

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO PARANÁ**

**JACQUELINE TERRE DE SOUZA**

**MÉTODOS PARA IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS MODAIS UTILIZANDO  
SOMENTE OS DADOS DE SAÍDA**

**CURITIBA**

**2017**

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO PARANÁ**

**JACQUELINE TERRE DE SOUZA**

**MÉTODOS PARA IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS MODAIS UTILIZANDO  
SOMENTE OS DADOS DE SAÍDA**

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Escola Politécnica, Pontifícia Universidade Católica do Paraná.

**Orientador: Prof. Dr Nilson Barbieri**

**CURITIBA**

**2017**

Dados da Catalogação na Publicação  
Pontifícia Universidade Católica do Paraná  
Sistema Integrado de Bibliotecas – SIBI/PUCPR  
Biblioteca Central  
Edilene de Oliveira dos Santos CRB - 9/1636

S729m Souza, Jacqueline Terre de  
2017 Métodos para identificação de parâmetros modais utilizando somente os  
dados de saída / Jacqueline Terre de Souza ; orientador: Nilson Barbieri.  
-- 2017  
[98] f. : il. ; 30 cm

Dissertação (mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Paraná,  
Curitiba, 2017  
Bibliografia: f. [96-98]

1. Engenharia mecânica. 2. Análise modal. 3. Estimativa de parâmetros.  
I. Barbieri, Nilson. II. Pontifícia Universidade Católica do Paraná.  
III. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. IV. Título.

CDD 20. ed. – 620.1

## TERMO DE APROVAÇÃO

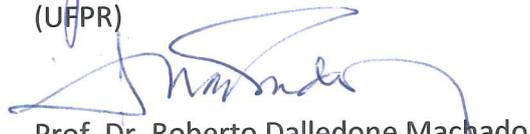
Jacqueline Terre de Souza

### Métodos para Identificação de Parâmetros Modais Utilizando Somente os Dados de Saída

Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre no Curso de Mestrado em Engenharia Mecânica, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, da Escola Politécnica da Pontifícia Universidade Católica do Paraná, pela seguinte banca examinadora:

  
Prof. Dr. Renato Barbieri  
(UDESC-FEJ)

  
Prof. Dr. João Morais da Silva Neto  
(UFPR)

  
Prof. Dr. Roberto Dalledone Machado  
(UFPR)

  
Prof. Dr. Nilson Barbieri  
(PUCPR), Orientador



Curitiba, 30 de maio de 2017

Dedico esse trabalho à minha mãe que sempre me apoiou em todas as minhas decisões e me deu força para continuar sempre que pensei em desistir.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço, primeiramente, à Deus, por me proporcionar a possibilidade de fazer esse mestrado.

À minha mãe, por todo o apoio recebido e por toda paciência dedicada, pois não foi fácil lidar com a distância. E por acreditar em mim mais até do que eu mesma.

Ao meu orientador, professor Dr. Nilson Barbieri, por disponibilizar o seu tempo para me ajudar e paciência nas horas em que eu tive dificuldade.

Ao professor Key Lima por todo apoio e conversas.

À Jane, pelos sermões quando necessário e por estar sempre disposta a ajudar.

Aos meus colegas, pois sempre me incentivaram a continuar, por explicarem conteúdos que eu não tinha entendido e sempre me animarem quando eu estava decepcionada comigo mesma.

A todos os professores que compartilharam o seu conhecimento e tiveram uma participação importante nesse trabalho.

Ao Mannala, Mayara, Hugo e Shimada por disponibilizarem os resultados dos seus experimentos para análise.

A todos os que estiveram ao meu lado, dando um ombro amigo, quando passei por momentos difíceis.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

“Palavras são nossa fonte inesgotável de magia, capazes de causar grandes sofrimentos e também de remediá-los.”

J. K. Rowling

## RESUMO

A análise modal é atualmente uma ferramenta importante na análise dinâmica de estruturas e sistemas mecânicos. Devido à necessidade de alcançar estimativas mais precisas das propriedades dinâmicas da estrutura a análise modal tornou-se cada vez mais necessária. Neste trabalho utilizaram-se procedimentos de análise modal operacional (OMA, do inglês, *Operational Modal Analysis*) que é feita considerando a influência de forças externas desconhecidas, enquanto a análise modal experimental (EMA, do inglês, *Experimental Modal Analysis*) é desenvolvida em laboratório, com todas as cargas de entrada controladas. A OMA utiliza sinais que podem estar no domínio do tempo ou no domínio da frequência e, dependendo da origem do sinal, diferentes métodos para a identificação dos parâmetros modais são utilizados. Os parâmetros modais são: frequência natural, fator de amortecimento e modos de vibrar. Neste trabalho foram utilizados dois métodos no domínio do tempo: SSI-Cov e SSI-Data; e um no domínio da frequência: *Peak Peaking*. Os resultados foram comparados com o método convencional de análise modal RFP (do inglês, *Rational Fraction Polynomial*). Os dados foram obtidos a partir de três sistemas: cabo de linha de transmissão, viga livre-livre e corpo injetor. Para cada sistema foram aplicados os três métodos analisados e os resultados foram comparados com resultados obtidos através do método convencional. Os dois métodos no domínio do tempo apresentaram resultados satisfatórios para a frequência natural e modos de vibrar, mas apresentaram pequenas variações em relação ao fator de amortecimento. O método no domínio da frequência não apresentou bons resultados.

