figura 2.11 ilustra um exemplo desse dispositivo. Graft (1990), citado por Silva et al. (2006), destaca os avanços obtidos na detecção de vazamentos em gasodutos mediante a utilização de radares de penetração no solo, os quais trabalham baseando-se nas oscilações sofridas por ondas que atravessam solos pela presença do gás.



Figura 2.11 – Radar de penetração no solo – GPR,
(www.alphageofisica.com.br).

A utilização de dispositivos piezelétricos possibilita a emissão de ondas de ultrassom ao longo da tubulação, visando à obtenção de dados que possibilitem a interpretação das condições do duto. Um transmissor, similar ao ilustrado na figura 2.12, induz ondas de ultrassom que são medidas a partir de um transdutor acústico eletromagnético pela diferença entre a quantidade de energia sonora refletida na parede do tubo e a quantidade de energia transmitida através dessa parede. Um algoritmo desenvolvido para analisar o sinal reconhece essas diferenças nos padrões de ondas sonoras refletidas e transmitidas e correlaciona as mesmas com as mudanças no material da tubulação, causadas principalmente pela corrosão. Como dificuldade do método, considera-se a necessidade de um bom contato entre o dispositivo piezelétrico e a parede do duto em termos de um acoplamento adequado ao longo da tubulação.



Figura 2.12 – Inspeção por ultrassom automatizado, (www.pasa.com.br).

No fechamento desse grupo, destacam-se também os “pigs” instrumentados e/ou robotizados, ou seja, dispositivos que são inseridos na tubulação, normalmente para limpeza e mais recentemente para monitoramento das suas condições internas. Tais componentes apresentam as mais variadas tecnologias, fazendo uso de campos magnéticos, ultrassom, ondas eletromagnéticas, entre outros, utilizadas para medir as variações de espessura da parede do tubo, eventuais ovalizações e diâmetros internos. O mecanismo de detecção é baseado na análise dos sinais refletidos.



Figura 2.13 – Exemplo de “pig” instrumentado,
(www.uezo.rj.gov.br).

2.4.2 Técnicas baseadas em parâmetros hidráulicos

a) Avaliações baseadas na mudança de vazão e pressão

Apesar dos parâmetros vazão e pressão poderem apresentar flutuações associadas às alterações operacionais do sistema, a massa total de fluido que entra e sai do sistema de dutos deve permanecer em equilíbrio. Dessa forma, parte-se do pressuposto que uma elevada taxa de mudança na pressão ou na vazão do sistema indica a ocorrência de uma falha, ou mais especificamente, uma fuga. Se a referida alteração é maior do que um padrão previamente definido, um alarme de vazamento é gerado.

Quando essa avaliação é realizada em função da pressão e num único ponto específico, técnicas estatísticas podem determinar quando uma pressão medida tem a tendência de diminuir de forma significativa. Essa técnica utiliza dados de pressão medidos em períodos distintos, comparando-os com valores definidos pela média e desvio padrão de amostras anteriormente consideradas. A condição de vazamento é considerada quando a média dos dados mais recentes são relativamente menores que a média anterior. Evidentemente que tal método apresenta a possibilidade de alarmes falsos, como também, não fornece a localização do vazamento e os volumes envolvidos.

Os métodos de balanço de volume ou massa, também conhecidos como métodos de equilíbrio de linha, correspondem aos primeiros métodos computacionais desenvolvidos para detecção de vazamentos em oleodutos. Tais

métodos são baseados na medição da discrepância entre os volumes de entrada e saída do produto considerado num segmento de tubulação, mediante o princípio da conservação da massa. Caso a diferença entre os dados de entrada e saída seja superior a uma tolerância pré-estabelecida, considerando as incertezas de medição e o fator de empacotamento (quantidade de fluido disponível na tubulação numa eventual condição de falha) do sistema, um alarme de vazamento é acionado. Tal metodologia é bastante comum em tubulações de líquidos, nos quais o fator de empacotamento é baixo, não sendo muito adequado para gasodutos nos quais o fator de empacotamento é relativamente maior, ocasionando com isso uma maior probabilidade de alarmes falsos. Como vantagem, esse método possibilita a identificação de pequenas fugas, apesar do tempo de resposta ser lento em comparação a outros métodos correspondentes. Da mesma forma, variações sofridas pelo fluido ao longo do tempo, tais como densidade, viscosidade, entre outros, limitam a aplicação desse método para vazamentos acima de 2% para o caso de líquidos e 10% para o caso de gases. Como a identificação da localização exata do vazamento não é possível (Wike, 1986; Black, 1992; Sandberg et al., 1989), algoritmos baseados em análise de pressão devem ser associados ao presente método, objetivando-se trabalhar com essa alternativa adicional em termos de resposta.

O método de análise de pressão, também conhecido como onda de rarefação, pressão negativa ou monitoramento da onda de expansão, baseia-se na análise das variações de pressão ao longo da tubulação. Havendo um eventual vazamento localizado, uma queda de pressão ocorrerá originando uma onda de pressão que se propaga à velocidade do som no sentido montante e jusante do fluxo até que se atinja um novo estado estacionário do sistema. Como a atenuação dessa onda de pressão é relativamente moderada para grandes tubulações, uma rápida detecção torna-se possível mediante a utilização de transdutores de pressão posicionados nas extremidades das secções consideradas. Muitos fluxos transientes baseados no balanço de volume para detecção de vazamentos usam o método da análise de pressão para identificar a localização do vazamento. O sucesso dessa metodologia depende, em grande parte, da sensibilidade e calibração adequada dos instrumentos. Wike (1986) e Black (1992) destacam que experiências demonstram que alarmes falsos poderão surgir em virtude do sistema de instalação utilizado,

além do fato que o desempenho dos resultados dependerá também do número de *Reynolds* correspondente.

b) Avaliações baseadas em modelos transientes

As avaliações baseadas em modelos transientes envolvem simulação matemática utilizando modelagem hidráulica. Vazões inesperadas ou desvios de pressão também podem ser detectados nesses modelos em tempo real. A vantagem na utilização de um modelo transiente sobre um modelo estacionário na determinação de falhas está associado a uma maior gama de aplicações e a uma maior sensibilidade em termos das variações ocorridas. Todos os parâmetros do fluido, tais como vazão, temperatura e pressão, bem como, a configuração das características físicas das tubulações, como distâncias, diâmetros e espessuras de parede podem ser envolvidos na modelagem do sistema. O referido método pode prever o tamanho e a localização das falhas mediante a comparação dos dados medidos com as condições previstas pela análise do modelo transiente. Por outro lado, é um método complexo em função dos numerosos instrumentos envolvidos, como também, da manutenção do sistema.

O método transiente inverso é um exemplo dessa proposta, visto que através do mesmo torna-se possível à detecção da localização e da magnitude de vazamentos, como também, do fator de atrito envolvido. Tal método requer um modelo de alta precisão numérica em virtude dos inúmeros parâmetros envolvidos, fazendo com que as incertezas existentes possam ocasionar uma diminuição na precisão do modelo.

Outra metodologia pertencente a esse grupo é o método de amortecimento transitório, visto que na presença de um determinado vazamento, as ondas de pressão podem ser decompostas em componentes de *Fourier*, fazendo com que a taxa de amortecimento de cada componente seja diferente de acordo com as características de vazamento na tubulação. A análise no domínio da frequência dessas diferentes taxas proporciona um método para a determinação da localização e do tamanho do vazamento. Sistemas reais, entretanto, que apresentem elevados números de conexões, curvas e acessórios, podem ocasionar divergências nos resultados finais, visto que a modelagem de todos esses componentes é além de complicada, em algumas circunstâncias impossível (Wang et al., 2002).

O método da resposta de frequência utiliza a análise da resposta transiente no domínio da frequência, mediante a utilização de transformadas de *Fourier*. A comparação entre as frequências dominantes, com e sem vazamento pode proporcionar um método de detecção de fugas porque o efeito de um vazamento ocasiona uma frequência diferenciada em relação às frequências normalmente presentes num sistema de tubulações.

2.4.3 Técnicas complementares

Além da classificação proposta por Kim (2010), existem ainda algumas técnicas específicas ou complementares sobre o assunto e que se encontram disponíveis na literatura, motivo pelo qual as mesmas são citadas a seguir.

Silva et al. (2006) destacam um método de detecção de vazamentos em gasodutos colocado em prática em 2005, onde detectores portáteis de hidrocarbonetos foram utilizados de forma acoplada a um veículo com receptor *GPS*, associado a um sistema de localização dos dutos por radiofrequência e a um sistema computadorizado para tratamento e armazenamento de dados.

Quanto à operação e localização de válvulas de bloqueio instaladas ao longo de gasodutos, destaque pode ser dado ao trabalho de Bowles et al. (1996), no qual se faz uma discussão sobre o uso de válvulas automáticas operadas remotamente, apresentando simulações das condições de rompimentos em dutos com as respectivas respostas e tempos de atuação desses sistemas. Murphy et al. (1984) também apresentam um estudo relacionado à operação de válvulas de bloqueio, caracterizando a identificação de ondas acústicas induzidas pelo fechamento desses dispositivos no campo de pressões do duto.

Por fim, Silva et al. (2006) destacam o trabalho de Carvalho et al. (2002), que desenvolveram um trabalho experimental para detecção de vazamentos em dutos baseado nas vibrações ocorridas devido a esses vazamentos, mediante a utilização de sensores específicos e um sistema computacional correspondente.

2.4.4 Vazamentos em tubulações

Bezerra (2008) e Martins (2011) destacam ainda que os métodos específicos para detecção e localização de vazamentos disponíveis podem ser

divididos em três grandes categorias: observacionais, diretos e indiretos. É uma maneira diferenciada da classificação até então apresentada, mas permite dar uma visão complementar a respeito do referido assunto. Os métodos observacionais são os mais simplificados e consistem fundamentalmente na inspeção visual e regular da tubulação considerada. Os métodos diretos consistem na instalação de equipamentos ao longo da tubulação, através dos quais se torna possível efetuar medições correspondentes às eventuais variações de pressão ao longo do tempo, enquanto que os métodos indiretos são aqueles baseados em softwares, mediante análises estatísticas e modelagens matemáticas. A figura 2.14 ilustra essa proposta alternativa de divisão.

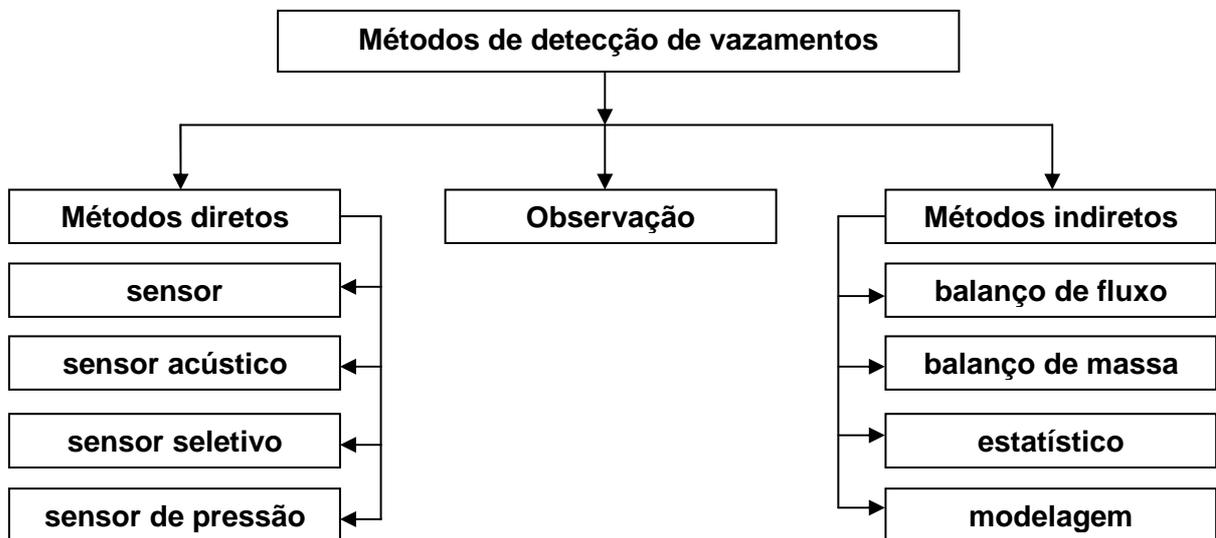


Figura 2.14 – Alguns dos principais métodos de detecção de vazamentos em dutos, segundo Bezerra (2008).

Utilizando-se ainda a proposta de Colombaroli (2009) e Macias (2004), faz-se uma tabulação dos principais métodos destacados, efetuando-se uma descrição das particularidades mais específicas de cada metodologia. A tabela 2.2 apresenta esses resultados.

Tabela 2.2 – Comparação entre alguns dos principais métodos de detecção de vazamentos em tubulações, (Colombaroli (2009); Macias (2004)).

Método / Parâmetro	observação	infravermelho	acústico	pressão negativa
sensibilidade a vazamentos	sim	sim	sim	sim
estima localização aproximada	sim	sim	sim	sim
permite mudanças operacionais	sim	sim	não	não
disponibilidade constante	não	não	sim	sim
taxa de alarmes falsos	baixa	média	alta	alta
exigência de manutenção especializada	média	média	média	média
custo total	alto	alto	médio	médio

Método / Parâmetro	balanço de volume	balanço de fluxo	modelagem matemática
sensibilidade a vazamentos	não	não	sim
estima localização aproximada	não	não	sim
permite mudanças operacionais	não	não	sim
disponibilidade constante	sim	sim	sim
taxa de alarmes falsos	alta	alta	baixa
exigência de manutenção especializada	baixa	baixa	média
custo total	baixo	baixo	médio

2.5 – Análises transientes

Tubulações pressurizadas apresentam, normalmente, uma grande variação nas condições operacionais e de fluxo com o tempo. Assim, a principal utilização da análise transiente está associada à previsão de fluxos e pressões

máximas e mínimas que possam ocorrer num sistema de tubulações, visando um adequado dimensionamento hidráulico. Por outro lado, efeitos transitórios momentâneos, oriundos do fechamento de válvulas, partidas ou paradas de bombas ou ainda falhas localizadas em equipamentos, são extremamente importantes na avaliação desses sistemas, visto que tais distúrbios podem criar ondas de pressão de elevadas magnitudes, ocasionando ruídos excessivos, corrosão por cavitação e até mesmo problemas de vibrações.

A avaliação da condição de dutos e sistemas de detecção de falhas baseadas em modelos de análise transiente corresponde a uma das técnicas mais promissoras, pelo fato que o simples transiente de pressão ao longo de uma tubulação pode traduzir uma grande quantidade de informações sobre as características físicas do sistema. Por outro lado, o desempenho de um sistema baseado num modelo transiente está diretamente associado à precisão desse modelo (Kim, 2010).

Em 1934 houve o primeiro método de simulação de redes em regime estacionário, proposto por *Hardy-Cross*. A simulação em regime estacionário fornece informações sobre pressão e vazão em pontos específicos e desejados da rede em análise (Santos, 2010). Nesse contexto, a grande maioria dos trabalhos existentes até a década de 90 aborda o problema da simulação de forma simplificada, apresentando modelos baseados em condições estacionárias (Neto, 2002). Entretanto esse tipo de abordagem apresenta determinadas restrições para grandes redes ou malhas de escoamento, tornando a análise dinâmica uma boa alternativa de estudo para a totalidade dos casos existentes.

Os modelos matemáticos de fluxo transiente são comumente descritos por um sistema de equações diferenciais parciais. Em problemas gerais e mais completos, os parâmetros a serem determinados correspondem a três componentes de velocidade, à pressão, à temperatura e a densidade do fluido, caracterizando a necessidade de se trabalhar com seis equações fundamentais relativas a essas incógnitas e necessárias para obtenção de uma solução. Tais relações são difíceis de resolver analiticamente e numericamente devido à sua complexidade, fazendo com que diversas soluções envolvam aproximações visando à simplificação das equações gerais para um caso particular. A literatura mostra ainda uma tendência bastante grande para os modelos de análise transiente unidimensional, fazendo com que as coordenadas espaciais sejam simplificadas para uma única componente.

O trabalho de Scucuglia (2006) destaca um sistema dinâmico com módulos de supervisão e controle integrados a simuladores de escoamento de gás natural munidos de algoritmos neurais, capaz de detectar e localizar pontos de vazamentos em dutos monitorados por sensores e medidores de vazão com uma razoável precisão. O trabalho apresenta resultados razoáveis visto que a convergência é obtida com poucas iterações, apresentado, porém, dificuldades quanto à grande sensibilidade da matriz *jacobiana* do sistema em relação à aproximação inicial. Da mesma forma, a detecção de vazamentos apresenta muitas dificuldades por tratar o problema apenas em regime permanente.

Enquanto isso, Billmann et al. (1987) apresentam um modelo matemático para detecção de pequenos vazamentos, baseado nas equações de escoamento transiente e em técnicas de correlação. Os parâmetros medidos são a taxa de fluxo e a pressão nas extremidades da seção avaliada. Como resultados, são detectados vazamentos, medidos em relação à vazão total, acima de 2% para líquidos e acima de 10% para gases.

Fukushima et al. (2000), destacam em seu trabalho, um sistema de detecção de vazamento de gás instalado no gasoduto *Niigata-Sendai*, no Japão, com uma extensão da ordem de 250km transportando cerca de 4.500.000 m³/dia e incluindo 30 estações de válvulas de controle. O método proposto é uma extensão do método de balanço de massa e volume, considerando sistema transiente e componentes de estado não lineares. O sistema apresenta uma capacidade de detecção de vazamentos na faixa de 1,1% do fluxo de gás, um tempo médio de resposta de 4 minutos e um erro na ordem de 6% para localização exata do vazamento.

2.5.1 Modelos de análise para fluxos de gás

Trabalhos com foco no regime estacionário são bastante comuns. Scucuglia (2006) apresenta em seu trabalho as equações desenvolvidas por Osiadacz (1996), considerando escoamento permanente e isotérmico, compressibilidade constante ao longo do duto e aplicação do coeficiente de atrito de *Darcy*. Simplificações adicionais são apresentadas, formatando a equação original para as condições de baixa (até 4 bar), média (faixa de 10bar) e alta pressão (acima de 25bar).

O trabalho de Tabkhi (2007) também utiliza as equações convencionais de Osiadacz (1996), considerando escoamento permanente, unidimensional, isotérmico e com fator de compressibilidade constante. O fator de atrito de *Darcy* é considerado, além de incluir equações para o cálculo da taxa de fluxo volumétrico de um compressor centrífugo. Bregnbæk (2005) trabalha com uma formulação unidimensional, estacionária e isotérmica, supondo constante o coeficiente de atrito de *Darcy*, o fator de compressibilidade e a viscosidade do gás, enquanto Santos (2010) também propõem uma formulação unidimensional, isotérmica e compressível, mas em regime transiente, com simplificações adicionais que possibilitam trabalhar com um sistema final do tipo estacionário. O fator de compressibilidade também é considerado constante.

Hofsten (2001), apesar de apresentar comparações entre os regimes estacionários e transientes, utiliza as equações de Osiadacz (1996) e as equações não-lineares estacionárias desenvolvidas pela AGA - *American Gas Association*, justificando que as mesmas têm uma grande aplicação na indústria do transporte de gás. Tian et al. (1994), Rios-Mercado et al. (2001), Martínez-Romero et al. (2002) e Doonan et al. (1998), utilizando-se do *SIMULINK*, apresentam trabalhos para a condição de fluxos estacionários.

No caso de modelos transientes, Kim (2010) destaca que os fluxos compressíveis podem apresentar um número de hipóteses alternativas de acordo com as condições de fluxo, considerando-as como isotérmicas, adiabáticas ou generalizadas (não-isotérmicas e não-adiabáticas). Pesquisas anteriores e abordagens práticas demonstram, entretanto, que hipóteses isotérmicas ou adiabáticas para fluxos de gás são adotadas visando sempre uma simplificação computacional.

Como regra, transientes lentos causados por flutuações normais de demandas podem ser considerados como isotérmicos, pelo fato do gás existente na tubulação não ter tempo suficiente para atingir o equilíbrio térmico com o ambiente externo de temperatura constante. Por outro lado, transientes rápidos apresentam variações de pressão instantâneas, não permitindo que o tempo de transferência de calor seja suficiente para a troca entre o gás da tubulação e os arredores, caracterizando assim um fluxo adiabático.

Nos fluxos considerados isotérmicos ou adiabáticos, a equação de energia que regula a transferência de calor e a conversão de trabalho de atrito em

energia térmica normalmente não é necessária, por haver um valor fixo que leva em consideração a troca de calor. Fenômenos físicos reais de escoamentos compressíveis, porém, são normalmente dependentes da variação de temperatura nos dutos e seus arredores, fazendo com que os processos generalizados de gás façam a inclusão da equação da energia para simular a transferência de calor entre o duto e os arredores, como também, a conversão do trabalho de fricção em energia térmica.

Dependendo assim das condições a serem consideradas para cada tipo de fluxo, determinadas simplificações podem ser aplicadas por ter um efeito bastante pequeno em relação aos resultados finais obtidos no contexto de precisão. Observar ainda que dependendo das simplificações consideradas, resultados distintos poderão ser obtidos nas formas finais das equações, tornando as mesmas lineares, quase-lineares, parabólicas ou de natureza hiperbólicas e conseqüentemente mais ou menos precisas em termos dos resultados obtidos (Santos, 2010; Denton, 2009).

Zhou et al. (1995) apresentam um método diferenciado para a resolução de um modelo transitório em uma tubulação horizontal de gás natural, sem negligenciar quaisquer dos termos da equação da conservação do *momentum*. Nessas circunstâncias, os demais autores normalmente desprezam o termo da inércia na equação correspondente, o que certamente resulta numa perda de precisão dos resultados finais obtidos.

2.5.2 Método das características

Alguns autores têm utilizado o método das características para fornecer a solução das equações que determinam o fluxo instável em dutos de gás sob condições isotérmicas. A maioria dessas formulações tem negligenciado, entretanto, o termo da inércia na equação do *momentum* visando uma simplificação computacional. Essa hipótese resulta, certamente, numa perda de precisão dos resultados obtidos quando da simulação transiente. Yow (1972) propôs a introdução de um fator multiplicador de inércia para compensar a ausência do termo da inércia na equação do *momentum*. No entanto, os cálculos baseados na utilização deste multiplicador podem produzir resultados enganosos quando os eventos transientes

são rápidos e abruptos. Fluxos compressíveis apresentam um percentual de erros bastante comum quando se consideram situações transientes.

Macias (2004) utiliza o método das características visando à solução de um sistema de equações diferenciais parciais decorrentes da conservação da massa e da conservação do *momentum* utilizadas para a solução do problema, no qual se fez uma comparação entre os resultados obtidos a partir de escoamentos contínuos e transientes. Soumelidis (2005) fez a comparação de quatro diferentes técnicas (método das características, elementos finitos, a aproximação modal e o método da linha de transmissão) de modelagem de fluxos laminares e transientes em dutos. Como resultados, o método das características foi considerado o mais adequado para simulações com intervalos de tempos fixos.

Denton (2009) apresenta em seu trabalho uma comparação entre os métodos das características e o método das diferenças finitas. Segundo o autor, o método das características é uma técnica geralmente adequada para a solução de sistemas de equações diferenciais parciais quase-lineares do tipo hiperbólicas com duas variáveis independentes (tempo e distância, no caso). O sistema de equações diferenciais parciais é transformado num sistema de equações diferenciais ordinárias, chamadas de equações de compatibilidade, as quais são válidas ao longo das chamadas linhas características. Como desvantagem do método, comenta-se sobre a necessidade em considerar o critério de *Courant* na escolha dos passos de tempo a serem adotados.

Segundo Gjerde (2011), o método das características corresponde a um método que vem sendo muito utilizado para a resolução de equações diferenciais parciais hiperbólicas, tal como as equações de *Navier-Stokes*. O referido método consiste na redução de um sistema de equações diferenciais parciais para um sistema de equações ordinárias. O mesmo é bastante popular tanto para problemas de fluxos de gás como para a indústria de energia hidráulica.

Como principais vantagens do método das características podem-se destacar a possibilidade de redução de um sistema de equações diferenciais parciais para um sistema de equações diferenciais ordinárias, definidas ao longo das curvas características, bem como, a possibilidade em se utilizar uma malha *Lagrangeana* e outra *Eulereana*, visando à propagação de descontinuidades com uma reduzida difusão numérica. Por outro lado, a principal desvantagem do referido método pode ser associada na necessidade em se utilizar uma matemática um

pouco mais complexa vinculada a uma implementação computacional mais elaborada do que aquela que seria utilizada com métodos tradicionais de diferenças finitas (Velásquez, 1993).

Objetivando-se um melhor entendimento do referido método de solução, tendo em vista que o mesmo foi a escolha neste trabalho, faz-se no capítulo 5 uma descrição detalhada a respeito das características e premissas envolvidas quando da utilização do mesmo.

2.5.3 Método das diferenças finitas e elementos finitos

Diversas propostas têm sido aplicadas para a simulação de fluxos transientes de gás baseadas no método das diferenças finitas, os quais podem ser considerados na forma explícita ou implícita. A forma implícita acaba sendo preferida, porém, quando se dispõem de intervalos de tempo muito pequenos para a solução na forma explícita, visando com isso se garantir uma maior estabilidade numérica. Dutos com muitas ramificações possibilitam, ainda, a detecção de problemas numéricos quando resolvidos pela forma explícita, dado que os resultados podem se apresentar não satisfatórios para a resolução das condições de contorno correspondentes.

Han (1983), Kiuchi (1994) e Greyvenstein (2002) propõem soluções baseadas nos métodos das diferenças finitas na forma implícita visando à análise de fluxos compressíveis e transientes vinculados a abordagens que prevêm a correção da pressão. Os algoritmos para resolução de equações diferenciais parciais correspondentes baseiam-se em métodos iterativos de convergência. Tais propostas, entretanto, geram períodos de tempo computacionais relativamente elevados para a solução simultânea desse conjunto de equações em cada etapa de tempo considerado. Os resultados obtidos, tanto para fenômenos transitórios lentos como rápidos são, entretanto, bastante satisfatórios quando comparados com os métodos explícitos.

A metodologia dos elementos finitos, para fluxos transientes de gás, pode apresentar certas limitações para condições onde se necessita de uma grande discretização do domínio, visto que soluções utilizando a formulação de *Galerkin* já se demonstraram completamente deterioradas por oscilações espúrias que se propagam no domínio. Propostas complementares foram aplicadas visando à

eliminação desses problemas, mas os mesmos ainda podem ser detectados na vizinhança das regiões de gradientes elevados.

Perotti (1999) apresenta o método dos elementos finitos para a resolução das equações unidimensionais de *Euler* no tratamento da dinâmica de gases instáveis numa tubulação. O referido procedimento apresenta algumas vantagens em relação aos métodos das diferenças finitas quando se trabalha com malhas não uniformes. Porém, os tempos de solução envolvidos demonstraram-se bastante superiores, mas com uma precisão muito próxima, em relação aos métodos das diferenças finitas.

2.6 – Conclusões

O elevado número de tubulações pressurizadas existentes, associado aos projetos em construção, ou ainda aos projetos em fase de avaliação e estudo, caracteriza uma tendência bastante razoável quanto ao número de falhas e acidentes que, estatisticamente, poderão vir a ocorrer nos próximos anos em relação a esse meio de transporte de fluidos. Nesse sentido, pode-se considerar que as alternativas e propostas disponíveis e que tenham por objetivo o acompanhamento e controle desses dispositivos, terão uma boa aceitação e uma correspondente aplicabilidade.

Para o caso específico de falhas em tubulações de gás natural, a caracterização do gás, o modelo numérico e o monitoramento em campo podem ser considerados como as principais etapas envolvidas nesse tipo de estudo. Na etapa de caracterização do gás, um minucioso levantamento das suas propriedades, composições e as correspondentes faixas de operação serão fundamentais, enquanto que para a etapa do modelo numérico, além do seu desenvolvimento matemático e computacional, torna-se necessário um eficiente sistema experimental de acompanhamento e validação de dados, através do qual se torne possível efetivar todas as comparações e validações que se façam necessárias.

No presente trabalho, efetiva-se uma completa caracterização do gás natural envolvido com o posterior desenvolvimento do modelo numérico a ser utilizado, demonstrando-se ser possível a sua aplicabilidade futura em redes de distribuição de gás natural que estejam operacionalmente em funcionamento.

3

Propriedades termodinâmicas do gás natural

3.1 Introdução

Para a simulação numérica do escoamento estudado neste trabalho, torna-se necessário determinar as propriedades termodinâmicas do gás natural, o qual pode ser tratado como um gás ideal ou como um gás real, dependendo dos estados de interesse e do nível de precisão que se deseja alcançar. A utilização do modelo de gás ideal permite simplificar os cálculos, dado o fato de que a equação de estado correspondente é mais simples que as que descrevem um gás real. Por outro lado, as equações para gases reais apresentam a vantagem de ter validade em um domínio mais amplo e, de um modo geral, pode-se dizer que elas são mais precisas. Entretanto, as equações de estado para gases reais, geralmente, são expressões matemáticas mais complexas e, por isso, acabam impactando negativamente o tempo computacional.

Segundo Borges P.R. (2009), equações de estado para o gás natural podem ser obtidas a partir das relações válidas para substâncias homogêneas, utilizando o princípio dos estados correspondentes. Isto equivale a considerar o gás

natural como uma substância pseudopura. Tal consideração é reforçada pelo fato do mesmo ser uma mistura de hidrocarbonetos (parafínicos), que tem o metano como seu componente principal, com concentração muito maior que a dos outros. Por esses motivos, análises efetuadas considerando-se o gás natural como uma substância pura produzem, geralmente, resultados bastante satisfatórios.

Para o presente capítulo, optou-se por enfatizar as propriedades termodinâmicas do gás natural que serão utilizadas nos capítulos subseqüentes. A discussão sobre o tratamento a ser adotado (gás real ou gás ideal) é realizada em paralelo. Deve-se destacar ainda que os conceitos gerais a seguir descritos estão referenciados segundo Van Wylen (2009), motivo pelo qual não se faz a sistemática citação dessa referência bibliográfica ao longo dos itens correspondentes.

3.2 Entropia

A propriedade termodinâmica entropia pode ser definida a partir da desigualdade de *Clausius*, a qual resulta da aplicação da segunda lei da termodinâmica na análise de um ciclo termodinâmico qualquer. Tal desigualdade pode ser expressa da seguinte forma:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0. \quad (3.1)$$

Nesta expressão, δQ representa o calor transferido através de uma região da fronteira do sistema, num instante durante o ciclo, enquanto que T é a temperatura absoluta da região de fronteira através da qual o calor δQ é transferido. O símbolo " δ " é usado para enfatizar que o diferencial do calor é um diferencial inexato, já que seu valor depende dos estados intermediários do sistema durante o processo, não podendo ser determinado conhecendo-se apenas o estado inicial e final do sistema. O símbolo \oint enfatiza que a integral deve ser avaliada contemplando-se todas as regiões de fronteira e todos os instantes durante o ciclo.

A desigualdade da expressão 3.1 refere-se a ciclos irreversíveis, enquanto que a igualdade se aplica a ciclos internamente reversíveis. Assim, para ciclos compostos por processos internamente reversíveis ocorre a variação de uma

propriedade do sistema, a qual é denominada entropia, simbolizada por S . Assim, define-se o diferencial da propriedade entropia através da seguinte expressão:

$$dS = \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{REV}. \quad (3.2)$$

A entropia é uma propriedade extensiva não-conservativa, já que ela pode ser gerada no sistema como consequência das irreversibilidades nos processos. Embora possa ser gerada, a entropia não pode ser destruída. Tal idéia é expressa pela equação de balanço de entropia, que é a expressão matemática da segunda lei da Termodinâmica. Para o caso de um sistema fechado esta equação tem a seguinte forma:

$$m (s_2 - s_1) = \int_1^2 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{REV} + S_{GER}, \quad (3.3)$$

sendo que s corresponde a entropia por unidade de massa e S_{GER} a entropia gerada durante o processo, a qual está sujeita às seguintes condições:

$$S_{GER} \begin{cases} > 0 & \Rightarrow & \text{processos irrev;} \\ = 0 & \Rightarrow & \text{processos rev;} \\ < 0 & \Rightarrow & \text{nunca (impossível).} \end{cases} \quad (3.4)$$

As condições expressas na expressão 3.4 permitem interpretar S_{GER} como uma medida do grau de irreversibilidade do processo.

3.3 Entalpia

A propriedade termodinâmica entalpia pode ser definida considerando-se a equação de balanço de energia para um sistema fechado que é trazido do estado A para o estado B . Assim:

$$Q - W = \Delta E. \quad (3.5.a)$$

Nesta equação W representa o trabalho realizado pelo sistema, Q é a energia fornecida ao sistema na forma de calor e ΔE é a variação da energia total do sistema. Admitindo-se que se trate de um processo internamente reversível, simples-compressível, à pressão constante e, ainda, que a energia cinética e potencial gravitacional não varie, a equação do balanço de energia resulta:

$$Q = (U_B - U_A) + \int_A^B p dV, \quad (3.5.b)$$

ou

$$Q = (U_B + pV_B) - (U_A + pV_A), \quad (3.5.c)$$

sendo que V e U representam, respectivamente, o volume e a energia interna do sistema. A equação (3.5.c) mostra que, para este caso particular, a transferência de calor durante o processo é equivalente à variação da quantidade $(U + pV)$ entre os estados inicial e final.

De mesma forma como no exemplo acima, a quantidade $(U + pV)$ aparece com freqüência no estudo de diversos problemas da Termodinâmica, o que acabou servindo de justificativa para que a esta quantidade sejam atribuídos uma denominação e um símbolo próprios. Assim, a expressão a seguir define a propriedade entalpia, representada pela letra H :

$$H = U + pV, \quad (3.6)$$

ou, a propriedade entalpia específica (por unidade de massa) h :

$$h = u + pv, \quad (3.7)$$

com u e v representando, respectivamente, a energia interna específica e o volume específico (por unidade de massa).

3.4 Equações de Gibbs

A análise dos processos termodinâmicos exige o conhecimento de expressões matemáticas que inter-relacionem as diversas propriedades do sistema, como energia interna, entalpia, entropia, pressão, volume e temperatura. Tais expressões matemáticas correspondem às chamadas equações de *Gibbs* e podem ser obtidas considerando-se os balanços de energia e de entropia para um sistema fechado formado por uma substância simples-compressível, o qual realiza um processo internamente reversível com variações desprezíveis das energias cinética e potencial gravitacional. Sob tais condições as equações de balanço podem ser escritas assim:

$$\delta Q = dU + \delta W, \quad (3.8)$$

$$\delta Q = TdS, \quad (3.9)$$

e o diferencial de trabalho δW sendo calculado pela seguinte expressão:

$$\delta W = pdV. \quad (3.10)$$

Substituindo (3.9) e (3.10) na equação (3.8) resulta:

$$TdS = dU + pdV, \quad (3.11)$$

ou, após dividir pela massa do sistema,

$$Tds = du + pdv. \quad (3.12)$$

As propriedades termodinâmicas são funções de ponto e, portanto, estão associadas a diferenciais exatos (ds, du), diferentemente das grandezas que não são propriedades como calor e trabalho, que são associadas a diferenciais inexatos (no caso de calor e trabalho, δQ e δW , respectivamente).

Diferenciando a expressão (3.7) obtém-se:

$$dh = du + pdv + vdp, \quad (3.13)$$

considerando agora a equação (3.12), resulta:

$$Tds = dh - vdp. \quad (3.14)$$

As equações (3.12) e (3.14) são as chamadas equações de Gibbs. Quando integradas entre dois estados inicial e final, elas permitem conhecer a variação de umas propriedades em função da variação de outras. É importante ressaltar que embora estas equações tenham sido deduzidas considerando-se processos internamente reversíveis, os resultados que elas fornecem são válidos para qualquer processo, já que as variações de propriedades dependem apenas dos estados inicial e final, não importando qual seja o processo responsável pela mudança de estado do sistema.

3.5 Calores específicos a volume e a pressão constantes

Retomando-se a equação (3.8), para o caso de um sistema fechado formado por uma substância simples-compressível realizando um processo internamente reversível e sem variação nas parcelas de energia cinética e potencial gravitacional, tem-se:

$$\delta Q = dU + \delta W = dU + pdV.$$

Na seqüência, duas situações distintas podem ser avaliadas. A primeira supondo-se que o processo ocorra à volume constante e a segunda, que o processo ocorra à pressão constante. Para o primeiro caso, quando $pdV = 0$, torna-se possível definir o calor específico a volume constante (c_V) da seguinte forma:

$$c_V = \frac{1}{m} \left(\frac{\delta Q}{dT} \right) = \frac{1}{m} \left(\frac{dU}{dT} \right) = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_v. \quad (3.15)$$

Para o segundo caso ($vdp = 0$), torna-se possível definir o calor específico a pressão constante (c_p), assim:

$$c_p = \frac{1}{m} \left(\frac{\delta Q}{dT} \right) = \frac{1}{m} \left(\frac{dH}{dT} \right) = \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_p. \quad (3.16)$$

Retomando-se a equação (3.7) e supondo que se trate de um gás ideal ($pv = RT$) conforme será discutido na seqüência do trabalho, pode-se escrever:

$$h = u + RT, \quad (3.17)$$

derivando em relação à temperatura resulta em:

$$\frac{dh}{dT} = \frac{du}{dT} + R, \quad (3.18)$$

substituindo esta expressão nas equações (3.15) e (3.16), obtém-se:

$$c_p - c_V = R, \quad (3.19)$$

que é conhecida como equação de *Mayer*. Fazendo:

$$\frac{c_p}{c_V} = k, \quad (3.20)$$

e substituindo na equação (3.19) chega-se à seguinte relação:

$$c_p = \left(\frac{k}{k-1} \right) R. \quad (3.21)$$

Uma maneira alternativa de escrever a equação (3.19) considerando a hipótese da equação (3.20) é:

$$c_V = \frac{R}{k-1}, \quad (3.22)$$

sendo R a constante do gás enquanto que k é conhecido como o expoente de *Poisson* do gás. Para o gás natural distribuído pela **COMPAGAS**, obtêm-se através de cálculos, para uma condição de composição química média, os valores de: 452,48 [J.kg⁻¹.K⁻¹] para a constante do gás; 1,275 para o expoente do gás; 2096,04 [J.kg⁻¹.K⁻¹] para o calor específico à pressão constante e 1643,57 [J.kg⁻¹.K⁻¹] para o calor específico à volume constante (ambos na condição de 20°C). Esses valores dependem também da composição química média do gás considerado e encontram-se destacados conjuntamente na tabela 3.3.

3.6 Cálculo de duas variáveis e relações de Maxwell

Segundo Adkins (2003), o princípio de estado para uma substância pura estabelece que toda propriedade intensiva pode ser expressa como uma função de outras duas propriedades independentes. Assim, generalizando e considerando y, w e z como propriedades termodinâmicas genéricas se pode escrever:

$$y = f(w, z), \quad (3.23)$$

sendo f uma função suficientemente regular para as operações que seguem, tem-se:

$$dy = \left(\frac{\partial y}{\partial w}\right) dw + \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right) dz. \quad (3.24)$$

Como y, w e z são propriedades, os seus diferenciais são exatos, podendo ser considerada a relação:

$$\left(\frac{\partial^2 y}{\partial w \partial z}\right) = \left(\frac{\partial^2 y}{\partial z \partial w}\right). \quad (3.25)$$

Sistemas simples-compressíveis com composição química fixa possibilitam uma descrição mediante as chamadas relações de *Maxwell*. Estas são obtidas considerando-se inicialmente as equações (3.12) e (3.14), a seguir reproduzidas na seguinte forma:

$$du = Tds - pdv,$$

$$dh = Tds + vdp,$$

as quais, quando comparadas com (3.23) fornecem:

$$u = u(s, v), \quad (3.26.a)$$

$$h = h(s, p). \quad (3.26.b)$$

As equações (3.26.a) e (3.26.b) relacionam, respectivamente, a energia interna específica e a entalpia específica com outras propriedades. Equações semelhantes podem ser obtidas definindo-se as propriedades termodinâmicas energia livre de *Helmholtz* (a') e energia livre de *Gibbs* (g'), da seguinte forma:

$$a' = u - Ts, \quad (3.27)$$

$$g' = h - Ts. \quad (3.28)$$

A diferenciação destas expressões resulta em:

$$da' = du - Tds - sdT, \quad (3.29)$$

$$dg' = dh - Tds - sdT. \quad (3.30)$$

Levando em conta as equações (3.12) e (3.14), obtém-se

$$da' = -pdv - sdT, \quad (3.31)$$

$$dg' = vdp - sdT. \quad (3.32)$$

As equações (3.12), (3.14), (3.31) e (3.32) são relações que envolvem apenas propriedades e que têm a forma de (3.24). Utilizando-se nestas equações a propriedade das derivadas conjugadas de segunda ordem, expressa na equação (3.25), pode-se obter as chamadas relações de *Maxwell*, ou seja:

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p = -\left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T, \quad (3.33)$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v = +\left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T, \quad (3.34)$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_s = +\left(\frac{\partial v}{\partial s}\right)_p, \quad (3.35)$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_s = -\left(\frac{\partial p}{\partial s}\right)_v. \quad (3.36)$$

Nestas equações, o subscrito indica qual é a segunda propriedade independente que foi mantida constante ao calcular a derivada parcial.

3.7 Relações termodinâmicas complementares

Da primeira equação de *Gibbs* (3.12), pode-se escrever, derivando-se a energia interna específica em função do volume específico:

$$\frac{\partial u}{\partial v} = T \left(\frac{\partial s}{\partial v}\right) - p. \quad (3.37)$$

A substituição da relação de *Maxwell* (3.34) em (3.37) resulta em:

$$\frac{\partial u}{\partial v} = T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right) - p. \quad (3.38)$$

Explicitando-se a propriedade energia interna em função das propriedades temperatura e volume específico, tem-se:

$$du = \left(\frac{\partial u}{\partial v} \right) dv + \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right) dT. \quad (3.39)$$

Mediante as substituições de (3.15) e (3.38) em (3.39), resulta:

$$du = c_v dT + \left[T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right) - p \right] dv \quad (3.40)$$

Considerando agora um raciocínio similar a partir da segunda equação de Gibbs (3.14), chega-se a:

$$\frac{\partial h}{\partial p} = T \left(\frac{\partial s}{\partial p} \right) + v, \quad (3.41)$$

ou ainda, mediante a substituição da equação de Maxwell (3.33):

$$\frac{\partial h}{\partial p} = -T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right) + v. \quad (3.42)$$

Como a propriedade entalpia pode ser descrita em função das propriedades temperatura e pressão por:

$$dh = \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right) dT + \left(\frac{\partial h}{\partial p} \right) dp, \quad (3.43)$$

chega-se, finalmente, após substituir as equações (3.16) e (3.42) na equação (3.43), à seguinte expressão:

$$dh = c_p dT + \left[v - T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right) \right] dp. \quad (3.44)$$

As equações (3.40) e (3.44) permitem determinar as variações de energia interna e entalpia associadas a uma mudança de estado e mediante o conhecimento da equação de estado correspondente.

3.8 O gás ideal

Segundo Borges P.R. (2009), um gás é considerado “ideal” quando se supõem válidas, para qualquer temperatura e pressão, todas as relações termodinâmicas desenvolvidas com o modelo de gás perfeito. Na prática, porém, tal proposição somente é válida para baixas pressões, apesar de haver a possibilidade de se efetuar uma relação das propriedades de um gás real em qualquer estado com as de um gás real num estado padrão.

As propriedades do gás natural podem ser obtidas diretamente por medições em laboratórios ou a partir de cálculos associados à sua composição química. Tais cálculos se baseiam tanto nas propriedades físicas dos componentes individuais da mistura como em regras que as relacionam com as propriedades da mistura toda. Para um gás ideal, o volume ocupado pelas moléculas é insignificante em comparação com o volume total ocupado pelo gás, bem como, as colisões entre as moléculas são assumidas como perfeitamente elásticas (Borges E.M.L., 2009). Baseado nessas proposições, uma equação matemática expressa a relação existente entre pressão, volume e temperatura para um determinado gás. Tal equação, para o caso de gases perfeitos, é a conhecida equação de *Clapeyron*, ou mais especificamente:

$$pv = \frac{R_0 T}{M}, \quad (3.45.a)$$

$$p = \frac{\rho R_0 T}{M}, \quad (3.45.b)$$

ou ainda:

$$pv = RT, \quad (3.46.a)$$

$$p = \rho RT. \quad (3.46.b)$$

sendo que M corresponde à massa molar do gás considerado, R_0 a constante universal dos gases e que equivale a $8314 \text{ [J.kmol}^{-1}.\text{K}^{-1}]$ e ρ a massa específica do gás (inverso do volume específico: $\rho = 1/v$).

A tabela 3.1 compila as relações termodinâmicas anteriormente apresentadas e válidas para um gás ideal.

Tabela 3.1 – Relações termodinâmicas para um gás ideal, (Borges P.R., 2009).

Equação de estado	$\rho = \frac{p}{RT}$	(3.46.b)
Calores específicos	$c_p - c_v = R$	(3.19)
	$\frac{c_p}{c_v} = k$	(3.20)
	$c_p = \left(\frac{k}{k-1}\right) R$	(3.21)
	$c_v = \frac{R}{k-1}$	(3.22)
Entalpia	$h = u + pv$	(3.7)
	$dh = c_p dT$	(3.16)
Energia interna	$du = c_v dT$	(3.15)
Entropia	$Tds = du + pdv$	(3.12)
	$Tds = dh - vdp$	(3.14)

3.9 O gás real

O modelo de gás ideal pode não ser adequado para representar o comportamento real de um gás (Borges P.R., 2009). Por isso, torna-se fundamental saber o quanto o comportamento de um gás real desvia-se de um gás considerado ideal em um determinado estado, até porque tal desvio depende da pressão e da temperatura, bem como da composição do gás considerado.

Para tal avaliação utiliza-se o fator de compressibilidade Z , definido pela seguinte expressão:

$$pv = ZRT, \quad (3.47)$$

evidentemente, para um gás ideal considera-se $Z = 1$.

3.10 Fator de compressibilidade e equações de estado

Conforme descrito anteriormente, o fator de compressibilidade de um gás depende da temperatura e da pressão em que o gás se encontra, sendo que quanto mais diferente da unidade esse valor for, mais afastado será o seu comportamento daquele do gás ideal. Assim, o modelo de gás ideal somente poderia ser usado para representar adequadamente o comportamento do gás se o estado deste corresponder a valores de Z que se encontrem em torno da unidade e dentro de uma faixa de tolerância. Por exemplo, admitindo-se que esta faixa incluía valores entre 0,97 e 1,03, os estados em que o modelo de gás ideal poderia ser utilizado para representar o comportamento do metano são aqueles em destaque na figura 3.1. Nota-se nesta figura que estando a uma temperatura ambiente de 290K, o metano somente poderia ser tratado como um gás ideal se a sua pressão estivesse abaixo de 14bar. Já para o estado de 290K e 25bar, o fator de compressibilidade correspondente ficaria fora da tolerância proposta e, portanto, o modelo de gás ideal tornar-se-ia inadequado.

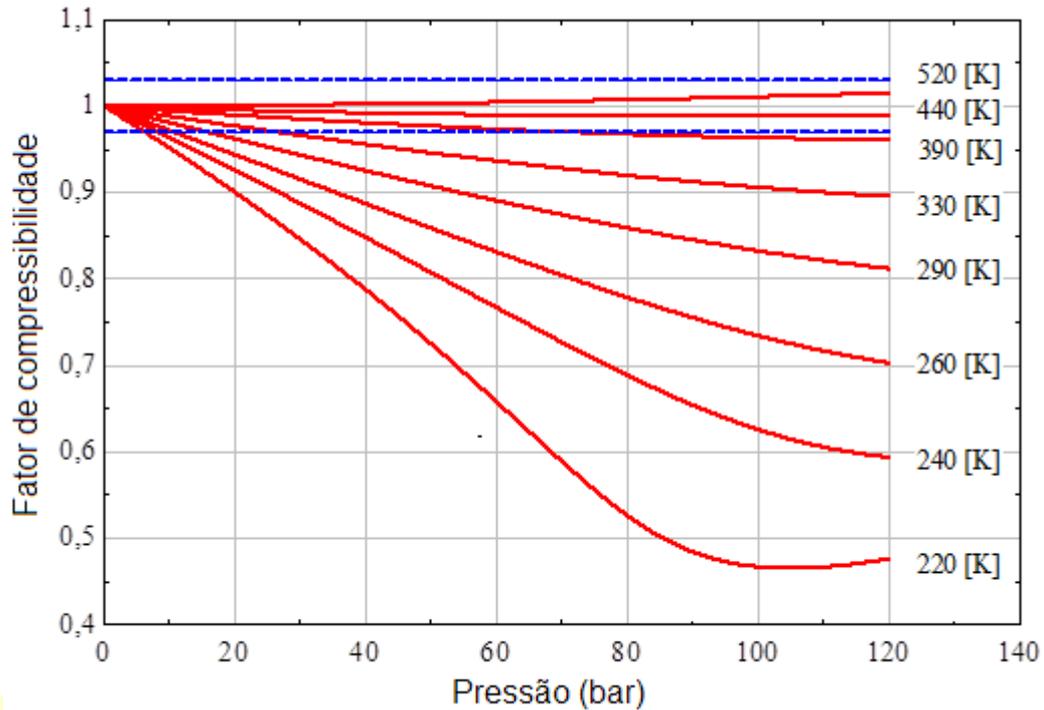


Figura 3.1 – Fator de compressibilidade para o metano, (Almeida et al., 2013).

A determinação experimental dos valores de Z é relativamente cara e demorada. Alternativamente, pode-se adotar a utilização de cartas ou tabelas obtidas a partir de estudos experimentais para gases puros, as quais apresentam uma boa relação entre o fator de compressibilidade, a pressão e a temperatura. Por fim, têm-se as chamadas correlações empíricas, ou seja, modelos baseados no princípio dos estados correspondentes ou ainda as chamadas equações de estado. Tais correlações são formuladas a partir do princípio dos estados correspondentes proposto por *Van-der-Waals* (Kumar, 2004), segundo o qual a relação entre pressão, temperatura e volume específico tem uma forma universal para todos os gases quando escrita em termos das variáveis reduzidas, definidas da seguinte forma:

$$p_R = p/p_c, \quad (3.48.a)$$

$$T_R = T/T_c, \quad (3.48.b)$$

$$v_R = v/v_c. \quad (3.48.c)$$

Nestas equações, os subscritos R e c indicam, respectivamente, propriedades reduzidas e propriedades do ponto crítico. Uma consequência importante do princípio dos estados correspondentes reside no fato que gases diferentes que se encontrem em estados caracterizados com as mesmas propriedades reduzidas irão apresentar o mesmo afastamento do comportamento de gás ideal. Tal conceito é ainda mais razoável para misturas de gases que apresentem moléculas similares na sua natureza química, forma e tamanho, que é o caso do gás natural.

Como exemplo desta afirmação pode-se considerar as figuras 3.2 e 3.3, nas quais se representa a pressão de vapor do metano em termos de propriedades primitivas (figura 3.2) e em termos de propriedades reduzidas (figura 3.3). Observa-se que cada curva termina no ponto crítico da substância considerada e que as curvas se aproximam quando representadas em coordenadas reduzidas (figura (3.3)). Se a teoria dos estados correspondentes fosse exata, as curvas estariam sobrepostas na figura 3.2.