**Palavras-chave:** Análise Modal. Parâmetros Modais. Métodos de Identificação. OMA.

## ABSTRACT

The modal analysis is currently an important tool on dynamic analysis of structures and mechanical systems. Due to necessity to achieve more accurate estimates of structural dynamic properties, the modal analysis became each time more necessary. In this work were used procedures of Operational Modal Analysis (OMA), which is done considering the influences of external forces in the observed system, while the Experimental Modal Analysis (EMA) is developed in laboratory, with all input loads being controlled. The OMA catches signals that can be on time domain or frequency domain and, depending of the signal origin, different modal parameters identification methods are used. The modal parameters are: resonance frequency, damping ratio and modal shapes. In this work were used two methods on time domain: SSI-Cov and SSI-Data; and one on the frequency domain: Peak Peaking. The results were compared with conventional modal analysis methods as RFP (Rational Fraction Polynomial). The data were obtained from three systems: Transmission lines cable, free-free beam and gun body. To each system, the three analyzed methods were applied and, then, compared with the conventional method. The two applied time domain methods presented satisfactory results to resonance frequency e modal shapes, bus they presented a little variation about damping ratio. The frequency domain method did not present good results

**Key-words:** Modal Analysis. Modal Parameters. Identification Methods. OMA.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Bancada de ensaios de cabos condutores com Stockbridge acoplado.....	48
Figura 2: Bancada de ensaios de cabos condutores.....	48
Figura 3: Bancada de ensaios de cabos condutores com carga suspensa.....	50
Figura 4: Aceleração (sensor na posição 3L/8) .....	50
Figura 5: Força aplicada pelo martelo de impacto.....	51
Figura 6: Curvas da Função Resposta em Frequência para cinco acelerômetros. ....	51
Figura 7: Curvas da Função Resposta em Frequência para cinco acelerômetros em torno da primeira frequência natural.....	52
Figura 8: Diagrama de estabilização das frequências naturais .....	53
Figura 9: Fator de amortecimento .....	53
Figura 10: Diagrama de estabilização das frequências naturais. ....	54
Figura 11: Fator de amortecimento .....	54
Figura 12: Diagrama de estabilização das frequências naturais .....	55
Figura 13: Diagrama de estabilização das frequências naturais .....	56
Figura 14: Fator de amortecimento .....	56
Figura 15: Diagrama de estabilização das frequências naturais .....	57
Figura 16: Fator de amortecimento .....	58
Figura 17: Diagrama de estabilização das frequências naturais .....	58
Figura 18: Diagrama de estabilização das frequências naturais. ....	59
Figura 19: Fator de amortecimento .....	60
Figura 20: Diagrama de estabilização das frequências naturais .....	60
Figura 21: Fator de amortecimento .....	61
Figura 22: Diagrama de estabilização das frequências naturais .....	61
Figura 23: Diagrama de estabilização das frequências naturais .....	62
Figura 24: Fator de amortecimento .....	62
Figura 25: Diagrama de estabilização das frequências naturais .....	63
Figura 26: Fator de amortecimento .....	63
Figura 27: Diagrama de estabilização das frequências naturais .....	64
Figura 28: Primeiro modo de vibrar .....	65
Figura 29: Segundo modo de vibrar .....	66
Figura 30: Terceiro modo de vibrar .....	66

Figura 31: Quarto modo de vibrar .....	66
Figura 32: Quinto modo de vibrar .....	67
Figura 33: Primeiro modo de vibrar .....	68
Figura 34: Segundo modo de vibrar .....	68
Figura 35: Terceiro modo de vibrar .....	69
Figura 36: Quarto modo de vibrar .....	69
Figura 37: Quinto modo de vibrar .....	69
Figura 38: Localização dos acelerômetros sobre a amostra de viga .....	70
Figura 39: Força aplicada pelo martelo de impacto .....	71
Figura 40: Aceleração .....	71
Figura 41: Diagrama de estabilização das frequências naturais .....	72
Figura 42: Fator de amortecimento .....	72
Figura 43: Diagrama de estabilização das frequências naturais .....	73
Figura 44: Fator de amortecimento .....	73
Figura 45: Diagrama de estabilização das frequências naturais .....	74
Figura 46: Diagrama de estabilização das frequências naturais .....	75
Figura 47: Fator de amortecimento .....	75
Figura 48: Diagrama de estabilização das frequências naturais .....	75
Figura 49: Fator de amortecimento .....	76
Figura 50: Diagrama de estabilização das frequências naturais .....	76
Figura 51: Primeiro modo de vibrar (sistema sem danos) .....	77
Figura 52: Segundo modo de vibrar (sistema sem danos) .....	78
Figura 53: Terceiro modo de vibrar (sistema sem danos) .....	78
Figura 54: Quarto modo de vibrar (sistema sem danos) .....	78
Figura 55: Primeiro modo de vibrar (sistema com dano) .....	79
Figura 56: Segundo modo de vibrar (sistema com dano) .....	80
Figura 57: Terceiro modo de vibrar (sistema com dano) .....	80
Figura 58: Quarto modo de vibrar (sistema com dano) .....	80
Figura 59: Corpo do injetor .....	81
Figura 60: Corpo injetor, acelerômetro e microfone .....	82
Figura 61: Força obtida pelo martelo de impacto .....	83
Figura 62: Aceleração (acelerômetro) .....	83
Figura 63: Pressão (microfone) .....	84
Figura 64: Diagrama de estabilização das frequências naturais .....	84

Figura 65: Fator de amortecimento .....	85
Figura 66: Diagrama de estabilização das frequências naturais .....	85
Figura 67: Fator de amortecimento .....	86
Figura 68: Diagrama de estabilização das frequências naturais .....	86
Figura 69: Fator de amortecimento .....	87
Figura 70: Diagrama de estabilização das frequências naturais .....	87
Figura 71: Fator de amortecimento .....	88

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Sensores e martelo utilizados nos ensaios. ....	49
Tabela 2: Parâmetros modais (excitação com martelo de impacto).....	65
Tabela 3: Parâmetros modais (massa suspensa) .....	67
Tabela 4: Sensibilidade dos acelerômetros utilizados .....	70
Tabela 5: Parâmetros modais (sistema sem danos) .....	77
Tabela 6: Parâmetros modais (sistema com dano) .....	79
Tabela 7: Parâmetros modais (acelerômetro) .....	88
Tabela 8: Parâmetros modais (microfone) .....	89

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CPSD	Densidade Espectral de Potência Cruzada
DFT	Transformada discreta de Fourier
EMA	Análise Modal Experimental
FFT	Transformada Rápida de Fourier
FRF	Função de Resposta em Frequência
OMA	Análise Modal Operacional
PP	Seleção de Picos
PSD	Densidade Espectral de Potência
SDOF	Um Grau de Liberdade
SSI	Identificação Estocástica em Subespaço
SSI-Cov	SSI dirigido pela Covariância
SSI-Data	SSI dirigido pelos dados
SVD	Decomposição de Valor Singular

## LISTA DE SÍMBOLOS

$[C]$ : matriz de amortecimento;

$[\Sigma_1]$ : matriz diagonal;

$f$ : frequência;