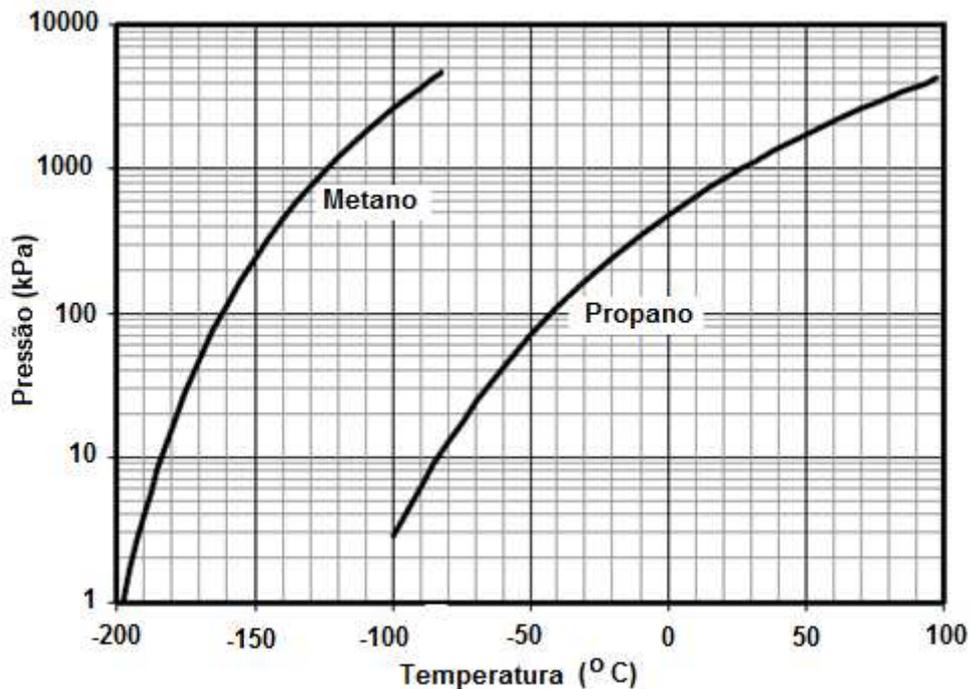


Figura 3.2 – Pressão de vapor do metano e do propano – *Gas Processors Suppliers Association*, (Borges, E.M.L., 2009).

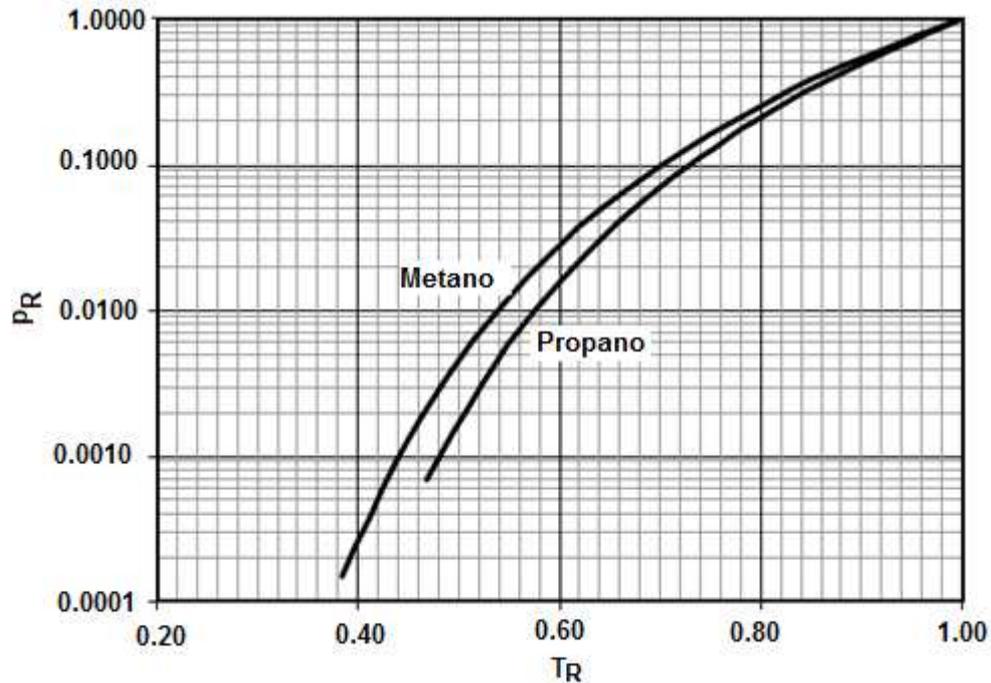


Figura 3.3 – Pressão de vapor do metano e do propano em coordenadas reduzidas – *Gas Processors Suppliers Association*, (Borges, E.M.L., 2009).

Embora tenha sido inicialmente proposto para gases puros, o princípio dos estados correspondentes foi estendido por Kay, em 1936, para o caso de misturas de gases, introduzindo-se adicionalmente o conceito de propriedades pseudocríticas, definidas da seguinte forma:

$$T_{pc} = \sum_i y_i T_{pci}, \quad (3.49)$$

$$p_{pc} = \sum_i y_i p_{pci}, \quad (3.50)$$

y_i representa a fração molar do componente i . As propriedades reduzidas definidas com base nos valores pseudocríticos são freqüentemente denominadas de propriedades pseudoreduzidas.

Borges P.R. (2009) ressalta ainda que diversos estudos sobre o fator de compressibilidade do gás natural, mesmo com composições distintas, demonstram resultados satisfatórios mediante o conceito de pressão e temperatura pseudoreduzidas.

A literatura é farta quanto ao número de modelos que podem ser utilizados para calcular o fator de compressibilidade. Esses modelos são geralmente

classificados de acordo com a complexidade matemática da expressão que os representa e podem ser mais ou menos precisos, dependendo das faixas de pressão e temperatura de interesse (Chvidchenko, 2008). No presente trabalho, o modelo de gás ideal foi comparado aos modelos de *Peng-Robinson*, *Patel-Teja-Valderrama*, *Shell Oil Company*, *Soave-Redlich-Kwong* e *Van-der-Waals*, os quais são apresentados na tabela 3.2 como funções da pressão reduzida e da temperatura reduzida. Cumpre ressaltar que os modelos de *Peng-Robinson* e *Soave-Redlich-Kwong* utilizam o fator acêntrico do gás ω , enquanto que o modelo de *Patel-Teja-Valderrama* requer do fator de compressibilidade crítico Z_c . Para o caso de uma mistura gasosa, esses parâmetros são determinados pelas seguintes expressões:

$$\omega = \sum_i y_i \omega_i, \quad (3.51)$$

$$Z_c = \sum_i y_i Z_{ci}. \quad (3.52)$$

O fator acêntrico do gás é válido para descrever o desvio de comportamento de um fluido em relação à não-esfericidade das suas moléculas. Diversos ábacos e tabelas de propriedades químicas de substâncias trazem os seus respectivos valores, sendo Peixoto (2005-2006) uma boa referência.

Tabela 3.2 – Modelos propostos para o cálculo do fator de compressibilidade (Z).

<p>Peng-Robinson (PR) (Almeida et al., 2013; Kumar, 2004; Chvidchenko, 2008; Borges, E.M.L., 2009)</p> $Z^3 - (\beta_a - 1)Z^2 + (\alpha_a - 2\beta_a - 3\beta_a^2)Z - (\alpha_a\beta_a - \beta_a^2 - \beta_a^3) = 0$ $\alpha_a = 0.45724 \left(\frac{p_R}{T_R^2} \right) [1 + m'(1 - \sqrt{T_R})]^2 \quad ; \quad \beta_a = 0.07780 \left(\frac{p_R}{T_R} \right)$ $m' = 0.379642 + 1.48503\omega - 0.1644\omega^2 + 0.016667\omega^3$
<p>Patel-Teja-Valderrama (PTV) (Almeida et al., 2013; Kumar, 2004; Rabah et al., 2010; Borges, E.M.L., 2009)</p> $Z^3 + (\gamma - 1)Z^2 + (\alpha_a - 2\beta_a\gamma - \beta_a - \gamma - \beta_a^2)Z + (\beta_a\gamma + \beta_a^2\gamma - \alpha_a\beta_a) = 0$ $\alpha_a = \zeta_a \left(\frac{p_R}{T_R^2} \right) \cdot [1 + m' \cdot (1 - \sqrt{T_R})]^2 ; \beta_a = \zeta_b \left(\frac{p_R}{T_R} \right) ; \gamma = \zeta_c \left(\frac{p_R}{T_R} \right)$ $\zeta_a = 0.66121 - 0.76105Z_c ; \zeta_b = 0.02207 + 0.20868Z_c$ $\zeta_c = 0.57765 - 1.87080Z_c$ $m' = -6.608 + 70.43Z_c - 159.0Z_c^2$
<p>Shell Oil Company (SOC) (Almeida et al., 2013; Kumar, 2004; Borges, E.M.L., 2009)</p> $Z = \zeta_a + \zeta_b p_R + (1 - \zeta_a) \exp(-\zeta_g) - \zeta_f \left(\frac{p_R}{10} \right)^4$ $\zeta_a = -0.101 - 0.36T_R + 1.3868\sqrt{T_R - 0.919} \quad ; \quad \zeta_b = 0.021 + \frac{0.04275}{T_R - 0.65}$ $\zeta_c = 0.6222 - 0.244T_R \quad ; \quad \zeta_d = \frac{0.0657}{T_R - 0.86} - 0.037$ $\zeta_e = 0.320 \exp(-19.53[T_R - 1]) \quad ; \quad \zeta_f = 0.122 \exp(-11.30[T_R - 1])$ $\zeta_g = p_R(\zeta_c + \zeta_d p_R + \zeta_e p_R^4)$
<p>Soave-Redlich-Kwong (SRK) (Almeida et al., 2013; Kumar, 2004; Chvidchenko, 2008; Borges, E.M.L., 2009)</p> $Z^3 - Z^2 + (\alpha_a - \beta_a - \beta_a^2)Z - \alpha_a\beta_a = 0$ $\alpha_a = 0.42747 \left(\frac{p_R}{T_R^2} \right) [1 + m'(1 - \sqrt{T_R})]^2 \quad ; \quad \beta_a = 0.08664 \left(\frac{p_R}{T_R} \right)$ $m' = 0.480 + 1.57\omega - 0.176\omega^2$
<p>Van-der-Waals (VdW) (Almeida et al., 2013; Kumar, 2004; Rabah et al., 2010; Borges, E.M.L., 2009)</p> $Z^3 - (1 + \beta_a)Z^2 + \alpha_a Z - \alpha_a\beta_a = 0$ $\alpha_a = \frac{27}{64} \left(\frac{p_R}{T_R^2} \right) \quad ; \quad \beta_a = \frac{1}{8} \left(\frac{p_R}{T_R} \right)$

3.10.1 Fator de compressibilidade segundo a norma AGA-8

A norma AGA-8 (1994) apresenta informações detalhadas para a determinação do fator de compressibilidade e densidade do gás natural e de outros gases derivados de hidrocarbonetos. Para o caso específico do fator de compressibilidade, a mesma apresenta duas diferentes metodologias que permitem a determinação desse parâmetro: o método da caracterização detalhada e o método da caracterização de Gross.

O primeiro método é mais completo e apresenta resultados satisfatórios para faixas de temperatura e pressão mais amplas, enquanto que o segundo método é mais simplificado e, conseqüentemente, apresenta bons resultados para faixas de temperatura e pressão mais restritas.

Ambos os métodos, entretanto, apresentam equações relativamente extensas em termos de coeficientes e parâmetros envolvidos, ocasionando um grande esforço computacional para a determinação final do fator de compressibilidade procurado. A equação (3.53) reproduz a equação de estado para determinação do fator de compressibilidade pelo método da caracterização detalhada:

$$Z = 1 + \frac{DB}{K^3} - D \sum_{n=13}^{18} C_n^* T^{-u_n} + \dots$$

$$\dots + \sum_{n=13}^{58} C_n^* T^{-u_n} (b_n - c_n k_n D^{k_n}) D^{b_n} \exp(-c_n D^{k_n}). \quad (3.53)$$

Nessa equação, onde se manteve a nomenclatura original da referida norma, pode-se observar uma série de parâmetros e coeficientes que dependem da composição química do gás e de constantes tabeladas, sendo:

D – densidade reduzida do gás;

B – segundo coeficiente virial;

K – parâmetro de tamanho da mistura;

C_n^* – coeficiente de composição da mistura; e

$u_n, b_n, c_n e k_n$ - coeficientes gerais.

Em termos operacionais, entretanto, é prática comum das concessionárias de gás natural, utilizar juntamente aos seus dispositivos de medição

de consumo, um aparelho que faz a correção automática da pressão, temperatura e fator de compressibilidade para as condições contratuais de referência. Tal dispositivo, conhecido comercialmente como “eletrocorretor”, utiliza um código de programação específico embasado na equação de estado da norma AGA-8 para a determinação do fator de compressibilidade, motivo pelo qual se faz referência ao assunto nesse tópico dado o fato que o mesmo será fundamental para entendimento do item subsequente do presente trabalho.

3.11 Caracterização do fator de compressibilidade do gás natural distribuído pela COMPAGAS

Atualmente, o gás natural distribuído pela **COMPAGAS** é proveniente de algumas poucas jazidas da Bolívia (gasoduto Bolívia-Brasil), o que confere certa estabilidade à composição química média do gás ao ponto desta estar especificada em cláusula contratual correspondente, conforme valores reproduzidos na tabela 3.3. Esta especificação química média foi utilizada para calcular os valores reportados na última linha da referida tabela.

Tabela 3.3 – Composição química média e demais propriedades do gás natural distribuído pela **COMPAGAS**, (Almeida et al., 2013).

Compo- nente	Fração molar %	Massa molar [kg/kmol]	T_c [K]	p_c [MPa]	Z_c	Fator acêntrico ω	c_p [J/kg.K]	c_v [J/kg.K]
CH ₄	0.8901	16.043	190.6	4.596	0.286	0.011	2253.3	1735.1
C ₂ H ₆	0.0593	30.069	305.4	4.883	0.285	0.099	1754.3	1477.8
C ₃ H ₈	0.0185	44.096	369.8	4.250	0.281	0.153	1672.9	1484.4
n-C ₄ H ₁₀	0.0042	58.123	425.2	3.796	0.274	0.199	1708.9	1565.9
i-C ₄ H ₁₀	0.0031	58.123	408.2	3.648	0.283	0.183	1673.5	1530.5
n-C ₅ H ₁₂	0.0011	72.151	469.70	3.370	0.262	0.251	1649.1	1533.9
i-C ₅ H ₁₂	0.0008	72.151	460.4	3.380	0.270	0.227	1645.0	1529.8
n-C ₆ H ₁₄	0.0008	86.178	507.5	3.010	0.264	0.299	1673.1	1576.6
N ₂	0.0067	28.013	126.3	3.400	0.289	0.039	1037.5	740.71
CO ₂	0.0154	44.010	304.2	7.382	0.277	0.239	869.34	680.43
Gás Natural	1.0000	18.374	204.48	4.632	0.286	0.0245	2096.04	1643.57

Para fornecer o gás aos clientes do segmento industrial, a **COMPAGAS** dispõe de estações de medição e redução de pressão (EMRPs), compostas por um conjunto de válvulas e acessórios adequadamente montados sobre uma base rígida, conforme ilustrado na figura 3.4. Tal dispositivo tem por função, além da redução da pressão do gás a níveis compatíveis com o seu fornecimento, a medição da quantidade de gás consumida por cada cliente. Para isto, a estação dispõe ainda de um medidor de vazão volumétrico e de um eletrocorretor, conforme pode ser observado na figura 3.5. A função do eletrocorretor consiste em calcular o consumo mássico de gás natural a partir dos valores medidos de consumo volumétrico, pressão e temperatura. Tal dispositivo é ainda programado para calcular o fator de compressibilidade do gás fornecido utilizando a equação de estado da norma AGA-8 (1994), considerada uma das mais precisas para este cálculo e convencionalmente adotada pela grande maioria das empresas distribuidoras de gás natural do Brasil, conforme já comentado anteriormente.



Figura 3.4 – Estação de medição e redução de pressão – **COMPAGAS**,
(Almeida et al., 2013).



Figura 3.5 – Eletrocorretor padrão – **COMPAGAS**, (Almeida et al., 2013).

Visando caracterizar as condições de operação da rede de distribuição da **COMPAGAS**, atualmente com cerca de 640 km de extensão e operando em pressões nominais de 4, 7, 17 e 35 bar, foram utilizados valores de pressão, temperatura e fator de compressibilidade provenientes de medições rotineiras, realizadas ao longo de um período de 8 meses e totalizando um conjunto aproximado de 14000 pontos, obtidos a partir de estações de redução e medição de pressão espalhadas ao longo da rede de distribuição. As figuras 3.6 e 3.7 representam o fator de compressibilidade correspondente em função da temperatura reduzida e da pressão reduzida, respectivamente.

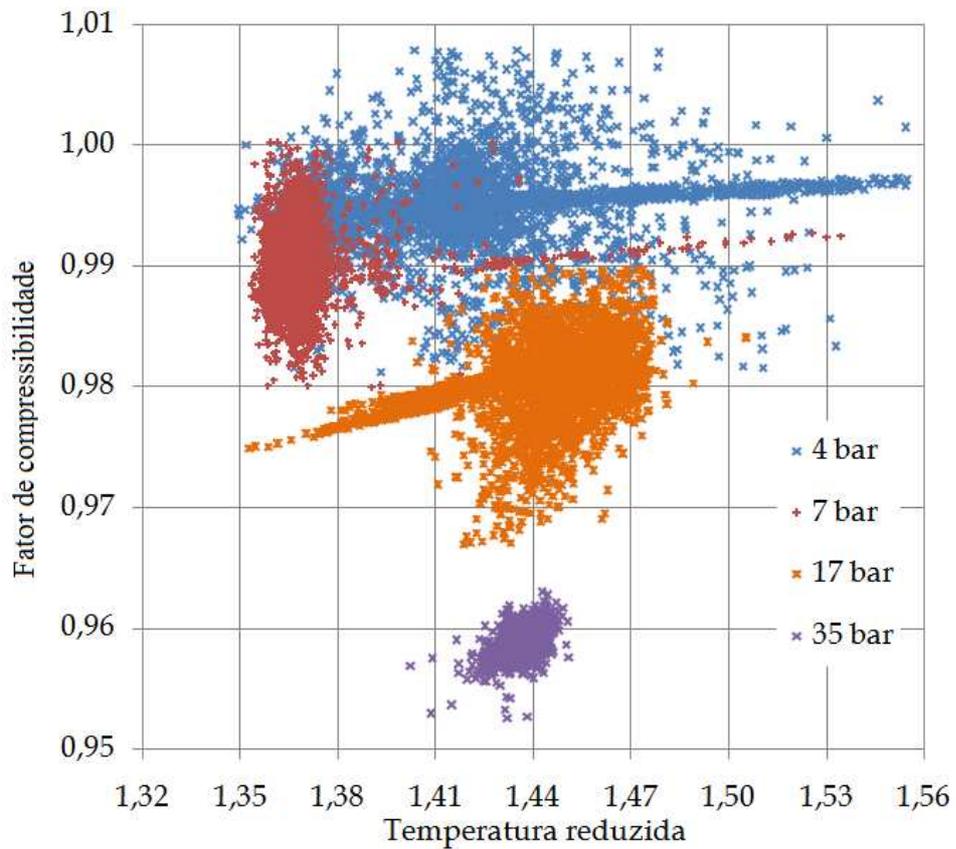


Figura 3.6 – Fator de compressibilidade fornecido pelo eletrocorretor como função da temperatura reduzida, (Almeida et al., 2013).

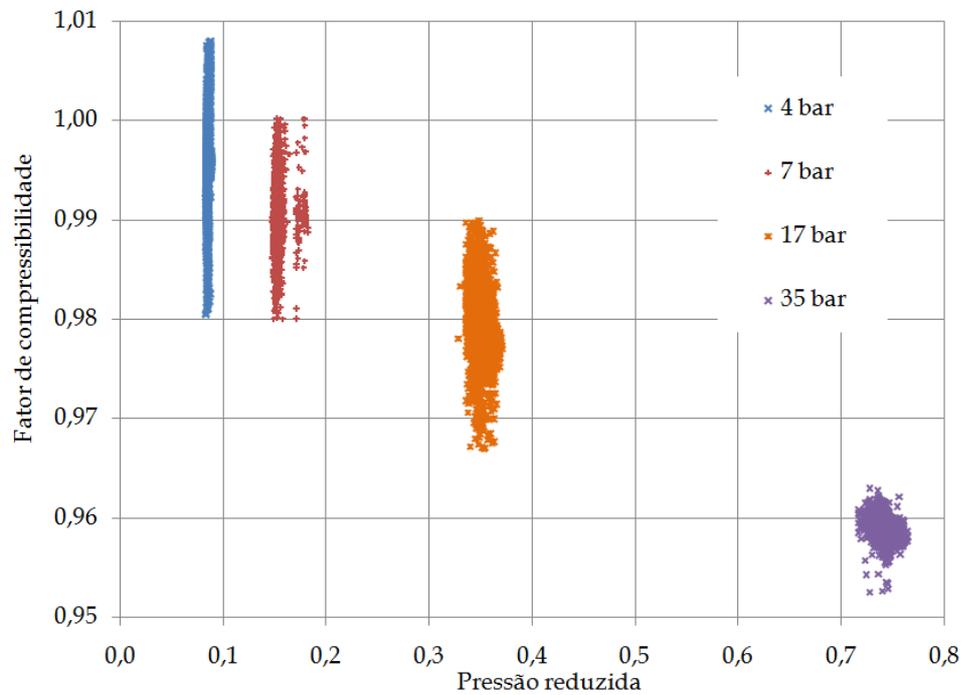


Figura 3.7 – Fator de compressibilidade fornecido pelo eletrocorretor como função da pressão reduzida, (Almeida et al., 2013).

3.11.1 Análise comparativa das equações de estado

Com o objetivo de identificar uma equação de estado capaz de calcular com adequada precisão os valores do fator de compressibilidade nas condições de operação da rede de distribuição da **COMPAGAS**, foi realizada uma análise comparativa entre os modelos apresentados na tabela 3.2, além do modelo de gás ideal (IG). O critério utilizado para avaliar a precisão de cada modelo foi o erro médio em relação aos valores do fator de compressibilidade fornecidos pelo eletrocorretor que, conforme já mencionado, utiliza a equação de estado recomendada pela norma AGA-8 (1994). O erro médio de cada equação de estado foi determinado para cada pressão relativa nominal através da seguinte expressão:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sqrt{(Z_i - Z_{AGA})^2}. \quad (3.54)$$

A figura 3.8 ilustra os resultados obtidos, representando o erro médio em função da pressão reduzida, obtida pela média de cada conjunto de dados medidos. Os resultados demonstram que a equação de estado de *Soave-Redlich-Kwong* (SRK) fornece os menores erros em relação à equação da AGA-8.

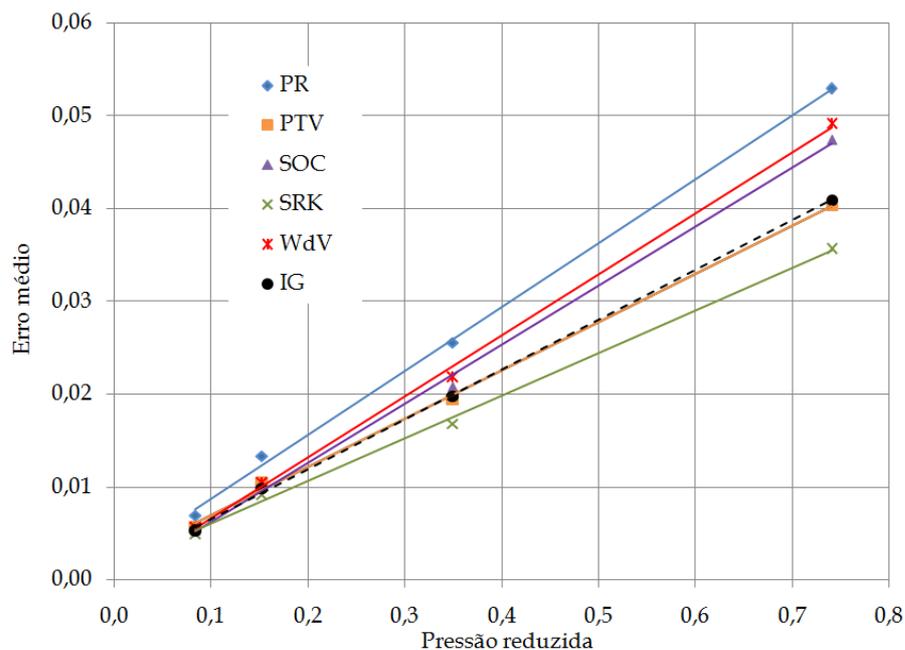


Figura 3.8 – Variação do erro médio $\bar{\varepsilon}$ em função da pressão reduzida, (Almeida et al., 2013).

3.11.2 Modelo para o fator de compressibilidade da rede de distribuição da COMPAGAS

Conforme apresentado na figura 3.8, o modelo de *Soave-Redlich-Kwong* foi o que apresentou os menores erros em comparação aos outros modelos avaliados. Apesar dessa constatação, entretanto, os erros produzidos pelo modelo de gás ideal foram apenas ligeiramente maiores, motivo pelo qual se entende que o ganho em termos de precisão dificilmente superaria o ônus resultante do uso de um modelo mais complexo.

Para contornar esse problema, propõe-se um modelo alternativo definido da seguinte forma:

$$Z = f(p_R), \quad (3.55)$$

sendo que a função $f(p_R)$ pode ser obtida fazendo um ajuste dos valores do fator de compressibilidade fornecidos pela equação de estado AGA-8. Obviamente, tal modelo seria válido apenas para aquelas condições em que os dados que deram origem ao ajuste foram coletados.

Na figura 3.9 são mostrados os valores médios do fator de compressibilidade de cada conjunto de dados representado na figura 3.7. Da mesma forma como feito anteriormente, os valores de pressão reduzida usados para caracterizar cada nível de pressão da rede são os valores médios de cada conjunto de dados. Fazendo um ajuste linear destes valores, obtém-se a seguinte equação:

$$Z = -0.0523p_R + 0.9979. \quad (3.56.a)$$

Visando ainda, um melhor enriquecimento das informações disponíveis apresenta-se na tabela 3.4 e na figura 3.10, um tratamento estatístico dos dados coletados. Na tabela 3.4 traduz-se a média e o desvio padrão correspondente a cada faixa de pressão considerada, enquanto que na figura 3.10 representam-se adicionalmente à curva do modelo proposto, curvas correspondentes aos desvios padrão $(+3\hat{\sigma})$ e $(-3\hat{\sigma})$, respectivamente.

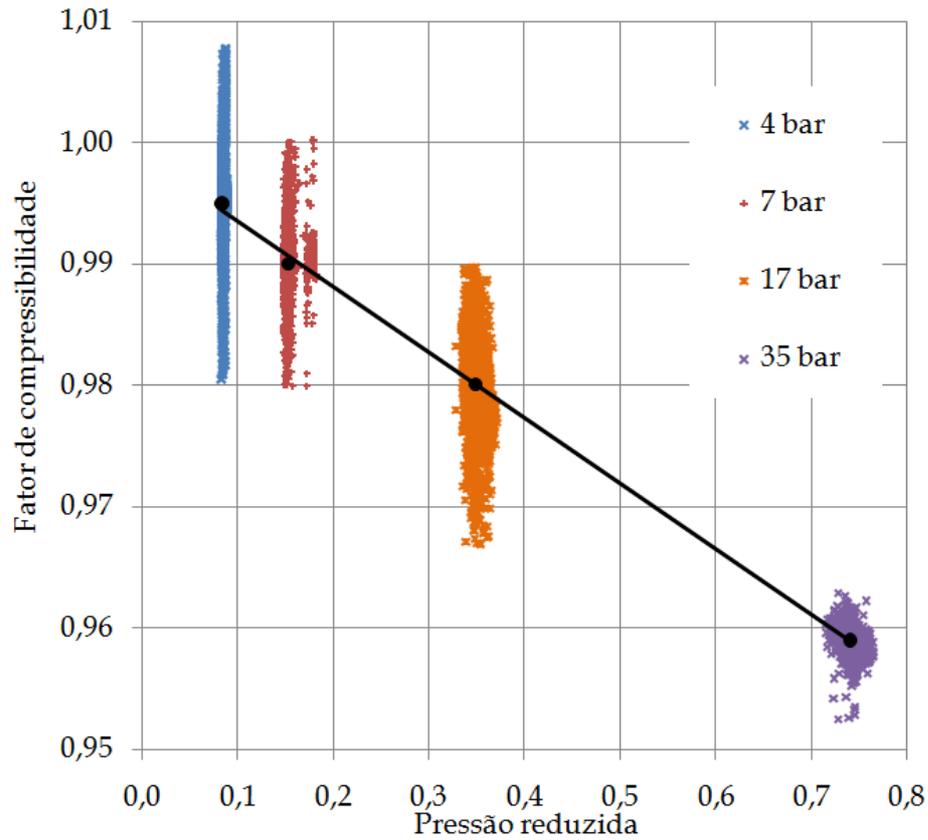


Figura 3.9 – O modelo proposto para a rede de distribuição da **COMPAGAS**, (Almeida et al., 2013).

Tabela 3.4 – Valores médios e desvios padrão do fator de compressibilidade para as faixas de pressão consideradas.

Pressão (bar)	\bar{Z}	$\hat{\sigma}$
4	0,9950	0,003562
7	0,9900	0,002958
17	0,9801	0,003228
35	0,9590	0,000949

$$Z_{(+3\hat{\sigma})} = -0.064p_R + 1.011, \quad (3.56.b)$$

$$Z_{(-3\hat{\sigma})} = -0.043p_R + 0.986. \quad (3.56.c)$$

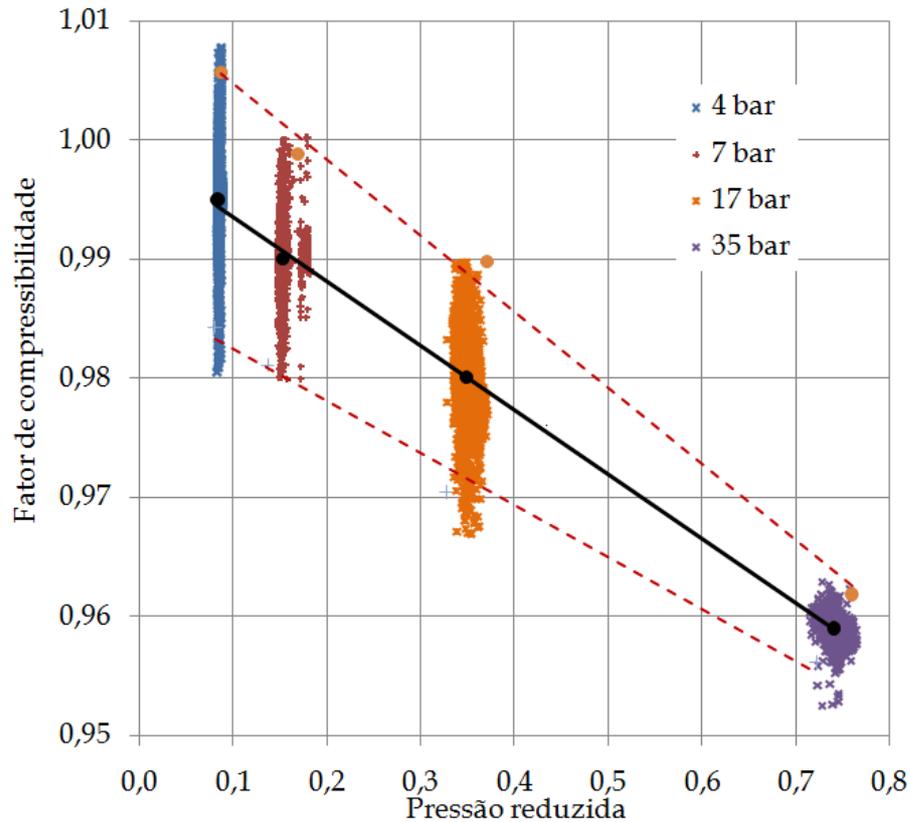


Figura 3.10 – Curvas correspondentes aos desvios padrão ($+3\hat{\sigma}$) e ($-3\hat{\sigma}$) em relação ao modelo proposto.

O procedimento adotado para avaliar a precisão dos outros modelos propostos foi aplicado ao modelo definido com a equação (3.56.a). O resultado pode ser observado na figura 3.11, onde o erro médio obtido com este modelo é comparado com aquele produzido pelo modelo de *Soave-Redlich-Kwong*. Resulta evidente a partir desta figura que o modelo proposto permite uma alta precisão sem comprometer demasiadamente a tão desejada simplicidade matemática, motivo pelo qual o mesmo foi adotado conjuntamente às equações governantes no presente trabalho.

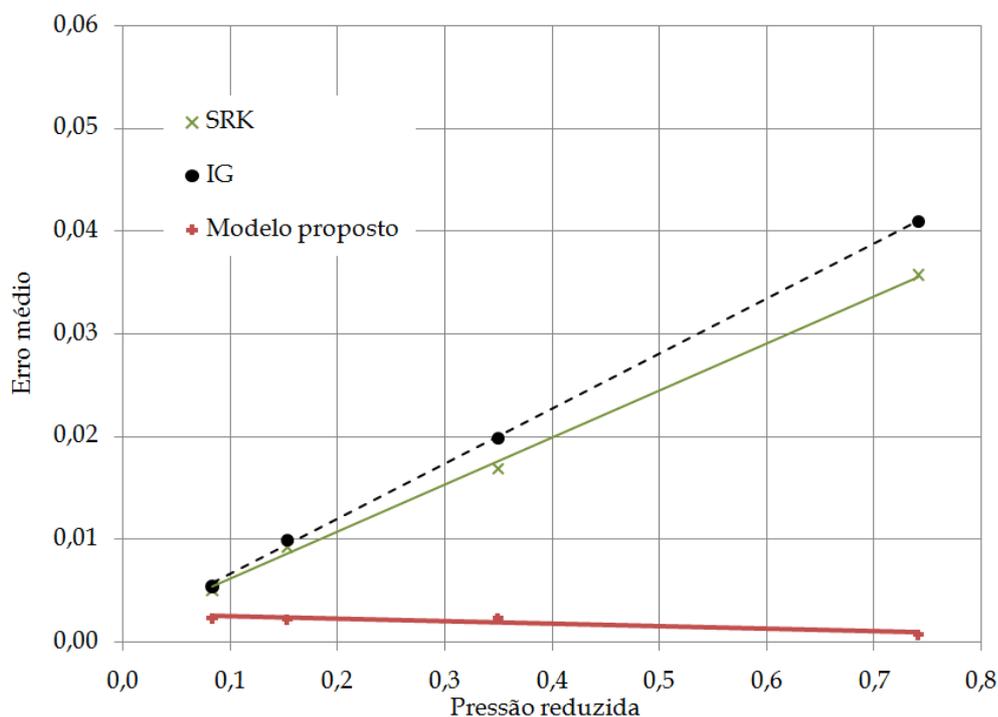


Figura 3.11 – Erro médio do modelo proposto, (Almeida et al., 2013).

Alternativamente e em função das considerações apresentadas para a determinação do fator de compressibilidade, será considerada para o presente trabalho, a proposta de gás real com um fator de compressibilidade supostamente constante para cada faixa de pressão disponível nas redes de distribuição da **COMPAGAS**. Nessas circunstâncias, o fator de compressibilidade será obtido a partir da equação (3.56.a) definindo-se a pressão reduzida para faixas de 4, 7, 17 ou 35 bar de pressão. Tal proposição aperfeiçoará o modelo matemático ao garantir um grau de precisão um pouco superior ao fornecido pelo modelo de gás ideal.

Similarmente à condição de gás ideal, representam-se na tabela 3.5 as relações termodinâmicas anteriormente discutidas para o caso de um gás real. Eventuais simplificações para o caso de um fator de compressibilidade supostamente constante para uma determinada faixa de pressão estão conjuntamente contempladas.

Tabela 3.5 – Relações termodinâmicas para um gás real.

Equação de estado	$\rho = \frac{p}{ZRT}$	(3.47)
Calores específicos	$c_p - c_v = RZ$ $\frac{c_p}{c_v} = k$ $c_p = \left(\frac{k}{k-1}\right) RZ$ $c_v = \frac{RZ}{k-1}$	(3.19/adaptada) (3.20) (3.21/adaptada) (3.22/adaptada)
Entalpia	$h = u + RTZ$	(3.17/adaptada)
Energia interna	$du = c_v dT$	(3.15)
Entropia	$Tds = du + pdv$ $Tds = dh - vdp$	(3.12) (3.14)

3.12 Velocidade do som

Perturbações na pressão de um fluido compressível, ocasionadas sob a forma de ondas de propagação, são transmitidas através do mesmo pela compressão sucessiva e por ondas de rarefação (descompressão) associadas à natureza elástica do fluido. Como referência desse fenômeno, a expressão de *Allievi* citada por Kim (2010) a seguir reproduzida, mostra, por exemplo, que o aumento da pressão transitória causada pelo fechamento instantâneo de uma válvula ao final de um trecho de tubulação é diretamente proporcional à velocidade do som no fluido, justificando-se assim a necessidade em se avaliar o referido parâmetro para cada sistema em específico.

$$\Delta p = \pm \rho c \Delta v, \quad (3.57)$$

sendo c a velocidade do som no fluido.

A velocidade do som num fluxo pressurizado depende, em geral, das características do fluido, da geometria e das características do material da tubulação e das eventuais restrições existentes (ancoragens, por exemplo). Considere, entretanto, que ocorra um acréscimo de pressão no interior de um trecho de tubulação que contempla o confinamento de um gás compressível. Esse acréscimo irá provocar uma perturbação que se deslocará com uma velocidade muito grande c , enquanto que o gás, em função dessa perturbação irá se deslocar com uma velocidade bastante inferior dv , em direção à frente de onda correspondente. A figura 3.12 ilustra essa proposição com a respectiva frente de onda (FO):

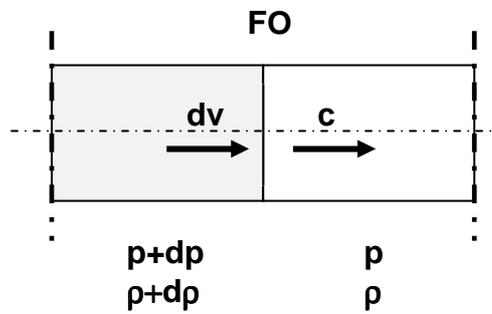


Figura 3.12 – Sistema ilustrativo da velocidade do som num trecho reto de tubulação identificando as regiões - perturbada e não-perturbada - pela frente de onda.

Após a passagem da frente de onda, as propriedades do gás (pressão e massa específica, nesse caso) sofrem uma variação infinitesimal em seus valores. Da equação da continuidade, considerando-se a região perturbada e a região não perturbada pela frente de onda, pode-se facilmente demonstrar que:

$$\rho c = (\rho + d\rho)(c + dc), \quad (3.58)$$

ou, após a eliminação dos termos de maior ordem:

$$c = -\rho \frac{dc}{d\rho}. \quad (3.59)$$

Aplicando-se em seguida a equação da conservação da quantidade do movimento para os mesmos trechos, obtém-se:

$$p + \rho c^2 = (p + dp) + (\rho + d\rho)(c + dc)^2, \quad (3.60)$$

resultando em:

$$dc = \frac{dp + c^2 d\rho}{-2c\rho}. \quad (3.61)$$

A substituição de (3.59) em (3.61) resulta em:

$$-\frac{cd\rho}{\rho} = \frac{dp + c^2 d\rho}{-2c\rho}, \quad (3.62.a)$$

e, finalmente:

$$c^2 = \left(\frac{dp}{d\rho} \right). \quad (3.62.b)$$

Ocorre, porém, que as perturbações produzidas pela passagem de uma onda de som ao longo de fluido são extremamente pequenas, possibilitando considerar que cada partícula do fluido sofra um processo reversível. Além disso, as partículas envolvidas não têm tempo suficiente para perder ou ganhar calor, dado o fato da passagem da onda ser tão rápida que chega a tornar as eventuais variações de temperatura insignificantes, deixando o processo como quase adiabático. Dessa forma, o processo de ondas de som ao longo de gasodutos pode ser considerado como adiabático reversível (ou isentrópico), motivo pelo qual se torna comum representar a equação (3.62.b) através de uma derivada parcial. Assim:

$$c^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s. \quad (3.63)$$

A velocidade do som depende assim das propriedades do fluido, não havendo qualquer descontinuidade nas propriedades termodinâmicas e nas variáveis de fluxo durante a propagação da onda. Quando, porém, um pulso de pressão cria variações finitas, em vez de diferenças infinitesimais, na pressão e na

densidade do fluido, descontinuidades nas propriedades do fluxo podem ocorrer através da onda e o processo não pode ser considerado como isentrópico. Esse tipo de onda é chamado de onda de choque.

A velocidade da onda de som num fluido corresponde, assim, a uma medida significativa dos efeitos da compressibilidade quando comparada com a velocidade do fluxo correspondente.

3.12.1 Velocidade do som para gases ideais

Retomando-se a segunda equação de Gibbs (3.14) na condição de um gás ideal ($p\nu = RT$), pode-se considerar que:

$$Tds = dh - \nu dp,$$

ou

$$ds = c_p \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p}.$$

Após integrações entre os estados 1 e 2, resulta:

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) - R \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right). \quad (3.64.a)$$

Como se supõem um processo isentrópico ($s = cte$), então:

$$\ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) = \frac{R}{c_p} \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right), \quad (3.64.b)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{R}{c_p}}, \quad (3.64.c)$$

ou, finalmente:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}}. \quad (3.64.d)$$

Combinando a equação (3.64.d) com a relação $(pv/T) = cte$, pode-se ainda demonstrar que:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^k \Rightarrow pv^k = cte. \quad (3.65.a)$$

ou, em função da massa específica do fluido:

$$\frac{p}{\rho^k} = cte. \quad (3.65.b)$$

Aplicando-se a função logarítmica em ambos os lados desta última expressão, obtém-se:

$$\ln(p) = k \ln(\rho), \quad (3.65.c)$$

ou ainda, após as devidas diferenciações:

$$\frac{dp}{d\rho} = kRT. \quad (3.66)$$

A relação (3.66) foi obtida a partir da relação $(pv = RT)$, válida para gases reais. Como $(dp/d\rho)$ corresponde à velocidade do som ao quadrado, pode-se finalmente considerar:

$$c = \sqrt{kRT}. \quad (3.67)$$

3.12.2 Velocidade do som para gases reais

A equação da velocidade de propagação do som em gases reais, descrita de forma detalhada na AGA-10 (2003) corresponde a:

$$c = \left[\frac{c_p}{c_v} \frac{R_0 T}{M} \left(Z + \rho \left(\frac{\partial Z}{\partial \rho} \right)_T \right) \right]^{0,5}. \quad (3.68)$$

Observar que a referida equação envolve, além das constantes do gás considerado, a variação do fator de compressibilidade em função da massa específica correspondente, tornando-se necessário nessas circunstâncias o conhecimento de como Z estaria variando em relação a esse parâmetro. A mesma norma, porém, apresenta uma grande quantidade de fatores empíricos que possibilitam a determinação de todas essas grandezas.

3.13 Número de Mach

A relação entre a velocidade do escoamento e a velocidade do som no fluido é chamada de número de *Mach*, ou seja:

$$M' = \frac{v}{c}. \quad (3.69)$$

O número de *Mach* pode ser considerado como uma medida dinâmica da compressibilidade do fluido (Anderson, 1995), uma vez que é igual à velocidade do fluxo normalizado com respeito a uma velocidade característica definida por alterações na pressão e na densidade do fluido.

Escoamentos de gases com número de *Mach* $< 0,3$ podem ser tratados como incompressíveis, visto que a variação da massa específica do fluido nessas circunstâncias é inferior a 5% (Fox, 2010). Quando o número de *Mach* é inferior a unidade o fluxo é caracterizado como subsônico, enquanto que para números de *Mach* iguais a unidade, o fluxo é dito sônico. Situações nas quais o número de *Mach* é superior a unidade corresponde aos fluxos supersônicos (*Mach* entre 1 e 5) e hipersônicos (*Mach* maiores do que 5). Esses vários regimes de fluxo descritos pelo número de *Mach* podem ser relacionados diretamente com a energia do fluido.

3.14 Taxa de fuga em redes de distribuição de gás natural

Na ocorrência de um eventual vazamento ao longo de um trecho de tubulação pressurizada de gás natural, ondas de pressão são propagadas nos dois lados opostos ao ponto da ruptura. No ponto de vazamento pode ocorrer o surgimento de um regime crítico com a velocidade do gás atingindo a velocidade local do som. Na seqüência, a pressão do gás é gradativamente diminuída chegando, para o caso do gás natural, a uma pressão da ordem de (1,8 a 1,9) da pressão atmosférica (Lurie, 2008), tornando o regime sônico e fazendo com que a velocidade do gás seja também diminuída de forma gradativa. Nessas circunstâncias, a temperatura do gás no ponto da ruptura cai de forma gradativa devido à expansão adiabática e ao efeito *Joule-Thomson*¹, podendo vir a apresentar quedas de temperatura que chegam aos 100K para o caso de gasodutos. Na seqüência, devido ao influxo local, a temperatura é gradativamente restaurada.

Hou (2011) destaca em seu trabalho que vazamentos em tubulações de gás natural podem ser classificados em três tipos: vazamentos pequenos (situações em que o orifício de fuga seja inferior a 20 mm), vazamentos grandes (situações em que o orifício de fuga seja maior do que 20 mm, mas inferior ao diâmetro da tubulação) e vazamentos completos (quando a região rompida atinge as dimensões da própria tubulação). Considerando-se, entretanto, que os casos de vazamentos completos são os mais críticos e que conseqüentemente, seriam mais facilmente detectáveis para o caso de redes de distribuição de gás natural (face às menores extensões envolvidas e a maior concentração de malhas), para o presente trabalho será dada ênfase aos tipos de vazamentos classificados como pequenos e grandes.

Para os casos de pequenos e grandes vazamentos, supondo-se fluxo isentrópico no ponto de fuga e fluxo adiabático ao longo da tubulação, Hou (2011) sugere:

¹ Perda de temperatura ocorrida devido à expansão de um gás numa tubulação.

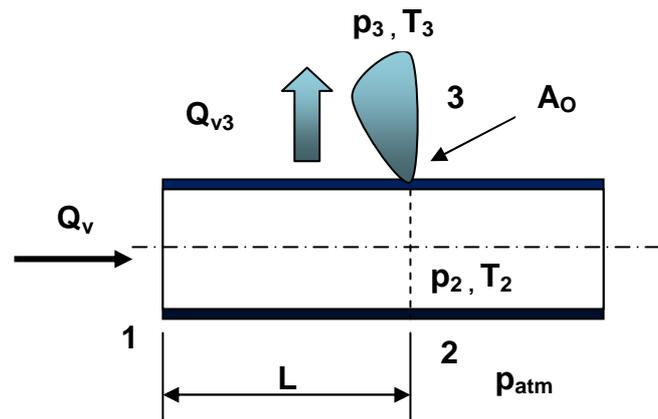


Figura 3.13 – Sistema ilustrativo do ponto de fuga num trecho retilíneo e genérico de tubulação

$$Q_{V3} = p_2 A_0 \sqrt{\frac{2k}{k-1} \left(\frac{M}{Z T_3 R_0} \right) \left[\left(\frac{p_3}{p_2} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_3}{p_2} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]}, \quad (3.70)$$

sendo que A_0 corresponde à área do orifício e Q_V à vazão volumétrica, enquanto que os índices 2 e 3 estão associados à figura esquematizada em 3.13.

A classificação do fluxo no ponto de fuga como sônico ou subsônico, pode ainda ser realizada mediante a comparação com a chamada relação de pressão crítica (*critical pressure ratio – CPR*) dada por:

$$CPR = \frac{p_3}{p_{c3}} = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}, \quad (3.71)$$

cujo valor para o gás natural distribuído pela **COMPAGAS** fica na ordem de 0,55.

A relação ($p_{atm}/p_2 > CPR$) corresponde a um fluxo de saída subsônico enquanto que a relação ($p_{atm}/p_2 \leq CPR$) corresponde a um fluxo de saída sônico. Para a condição de fluxo sônico, a equação (3.70) pode ser escrita na seguinte forma simplificada:

$$Q_{V3} = p_2 A_o \sqrt{\frac{M}{ZT_2 R_0} k \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}}}. \quad (3.72)$$

De forma complementar, pode-se também demonstrar para a condição de fluxo isentrópico que as relações de pressão, temperatura e massas específicas, entre os pontos 1 e 2 da figura 3.13, podem ser definidas por:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{2+(k-1)(M'_1)^2}{2+(k-1)(M'_2)^2}, \quad (3.73)$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{M'_1}{M'_2} \sqrt{\frac{2+(k-1)(M'_1)^2}{2+(k-1)(M'_2)^2}}, \quad (3.74)$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{M'_1}{M'_2} \sqrt{\frac{2+(k-1)(M'_2)^2}{2+(k-1)(M'_1)^2}}. \quad (3.75)$$

3.15 Conclusões

As considerações e revisões destacadas no presente capítulo possibilitam um melhor entendimento do equacionamento matemático apresentado no capítulo 4, como também, das premissas apresentadas na discussão do Método das Características, no capítulo 5. Da mesma forma, uma comparação entre os resultados numéricos e experimentais do fator de compressibilidade comprovam que a margem de erro obtida favorece a utilização de uma equação de estado relativamente simples para obtenção de um modelo que represente adequadamente o comportamento do escoamento do gás natural em tubulações.

4

Formulação matemática para o escoamento do gás

4.1 Introdução

É abordado neste capítulo o desenvolvimento de um modelo numérico para o escoamento do gás. São apresentadas as deduções e formulações das equações que governam o fluxo transitório. Assim, tem-se:

- dedução das equações da conservação da massa, conservação da quantidade de movimento e conservação da energia para o fluxo de fluido transitório;
- apresentação da equação de estado representativa do problema; e
- eventuais simplificações consideradas em relação ao modelo final.

Nesse contexto, o transporte do gás natural ao longo da tubulação será analisado da seguinte forma (Lurie, 2008): o escoamento é compressível e transitório; o fluxo é contínuo ocasionando um enchimento de toda a secção transversal do duto; o fluxo pode ser considerado como unidimensional, ou seja, todos os parâmetros envolvidos dependem apenas da coordenada x medida ao

longo do eixo do duto e do tempo t ; a área da secção transversal do duto pode variar ao longo do comprimento; a tubulação pode ser considerada como indeformável e a interação entre o fluido e a tubulação devido a problemas de vibração é insignificante. Os parâmetros mais importantes e suas correspondentes grandezas dimensionais correspondem a:

- ρ - densidade do fluido transportado, $kg \cdot m^{-3}$;
- v - volume específico do fluido transportado, $m^3 \cdot kg^{-1}$;
- v - velocidade do fluido, $m \cdot s^{-1}$;
- p - pressão no eixo da tubulação, $N \cdot m^{-2}$;
- T - temperatura do fluido transportado, K ;
- τ_W - tensão de cisalhamento (força de atrito por unidade de área da tubulação), $N \cdot m^{-2}$;
- Q_V - vazão volumétrica, $m^3 \cdot s^{-1}$; e
- \dot{m} - vazão mássica ou fluxo de massa, $kg \cdot s^{-1}$.

Com relação ao volume de controle, discutido no item item 4.2, as seguintes premissas são consideradas:

- as superfícies de entrada e saída estão abertas e permitem fluxos de massa, *momentum* e energia;
- as superfícies laterais são paredes fechadas e, conseqüentemente, não permitem fluxo de massa;
- a área da secção transversal varia apenas com a distância - $A(x)$ e não com o tempo ($\partial A / \partial t = 0$); e
- as paredes do duto são rígidas, não caracterizando assim qualquer taxa de produção de trabalho.

Os modelos matemáticos de fluidos e fluxos de gás ao longo das tubulações são baseados em princípios fundamentais da física (mecânica e termodinâmica) do contínuo e são obtidos a partir dos seguintes princípios fundamentais:

Conservação da massa

$$-\frac{\partial(\rho v)}{\partial x} = \frac{\partial \rho}{\partial t}. \quad (4.1)$$

Conservação da quantidade de movimento

$$\sum F_x = \frac{d}{dt}(mv). \quad (4.2)$$

Conservação da energia

$$Q - W = \Delta E. \quad (4.3)$$

Equação de estado

$$\phi(p, v, T) = 0. \quad (4.4)$$

Nas equações anteriores, além dos parâmetros citados anteriormente, F_x representa as forças atuando na direção x , ou seja, na direção do eixo da tubulação, Q representa o calor gerado, W representa o trabalho realizado e ΔE o ganho de energia.

4.2 Volume de controle num trecho de tubulação

Objetivando descrever e demonstrar os princípios fundamentais que representam a modelagem matemática desejada, apresenta-se o conceito de volume de controle, o qual pode ser considerado como um volume arbitrário no espaço através do qual o fluido escoar. Considere-se assim, um trecho de tubulação submetido a uma determinada vazão volumétrica, ao longo do qual se considera um elemento diferencial de comprimento e através do qual se supõe a variação dos seguintes parâmetros: pressão, velocidade, área da secção transversal, temperatura e massa específica. Esquemáticamente isto é ilustrado na figura 4.1:

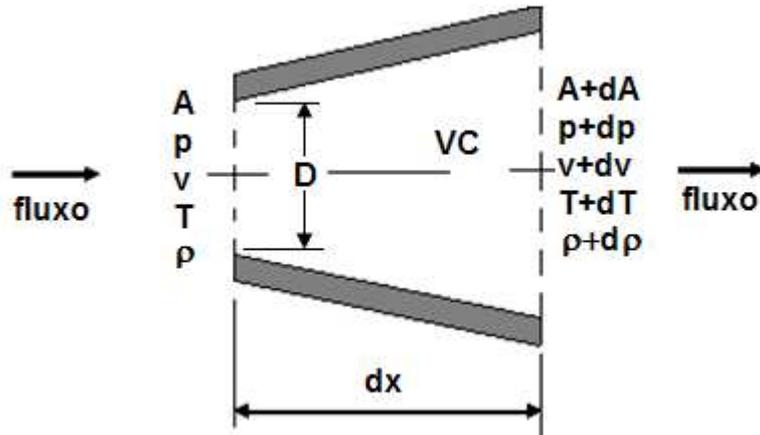
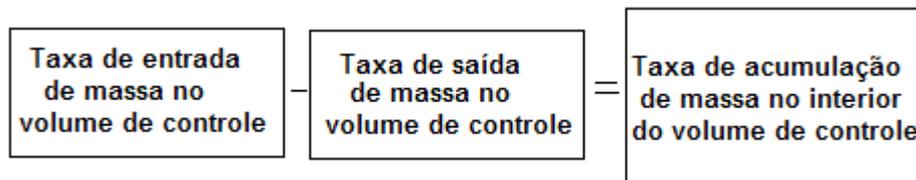


Figura 4.1 - Volume de controle com área variável num trecho reto de tubulação, (adaptada de Velásquez, 1993).

4.3 Conservação da massa

A conservação da massa, ou equação da continuidade, no contexto de fluxo em massa ao longo de uma tubulação, corresponde à condição na qual a massa do fluido considerada não pode ser criada nem destruída. Tal condição implica no fato que a taxa de acumulação de massa no volume de controle é igual ao fluxo líquido de massa para dentro da superfície de controle, isto é:



A massa por unidade de tempo (fluxo de massa) pode assim ser descrita por:

$$\frac{\partial m}{\partial t} = \frac{\partial(\rho dV)}{\partial t}. \tag{4.5}$$

Complementando-se o raciocínio, em termos de fluxo líquido (fluxo menos efluxo), pode-se também escrever:

$$\frac{\partial(\rho A dx)}{\partial t} = \rho A v - \left(\rho + \frac{\partial \rho}{\partial x} dx\right) \left(A + \frac{\partial A}{\partial x} dx\right) \left(v + \frac{\partial v}{\partial x} dx\right), \tag{4.6}$$

cuja multiplicação dos termos correspondentes ao lado direito de (4.6) resultam em:

$$\frac{\partial(\rho A dx)}{\partial t} = \rho A v - \left(\rho A v + \frac{\partial \rho}{\partial x} A v dx + \frac{\partial A}{\partial x} \rho v dx + \frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{\partial A}{\partial x} v dx^2 \right. \\ \left. \dots + \frac{\partial v}{\partial x} \rho A dx + \frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} A dx^2 + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial A}{\partial x} \rho dx^2 + \frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{\partial A}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} dx^3 \right),$$

ou ainda, após a eliminação dos termos diferenciais de maior ordem (dx^2 e dx^3) e o correspondente desenvolvimento do primeiro membro:

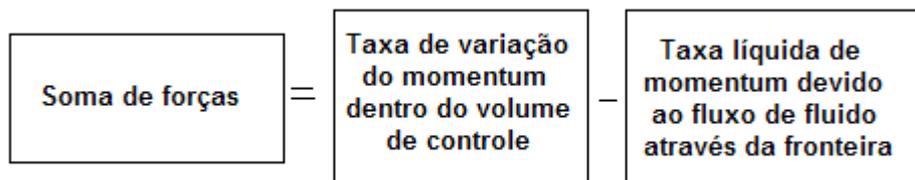
$$\rho \frac{\partial A}{\partial t} dx + A \frac{\partial \rho}{\partial t} dx = - \left(A v \frac{\partial \rho}{\partial x} dx + \rho v \frac{\partial A}{\partial x} dx + A \rho \frac{\partial v}{\partial x} dx \right). \quad (4.7)$$

A eliminação do primeiro termo do primeiro membro (a área não varia com o tempo) e a concomitante divisão de (4.7) por $A dx$, resulta finalmente em:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial x} = 0. \quad (4.8)$$

4.4 Conservação da quantidade de movimento

O princípio da conservação da quantidade de movimento, ou *conservação do momentum* é, na realidade, uma aplicação da segunda lei do movimento de *Newton* a um elemento fluido. Dessa forma, a força líquida atuante, na direção x , sobre o gás dentro do volume de controle corresponde à soma algébrica das forças individuais presentes no referido sistema em relação ao mesmo volume de referência, isto é:



Tais forças podem ser de natureza superficial (pressão hidrostática e tensões viscosas) ou mássica (gravidade, magnetismo e potencial elétrico).

Para o presente caso, devido à simetria do volume de controle torna-se possível desprezar as componentes radiais de força, caracterizando assim somente a presença de forças devido à pressão do fluido e forças de cisalhamento (atrito). As forças eletromagnéticas e eletrostáticas são desprezíveis e conseqüentemente estão sendo ignoradas.

Pela figura (4.2) nota-se que: a pressão na superfície de entrada “empurra” o fluido, a pressão na superfície de saída restringe o fluido, enquanto que a reação da parede devido à força de cisalhamento também restringe o fluido, de tal forma que o seu equacionamento pode ser formulado por:

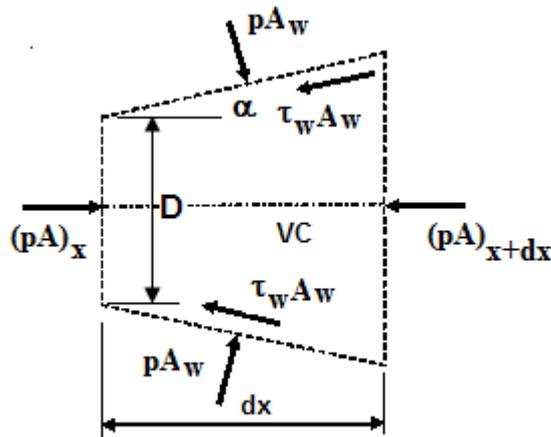


Figura 4.2 – Forças que atuam sobre a superfície de controle, (adaptada de Velásquez, 1993).

$$\sum F_x = pA + pA_w \text{sen}\alpha - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) \left(A + \frac{\partial A}{\partial x} dx \right) \dots - \frac{|v|}{v} \tau_w A_w \text{cos}\alpha, \quad (4.9)$$

sendo que A_w corresponde à área lateral da superfície de controle, enquanto que o termo $(|v|/v)$ foi introduzido com o intuito de indicar que a força de atrito atua no sentido oposto ao fluxo. O desenvolvimento de (4.9) resulta em:

$$F_x = pA + pA_W \text{sen}\alpha - \left(pA + A \frac{\partial p}{\partial x} dx + p \frac{\partial A}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial A}{\partial x} dx^2 \right) \dots - \frac{|v|}{v} \tau_W A_W \text{cos}\alpha. \quad (4.10)$$

Observando-se também as relações:

$$A_W \text{sen}\alpha = \frac{dA}{dx} dx. \quad (4.11.a)$$

e

$$A_W \text{cos}\alpha = \pi D dx. \quad (4.11.b)$$

e a correspondente eliminação do termo diferencial de segunda ordem, pode-se escrever:

$$F_x = pA + p \frac{\partial A}{\partial x} dx - pA - A \frac{\partial p}{\partial x} dx - p \frac{\partial A}{\partial x} dx - \frac{|v|}{v} \tau_W \pi D dx,$$

resultando em:

$$F_x = -A \frac{\partial p}{\partial x} dx - \frac{|v|}{v} \tau_W \pi D dx. \quad (4.12)$$

Impondo-se agora que a taxa de variação da quantidade de movimento dentro do volume de controle é igual à força resultante F_x mais o fluxo líquido de quantidade de movimento para o interior do volume de controle (influxo menos efluxo), pode-se considerar:

$$\frac{\partial(\rho A v dx)}{\partial t} = F_x + \rho A v^2 - \left(\rho + \frac{\partial \rho}{\partial x} dx \right) \left(A + \frac{\partial A}{\partial x} dx \right) \left(v + \frac{\partial v}{\partial x} dx \right)^2, \quad (4.13)$$

ou ainda:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho Av dx)}{\partial t} = & F_x + \rho Av^2 - \left(\rho Av^2 + Av^2 \frac{\partial \rho}{\partial x} dx + \rho v^2 \frac{\partial A}{\partial x} dx \right. \\ & \dots + v^2 \frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{\partial A}{\partial x} dx^2 + 2\rho Av \frac{\partial v}{\partial x} dx + 2Av \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial \rho}{\partial x} dx^2 + 2\rho v \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial A}{\partial x} dx^2 \\ & \dots + 2v \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{\partial A}{\partial x} dx^3 + \rho A \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 dx^2 + A \frac{\partial \rho}{\partial x} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 dx^3 \\ & \left. \dots + \rho \frac{\partial A}{\partial x} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 dx^3 + \frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{\partial A}{\partial x} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 dx^4 \right), \end{aligned}$$

cuja eliminação dos termos diferenciais de maior ordem (dx^2 ou mais), resulta em:

$$\frac{\partial(\rho Av dx)}{\partial t} = F_x - Av^2 \frac{\partial \rho}{\partial x} dx - \rho v^2 \frac{\partial A}{\partial x} dx - 2\rho Av \frac{\partial v}{\partial x} dx. \quad (4.14)$$

A substituição da equação (4.12) em (4.14) possibilita escrever:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho Av dx)}{\partial t} = & -A \frac{\partial p}{\partial x} dx - \frac{|v|}{v} \tau_w \pi D dx - Av^2 \frac{\partial \rho}{\partial x} dx - \rho v^2 \frac{\partial A}{\partial x} dx \\ & \dots - 2\rho Av \frac{\partial v}{\partial x} dx, \end{aligned} \quad (4.15)$$

ou ainda, após o desenvolvimento do primeiro membro de (4.15):

$$\begin{aligned} \rho A \frac{\partial v}{\partial t} dx + \rho v \frac{\partial A}{\partial t} dx + Av \frac{\partial \rho}{\partial t} dx + A \frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{|v|}{v} \tau_w \pi D dx \\ \dots + Av^2 \frac{\partial \rho}{\partial x} dx + \rho v^2 \frac{\partial A}{\partial x} dx + 2\rho Av \frac{\partial v}{\partial x} dx = 0. \end{aligned} \quad (4.16)$$

Dividindo-se (4.16) por $(Av dx)$ e simplificando-se o termo correspondente à variação da área da secção transversal em relação ao tempo, tem-se:

$$\frac{\rho}{v} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{v} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{|v|}{v^2} \frac{\tau_W \pi D}{A} + v \frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{\rho v \partial A}{A \partial x} + 2\rho \frac{\partial v}{\partial x} = 0. \quad (4.17)$$

Como a tensão de cisalhamento pode ser expressa em função do coeficiente de atrito de *Darcy* (f_D) na forma (Van Wilen, 2009):

$$\tau_W = f_D \rho \frac{v^2}{2}, \quad (4.18)$$

(4.17) torna-se (desdobrando-se o último membro em duas parcelas):

$$\frac{\rho}{v} \frac{\partial v}{\partial t} + \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \right) + \frac{1}{v} \frac{\partial p}{\partial x} + |v| \frac{f_D \rho \pi D}{2A} + \left(v \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) + \left(\frac{\rho v \partial A}{A \partial x} \right) + \left(\rho \frac{\partial v}{\partial x} \right) \dots + \rho \frac{\partial v}{\partial x} = 0. \quad (4.19)$$

As parcelas de (4.19) colocadas entre parênteses correspondem à equação da continuidade apresentada anteriormente (equação 4.8), o que equivale à zero. Assim (4.19) pode ser simplificada para:

$$\frac{\rho}{v} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{v} \frac{\partial p}{\partial x} + |v| \frac{f_D \rho \pi D}{2A} + \rho \frac{\partial v}{\partial x} = 0. \quad (4.20)$$

Por fim, deixando-se a área da secção transversal do duto em função do diâmetro e concomitantemente multiplicando-se a equação (4.20) pelo termo (v/ρ) obtém-se:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial x} + |v| \frac{2f_D v}{D} = 0. \quad (4.21)$$

Designando-se o último membro desta expressão por F_a (força de atrito de Darcy), pode-se finalmente escrever:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + F_a = 0. \quad (4.22)$$

4.5 Conservação da energia

A equação da conservação da energia é derivada da aplicação da primeira Lei da Termodinâmica. Logo, repetindo-se a equação (4.3):

$$Q - W = \Delta E,$$

e formulando-se a mesma em termos de taxas para um sistema aberto, pode-se considerar:

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \dot{Q} - \dot{W} + \Delta h, \quad (4.23.a)$$

ou seja, a taxa de variação da energia ($\partial E/\partial t$) dentro do volume de controle é igual à taxa de transferência de calor \dot{Q} para dentro do mesmo, descontada da taxa de produção de trabalho \dot{W} pela superfície de controle e ainda, acrescida do fluxo líquido de entalpia de estagnação Δh .

A entalpia líquida de estagnação corresponde ao fluxo líquido de entalpia de estagnação por unidade de massa e os índices "e" e "o", à entrada e saída no volume de controle, respectivamente. Assim:

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \dot{Q} - \dot{W} + \dot{m}_e h_e - \dot{m}_o h_o, \quad (4.23.b)$$

Explicitando a entalpia específica total de um sistema por (Adkins, 2003):

$$h_{total} = h + \frac{v^2}{2} + g_o z_h = (u + pv) + \frac{v^2}{2} + g_o z_h,$$

e considerando que o valor do volume específico - v - é o inverso do valor da massa específica, tem-se (desprezando-se a parcela potencial ($g_0 z_h$)):

$$h_{total} = u + \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2}. \quad (4.24)$$

Dessa forma, as parcelas individuais de (4.23) podem ser reescritas por:

$$h_e = u + \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2}. \quad (4.25)$$

$$h_o = \left(u + \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2}\right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(u + \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2}\right) dx. \quad (4.26)$$

$$\dot{Q} = \dot{q}\rho A dx. \quad (4.27)$$

$$\dot{W} \cong 0. \quad (4.28)$$

$$\dot{m}_e = \rho v A. \quad (4.29)$$

$$\dot{m}_o = \left(\rho + \frac{\partial \rho}{\partial x} dx\right) \left(v + \frac{\partial v}{\partial x} dx\right) \left(A + \frac{\partial A}{\partial x} dx\right). \quad (4.30)$$

Cujas substituições finais na equação (4.23) resultam em:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left[\rho A dx \left(u + \frac{v^2}{2}\right) \right] &= \dot{q}\rho A dx + \rho v A \left(u + \frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho}\right) \\ &\quad \dots - \left[\left(\rho + \frac{\partial \rho}{\partial x} dx\right) \left(v + \frac{\partial v}{\partial x} dx\right) \left(A + \frac{\partial A}{\partial x} dx\right) \right] \\ &\quad \dots * \left[\left(u + \frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho}\right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(u + \frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho}\right) dx \right]. \quad (4.31) \end{aligned}$$

Deve-se observar que o termo correspondente à taxa de produção de trabalho foi considerado nulo em virtude das paredes dos dutos serem rígidas, enquanto que a parcela correspondente à variação da energia está contemplando tanto a energia interna quanto a energia cinética do fluido. O desenvolvimento parcial de (4.31) resulta em:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left[\rho A dx \left(u + \frac{v^2}{2} \right) \right] &= \dot{q} \rho A dx + \rho v A \left(u + \frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} \right) - \left[\rho v A + v A \frac{\partial \rho}{\partial x} \right. \\ &\quad \left. \dots + \rho A \frac{\partial v}{\partial x} + A \frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} + v \rho \frac{\partial A}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{\partial A}{\partial x} + \rho \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial A}{\partial x} \right] \\ &\quad \dots * \left[\left(u + \frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(u + \frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} \right) dx \right], \end{aligned}$$

cuja eliminação dos termos diferenciais de maior ordem permite escrever:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\rho A dx \left(u + \frac{v^2}{2} \right) \right] = \dot{q} \rho A dx - \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho v A \left(u + \frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} \right) \right] dx. \quad (4.32)$$

Efetuada-se o desenvolvimento das derivadas de (4.32) chega-se a:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} A u dx \right) + \frac{\partial A}{\partial t} \rho u dx + \frac{\partial u}{\partial t} \rho A dx + \frac{\partial \rho}{\partial t} A \frac{v^2}{2} dx + \frac{\partial A}{\partial t} \rho \frac{v^2}{2} dx \\ \dots + \frac{\partial v}{\partial t} \rho A v dx - \dot{q} \rho A dx + \left(\frac{\partial \rho}{\partial x} u A v dx \right) + \left(\frac{\partial v}{\partial x} u A \rho dx \right) \\ \dots + \left(\frac{\partial A}{\partial x} \rho v u dx \right) + \frac{\partial u}{\partial x} \rho v A dx + \frac{\partial p}{\partial x} v A dx + \frac{\partial v}{\partial x} p A dx + \frac{\partial A}{\partial x} p v dx \\ \dots + \frac{\partial \rho}{\partial x} v A \frac{v^2}{2} dx + \frac{\partial v}{\partial x} \rho A \frac{v^2}{2} dx + \frac{\partial A}{\partial x} v \rho \frac{v^2}{2} dx + \frac{\partial v}{\partial x} \rho A v^2 dx = 0, \end{aligned} \quad (4.33)$$

observando-se que os termos entre parênteses correspondem, novamente, a equação da conservação da massa (4.8), um novo ajuste pode ser realizado, aproveitando-se para dividir a expressão resultante por $(A dx)$, bem como,

eliminando-se os membros nos quais a área da secção transversal varia com o tempo. Assim:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} \rho dx + \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \frac{v^2}{2} dx \right) + \frac{\partial v}{\partial t} \rho v dx - \dot{q} \rho dx + \frac{\partial u}{\partial x} \rho v dx + \frac{\partial p}{\partial x} v dx \\ \dots + \frac{\partial v}{\partial x} p dx + \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial x} p v dx + \left(\frac{\partial \rho}{\partial x} v \frac{v^2}{2} dx \right) + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \rho \frac{v^2}{2} dx \right) \\ \dots + \left(\frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial x} v \rho \frac{v^2}{2} dx \right) + \frac{\partial v}{\partial x} \rho v^2 dx = 0. \quad (4.34) \end{aligned}$$

Um novo ajuste pode ser realizado em (4.34) visto que, mais uma vez, os membros entre parênteses correspondem à equação da conservação da massa. Logo:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} \rho dx + \left(\frac{\partial v}{\partial t} \rho v dx \right) - \dot{q} \rho dx + \frac{\partial u}{\partial x} \rho v dx + \left(\frac{\partial p}{\partial x} v dx \right) + \frac{\partial v}{\partial x} p dx \\ \dots + \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial x} p v dx + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \rho v^2 dx \right) = 0. \quad (4.35) \end{aligned}$$

Retomando-se agora à equação da conservação da quantidade do movimento (4.22), abaixo reproduzida e já multiplicada pelo termo (ρv) , tem-se:

$$\rho v \frac{\partial v}{\partial t} + \rho v^2 \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial x} = -\rho v F_a,$$

o primeiro membro desta equação corresponde aos termos destacados entre parênteses em (4.35). Tal substituição associada a uma concomitante divisão de (4.35) por (ρdx) resulta em:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \dot{q} + v \frac{\partial u}{\partial x} + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \frac{p}{\rho} \right) + \left(\frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial x} \frac{p}{\rho} v \right) - F_a v = 0. \quad (4.36)$$

Objetivando-se um ajuste adicional de (4.36), considerar a equação da conservação da massa (4.8), abaixo reproduzida, multiplicada pelo termo (p/ρ^2) :

$$\frac{p}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{vp}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{p}{\rho} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{vp}{\rho} \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial x} = 0,$$

ou ainda:

$$\frac{p}{\rho} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{vp}{\rho} \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial x} = - \frac{p}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial t} - \frac{vp}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial x}, \quad (4.37)$$

cuja substituição pelos membros entre parênteses de (4.36) resulta em:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \dot{q} + v \frac{\partial u}{\partial x} + - \frac{p}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial t} - \frac{vp}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial x} - F_a v = 0,$$

ou finalmente, após o agrupamento dos termos, em:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + v \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{p}{\rho^2} \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) - (\dot{q} + F_a v) = 0. \quad (4.38)$$

4.6 Equação da conservação da energia explicitada em termos da entropia

A equação da conservação da energia, anteriormente deduzida, apresenta as derivadas em função da energia interna específica e da massa específica do fluido. Como, porém, deseja-se montar um sistema de equações com parâmetros compatíveis para fins de solução, propõem-se nesse momento efetivar ajustes complementares objetivando apresentar a referida equação de forma compatível com o sistema a ser proposto para solução.

A primeira equação de *Gibbs* possibilita relacionar a propriedade energia interna em termos da propriedade entropia. Assim, reproduzindo-se a equação (3.12) em termos da massa específica, tem-se:

$$Tds = du + pdv = du + pd \left(\frac{1}{\rho} \right).$$

Dividindo-se a mesma por dt e levando-se em consideração que a derivada total de uma propriedade em relação ao tempo pode ser expressa em termos das suas derivadas parciais na forma:

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial x}, \quad (4.39)$$

resulta em:

$$T \left(\frac{\partial s}{\partial t} + v \frac{\partial s}{\partial x} \right) = \frac{\partial u}{\partial t} + v \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{p}{\rho^2} \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial x} \right). \quad (4.40)$$

Observando-se a similaridade entre (4.38) e (4.40) chega-se a:

$$T \left(\frac{\partial s}{\partial t} + v \frac{\partial s}{\partial x} \right) = (\dot{q} + F_a v). \quad (4.41)$$

Multiplicando-se e dividindo-se o primeiro membro de (4.41) por (kZR) , obtém-se:

$$\frac{kZRT}{kZR} \left(\frac{\partial s}{\partial t} + v \frac{\partial s}{\partial x} \right) = (\dot{q} + F_a v), \quad (4.42)$$

sendo k o termo correspondente à relação entre os calores específicos do fluido (equação (3.20)).

Efetuada a substituição, em (4.42), do termo $(kZRT)$ por c^2 (equação (3.67/adaptada)), pode-se finalmente escrever:

$$\frac{c^2}{kZR} \left(\frac{\partial s}{\partial t} + v \frac{\partial s}{\partial x} \right) = (\dot{q} + F_a v) \implies \frac{\partial s}{\partial t} + v \frac{\partial s}{\partial x} = \frac{kZR}{c^2} (\dot{q} + F_a v). \quad (4.43)$$

4.7 Equação de estado

Conforme representado através da equação (4.4), $\phi(p, v, T) = 0$, uma equação de estado corresponde a uma relação matemática que envolve

grandezas termodinâmicas de estado. Trata-se de uma equação constitutiva entre duas ou mais funções de estado associadas, tais como temperatura, pressão, volume, energia interna ou entropia.

Para o presente caso, a equação de estado considerada corresponde a equação proposta para o caso de um gás real (equação (3.47), a seguir repetida, impondo-se porém o enfoque proposto para a simplificação da determinação do fator de compressibilidade do gás, considerando-o nessas circunstâncias, como dependente apenas da pressão reduzida, $Z = f(p_R)$, e constante para as faixas de pressão disponíveis nas redes de distribuição da **COMPAGAS**.

$$pv = ZRT.$$

4.8 Equações diferenciais em forma matricial

As equações da conservação da massa (4.8), conservação da quantidade de movimento (4.22) e conservação da energia (4.43) correspondem a equações diferenciais de primeira ordem, as quais podem ser escritas em função das suas derivadas da pressão, velocidade e entropia. Assim, partindo-se da primeira equação de *Gibbs* (3.12) em função da massa específica do fluido, pode-se escrever:

$$Tds = du + pd\left(\frac{1}{\rho}\right) = du - \frac{p}{\rho^2}d\rho \Rightarrow du = Tds + \frac{p}{\rho^2}d\rho, \quad (4.44)$$

substituindo-se (3.15) em (4.44) e, na seqüência, dividindo a mesma por (c_V), chega-se a:

$$c_V dT = Tds + \frac{p}{\rho^2}d\rho \Rightarrow dT = \frac{Tds}{c_V} + \frac{p}{\rho^2} \frac{1}{c_V} d\rho. \quad (4.45)$$

Diferenciando-se a equação de um gás real (3.47) em função da temperatura, supondo o fator de compressibilidade constante para uma determinada faixa de pressão, obtém-se:

$$T = \frac{pv}{ZR} \Rightarrow dT = \frac{p dv}{ZR} + \frac{v dp}{ZR}, \quad (4.46)$$

cuja substituição em (4.45) resulta em:

$$\frac{p dv}{ZR} + \frac{v dp}{ZR} = \frac{T ds}{c_V} + \frac{p}{\rho^2} \frac{1}{c_V} d\rho, \quad (4.47)$$

ou ainda:

$$\frac{v dp}{ZR} = \frac{T ds}{c_V} + \frac{p}{\rho^2} \frac{1}{c_V} d\rho - \frac{p dv}{ZR} = \frac{T ds}{c_V} + \frac{p}{\rho^2} \frac{1}{c_V} d\rho + \frac{p}{\rho^2} \frac{1}{ZR} d\rho,$$

$$\frac{v dp}{ZR} = \frac{T ds}{c_V} + \left(\frac{1}{c_V} + \frac{1}{ZR} \right) \frac{p}{\rho^2} d\rho,$$

$$\frac{v dp}{ZR} = \frac{T ds}{c_V} + \left(\frac{c_V + ZR}{c_V ZR} \right) \frac{p}{\rho^2} d\rho = \frac{T ds}{c_V} + \left(\frac{c_V + c_p - c_V}{c_V ZR} \right) \frac{p}{\rho^2} d\rho,$$

utilizando-se as relações (3.19/adaptada) e (3.20), chega-se a:

$$\frac{v dp}{ZR} = \frac{T ds}{c_V} + \left(\frac{c_p}{c_V ZR} \right) \frac{p}{\rho^2} d\rho = \frac{T ds}{c_V} + \frac{k}{ZR} \frac{p}{\rho^2} d\rho. \quad (4.48)$$

A multiplicação de (4.48) pelo termo $(ZR\rho)$, com as respectivas substituições das relações correspondentes a um gás real ($pv = ZRT$), resulta finalmente em:

$$\frac{v dp}{ZR} (ZR\rho) = \frac{pv}{ZR} \frac{ds}{c_V} (ZR\rho) + \frac{k}{ZR} \frac{1}{\rho^2} \frac{ZRT}{v} (ZR\rho) d\rho,$$

$$dp = \frac{p ds}{c_V} + kZRT d\rho, \quad (4.49)$$

ou ainda:

$$dp = \frac{p ds}{c_v} + c^2 d\rho. \quad (4.50)$$

Mediante a aplicação de (4.39), tem-se:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial t} + v \frac{\partial p}{\partial x}\right) = \frac{p}{c_v} \left(\frac{\partial s}{\partial t} + v \frac{\partial s}{\partial x}\right) + c^2 \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial x}\right), \quad (4.51)$$

Como o primeiro termo do segundo membro de (4.51) corresponde a uma parcela de (4.43), obtém-se após a devida substituição:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial t} + v \frac{\partial p}{\partial x}\right) = \frac{p}{c_v} \left(\frac{kZR}{c^2} (\dot{q} + vF_a)\right) + c^2 \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial x}\right). \quad (4.52)$$

O primeiro termo do segundo membro de (4.52) também pode ser escrito da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \frac{pkZR}{c_v c^2} (\dot{q} + vF_a) &= \frac{ZRT\rho kZR}{kZRTc_v} (\dot{q} + vF_a) = \frac{ZR\rho}{c_v} (\dot{q} + vF_a) \\ &\dots = \rho \left(\frac{c_p - c_v}{c_v}\right) (\dot{q} + vF_a) = \rho(k - 1)(\dot{q} + vF_a), \end{aligned} \quad (4.53)$$

cuja substituição final em (4.52) resulta em:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial t} + v \frac{\partial p}{\partial x}\right) = \rho(k - 1)(\dot{q} + vF_a) + c^2 \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial x}\right),$$

ou ainda, após ajustes finais:

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial x}\right) = \frac{1}{c^2} \left(\frac{\partial p}{\partial t} + v \frac{\partial p}{\partial x}\right) - \frac{\rho}{c^2} (k - 1)(\dot{q} + vF_a). \quad (4.54)$$

A partir desse momento, o sistema de equações diferenciais está ordenado e pode ser escrito na forma:

$$x_1 \frac{\partial p}{\partial t} + x_2 \frac{\partial v}{\partial t} + x_3 \frac{\partial s}{\partial t} + x_4 \frac{\partial p}{\partial x} + x_5 \frac{\partial v}{\partial x} + x_6 \frac{\partial s}{\partial x} = b, \quad (4.55)$$

desde que a equação da conservação da massa (4.8) seja primeiramente ajustada ao referido formato. Assim, substituindo-se (4.54) em (4.8) obtém-se:

$$\frac{1}{c^2} \left(\frac{\partial p}{\partial t} + v \frac{\partial p}{\partial x} \right) - \frac{\rho}{c^2} (k - 1)(\dot{q} + vF_a) + \rho \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial x} = 0, \quad (4.56)$$

cuja multiplicação por c^2 e um rearranjo geral permite enfim escrever:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + v \frac{\partial p}{\partial x} + c^2 \rho \frac{\partial v}{\partial x} = \rho(k - 1)(\dot{q} + vF_a) - \frac{\rho v c^2}{A} \frac{dA}{dx}. \quad (4.57)$$

Agrupando-se as equações (4.57), (4.22) e (4.43), chega-se a:

$$\begin{array}{l} 1 \frac{\partial p}{\partial t} + 0 \frac{\partial v}{\partial t} + 0 \frac{\partial s}{\partial t} + v \frac{\partial p}{\partial x} + c^2 \rho \frac{\partial v}{\partial x} + 0 \frac{\partial s}{\partial x} = \rho(k - 1)(\dot{q} + vF_a) - \frac{\rho v c^2}{A} \frac{dA}{dx} \\ 0 \frac{\partial p}{\partial t} + 1 \frac{\partial v}{\partial t} + 0 \frac{\partial s}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial x} + 0 \frac{\partial s}{\partial x} = -F_a \\ 0 \frac{\partial p}{\partial t} + 0 \frac{\partial v}{\partial t} + 1 \frac{\partial s}{\partial t} + 0 \frac{\partial p}{\partial x} + 0 \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial s}{\partial x} = \frac{kZR}{c^2} (\dot{q} + vF_a) \end{array} \quad (4.58)$$

ou na forma matricial:

$$\frac{\partial U^*}{\partial t} + B^* \frac{\partial U^*}{\partial x} = f^*, \quad (4.59)$$

sendo que o vetor U^* , a matriz dos coeficientes B^* e o vetor força f^* correspondem respectivamente a:

$$U^* = \begin{pmatrix} p \\ v \\ s \end{pmatrix}. \quad (4.60.a)$$

$$B^* = \begin{pmatrix} v & c^2 \rho & 0 \\ \frac{1}{\rho} & v & 0 \\ 0 & 0 & v \end{pmatrix}. \quad (4.60.b)$$

$$f^* = \begin{pmatrix} \rho(k-1)(\dot{q} + vF_a) - \frac{\rho v c^2}{A} \frac{dA}{dx} \\ -F_a \\ \frac{kZR}{c^2} (\dot{q} + vF_a) \end{pmatrix}. \quad (4.60.c)$$

4.9 Conclusões

Conforme proposto inicialmente, o desenvolvimento e ajustes das equações da conservação da massa, conservação do *momentum* e conservação da energia, associadas a demais parâmetros discutidos no capítulo 3, possibilitaram a dedução e formatação do sistema de equações (4.59). Tal sistema é linear em relação às derivadas do vetor U^* , podendo assim ser classificado como quase-linear (Velásquez, 1993).

Sistemas deste tipo e que resultam nos autovalores da matriz dos coeficientes, como reais e distintos, são classificados como hiperbólicos. Tal proposição encontra-se detalhada no próximo capítulo, com referência a metodologia de solução adotada para a resolução desse sistema de equações.

5

Equações diferenciais parciais e o método das características

5.1 Introdução

O presente capítulo aborda uma breve revisão da classificação das equações diferenciais parciais, bem como, os conceitos envolvidos na aplicação do método das características para a resolução de problemas hiperbólicos. Evidentemente que o enfoque está direcionado para a solução de problemas envolvendo a dinâmica dos fluidos e mais especificamente os fluxos compressíveis.

Na engenharia, diversos dos problemas convencionais podem ser descritos mediante uma equação diferencial parcial, as quais podem ser classificadas como elípticas, parabólicas ou hiperbólicas, dependendo da categoria ao qual o fenômeno físico esteja enquadrado (Lax, 2006). Nesse contexto, ainda, pode-se afirmar que os métodos de solução previstos para uma classe de equações podem não ser válidos para outra classe em específico. Em termos dos problemas envolvendo fluxos compressíveis, existem dois enfoques distintos de avaliação: fluxos estacionários e fluxos transientes. Nos problemas estacionários em geral, as equações diferenciais envolvidas são do tipo elípticas, similares a equação de *Laplace*. Problemas transientes contemplam a variação temporal das grandezas

envolvidas, motivo pelo qual são representados por equações diferenciais do tipo hiperbólicas ou parabólicas, correspondentes à equação da onda e a equação da difusão, respectivamente.

A solução desses sistemas pode ser realizada tanto por métodos numéricos quanto por métodos analíticos, sendo o método das características um método tanto numérico quanto analítico, segundo Rodrigues (2010). O referido método é classicamente empregado na solução de equações hiperbólicas, sendo um poderoso esquema para resolução desse tipo de problema, motivo pelo qual foi escolhido como referência para o presente trabalho. Conceitos específicos, como equações de compatibilidade, invariantes e variáveis de *Riemann* encontram-se também detalhados na seqüência do capítulo.

5.2 Método das características

Considere um sistema de equações diferenciais parciais quase-lineares do tipo:

$$a_1 \frac{\partial q}{\partial x} + b_1 \frac{\partial q}{\partial y} + c_1 \frac{\partial r}{\partial x} + d_1 \frac{\partial r}{\partial y} = f_1, \quad (5.1)$$

$$a_2 \frac{\partial q}{\partial x} + b_2 \frac{\partial q}{\partial y} + c_2 \frac{\partial r}{\partial x} + d_2 \frac{\partial r}{\partial y} = f_2, \quad (5.2)$$

sendo que os coeficientes $a_1, a_2, \dots, d_1, d_2$ podem ser funções das variáveis q e r , ou ainda das próprias coordenadas x e y . Considera-se que q e r são funções diferenciais de x e y .

Considera-se também que, para qualquer par de coordenadas (x,y) , existe um único valor de q e um único valor de r com suas respectivas derivadas. Tomando-se, porém, o ponto P no plano xy , conforme ilustrado esquematicamente na figura 5.1, pode-se propor a identificação de linhas genéricas (ab, dc, ef) que passam pelo referido ponto, nas quais as derivadas das funções contínuas q e r sejam determinadas. Por outro lado, a linha genérica na qual as derivadas de q e r sejam indeterminadas, corresponde à chamada linha (ou curva) característica.

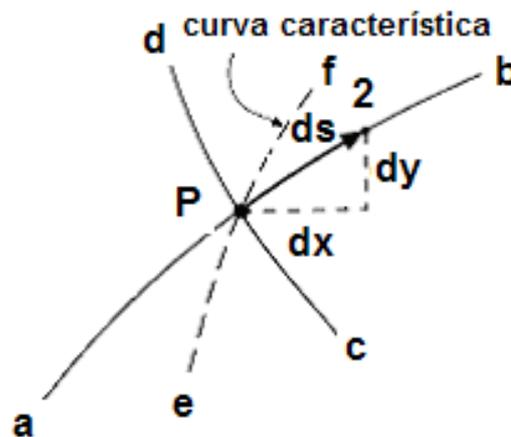


Figura 5.1 - Representação esquemática de uma curva característica, (Anderson, 1995).

Os diferenciais totais de q e r correspondem a

$$dq = \frac{\partial q}{\partial x} dx + \frac{\partial q}{\partial y} dy, \tag{5.3.a}$$

$$dr = \frac{\partial r}{\partial x} dx + \frac{\partial r}{\partial y} dy. \tag{5.3.b}$$

O conjunto de equações (5.1) a (5.3) constituem um sistema de quatro equações lineares com quatro incógnitas, as quais podem ser escritas na seguinte forma matricial:

$$\begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 \\ dx & dy & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dx & dy \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial q / \partial x \\ \partial q / \partial y \\ \partial r / \partial x \\ \partial r / \partial y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ dq \\ dr \end{bmatrix} \tag{5.4}$$

Utilizando a regra de *Cramer* para a solução de $(\partial q / \partial x)$, por exemplo, tem-se:

$$\frac{\partial q}{\partial x} = \frac{|C|}{|A|}, \tag{5.5}$$

sendo: $|A|$ a matriz dos coeficientes e $|C|$ a matriz formada pela substituição da primeira coluna de $|A|$ pelo vetor coluna do lado direito, ou seja:

$$|C| = \begin{bmatrix} f_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ f_2 & b_2 & c_2 & d_2 \\ dq & dy & 0 & 0 \\ dr & 0 & dx & dy \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

Para solução de (5.5), considere novamente a figura 5.1, ou mais especificamente, um deslocamento infinitesimal ds , do ponto P sobre a curva ab . Esse deslocamento pode ser associado pela distância entre os pontos P e 2 através das suas coordenadas, ou seja:

$$dx = x_2 - x_P, \quad (5.7.a)$$

$$dy = y_2 - y_P. \quad (5.7.b)$$

Adicionalmente, os valores de q e r são diferentes quando avaliados sobre os pontos P ou 2, sendo que tais alterações também podem ser explicitadas por:

$$dq = q_2 - q_P, \quad (5.8.a)$$

$$dr = r_2 - r_P. \quad (5.8.b)$$

Substituindo-se esses valores nas matrizes $|A|$ e $|C|$ torna-se possível obter a solução de (5.4), desde que dx e dy estejam tendendo para zero. Considerando, na seqüência, que o mesmo procedimento seja adotado em relação à outra curva (cd , por exemplo), análise semelhante pode ser obtida, ou seja, um deslocamento infinitesimal do ponto P ao longo dessa curva possibilita a obtenção de valores correspondentes para dq, dr, dx e dy , os quais seriam diferentes dos

obtidos anteriormente (visto tratar-se de curvas e direções distintas). Tal procedimento resulta, porém, no mesmo valor obtido anteriormente para $(\partial q/\partial x)$ visto que dx e dy estariam novamente tendendo para zero. Nesse contexto, pode-se afirmar que a escolha da direção é puramente arbitrária, dado que os resultados finais serão sempre os mesmos.

Extrapolando esse raciocínio, torna-se possível supor uma direção genérica que fosse tomada a partir de P , tal qual a matriz $|A|$ tornar-se-ia nula. Tal proposição faria com que a solução de (5.5) fosse indeterminada, ou mais especificamente, que as derivadas de q e r fossem indeterminadas. Por definição, essa direção é chamada de curva característica, estando representada esquematicamente pela curva ef na figura 5.1.

Face ao exposto, a obtenção das curvas ou linhas características pode ser representada pela condição:

$$|A| = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 \\ dx & dy & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dx & dy \end{bmatrix} = 0, \quad (5.9)$$

cujo desenvolvimento resulta em:

$$\beta_1 \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \beta_2 \left(\frac{dy}{dx}\right) + \beta_3 = 0, \quad (5.10)$$

com os coeficientes β_1 , β_2 e β_3 , podendo ser determinados por:

$$\beta_1 = (a_1 c_2 - a_2 c_1), \quad (5.11.a)$$

$$\beta_2 = -(a_1 d_2 - a_2 d_1 + b_1 c_2 - b_2 c_1), \quad (5.11.b)$$

$$\beta_3 = (b_1 d_2 - b_2 d_1). \quad (5.11.c)$$

A integração de (5.10) fornece a equação da curva característica no plano xy , enquanto que as raízes de (5.10) fornecem as direções (dy/dx) das curvas características através de um dado ponto no plano xy .

5.3 Classificação das equações diferenciais associadas a fluxos compressíveis

A classificação matemática das equações para o fluxo de fluidos compressíveis é normalmente complexa. As equações de *Navier-Stokes* e as equações de energia (ou entalpia) são normalmente do tipo elípticas, enquanto que as equações de fluxos instáveis são do tipo parabólicas (Hoffmann et al., 2000). Essa classificação depende também do quanto à compressibilidade do fluido interfere na solução do problema, ou mais especificamente, da magnitude do número de *Mach* correspondente.

Equações diferenciais parciais de segunda ordem com N variáveis independentes podem ser escritas, alternativamente, na seguinte forma:

$$\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n A_{jk} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_j \partial x_k} + P = 0. \quad (5.12)$$

Fletcher, citado por Hoffmann (2000) destaca que uma equação diferencial pode ser classificada com base nos autovalores (λ) de uma matriz com parâmetros A_{jk} , sendo necessário para tanto determinar os valores de λ a partir de:

$$\det(A_{jk} - \lambda I) = 0, \quad (5.13)$$

sendo que:

- se qualquer autovalor for nulo ($\lambda = 0$), a equação será do tipo parabólica;
- se todos os autovalores forem diferentes de zero ($\lambda \neq 0$) e apresentarem ao menos dois valores idênticos, a equação será do tipo elíptica; e
- se todos os autovalores forem diferentes de zero ($\lambda \neq 0$) e distintos, a equação será do tipo hiperbólica.

Utilizando-se essa conceituação e considerando-se, por exemplo, a equação:

$$(1 - M'^2) \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0, \quad (5.14.a)$$

tem-se que: $A_{11} = (1 - M'^2)$, $A_{12} = A_{21} = 0$, $A_{22} = 1$ e conseqüentemente:

$$\det \begin{bmatrix} (1 - M'^2) - \lambda & 0 \\ 0 & 1 - \lambda \end{bmatrix} = 0 \quad (5.14.b)$$

com soluções: $(\lambda_1 = 1)$ e $(\lambda_2 = 1 - M'^2)$, caracterizando com isso que números de *Mach* pequenos (fluxos subsônicos) resultam em sistemas elípticos, enquanto que números de *Mach* maiores (fluxos sônicos ou supersônicos) resultam em sistemas hiperbólicos.

5.4 Equações hiperbólicas

Diversos problemas de engenharia, como aqueles que envolvem transporte convectivo de matéria, elásticos, eletromagnéticos e ondas acústicas, entre outros, são governados por equações diferenciais parciais (EDP) do tipo hiperbólicas. Tais equações diferenciais podem ser de primeira ou de segunda ordem, conforme exemplos ilustrados a seguir (nessas circunstâncias, considera-se que (ϕ) corresponde a uma função diferenciável):

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + c \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0, \quad (5.15.a)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}, \quad (5.15.b)$$

sendo, nesse caso, a equação de primeira ordem correspondente à equação da convecção e a equação de segunda ordem à equação geral da onda. A constante “c” apresenta, em ambos os casos, um dimensional de velocidade.

Diferenciando-se, porém, a equação de primeira ordem em relação ao tempo, pode-se demonstrar que:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left(-c \frac{\partial \phi}{\partial x} \right), \quad (5.16.a)$$

e

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = -c \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right), \quad (5.16.b)$$

ou, pela substituição adicional de: $\left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right) = -c \frac{\partial \phi}{\partial x}$:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}. \quad (5.16.c)$$

Justificando-se, assim, que o método adotado para a resolução de equações diferenciais parciais de primeira ordem pode também ser adotado para resolução de *EDPs* de segunda ordem.

A descrição completa de um fluxo descrito por uma *EDP* hiperbólica de segunda ordem requer duas condições iniciais e duas condições de contorno específicas, enquanto que para um problema de primeira ordem apenas uma condição inicial necessita ser especificada.

Para ambos os casos, ou mais especificamente, *EDPs* com duas variáveis independentes, o método das características é bastante viável, dado o fato que ao longo das chamadas linhas características, a *EDP* reduz-se a uma equação diferencial ordinária, a qual pode ser facilmente integrada para se obter a solução desejada.