$[f(t)]$ : vetor de forças externas;

$F(\omega)$ : transformada de Fourier de saída;

$H(\omega)$ : função de resposta em frequência;

$i$ : unidade imaginária;

$K$ : seções da série temporal;

$[K]$ : matriz de rigidez;

$M$ : número de amostras;

$[M]$ : matriz de massa;

$n$ : ordem do sistema;

$n_{max}$ : ordem máxima do sistema;

$N$ : número total de medições;

$p_k$ : periodograma de Welch;

$p(t)$ : coordenada modal;

$[R_i]$ : matriz de correlação;

$[R_y]$ : matriz correlação para o método PP;

$R_y$ : função de correlação;

$R_{xy}$ : função de correlação cruzada;

$R_p(\tau)$ : função modal de auto-correlação;

$[S]$ : matriz diagonal;

$S_y(\omega)$ : densidade espectral de potência;

$S_{xy}(\omega)$ : densidade espectral de potência cruzada;

$S_y(\omega)$ : PSD para a coordenada modal;

$t$ : tempo;

$T$ : período de amostragem;

$[T_i]$ : matriz Toeplitz;

$[U_1]$ : matriz unitária;

$[V_1]$ : matriz unitária;

$\omega$ : frequência de carga;

$[\Phi]$ : vetor modal;

$y_k$ : transformada discreta de Fourier;

$[y(t)]$ : vetor de deslocamento;

$[\dot{y}(t)]$ : vetor de velocidade;

$[\ddot{y}(t)]$ : vetor de aceleração;

$Y(\omega)$ : transformada de Fourier de entrada;

$Y(\omega)^H$ : transformada de Fourier Hermitiana.

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>16</b>
1.1	OBJETIVOS	17
1.1.1	Objetivo geral	17
1.1.2	Objetivos específicos	17
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>18</b>
2.1	ANÁLISE MODAL	19
2.1.1	Análise Modal Experimental	20
2.1.2	Análise Modal Operacional	21
2.2	EQUAÇÃO DO MOVIMENTO DE SISTEMAS DISCRETIZADOS	24
2.3	TRANSFORMADA DE FOURIER	26
2.4	ESPECTRO	27
2.4.1	Densidade espectral de potência	27
2.4.2	Densidade espectral de potência cruzada	28
2.5	FUNÇÃO DE RESPOSTA EM FREQUÊNCIA (FRF)	28
2.6	TIPOS DE DADOS DE BASE	29
2.6.1	Séries temporais de resposta	29
2.6.2	Estimativa de Covariância ou funções de correlação das séries temporais de resposta	29
2.6.3	Funções da densidade espectral das séries temporais de resposta	30
2.7	DECOMPOSIÇÃO DE VALOR SINGULAR	31
2.8	MÉTODO DE WELCH	32
2.9	MATRIZ TOEPLITZ	33
2.10	MATRIZ HANKEL	33
2.11	DIAGRAMA DE ESTABILIZAÇÃO	34
<b>3</b>	<b>MÉTODOS DE IDENTIFICAÇÃO MODAL ESTOCÁSTICA</b>	<b>35</b>
3.1	MÉTODOS NO DOMÍNIO DO TEMPO	36
3.1.1	SSI-COV	37
3.1.2	SSI-DATA	40
3.2	MÉTODOS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA	43
3.2.1	Seleção de picos (PP)	44
<b>4</b>	<b>RESULTADOS</b>	<b>47</b>

4.1	CABO DE LINHA DE TRANSMISSÃO.....	47
4.1.1	Ensaio com o Martelo de Impacto.....	50
4.1.2	Ensaio com a massa suspensa .....	59
4.2	VIGA LIVRE-LIVRE.....	70
4.2.1	Sistema sem danos.....	72
4.2.2	Sistema com dano .....	74
4.3	CORPO DO INJETOR .....	81
4.3.1	Método SSICov .....	84
4.3.2	Método SSIData.....	86
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES.....</b>	<b>90</b>
<b>6</b>	<b>SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....</b>	<b>92</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>93</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Com o passar do tempo a análise de estruturas tornou-se cada vez mais necessária, pois aumentaram-se as exigências com relação à segurança e ao tempo de vida útil dos sistemas mecânicos. A análise dinâmica através de dados vibracionais experimentais é uma ferramenta útil para a identificação das propriedades modais. Portanto, para a análise desses sistemas, o desenvolvimento de métodos mais simples e rápidos faz-se necessário.

A medição de um sistema é realizada através de sensores, como acelerômetros e microfones e os sinais obtidos são, então, analisados com o auxílio de programas para análise de sinais e/ou desenvolvimento de programas computacionais específicos.

Nos casos conhecidos como determinísticos, ou seja, aqueles experimentos realizados em laboratórios, os dados de entrada são previamente conhecidos e permanecem inalterados com o passar do tempo. Conhecendo-se e controlando-se os sinais de entrada do sistema os resultados das análises dinâmicas são mais precisos.

Contudo, é necessário ter em vista que nos sistemas práticos, existem muitas outras entradas, como as do meio ambiente, que não podem ser controladas, nem medidas. Nesses casos em que não é possível obter os dados de entrada com exatidão, utiliza-se a abordagem estocástica.

Na realização estocástica são feitos ensaios de medição de vibrações ambientais, onde as forças de excitação são variáveis, não sendo possível medi-las de uma forma determinística. Portanto, para efeitos de uma identificação modal, é necessário assumir uma hipótese quanto às suas características, usando os dados de saída para a obtenção dos parâmetros modais.

Os parâmetros modais são: frequência natural, fator de amortecimento e modos de vibrar. Os métodos convencionais de identificação de parâmetros objetivam estimar as propriedades estruturais de um sistema pelo estudo dos dados de saída de uma medição experimental e dos dados de entrada (excitação) do mesmo.

Portanto, o grande desafio é desenvolver métodos que façam o caminho inverso do atual, ou seja, utilizar apenas os dados de resposta do sistema para obter os parâmetros modais. Neste trabalho serão utilizados métodos de análise modal, já desenvolvidos, para analisar o comportamento dinâmico de diferentes sistemas mecânicos. Após a obtenção das respostas, os dados modais serão comparados com um método convencional de análise modal.