5.5 Aplicação do método das características a um problema genérico

Visando explorar diversos conceitos do referido método, propõe-se considerar a propagação de uma perturbação para um domínio inicialmente estável, supondo, por exemplo, o suave movimento de um pistão ao longo de um tubo que

contempla determinado fluido. Essa pequena perturbação, a qual viaja à velocidade do som, gera mudanças nas propriedades do fluido de estudo, as quais podem ser representadas por (Hoffmann et al., 2000):

$$p = p_{\infty} + p_1, \tag{5.17.a}$$

$$\rho = \rho_{\infty} + \rho_1, \tag{5.17.b}$$

$$V = V_1, \tag{5.17.c}$$

sendo o índice " ∞ " adotado para representar a região supostamente estável. Assumindo um fluxo unidimensional pode-se considerar que as perturbações nas propriedades do fluido ocorrem ao longo de um plano $x - t$. Para uma onda de propagação de forma senoidal, por exemplo, tem-se de forma representativa:

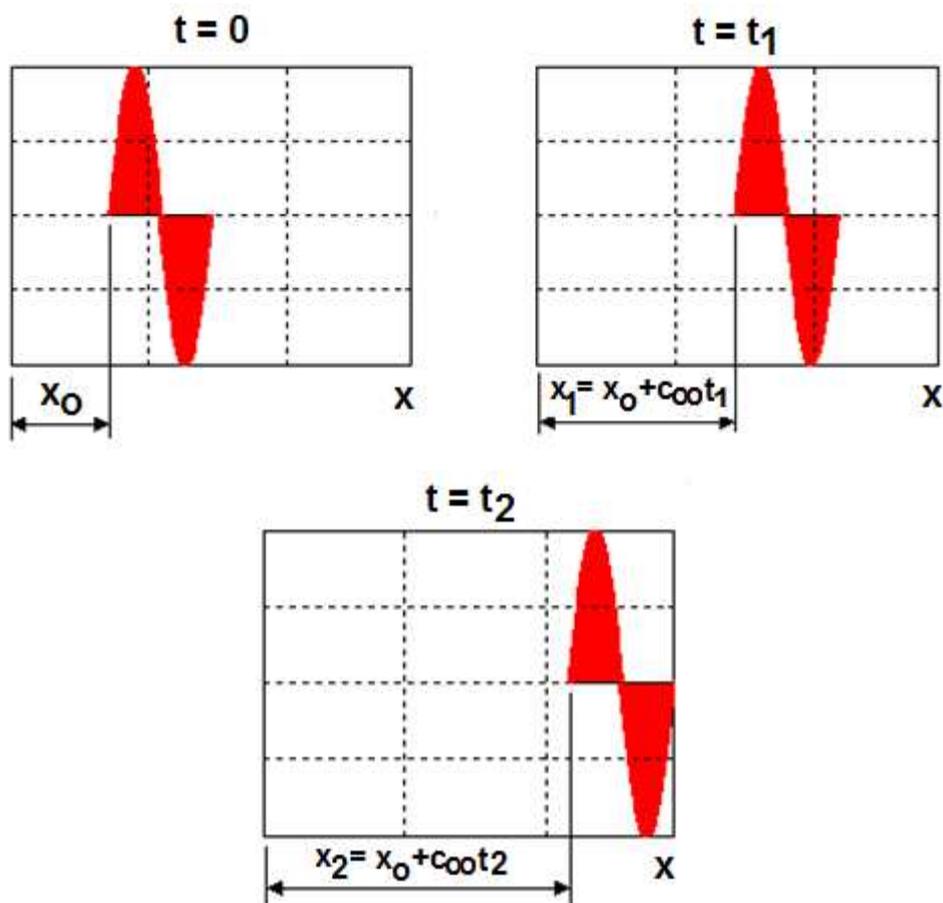


Figura 5.2 - Propagação esquemática de uma onda senoidal

Substituindo-se as variações ocorridas nas propriedades do fluido na equação da conservação da massa (4.8), tem-se, supondo-se não haver variação na secção transversal:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho \frac{\partial v}{\partial x} = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_{\infty} + \rho_1) + \frac{\partial}{\partial x} [v_1 (\rho_{\infty} + \rho_1)] = 0, \quad (5.18.a)$$

ou ainda, desprezando-se os termos de segunda ordem e os termos associados à premissa de que as perturbações ocasionadas são muito pequenas:

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \rho_{\infty} \frac{\partial v_1}{\partial x} = 0. \quad (5.18.b)$$

Analogamente, a partir da equação da conservação do *momentum* (4.22), tem-se:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial x} + F_a = 0,$$

ou

$$(\rho_{\infty} + \rho_1) \frac{\partial v_1}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (p_{\infty} + p_1) + (\rho_{\infty} + \rho_1) v_1 \frac{\partial v_1}{\partial x} + F_a = 0, \quad (5.19.a)$$

resultando em (a partir das mesmas premissas simplificadoras anteriores):

$$\rho_{\infty} \frac{\partial v_1}{\partial t} + \frac{\partial p_1}{\partial x} + F_a = 0. \quad (5.19.b)$$

Mediante o postulado de estado de uma substância pura e considerando-se a pressão como função das propriedades massa específica e entropia, pode-se escrever:

$$p = f(\rho, s), \quad (5.20.a)$$

ou

$$dp = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right) d\rho + \left(\frac{\partial p}{\partial s}\right) ds. \quad (5.20.b)$$

Impondo-se ainda a hipótese de um fluxo isentrópico, (5.20.b) pode ser escrita em função da velocidade do som (equação (3.62.b)), mediante a sua divisão por dx , ou mais especificamente:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right) \frac{\partial \rho}{\partial x}, \quad (5.21.a)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = c^2 \frac{\partial \rho}{\partial x}. \quad (5.21.b)$$

De tal forma que (5.19.b) possa ser representada por:

$$\rho_\infty \frac{\partial v_1}{\partial t} + c_\infty^2 \frac{\partial \rho_1}{\partial x} + F_a = 0. \quad (5.22)$$

As equações (5.18.b) e (5.22) descrevem as mudanças no domínio de referência durante a passagem de uma onda de som. Ambas são lineares e podem ser combinadas mediante algumas manipulações matemáticas. Derivando (5.18.b) em relação ao tempo e, concomitantemente, (5.22) em relação à coordenada x , tem-se:

$$\frac{\partial^2 \rho_1}{\partial t^2} + \rho_\infty \frac{\partial v_1}{\partial x \partial t} = 0, \quad (5.23.a)$$

$$\rho_\infty \frac{\partial v_1}{\partial x \partial t} + c_\infty^2 \frac{\partial^2 \rho_1}{\partial x^2} = 0, \quad (5.23.b)$$

obtendo-se:

$$\frac{\partial^2 \rho_1}{\partial t^2} - c_\infty^2 \frac{\partial^2 \rho_1}{\partial x^2} = 0. \quad (5.23.c)$$

Equações similares podem também serem obtidas em função dos parâmetros velocidade e pressão, ou mais especificamente:

$$\frac{\partial^2 v_1}{\partial t^2} - c_\infty^2 \frac{\partial^2 v_1}{\partial x^2} = 0. \quad (5.24)$$

$$\frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} - c_\infty^2 \frac{\partial^2 p_1}{\partial x^2} = 0. \quad (5.25)$$

A equação diferencial parcial linear de segunda ordem, dada por qualquer das equações (5.23.c) a (5.25) corresponde à equação da onda, podendo ser expressa numa forma geral por:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = c_\infty^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}. \quad (5.26)$$

Retomando-se a equação (5.25) e propondo-se uma solução geral dada por funções arbitrárias e suficientemente regulares para as operações que se seguem - f e g , pode-se escrever:

$$\frac{p_1}{p_\infty} = f_1(x - c_\infty t) + g_1(x + c_\infty t). \quad (5.27)$$

Como f_1 e g_1 são arbitrárias, tomando a hipótese que $g_1 = 0$, tem-se:

$$\frac{p_1}{p_\infty} = f_1(x - c_\infty t). \quad (5.28)$$

Retomando-se a figura (5.2), a solução dada pela equação (5.28) para incrementos de tempos distintos pode ser escrita como:

$$t = 0 \implies \frac{p_1}{p_\infty} = f_1(x_0), \quad (5.29.a)$$

$$t = t_1 \implies \frac{p_1}{p_\infty} = f_1(x_1 - c_\infty t_1), \quad (5.29.b)$$

$$t = t_2 \implies \frac{p_1}{p_\infty} = f_1(x_2 - c_\infty t_2). \quad (5.29.c)$$

como ainda, $x_1 = x_0 + c_\infty t_1$ e $x_2 = x_0 + c_\infty t_2$, pode-se facilmente concluir que, para qualquer subsequente instante de tempo, tem-se:

$$\frac{p_1}{p_\infty} = f_1(x_0), \quad (5.30.a)$$

$$(x - c_\infty t) = cte. \quad (5.30.b)$$

o que representa que a variação na pressão (para o lado direito nessas circunstâncias) devido à perturbação externa é função da velocidade de propagação do som. Notar que a forma da perturbação não se altera à medida que se propaga no domínio, devido à natureza linear das equações originais. Similarmente, caso se considere a solução em função de g_1 com $f_1 = 0$, chega-se a:

$$(x + c_\infty t) = cte. \quad (5.31)$$

Plotando-se as linhas de pressão constantes num plano $x - t$, uma família de linhas retas com inclinações $(+c_\infty)$ e $(-c_\infty)$ serão obtidas, conforme ilustrado na figura 5.3, na qual as linhas de constantes f_1 e g_1 são conhecidas como linhas características.

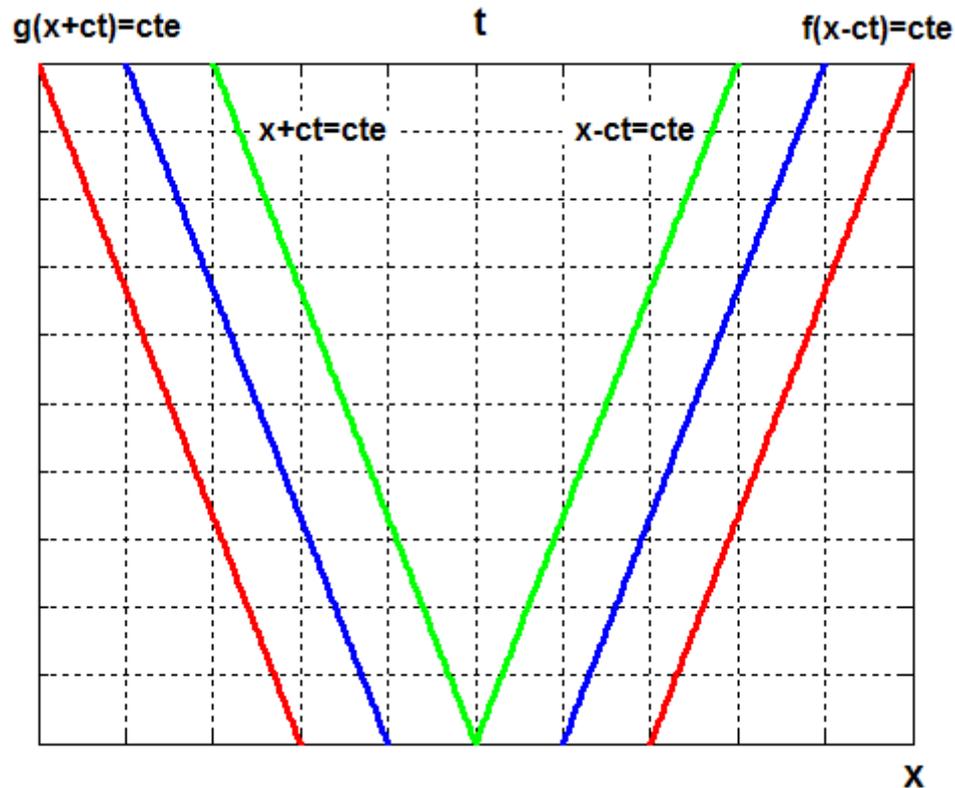


Figura 5.3 - Linhas características da equação unidimensional da onda

Como conclusões do exposto até o presente momento, pode-se considerar que:

- a equação da onda é linear;
- as linhas características correspondem a caminhos de distúrbios físicos;
- pequenas perturbações se propagam ao longo das linhas características em função da velocidade do som, ou seja, são propagações com velocidades finitas e características dos sistemas hiperbólicos;
- em contraste, modelos parabólicos e elípticos assumem velocidades de propagação infinitas;
- a forma das perturbações permanece a mesma;
- as propriedades físicas são constantes ao longo das linhas características, mas podem apresentar descontinuidades nas suas derivadas; e
- as linhas características apresentam inclinações (dx/dt) constantes e equivalentes a $(+c_\infty)$ e $(-c_\infty)$.

De forma complementar, deve-se destacar que as funções f_1 e g_1 , propostas inicialmente como arbitrárias, podem ser descritas a partir das condições iniciais e de contorno do problema.

5.6 Equações de compatibilidade e invariantes de Riemann

Retomando-se a equação da velocidade do som - $c^2 = \partial p / \partial \rho$ (3.62.b), com a sua correspondente diferenciação em relação ao tempo e ao espaço, tem-se, respectivamente:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (5.32)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial x}. \quad (5.33)$$

A substituição das equações (5.32) e (5.33) na equação da conservação da massa (4.8), supostamente sem variação da secção transversal, permite escrever:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho \frac{\partial v}{\partial x} = 0,$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial t} + v \left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \rho \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad (5.34.a)$$

ou ainda:

$$\frac{1}{c^2} \left(\frac{\partial p}{\partial t} + v \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \rho \frac{\partial v}{\partial x} = 0. \quad (5.34.b)$$

Visando alterar a configuração da equação (5.34.b), efetua-se nesse momento a sua multiplicação por (c/ρ) , chegando-se a:

$$\frac{1}{c\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial t} + v \frac{\partial p}{\partial x} \right) + c \frac{\partial v}{\partial x} = 0. \quad (5.34.c)$$

Adicionando-se (5.34.c) com a equação do *momentum* (4.22), obtém-se:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial x} + F_a = 0,$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + (v + c) \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{\rho c} \left[\frac{\partial p}{\partial t} + (v + c) \frac{\partial p}{\partial x} \right] + F_a = 0. \quad (5.35)$$

de forma similar, a subtração de (5.34.c) com a equação do *momentum* resulta em:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + (v - c) \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{1}{\rho c} \left[\frac{\partial p}{\partial t} + (v - c) \frac{\partial p}{\partial x} \right] + F_a = 0. \quad (5.36)$$

Como a velocidade, nesse caso, encontra-se descrita em função do tempo e do deslocamento ($v = v(x, t)$), o diferencial dv deve ser considerado na forma:

$$dv = \frac{\partial v}{\partial t} dt + \frac{\partial v}{\partial x} dx. \quad (5.37)$$

Para uma trajetória genérica, pode-se supor uma mudança de variáveis. Considerando, especificamente, a forma:

$$dx = (v + c) dt, \quad (5.38)$$

obtém-se, a partir de (5.37):

$$dv = \frac{\partial v}{\partial t} dt + (v + c) \frac{\partial v}{\partial x} dt = \left[\frac{\partial v}{\partial t} + (v + c) \frac{\partial v}{\partial x} \right] dt. \quad (5.39)$$

Um desenvolvimento análogo em função da pressão, possibilita escrever:

$$dp = \left[\frac{\partial p}{\partial t} + (v + c) \frac{\partial p}{\partial x} \right] dt. \quad (5.40)$$

A substituição final de (5.39) e (5.40) em (5.35), permite escrever uma relação que representa as alterações na velocidade e na pressão ao longo da trajetória indicada por (5.38), ou mais especificamente:

$$dv + \frac{1}{\rho c} dp + F_a = 0. \quad (5.41)$$

Similarmente, considerando-se uma trajetória definida por:

$$dx = (v - c)dt. \quad (5.42)$$

resultará numa relação equivalente a equação (5.41) ou mais especificamente:

$$dv - \frac{1}{\rho c} dp + F_a = 0. \quad (5.43)$$

Efetuando-se uma comparação entre as equações (5.35) e (5.41) pode-se notar que a equação diferencial parcial original que define o problema foi transformada numa equação diferencial ordinária ao longo de uma trajetória previamente especificada. Tal trajetória corresponde à linha característica ao longo da qual uma perturbação se propaga com velocidade $(v + c)$. Da mesma forma, comparação similar pode ser realizada entre as equações (5.36) e (5.43), tomando por referência nessa situação, a linha característica correspondente a $(v - c)$. Observar que as linhas características $(v + c)$ e $(v - c)$ são trajetórias ao longo das quais a perturbação se propaga com velocidade constante.

Equações (5.41) e (5.43) são designadas como equações de compatibilidade. De forma esquemática pode-se representar tais equações num plano $x - t$, conforme ilustra a figura 5.4.

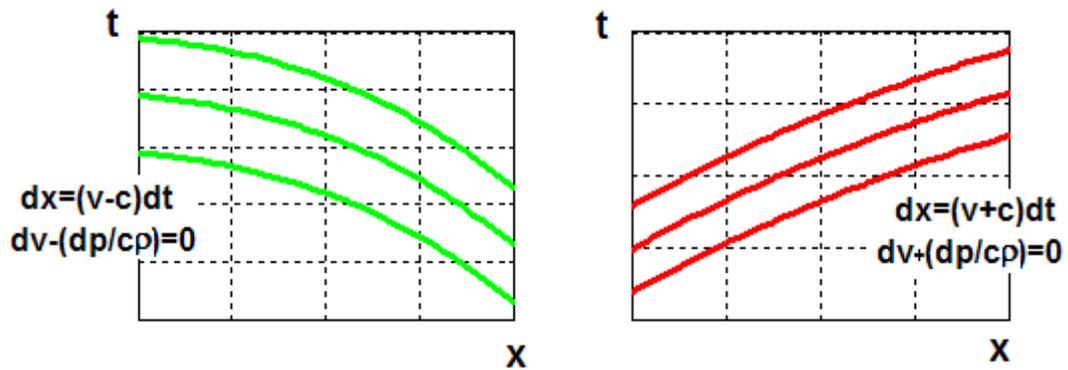


Figura 5.4 - Representação esquemática das equações de compatibilidade

A integração das equações de compatibilidade ao longo das suas correspondentes linhas características (trajetórias) resulta em:

$$R^+ = v + \int \frac{dp}{\rho c} = cte, \quad (5.44.a)$$

$$R^- = v - \int \frac{dp}{\rho c} = cte. \quad (5.44.b)$$

Combinando-se as equações (3.64.d) e (3.65.b), correspondentes a relações deduzidas a partir de um processo isentrópico, pode-se escrever:

$$\left(\frac{p_2}{p_1}\right) = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{k}{k-1}} = \left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^k = \left(\frac{c_2}{c_1}\right)^{\frac{2k}{k-1}},$$

nessa relação, a parcela referente à velocidade do som no fluido tem origem a partir de $c^2 = kRT$ (equação (3.67)). Trabalhando-se com as relações entre as parcelas de pressão e velocidade do som, pode-se escrever:

$$p = cte. c^{\left(\frac{2k}{k-1}\right)}. \quad (5.45.a)$$

$$dp = cte. \left(\frac{2k}{k-1}\right) c^{\left(\frac{k+1}{k-1}\right)} dc. \quad (5.45.b)$$

Assumindo a condição de gás ideal, $p = \rho RT$, pode-se isolar a massa específica do fluido em função da pressão, com as posteriores substituições das equações (3.67) e (5.45.b) na forma:

$$\rho = \frac{p}{RT} = p \frac{k}{c^2} = cte. c^{\left(\frac{2k}{k-1}\right)} \frac{k}{c^2} = cte. kc^{\left(\frac{2}{k-1}\right)}. \quad (5.46)$$

A substituição dessas relações nas equações (5.44.a) e (5.44.b) permite definir R^+ e R^- , ou seja, as constantes definidas como invariantes de Riemann, cujos valores finais correspondem a:

$$R^+ = v + \int \frac{dp}{\rho c} = v + \int \frac{cte. \left(\frac{2k}{k-1}\right) c^{\left(\frac{k+1}{k-1}\right)} dc}{cte. kc^{\left(\frac{2}{k-1}\right)} c} = v + \frac{2c}{k-1}, \quad (5.47.a)$$

$$R^- = v - \int \frac{dp}{\rho c} = v - \int \frac{cte. \left(\frac{2k}{k-1}\right) c^{\left(\frac{k+1}{k-1}\right)} dc}{cte. kc^{\left(\frac{2}{k-1}\right)} c} = v - \frac{2c}{k-1}. \quad (5.47.b)$$

Como conclusões complementares, pode-se ainda considerar que:

- as equações governantes são não lineares;
- ao longo das linhas características as equações diferenciais parciais são reduzidas para um sistema de equações diferenciais ordinárias, designadas como equações de compatibilidade;
- as linhas características (trajetórias) correspondem a uma família de linhas através das quais as propriedades são contínuas, podendo, entretanto, haver descontinuidades ao longo das suas derivadas;
- a forma das perturbações pode mudar com o tempo; e
- a integração das equações de compatibilidade ao longo das suas correspondentes características resulta nos invariantes de *Riemann*.

Face as conclusões apresentadas, torna-se evidente que as propriedades de um fluido se alteram continuamente com a passagem de uma onda

de expansão, caracterizando com isso as premissas e as particularidades do método das características.

5.7 Aplicação do método das características para o problema proposto

O sistema de equações (4.59) anteriormente apresentado pode ser classificado como quase-linear (Velásquez, 1993) dado o fato do mesmo ser linear em relação às derivadas do vetor U^* .

$$\frac{\partial U^*}{\partial t} + B^* \frac{\partial U^*}{\partial x} = f^*$$

Os autovalores da matriz dos coeficientes (B^* , neste caso) são obtidos a partir das raízes da equação característica, ou mais especificamente:

$$\det(B^* - \lambda I) = 0 \Rightarrow \det \begin{bmatrix} v - \lambda & c^2 \rho & 0 \\ \frac{1}{\rho} & v - \lambda & 0 \\ 0 & 0 & v - \lambda \end{bmatrix} = 0 \quad (5.48)$$

cujas raízes correspondem a:

$$\lambda_1 = v + c, \quad (5.49.a)$$

$$\lambda_2 = v - c, \quad (5.49.b)$$

$$\lambda_3 = v. \quad (5.49.c)$$

ou seja, números reais e distintos, comprovando-se com isso que o referido sistema é hiperbólico. Nessas circunstâncias, o sistema de equações diferenciais parciais pode ser reduzido a um sistema de equações diferenciais ordinárias mediante a obtenção das suas correspondentes curvas características.

O conceito das curvas características apresentado pode também ser relacionado à solução do problema de *Cauchy*, ou mais especificamente:

considerando-se que os valores do vetor U^* sejam conhecidos em todos os pontos de uma curva genérica K pertencente ao domínio $\Lambda(x, t)$ e sobre o qual se deseja construir a solução, pode-se garantir a determinação dos valores de U^* também nas vizinhanças dessa curva K . Dessa forma a determinação do valor de uma função nas vizinhanças de um ponto, em uma direção qualquer, está associada à determinação dos valores dessa função e das suas derivadas em duas direções ortogonais. Assim, o problema terá solução quando se definir as derivadas $(\partial U^*/\partial t)$ e $(\partial U^*/\partial x)$ em todos os pontos da curva K . Tomando-se as variáveis dependentes (pressão, velocidade e entropia, nesse caso) ao longo dessa curva, tem-se:

$$\frac{\partial p}{\partial t} dt + \frac{\partial p}{\partial x} dx = dp, \quad (5.50.a)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} dt + \frac{\partial v}{\partial x} dx = dv, \quad (5.50.b)$$

$$\frac{\partial s}{\partial t} dt + \frac{\partial s}{\partial x} dx = ds, \quad (5.50.c)$$

ou na forma matricial:

$$I \frac{\partial U^*}{\partial t} dt + I \frac{\partial U^*}{\partial x} dx = dU^* \quad (5.51)$$

Como as equações correspondentes à (4.59) devem ser satisfeitas em todo o domínio (particularmente ao longo da curva K), o seguinte sistema deverá então ser resolvido:

$$\frac{\partial U^*}{\partial t} + B^* \frac{\partial U^*}{\partial x} = f^* \quad (5.52.a)$$

$$I \frac{\partial U^*}{\partial t} dt + I \frac{\partial U^*}{\partial x} dx = dU^* \quad (5.52.b)$$

Tal sistema terá solução sempre que o determinante da matriz de coeficientes seja diferente de zero. Pode ocorrer, entretanto, que a curva genérica K seja definida na condição em que os diferenciais dx e dt ao longo da mesma façam com que esse determinante se anule. Tal condição, representada por:

$$\det \begin{pmatrix} I & B^* \\ dt I & dx I \end{pmatrix} = 0 \quad (5.53)$$

tem como resultado, curvas correspondentes às curvas características do sistema. A solução do determinante (5.53) resulta em:

$$B^* = \frac{dx}{dt} I, \quad (5.54)$$

cuja substituição na equação característica representada em (5.48), comprova que as derivadas (dx/dt) das curvas características correspondem aos autovalores da matriz B^* obtidos anteriormente, ou seja:

$$\det(B^* - \lambda I) = 0,$$

$$\det \left(\frac{dx}{dt} I - \lambda I \right) = 0 \therefore \lambda = \frac{dx}{dt}.$$

A comparação desse resultado com o conjunto de equações (5.49) permite escrever:

$$\frac{dx}{dt} = v + c, \quad (5.55.a)$$

$$\frac{dx}{dt} = v - c, \quad (5.55.b)$$

$$\frac{dx}{dt} = v. \quad (5.55.c)$$

Tal conclusão permite considerar que o comportamento e as propriedades do sistema físico descrito por (4.59) está associado ao movimento de uma onda, onde as velocidades de propagação da mesma correspondem às linhas de *Mach* (5.55.a e 5.55.b), enquanto que a trajetória dessa onda corresponde à chamada equação da trajetória (5.55.c).

Retornado ao sistema de equações (5.52) pode-se afirmar que o mesmo deve ter solução, mesmo na condição do determinante da matriz dos coeficientes ser nulo, visto haver uma solução do sistema (4.59) no domínio de Λ (do qual a curva K faz parte). Isso implica em considerar que o posto ou rank da matriz ampliada deve ser igual ao posto da matriz dos coeficientes, ou ainda, que o determinante de todas as matrizes formadas por seis colunas da matriz ampliada deve ser igual a zero. Assim:

$$\begin{vmatrix} I & B^* & f^* \\ dt I & dx I & dU^* \end{vmatrix}$$

$$\dots = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & v & c^2 \rho & 0 & \rho(k-1)(\dot{q} + vF_a) - \frac{\rho v c^2}{A} \frac{dA}{dx} \\ 0 & 1 & 0 & 1/\rho & v & 0 & -F_a \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & v & \frac{kR}{c^2}(\dot{q} + vF_a) \\ dt & 0 & 0 & dx & 0 & 0 & dp \\ 0 & dt & 0 & 0 & dx & 0 & dv \\ 0 & 0 & dt & 0 & 0 & dx & ds \end{vmatrix}$$

Ao igualar-se a zero o determinante da matriz obtida pela eliminação de qualquer uma das colunas da matriz ampliada anterior obtém-se uma equação em função do diferencial dx , para a qual se possibilitam três equações distintas pela substituição de (5.55.a), (5.55.b) ou (5.55.c). Tais equações correspondem às equações de compatibilidade ao longo da curva característica, sendo as mesmas as responsáveis pela condição necessária para que o sistema dado por (5.52) tenha solução ao longo dessa curva.

Tomando por referência, por exemplo, a eliminação da quinta coluna da matriz ampliada obtém-se:

$$\det \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & v & 0 & \rho(k-1)(\dot{q} + vF_a) - \frac{\rho v c^2}{A} \frac{dA}{dx} \\ 0 & 1 & 0 & 1/\rho & 0 & -F_a \\ 0 & 0 & 1 & 0 & v & \frac{kR}{c^2}(\dot{q} + vF_a) \\ dt & 0 & 0 & dx & 0 & dp \\ 0 & dt & 0 & 0 & 0 & dv \\ 0 & 0 & dt & 0 & dx & ds \end{vmatrix} = 0 \quad (5.56)$$

cuja solução (obtida via *MATLAB*) resulta em:

$$(dx - vdt) \left[F_a v dt^2 + (k-1)(\dot{q} + vF_a) dt^2 - \frac{vc^2}{A} \frac{dA}{dx} dt^2 \right. \\ \left. \dots - (F_a dx + \frac{dp}{\rho}) dt - dv(dx - vdt) \right] = 0. \quad (5.57)$$

Substituindo-se o diferencial dx , presente em (5.57) a partir das equações (5.55.a, 5.55.b e 5.55.c), pode-se obter para cada curva característica, uma equação de compatibilidade ao longo da mesma.

Considerando-se as linhas de *Mach*, torna-se possível verificar que a única condição para a qual (5.57) torne-se nulo, corresponde à proposição de se igualar a zero o segundo membro desta equação, dado o fato que o primeiro membro $(dx - vdt)$ será sempre diferente de zero ($+cdt$ e $-cdt$, para ser mais preciso). Tal condição resulta em:

$$F_a v dt^2 + (k-1)(\dot{q} + vF_a) dt^2 - \frac{vc^2}{A} \frac{dA}{dx} dt^2 - (F_a dx + \frac{dp}{\rho}) dt \\ \dots - dv(dx - vdt) = 0,$$

ou ainda:

$$(dv)_{mach} = \mp \frac{1}{\rho c} (dp)_{mach} + \left[\mp \frac{vc}{A} \frac{dA}{dx} \pm (k-1) \frac{\dot{q}}{c} - F_a \right]$$

$$\dots \pm F_a \frac{v}{c} (k - 1) \Big] dt, \quad (5.58)$$

sendo que os sinais superiores e inferiores referem-se às linhas de *Mach* dadas por (5.55.a) e (5.55.b), respectivamente.

A equação (5.58) pode ainda ser ajustada em função da velocidade do som, mediante manipulações matemáticas adicionais. Para tal, partindo-se de (4.50) a seguir repetida, tem-se:

$$dp = \frac{pds}{c_V} + c^2 d\rho,$$

sendo que o diferencial $d\rho$ pode ser obtido a partir da substituição da equação $c^2 = kZRT$ (3.67/adaptada) em $(p/\rho = ZRT)$, ou seja:

$$\rho = \frac{p}{ZRT} = \frac{kp}{c^2},$$

e assim:

$$d\rho = \frac{kdp}{c^2} - \frac{2pk}{c^3} dc, \quad (5.59)$$

cuja substituição acima resulta em:

$$dp = \frac{pds}{c_V} + c^2 \left(\frac{kdp}{c^2} - \frac{2pk}{c^3} dc \right), \quad (5.60.a)$$

ou ainda:

$$dp = \frac{pds}{c_V} + kdp - \frac{2pk}{c} dc, \quad (5.60.b)$$

$$dp(k - 1) = \frac{2pk}{c} dc - \frac{pds}{c_V}. \quad (5.60.c)$$

A divisão de (5.60.c) pelo termo $(\rho(k - 1))$, associado à substituição de $(p/\rho = c^2/k)$ possibilita escrever:

$$dp \frac{1}{\rho} = \frac{2c}{(k-1)} dc - \frac{c^2 ds}{kc_V(k-1)}, \quad (5.61.a)$$

ou ainda:

$$dp \frac{1}{\rho} = \frac{2c}{(k-1)} dc - \frac{c^2 ds}{kR}. \quad (5.61.b)$$

A substituição de (5.61.b) em (5.58), com a respectiva multiplicação da expressão final pelo termo $(\pm (k - 1)/2)$, resulta finalmente em:

$$(dc)_{mach} \pm \frac{k-1}{2} (dv)_{mach} = \frac{k-1}{2} \frac{c}{kR} (ds)_{mach} + \frac{k-1}{2} \left[-\frac{vc}{A} \frac{dA}{dx} \dots + (k - 1) \frac{1}{c} (\dot{q} + vF_a) \mp F_a \right] dt. \quad (5.62)$$

Retomando o conceito anterior para determinação das linhas de trajetória, verifica-se que o primeiro termo de (5.57) é identicamente nulo pela substituição de (5.55.c). Dessa forma, pode-se optar nessas circunstâncias pela eliminação da sexta coluna da matriz ampliada, ou mais precisamente:

$$\det \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & v & c^2 \rho & \rho(k - 1)(\dot{q} + vF_a) - \frac{\rho v c^2}{A} \frac{dA}{dx} \\ 0 & 1 & 0 & 1/\rho & v & -F_a \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{kR}{c^2} (\dot{q} + vF_a) \\ dt & 0 & 0 & dx & 0 & dp \\ 0 & dt & 0 & 0 & dx & dv \\ 0 & 0 & dt & 0 & 0 & ds \end{vmatrix} = 0 \quad (5.63)$$

cuja nova solução (obtida via *MATLAB*) resulta em:

$$\left(ds - \frac{kR}{c^2} (\dot{q} + vF_a) dt \right) (dx - (v + c)dt) (dx - (v - c)dt) = 0 \quad (5.64)$$

A substituição de (5.55.c) em (5.64) possibilita finalmente escrever:

$$(ds)_{path} = \frac{kR}{c^2} (\dot{q} + vF_a) dt. \quad (5.65)$$

Interessante observar que os mesmos resultados são obtidos, caso se iguale a zero os determinantes das outras quatro matrizes que podem ser obtidas com a eliminação das outras colunas.

5.7.1 Adimensionalização das equações

Objetivando-se manter os arredondamentos dos cálculos dentro de níveis uniformes, ou mais especificamente dentro de tolerâncias pré-estabelecidas, torna-se recomendável a “adimensionalização” de alguns dos parâmetros envolvidos. Tal proposição visa garantir que os limites de variação desses parâmetros na solução numérica das equações em análise, fiquem dentro de uma faixa de valores que evitem exageros em termos dos resultados finais.

Isso pode ser realizado através da definição de um estado de referência do fluido em análise e de um comprimento de referência em relação às equações das curvas características e de compatibilidade. Dessa forma, serão consideradas as seguintes variáveis adimensionais:

$$\boldsymbol{x} = \frac{x}{x_{ref}}, \quad (5.66.a)$$

$$\boldsymbol{c} = \frac{c}{c_{ref}}, \quad (5.66.b)$$

$$\boldsymbol{v} = \frac{v}{c_{ref}}, \quad (5.66.c)$$

$$\boldsymbol{t} = \frac{c_{ref}}{x_{ref}} t, \quad (5.66.d)$$

$$\mathcal{S} = \frac{s - s_{ref}}{R}. \quad (5.66.e)$$

Resultando nas seguintes equações adimensionalizadas:

- Linhas de Mach -

$$\frac{dx}{dt} = \mathbf{v} + \mathbf{c}, \quad (5.67.a)$$

$$\frac{dx}{dt} = \mathbf{v} - \mathbf{c}, \quad (5.67.b)$$

$$\begin{aligned} (d\mathbf{c})_{mach} \pm \frac{k-1}{2} (d\mathbf{v})_{mach} = \frac{k-1}{2} \frac{c}{kR} (d\mathcal{S})_{mach} + \frac{k-1}{2} \left[-\frac{vc}{A} \frac{dA}{dx} \right. \\ \left. \dots + (k-1) \frac{1}{c} (\dot{q} + \mathbf{v}\mathcal{F}_a) \mp \mathcal{F}_a \right] dt. \end{aligned} \quad (5.67.c)$$

- Linha de trajetória -

$$\frac{dx}{dt} = \mathbf{v}, \quad (5.68)$$

$$(d\mathcal{S})_{path} = \frac{kR}{c^2} (\dot{q} + \mathbf{v}\mathcal{F}_a) dt, \quad (5.69)$$

sendo:

$$\mathcal{F}_a = 2f_D \frac{|v|}{v} \frac{x_{ref} v^2}{D}, \quad (5.70.a)$$

$$\dot{q} = \dot{q} \frac{x_{ref}}{c_{ref}^3}. \quad (5.70.b)$$

5.7.2 Equações de compatibilidade em termos das variáveis de Riemann

Visando reduzir o número de diferenciais adimensionais presentes nas equações de compatibilidade correspondentes às linhas de *Mach*, (conjunto de equações (5.67)), considere uma substituição de variáveis na forma:

$$d\lambda = dc + \frac{k-1}{2} dv,$$

$$d\beta = dc - \frac{k-1}{2} dv,$$

cuja integração resulta em:

$$\lambda = c + \frac{k-1}{2} v, \quad (5.71)$$

$$\beta = c - \frac{k-1}{2} v, \quad (5.72)$$

ou ainda:

$$c = \frac{\lambda + \beta}{2}, \quad (5.73)$$

$$v = \frac{\lambda - \beta}{k-1}. \quad (5.74)$$

As novas variáveis λ e β correspondem às chamadas variáveis de *Riemann*. Nessas circunstâncias, a equação de compatibilidade ao longo da linha de *Mach* definida pela equação (5.55.a) será designada como λ -característica, enquanto que a linha de *Mach* definida pela equação (5.55.b) será designada como β -característica.

A substituição dessas variáveis permite escrever as equações de compatibilidade ao longo das linhas de *Mach* em termos das variáveis λ e β resultando em:

$$(d\lambda)_\lambda = \frac{k-1}{2} \frac{c}{kR} (ds)_\lambda + \frac{k-1}{2} \left[-\frac{vc}{A} \frac{dA}{dx} + (k-1) \frac{1}{c} (\dot{q} + v\mathcal{F}_a) \right. \\ \left. \dots - \mathcal{F}_a \right] dt, \quad (5.75)$$

$$(d\beta)_\beta = \frac{k-1}{2} \frac{c}{kR} (ds)_\beta + \frac{k-1}{2} \left[-\frac{vc}{A} \frac{dA}{dx} + (k-1) \frac{1}{c} (\dot{q} + v\mathcal{F}_a) \right. \\ \left. \dots + \mathcal{F}_a \right] dt. \quad (5.76)$$

Comparando-se as equações (5.75) e (5.76) com a equação (5.67.c) anteriormente apresentada, pode-se facilmente comprovar a diminuição no número de diferenciais envolvidos devido à eliminação do diferencial de velocidade adimensional ($d\upsilon$).

5.7.3 A variável nível de entropia

Velásquez (1993) cita uma série de trabalhos que expressam as equações de compatibilidade ao longo das curvas características em função da variável nível de entropia (c_A). Essa variável pode ser definida como a velocidade do som no fluido, no estado que seria atingido através de uma expansão isentrópica até a pressão de referência. Nessas circunstâncias e considerando (3.65.b) com uma respectiva adaptação de nomenclatura, tem-se:

$$\frac{p}{p_{ref}} = \left(\frac{\rho}{\rho_A} \right)^k, \quad (5.77)$$

sendo que o subscrito A é utilizado para as propriedades no estado final.

A partir de (4.50), novamente reproduzida, e da diferenciação de (5.77) pode-se demonstrar a relação:

$$dp = \frac{p ds}{c_V} + c^2 d\rho,$$

e

$$ds = \left(\frac{2k}{k-1} \frac{dc_A}{c_A} \right) R. \quad (5.78)$$

cuja substituição nas equações de compatibilidade (5.69), (5.75) e (5.76), resultam respectivamente em:

$$\left(\frac{2k}{k-1} \frac{dc_A}{c_A} \right) R = \frac{kR}{c^2} (\dot{q} + \mathbf{v}\mathcal{F}_a) dt,$$

ou

$$(dc_A)_{path} = \frac{k-1}{2} \frac{c_A}{c^2} (\dot{q} + \mathbf{v}\mathcal{F}_a) dt, \quad (5.79)$$

$$(d\lambda)_\lambda = \frac{c}{c_A} (dc_A)_\lambda + \frac{k-1}{2} \left[-\frac{\mathbf{v}c}{A} \frac{dA}{dx} + (k-1) \frac{1}{c} (\dot{q} + \mathbf{v}\mathcal{F}_a) \dots - \mathcal{F}_a \right] dt, \quad (5.80)$$

$$(d\beta)_\beta = \frac{c}{c_A} (dc_A)_\beta + \frac{k-1}{2} \left[-\frac{\mathbf{v}c}{A} \frac{dA}{dx} + (k-1) \frac{1}{c} (\dot{q} + \mathbf{v}\mathcal{F}_a) + \mathcal{F}_a \right] dt. \quad (5.81)$$

As equações (5.79) a (5.81) correspondem às equações de compatibilidade escritas em função da variável nível de entropia adimensional, visto que, por definição:

$$c_A = \frac{c_A}{c_{ref}}. \quad (5.82)$$

5.8 Transferência de calor às paredes do duto

O calor conduzido através da parede do tubo para o meio ambiente não pode, necessariamente, ser negligenciado, visto que essa parcela pode tornar-se significativa para situações operacionais nas quais a diferença entre as temperaturas de fluxo e ambiente seja muito elevada. Em geral, a quantidade de calor transferida depende dos materiais envolvidos, do tipo de revestimento considerado e das condições de exposição da tubulação, fatores esses que podem ocasionar alterações significativas no coeficiente total de transferência de calor (Gjerde, 2011).

Para a condição de fluidos em movimento, a transferência de calor ocorre prioritariamente por convecção, com um coeficiente de película sendo influenciados por propriedades vinculadas ao fluido, dentre os quais se podem destacar a viscosidade dinâmica (μ), a condutividade térmica (k_t), a massa específica (ρ), o calor específico e a velocidade de fluxo. O agrupamento dessas propriedades, mediante correlações específicas, permite definir parâmetros adimensionais convencionalmente utilizados em problemas dessa natureza, destacando-se os números de *Reynolds* (Re), *Prandtl* (Pr) e *Nusselt* (Nu), ou mais especificamente:

$$Re = \frac{\rho v D}{\mu}, \quad (5.83)$$

$$Pr = \frac{\mu c_p}{k_t}, \quad (5.84)$$

$$Nu = \frac{h_{gas} D}{k_t}, \quad (5.85)$$

sendo k_t a condutividade térmica e h_{gas} o coeficiente de película.

Utilizando-se a analogia de *Reynolds* na forma modificada de *Colburn*, na qual se considera a similaridade entre o *momentum* e a transferência de calor na

camada limite, torna-se possível (para números de *Prandtl* próximos da unidade) a determinação do coeficiente de película correspondente. Assim:

$$Nu = \frac{f_D Re(Pr)^{1/3}}{2},$$

e

$$\frac{h_{gas}D}{k_t} = \frac{f_D Re(Pr)^{1/3}}{2}. \quad (5.86)$$

Com os dados médios correspondentes ao metano ($c_p = 2253 \text{ J/kgK}$, $k_t = 0,034 \text{ W/mK}$ e $\mu = 0,0118 \text{ mPa.s}$), chega-se a um número de *Prandtl* da ordem de 0,74, de tal forma que o coeficiente de filme pode ser obtido pela relação aproximada:

$$h_{gas} = 1303 f_D \rho v. \quad (5.87)$$

Para o presente trabalho, a transferência de calor é levada em consideração através da taxa de transferência de calor por unidade de massa \dot{q} , tornando-se necessário a sua correlação com o fluxo de calor por unidade de área q'' , para a qual se propõem:

$$\dot{q} = \frac{4}{\rho D_{eq}} q'', \quad (5.88)$$

D_{eq} corresponde ao diâmetro equivalente do duto, o que para dutos circulares coincide com o seu diâmetro geométrico. Levando-se em conta ainda que, para o caso de escoamentos quase-estacionários, tem-se:

$$q'' = h_{gas}(T_w - T), \quad (5.89)$$

chega-se finalmente a:

$$\dot{q} = 5212 \frac{f_{DV}}{D} (T_w - T). \quad (5.90)$$

com \dot{q} resultando em (W/m^2).

Num contexto geral e simplificado, a equação (5.90) pode ser utilizada tanto para tubulações aéreas quanto para tubulações enterradas, dado o fato que a mesma depende diretamente da temperatura de parede considerada (T_w).

5.9 O algoritmo de cálculo

Os trabalhos de Benson (1972) e Payri *et al.* (1986) apresentam, respectivamente, o método de solução das equações características utilizado neste trabalho com algumas das suas respectivas alterações implementadas. Tais alterações foram introduzidas objetivando-se uma solução mais consistente com a realidade física do problema, como também uma melhor otimização do próprio algoritmo. O referido algoritmo foi desenvolvido em linguagem *Fortran 90* utilizando-se o método de *Euler* explícito, com duas malhas distintas: uma *Euleriana* e outra *Lagrangeana*, na condição de que o número de nós da malha *Euleriana* fosse idêntico ao número de partículas da malha *Lagrangeana*.

Durante a obtenção dos resultados numéricos foram testadas diferentes malhas, com passos espaciais da malha *Euleriana* - Δx - variando entre 3 e 24 cm. Nessas circunstâncias, apesar dos resultados obtidos terem sido bastante próximos, o tempo computacional se alterou sensivelmente, chegando a apresentar um aumento de doze a treze vezes no tempo computacional ao se triplicar o número de nós da malha considerada. Como referência dessa situação, obteve-se para os ensaios de esvaziamento da rede experimental, um tempo computacional de 3 min para uma malha de 576 nós (passo espacial de 24cm); um tempo computacional de 36 min para uma malha de 1533 nós (passo espacial de 9 cm); e um tempo computacional de 490 min para uma malha de 4595 nós (passo espacial de 3 cm). Tais resultados foram obtidos utilizando-se um computador pessoal equipado com um processador *Intel Core i7-3770k* de 3,50GHz, 32GB de memória RAM; sendo

que o código foi compilado para rodar em 64 bits sob o sistema operacional *Windows 7*.

5.9.1 A malha de cálculo

Conforme comentando, visando a integração numérica das equações apresentadas na secção (5.7), foram consideradas duas malhas: uma malha *Euleriana* para integrar as equações de compatibilidade definidas sobre as linhas de *Mach* e outra malha *Lagrangeana*, utilizada para integrar a equação de compatibilidade definida sobre a trajetória das partículas.

A malha *Euleriana* é construída dividindo-se o comprimento do duto em $(n - 1)$ partes iguais. Essa malha, composta por (n) nós localizados ao longo da coordenada espacial x , denotados como $(1, \dots, i - 1, i, i + 1, \dots, n)$, é representada esquematicamente através da figura 5.5. Nessa mesma figura apresenta-se a malha *Lagrangeana* com (m) pontos correspondentes às partículas sobre cuja trajetória se fará a integração da equação (5.79). Esses pontos encontram-se representados por $(1, \dots, j - 1, j, j + 1, \dots, m)$.

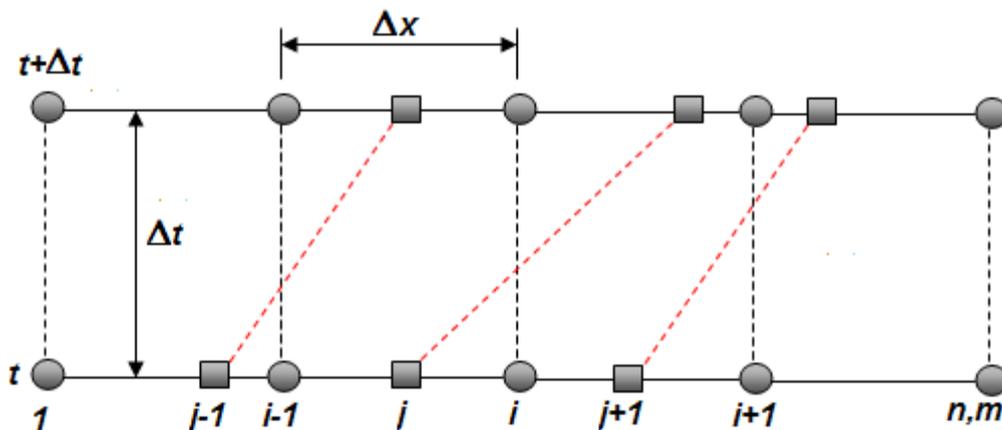


Figura 5.5 - Representação esquemática da malha de cálculo

Para um determinado instante t , considera-se que os parâmetros de fluxo e que as propriedades termodinâmicas do fluido são conhecidas ao longo do duto, enquanto que no tempo $t = 0$ têm-se as condições iniciais do problema.

A partir da solução conhecida no instante t as equações de compatibilidade devem ser integradas sobre as correspondentes curvas características, determinando-se assim a solução em $(t + \Delta t)$. O passo no tempo Δt deve ser escolhido de forma a satisfazer o critério de estabilidade de *Courant-Friedrichs-Lewy* (ou condição *CFL*), o qual expressa a condição necessária para que o maior deslocamento das ondas de perturbação não venha a exceder a distância entre os dois nós vizinhos da malha *Euleriana*. Assim:

$$\Delta t < \frac{\Delta x}{(|v|+c)_{max}}, \quad (5.91)$$

sendo que $(|v| + c)$ corresponde a maior velocidade (absoluta) com que podem se propagar as perturbações em um ponto qualquer do duto.

Para finalizar esse tópico deve-se ainda destacar que o passo espacial na malha *Euleriana* é determinado *a priori*, sendo uniforme em cada duto. Em paralelo, o passo temporal é calculado após cada varredura, sendo que o seu valor muda para cada instante calculado caracterizando uma malha irregular na direção da coordenada temporal. Já a malha *Lagrangeana* resulta irregular tanto na coordenada espacial como na temporal.

5.9.2 As condições de referência

A transformação das equações características para a forma adimensional exige a definição de parâmetros de referência. No presente trabalho adotou-se o passo espacial da malha *Euleriana* como o comprimento de referência x_{ref} .

A pressão e a temperatura de referência foram escolhidas buscando representar (ao menos de forma aproximada) os correspondentes valores médios no escoamento. Nessas circunstâncias, para os ensaios realizados com ar comprimido, por exemplo, adotou-se $T_{ref} = 250K$ e $p_{ref} = 2,5bar$. Tal escolha teve por objetivo minimizar os erros gerados ao se admitir que os calores específicos sejam constantes.

5.9.3 O nível de entropia no final do passo de integração

A partir do valor da velocidade das partículas no tempo t , é possível determinar as suas novas posições em $(t + \Delta t)$, fazendo:

$$x_j^{t+\Delta t} = x_j^t + v_j^t \Delta t. \quad (5.92)$$

Dessa forma, a malha *Lagrangeana* está sendo construída.

O nível de entropia das partículas no instante $t + \Delta t$ pode ser determinado pela seguinte expressão:

$$c_{Aj}^{t+\Delta t} = c_{Aj}^t + \left(\frac{dc_A}{dt} \right)_{path} \Delta t, \quad (5.93)$$

onde a derivada deve ser calculada no ponto (x_j, t) mediante a equação (5.79).

Conhecendo-se as posições das partículas e os seus níveis de entropia no tempo $t + \Delta t$, o valor do nível de entropia nos pontos nodais é determinado por interpolação linear.

É preciso ressaltar que ao admitir a hipótese que a velocidade de cada partícula permaneça constante durante o passo de integração, gera-se a possibilidade de ocorrer intersecção de linhas de trajetórias (quando as partículas se encontram próximas umas das outras). Visando garantir que isso não ocorra, dado que essa situação não apresenta qualquer consistência física, deve-se reduzir o passo de integração até que ele se torne menor que Δt_{path} , conforme esquematizado na figura 5.6. No presente trabalho adotou-se $\Delta t' = 0,95\Delta t_{path}$, garantindo-se uma relação menor que a unidade, mas concomitantemente próxima do valor de referência.

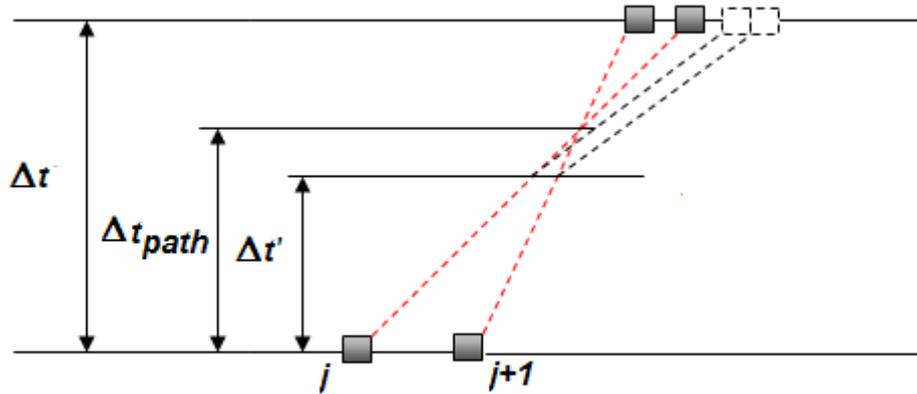


Figura 5.6 - Representação esquemática da intersecção de linhas de trajetória

5.9.4 As variáveis de Riemann no final do passo de integração

Se a velocidade do fluido e a velocidade de propagação do som são conhecidas para todos os pontos do duto no tempo t , torna-se possível determinar o valor das variáveis de Riemann λ e β para esse tempo, utilizando-se as equações (5.71) e (5.72). A partir destes valores e da distribuição do nível de entropia no tempo $t + \Delta t$, é viável a determinação de λ e β no final do passo de integração, em todos os nós da malha, assim como também o valor de β no extremo da esquerda e o valor de λ no extremo da direita. Uma vez que o problema é igual para λ e para β será descrito apenas o procedimento para o cálculo de λ .

Considera-se para tal a figura 5.7, onde P é o ponto genérico pelo qual passa, no tempo t , a mesma λ -característica em que $t + \Delta t$ passará pelo nó i (que corresponde a um nó interno ou ao nó direito da malha Euleriana). Em seguida, determina-se por interpolação o valor de λ no ponto P . De posse desse valor, o valor de λ será determinado pela seguinte expressão:

$$\lambda(x_i, t + \Delta t) = \lambda(x_P, t) + \left(\frac{d\lambda}{dt}\right)_\lambda \Delta t, \quad (5.94)$$

onde a derivada correspondente é avaliada no ponto (x_p, t) de acordo com a equação (5.80). Já a derivada $(dc_A/dt)_\lambda$ que aparece na equação (5.80) pode ser calculada pela seguinte expressão:

$$\left(\frac{dc_A}{dt}\right)_\lambda = \frac{c_A(x_i, t+\Delta t) - c_A(x_p, t)}{\Delta t}. \quad (5.95)$$

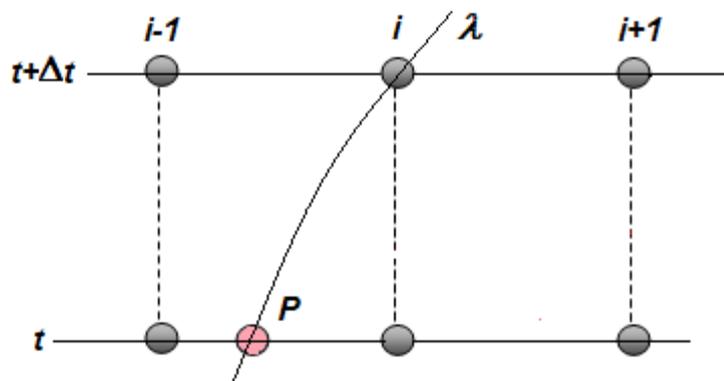


Figura 5.7 – Identificação esquemática do ponto genérico P

A determinação da posição do ponto P envolve a identificação do domínio em que o mesmo se encontra. A idéia principal é que as λ -características não se interceptam (Velásquez, 1993). Por isso, uma primeira informação sobre a posição deste ponto é obtida ao se determinar o sentido no qual se direciona a λ -característica que passa pelo ponto (x_i, t) . Conforme mostrado na figura 5.8, se esta característica se direciona para o lado direito, $(dt/dx)_\lambda > 0$ e o ponto P se encontrará à esquerda da posição x_i . Do contrário, o ponto P se encontrará à direita da posição x_i .