## 1.1 OBJETIVOS

### 1.1.1 Objetivo geral

Utilizar métodos para a identificação dos parâmetros modais somente com dados experimentais da resposta do sistema (Análise Modal Operacional – OMA, do inglês, *Operational Modal Analysis*) para diferentes sistemas mecânicos e validação dos resultados através da comparação de resultados obtidos com análise modal convencional (RFP, do inglês, *Rational Fraction Polynomial*).

### 1.1.2 Objetivos específicos

- Obtenção de dados experimentais de três sistemas diferentes: cabo em balanço, viga livre-livre e corpo injetor.
- Utilização de 3 diferentes métodos da OMA, dois métodos no domínio do tempo (SSI-Cov e SSI-Data) e um método no domínio da frequência (PP), e um método de análise modal convencional (RFP).
- Comparação dos parâmetros modais entre os métodos OMA e RFP.
- Avaliação de eficiência de cada método comparado ao método RFP.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O monitoramento da saúde estrutural de estrutura civil tornou-se cada vez mais popular devido aos avanços tecnológicos e desenvolvimento nos sensores e sistemas de aquisição de dados, bem como desenvolvimentos significantes nas técnicas de identificação de sistemas robustos. (YUN *et al.*, 2011)

A identificação de um sistema pode ser descrita, em termos gerais, como a construção de um modelo dinâmico com base em medições experimentais. No contexto de estruturas de engenharia vibratória, o sistema refere-se às estruturas, como edifícios e pontes, e a maioria das identificações envolve a determinação dos parâmetros modais. Os parâmetros modais são computados a partir de um modelo de sistema identificado, então um bom método de identificação influencia a qualidade e a quantidade de parâmetros modais que podem ser estimados. Isto explica o aumento de interesse em métodos de identificação de sistema mais precisos para a análise modal. (CARA *et al.*, 2012)

De acordo com Simensen (2013), métodos para identificação de sistemas têm o objetivo de estimar as propriedades estruturais de um sistema através das medições experimentais da saída. Na prática, a análise modal baseia-se na suposição que o comportamento dinâmico de qualquer sistema pode ser expresso em termos de características modais.

A análise modal pode ser classificada como:

- Análise Modal Experimental (Convencional);
- Análise Modal Operacional.

A distinção entre a análise operacional e a experimental está nos requisitos dos dados de entrada (Simensen, 2013). Enquanto a análise modal experimental requer que o carregamento de entrada seja conhecido, ou pelo menos estimado, a técnica de análise modal operacional requer somente medições da resposta.

As técnicas tradicionais de identificação que extraem os parâmetros modais dependem dos dados de entrada e saída as quais são denominadas análise modal experimental. A estrutura é excitada por uma ou mais forças medidas, a resposta da estrutura é gravada e os parâmetros modais da estrutura são identificados a partir dos

dados de entrada e saída. Entretanto, estes métodos experimentais não são adequados para muitas estruturas de engenharia civil (estação espacial, avião, ponte, plataformas em alto mar, etc.), porque é frequentemente pouco prático e muito caro usar excitação artificial como shakers ou massas suspensas por causa do seu tamanho, massa e/ou consumo de energia. Por esta razão, alguns algoritmos de extração dos parâmetros modais são feitos a partir apenas dos dados da resposta estrutural, os quais são chamados de análise modal operacional. Durante as últimas décadas, estes algoritmos têm sido profundamente investigados, pois possuem algumas vantagens: evitam alguns danos na estrutura, as medições podem ser realizadas sob condições operacionais sem interromper o trabalho da estrutura e assim por diante. (ZHANG *et al.*, 2012)

Desde que a ordem do sistema estrutural na vida real não é conhecida, o número de polos adotados é, normalmente, definido de duas a dez vezes o número de modos reais no alcance da frequência de interesse. Portanto, poderia criar um maior número de modos que o número de modos fisicamente verdadeiros. (YUN *et al.*, 2011)

## 2.1 ANÁLISE MODAL

A análise modal, de acordo com González (2007), é uma técnica utilizada para obter as propriedades modais de uma estrutura. Essas propriedades, conhecidas como parâmetros modais, são estimadas a partir da medição das funções de resposta em frequência (FRF). Os parâmetros modais mais importantes são:

- Frequência natural (não amortecida) e frequência amortecida: São frequências nas quais o sistema tende a vibrar na amplitude máxima.
- Modos de vibrar: É uma relação entre as amplitudes dos graus de liberdade.
- Fator de amortecimento: É uma taxa de amortecimento presente no sistema, está relacionada com o amortecimento crítico. Depende do modelo adotado.

Essa análise, segundo Wang *et al.* (2016), tem sido largamente aplicada na solução de problemas vibracionais, otimização de projetos estruturais, atualização de modelos e monitoramento da integridade estrutural no aeroespço, engenharia civil e

mecânica. Com base nas técnicas de teste vibracional, uma larga variedade de algoritmos por processamento de sinal e análise de dados é apresentada.

Convencionalmente, um teste é conduzido com alguns dispositivos de excitação especial, como *shakers* (excitadores eletrodinâmicos) ou martelos de impacto, os quais exercem forças de excitação no sistema analisado. A força de excitação e a resposta resultante são, simultaneamente, gravadas por vários transdutores e sistemas de aquisição de dados. Geralmente, para obter os parâmetros modais, função de resposta em frequência ou funções de resposta por impulso são estimadas a partir do histórico de tempo das entradas e saídas. De acordo com Ewins DJ. (2009), conforme citado por Wang *et al.* (2016), devido à necessidade de um ambiente livre de ruídos e equipamentos complexos de excitação artificial, alguns experimentos podem ser realizados somente em laboratório. Assim, a análise modal que faz uso dos dados, tanto de entrada quanto de saída, é chamada de Análise Modal Experimental.

### 2.1.1 Análise Modal Experimental

Essa análise, que será tratada nesse trabalho pela sigla EMA (do inglês, *Experimental Modal Analysis*), identifica a resposta dinâmica a partir das medições da força aplicada e da resposta vibracional. De acordo com Schanke (2015), este é um clássico método de entrada e saída, onde a entrada precisa ser aplicada, controlada e medida. Da mesma maneira, os dados de saída (resposta vibracional) também precisam ser medidos.

Conforme Ghalishooyan e Shooshtari (2015), o método EMA estima os parâmetros modais das estruturas com base no conhecimento artificial da força de entrada e respostas de saída gravadas. A força de entrada é aplicada na estrutura por *shakers* (excitadores eletrodinâmicos) ou martelos de impacto e as respostas de saída são geralmente medidas por sensores, acelerômetros e microfones. Conseqüentemente, essa técnica é executada em condições laboratoriais e instrumentos experimentais e sinal de dados processando algoritmos têm um papel fundamental na estimação de parâmetros modais.

### 2.1.2 Análise Modal Operacional

Também conhecida como Análise modal do ambiente, será referida nesse trabalho pela sigla OMA (do inglês, *Operational Modal Analysis*), e tem como objetivo a identificação das propriedades modais de uma estrutura usando somente dados de saída vibracionais sob condições ambiente.

De acordo com Ghalishoonyan e Shooshtari (2015), os primeiros estudos sobre OMA foram estabelecidos em 1990. Os algoritmos estimam os parâmetros dinâmicos das estruturas tendo como base somente as respostas de saída. Segundo Simensen (2013), outra razão para a escolha da aplicação do OMA é que ela não interfere no uso operacional de uma estrutura e as cargas de entrada não precisam ser conhecidas.

Conforme Tcherniak *et al.* (2010), a análise modal operacional é um dos mais novos representantes dos métodos de análise modal. Essa técnica tem o objetivo de obter os parâmetros modais caracterizados pela dinâmica da estrutura ou sistema com base somente no conhecimento da resposta da estrutura para várias excitações do ambiente, os quais não são medidos.

De acordo com Au (2016), a excitação de entrada não é medida (frequentemente não é prático fazer essa medição), mas assume-se ser “banda larga aleatória”. Então, as características estatísticas de resposta de medição refletem primeiramente as propriedades dos modos de vibrar em vez da excitação. Alta economia e viabilidade na coleta de dados são as maiores vantagens.

Segundo Ghalishooyan e Shooshtari (2015), as equações básicas do algoritmo OMA são matematicamente similares às equações do método EMA e muitas técnicas do OMA são extensões do algoritmo EMA. De acordo com o domínio de implementação, os métodos de OMA podem ser classificados em abordagens no domínio do tempo e no domínio da frequência.

A OMA capta os dados medidos na forma de sinal. Segundo Rainieri (2014), conforme Schanke (2015), um sinal é uma quantidade física variando com relação a uma ou mais variáveis independentes e associadas a uma informação de interesse. O sinal pode estar em diferentes domínios (tempo ou frequência) e pode ser convertido de um para o outro. Um sistema converte um sinal de entrada em um sinal

de saída. Encontrando a resposta de um sistema conhecido, o dado de entrada é conhecido como problema progressivo. Enquanto um problema inverso é onde a saída é conhecida, mas as entradas ou características do sistema são desconhecidas.

Uma vez que as entradas não são controladas pelo OMA algumas hipóteses precisam ser feitas. Ruído é um sinal indesejado sobreposto a um sinal de interesse. Conforme Rainieri (2014, apud Schanke, 2015), se uma estrutura é excitada por um ruído branco, uma distribuição Gaussiana, valor estatisticamente independente com um espectro de entrada constante, então todos os modos são igualmente excitados e os espectros de saída contém toda a informação sobre a estrutura.

Entretanto, segundo Schanke (2015), as cargas ocorrendo naturalmente (vento, tráfego, etc.) são incontroláveis e imensuráveis e é provável que ocorram ruídos durante a medição. Sendo assim, no OMA supõe-se que a estrutura é excitada por forças desconhecidas, as quais são as saídas de excitação do sistema carregadas por ruído branco.

De acordo com Simensen (2013), as suposições feitas quando usa-se OMA são:

- Linear: Há uma constante de ligação entre a entrada e a correspondente saída;
- Estacionário: As características modais do sistema não mudam com o tempo;
- Observabilidade: Sensores estão localizados de modo que seja possível extrair os modos de interesse da estrutura. É importante evitar colocar os sensores nos pontos nodais e ter um número adequado de sensores.

Essas hipóteses são aplicáveis somente em sistemas lineares.

Segundo Nita *et al.* (2017), o sucesso de qualquer análise modal operacional depende da habilidade de estimar precisamente os parâmetros modais a partir de um conjunto somente de dados de saída no domínio do tempo sem o conhecimento quantitativo sobre as forças de entrada. Conseqüentemente, espera-se que a resposta natural dos sistemas excitados, registrada pelos sensores de resposta, consista de uma superposição linear de vibrações de vários modos de vibrar misturados com um ruído de fundo com distribuição normal.

De acordo com Ghalishooyan e Shooshtari (2015), técnicas de OMA baseadas na análise de resposta no tempo ou funções de correlação são referentes aos métodos no domínio do tempo. Técnicas no domínio da frequência para os propósitos da OMA não são muito populares devido aos problemas de condicionamento numérico. Por outro lado, métodos no domínio do tempo são geralmente mais adequados para tratar dados com ruído.

Duas desvantagens da clássica análise modal operacional, segundo Reynders e Roeck (2007), são que os fatores de dimensionamento dos modos de vibrar não podem ser determinados e o número de modos que pode ser identificado é geralmente bastante baixo porque o conteúdo da frequência de excitação do ambiente tende a ser banda estreita.

#### *2.1.2.1 Aplicações Práticas*

Este método foi usado por Caetano *et al.* (2007) para fazer a análise do viaduto Millau, que é uma grande ponte rodoviária de cabos que atravessa o vale do Rio Tarn próxima a Millau no sul da França.

Magalhães *et al.* (2008), utilizou esta análise na cobertura suspensa por cabos do Estádio de Esportes Municipal de Braga, em Portugal.

Lardies e Minh-Ngi (2011) apresentaram testes realizados na ponte de Jinma, que liga Guangzhou a Zhaoqing, na China. É uma ponte estaiada sustentada por 112 cabos.

Nguyen *et al.* (2013), fez testes em uma barra de concreto de uma antiga ponte construída entre 1953 e 1955, a qual cruzava o Rio Moser entre Luxemburgo e Alemanha.

Schanke (2015), realizou estudos utilizando esta análise na Ponte Hardanger, na Noruega, que conecta Ulvik a Bu. É uma ponte suspensa de 1310 metros de extensão e largura de 70 metros.