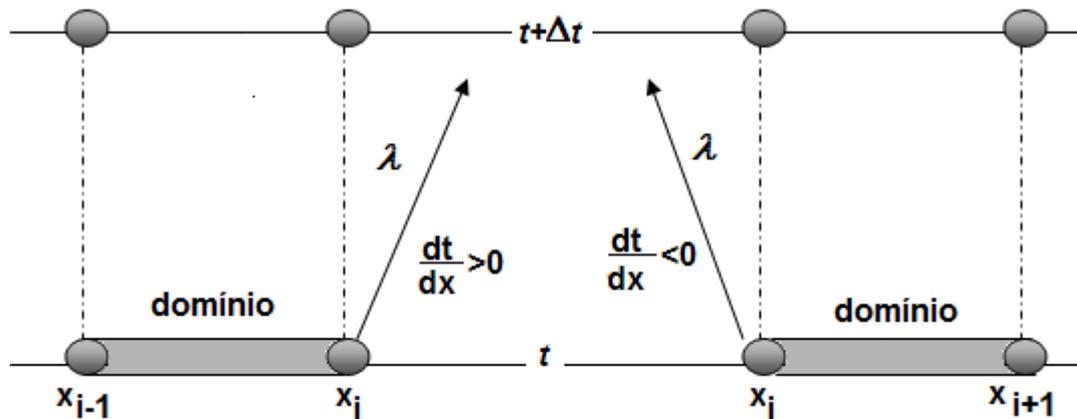


Figura 5.8 – Identificação esquemática do domínio de localização do ponto P

Pelo critério de *Courant-Friedrichs-Lewy*, garante-se ainda que o maior deslocamento de uma perturbação não excede a distância entre nós vizinhos. Dessa forma, o ponto P não pode ficar afastado da posição x_i de uma distância maior que Δx , o que garante que o referido ponto deve se localizar entre as posições x_{i-1} e x_i quando a derivada $(dt/dx)_\lambda$ no ponto (x_i, t) for positiva, e entre x_i e x_{i+1} quando esta derivada for negativa.

5.10 Conclusões

O presente capítulo possibilita um melhor esclarecimento acerca da aplicação do método das características ao problema proposto, caracterizando as propriedades gerais do referido método, bem como, a forma como o mesmo é adaptado à solução proposta. Paralelamente, faz-se referência ao algoritmo de cálculo desenvolvido e implementado, destacando-se premissas e características específicas do mesmo no contexto da formulação computacional. Por fim, aspectos complementares e necessários ao desenvolvimento do presente estudo também são discutidos, fornecendo os subsídios necessários para o fechamento da proposta original do trabalho.

6

Rede de escoamento experimental

6.1 Introdução

Avaliações experimentais foram realizadas para simular vazamentos em pontos conhecidos de uma tubulação pressurizada, tomando por referência a solução proposta e tendo por objetivos a comprovação das variações decorrentes nas propriedades do fluido em análise. O aparato experimental foi construído nas dependências internas do LACTEC, localizado nas proximidades do Centro Politécnico da Universidade Federal do Paraná - UFPR, em Curitiba-PR, consistindo basicamente em um trecho de tubulação, um sistema de controle de pressão, um sistema de registro de pressão e um sistema de aquisição de dados. A tubulação é dividida em dois trechos distintos, tendo um trecho enterrado e outro aéreo. Para esse segundo caso, houve ainda a previsão de um sistema de fixação da tubulação em suportes específicos adequadamente espaçados, visando minimizar eventuais problemas oriundos de vibrações localizadas que pudessem surgir quando da realização dos ensaios transientes.

Os testes realizados foram divididos em duas etapas distintas, utilizando-se fluidos e pressões de testes também diferenciadas. Na primeira fase

utilizou-se ar comprimido como fluido de teste e posteriormente, o próprio gás natural. As pressões adotadas nos testes com ar comprimido ficaram na faixa de 4 bar, enquanto que as pressões adotadas nos testes com gás natural ficaram na faixa de 17bar. As ondas de pressão na tubulação foram registradas por transdutores de pressão e transferidos para um computador com dados de interface de aquisição com base no software *LABVIEW*.

Esse capítulo apresenta, além do detalhamento específico dos principais componentes pertencentes à rede experimental, informações sobre a calibração dos transdutores de pressão, detalhamento do sistema de aquisição de dados, a forma de geração de transientes, as particularidades de cada grupo de ensaios e uma compilação final dos resultados obtidos.

6.2 O aparato experimental

6.2.1 Tubulação

O trecho de tubulação pertencente ao aparato experimental foi construído externamente aos laboratórios do LACTEC, em tubulação de aço carbono API 5L Gr.B soldada, em diâmetro nominal de duas polegadas, espessura de parede de 3,9mm e extensão aproximada de 140m. A escolha pelo referido material ocorreu em função das pressões de trabalho utilizadas na segunda etapa dos testes (17 bar, no caso), bem como, pela necessidade do referido trecho ser instalado de forma aparente visando contemplar o acesso e a instalação dos sensores de pressão necessários para a obtenção dos resultados inicialmente propostos. Esse ramal¹, construído exclusivamente para a realização dos referidos testes, foi instalado a partir de uma estação de medição da **COMPAGAS**, alocada para fornecimento de gás natural ao próprio LACTEC, visto que o mesmo utiliza esse combustível em suas bancadas de ensaios de motores.

A configuração do espaço físico disponível fez com que a referida rede fosse instalada num trecho inicial de forma enterrada e posteriormente de forma aparente (aérea) quase que na sua totalidade. Ao longo do trecho aéreo foram alocadas três válvulas de bloqueio do tipo esfera, através das quais se tornou possível a simulação de vazamentos localizados no transcorrer dos testes

¹ Neste trabalho, ramal será considerado como um trecho de tubulação disponível para a passagem do fluido em análise.

efetivados. Efetivou-se também a instalação de medidores de vazão específicos ao final do trecho reto da tubulação, visando simular condições de consumo localizado. As figuras 6.1 a 6.3 ilustram fotos da referida instalação.



Figura 6.1 - Detalhe de válvula de bloqueio ao longo do trecho de tubulação.



Figura 6.2 - Trecho da tubulação aérea.



Figura 6.3 - Transição entre os trechos de tubulação aéreo e enterrado.

6.2.2 Sistema de controle de pressão

Como os testes foram realizados em duas etapas distintas, em termos do fluido de teste (ar comprimido e gás natural), como também, pelas pressões de trabalho consideradas, houve necessidade da utilização de aparatos diferenciados para o controle de pressão de cada etapa correspondente. Para o caso dos testes iniciais, realizados com ar comprimido em pressões de teste na ordem de 4bar, utilizou-se um tanque de acumulação pressurizado diretamente pelo sistema de ar comprimido do LACTEC, operante em 7bar. Visando ainda a estabilização da pressão, bem como, a sua redução para os níveis de teste propostos, houve a necessidade da instalação de um sistema de redução e regulagem de pressão à montante do referido tanque, garantindo assim não somente a pressão de trabalho desejada, como também as condições de fluxo correspondentes. Informações do tanque de acumulação podem ser observadas na tabela 6.1 e na foto da figura 6.4.

Tabela 6.1 – Especificação técnica do tanque utilizado nas simulações com ar comprimido.

Parâmetros	Dimensões
Diâmetro interno	598mm
Espessura de parede	3,40mm
Espessura dos tampos	4,13mm
Altura	750mm
Volume hidráulico	0,2 m ³
Máxima pressão admissível	5bar



Figura 6.4 – Detalhe do vaso de pressão (tanque de acumulação) utilizado nos testes realizados com ar comprimido.

O sistema de redução e regulação de pressão teve sua concepção desenvolvida mediante a instalação dos equipamentos e acessórios necessários num cavalete horizontal. A figura 6.5 identifica uma vista frontal desse sistema,

através da qual se torna possível identificar e caracterizar, em termos funcionais, cada um dos componentes envolvidos, enquanto que a figura 6.6 ilustra uma foto correspondente.

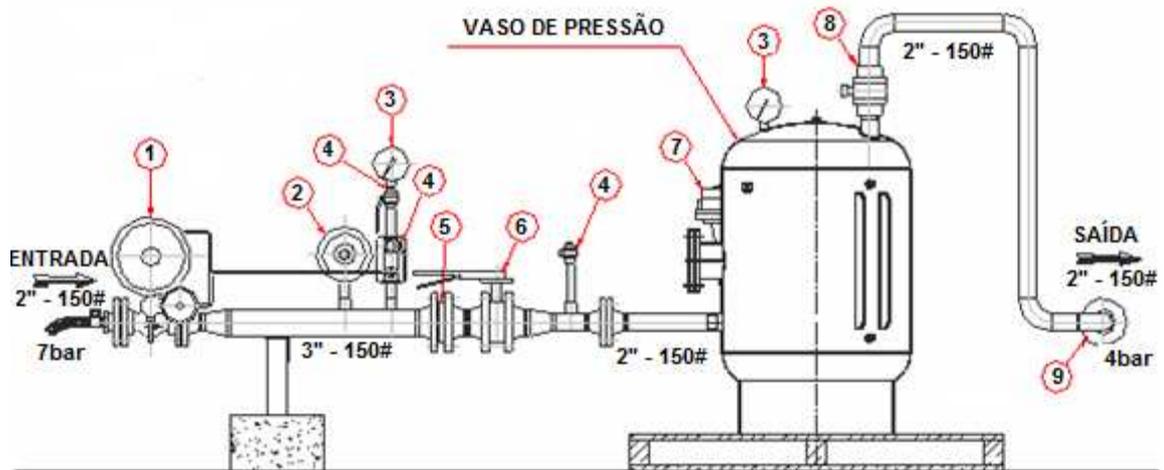


Figura 6.5 – Vista frontal do sistema de redução e regulação de pressão, com identificação dos principais componentes.



Figura 6.6 – Detalhe do sistema de redução e regulação de pressão utilizado nos testes com ar comprimido

A tabela 6.2 traduz uma relação dos componentes utilizados no dispositivo de regulação de pressão, bem como, um descritivo das suas respectivas funções.

Tabela 6.2 – Lista de equipamentos pertencentes ao sistema de redução e regulação de pressão.

ITEM	DESCRIÇÃO	FUNÇÃO
01	Regulador de pressão – 2" x 150# (7bar x 4bar)	Regular a pressão de entrada no sistema
02	Válvula de alívio de pressão – ¾"NPT (p=4,2bar)	Limitar a pressão no sistema
03	Manômetro tipo bourdon (escala – 0 a 5bar)	Possibilitar a verificação visual da pressão no sistema
04	Válvula de bloqueio manual tipo esfera – ½"NPT	Purga do sistema
05	Válvula de retenção tipo wafer (dupla portinhola) – 3" x 150#	Bloqueio de retorno da pressão (despressurização acidental à montante)
06	Válvula borboleta de bloqueio manual – 3" x 150#	Bloqueio intermediário à montante do vaso
07	Válvula de alívio de pressão – ½"NPT (p=4,8bar)	Limitar a pressão no vaso (sistema redundante)
08	Válvula de bloqueio manual tipo esfera – 2" BSP	Bloqueio intermediário à jusante do vaso
09	Válvula de bloqueio manual tipo esfera – 1" NPT	Bloqueio da entrada da tubulação de teste

A escolha do fluido de teste - ar comprimido - para realização dos testes preliminares ficou vinculado a questões de segurança e a necessidade de calibração prévia dos instrumentos envolvidos, associado ao fato do mesmo estar disponível, ser um fluido de propriedades conhecidas e praticamente sem custo. A pressão de teste adotada – 4 bar – ficou associada às questões de segurança anteriormente descritas, como também, ao fato das malhas de distribuição de gás natural para o segmento residencial serem, costumeiramente, construídas em tubulações de PEAD PE-80, as quais operam com pressões nominais desta magnitude.

Finalizados os testes com ar comprimido, optou-se em realizar uma nova bateria de testes com o próprio gás natural, visando obter dados experimentais

mais realistas em função do fluido de trabalho considerado e o atendimento à proposta original do trabalho. Nessas circunstâncias, tanto o sistema de regulagem de pressão quanto o vaso de acumulação foram fisicamente removidos e o ramal experimental passou a ser abastecido diretamente pelo ramal externo da **COMPAGAS** (ramal esse que faz o fornecimento de gás natural para o cliente LACTEC). Tal ramal, em específico, opera numa pressão nominal de 17bar, motivo pelo qual os novos testes foram realizados nessa faixa de pressão, não se justificando assim a necessidade de qualquer sistema de redução e regulagem de pressão correspondente.

O fornecimento de gás natural para o cliente LACTEC se dá através de uma estação de medição de pressão, de propriedade da própria **COMPAGAS** e que corresponde a um conjunto de acessórios e equipamentos adequadamente instalados no interior de uma área cercada, conforme ilustrado pela foto da figura 6.7. Para o caso dos testes, efetivou-se a interligação entre a referida estação e o ramal experimental, objetivando o seu abastecimento diretamente a partir do ramal externo.



Figura 6.7 – Estação de medição da **COMPAGAS**.

6.2.3 Transdutores de pressão

Objetivando-se registrar as variações de pressão ocorridas no transcorrer dos testes realizados, utilizou-se um arranjo de cinco transdutores de pressão do tipo piezelétrico, da marca TER-PRESS, com escala de medição de 0-40 bar, precisão de 0,25%FE, sensibilidade de 0,27 mA/bar, resolução menor que 0,01% do fundo de escala e com sinal de saída de 4 a 20mA, os quais foram adequadamente instalados ao longo do ramal experimental. Tais dispositivos realizam a medição de pressão mediante as deformações sofridas em seus cristais, com sua respectiva conversão em sinal elétrico. A quantidade elétrica produzida é proporcional à pressão aplicada, caracterizando uma relação linear entre os parâmetros envolvidos e, conseqüentemente, facilitando a sua aplicação.

Os transdutores foram instalados ao longo do ramal experimental, em pontos específicos, ou mais precisamente: na saída do ramal, após a válvula de bloqueio da estação (sensor S1), na transição entre o trecho enterrado e o trecho aéreo de tubulação (sensor S2), junto às válvulas de bloqueio intermediárias (sensores S3 e S4) e ao final do trecho reto, à montante do medidor de vazão – M - considerado (sensor S5), conforme croqui isométrico ilustrativo da figura 6.8. Nessa representação não se encontra ilustrada a estação de medição da **COMPAGAS**, visto que tal dispositivo ficou localizado à montante da válvula de bloqueio inicial do ramal experimental.

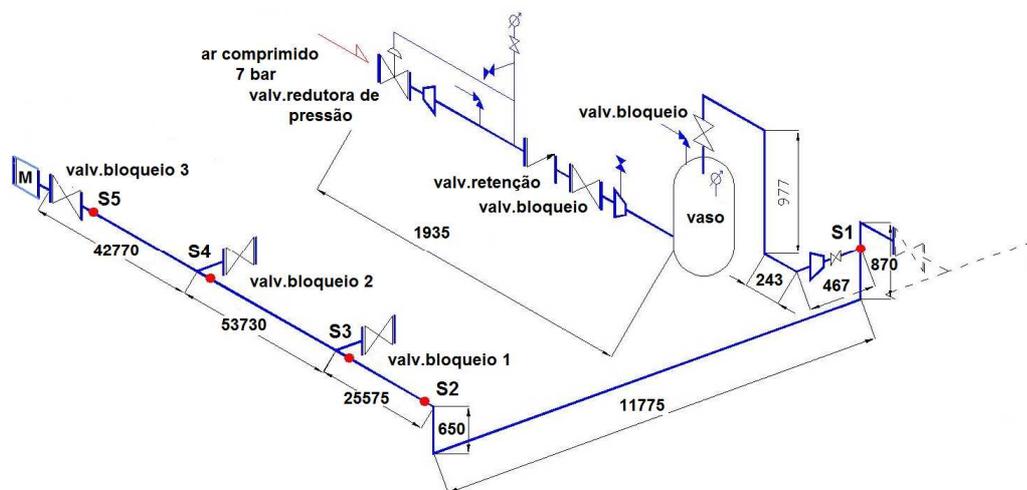


Figura 6.8 – Isométrico do ramal experimental com indicação do posicionamento dos transdutores de pressão.

Para acoplamento dos transdutores nos pontos de instalação, tornou-se necessário a furação da tubulação correspondente com a respectiva abertura de rosca localizada (*BSP*) visando a fixação desses dispositivos, conforme ilustra a foto da figura 6.9.



Figura 6.9 – Detalhe da instalação do sensor de pressão junto a uma das válvulas de bloqueio do ramal experimental.

A transmissão dos sinais gerados pelos transdutores até a placa de leitura correspondente foi realizada utilizando sinais que variam de 4 a 20mA. Essa faixa corresponde a um padrão industrial de medição, garantindo a integridade do sinal transmitido mesmo para elevadas distâncias, dado o fato da corrente elétrica manter-se constante e proporcional à variável medida, ou mais especificamente, a pressão. Sinais de corrente elétrica não sofrem o efeito da queda de tensão no condutor, nas conexões e nos demais elementos do circuito, garantindo com isso que eventuais erros associados a essa condição não venham a interferir nos resultados finais obtidos.

Os elementos de transmissão utilizados correspondem a cabos coaxiais do tipo RG-58/50 Ω , os quais são dotados de dois condutores axialmente

alinhados, sendo o primeiro localizado no centro do cabo e o segundo na região periférica do mesmo, formando uma malha. Esses dispositivos apresentam uma rejeição a ruídos de origem eletromagnética muito boa, visto que o campo interno é uniforme e a malha absorve todo e qualquer surto que venha a surgir ao longo do percurso elétrico correspondente. Para interligação final com o computador central, responsável pela aquisição dos dados, utilizou-se ainda uma placa de aquisição de dados, a qual possibilita a comunicação entre os módulos de leitura de diferentes grandezas físicas, através de uma porta do tipo *USB*.

6.2.4 Sistema de aquisição de dados

Para realização dos ensaios foram utilizados módulos de aquisição específicos da *National Instruments*, ou mais especificamente: um *rack* cDAQ com oito módulos de comunicação *USB* (modelo NI Cdaq-9172), um módulo de leitura de corrente (modelo NI 9203) e um módulo de leitura de tensão (modelo NI 9205). Tais dispositivos de hardware são compatíveis com o software *LABVIEW*, no qual as rotinas de aquisição de dados foram implementadas. O módulo de leitura de corrente foi utilizado para leitura dos sinais de corrente elétrica fornecidos pelos transdutores de pressão, enquanto que o módulo de leitura de tensão foi utilizado para leitura dos sinais de tensão provenientes do medidor de vazão do tipo rotativo, considerado nos testes com gás natural.

A aquisição dos dados foi realizada com base no software *LABVIEW*, considerando-se seis canais de medição, dos quais cinco canais ficaram vinculados aos sensores de pressão e o sexto ao medidor de vazão adotado em cada bateria de testes.

Tratamento dos dados

Quando da realização dos primeiros ensaios, com ar comprimido, verificou-se que os sinais obtidos apresentavam uma relação sinal/ruído bastante acentuada. Tal condição exigiu a realização de um número de testes numa quantidade bastante razoável, dado o fato de que os resultados obtidos demoraram em apresentar uma convergência satisfatória. Tais ruídos tinham como origem, entre outros, a presença de harmônicas na alimentação do sistema de medição,

condições de aterramento predial irregular e oxidações localizadas nos terminais dos cabos de conexão dos transdutores.

Para tratamento desses dados considerou-se a aplicação de um filtro digital de segunda ordem do tipo *Butterworth* aos sinais adquiridos. Esse dispositivo é equivalente a uma função de transferência projetada para que quando aplicada a um determinado sinal, altere sua resposta em frequência, possibilitando assim separar os sinais indesejados ou ainda bloquear sinais de interferência. A figura 6.10 ilustra um exemplo comparativo entre um sinal original do transdutor de pressão e o seu correspondente sinal filtrado (tratado).

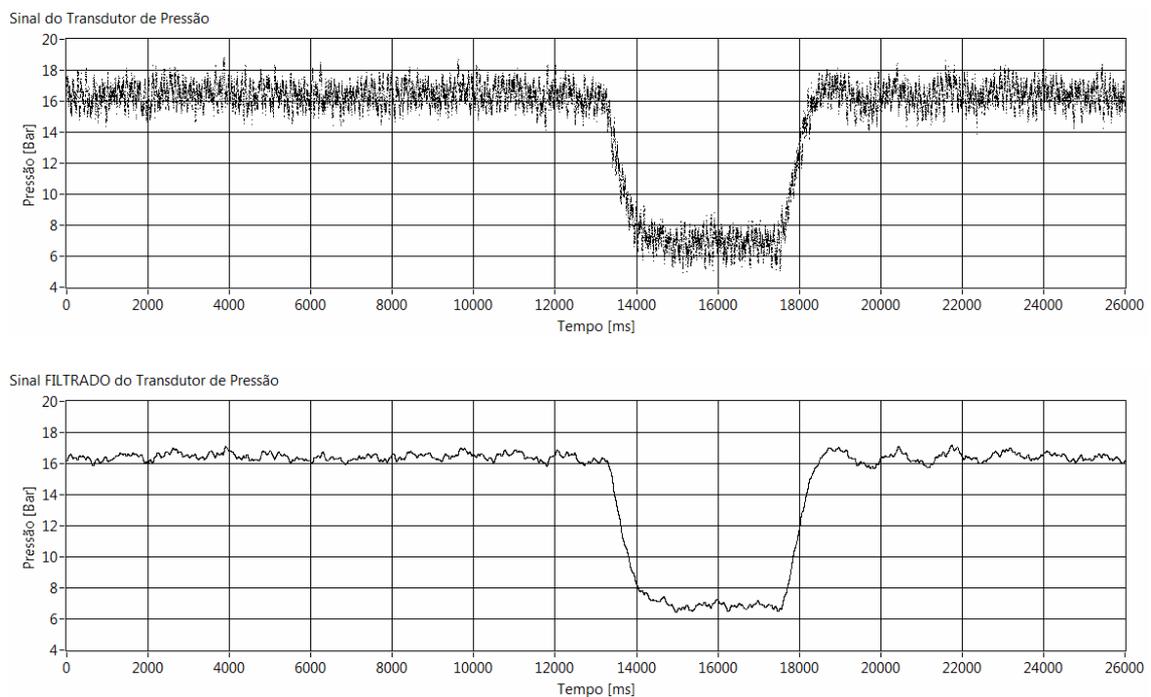


Figura 6.10 – Comparação entre o sinal original e o sinal filtrado do transdutor de pressão durante a realização de determinado ensaio.

6.2.5 Medidores de vazão

Conforme descrito anteriormente, houve a instalação de medidores de vazão distintos quando da realização dos testes com ar comprimido e, posteriormente, com gás natural, ao final do trecho reto do ramal experimental, juntamente a última válvula de bloqueio correspondente. Tais dispositivos foram utilizados visando simular uma condição de consumo localizado durante a realização de alguns dos testes realizados, bem como, garantir uma condição de fluxo

transiente. Para o caso dos testes preliminares, realizados com ar comprimido, utilizou-se um medidor de fluxo do tipo *Coriollis* da marca MicroMotin, modelo CMF, com range de operação de até 545kg/h e precisão de medição de $\pm 0,05\%$ da vazão medida. Tal equipamento, de propriedade da PUC-PR, dispõe ainda de um visor digital que possibilita a visualização de parâmetros específicos da medição, tais como: vazão mássica, temperatura e densidade do fluido. As fotos das figuras 6.11 a 6.13 ilustram o referido equipamento, como também, os valores de alguns parâmetros medidos quando da realização de uma das baterias de testes correspondentes.



Figura 6.11 – Detalhe da instalação do medidor de vazão tipo *Coriollis* para realização dos testes com ar comprimido.



Figura 6.12 – Visor do medidor de vazão tipo *Coriollis*, identificando uma vazão mássica correspondente de 10,57 kg/h.



Figura 6.13 – Visor do medidor de vazão tipo *Coriollis*, identificando uma temperatura correspondente de 20,6°C.

Posteriormente, quando da realização dos testes com gás natural, utilizou-se um medidor do tipo rotativo, marca IMETER, modelo IM-RG G65, com 2" de diâmetro nominal, faixa de vazão de 0,5 a 1000 m³/h, repetibilidade de 0,1% e precisão de $\pm 1\%$ na faixa de vazão de 0,2Q_{máx} até Q_{máx}. Tal medidor apresenta uma saída de dados do tipo pulsada, com uma escala de 10 pulsos/m³, fato esse que exigiu a montagem de um circuito elétrico auxiliar visando a compatibilização da conversão do giro do disco de medição num sinal elétrico correspondente e adequado ao sistema de aquisição de dados considerado. A foto da figura 6.14 ilustra a instalação do referido equipamento.



Figura 6.14 - Detalhe da instalação do medidor de vazão tipo rotativo para realização dos testes com gás natural.

6.3 Calibração dos transdutores de pressão

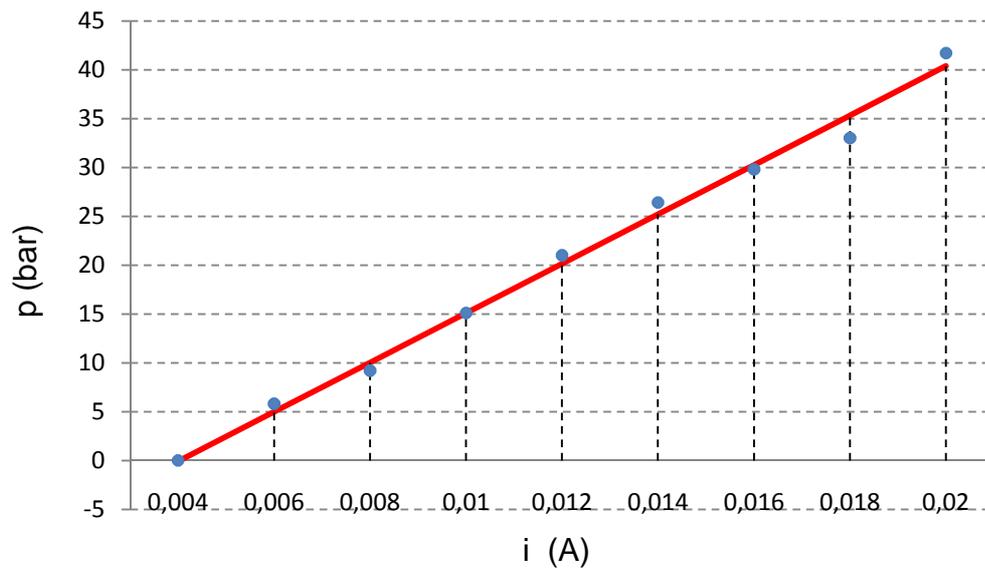
Antes da instalação e utilização dos transdutores de pressão, efetivou-se em dispositivo apropriado, as suas correspondentes calibrações conforme procedimentos específicos convencionalmente adotados e certificados pelo LACTEC. Tais calibrações são realizadas numa balança de aferição, mediante comparações realizadas entre os registros de corrente do transdutor, geradas através de uma fonte de alimentação de 12V/60Hz e as respectivas pressões indicadas por um manômetro padrão com aferição certificada e escala de 0 a 60bar.

A pressurização do sistema é realizada mediante uma bomba de óleo também aferida e certificada, da marca Zurich, modelo 800-D, com faixas de operação entre 0,5 a 800bar. A figura 6.15 ilustra uma foto dessa montagem.



Figura 6.15 - Detalhe do dispositivo utilizado para aferição dos transdutores de pressão.

O sistema de aquisição de dados é então preparado para registro das informações de corrente elétrica (em mA) fornecidas por cada transdutor em análise, de tal forma que o processo de calibração possa ser realizado diretamente pela comparação entre os registros de corrente do transdutor e as pressões indicadas pelo manômetro padrão. Para cada transdutor em específico, os registros de corrente elétrica foram realizados a partir de 0bar, com incrementos de 5bar, até o limite de operação correspondente (40 bar, no caso). A cada incremento de pressão, considerou-se um período de estabilização e um período de 10s para gravação dos dados no software de aquisição *LABVIEW*. Com a estabilização da pressão, os dados inicialmente registrados durante cada período de tempo de 10s, foram tratados visando à eliminação de eventuais ruídos e a posterior obtenção da média aritmética correspondente. Essas médias associadas aos valores de pressão registrados correspondem as curvas de calibração de cada transdutor avaliado, quando representados num sistema de eixos cartesianos. A figura 6.16 ilustra o exemplo de uma das curvas de calibração obtidas.



$$y = 2528,7x - 10,2 \quad (\text{curva média})$$

Figura 6.16 – Exemplo de curva de calibração obtida para um dos transdutores utilizados no aparato experimental.

Através do procedimento de calibração descrito pode-se comprovar o comportamento praticamente linear, entre a corrente elétrica medida e a pressão registrada, de cada um dos transdutores considerados no experimento, caracterizando a inexistência de defeitos localizados e validando a sua correspondente utilização. Da mesma forma, a identificação das curvas de calibração possibilitou a leitura e o registro direto dos dados de pressão fornecidos quando da realização dos ensaios correspondentes.

6.4 Geração de transientes – Ensaios com ar comprimido

Como não se tinha um conhecimento prévio dos resultados a serem obtidos em termos, principalmente, de segurança, quando das simulações de vazamentos localizados durante a realização dos ensaios, optou-se por não se trabalhar com o gás natural num primeiro momento. Dessa forma, visando minimizar os eventuais riscos inerentes às simulações, como também os ajustes e calibrações necessárias nos instrumentos envolvidos, os testes preliminares foram realizados com o ar comprimido, visto que o LACTEC dispunha de uma central deste fluido juntamente às suas bancadas de ensaio de motores. Tal central opera em pressões

da ordem de 7 bar e apresenta, evidentemente, oscilações de pressão em virtude dos consumos localizados existentes, motivo pelo qual se decidiu realizar os testes na rede experimental com pressões inferiores (4 bar, no caso).

A manutenção da pressão de trabalho, como também, a disponibilidade de um volume de fluido compatível para realização dos testes, exigiram a instalação de um sistema de regulação e redução de pressão e de um reservatório de acumulação à montante do ramal experimental, conforme descrito anteriormente. O croqui isométrico da figura 6.17 ilustra essa montagem.

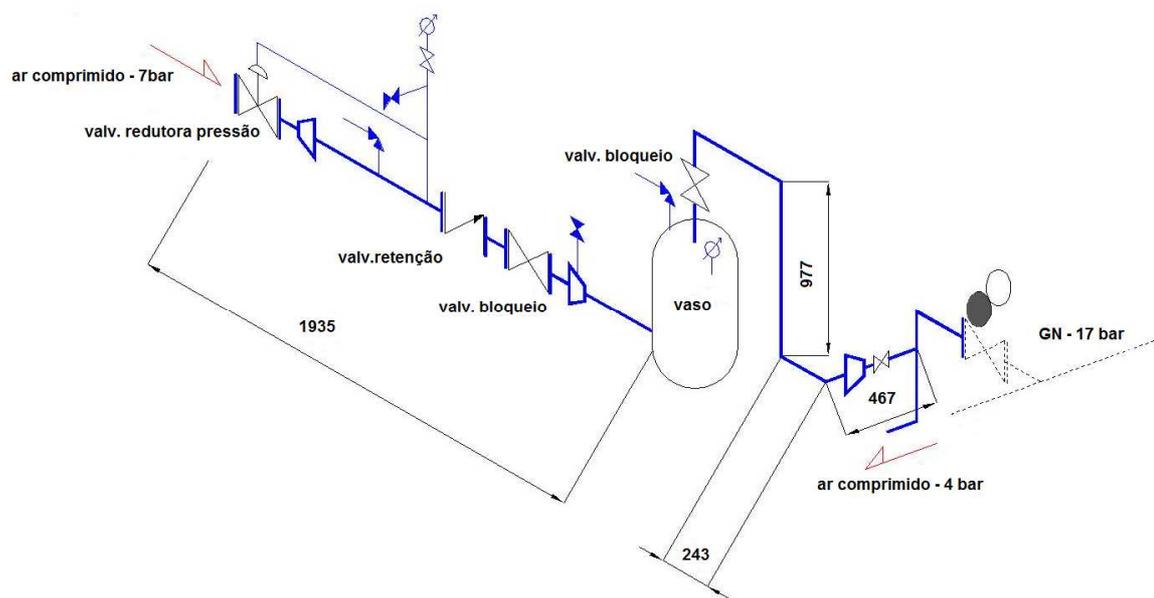


Figura 6.17 – Isométrico do sistema de regulação de pressão e do vaso de acumulação utilizados nos testes com ar comprimido.

O sistema de regulação de pressão foi projetado para reduzir a pressão da central de ar comprimido (pressões da ordem de 7 bar, em média) para uma pressão nominal de 4bar. A escolha dessa pressão de teste ficou associada a particularidade das redes de distribuição de gás natural residencial disponíveis em muitas distribuidoras, visto que as mesmas são normalmente construídas em PEAD-PE80, material esse que tem como restrição operacional uma pressão nominal de 4bar. O vaso de acumulação foi utilizado visando manter um volume hidráulico compatível com as condições de vazamento impostas na rede experimental, quando da abertura das válvulas de bloqueio correspondentes, de tal forma que as

oscilações de pressão ocorridas ficassem dentro de patamares compatíveis com os registros realizados.

Após a realização de diversos testes iniciais efetivados com o objetivo de ajustar o sistema experimental, como também, definir parâmetros que possibilitaram uma melhoria nos resultados dos sinais obtidos, realizou-se quatro grupos de ensaios distintos contemplando premissas pré-definidas. Os descritivos desses ensaios com os seus correspondentes resultados encontram-se detalhados na seqüência. Para cada ensaio proposto, houve ainda a realização do mesmo em duplicidade, objetivando verificar eventuais inconsistências nos resultados obtidos. Para cada ensaio, os registros foram realizados em relação aos cinco sensores de pressão descritos, designados nos gráficos correspondentes por canal 1, canal 2, e assim sucessivamente até o canal 5. O canal 6, quando utilizado, serviu especificamente para o registro dos dados oriundos dos medidores de vazão.

6.4.1 Ensaio 01 realizado com ar comprimido

Para esse ensaio considerou-se:

- rede experimental pressurizada;
- sistema de ar comprimido ligado;
- válvula de bloqueio 2 (VB2) fechada;
- válvula de bloqueio 3 (VB3) e medidor de vazão abertos; e
- simulação de vazamento localizado mediante a abertura da válvula de bloqueio 1 (VB1) durante um intervalo de tempo da ordem de 5s.

Visando ainda uma melhor visualização de cada ensaio realizado, optou-se por representar de forma esquemática, a condição operacional correspondente conforme pode ser observado, para o referido caso, a figura 6.18. Nessas figuras, o reservatório indicado é meramente ilustrativo tendo por objetivo apenas indicar a existência de um volume compatível com a realização do ensaio considerado. Da mesma forma, a representação (ou não) do medidor de vazão ao final da linha indica que o ensaio foi realizado (ou não) com o registro de consumo localizado.

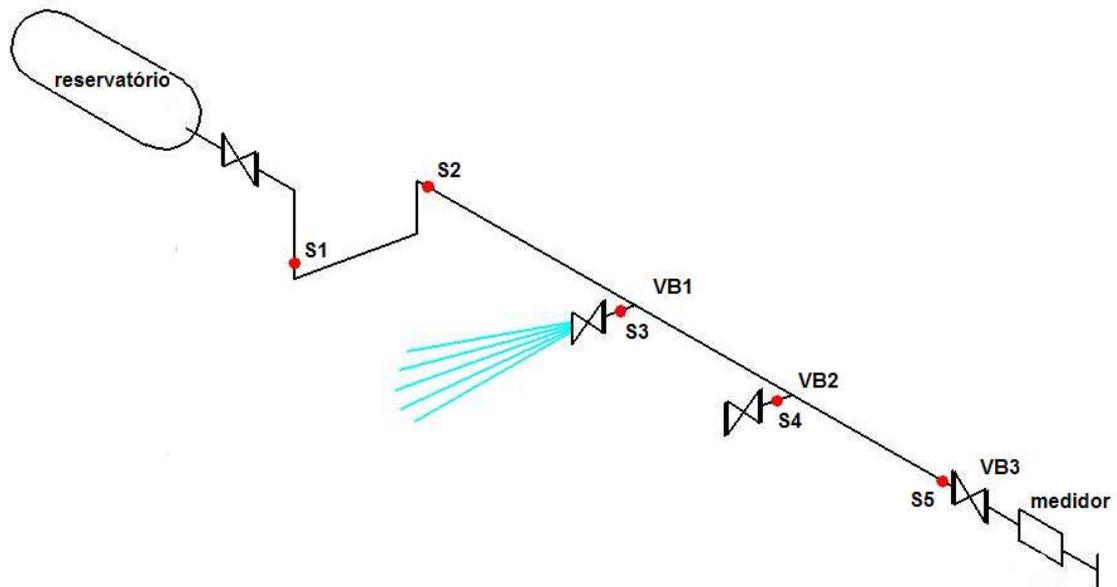


Figura 6.18 – Esquemático do ensaio 01 e da posição dos sensores de pressão.

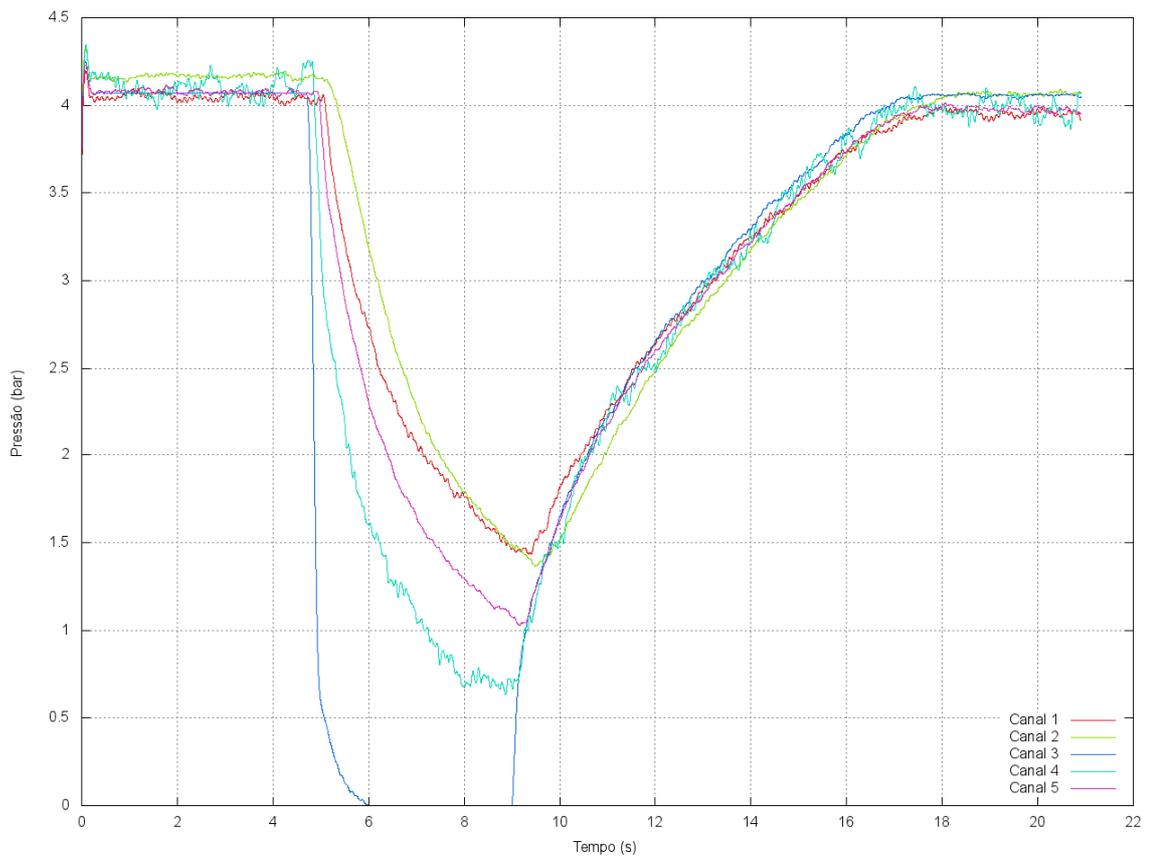


Figura 6.19 – Resultados do ensaio 01 realizado com ar comprimido.

Observar ainda, nessas circunstâncias, que os registros de pressão foram realizados contemplando pressões manométricas (em bar), bem como, que os

registros foram realizados mesmo após o fechamento da válvula de bloqueio considerada, ou seja, até o restabelecimento da pressão na rede experimental.

No contexto do canal 6 (responsável pelos registros do medidor de vazão instalado ao final de rede experimental), pode-se observar a variação de vazão do sistema quando da simulação do vazamento localizado. A figura 6.20 apresenta essa condição para o presente ensaio.

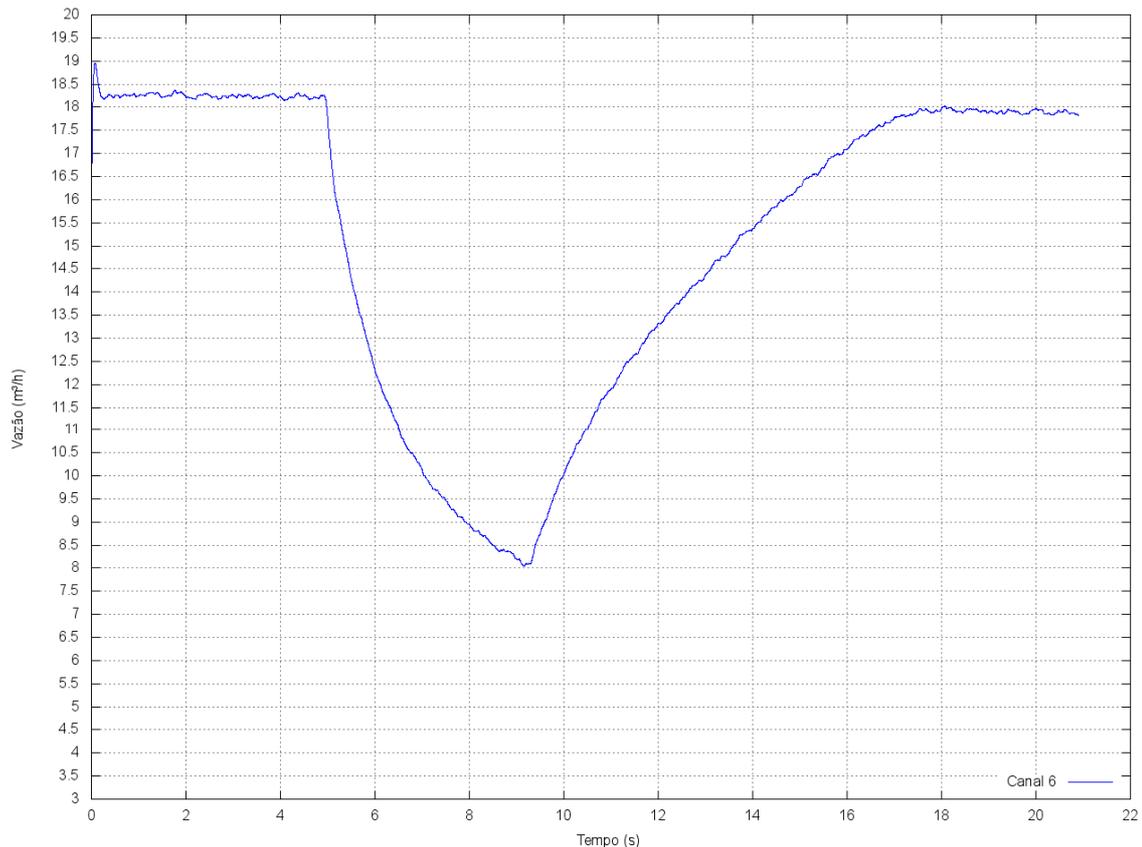


Figura 6.20 – Resultados da variação de vazão no sistema durante o ensaio 01, quando da simulação de vazamento localizado com ar comprimido.

6.4.2 Ensaio 02 realizado com ar comprimido

Para esse ensaio considerou-se:

- rede experimental pressurizada;
- sistema de ar comprimido ligado;
- válvula de bloqueio 1 (VB1) fechada;
- válvula de bloqueio 3 (VB3) e medidor de vazão abertos; e
- simulação de vazamento localizado mediante a abertura da válvula de bloqueio 2 (VB2) durante um intervalo de tempo da ordem de 5s.

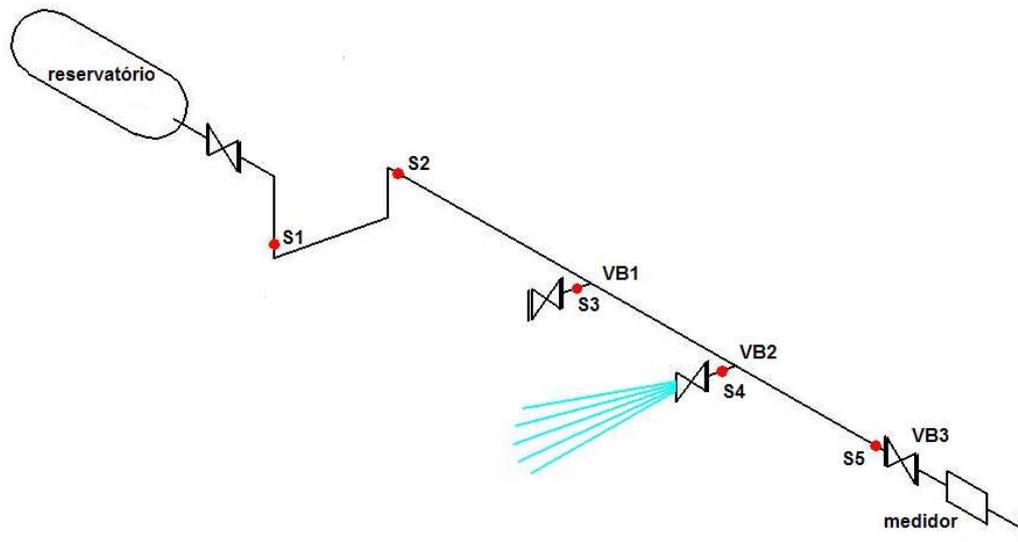


Figura 6.21 – Esquemático do ensaio 02 e da posição dos sensores de pressão.

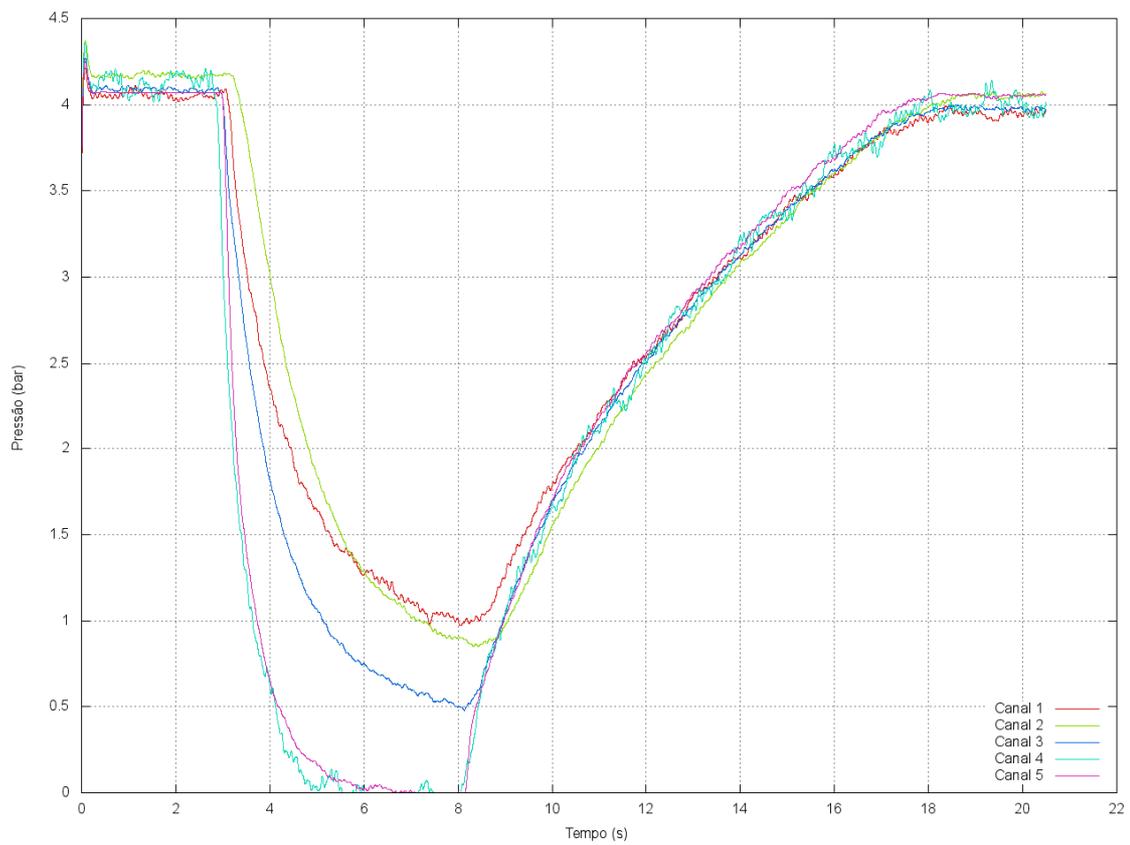


Figura 6.22 – Resultados do ensaio 02 realizado com ar comprimido.

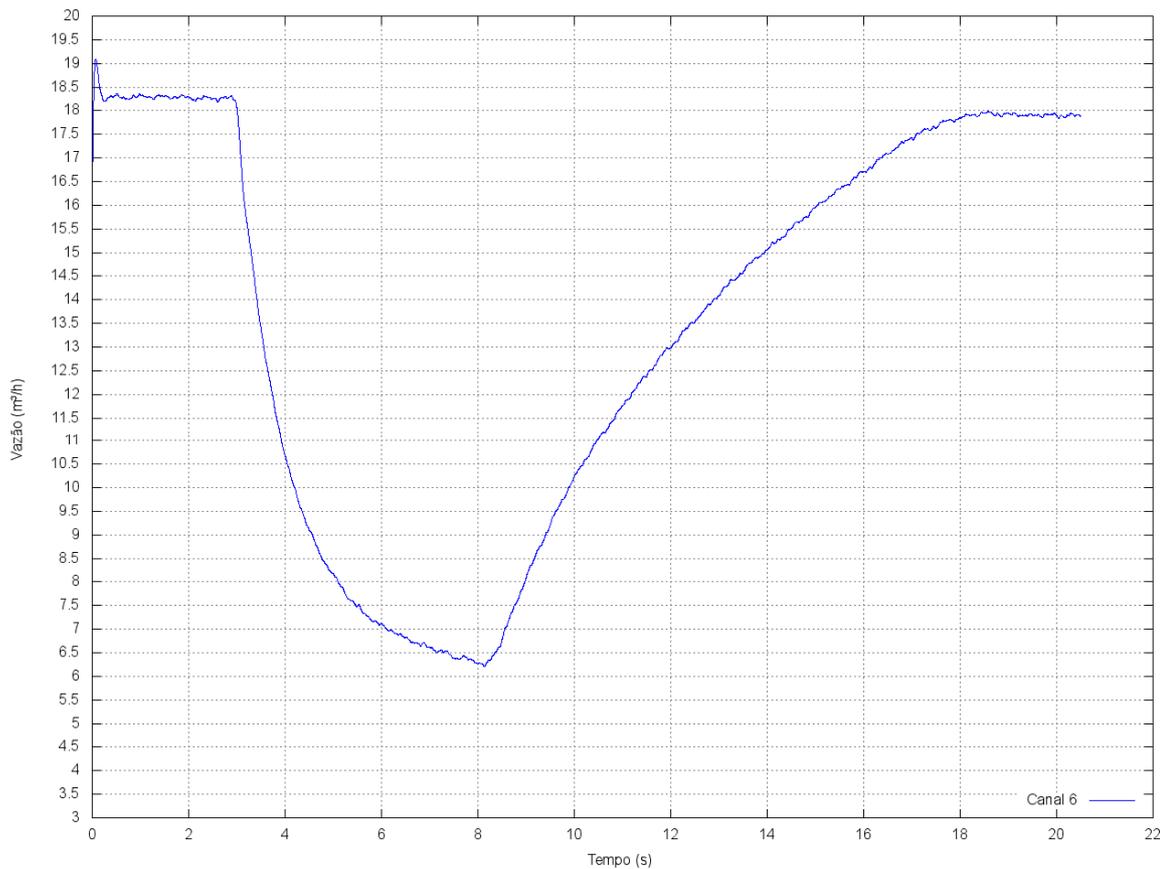


Figura 6.23 – Resultados da variação de vazão no sistema durante o ensaio 02, quando da simulação de vazamento localizado com ar comprimido.