## 2.2 EQUAÇÃO DO MOVIMENTO DE SISTEMAS DISCRETIZADOS

De acordo com Wang *et al.* (2017), a característica dinâmica de um sistema linear é uma propriedade intrínseca, a qual reflete a relação linear entre as entradas e saídas de um sistema. Para uma estrutura de engenharia comum é usualmente considerado como amortecimento viscoso estrutural proporcional.

Tipicamente, na prática da engenharia estrutural, o modelo do amortecimento viscoso é o mais utilizado pelo fato de levar à formulação de uma equação do movimento linear. O amortecimento viscoso é o que fornece um modelo matemático mais simples, no qual se assume a força de amortecimento como diretamente proporcional à velocidade. Porém, nos sistemas oscilatórios reais, mesmo quando o amortecimento real é mais complexo que este, ainda assim é possível recair na simplicidade do modelo de amortecimento viscoso, introduzindo a ideia de um amortecimento viscoso equivalente. (Carvalho, 2002)

Segundo Rodrigues (2004), o comportamento dinâmico de sistemas estruturais, discretizados em  $n$  graus de liberdade sujeitos à ação de forças externas  $f(t)$ , pode ser expresso através da seguinte equação diferencial parcial de 2º ordem, escrita na forma matricial:

$$[M][\ddot{y}(t)] + [C][\dot{y}(t)] + [K][y(t)] = [f(t)] \quad (1)$$

em que:  $[M]$ ,  $[C]$  e  $[K]$  são matrizes de ordem  $n \times n$  conhecidas por matriz de massa, de amortecimento e de rigidez, respectivamente;

$y(t)$  ( $n \times 1$ ) é o vetor com os deslocamentos segundo os  $n$  graus de liberdade;

$\dot{y}(t)$  e  $\ddot{y}(t)$  ( $n \times 1$ ) são os vetores de velocidades e acelerações;

$f(t)$  ( $n \times 1$ ) é o vetor de forças externas.

## Equações de estado de espaço

Um Sistema vibracional pode ser representado por um modelo estado de espaço estocástico no tempo discreto dado por

$$x_{t+1} = A * x_t + B * u_t + w_t \quad (2)$$

$$y_t = C * x_t + D * u_t + v_t \quad (3)$$

Onde  $t$  indica o instante de tempo, de um número total  $N$ , medido com tempo de amostragem constante  $\Delta t$ ;  $y_t \in \mathbb{R}^{n_o}$  é a medição do vetor de saída;  $u_t \in \mathbb{R}^{n_i}$  é a medição do vetor de entrada;  $x_t \in \mathbb{R}^{n_s}$  é o vetor de estado;  $n_o$ ,  $n_i$  e  $n_s$  são números de saídas, entradas e a ordem do vetor de estado, respectivamente.  $A \in \mathbb{R}^{n_s \times n_s}$  é a transição da matriz de estado descrevendo a dinâmica do sistema;  $B \in \mathbb{R}^{n_s \times n_i}$  é a matriz de entrada;  $C \in \mathbb{R}^{n_o \times n_s}$  é a matriz de saída, a qual está descrevendo como o estado interno é transferido para as medições de saída  $y_t$ ;  $D \in \mathbb{R}^{n_o \times n_i}$  é a matriz de transmissão direta. Os vetores de ruído compreendem um vetor de sinais imensuráveis;  $w_t \in \mathbb{R}^{n_s}$  é o processador de ruído devido aos distúrbios e discrepâncias de modelagem, enquanto  $v_t \in \mathbb{R}^{n_o}$  é o ruído medido devido ao sensor impreciso. Ambos supõem-se ser zero, sequência de ruído branco com matriz de covariância  $Q$  e  $R$ , respectivamente. (CARA *et al.*, 2012)

No caso de teste em vibração ambiente, somente as respostas da estrutura são medidas, enquanto a sequência de entrada  $u_t$  permanece imensurável. Portanto, a equação 1 e 2 resultam em um sistema puramente estocástico:

$$x_{t+1} = A * x_t + w_t \quad (4)$$

$$y_t = C * x_t + v_t \quad (5)$$

Entretanto, suposições de ruído branco desses termos de ruído não podem ser omitidos e se a entrada contém também alguns componentes da frequência dominante além do ruído branco, estes componentes da frequência não podem ser

separados das frequências naturais do sistema e eles aparecerão como polos da matriz de estado  $A$ . (CARA *et al.*, 2012)

### 2.3 TRANSFORMADA DE FOURIER

De acordo com Rainieri (2014, apud Schanke, 2015), um sinal  $y(t)$  pode ser descrito como sendo a soma de sinais harmônicos. A transformada de Fourier é usada para dividir o sinal em componentes harmônicos. Desta forma, o sinal no domínio do tempo pode ser convertido para um sinal no domínio da frequência  $Y(\omega)$ . Para um sinal não periódico,  $y(t)$  a transformada de Fourier é obtida por:

$$Y(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} y(t)e^{-i2\pi ft} dt \quad (6)$$

E a inversa da transformada de Fourier é:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} Y(\omega)e^{i2\pi ft} d\omega \quad (7)$$

Segundo Newland (1996, apud Schanke, 2015), apud, em aplicações práticas as medições são feitas em um período de amostragem limitada,  $T$ , e, portanto, é necessário aplicar a transformada discreta de Fourier ao invés da transformada contínua de Fourier, a qual produz:

$$Y_k = \frac{1}{N} \sum_{r=0}^{N-1} y_r e^{-i2\pi \frac{kr}{N}} \quad (8)$$

$$y_r = \sum_{k=0}^{N-1} Y_k e^{i2\pi \frac{kr}{N}} \quad (9)$$

onde  $N$  é o número total de medições  $N = T\Delta t$ . As  $N$  medições em espaços de tempo  $\Delta t$  igualmente espaçados são numeradas  $r = 0, 1, 2, \dots, N - 1$ , e os valores da frequência são numeradas  $k = 0, 1, 2, \dots, N - 1$ . Como consequência, uma Transformada Rápida de Fourier é desenvolvida.

## 2.4 ESPECTRO

### 2.4.1 Densidade espectral de potência

De acordo com Simensen (2013), a densidade espectral de potência (PSD, do inglês, *Power Spectral Density*) é usada para descrever como a frequência presente é distribuída em termos de potências ou magnitudes. Como a Transformada de Fourier é integrada de  $-\infty$  à  $+\infty$ , a densidade espectral de potência é obtida para valores positivos e negativos da frequência. Entretanto, as densidades espectrais são espelhadas sobre o eixo  $y$ , e então, para aplicações práticas, é mais comum considerar somente as frequências positivas.

Para um sinal estocástico  $y(t)$ , a função de correlação  $R_y$  é definida como:

$$R_y(\tau) = E[y(t)y(t + \tau)] \quad (10)$$

A PSD e a função de correlação são, respectivamente, uma transformada de Fourier:

$$S_y(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_y(\tau)e^{-i2\pi f\tau} d\tau \quad (11)$$

$$R_y(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_y(\omega)e^{-i2\pi f\tau} d\omega \quad (12)$$

Onde  $R_y(\tau)$  é uma função de correlação e  $f$  é a frequência em Hz.

De acordo com Schanke (2015), as densidades espectrais de potência são funções reais estimadas.

#### 2.4.2 Densidade espectral de potência cruzada

A densidade espectral de potência cruzada (CPSD, do inglês, *Cross Power Spectral Density*), faz uma representação de como a potência da covariância entre dois sinais é distribuído nas suas frequências. Para dois sinais estocásticos  $x(t)$  e  $y(t)$  a função de correlação cruzada  $R_{xy}$  é definida como:

$$R_{xy}(\tau) = E[x(t)y(t + \tau)] \quad (13)$$

A CPSD e a função de correlação cruzada estão relacionadas com uma transformada de Fourier:

$$S_{xy}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xy}(\tau)e^{-i2\pi f\tau} d\tau \quad (14)$$

$$R_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{xy}(\omega)e^{-i2\pi f\tau} d\omega \quad (15)$$

De acordo com Schanke (2015), as densidades espectrais de potência cruzada são funções complexas estimadas.

#### 2.5 FUNÇÃO DE RESPOSTA EM FREQUÊNCIA (FRF)

Representa a razão entre as transformadas de Fourier de saída e de entrada.

$$[H(\omega)] = \frac{[Y(\omega)]}{[F(\omega)]} \quad (16)$$

Em que:  $[Y(\omega)]$  é a transformada de Fourier de saída e  $[F(\omega)]$  é a transformada de Fourier de entrada.

## 2.6 TIPOS DE DADOS DE BASE

### 2.6.1 Séries temporais de resposta

Medições para aplicações de análise modal tipicamente contém alguma redundância. Desde que a resolução espacial dos modos de vibrar experimentais seja determinada pela posição e número de sensores, normalmente muitos sensores (principalmente acelerômetros) são usados em um experimento de análise modal. Teoricamente, se nenhum dos sensores é colocado em um nó de um modo, todos os sinais carregam a mesma informação nas frequências naturais e fator de amortecimento. Para diminuir a redundância, alguns sinais são parcialmente omitidos no processo de identificação, direcionando para algoritmos que são mais rápidos e requerem menor memória do computador sem perder muita precisão. No final, os sensores omitidos são novamente incluídos no processo de modos de vibrar cheio. (PEETERS, 2000)

### 2.6.2 Estimativa de Covariância ou funções de correlação das séries temporais de resposta

Na realidade, um número finito  $N$  de dados está disponível e a covariância estimada é  $\hat{R}_i$  simplesmente obtido reduzindo o limite:

$$\hat{R}_i = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} y_{k-i} * y_k^T \quad (17)$$

Onde  $i$  é o número de linhas do bloco.

Em vez de computar a covariância estimada pela multiplicação e soma das amostras de tempo, uma implementação de alta velocidade da convolução na (17) é possível aplicando-se a FFT para o sinal do tempo, fazendo a multiplicação cruzada da transformada de Fourier e aplicando-se a inversa da FFT para os produtos cruzados. A inversa da FFT resulta na função estimada da covariância periódica. O erro de polarização devido a convolução circular é evitado preenchimento de zeros no sinal original. A desvantagem de usar as covariâncias como dados primários na identificação é que ela ajusta os dados. Isto pode afetar a precisão numérica. (PEETERS, 2000)

### 2.6.3 Funções da densidade espectral das séries temporais de resposta

De acordo com Rodrigues (2004), a maneira mais eficiente de avaliar as funções de densidade espectral da resposta de um sistema estrutural envolve a determinação das transformadas discretas de Fourier (DFT) dos sinais de resposta. Esta forma de efetuar o cálculo das funções de densidade espectral é devido a Welch (1967), sendo por isso também utilizada a designação de periodograma de Welch (Peeters, 2000) para referir as funções de densidade espectral assim determinadas.

Segundo Rodrigues (2004), os métodos em que se utilizam diretamente as séries temporais de resposta podem ser designados por métodos de uma fase; já os métodos que se baseiam na análise das funções de correlação ou na análise das funções de densidade espectral da resposta podem ser designados por métodos de duas fases, uma vez que envolvem uma primeira fase de avaliação das funções de correlação ou de avaliação das funções de densidade espectral e uma segunda fase de análise dessas funções com vista à identificação das características dinâmicas dos sistemas.

## 2.7 DECOMPOSIÇÃO DE VALOR SINGULAR

Segundo Jiang *et al.* (2015), a decomposição de valor singular (SVD, do inglês, *Single Value Decomposition*) é uma técnica não paramétrica que tem sido largamente utilizada na extração de recursos. O sinal monodimensional pode ser transformado em muitos tipos de matrizes, como a matriz Toeplitz e a matriz Hankel, que serão explicadas mais para frente.

A decomposição em valores singulares tem como objetivo a redução da dimensão dos dados, objetivando uma redução significativa no custo computacional. (Silva, 2011)

Conforme Demmel (1997, apud Rodrigues, 2011), várias são as aplicações computacionais atuais que envolvem o uso de matrizes. Por isso, o processo conhecido por decomposição ou fatoração de uma matriz, que consiste em representá-la por meio do produto de matrizes mais simples, é usado com intuito de facilitar a resolução de determinado problema.