6.4.3 Ensaio 03 realizado com ar comprimido

Para esse ensaio considerou-se:

- rede experimental pressurizada;
- sistema de ar comprimido ligado;
- medidor de vazão removido;
- válvulas de bloqueio 1 (VB1) e 2 (VB2) fechadas; e
- simulação de vazamento localizado mediante a abertura da válvula de bloqueio 3 (VB3) durante um intervalo de tempo da ordem de 5s.

Para o presente caso tornou-se necessário a retirada do medidor de vazão correspondente, dado que a simulação de vazamento foi imposta a partir da válvula de bloqueio da extremidade da linha experimental, fato esse que poderia vir a danificar o referido equipamento. Por esse motivo, não se representa os resultados correspondentes ao canal 6.

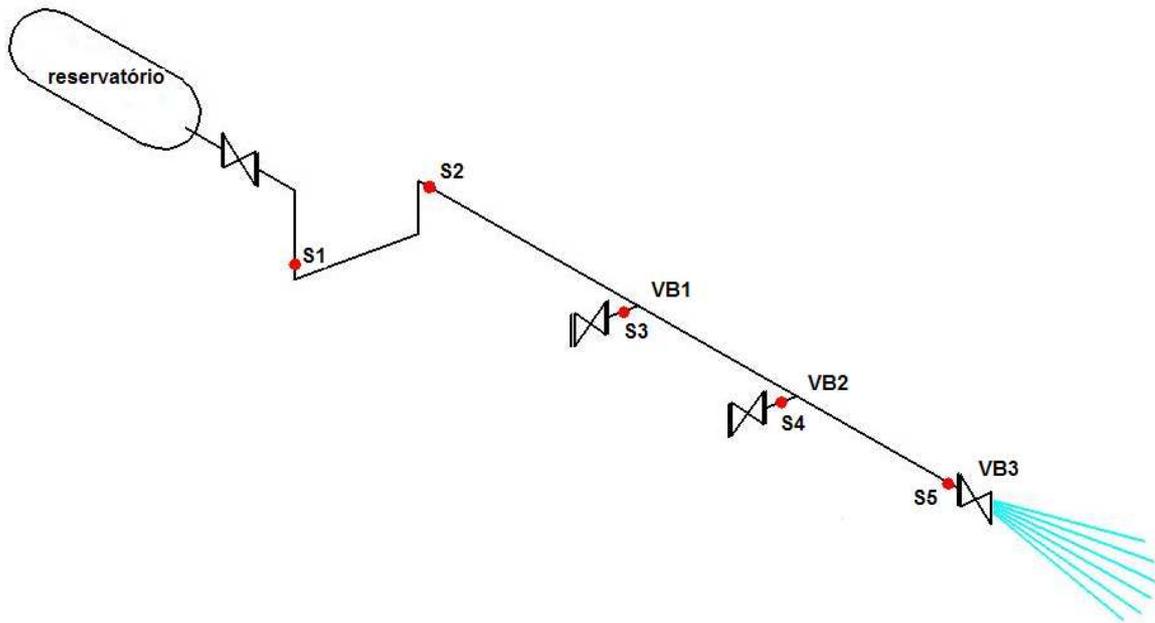


Figura 6.24 – Esquemático do ensaio 03 e posição dos sensores de pressão.

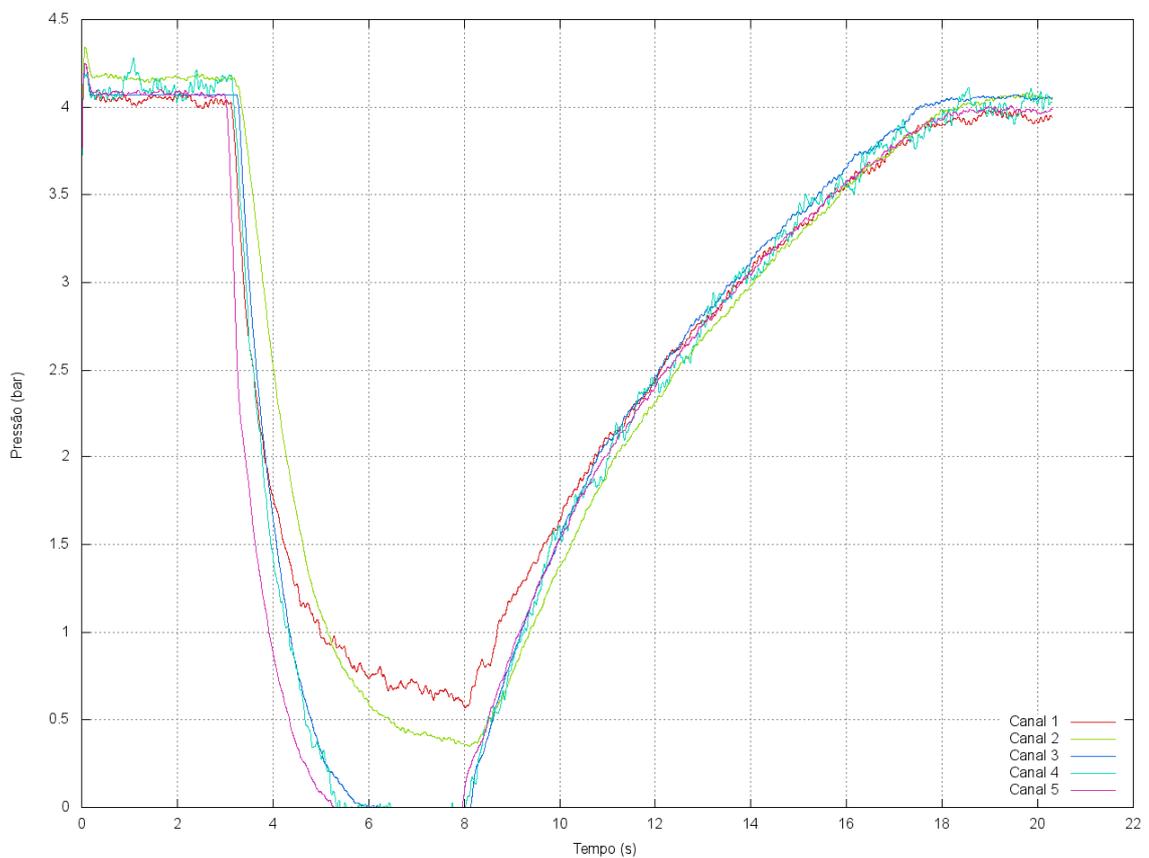


Figura 6.25 – Resultados do ensaio 03 realizado com ar comprimido.

6.4.4 Ensaio 04 realizado com ar comprimido

Para esse ensaio considerou-se:

- rede experimental pressurizada e bloqueada (isolada da central de ar comprimido);
- sistema de ar comprimido bloqueado;
- medidor de vazão removido;
- válvulas de bloqueio 1 (VB1) e 2 (VB2) fechadas e abertura da válvula de bloqueio 3 (VB3) até o esvaziamento (purga) total de rede.

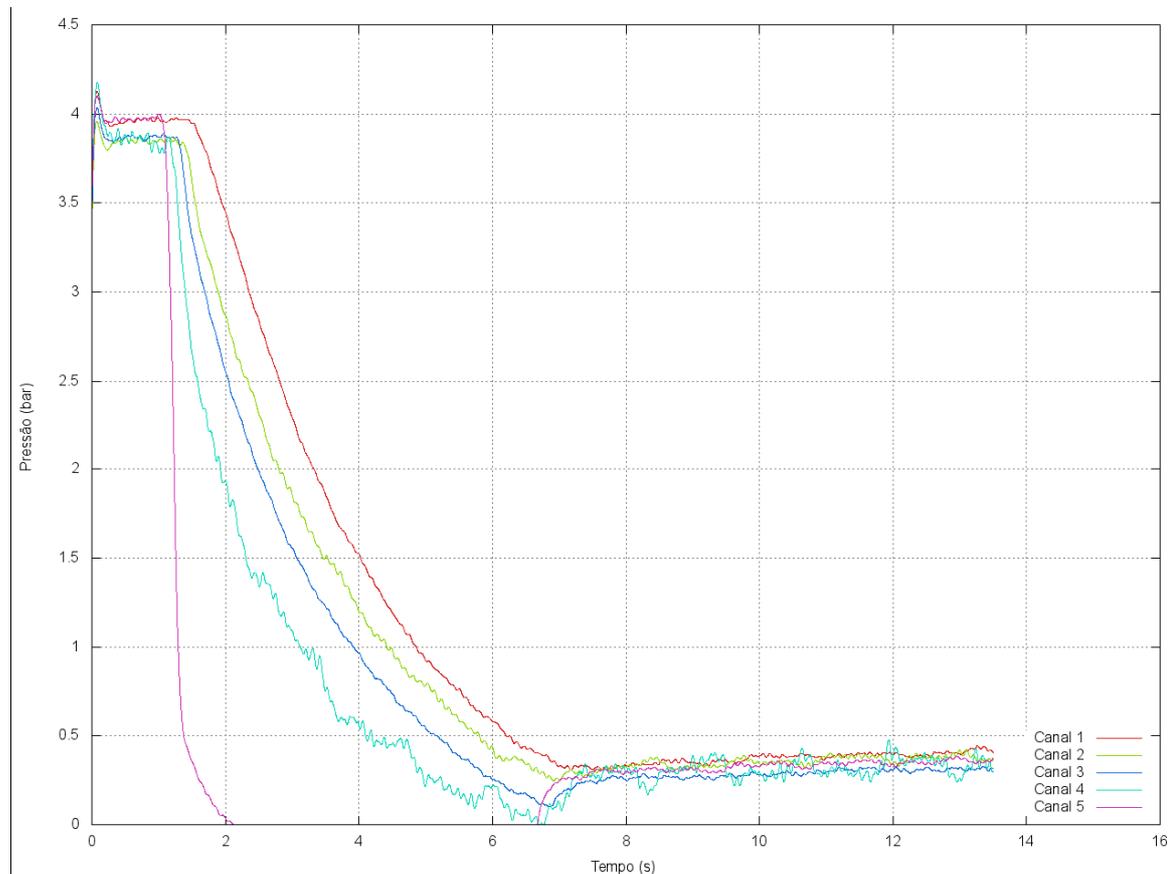


Figura 6.26 – Resultados do ensaio 04 (esvaziamento da rede) realizado com ar comprimido.

Novamente, pelos mesmos motivos descritos no ensaio 03, houve a retirada preliminar do medidor de vazão correspondente. Os ensaios 03 e 04, apesar de bastante similares na sua concepção (motivo pelo qual a representação esquemática não se encontra repetida), tem como diferença básica o fato do sistema de ar comprimido ter sido isolado, ou não, da rede experimental durante a realização

dos ensaios. Nessas circunstâncias, no primeiro caso (ensaio 03) houve o restabelecimento da pressão da rede logo após o fechamento da válvula de bloqueio utilizada, enquanto que no segundo caso (ensaio 04) houve a queda de pressão contínua no sistema até se caracterizar o esvaziamento total (em termos de volume) da rede experimental e do vaso de acumulação considerados.

6.5 Geração de transientes – Ensaios com gás natural

Finalizada a primeira etapa de testes, houve a garantia de que o sistema desenvolvido estava compatível em termos de segurança, como também, a certeza de que os resultados obtidos apresentavam convergência com as simulações realizadas. Dessa forma, tornou-se possível avançar as avaliações experimentais utilizando-se nesse momento, o próprio gás natural como fluido de teste. Para tal, efetivou-se a desmontagem do sistema de regulagem de pressão e do vaso de acumulação, anteriormente instalados juntamente a rede experimental, com a correspondente interligação do ramal externo da **COMPAGAS** diretamente ao ramal experimental. Tal interligação, na realidade, já estava prevista no projeto inicial mediante a instalação de uma figura oito² juntamente a válvula de alimentação desse ramal, conforme destacado na foto da figura 6.27.

Nessas circunstâncias, o próprio ramal externo, operando numa pressão nominal de 17bar garantiu a manutenção da pressão de trabalho e o volume necessário para realização dos testes, não sendo assim, necessário a utilização de qualquer sistema de regulagem de pressão à montante do ramal experimental. Deve-se destacar, ainda, que a alimentação do ramal experimental ocorreu de forma independente do consumo interno do LACTEC, visto que a derivação de alimentação foi projetada com uma saída anterior à estação de medição do cliente, garantindo-se assim a não interferência com as condições operacionais internas do mesmo.

² Dispositivo formado por uma chapa plana com duas laterais circulares (uma maciça e outra vazada), objetivando bloquear o fluxo mediante um giro de 180° da mesma.



Figura 6.27 - Detalhe da alimentação do ramal experimental a partir do ramal externo de gás natural, indicando a “figura oito” utilizada.

Nessa etapa, diferentemente do que ocorreu com os testes realizados com ar comprimido, não houve necessidade em se realizar ensaios preliminares de teste visto que os problemas pontuais ocorridos inicialmente já tinham sido detectados e solucionados. Realizou-se assim, uma seqüência similar aos ensaios inicialmente efetivados com o outro fluido de teste, mantendo-se a proposta da duplicidade dos mesmos para se garantir a detecção de eventuais inconsistências. Observar que as figuras esquemáticas dos ensaios (figuras 6.18, 6.21 e 6.24) não foram repetidas por se tratar de condição similar aos ensaios realizados com ar comprimido.

6.5.1 Ensaio 01 realizado com gás natural

Para esse ensaio considerou-se:

- rede experimental interligada ao ramal externo de gás natural;
- válvula de bloqueio 2 (VB2) fechada;
- válvula de bloqueio 3 (VB3) e medidor de vazão abertos; e
- simulação de vazamento localizado mediante a abertura da válvula de bloqueio 1 (VB1) durante um intervalo de tempo da ordem de 5s.

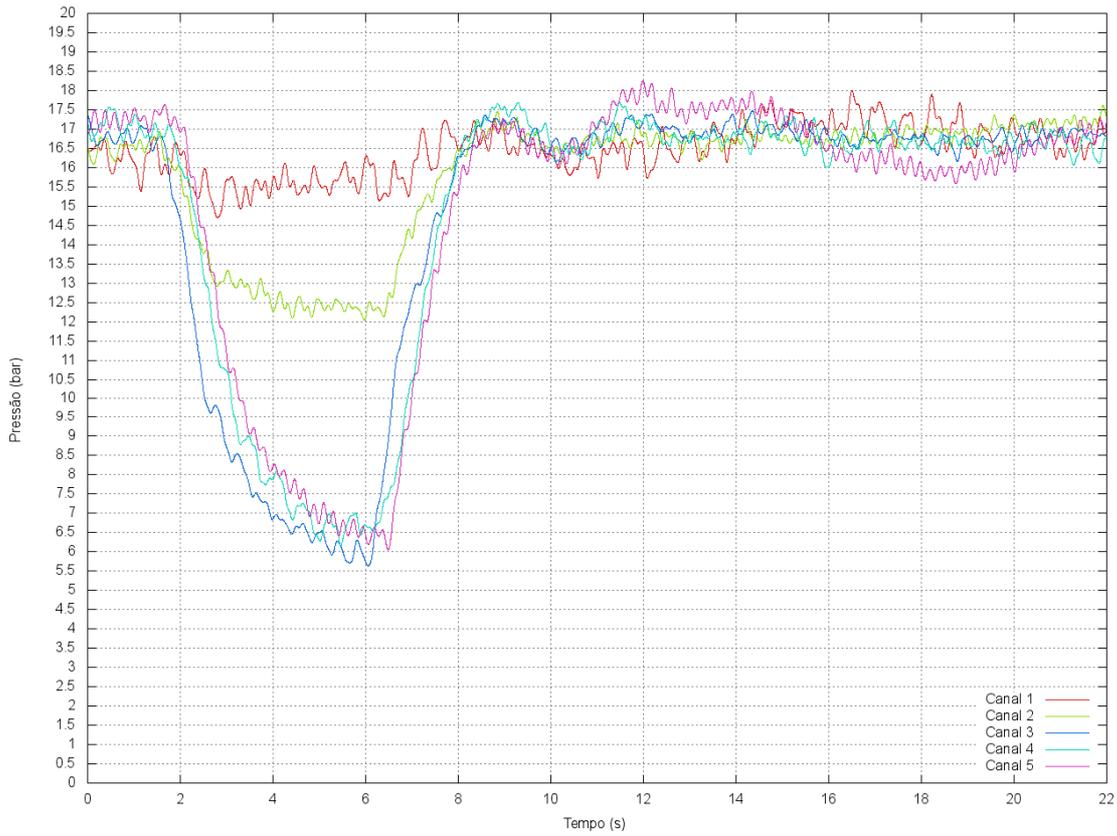


Figura 6.28 – Resultados do ensaio 01 realizado com gás natural.

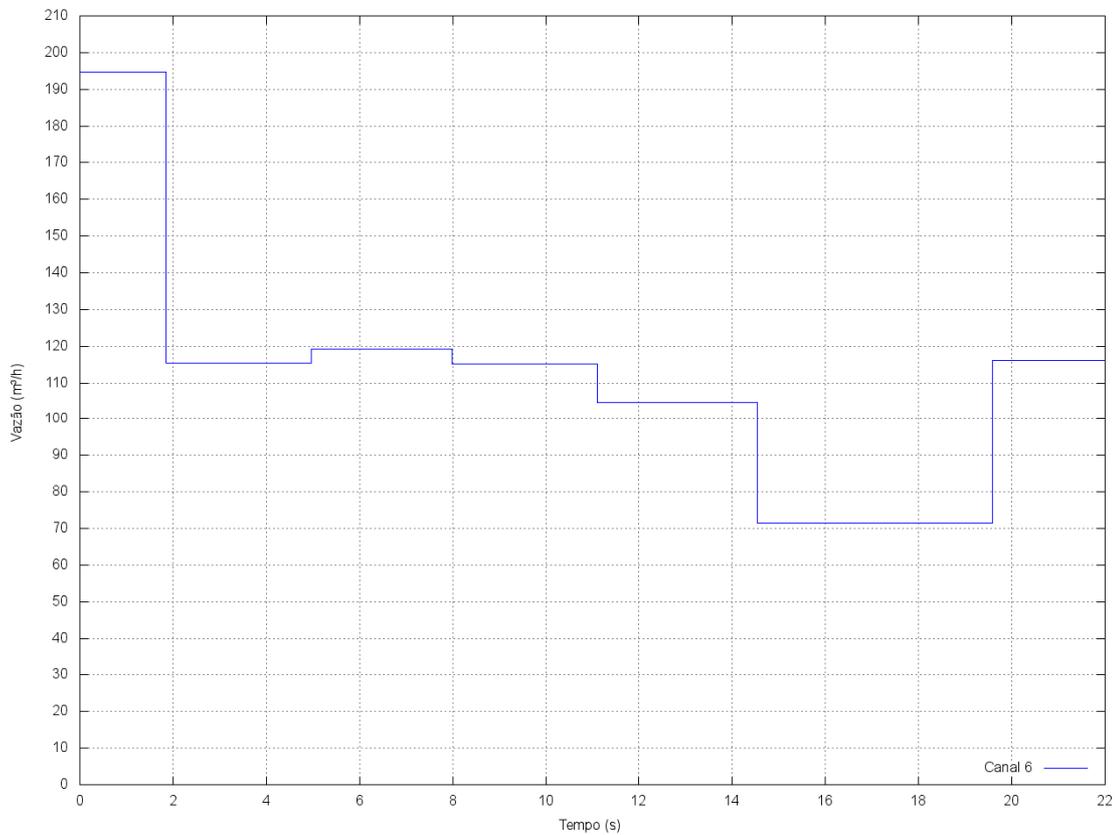


Figura 6.29 – Resultados da variação de vazão no sistema durante o ensaio 01, quando da simulação de vazamento localizado com gás natural.

Para o presente caso, os resultados da vazão encontram-se representados na forma de “picos” dado o fato de tratar-se de um medidor com uma saída de dados do tipo pulsada, conforme comentado anteriormente. Nessa situação, tornou-se necessário o desenvolvimento e instalação de um circuito elétrico auxiliar que possibilitou a conversão do giro do disco de medição num sinal elétrico correspondente.

6.5.2 Ensaio 02 realizado com gás natural

Para esse ensaio considerou-se:

- rede experimental interligada ao ramal externo de gás natural;
- válvula de bloqueio 1 (VB1) fechada;
- válvula de bloqueio 3 (VB3) e medidor de vazão abertos; e
- simulação de vazamento localizado mediante a abertura da válvula de bloqueio 2 (VB2) durante um intervalo de tempo da ordem de 5s.

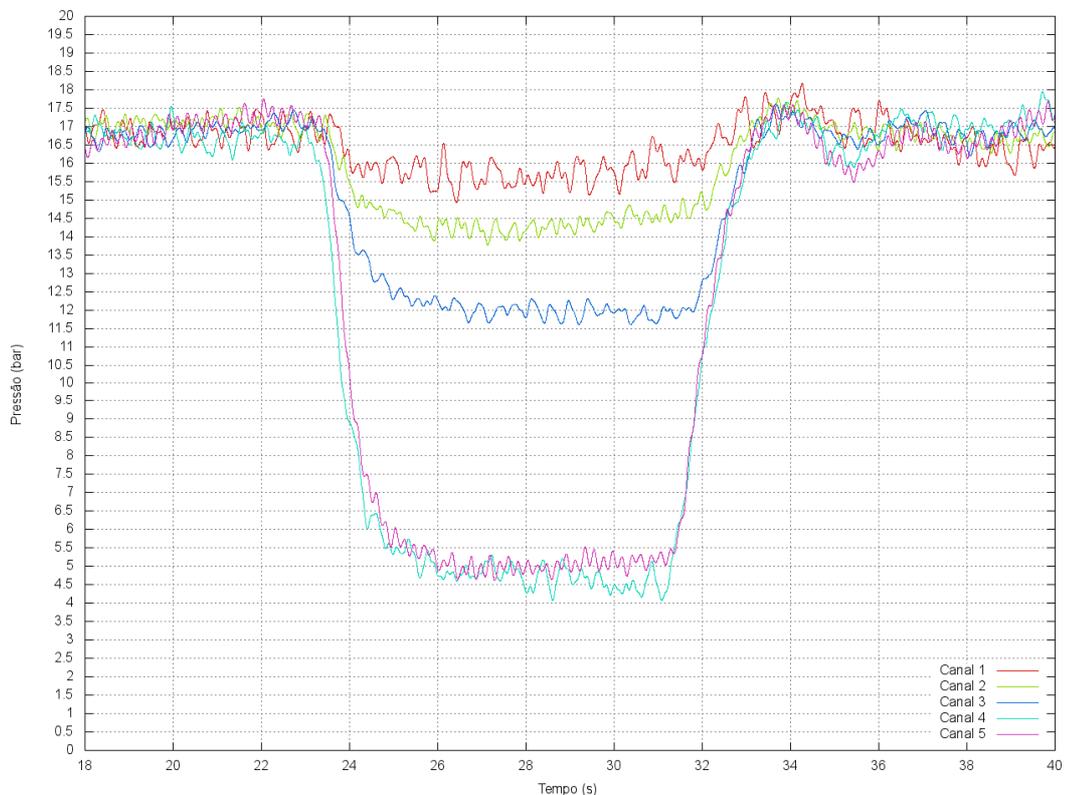


Figura 6.30 – Resultados do ensaio 02 realizado com gás natural.

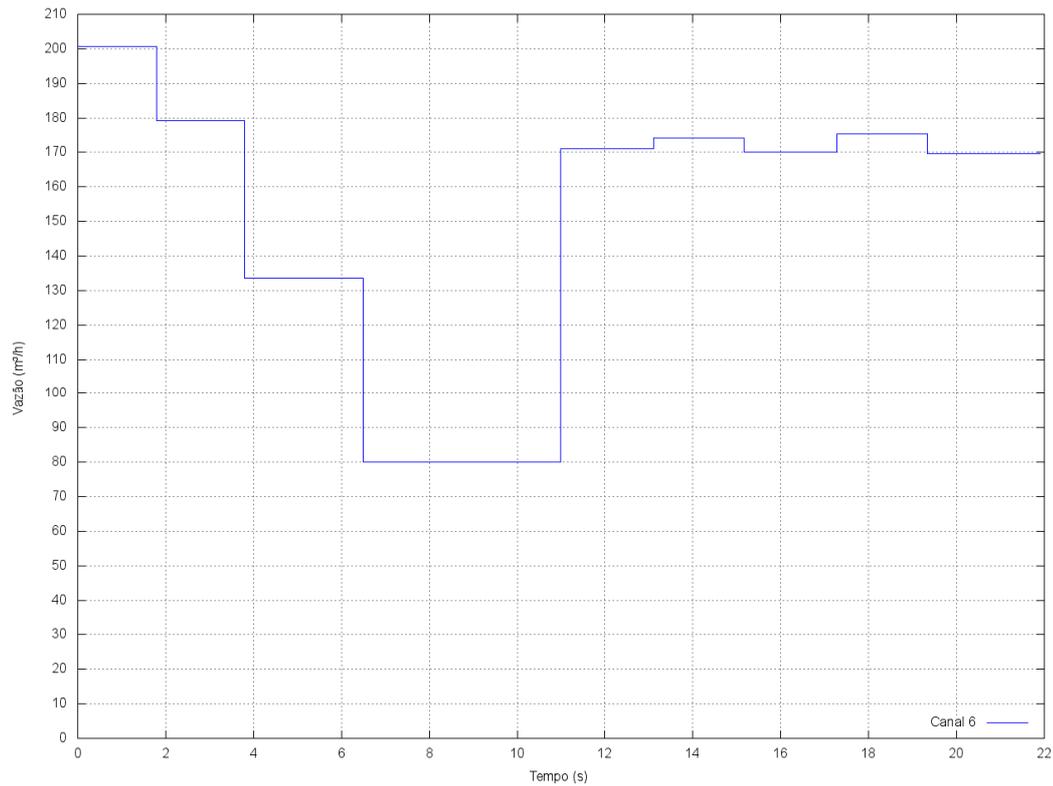


Figura 6.31 – Resultados da variação de vazão no sistema durante o ensaio 02, quando da simulação de vazamento localizado com gás natural.

6.5.3 Ensaio 03 realizado com gás natural

Para esse ensaio considerou-se:

- rede experimental interligada ao ramal externo de gás natural;
- medidor de vazão removido;
- válvulas de bloqueio 1 (VB1) e 2 (VB2) fechadas; e
- simulação de vazamento localizado mediante a abertura da válvula de bloqueio 3 (VB3) durante um intervalo de tempo da ordem de 5s.

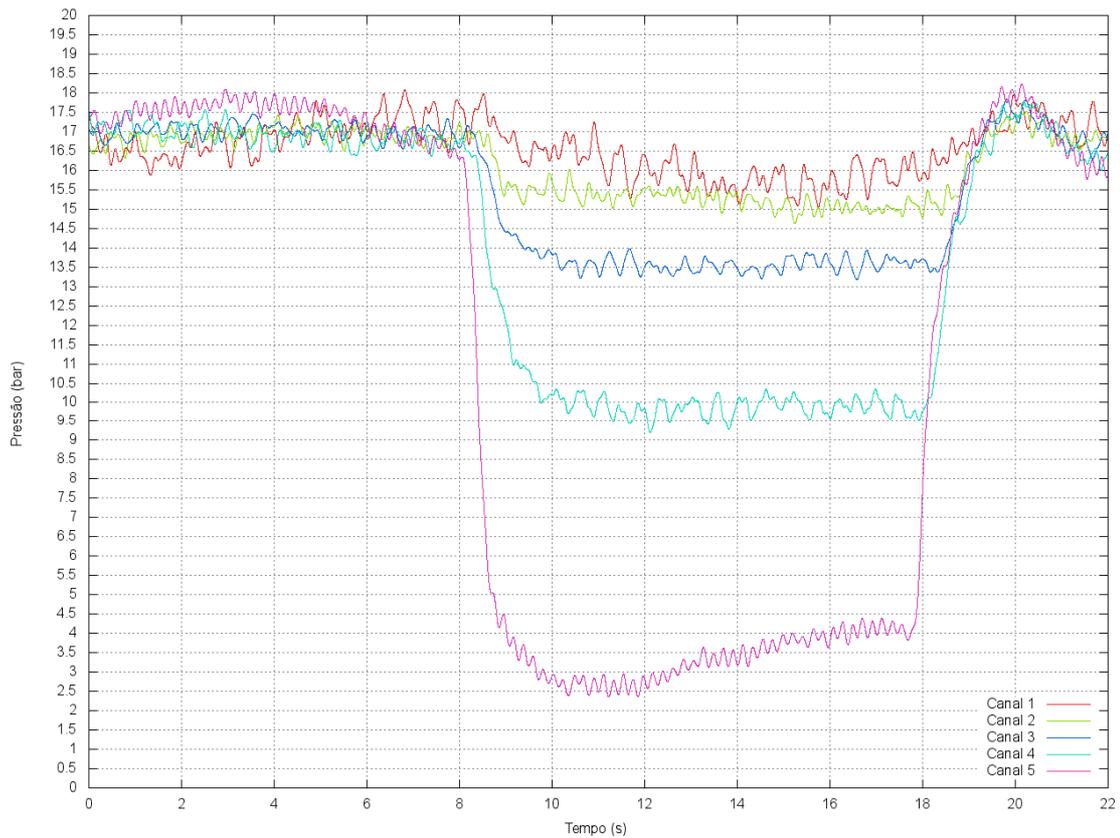


Figura 6.32 – Resultados do ensaio 03 realizado com gás natural.

6.5.4 Ensaio 04 realizado com gás natural

Para esse ensaio considerou-se:

- rede experimental isolada do ramal externo de gás natural;
- medidor de vazão removido;
- válvulas de bloqueio 1 e 2 fechadas; e
- simulação de vazamento localizado mediante a abertura da válvula de bloqueio 3 até o esvaziamento (purga) total de rede.

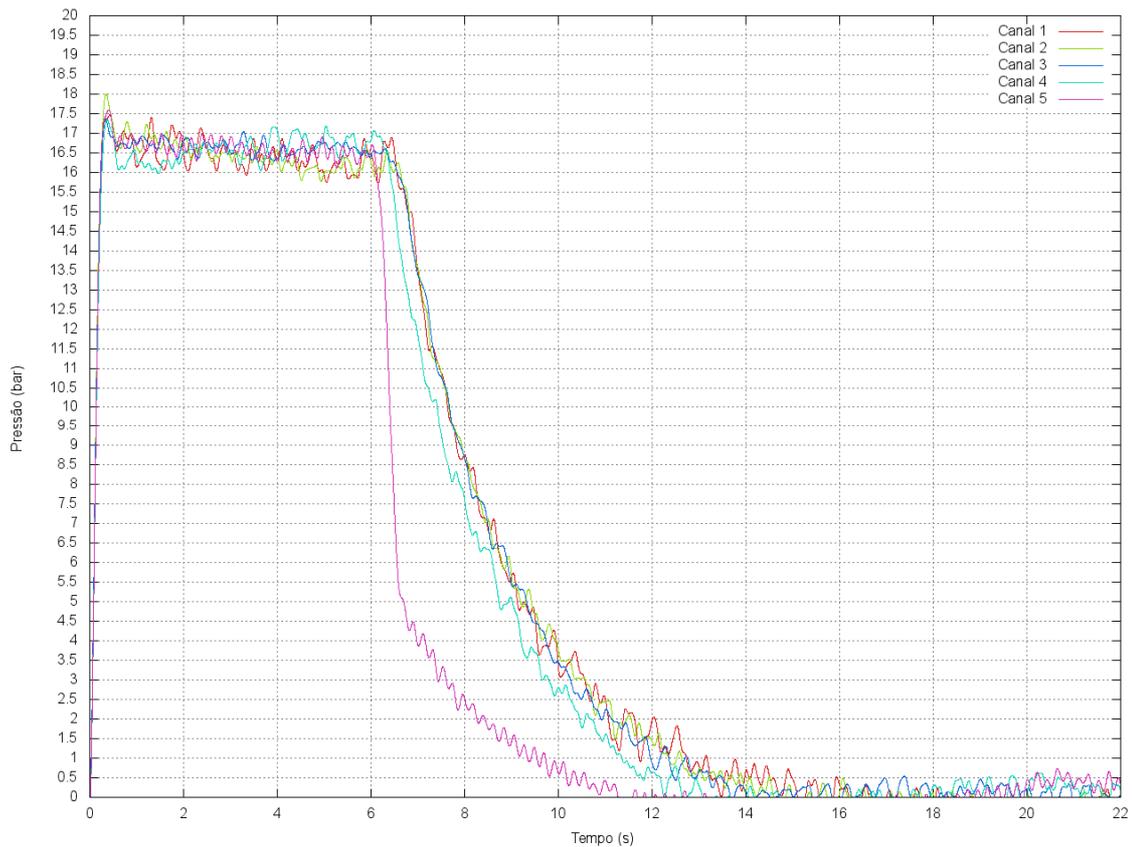


Figura 6.33 – Resultados do ensaio 04 (esvaziamento da rede) realizado com gás natural.

6.6 Conclusões

Com a finalização das avaliações experimentais tornou-se possível constatar que as premissas originalmente propostas foram atendidas. A rede experimental foi projetada, construída e devidamente monitorada, possibilitando que as medições fossem realizadas com o fluido de teste principal, como também com um fluido de teste preliminar, o qual possibilitou todos os ajustes iniciais para uma condição operacional satisfatória. Problemas pontuais foram sendo solucionados à medida que surgiam e os resultados finais apresentaram convergências adequadas com o modelo matemático desenvolvido.

A utilização de medidores de vazão ao final do ramal experimental, tanto para o ar comprimido quanto para o gás natural simularam uma condição de consumo localizado, enquanto que a simulação de vazamentos localizados mediante a abertura de válvulas de bloqueio alocadas em pontos específicos do ramal permitiu

o registro das condições transientes do sistema, as quais foram utilizadas para validação do modelo numérico correspondente.

Destaque especial deve ser dado ao apoio técnico e operacional dado pelo LACTEC, visto que a disponibilização dos principais equipamentos e acessórios utilizados na parte experimental do trabalho possibilitou a construção do ramal experimental a um custo razoável e dentro dos recursos disponíveis.

7

Resultados numéricos

7.1 Introdução

Nesta seção são mostrados os resultados obtidos aplicando-se o Método das Características para analisar o escoamento compressível e transitório de uma rede de distribuição de gás natural. Os dados experimentais foram levantados numa rede experimental de 140m de comprimento, construída nas dependências do LACTEC, em Curitiba-PR, com dois fluidos de teste distintos: ar comprimido e gás natural. Essa rede foi instrumentada com vários sensores de pressão localizados e as condições de vazamento foram impostas mediante a abertura de válvulas de bloqueio dispostas ao longo da rede. A parte numérica foi implementada em código *Fortran* e os resultados finais comparados com os dados experimentais. Paralelamente, apresentam-se também as condições de contorno consideradas e implementadas para a solução do problema.

7.2 As condições de contorno

A integração das equações de compatibilidade ao longo das curvas características deve ser realizada de forma que as condições de contorno sejam satisfeitas. Nesse contexto, deve-se considerar que as propriedades do escoamento devam ser avaliadas e validadas nas proximidades de cada condição de contorno assumida para a solução do problema.

Nessa seção apresenta-se a dedução das condições de contorno utilizadas no modelo computacional. Na dedução das equações a seguir tomou-se como base os trabalhos de Doherty et al. (2009), Chalet et al. (2008) e Corberán (1992). São apresentadas equações para os seguintes tipos de condição de contorno:

- escoamento através de válvulas;
- escoamento através de extremidade livre;
- escoamento através de derivação tipo tê (T);
- escoamento através de placa de orifício; e
- a situação na qual a extremidade do duto encontra-se fechado.

A identificação dos dispositivos que são simulados com as equações de contorno pode ser feita através da figura 7.1. Nessa figura, a condição de contorno correspondente a: escoamento através de válvula associa-se ao ponto 6; escoamento através de extremidade livre associa-se ao ponto 1; escoamento através de derivação tipo tê (T) associa-se ao ponto 3; escoamento através de placa de orifício associa-se aos pontos 2 e 4 e, finalmente, extremidade de duto fechado associa-se ao ponto 5. Nessa mesma figura, os balões representados na cor azul são usados para representar as condições externas aos dutos, para o tratamento das condições de contorno ($R1$, por exemplo, representa o volume externo correspondente à pressão atmosférica). Da mesma forma, a interligação entre condições de contorno adjacentes é considerada por um duto específico ($D1$, $D2$, por exemplo). Importante destacar que a condição de contorno correspondente à placa de orifício está associada a uma restrição de diâmetro existente na saída do ramal do reservatório (vaso de acumulação), bem como, ao ponto de instalação dos medidores de vazão considerados.

Os cotovelos, presentes no aparato experimental construído, apesar de caracterizarem uma condição de perda de carga localizada para o fluxo de fluidos em geral, são pouco significativos no contexto dos resultados produzidos, motivo pelo qual não foram considerados no desenvolvimento proposto.

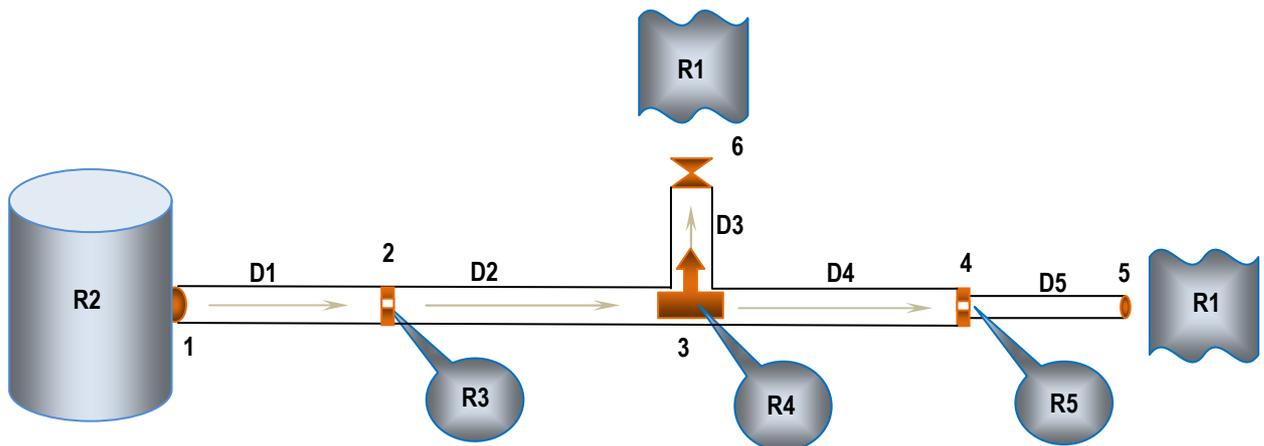


Figura 7.1 – Representação esquemática das condições de contorno consideradas

Na dedução das referidas condições de contorno admite-se ainda que o escoamento nos dispositivos que elas representam seja adiabático, quase-estacionário e que a velocidade do fluido não exceda à velocidade do som.

7.2.1 Escoamento de gás através de válvula de bloqueio

A simulação dos vazamentos a partir da rede experimental se deu pela abertura de válvulas de bloqueio localizadas em pontos pré-definidos do ramal, caracterizando um escoamento através de válvula. Para esboçar esquematicamente essa condição, representa-se a figura 7.2 com os índices *1* - correspondente a um ponto no qual o fluido ainda ocupa toda a secção transversal do duto - e *g* (garganta) – correspondente a um ponto onde a área da secção transversal do escoamento é mínima. O subscrito *ext* representa as propriedades do fluido fora do duto.

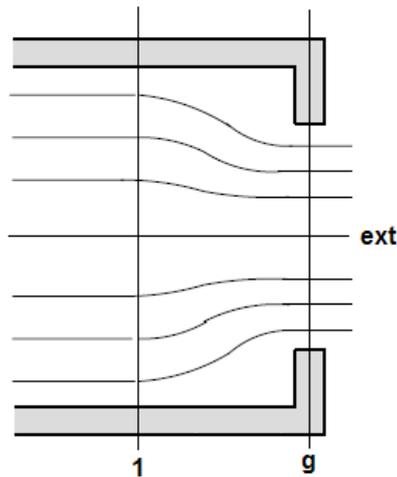


Figura 7.2 - Representação esquemática de escoamento através de válvula

Nos “pontos” (1, g e ext) tem-se: a) em 1: p_1, v_1, c_1, s_1 ; b) em g: p_g, v_g, c_g, s_g e c) externamente: $p_{ext}, c_{ext}, s_{ext}$.

Admitindo-se a premissa de expansão isentrópica entre as seções 1 e g, bem como, que a pressão em g seja igual à pressão externa, pode-se considerar que os efeitos de atrito e transferência de calor sejam desprezíveis (escoamento quase-estacionário). Nessas circunstâncias, as equações (4.8) e (4.22) podem ser escritas de forma simplificada, visto que as derivadas em relação ao tempo tornam-se nulas. Com isso, tem-se:

$$\frac{d(\rho v A)}{dx} = 0. \quad (7.1)$$

$$v \frac{dv}{dx} + \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} = 0. \quad (7.2)$$

Aplicando-se essas mesmas simplificações às equações (4.38) e (4.54), tem-se:

$$v \frac{du}{dx} - \frac{p}{\rho^2} \left(v \frac{d\rho}{dx} \right) = 0. \quad (7.3)$$

$$v \frac{d\rho}{dx} = \frac{1}{c^2} \left(v \frac{dp}{dx} \right), \quad (7.4.a)$$

ou ainda:

$$\frac{dp}{dx} - c^2 \frac{d\rho}{dx} = 0. \quad (7.4.b)$$

Combinando-se agora às equações da velocidade do som (3.67) e gases ideais (3.46.b), na forma: $c^2 = kp/\rho$, tem-se após a aplicação da função logaritmo:

$$2 \ln(c) = \ln(k) + \ln(p) - \ln(\rho), \quad (7.5.a)$$

ou ainda, após uma diferenciação em relação à coordenada x :

$$\frac{2}{c} \frac{dc}{dx} = \frac{1}{p} \frac{dp}{dx} - \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dx}. \quad (7.5.b)$$

A combinação das equações (7.1) a (7.5), com a respectiva integração entre os pontos 1 e g , permite concluir que:

$$\left(\frac{c_1}{c_g}\right)^2 = \left(\frac{\rho_1}{\rho_g}\right)^{k-1} = \left(\frac{p_1}{p_g}\right)^{\frac{k-1}{k}}, \quad (7.6)$$

e

$$c_1^2 + \frac{k-1}{2} v_1^2 = c_g^2 + \frac{k-1}{2} v_g^2. \quad (7.7)$$

Como, porém, $\rho_1 v_1 A_1 = \rho_g v_g A_g$, obtém-se através da relação (7.6):

$$v_g = \frac{1}{\Psi} \left(\frac{c_1}{c_g}\right)^{\frac{2}{k-1}} v_1, \quad (7.8)$$

sendo que Ψ representa a relação entre as áreas do escoamento $\left(\Psi = \frac{A_g}{A_1}\right)$.

Nessa equação, ao se considerar $c_g = v_g$, chega-se a condição de escoamento supersônico na secção da garganta, ou seja:

$$c_g = \frac{1}{\Psi} \left(\frac{c_1}{c_g} \right)^{\frac{2}{k-1}} v_1, \quad (7.9.a)$$

ou ainda, após a divisão desta última por c_1 :

$$\frac{v_1}{c_1} = \Psi \left(\frac{c_g}{c_1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}. \quad (7.9.b)$$

Substituindo-se agora a relação entre as áreas do escoamento nas equações (7.6) e (7.7), obtém-se:

$$\left(\frac{v_1}{c_1} \right)^2 = \frac{\frac{2}{k-1} \left(1 - \left(\frac{c_g}{c_1} \right)^2 \right)}{\frac{1}{\Psi^2} \left(\frac{c_1}{c_g} \right)^{\frac{4}{k-1}} - 1}. \quad (7.10)$$

$$\left(\frac{v_1}{c_1} \right)^2 = \frac{\frac{2}{k-1} \left(1 - \left(\frac{p_{ext}}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right)}{\frac{1}{\Psi^2} \left(\frac{p_1}{p_{ext}} \right)^{\frac{2}{k}} - 1}. \quad (7.11)$$

Novos ajustes permitem, ainda, escrever:

$$\left(\frac{v_1}{c_1} \right)^2 = \frac{\frac{2}{k-1} \left(1 - \left(\frac{c_{A1} c_{ext}}{c_{ext} c_1} \right)^2 \right)}{\frac{1}{\Psi^2} \left(\frac{c_{Aext} c_1}{c_{A1} c_{ext}} \right)^{\frac{4}{k-1}} - 1}, \quad (7.12)$$

sendo que a pressão adimensional $\mathcal{p} = p/p_{ref}$, segundo Velásquez (1993) corresponde a:

$$p = \left(\frac{c}{c_A} \right)^{\frac{2k}{k-1}}. \quad (7.13)$$

Para finalizar, a substituição da equação (7.9.b) na equação (7.10), permite definir uma relação direta para a determinação do fator de áreas proposto anteriormente. Assim:

$$\Psi^2 = \left(\frac{k+1}{k-1} - \frac{2}{k-1} \left(\frac{c_1}{c_g} \right)^2 \right) \left(\frac{c_1}{c_g} \right)^{\frac{4}{k-1}}, \quad (7.14.a)$$

ou

$$\Psi^2 = \left(\frac{k+1}{k-1} - \frac{2}{k-1} \left(\frac{c_1}{c_{ext}} \frac{c_{Aext}}{c_{A1}} \right)^2 \right) \left(\frac{c_1}{c_{ext}} \frac{c_{Aext}}{c_{A1}} \right)^{\frac{4}{k-1}}. \quad (7.14.b)$$

7.2.2 **Escoamento através de extremidade livre**

As parcelas experimentais decorrentes do esvaziamento total da linha teste caracterizam essa condição de contorno em análise, visto que nessas circunstâncias, o extremo do duto passa a se comunicar diretamente com a atmosfera. Nessas circunstâncias, $\Psi=1$ e as equações (7.12) e (7.14.b) resultam em:

$$\left(\frac{v_1}{c_1} \right)^2 = \frac{\frac{2}{k-1} \left(1 - \left(\frac{c_{A1} c_{ext}}{c_{ext} c_1} \right)^2 \right)}{\left(\frac{c_{Aext} c_1}{c_{A1} c_{ext}} \right)^{\frac{4}{k-1}} - 1}. \quad (7.15)$$

$$\left(\frac{k+1}{k-1} - \frac{2}{k-1} \left(\frac{c_1}{c_{ext}} \frac{c_{Aext}}{c_{A1}} \right)^2 \right) \left(\frac{c_1}{c_{ext}} \frac{c_{Aext}}{c_{A1}} \right)^{\frac{4}{k-1}} = 1. \quad (7.16)$$

7.2.3 **Escoamento através de derivação tipo tê (T)**

A grande maioria dos ensaios experimentais realizados envolveu a abertura de determinada válvula de bloqueio alocada ao longo do ramal considerado. A montagem dessas válvulas foi realizada de forma perpendicular à

rede principal, exigindo-se para tal a utilização de derivações do tipo tê (T). O fluxo ao longo desses dispositivos, quando da abertura de determinada válvula, pode ocorrer de forma convergente (*combining flow*) ou divergente (*dividing flow*), dependendo das características operacionais locais, exigindo-se para tal um equacionamento matemático específico. A figura 7.3 representa, de forma esquemática, esses dois possíveis tipos de escoamento presentes neste acessório. Nessa situação adotou-se a numeração dos dutos (1, 2, 3) no sentido horário, atribuindo-se o número 3 àquele duto que apresenta sentido de escoamento (entrada ou saída do duto) diferente dos outros dois.

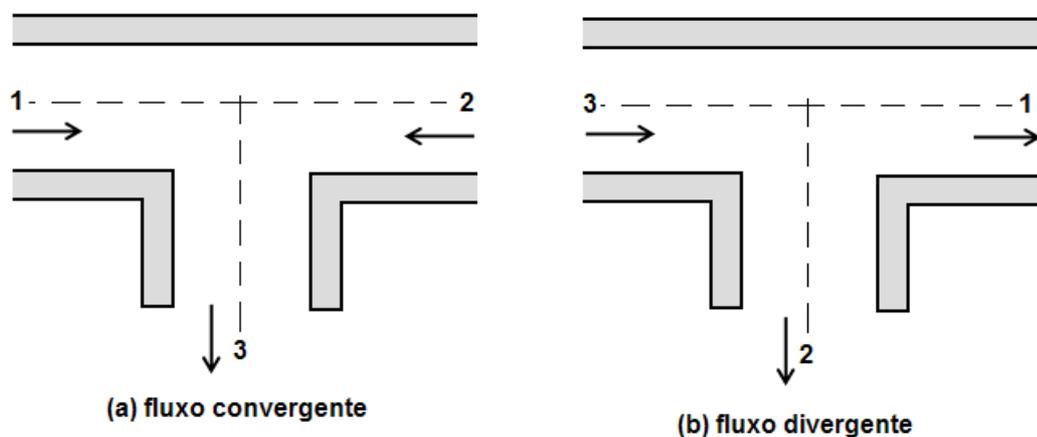


Figura 7.3 - Representação esquemática de escoamento através de derivação tipo tê

Para o caso de fluxo convergente (*combining flow*), figura (7.3.a), utilizou-se o seguinte conjunto de equações:

- balanço de massa;
- balanço de energia;
- equilíbrio de pressão entre os dutos 1 e 3 $(p_1 = p_3)$;
- equilíbrio de pressão entre os dutos 2 e 3 $(p_2 = p_3)$; e
- correção da entropia para o duto 3.

Já para o fluxo divergente (*dividing flow*), figura (7.3.b), utilizou-se:

- balanço de massa;
- balanço de energia;
- correção da entropia para o duto 1;
- correção da entropia para o duto 2;

- equilíbrio de pressão entre os dutos 1 e 3 – ($p_1 = p_3$);
- equilíbrio de pressão entre os dutos 2 e 3 – ($p_2 = p_3$); e a
- igualdade de entalpia de estagnação entre os dutos 1 e 2.

O desenvolvimento matemático dessas equações encontra-se detalhado a seguir.

- Balanço de massa

Do balanço de massa, para a condição da igualdade de áreas ($A_1 = A_2 = A_3$), tem-se:

$$\rho_1 v_1 + \rho_2 v_2 + \rho_3 v_3 = 0. \quad (7.17)$$

Novamente, das equações da velocidade do som (3.67) e gases ideais (3.46.b), pode-se escrever: $\rho = kp/c^2$, enquanto que a pressão atuante em determinado duto pode ser explicitada em função da variável nível de entropia através da equação (7.13) a seguir repetida:

$$p = p_{ref} \left(\frac{c}{c_A} \right)^{\frac{2k}{k-1}},$$

resultando, após as devidas substituições, em:

$$\rho = \frac{kp_{ref}}{c^2} \left(\frac{c}{c_A} \right)^{\frac{2k}{k-1}}. \quad (7.18.a)$$

Recorrendo à equação (5.66.b):

$$c = \frac{c}{c_{ref}},$$

pode-se considerar:

$$\rho = \frac{kp_{ref}}{c_{ref}^2} \frac{1}{c^2} \left(\frac{c}{c_A} \right)^{\frac{2k}{k-1}}. \quad (7.18.b)$$

A multiplicação do numerador e denominador da equação (7.18.b) pelo termo $(c_A)^2$ com uma correspondente substituição de variáveis na forma: $c^* = c/c_A$, permite escrever:

$$\rho = \frac{kp_{ref}}{c_{ref}^2} \frac{1}{c_A^2} (c^*)^{\frac{2}{k-1}}. \quad (7.18.c)$$

A substituição final deste resultado na equação (7.17) resulta em:

$$\frac{kp_{ref}}{c_{ref}^2} \left(\frac{v_1}{c_{A1}^2} (c_1^*)^{\frac{2}{k-1}} + \frac{v_2}{c_{A2}^2} (c_2^*)^{\frac{2}{k-1}} + \frac{v_3}{c_{A3}^2} (c_3^*)^{\frac{2}{k-1}} \right) = 0, \quad (7.19)$$

ou ainda, fazendo - $v^* = v/c_A$:

$$\frac{(c_1^*)^{\frac{2}{k-1}}}{c_{A1}} v_1^* + \frac{(c_2^*)^{\frac{2}{k-1}}}{c_{A2}} v_2^* + \frac{(c_3^*)^{\frac{2}{k-1}}}{c_{A3}} v_3^* = 0. \quad (7.20)$$

- **Balço de energia**

Do balanço de energia, pode-se considerar:

$$\sum \dot{m}_e \left(h_e + \frac{1}{2} v_e^2 \right) = \dot{m}_3 \left(h_3 + \frac{1}{2} v_3^2 \right), \quad (7.21)$$

mas como: $\dot{m}_3 = \dot{m}_1 + \dot{m}_2$, tem-se:

$$\dot{m}_1 \left((h_1 - h_3) + \frac{1}{2} (v_1^2 - v_3^2) \right) + \dot{m}_2 \left((h_2 - h_3) \right. \\ \left. \dots + \frac{1}{2} (v_2^2 - v_3^2) \right) = 0, \quad (7.22.a)$$

ou ainda:

$$\dot{m}_1 \left(c_p (T_1 - T_3) + \frac{1}{2} (v_1^2 - v_3^2) \right) + \dot{m}_2 \left(c_p (T_2 - T_3) \right. \\ \left. \dots + \frac{1}{2} (v_2^2 - v_3^2) \right) = 0. \quad (7.22.b)$$

O termo $c_p(T_1 - T_3)$ da equação (7.22.b) pode ser escrito como:

$\frac{1}{k-1} (c_1^2 - c_3^2)$ mediante a combinação das relações (3.67), (3.19) e (3.20). Com isso, (7.22.b) resulta em:

$$\dot{m}_1 \left(\frac{c_1^2 - c_3^2}{k-1} + \frac{v_1^2 - v_3^2}{2} \right) + \dot{m}_2 \left(\frac{c_2^2 - c_3^2}{k-1} + \frac{v_2^2 - v_3^2}{2} \right) = 0. \quad (7.23)$$

Utilizando-se a prerrogativa anteriormente adotada de multiplicar o numerador e denominador de (7.23) pelo termo $(c_A)^2$, associado a uma substituição de variáveis na forma: $c^* = c/c_A$ e $v^* = v/c_A$, permite escrever:

$$\dot{m}_1 c_{A1}^2 \left(\frac{c_1^{*2}}{k-1} + \frac{v_1^{*2}}{2} \right) + \dot{m}_2 c_{A2}^2 \left(\frac{c_2^{*2}}{k-1} + \frac{v_2^{*2}}{2} \right) \\ \dots = \dot{m}_3 c_{A3}^2 \left(\frac{c_3^{*2}}{k-1} + \frac{v_3^{*2}}{2} \right). \quad (7.24)$$

Escrevendo ainda a vazão mássica na sua forma convencional:

$\dot{m} = \rho A v$ e retomando-se a equação (7.18.c), chega-se a:

$$\dot{m} = A_V \left(\frac{k p_{ref}}{c_{ref}^2} \right) \frac{1}{c_A^2} (c^*)^{\frac{2}{k-1}}, \quad (7.25)$$

cuja substituição final em (7.24), após a simplificação dos termos comuns, resulta em:

$$c_{A1} v_1^* (c_1^*)^{\frac{2}{k-1}} \left(\frac{c_1^{*2}}{k-1} + \frac{v_1^{*2}}{2} \right) + c_{A2} v_2^* (c_2^*)^{\frac{2}{k-1}} \left(\frac{c_2^{*2}}{k-1} + \frac{v_2^{*2}}{2} \right) \\ \dots + c_{A3} v_3^* (c_3^*)^{\frac{2}{k-1}} \left(\frac{c_3^{*2}}{k-1} + \frac{v_3^{*2}}{2} \right) = 0. \quad (7.26)$$

- Correção da entropia

Do item 5.7.3 do presente trabalho, pode-se considerar que a variação da variável de *Riemann* λ devido à variação do nível de entropia pode ser descrito na forma:

$$(d\lambda)_\lambda = \frac{c}{c_A} (dc_A)_\lambda. \quad (7.27)$$

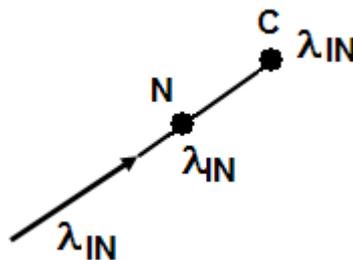


Figura 7.4 - Representação esquemática da variação de λ_{IN}

sendo que $\lambda_{IN,N}$ corresponde ao valor da variável de *Riemann* sem considerar a entrada de massa no duto e $\lambda_{IN,C}$ corresponde ao valor da variável de *Riemann* considerando a entrada de massa no duto

A partir da representação gráfica da figura (7.4), pode-se escrever, mediante a aplicação de diferenças finitas para os diferenciais:

$$\lambda_{IN,C} - \lambda_{IN,N} = \frac{c}{c_{A,C}} (c_{A,C} - c_{A,N}), \quad (7.28.a)$$

ou ainda:

$$\lambda_{IN,C} - \lambda_{IN,N} = c \left(1 - \frac{c_{A,N}}{c_{A,C}} \right). \quad (7.28.b)$$

A equação (7.28.b) pode ainda ser escrita na forma:

$$\lambda_{IN,C} - \lambda_{IN,N} - \frac{\lambda_{IN,C} + \lambda_{OUT,C}}{2} = -\frac{c}{c_A} c_{A,N}, \quad (7.29)$$

mediante a substituição de:

$$c = \frac{\lambda_{IN} + \lambda_{OUT}}{2}. \quad (7.30)$$

A combinação das equações (5.73), (5.74) e (7.30), permitem concluir de forma adicional que:

$$v = \frac{\lambda_{IN} - \lambda_{OUT}}{k-1}. \quad (7.31)$$

Substituindo esse resultado na equação (7.29), chega-se a:

$$\frac{k-1}{2} v_C - \lambda_{IN,N} = -\frac{c}{c_A} c_{A,N}. \quad (7.32)$$

Utilizando-se agora a prerrogativa da divisão de (7.32) pelo termo $c_{A,C}$, associado à correspondente substituição de variáveis na forma: $c^* = c/c_A$, $v^* = v/c_A$ e $\lambda^*_{IN} = \lambda_{IN}/c_A$, permite finalmente escrever para os dutos 1, 2 e 3, respectivamente:

$$v_1^* = \frac{2}{k-1} \left[\lambda^*_{IN1,N} - c_1^* \right] \frac{c_{A1,N}}{c_{A1}}. \quad (7.33.a)$$

$$V_2^* = \frac{2}{k-1} \left[\lambda_{IN2,N}^* - c_2^* \right] \frac{c_{A2,N}}{c_{A2}}. \quad (7.33.b)$$

$$V_3^* = \frac{2}{k-1} \left[\lambda_{IN3,N}^* - c_3^* \right] \frac{c_{A3,N}}{c_{A3}}. \quad (7.33.c)$$

- Equilíbrio de pressão entre os dutos

Da equação (7.13), escrita na forma: $p = p_{ref} \left(\frac{c}{c_A} \right)^{\frac{2k}{k-1}}$, pode-se considerar mediante a substituição de variáveis - $c^* = c/c_A$:

$$p = p_{ref} (c^*)^{\frac{2k}{k-1}}. \quad (7.34)$$

Impondo-se as proposições que as pressões entre dois dutos distintos são equivalentes, pode-se chegar alternativamente a:

$$c_1^* = c_3^*. \quad (7.35.a)$$

e

$$c_2^* = c_3^*. \quad (7.35.b)$$

- Igualdade da entalpia de estagnação

Considerando os dutos 1 e 2, tem-se:

$$h_1 + \frac{1}{2} V_1^2 = h_2 + \frac{1}{2} V_2^2,$$

ou ainda, mediante a consideração já apresentada quando da dedução da equação (7.23):

$$\frac{c_1^2 - c_2^2}{k-1} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2} = 0. \quad (7.36)$$

A concomitante multiplicação e divisão da equação (7.36) pelo termo - c_A^2 , associado novamente à substituição de variáveis na forma - $c^* = c/c_A$, resulta em:

$$(c_1^*)^2 \left[\frac{c_{A1}^2 - c_{A2}^2}{k-1} \right] + \frac{1}{2} [(v_1^*)^2 c_{A1}^2 - (v_2^*)^2 c_{A2}^2] = 0. \quad (7.37)$$

7.2.4 **Escoamento através de placa de orifício**

Considerando-se que a rede experimental foi implementada, por questões construtivas, com uma pequena restrição de diâmetro em seu início, e que os medidores utilizados nos testes realizados tanto com ar comprimido como com gás natural, apresentam secções transversais inferiores ao diâmetro interno da tubulação, tornou-se necessário definir uma condição de contorno correspondente a uma situação similar a uma placa de orifício, a qual de forma esquemática encontra-se representada através da figura 7.5.

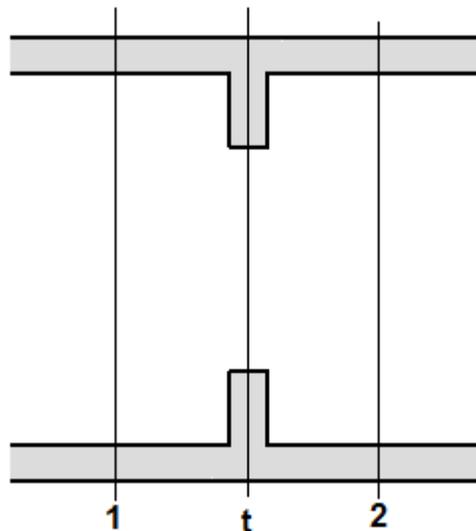


Figura 7.5 - Representação esquemática de placa de orifício

Nessas circunstâncias, empregaram-se as seguintes considerações para o equacionamento matemático:

- processo isentrópico entre os pontos 1 e t ;
- balanço de massa entre os pontos 1 e t ;
- balanço de energia entre os pontos 1 e t ;
- balanço de massa entre os pontos 1 e 2;
- correção da entropia para o ponto 2; e
- balanço de energia entre os pontos 1 e 2; e
- balanço da quantidade de movimento entre os pontos t e 2.

- Processo isentrópico entre as secções (1-t)

Retomando-se às equações (3.64.d) e (3.65.b), correspondentes a um processo isentrópico genérico, pode-se escrever após os ajustes nos índices envolvidos:

$$\frac{T_t}{T_1} = \left(\frac{p_t}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}},$$

$$\frac{p_1}{\rho_1^k} = \frac{p_t}{\rho_t^k},$$

ou ainda, após as devidas manipulações matemáticas:

$$\frac{p_t}{p_1} = \left(\frac{c_t}{c_1} \right)^{\frac{2k}{k-1}}. \quad (7.38.a)$$

$$\frac{p_t}{p_1} = \left(\frac{\rho_t}{\rho_1} \right)^k. \quad (7.38.b)$$

$$\frac{\rho_t}{\rho_1} = \left(\frac{c_t}{c_1} \right)^{\frac{2}{k-1}}. \quad (7.38.c)$$

Da equação (7.34), pode-se também considerar que:

$$\frac{p}{c^{\frac{2k}{k-1}}} = \frac{p_{ref}}{(c_A)^{\frac{2k}{k-1}}}$$

cuja combinação com (7.38.a) resulta em:

$$c_{A_t} = c_{A_1}. \quad (7.38.d)$$

- **Balanço de massa entre (1-t)**

Efetivando-se o balanço de massa entre os pontos de análise, tem-se:

$$\rho_1 v_1 A_1 = \rho_t v_t A_t. \quad (7.39)$$

A introdução da relação de áreas na forma anteriormente proposta ($\Psi = \frac{A_t}{A_1}$) possibilita escrever:

$$v_t = \frac{\rho_1}{\rho_t} v_1 \frac{1}{\Psi}, \quad (7.40)$$

ou ainda, com a substituição da relação (7.38.c):

$$v_t = v_1 \frac{1}{\Psi} \left(\frac{c_1}{c_t} \right)^{\frac{2}{k-1}}. \quad (7.41)$$

- **Balanço de energia entre (1-t)**

Visando simplificar as etapas matemáticas considera-se a equação (7.23), com um ajuste nos índices envolvidos e com a simplificação dos termos correspondentes à vazão mássica. Assim:

$$\left(\frac{c_1^2 - c_t^2}{k-1} \right) + \left(\frac{v_1^2 - v_t^2}{2} \right) = 0, \quad (7.42.a)$$

OU:

$$(c_1^2 - c_t^2) + \frac{k-1}{2} (v_1^2 - v_t^2) = 0. \quad (7.42.b)$$

A substituição da equação (7.41) no termo final da equação (7.42.b) resulta em:

$$(c_1^2 - c_t^2) + \frac{k-1}{2} \left(v_1^2 - \frac{v_1^2}{\Psi^2} \left(\frac{c_1}{c_t} \right)^{\frac{4}{k-1}} \right) = 0, \quad (7.42.c)$$

ou finalmente:

$$\left(c_1^2 + \frac{k-1}{2} v_1^2 \right) = c_t^2 + \frac{k-1}{2} \left(\frac{v_1^2}{\Psi^2} \left(\frac{c_1}{c_t} \right)^{\frac{4}{k-1}} \right). \quad (7.42.d)$$

- Balanço de massa entre (1-2)

Novamente do balanço de massa:

$$\rho_1 v_1 A_1 = \rho_2 v_2 A_2,$$

ou na forma:

$$\frac{\rho_2 v_2 A_2}{\rho_1 v_1 A_1} = 1. \quad (7.43.a)$$

A concomitante multiplicação e divisão da equação (7.43.a) pelo termo (A_t), com uma correspondente substituição da massa específica de um gás ideal resulta em:

$$\frac{v_2 p_2 kRT_1 A_2 A_t}{v_1 p_1 kRT_2 A_t A_1} = 1. \quad (7.43.b)$$

Uma substituição adicional de variáveis na forma $\left(\phi = \frac{A_2}{A_t} \right)$ permite agora escrever:

$$\frac{v_2}{v_1} \left(\frac{c_2^*}{c_1^*} \right)^{\frac{2k}{k-1}} \left(\frac{c_1}{c_2} \right)^2 \frac{\phi}{\Psi} = 1, \quad (7.43.c)$$

ou, na forma final:

$$v_2 = v_1 \left(\frac{c_1^*}{c_2^*} \right)^{\frac{2k}{k-1}} \left(\frac{c_2}{c_1} \right)^2 \frac{\Psi}{\phi}. \quad (7.43.d)$$

- Correção da entropia para o ponto 2

Utilizando-se a equação (7.33.b), anteriormente deduzida, mediante ajustes na nomenclatura e nos índices, tem-se:

$$v_2 = \frac{2}{k-1} \left[c_2^* - \lambda_{IN2,N}^* \right] c_{A2,N}. \quad (7.44.a)$$

Efetivando-se a substituição da equação (7.44.a) na equação (7.43.d), chega-se a:

$$\frac{2}{k-1} \left[c_2^* - \lambda_{IN2,N}^* \right] c_{A2,N} = v_1 \left(\frac{c_1^*}{c_2^*} \right)^{\frac{2k}{k-1}} \left(\frac{c_2}{c_1} \right)^2 \frac{\phi}{\Psi},$$

ou ainda, mediante ajustes matemáticos finais:

$$\left[c_2^* - \lambda_{IN2,N}^* \right] \frac{(c_2^*)^{\frac{2k}{k-1}}}{(c_2)^2} = v_1 \frac{(c_1^*)^{\frac{2k}{k-1}}}{(c_1)^2} \left(\frac{\phi}{\Psi} \right) \frac{1}{c_{A2,N}} \left(\frac{k-1}{2} \right). \quad (7.44.b)$$

- Balanço de energia entre (1-2)

Repetindo-se novamente a equação (7.23), com o devido ajuste de índices, tem-se:

$$\left(\frac{c_1^2 - c_2^2}{k-1} \right) + \left(\frac{v_1^2 - v_2^2}{2} \right) = 0.$$

Uma nova substituição da equação (7.44.a) resulta em:

$$c_1^2 - c_2^2 + \frac{k-1}{2} \left(v_1^2 - \left(\frac{2}{k-1} \right)^2 [c_2^* - \lambda^*_{IN2,N}]^2 c_{A2,N}^2 \right) = 0, \quad (7.45.a)$$

ou, na forma final:

$$[c_2^* - \lambda^*_{IN2,N}]^2 - \frac{k-1}{2} \left(\frac{c_1^2 + \frac{k-1}{2} v_1^2 - c_2^2}{c_{A2,N}^2} \right) = 0. \quad (7.45.b)$$

- Balanço da quantidade de movimento (t-2)

Considerando a quantidade de movimento na forma:

$$(p_t - p_2)A_2 + (\rho_t v_t A_t) v_t - (\rho_2 v_2 A_2) v_2 = 0, \quad (7.46.a)$$

como, entretanto, do balanço de massa tem-se: $\rho_t v_t A_t = \rho_2 v_2 A_2$, pode-se escrever, com a correspondente divisão da equação (7.46.a) pela pressão p_2 :

$$\left(\frac{p_t}{p_2} - 1 \right) + \frac{\rho_2}{p_2} v_2 (v_t - v_2) = 0. \quad (7.46.b)$$

Os termos (p_t/p_2) e (ρ_2/p_2) podem ser explicitados em função da equação de um gás real, com a correspondente substituição da velocidade do som no fluido, resultado em:

$$\frac{p_t}{p_2} = \frac{\rho_t R T_t k}{\rho_2 R T_2 k} = \frac{\rho_t c_t^2}{\rho_2 c_2^2}, \quad (7.47)$$

e

$$\frac{\rho_2}{p_2} = \frac{1}{R T_2} = \frac{k}{c_2^2}. \quad (7.48)$$

A substituição das equações (7.47) e (7.48) na equação (7.46.b) resulta em:

$$\left(\frac{\rho_t}{\rho_2} \frac{c_t^2}{c_2^2} - 1\right) + k \frac{v_2}{c_2} \left(\frac{v_t - v_2}{c_2}\right) = 0. \quad (7.49)$$

Enquanto que a substituição da equação (7.40), a seguir reproduzida e com os índices ajustados para uma condição de balanço de massa entre $(t - 2)$, possibilita finalmente escrever:

$$\frac{\rho_t}{\rho_2} = \frac{v_2}{v_t} \frac{1}{\phi},$$

$$\left(\frac{v_2}{v_t} \frac{1}{\phi} \frac{c_t^2}{c_2^2} - 1\right) + k \frac{v_2}{c_2} \left(\frac{v_t - v_2}{c_2}\right) = 0. \quad (7.50)$$

7.2.5 Extremo de duto fechado

Nos experimentos realizados com a abertura de válvula intermediária, simulando uma condição de vazamento localizado, houve a situação correspondente a um extremo de duto fechado. Tal condição de contorno é a mais simplificada de todas visto que, nessas circunstâncias, basta considerar: $v_1 = 0$.

7.3 Resultados

Através do modelo computacional proposto e desenvolvido efetivou-se uma avaliação numérica de todos os testes experimentais realizados. Tais resultados, num aspecto geral, apresentaram uma concordância bastante satisfatória com as medições realizadas durante os experimentos.

Nesse contexto simularam-se situações equivalentes às realizadas em campo, tanto com o fluido ar comprimido como o fluido gás natural, destacando-se que o modelo numérico possibilitou uma avaliação adicional em relação a parâmetros que não foram medidos experimentalmente, tais como velocidade e temperatura, por exemplo. As figuras 7.6 a 7.8 ilustram exemplos de resultados

obtidos quando da simulação numérica de um dos diversos ensaios realizados, ou mais especificamente, um ensaio de esvaziamento total da rede com ar comprimido, durante um período de tempo próximo de 4s.

Para o caso da pressão do fluido, figura 7.6, pode-se facilmente observar que no tempo ($t = 0s$) a pressão inicial do sistema encontra-se estabilizada e próxima de 5bar (500kPa), apresentando uma queda abrupta do seu valor na extremidade do duto ($x = 140m$) tão logo ocorre a abertura da válvula de bloqueio correspondente. Simultaneamente, a queda de pressão é mais suave na origem do sistema ($x = 0m$), decrescendo ao longo do tempo e ficando praticamente estabilizada ao final dos 4s.

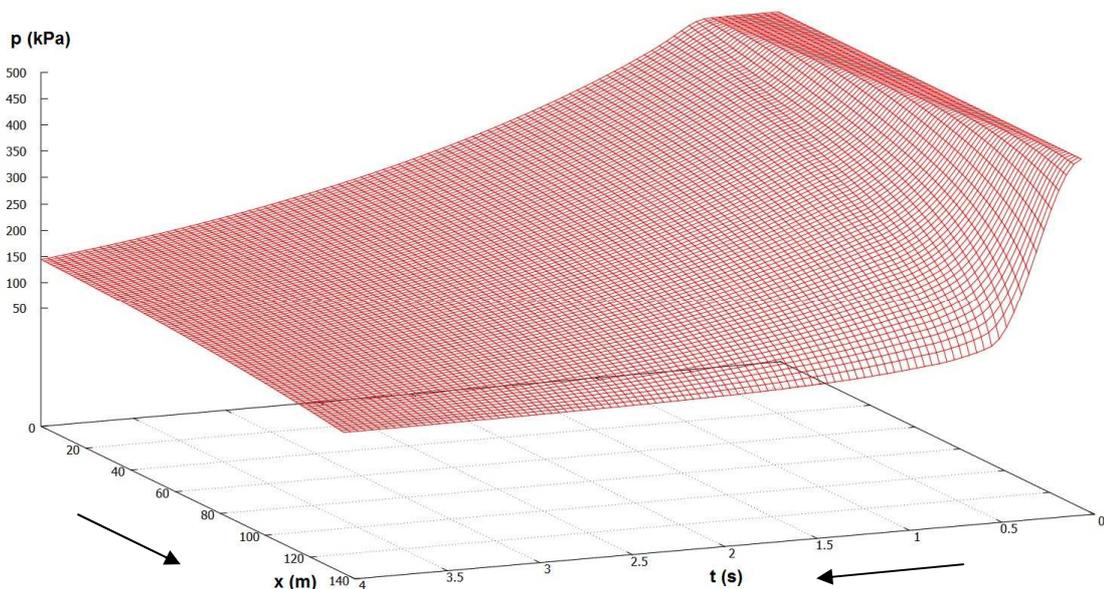


Figura 7.6 – Pressão do fluido (ar comprimido) durante o esvaziamento da linha

Através da figura 7.7 pode-se notar que o parâmetro velocidade apresenta uma condição contrária ao descrito anteriormente, ou seja quando da abertura da válvula, cresce de forma abrupta no extremo do duto ($x = 140m$) vindo a atingir um valor da ordem de 250m/s. Em paralelo, na origem do sistema ($x = 0m$), ocorre um pequeno crescimento no seu valor (atingindo um valor próximo de 50m/s), o qual se mantém praticamente estabilizado até o final dos 4s.

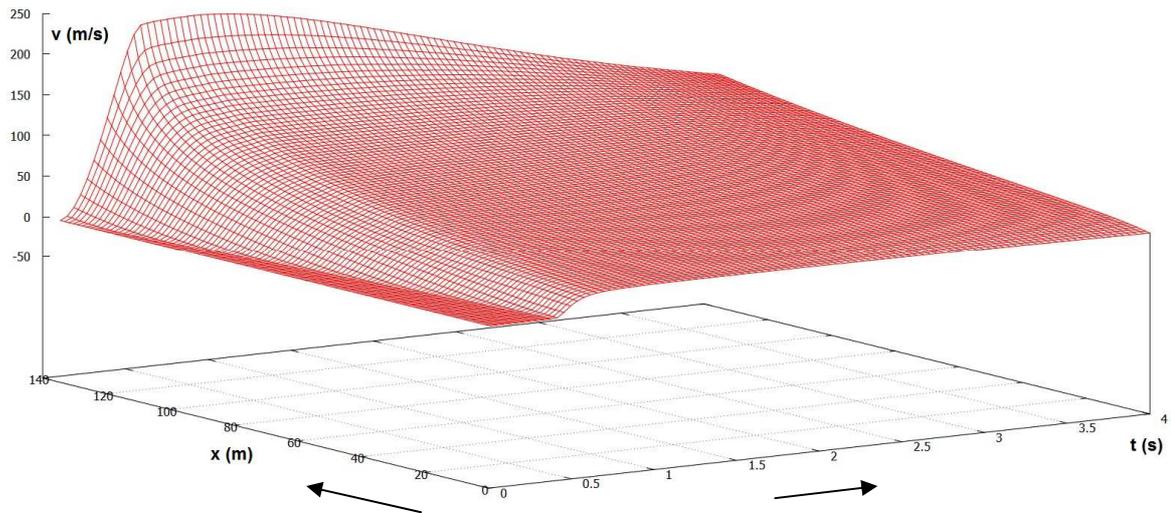


Figura 7.7 – Velocidade do fluido (ar comprimido) durante o esvaziamento da linha

Para o caso da temperatura, figura 7.8, observa-se inicialmente uma queda acentuada de valor na extremidade do duto ($x = 140m$), com um posterior restabelecimento dessa condição devido à massa de fluido que se desloca nesta direção devido ao esvaziamento da tubulação. Na outra extremidade, ($x = 0m$), a temperatura mantém-se constante inicialmente, mas passa a apresentar uma queda acentuada na seqüência, atingindo uma temperatura da ordem de 220K ao final dos 4s. Tal condição deve-se à expansão da quantidade de gás contida no interior do vaso de acumulação (reservatório), cujo volume foi conjuntamente contemplado na realização do referido ensaio.

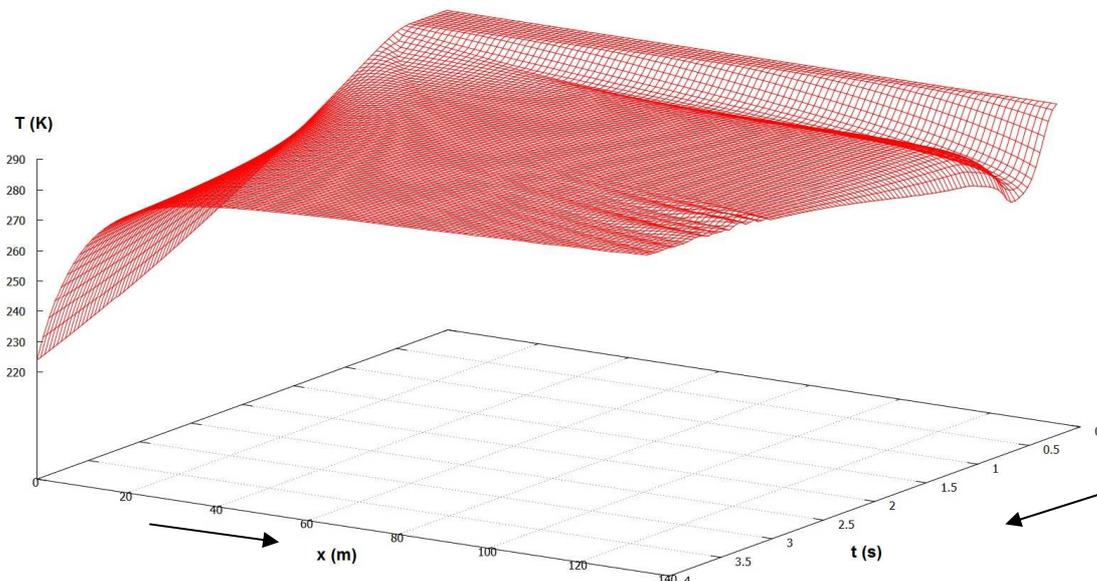


Figura 7.8 – Temperatura do fluido (ar comprimido) durante o esvaziamento da linha

7.3.1 Comparação dos resultados numéricos e experimentais dos ensaios realizados com ar comprimido

A comparação dos resultados, realizada para todos os ensaios experimentais efetivados com ar comprimido, encontra-se nos gráficos subseqüentes do presente item. De forma diferenciada do capítulo 6, onde se apresentou apenas os resultados decorrentes dos canais experimentais, optou-se agora por representar numa mesma figura, a sobreposição dos canais (resultados) numéricos e experimentais visando facilitar a comparação propriamente dita.

Nessas circunstâncias, utilizou-se a indicação das pressões em kPa , contemplando a condição de pressão absoluta. As escalas de tempo adotadas foram também ajustadas, visando contemplar os registros em faixas compatíveis com os tempos correspondentes à condição da abertura da válvula de bloqueio envolvida, não se considerando assim o período de recuperação da pressão na linha experimental. Por esse motivo, não se justifica para o caso dos testes realizados com ar comprimido (pressões menores) a representação dos resultados comparativos dos dois últimos ensaios (ensaios 03 e 04), ilustrando-se assim apenas o esvaziamento total da linha, mediante a figura 7.11.

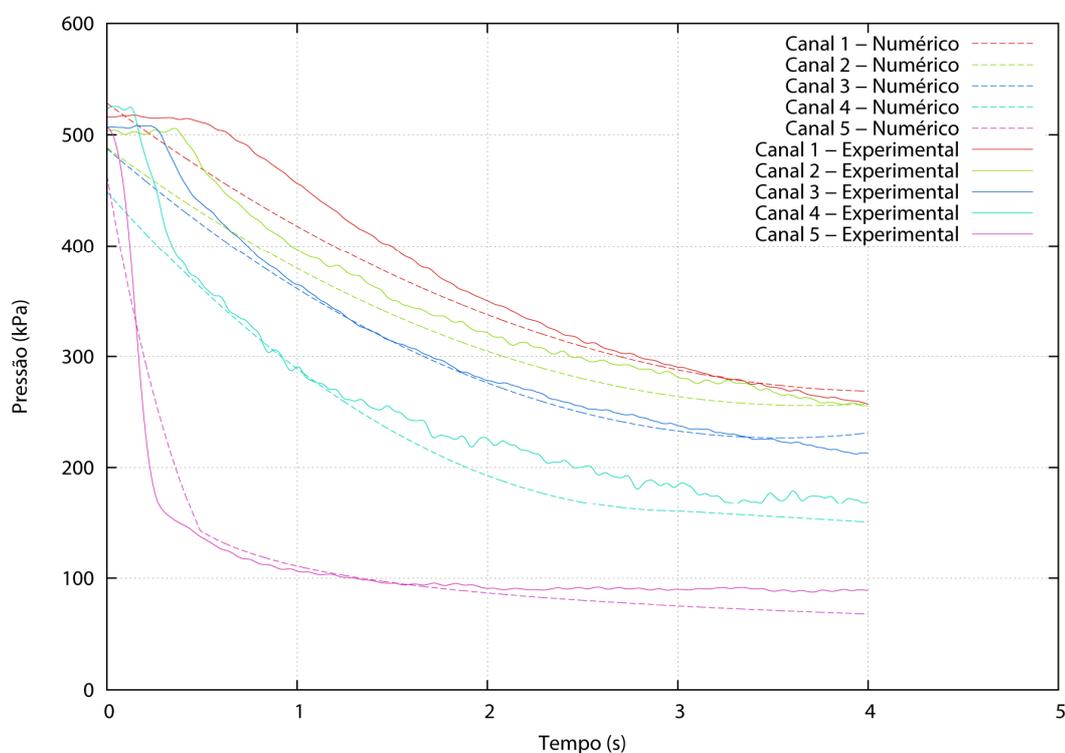


Figura 7.9 – Comparação numérica e experimental da pressão do fluido durante o ensaio 01 realizado com ar comprimido

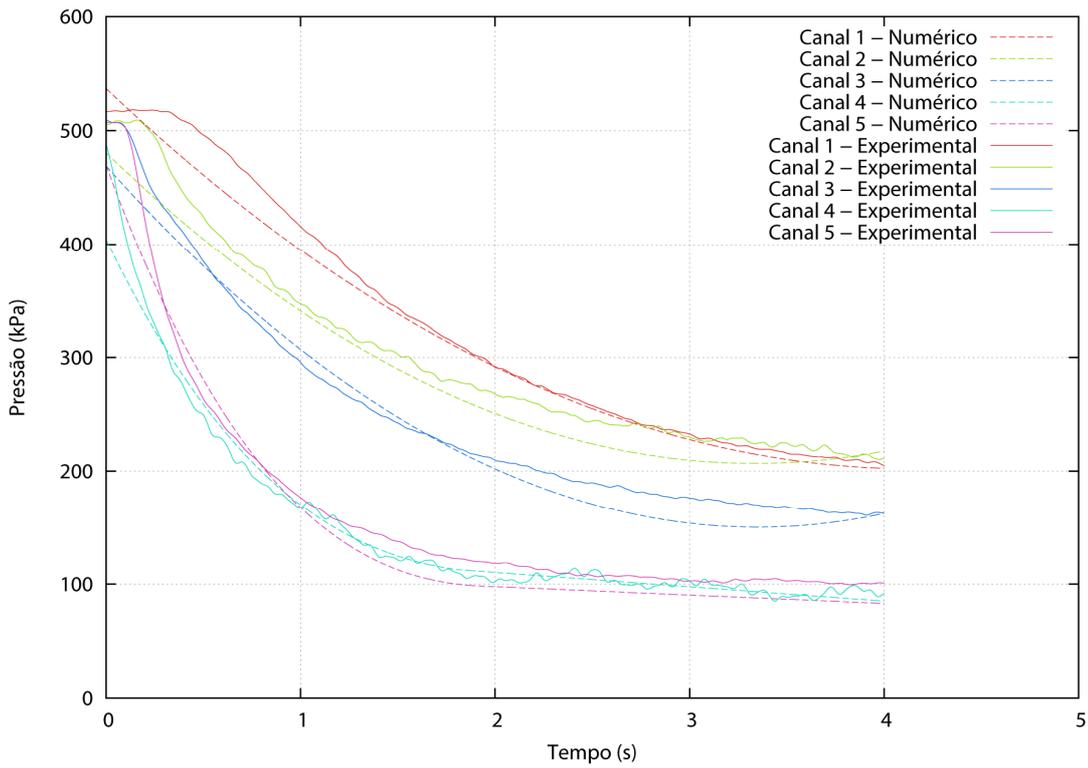


Figura 7.10 – Comparação numérica e experimental da pressão do fluido durante o ensaio 02 realizado com ar comprimido

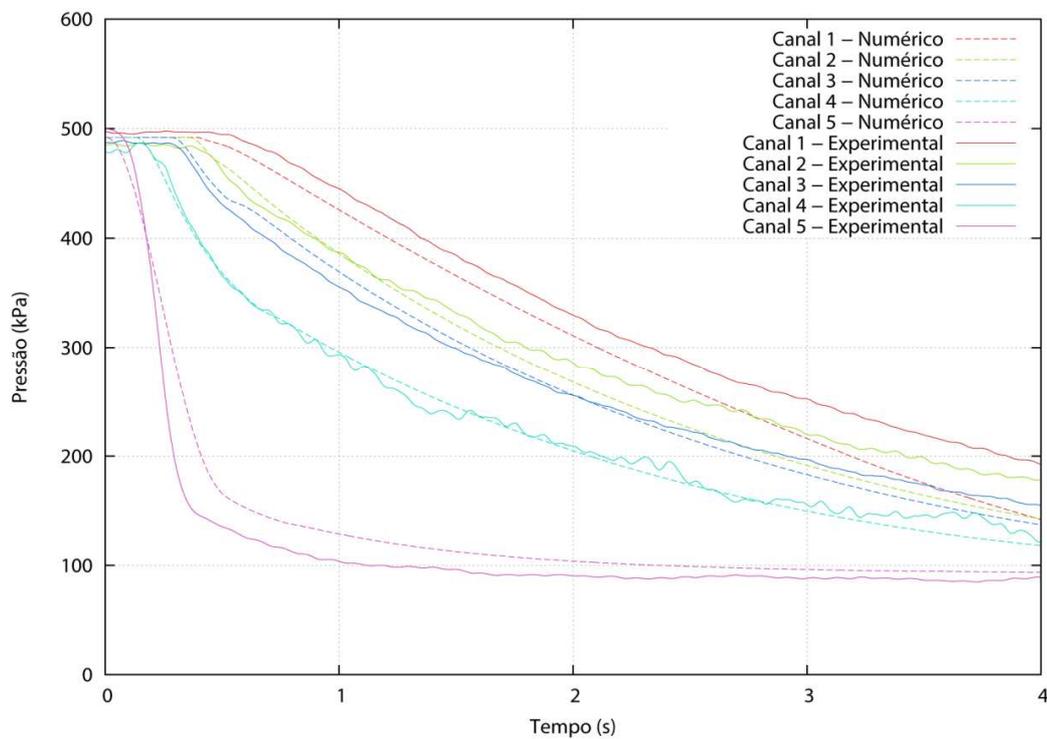


Figura 7.11 – Comparação numérica e experimental da pressão do fluido durante o esvaziamento da linha, realizado com ar comprimido

7.3.2 Comparação dos resultados numéricos e experimentais dos ensaios realizados com gás natural

Nos experimentos realizados com o fluido gás natural, houve a alteração na pressão nominal de teste mantendo-se, porém, as demais condições inicialmente propostas. Nessas circunstâncias e conforme descrito no capítulo 6 houve a remoção do reservatório e do sistema de redução de pressão utilizados para os testes com ar comprimido, de tal forma que a rede experimental passou a ser alimentada diretamente a partir da rede de distribuição da **COMPAGAS**. Tal situação caracterizou uma maior oscilação nos resultados experimentais visto envolver um volume bastante superior associado a uma rede operacional real, na qual as oscilações do próprio sistema podem induzir a determinadas situações de incertezas.

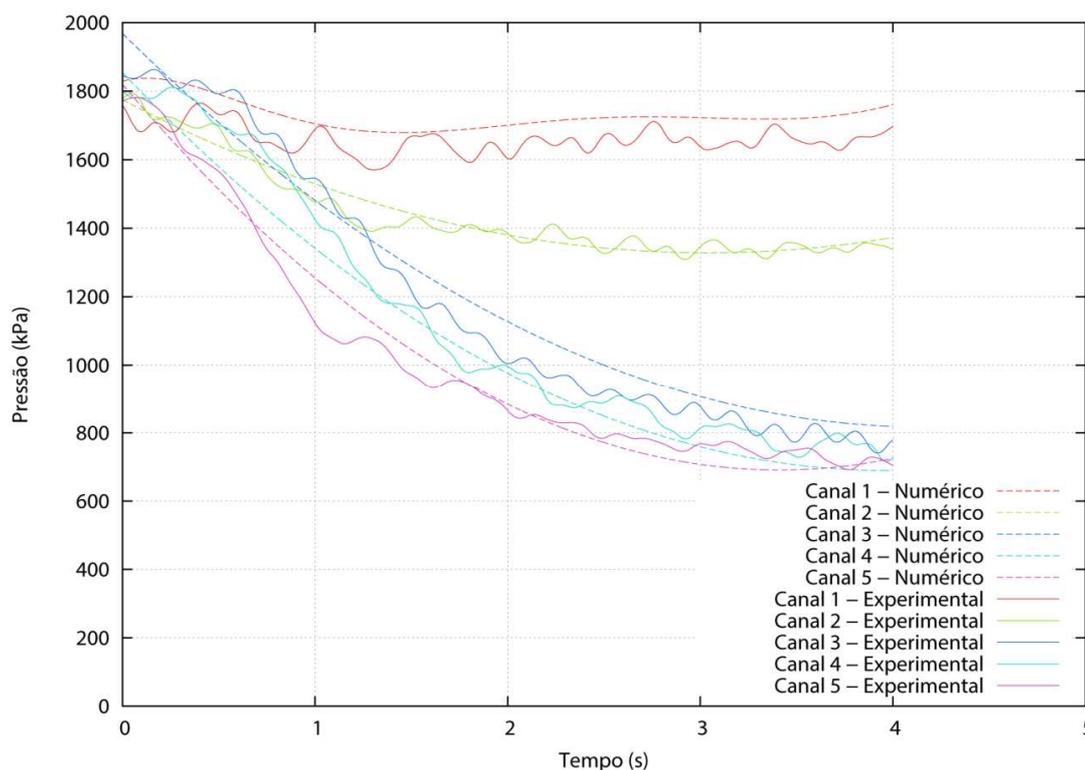


Figura 7.12 – Comparação numérica e experimental da pressão do fluido durante o ensaio 01 realizado com gás natural

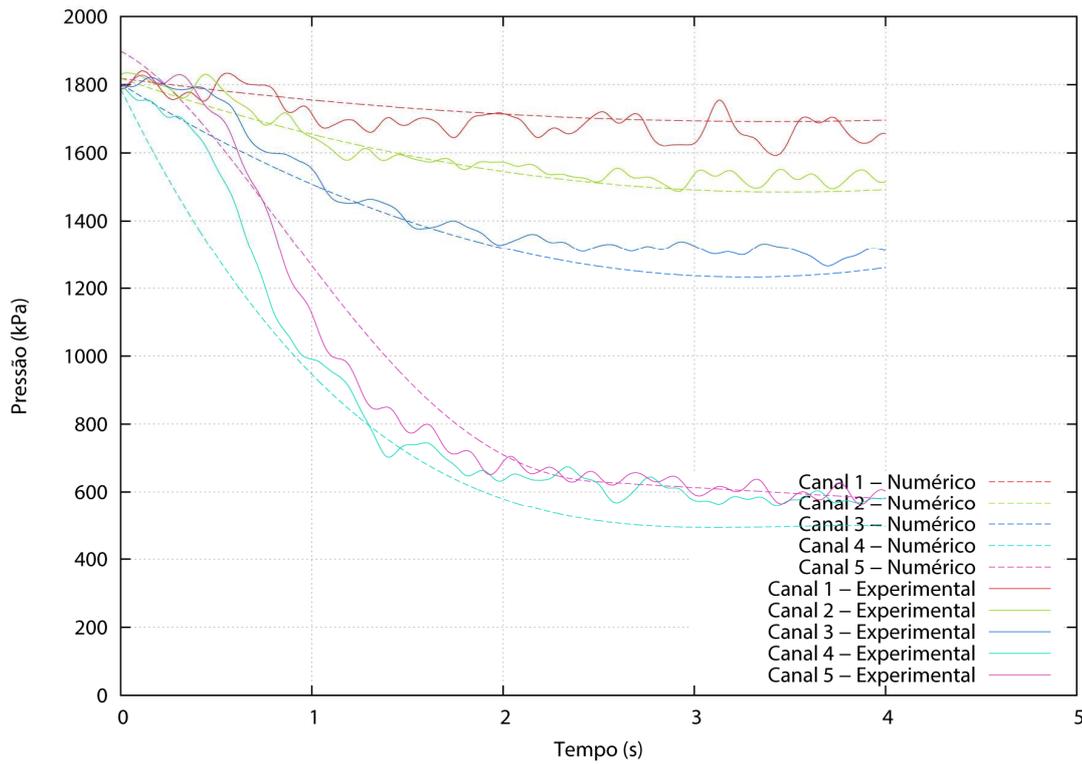


Figura 7.13 – Comparação numérica e experimental da pressão do fluido durante o ensaio 02 realizado com gás natural

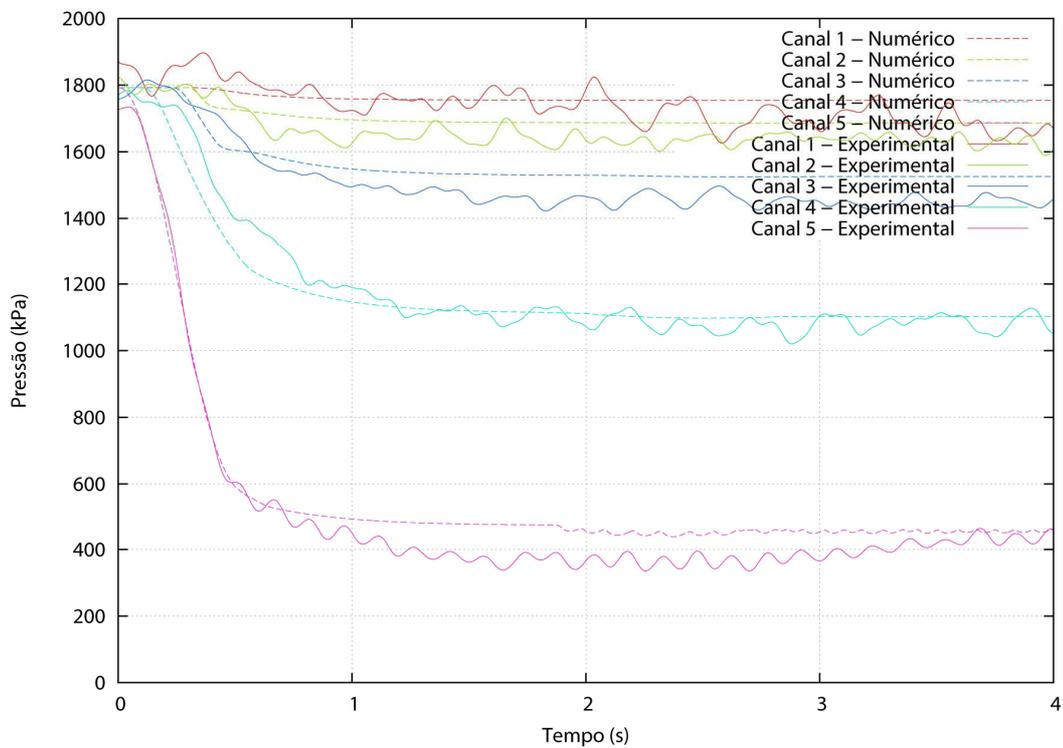


Figura 7.14 – Comparação numérica e experimental da pressão do fluido durante o ensaio 03 realizado com gás natural

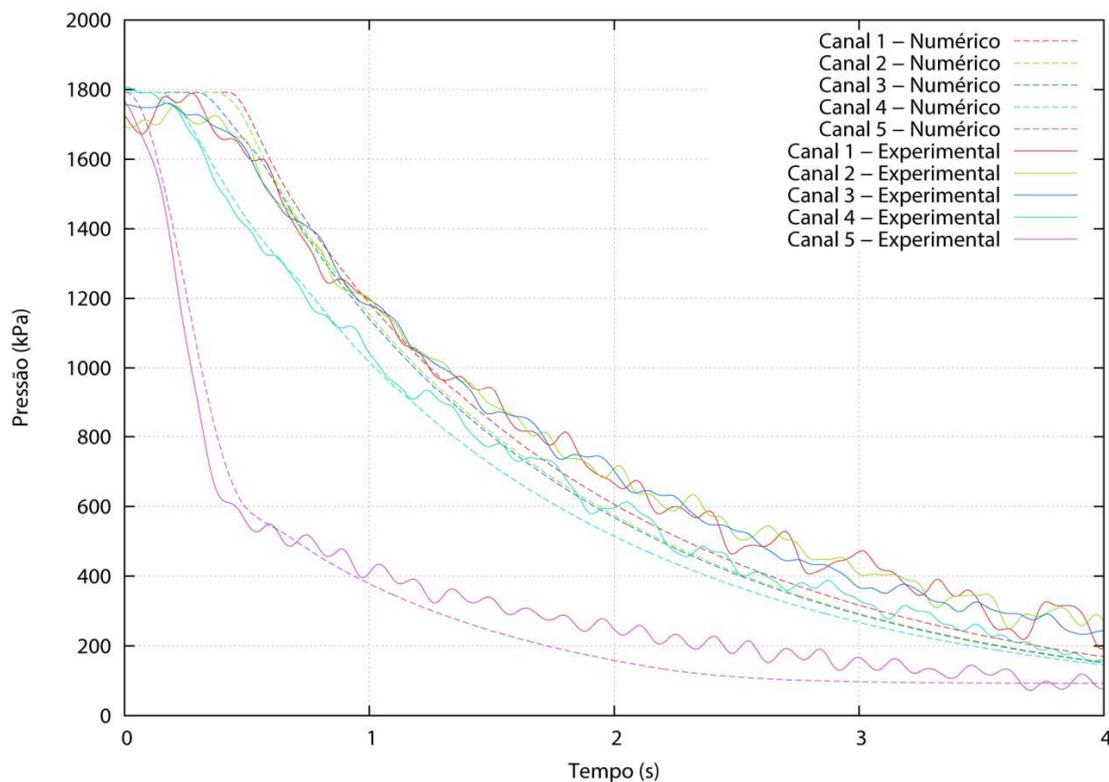


Figura 7.15 – Comparação numérica e experimental da pressão do fluido durante o ensaio 04 (esvaziamento) realizado com gás natural

7.4 Conclusões

Os resultados fornecidos pelo modelo computacional mostram uma concordância razoavelmente satisfatória com as medições realizadas durante os experimentos. Evidente que através do modelo computacional tem-se a percepção de outros parâmetros relevantes para caracterização do escoamento, além da pressão local do fluido conforme discutido anteriormente. Tal situação justifica a possibilidade futura em se efetivar um monitoramento experimental mais completo visando a inclusão de demais parâmetros como temperatura e velocidade de fluxo, por exemplo.

Para os casos correspondentes aos ensaios realizados com ar comprimido, os quais foram executados sob condições mais bem controladas e com menores pressões, obteve-se uma melhor concordância entre os resultados numéricos e experimentais. Isso pode ser facilmente observado nas figuras 7.9, 7.10 e 7.11. Entretanto, mesmo nestes casos em que a concordância demonstrou-

se mais adequada, observam-se oscilações dos resultados experimentais em torno dos resultados numéricos, em relação aos cinco canais considerados. Tais oscilações foram atribuídas aos ruídos presentes no processo de medição, bem como, a metodologia adotada para redução e filtragem dos mesmos.

Outro aspecto que certamente contribuiu para uma maior diferença entre os resultados numéricos e experimentais está relacionado à falta de informações específicas sobre o processo de abertura/fechamento das válvulas de bloqueio utilizadas nos experimentos, visto que na prática, tal procedimento se fez de forma manual e sem o auxílio de qualquer dispositivo de controle.

Para os ensaios realizados com gás natural, observa-se que as oscilações presentes ficaram um pouco mais evidentes, visto que a pressão de trabalho (faixa de 17bar) é mais significativa. Além disso, a alimentação do ramal experimental foi feita diretamente pela rede de distribuição da **COMPAGAS**, na qual podem ocorrer oscilações de pressão a qualquer instante, caracterizando um fator de incertezas adicional aos experimentos. Tal condição pode ser melhor observada avaliando-se as quedas de pressão presentes, como também, a tendência de estabilização do sistema, ao se comparar os gráficos resultantes dos ensaios 03 e 04 (figuras 7.14 e 7.15), visto que tais ensaios são praticamente idênticos, exceto pela condição do isolamento das redes externa e experimental.

Novamente, os problemas de ruído, da filtragem de dados e de controle quanto a abertura/fechamento das válvulas de bloqueio, estão presentes, caracterizando os mesmos problemas anteriormente citados para os ensaios realizados com ar comprimido.

Para finalizar, efetivou-se a determinação dos erros médios entre os resultados numéricos e experimentais, contemplando os ensaios realizados com ar comprimido como também com gás natural. Essa avaliação, realizada individualmente por ensaio e por canal (sensor) considerado, apresentou como média dos resultados, erros da ordem de 4,27% (ensaio 01), 5,16% (ensaio 02) e 5,22% (esvaziamento) para os ensaios realizados com ar comprimido. Posteriormente, para os ensaios realizados com gás natural, os erros médios ficaram na ordem de 6,90% (ensaio 01), 6,53% (ensaio 02) e 7,97% (esvaziamento), demonstrando que as diferenças apresentadas ficaram bastante razoáveis em termos dos resultados obtidos.

8

Conclusões e sugestões

Nesse trabalho, com base nos estudos desenvolvidos, foi possível avaliar a aplicação do Método das Características em sistemas transitórios de distribuição de gás natural. Tal proposição demonstra-se importante porque apresenta uma solução alternativa ao desenvolvimento de um modelo de análise transitório adequado e preciso para melhorar os critérios de avaliação de redes de distribuição de gás. Esse modelo pode, ainda, tornar-se útil para empresas do setor de petróleo e gás no desenvolvimento de metodologias baseadas nessa técnica e que venham a viabilizar a detecção de vazamentos em dutos pressurizados, permitindo com isso um razoável potencial de contribuição nos programas de gerenciamento de riscos correspondentes, caracterizando ganhos significativos em termos dos custos e tempos envolvidos.

No que diz respeito à caracterização detalhada das propriedades do fluido considerado, demonstrou-se no capítulo 3, avaliações comparativas para as condições de gás ideal e gás real, com um detalhamento específico dos parâmetros e propriedades envolvidas. A questão do fator de compressibilidade também foi avaliada e uma proposta alternativa apresentada.

O modelo matemático proposto foi baseado em referências da literatura e sua formulação foi desenvolvida a partir de um detalhado desenvolvimento das equações que regem o problema originalmente proposto. Esse desenvolvimento fez parte do capítulo 4. Considerando ainda que o Método das Características seja pouco difundido em aplicações do gênero, propôs-se através do capítulo 5, apresentar as particularidades desse método com uma correspondente correlação com o problema proposto.

Da análise experimental, detalhada no capítulo 6, chegou-se a conclusão que o desenvolvimento de um sistema relativamente simples e não necessariamente oneroso possibilita a obtenção de resultados satisfatórios em termos dos parâmetros a serem verificados. Deve-se destacar, entretanto, a importância do acompanhamento de profissionais qualificados que permitam a priorização de soluções para os eventuais problemas decorrentes de qualquer avaliação experimental, visto que uma simples calibração inadequada de determinado sensor pode caracterizar um período adicional razoável em termos de avaliações e ajustes. A proposta de se utilizar o fluido ar comprimido nos ensaios preliminares tornou-se fundamental para o posterior desenvolvimento do aparato experimental, visto que todos os ajustes necessários foram realizados, sempre com segurança operacional e com custos irrisórios em termos do fluido de trabalho.

Por fim, a investigação numérica foi desenvolvida como um esforço complementar em se demonstrar a aplicação e viabilidade do modelo proposto a partir das diversas situações operacionais efetivadas. Um estudo complementar das condições de contorno envolvidas tornou-se necessário, dado que a própria configuração da rede experimental construída exigiu uma avaliação criteriosa de algumas particularidades específicas da mesma.

Como fechamento do trabalho pode-se afirmar que dentro das premissas inicialmente propostas, os resultados obtidos foram bastante satisfatórios, dado que a rede experimental foi concebida e construída, os testes e medições realizadas e o modelo computacional desenvolvido, implementado e testado, tornando possível uma comparação final entre os dados numéricos e experimentais. Acredita-se com isso, que a proposta complementar original em se aplicar a referida metodologia para a simulação e acompanhamento de uma rede de distribuição de gás natural real, em termos de vazamentos localizados, esteja numa realidade bastante próxima.

8.1 Sugestões para trabalhos futuros

Com base nos resultados obtidos e nas dificuldades abordadas durante os projetos de pesquisa desenvolvidos, sugerem-se alguns temas para trabalhos futuros ou para o prosseguimento deste trabalho em específico. São elas:

- Aplicação da metodologia proposta para o desenvolvimento de uma ferramenta que permita a identificação e localização de vazamentos em sistemas de dutos de gás natural em grande escala e com ampla gama de condições operacionais;
- Avaliação de componentes pertencentes a uma rede operacional real, tais como: conexões, cotovelos, reduções, derivações, entre outros, que podem vir a gerar interações de ondas de pressão diferenciadas durante transientes podendo oferecer desafios adicionais para uma análise precisa;
- Comparação entre o método numérico proposto e a avaliação de desempenho para diferentes níveis de discretização de trechos de tubulação;
- Análise detalhada e estatística da sensibilidade dos sensores envolvidos em avaliações experimentais do gênero;
- Implementação experimental dos parâmetros temperatura e velocidade do fluido, mediante a utilização de sensores específicos para tal finalidade;
- Aplicação da metodologia proposta em trechos de tubulações experimentais não retilíneas, objetivando-se identificar a influência de novas condições de contorno;
- Efetivação de uma metodologia que permita avaliar e controlar a abertura de válvulas de bloqueio, quando da utilização destas para a simulação de vazamentos localizados; e
- Realização de estudos complementares visando identificar a influência do tamanho do orifício caracterizado pela condição de vazamentos localizados.

Referências Bibliográficas

A

- [01] AGA REPORT 8. **Compressibility factors of natural gas and other related hydrocarbon gases.** American Gas Association, Virginia, EUA, 1994.
- [02] AGA REPORT 10. **Speed of sound in natural gas and other related hydrocarbon gases.** American Gas Association, Washington, EUA, 2003.
- [03] Adkins, C.J. **Equilibrium thermodynamics.** 3^a Edition, Cambridge University Press. ISBN 0-521-27456-7, 2003.
- [04] Almeida, J.C. **Uma metodologia de projeto baseada na confiabilidade – Aplicação à redes de distribuição de gás canalizado.** Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC, Florianópolis, SC, Brasil, 1999.
- [05] Almeida, J.C., Velásquez, J.A.A., Barbieri, R. **A methodology for calculating the natural gas compressibility factor for a distribution network.** Taylor & Francis. Petroleum Science and Technology, 2013.
- [06] Anderson, J. D. **Computational fluid dynamics – The basics with applications.** McGraw-Hill, Inc., pages – 97-109, 1995.
- [07] Andrino M.H. **Aplicação de ondas longitudinais criticamente refratadas para a medição de tensões em dutos.** Tese de Doutorado, Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP, Campinas – SP, Brasil, 2007.
- [08] Azevedo, F.M. **Proposta de algoritmo para detecção de vazamentos em oleodutos utilizando análise frequencial de sinais de pressão.** Dissertação de Mestrado, Curso de Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN, Natal, RN, Brasil, 2009.

B

- [09] Belsito, S., Lombardi, P., Andreussi, P. and Banerjee, S. **Leak detection in liquefied gas pipeline by artificial neural networks.** AIChE Journal, v.44, n.12, p.2675-2688, 1998.
- [10] Bender, E. **Simulation of dynamic gas flows in networks including control loops.** Computers&Chemical Engineering, Vol.03, 1979.

- [11] Benson, R. S. **Numerical solution of one-dimensional non-steady flow with supersonic and subsonic flow and heat transfer.** International Journal of Mechanical Science, 14:635-642, 1972.
- [12] Bezerra, B.A.F. **Detecção de vazamentos em tubulações de gás pelo método de transitório de pressão utilizando CLP e sensores.** Monografia do Curso de Especialização em Engenharia de Instrumentação da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE, Recife, PE, 2008.
- [13] Biezuner, R.J. **Equações diferenciais parciais.** Notas de aula do Programa de Pós-Graduação em Matemática do Instituto de Ciências Exatas da Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG, 2010.
- [14] Billmann, L., Isermann, R. **Leak detection methods for pipeline.** Automatica, v.23, n.3, p.381-385, 1987.
- [15] Bisgaard, C., Sorensen, H.H., Spangenberg, S. **A finite element method for transient compressible flow in pipelines.** Int. J. Num. Meth. Fluids, 7, 291, 1987.
- [16] Black, P. **A review of pipeline leak detection technology.** Pipeline System, v.7, Fluid Mechanics and its Applications, Dordrecht. Kluwer Academic Publishers, 1992.
- [17] Borujerdi, A.N. **Transient modeling of gas flow in pipelines following catastrophic failure.** Mathematical and Computer Modelling, Vol. 54, 3037-3045, 2011.
- [18] Borges, E.M.L. **Avaliação de correlações e equações de estado para determinação de fatores de compressibilidade de gás natural.** Dissertação de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química da Universidade do Estado do Rio de Janeiro – UERJ, Rio de Janeiro, Brasil, 2009.
- [19] Borges, P.R. **Propriedades termodinâmicas do gás natural.** Gerência Executiva de Abastecimento e Logística da Petrobrás. Documento AB-LO 08/2009, 2009.
- [20] Bowles, E.B., Morrow, T.B., Sparks, C.R., Gregor, J.G. **Gas pipeline rupture detection and control.** International Pipeline Conference ASME, v.2, p. 1129-1136, 1996.
- [21] **BP Statistical Review of World Energy**, June 2012.

- [22] Bregnbæk, L. **Natural gas supply in Denmark – A model of natural gas transmission and the liberalized gas market.** Master's thesis, Technical University of Denmark, Denmark, 2005.
- [23] Brodetsky, I., Savic, M. **Leak monitoring system for gas pipeline.** IEEE, Troy, New York, v.III, p.17-20, 1993.
- [24] Budynas et al. **Shigley's Mechanical Engineering Design**, 8^a Edition, McGraw-Hill Primis, 2008. ISBN 0-390-76487-6.

C

- [25] Camerini, D., Oliveira, F., Von der Weid, J.P., Silva, J.A., Freitas, M. **Pig detector térmico de vazamentos em gasodutos.** Instituto Brasileiro de Petróleo e Gás – IBP, Rio Pipeline Conference & Exposition, 2007.
- [26] Camerini, D.A. **Desenvolvimento de pigs instrumentados para detecção e localização de pequenos vazamentos em dutos.** Dissertação de Mestrado, Curso de Engenharia Mecânica da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro – PUC-RJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2004.
- [27] Cardoso B., Viana C. **Dutos – por terra adentro e mar afora.** Reportagem Revista TN Petróleo nº 67, 2009.
- [28] Carvalho, T.S., Padovese, L.R. **Detecção de vazamento em dutos pressurizados.** Produção em iniciação científica da Escola Politécnica, Universidade Estadual de São Paulo, p. 1-16, 2002.
- [29] Chalet, D., Chesse, P., Hetet, J.F. **Boundary conditions modelling of one-dimensional gas flow in an internal combustion engine.** Ecole Centrale de Nantes, Laboratoire de Mécanique des Fluides, Nantes, France, 2008.
- [30] Chapoy, A. **Phase behaviour in water/hydrocarbon mixtures involved in gas production systems.** Doctoral Thesis, Ecole des Mines de Paris, Paris, France, 2004.
- [31] Chvidchenko, V. **Estudo comparativo do desempenho das equações de estado CPA, SRK e PR na modelagem de sistemas de interesse para a indústria do gás natural.** Dissertação de Mestrado em Tecnologia de Processos Químicos e Bioquímicos. Escola de Química da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil, 2008.

- [32] Chung, W.Y., Lee, D.D. **Real time multi-channel gas leakage monitoring system using CPLD chip.** *Sensors and Actuators*, v.77, p.186-189, 2001.
- [33] Coelho, P.M., Pinho, C. **Considerations about equations for steady state flow in natural gas pipelines.** *ABCM*, Vol. XXIX, nº 3, 2007.
- [34] Colombaroli P.L.S. **Sistema de detecção de vazamento em dutos de petróleo.** Programa de Recursos Humanos da Agência Nacional do Petróleo - PRH16-ANP/MCT paper – Universidade Federal de Itajubá – UNIFEI, Itajubá – MG, Brasil, 2009.
- [35] Corberán, J.M. **A new constant pressure model for n-branch junctions.** *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, 1992.
- [36] Cruz, F.G.N. et al. **Avaliação da equação de estado BWR-Starling através das estimativas das propriedades volumétricas do gás natural.** 6º Congresso Brasileiro de Pesquisa e Desenvolvimento em Petróleo e Gás. Universidade Federal de Campina Grande.

D

- [37] Dempsey, J., Al-Habib, R. **SCADA computer system controls major Saudi Aramco crude oil pipeline.** 5th World Congress on Chemical Engineering, v.1, p.973-980, San Diego, California, USA, 1996.
- [38] Denton, G.S. **CFD Simulation of highly transient flows.** Doctoral Thesis, University College London - UCL, London – UK, 2009.
- [39] Doonan, A.F. **Evaluation of an AGI control strategy using SIMULINK,** 457th Proceedings from International Conference on Simulation, 2 Oct, 1998.
- [40] Doherty, A.P., Murphy, A., Spedding, P.L. **Fluid flow in an impacting symmetrical tee junction: I single-phase flow and experimental,** *Asia-Pacific Journal of Chemical Engineering*, 4:420-423, Wiley InterScience, 2009.

E

- [41] EGIG, 8th Report of the European Gas Pipeline Incident Data Group. **Gas pipeline incidents**, 2011.

[42] Eiswirth, M., Heske, C., Silva, D. **New methods for water pipeline assessment.** IWA 2 – World water congress, 15-19, October, Berlin, Germany, 2001.

[43] Ellul, I. R. **Advances in pipeline leak detection techniques.** Pipe & Pipeline International, p.7-12, 1989.

[44] Elaoud, S., Ezeddine, H.T. **Leak detection of hydrogen-natural gas mixtures in pipes using the pressure-time transient analysis.** Ecologic Vehicles – Renewable Energies, Monaco, 2009.

F

[45] Farlow, S. J. **Partial differential equations for scientists and engineers.** Dover Publications Inc., New York, 1993.

[46] Fox, R., Pritchard, P.J., McDonald, A. T. **Introdução à mecânica dos fluidos, 7ª Edição.** Livros Técnicos e Científicos, Rio de Janeiro, 2010.

[47] Fukushima, K., Maeshima, R., Kinoshita, A., Shiraishi, H., Koshijima, I. **Gas pipeline leak detection system using the online simulation method.** Computers and Chemical Engineering, v.24, n.2-7, p.453-456, 2000.

G

[48] Garcia, C., Vaillant, O. R. **Desenvolvimento de computador de vazão compensada de gás natural empregando arquitetura aberta.** Departamento de Engenharia de Telecomunicações e controle. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo – USP, São Paulo, Brasil.

[49] Garcia, J.P. **Estudio numérico y experimental del flujo compresible estacionario en uniones de conductos.** Universidad Politécnica de Cartagena, Departamento de Ingeniería Térmica y de Fluidos, Murcia, Espana, 2006.

[50] Garcia, J.P., Rojas, E.S., Grau, J.H., Viedma, A. **Numerical and experimental investigations on internal compressible flow at T-type junctions.** Experimental Thermal and Fluid Science 31, p. 61-74, 2006.

[51] GASNET – **O site do gás natural**, 2011 (www.gasnet.com.br).

[52] Gjerde, J.D., **Transient flow in gas transport.** Master of Science in Product Design and Manufacturing, Norwegian University of Science and Technology, Norway, 2011.

[53] Graft, F.L. **Using ground-penetrating radar to pinpoint pipeline leaks.** Materials Performance, v.29, n.4, p.27-29, 1990.

[54] Greyvenstein, G.P. **An implicit method for the analysis of transient flows in pipe networks.** International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 53, 1127-1143, 2002.

H

[55] Han, S.M. **A generalized implicit finite difference method for transient analysis of compressible and incompressible fluid flows.** ASME, Fluids Engineering Division, FED, Vol. 04, 17-21, 1983.

[56] Hofsten, K. **Model based dynamic control and optimization of gas networks.** Doctoral Thesis, Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norway, 2001.

[57] Hoffmann, K.A., Chiang, S.T. **Computational fluid dynamics.** Engineering Education System, Wichita, USA, 2000. ISBN 0-9623731-0-9.

[58] Hou, Q., Jiao, W. **Improved FDS analysis for the atmospheric impact of natural gas leakage and diffusion.** Journal of Computational Information Systems 7:13, 4702-4709, 2011.

I

[59] Isehunwa, S.O., Adesuyi, E. **An analytical model for predicting partial blockage in natural gas pipelines.** European Journal of Scientific Research. ISSN 1450-215X Vol. 70, n.4 (2012), pp. 533-538.

J

[60] Jenicek, T., Sterba, J. **Transient model based leak detection system.** 19th Int. Gas Union World Gas Conference, p.100-102, 1994.

K

[61] Kalechman, M. **Practical Matlab basics for engineers, CRC Press.** ISBN 978-1-4200-4774-5.

[62] Kay, W.B. **Density of hydrocarbon gas and vapors at high temperature and pressure.** Industrial Engineering Chemistry, vol. 28, 1936.

[63] Kim, Y. I. **Advanced numerical and experimental transient modeling of water and gas pipeline flows incorporating distributed and local effects.**

Doctoral Thesis, School of civil, environmental and mining engineering. University of Adelaide, Australia, 2010.

[64] Kiuchi, T. **An implicit method for transient gas flows in pipe networks.**

International Journal of Heat and Fluid Flow, Vol. 15 (5), 378-383, 1994.

[65] Kumar, N. **Compressibility factors for natural and sour reservoir gases by correlations and cubic equations of state.** Master's thesis in petroleum engineering. Faculty of Texas Tech University, EUA, 2004.

L

[66] Lax, P.D. 14 - **Hyperbolic partial differential equations.** Courant Institute of Mathematical Sciences - American Mathematical Society. New York University, New York, ISBN 978-0-8218-3576-0, 2006.

[67] Lurie, M.V. **Modeling of oil product and gas pipeline transportation.** Wiley-Blackwell. ISBN 978-3-527-40833-7, 2008.

M

[68] Macias, I.B. **Detecção de vazamentos em tubulações transportando gás.** Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia Química da Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP, Campinas, SP, Brasil, 2004.

[69] Mahgerefteh, H., Denton, G., Rykov, Y. **A hybrid multiphase flow model.** AIChE Journal, 54(9), 2008.

[70] Mahood, H.B., Rasheed, F.L., Abbas, A.K. **Analytical and numerical investigation of transient gas blow down.** Modern Applied Science, Vol. 5, n.5, October 2011.

[71] Martins, J.C., Febbo, M., Júnior, P.S. **Sistema sônico de detecção e localização de vazamentos.** Revista TN Petróleo Nº 59, Abril de 2008.

[72] Martins, J.C. **Metodologia de caracterização da propriedade acústica em tubulações de transporte de fluidos bifásicos gás-líquido.** Tese de Doutorado, Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo – USP, São Carlos, SP, Brasil, 2011.

[73] Martinz-Romero, N., et al. **Natural gas network optimization and sensibility analysis.** SPE International Petroleum Conference and Exhibition in Mexico, 2002.

[74] Mckee, R. J. **Monitoring pipeline operation parameters for ruptura detection.** ASME Petroleo Div. Fa. Workshop Pipeline & Leak Detection Seminar, p. 19-27, 1988.

[75] Mohitpour M., Golshan A.M., Murray A. **Pipeline design and construction – A practical approach - 3ª ed.** ASME Press, pages – 57-97, 2007.

[76] Murphy, R.E., Dean, P.D. **What we do to improve pipeline leak and rupture detection.** Annu. Pipeline Simulation Group, p.1-12, 1984.

N

[77] Neto, J.P.P. **Modelagem dinâmica em redes de escoamento compressível para aplicações à detecção de vazamentos em tempo real.** Boletim Técnico PETROBRAS, 45(2), Rio de Janeiro, Brasil, 2002.

[78] Nicholas, R. E. **Pipeline leak detection: how much is feasible?** Oil & Gas Environment Safety, p.441-459, 1989.

[79] Nieckele, A.O., Pires, L.F.G., Ortega, A.J., **Uma alternativa para a simulação numérica de escoamento térmico transiente de gás em redes de dutos.** 8º Congresso Iberoamericano de Engenharia Mecânica, Cusco, out-2007.

O

[80] Och, S.H. **Modelos físico e matemático para o estudo dos processos de admissão e exaustão em um motor monocilíndrico,** Dissertação de Mestrado, PUCPR, Curitiba, PR, Brasil, 2009.

[81] Osiadacz, A.J. **Diferent transient models – limitations, advantages and disadvantages,** 28th Annual Meeting PSIG, 23-25 Oct, San Francisco, California, 1996.

P

[82] Payri, F., Corberán J. M., Boada F. **Modifications to the method of characteristics for the analysis of the gas exchange process in internal**

combustion engines. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, 200(D4): 259-266, 1986.

[83] Peixoto, J., Gama, M. **Tabelas gerais** – Química Física, 2005/2006.

[84] Pérez-García, J., Rojas, E.S., Viedma, A. **New coefficient to characterize energy losses in compressible flow at T-junctions.** Applied Mathematical Modelling, Vol. 34, 4289-4305, 2010.

[85] Perotti, M. **Speed-up of the DFEM code for unsteady gas dynamics in pipes.** International Journal of Mechanical Science, Vol. 41, 793-813, 1999.

[86] Pringle, C.S. **The pipeline monitor: an overview of software based leak detection** - ASME Petroleum Div. Fa. Workshop Pipeline & Leak Detection Seminar, p. 55-60, 1988.

R

[87] Rabah, A.A., Mohamed, S.A. **A new three parameter cubic equation of state.** Transactions C: Chemistry and Chemical Engineering. Vol. 17, n^o.2. Sharif University of Technology, 2010.

[88] REN – **Redes Energéticas Nacionais**, Portugal, 2007 (www.ren.pt).

[89] Rios-Mercado, R.Z., et al. **A reduction technique for natural gas transmission network optimization problems**, 2001.

[90] Rodrigues, S. **Estudo do comportamento de soluções de equações diferenciais parciais parabólicas usando o método das características.** Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Paraná – UFPR, Curitiba, PR, Brasil, 2010.

[91] Rodriguez, G.H. **Multiobjective optimization of natural gas transportation networks.** Doctoral Thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, Toulouse, France, 2011.

S

[92] Sadovnychiy, S., Bulgakov, I., Valdez, J. **System for remote detection of pipeline leakage.** In: Spe Latin American and Caribbean Petroleum Engineering Conference. SPE 94958, Rio de Janeiro, RJ, 2005.

[93] Sanaye, S., Mahmoudimehr, J. **Technical assessment of isothermal and non-isothermal modelings of natural gas pipeline operational**

conditions. Oil&Gas Science and Technology. Vol. 67 (2012), n.3, pp.435-449.

[94] Sandberg, C., Holmes, J., Mccoy, K. and Ekoppitsch, H. **The application of a continuous leak detection system to pipeline and associated equipment.** IEEE – Transactions on Industry Applications, v.25, n.5, p. 906-909, 1989.

[95] Santos, F.O. **Simulação de escoamentos transientes em dutos de transporte de líquidos.** Tese de Doutorado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo – USP, São Carlos, Brasil, 2010.

[96] Santos, M. A. F. **Estudo do comportamento dinâmico da rede nacional de transporte de gás natural.** Dissertação de Mestrado, Universidade Técnica de Lisboa do Instituto Superior Técnico – IST, Lisboa, Portugal, 2010.

[97] Scucuglia, J. W. **Sistema de controle de escoamento de gás natural em dutos de distribuição com detecção de vazamentos utilizando redes neurais.** Tese de Doutorado, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira da Universidade Estadual Paulista – UNESP, Ilha Solteira, SP, 2006.

[98] Silva, R.H., Lima, V.L. **Avaliação das principais técnicas de detecção de vazamentos em gasodutos enterrados.** Monografia do Curso de Especialização em Engenharia de Gás da Escola Politécnica da Universidade Federal da Bahia – UFBA, Salvador, BA, 2006.

[99] Soumelidis, M.I., Johnston, D.N., Edge, K.A., Tilley, D.G. **A comparative study of modelling techniques for laminar flow transients in hydraulic pipelines.** Proceedings of the 6th JFPS International Symposium on Fluid Power, Tsukuba. November 7-10, 2005.

[100] Sousa, E. O. **Detecção de vazamentos em tubulações através de método acústico e da análise de transientes de pressão.** Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia Química da Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP, Campinas, SP, Brasil, 2007.

T

[101] Tabkhi, F. **Optimisation de Réseaux de Transport de Gaz.** These de Doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse – INP, Toulouse, FR, 2007 (em inglês).

[102] TBG – **Transportadora Brasileira Gasoduto Bolívia-Brasil**, Rio de Janeiro, 2010 (www.tbq.com.br).

[103] Tian, S., Adewumi, M.A., **Development of analytical design equation for gas pipelines**. SPE Production & Facilities, p. 100-106, 1994.

V

[104] **Valdes Engineering Company**, EUA, 2011 (www.valdeseng.com).

[105] Van Deen, J.K., Reintsema, S.R. **Modelling of high pressure gas transmission lines**. App. Math. Modelling, 7, nº 4, 1983.

[106] Van Reet, J. D., Skogman, K. D. **The effect of measurement uncertainty on real time pipeline modeling applications**. ASME Pipeline Engineering Symposium, p.29-33, 1987.

[107] Van Wilen. **Fundamentos da Termodinâmica, 7ª Edição**. Editora Blucher, 2009.

[108] Velásquez, J.A.A. **Simulação dos processos e análise exergetica do motor de ciclo diesel**. Tese de Doutorado, Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP, Campinas – SP, Brasil, 1993.

[109] Verde, C. **Multi-leak detection and isolation in fluid pipelines**. Control Engineering Practice, v.9, p. 673-682, 2001.

W

[110] Wang, X.J., et al. **Leak detection in pipelines using the damping of fluid transients**. Journal of Hydraulic Engineering, vol. 128 (7), 697-711, 2002.

[111] Watanabe, K., Himmelblau, D.M. **Detection and location of a leak in a gas transport pipeline by a new acoustic method**. AIChE Journal, v.32, p.1690-1701, 1986.

[112] Wike, A. **Liquid pipelines can use many varieties of SCADA – based leak detection systems**. Pipeline & Gas Journal, v.213, n.6, 1986.

[113] Wood, S. **Modeling of pipeline transients: modified method of characteristics**. Master of Science in Mechanical Engineering, Florida International University, Miami, Florida, EUA, 2011.

Y

[114] Yow, W. **Numerical error on natural gas transient calculations.** Journal of Basic Engineering. Transaction of ASME, June, 1972.

Z

[115] Zhang, J. **Statistical pipeline leak detection for all operating conditions.** Pipeline & Gas Journal Online, Fev 2001.

[116] Zhou, J., et al. **Simulation of transient flow in natural gas pipelines,** 27th Annual Meeting PSIG, 18-20 Oct, Albuquerque, New Mexico, 1995.

Apêndice A

Parâmetros de fluxo

A.1 – Introdução

Neste apêndice apresentam-se a discussão e os valores correspondentes a determinados parâmetros de fluxo utilizados nas equações gerais anteriormente apresentadas. Apresenta-se também características específicas associadas às redes de distribuição de gás natural da **COMPAGAS**, permitindo-se assim que o leitor tenha um melhor entendimento acerca dos valores numéricos utilizados no trabalho.

A.2 – Número de Reynolds

Em 1883, um professor britânico chamado *Osborne Reynolds* utilizou um dispositivo experimental que evidenciou a existência de dois regimes de fluxo distintos. Tal dispositivo consistiu de um reservatório de vidro contendo água e tinta, conectado a um trecho reto de tubulação e com uma válvula na sua extremidade, conforme ilustração esquemática da figura A.1.

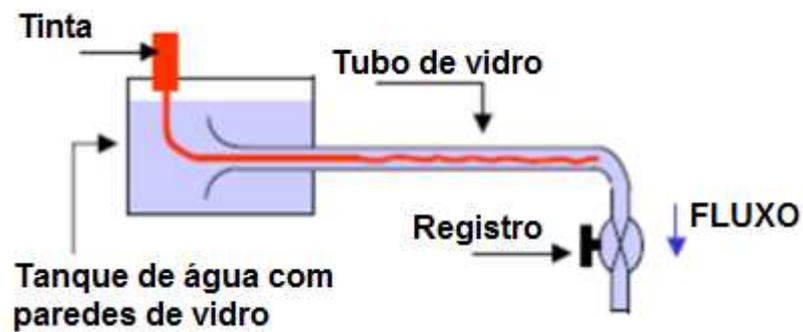


Figura A.1 – Dispositivo similar ao adotado por *Reynolds* em sua experiência

A presença da tinta teve por objetivo principal a criação de um filamento colorido na direção do fluxo. Com a abertura gradativa da válvula observou-se, inicialmente, um filamento estreito e paralelo ao eixo do tubo (fluxo laminar), passando por um filamento totalmente ondulado (condição transitória) e finalmente pela ruptura do referido filamento devido às oscilações localizadas (fluxo turbulento). A figura A.2 ilustra, também de forma esquemática, essa transição:

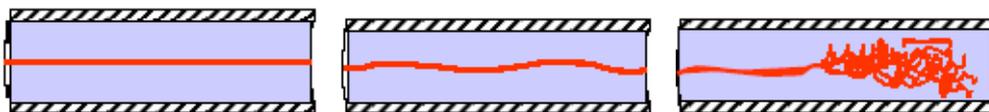


Figura A.2 – Passagem dos fluxos laminar para turbulento com a respectiva abertura da válvula

Reynolds generalizou os resultados do seu experimento com a introdução de um termo adimensional designado *número de Reynolds* – Re - o qual tem por objetivo caracterizar o tipo de escoamento correspondente a uma determinada situação operacional, quando certo fluido escoar ao longo de uma tubulação. O referido parâmetro corresponde, na realidade, a uma relação entre as forças de inércia e as forças viscosas do fluido, sendo ainda dependente de propriedades específicas do próprio fluido como densidade (ρ) e viscosidade dinâmica (μ), bem como, de propriedades específicas de operação – como

velocidade média do fluxo e diâmetro interno da tubulação. Matematicamente, tem-se:

$$Re = \frac{\rho v D}{\mu} \quad (\text{A.1})$$

com a viscosidade dinâmica do fluido, em *Pa. s*, nessas circunstâncias.

Conceitualmente, considera-se que números de *Reynolds* inferiores a 2000-2300 correspondem a regimes de escoamento caracterizados como laminares, ou seja, fluxos com predominância de forças viscosas, enquanto que números de *Reynolds* superiores a 4000 correspondem a regimes de escoamento caracterizados como turbulentos, ou seja, fluxos com predominância de forças de inércia. Fluxos com número de *Reynolds* intermediários – entre 2300 e 4000 – correspondem, evidentemente, à condição de transição entre esses dois regimes principais.

A.3 – A experiência de Nikurase

O atrito interno em tubos depende de dois fatores adimensionais distintos: o número de *Reynolds* e a rugosidade relativa do tubo (ε/D). Entenda-se por rugosidade relativa, a razão entre os tamanhos das protuberâncias das rugosidades nas paredes dos tubos e o seu diâmetro interno. Matematicamente, pode-se considerar:

$$f = f\left(Re, \frac{\varepsilon}{D}\right) \quad (\text{A.2})$$

Visando avaliar o efeito da rugosidade relativa de dutos, *Nikurase* realizou em 1933 uma experiência colando grãos de areia de tamanho uniforme na parede interna de tubos lisos de vidro, visando determinar a relação do fator de atrito sob condições específicas da relação (ε/D). Como resultado dessa experiência, obteve-se um gráfico similar ao indicado na figura A.3:

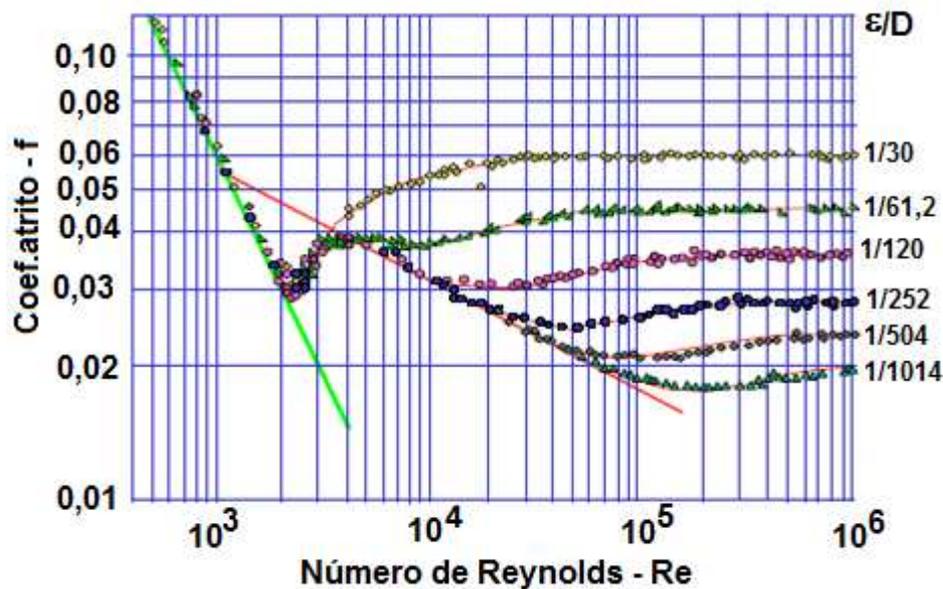


Figura A.3 – Resultados experimentais obtidos por *Nikurase*

Os resultados obtidos por *Nikurase* não puderam, entretanto, ser diretamente aplicados aos problemas gerais envolvendo tubos comerciais, dado o fato destes apresentarem configurações de rugosidade totalmente diferenciadas das rugosidades artificiais obtidas experimentalmente. Por esse motivo, posteriormente em 1939 e 1944, *Colebrook & White* e *Moody*, respectivamente, estudaram a aplicação da experiência de *Nikurase* em tubos comerciais, propondo com isso equações semi-empíricas complementares para a identificação do coeficiente de atrito em dutos, conforme se encontra discutido na seqüência.

A.4 – Regimes de escoamento nas redes de distribuição da COMPAGAS

Pela equação (A.1) pode-se concluir que os menores números de *Reynolds* ocorrerão em situações operacionais nas quais a massa específica do fluido, a velocidade de fluxo e o diâmetro da tubulação apresentem os menores valores possíveis, combinados com uma viscosidade dinâmica que seja a maior possível. Nessas circunstâncias, trabalhando-se com uma combinação desses parâmetros associados a seus valores numéricos correspondentes, tornou-se possível identificar, para fins de comparação apenas, os tipos de escoamento presentes na grande maioria das situações operacionais das redes de distribuição da **COMPAGAS**. Os valores encontram-se descritos na tabela A.1.

Tabela A.1 – Números de *Reynolds* correspondentes a determinadas situações operacionais da **COMPAGAS**

p (bar)	ρ (kg/m³)	Z	v (m/s)	D (m)	μ (Pa.s)	Re
4	3,036	0,9934	1,0	$51,4 \times 10^{-3}$	$1,1051 \times 10^{-5}$	14120
7	5,33	0,9900	1,0	$101,5 \times 10^{-3}$	$1,1273 \times 10^{-5}$	47995
17	13,095	0,9787	1,0	$158,7 \times 10^{-3}$	$1,2060 \times 10^{-5}$	172320
35	27,53	0,9584	1,0	$209,5 \times 10^{-3}$	$1,3673 \times 10^{-5}$	421860

sendo que: a) os valores definidos para a massa específica do gás foram obtidos a partir da equação (3.47); b) os valores definidos para o fator de compressibilidade foram obtidos a partir da equação (3.56.a); c) a velocidade adotada de 1,0 m/s corresponde a um valor relativamente comum nas malhas de distribuição consideradas; d) os diâmetros propostos correspondem aos menores diâmetros disponíveis, em PEAD e aço carbono, nas suas respectivas faixas de pressão; e e) os valores definidos para a viscosidade dinâmica foram obtidos a partir da equação (A.12).

Observa-se assim que, conforme ocorre com a maioria esmagadora dos casos de escoamentos de gás natural, os regimes de escoamento presentes são predominantemente turbulentos ($Re > 4000$), para o qual se pode ainda considerar uma subdivisão em duas situações distintas: (a) escoamento parcialmente turbulento (escoamento em tubos hidraulicamente lisos) e (b) escoamento inteiramente turbulento (escoamento em tubos rugosos), conforme detalhamento específico do próximo item.

A.5 – Escoamentos turbulentos e coeficientes de atrito

Os escoamentos classificados como parcialmente turbulentos correspondem a situações em que a espessura da subcamada laminar é superior à rugosidade absoluta da parede do tubo, cobrindo assim a superfície interior do duto e ocasionando uma condição de perda de carga independente da rugosidade interna (Coelho et al., 2007). Das várias alternativas disponíveis para a determinação do

coeficiente de atrito correspondente, propõem-se para o caso do gás natural a equação semi-empírica de *Prandtl-von Kármán*, ou seja:

$$\frac{1}{\sqrt{f_{Fan}}} = 4 \log_{10} (Re \sqrt{f_{Fan}}) - 0.6 \quad (\text{A.3})$$

ou, alternativamente:

$$\frac{1}{\sqrt{f_D}} = -2 \log_{10} \left(\frac{2.825}{Re \sqrt{f_D}} \right) \quad (\text{A.4})$$

sendo: f_{Fan} = coeficiente de atrito de *Fanning*

f_D = coeficiente de atrito de *Darcy* ($f_{Fan} \cong f_D/4$)

Com o aumento do número de *Reynolds* ocorre a diminuição da subcamada laminar, ocasionando uma transição no regime de escoamento e, conseqüentemente, a passagem para o regime totalmente turbulento. Nessas circunstâncias o coeficiente de atrito passa a ser totalmente dependente da rugosidade absoluta da tubulação e independente do número de *Reynolds*. A equação de *Nikurase* corresponde a uma boa alternativa para a referida situação:

$$\frac{1}{\sqrt{f_{Fan}}} = 4 \log_{10} \left(3.7 \frac{D}{\varepsilon} \right) \quad (\text{A.5})$$

ou, alternativamente:

$$\frac{1}{\sqrt{f_D}} = -2 \log_{10} \left(\frac{\varepsilon/D}{3.7} \right) \quad (\text{A.6})$$

sendo: ε = rugosidade absoluta (mm)

(ε/D) = rugosidade relativa

- a rugosidade absoluta de diversos materiais distintos pode ser facilmente encontrada em bibliografias específicas. Para o caso específico de tubulações de

aço carbono e PEAD, Coelho (2007) propõem os valores de 0,0191mm para redes de aço carbono e 0,007mm para redes de PEAD.

A.6 – Número de Reynolds crítico

O número de *Reynolds* crítico corresponde a um valor numérico através do qual se dá a mudança abrupta entre os regimes de escoamento parcialmente turbulento para totalmente turbulento. Segundo Coelho (2007), torna-se possível traçar uma curva que delimita as regiões entre esses dois regimes, conforme ilustra esquematicamente a figura A.4.

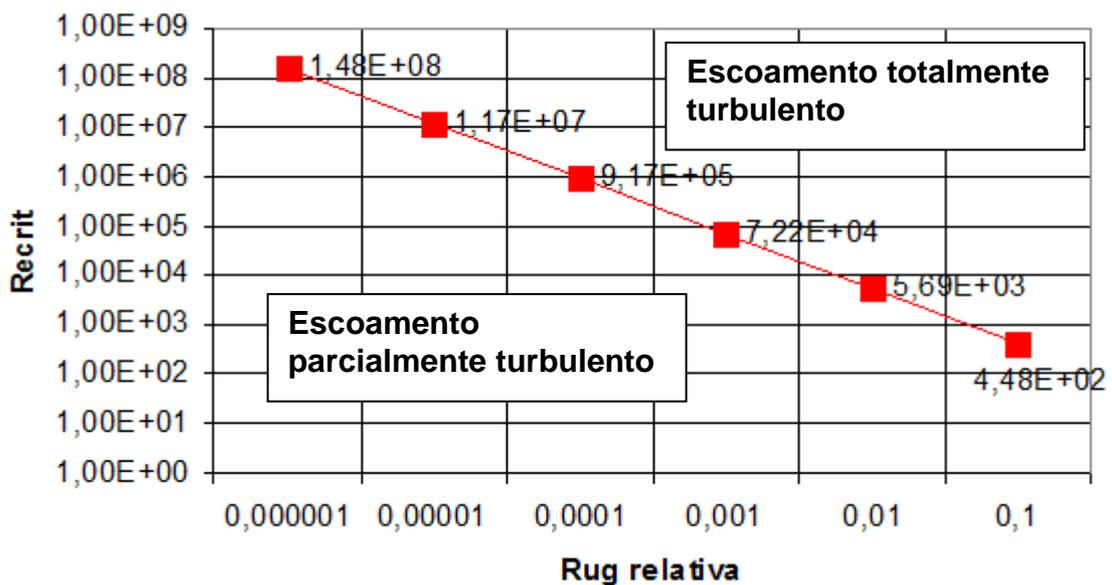


Figura A.4 – Transição de regimes em escoamentos turbulentos

cuja expressão matemática pode ser aproximada por:

$$Re_{crit} = 35.235(\varepsilon/D)^{-1.1039} \tag{A.7}$$

A região inferior à curva correspondente a uma combinação de valores que caracterizam o regime de escoamento parcialmente turbulento, enquanto que a região superior à curva, ao regime de escoamento totalmente turbulento. Observar que a passagem de um regime de escoamento para o outro ocorre de forma abrupta, não havendo assim uma região de transição bem definida. Face ao

exposto, alguns autores recomendam a utilização da equação de *Colebrook-White* para situações nas quais se tenha uma proximidade com a curva correspondente a essa mudança abrupta. Assim, considerando-se apenas o coeficiente de atrito de *Darcy*, tem-se:

$$\frac{1}{\sqrt{f_D}} = -2 \log_{10} \left(\frac{\varepsilon/D}{3.7} + \frac{2.825}{Re \sqrt{f_D}} \right) \quad (\text{A.8})$$

De forma resumida, pode-se enfim considerar:

- $Re < Re_{crit}$ – equação de *Prantl-von Kármán* (regime parcialmente turbulento);
- $Re \cong Re_{crit}$ – equação de *Colebrook-White* (região de transição); e
- $Re > Re_{crit}$ – equação de *Nikurase* (regime totalmente turbulento).

Os valores correspondentes aos números de *Reynolds* críticos para as redes de distribuição da **COMPAGAS** estão relacionados na tabela A.2, tomando-se por referência os valores de rugosidade absoluta anteriormente descritos e alguns diâmetros internos correspondentes disponíveis.

Tabela A.2 – Números de *Reynolds* críticos correspondentes a alguns diâmetros adotados para as redes de distribuição da **COMPAGAS**

Material	Diâmetro nominal	ε (mm)	Re_{crit}
Aço carbono	2"	0,0191	220508
Aço carbono	4"	0,0191	456540
Aço carbono	6"	0,0191	747753
Aço carbono	8"	0,0191	1016007
Aço carbono	10"	0,0191	1291170
PEAD	63mm	0,007	652383
PEAD	90mm	0,007	969654
PEAD	125mm	0,007	1393168
PEAD	160mm	0,007	1829338

A.7 – Velocidades de fluxo

Durante o dimensionamento de uma determinada rede de distribuição de gás natural atenção especial deve ser dada aos valores obtidos para as velocidades de fluxo correspondentes, visto existirem limites a serem observados objetivando-se a não ocorrência de problemas operacionais futuros. Velocidades de fluxo muito elevadas (normalmente acima de 25m/s) poderão vir a ocasionar problemas de vibração e ruído nas tubulações correspondentes, enquanto que velocidades muito baixas (inferiores a 0,2m/s) poderão acarretar problemas em termos de eventuais sedimentações de impurezas sobre as paredes internas das tubulações.

Da mesma forma, deve-se também estar atento aos demais parâmetros totalmente dependentes da velocidade de fluxo, tais como o número de *Reynolds* e o coeficiente de atrito, por exemplo, discutidos anteriormente.

Para determinação – ou verificação – da velocidade de fluxo em determinado duto pressurizado, torna-se ainda necessário uma correção deste parâmetro para as condições operacionais do sistema. Assim, partindo-se da condição que a vazão mássica (*kg/s*) mantém-se constante, pode-se escrever:

$$Q_v \rho = Q_n \rho_n \quad (\text{A.9.a})$$

$$Q_v = \frac{Q_n \rho_n}{\rho} \quad (\text{A.9.b})$$

resultando, através da equação da vazão ($Q_v = vA$) em:

$$v = \frac{Q_n \rho_n}{\rho} \frac{1}{A} \quad (\text{A.10.a})$$

ou ainda:

$$v = \frac{Q_n}{A} \frac{p_n}{p} \frac{T}{T_n} Z \quad (\text{A.10.b})$$

sendo: Q_n , p_n e T_n correspondentes à vazão, pressão e temperatura nas condições de referência, com - $p_n = 0,101325MPa$ e $T_n = 273,15K$.

A.8 – Viscosidade dinâmica do gás natural

O movimento de um fluido *Newtoniano* pode ser caracterizado pela deformação contínua do mesmo quando submetido a uma tensão cisalhante. Considerando-se o movimento de um fluido desta natureza, entre duas placas paralelas (mantendo-se uma fixa), mediante a aplicação de uma força externa, pode-se observar uma distribuição linear de velocidades conforme esquematizado na figura A.5.

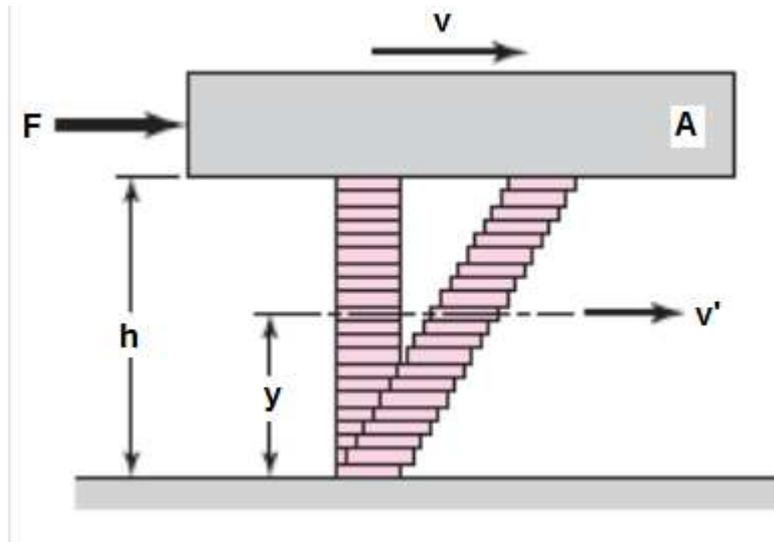


Figura A.5 – Distribuição de velocidades entre placas paralelas
(Budynas, 2008 - adaptada)

Para tal, a tensão de cisalhamento deste fluido será proporcional a sua taxa de deformação angular, ou seja:

$$\tau_W = \frac{F}{A} = \mu \frac{dv}{dy} \quad (\text{A.11})$$

sendo que a constante de proporcionalidade presente corresponde à viscosidade absoluta do fluido – μ - a qual, para o caso dos gases, também é crescente com a

pressão e decrescente com a temperatura, conforme ocorre com os líquidos em geral.

Diversos procedimentos para determinação da viscosidade dinâmica do gás natural encontram-se disponíveis, sendo a equação empírica da *API-PROJECT 65* uma alternativa bastante viável, dado o fato desta apresentar uma precisão bastante razoável com certa facilidade matemática. Matematicamente a mesma corresponde a:

$$\mu = 10^{-4} \left[\frac{(10.425 + 0.244d)T^{1.5}}{68.02 + 208.4d + T} \right] e^{(X\rho Y)} \quad (\text{A.12})$$

sendo d a densidade do fluido, correspondente à relação entre a massa molar do gás e a massa molar do ar (M/M_{ar}), e X, Y dois fatores empíricos distintos, os quais estão correlacionados pelas relações:

$$X = 2.576 + \frac{1063.58}{T} + 0.276d \quad (\text{A.13})$$

$$Y = 1.108 + 0.0404X \quad (\text{A.14})$$

Essas equações consideram a massa específica do fluido em (g/cm^3), a temperatura absoluta em (*Kelvin*) e a viscosidade dinâmica correspondente em *centi – Poise*. Para o caso do gás natural distribuído pela **COMPAGAS**, a densidade encontra-se na ordem de 0,634.

Apêndice B

Desenhos da rede experimental

B.1 – Introdução

Serve o presente anexo para inclusão dos desenhos técnicos correspondentes ao aparato experimental construído para simulação dos casos experimentais propostos. Ao longo do capítulo 6 apresentaram-se isométricos ilustrativos de determinadas situações da rede experimental, objetivando-se uma visualização rápida acerca de trechos específicos da referida instalação. Tais isométricos não trazem, porém, uma maior riqueza de detalhes técnicos e dimensionais, motivo pelo qual se optou pela inclusão do referido anexo.

Tem-se assim, desenhos específicos referentes a(o):

- rede experimental para utilização com o fluido de teste ar comprimido;
- rede experimental para utilização com o fluido de teste gás natural; e
- vaso de vaso de pressão (acumulação) utilizado nos ensaios preliminares.

B.2 – Rede experimental com ar comprimido

NOTA: esse desenho está incluído na página 224 da cópia impressa da tese realizada na PUCPR.

B.3 – Vaso de pressão

NOTA: esse desenho está incluído na página 225 da cópia impressa da tese realizada na PUCPR.

B.4 – Rede experimental com gás natural

NOTA: esse desenho está incluído na página 226 da cópia impressa da tese realizada na PUCPR.