De acordo com Simensen (2013), SVD é um algoritmo matemático usado em muitos métodos de análise da OMA. Este redefine a matriz  $A$  como uma combinação de três matrizes:

$$A = USV^* \tag{18}$$

Onde a matriz  $S$  é uma matriz diagonal real ou os valores singulares complexos ou os autovalores da matriz  $A$ .  $A$  é uma matriz real  $m \times n$  ou uma matriz complexa e, então,  $U$  será uma matriz real  $m \times m$  ou uma matriz complexa e  $V^*$  será uma matriz  $n \times n$  contendo a transposta conjugada ou a transposta de  $V$ . As colunas  $m$  de  $U$  conterão os vetores singulares esquerdos de  $A$  correspondente ao valor diagonal  $m^o$  de  $S$ , enquanto a coluna similar de  $V$  contém os vetores singulares direitos de  $A$ .

## 2.8 MÉTODO DE WELCH

O método de Welch, segundo Schanke (2015), é usado para estimar o PSD e o CPSD para cada canal de medição. É executado dividindo séries temporais em pequenas seções  $K$ . Então, o periodograma, estimativa da densidade espectral da seção, é calculado por:

$$p_k = \frac{1}{M} Y(\omega) Y(\omega)^H \quad (19)$$

Em que  $Y(\omega)$  é a transformada de Fourier de  $y(t)$  e  $Y(\omega)^H$  representa a matriz Hermitiana transposta de  $Y(\omega)$ .

No qual  $Y(\omega)$  é a FFT da série temporal da seção e  $M$  é o número de amostras na FFT.

Então, o PSD é dado como uma média dos periodogramas através do período:

$$S_y(\omega) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K p_k \quad (20)$$

Da mesma maneira, o CPSD pode ser calculado:

$$p_k = \frac{1}{M} X(\omega) Y(\omega)^H \quad (21)$$

$$S_{xy}(\omega) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K p_k \quad (22)$$

Se o sinal é periódico, o seccionamento da série temporal poderia ser dado igualmente ao comprimento de onda do sinal. Se não, a série temporal obterá uma descontinuidade em cada mudança de seção. Para um sinal não periódico será obtida essa descontinuidade não importando qual o comprimento escolhido para a seção. E, portanto, uma “função janela” é introduzida. É uma função matemática que tem valor zero fora do intervalo escolhido. Um registro de amostra  $x(t)$  pode ser representado como um registro ilimitado  $v(t)$  multiplicado por uma janela de tempo  $w(t)$ . (SCHANKE, 2015)

## 2.9 MATRIZ TOEPLITZ

Também conhecida como matriz de diagonais constantes, ela foi criada por Otto Toeplitz (1881-1940). É uma matriz onde cada diagonal descendente da esquerda para a direita tem um valor constante.

Uma matriz 4x4 ficaria da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & a_3 \\ a_4 & a_0 & a_1 & a_2 \\ a_5 & a_4 & a_0 & a_1 \\ a_6 & a_5 & a_4 & a_0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

## 2.10 MATRIZ HANKEL

Uma matriz de Hankel é uma matriz simétrica em que os elementos de cada anti-diagonal são iguais. De acordo com Rodrigues (2004), a grande aplicação das matrizes de Hankel por blocos é nos métodos de identificação em subespaços, onde essas matrizes desempenham um papel importante, tanto na situação de identificação determinística, como no caso da identificação estocástica.

$$\begin{bmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & a_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ a_3 & a_4 & a_5 & a_6 \end{bmatrix} \quad (24)$$

## 2.11 DIAGRAMA DE ESTABILIZAÇÃO

O diagrama de estabilização só pode ser construído quando os parâmetros modais são encontrados. De acordo com Rainieri (2014), conforme Schanke (2015), o objetivo do diagrama de estabilização é separar os parâmetros modais físicos dos matemáticos. Os polos matemáticos tendem a ser mais dispersos e, tipicamente, não estabilizados. Entretanto, modos físicos podem ser determinados a partir de um alinhamento dos polos estáveis. Para encontrar esses alinhamentos é necessário separar os polos estáveis dos polos instáveis. Isso está baseado na comparação dos polos associados a uma dada ordem do modelo com aquelas obtidas a partir de um modelo com ordem mais baixa.

As frequências naturais e os fatores de amortecimento dos polos das duas ordens são, então, comparados.

$$\frac{|f(n-1) - f(n)|}{f(n-1)} < x \quad (25)$$

$$\frac{|\zeta(n-1) - \zeta(n)|}{\zeta(n-1)} < y \quad (26)$$

Onde:

$x$  é o limite de frequência especificado pelo usuário;

e  $y$  é o limite para a taxa de amortecimento especificada pelo usuário.

Schanke (2015) explica ainda que, somente os polos que preenchem o critério de estabilização definido pelo usuário serão marcados como estáveis. O tamanho dos polos depende de uma série de fatores, entre eles, a complexidade da estrutura e a precisão das medições. Para a frequência natural os valores devem ter coincidência

satisfatória e uma baixa exigência de estabilidade deve ser usada. Contudo, para o fator de amortecimento, os valores podem variar mais. Especialmente para modos pouco amortecidos, onde a variação da porcentagem pode ser relativamente grande. O valor escolhido inicialmente deve ser relativamente baixo e, então, aumentar se necessário.

Tradicionalmente, os parâmetros modais são extraídos por uma série de ordem de modelo crescente até uma superestimação do sistema e os parâmetros obtidos em cada ordem são comparados com aqueles obtidos na ordem anterior em um diagrama de estabilização.

A ferramenta usada para polos numéricos distintos a partir de polos físicos é o diagrama de estabilização. O diagrama mostra os polos de um sistema em diferentes ordens do modelo. A frequência é plotada na abcissa e a ordem do modelo é plotada na ordenada de um diagrama de estabilização. Os polos que correspondem a uma ordem são comparados com os polos de um sistema de ordem menor. Polos físicos ocorrem na mesma frequência ao aumentar a ordem do modelo formando uma coluna vertical dos polos. Em outras palavras, eles tendem a estabilizar, por isso o termo “diagrama de estabilização”. Um engenheiro especializado seleciona um número desconhecido de polos em diferentes frequências. (Bakir, 2011)

### **3 MÉTODOS DE IDENTIFICAÇÃO MODAL ESTOCÁSTICA**

Identificar propriedades modais sem as informações de entrada é, teoricamente, mais complicado. Segundo Au (2016), resultados têm maiores variabilidade/incerteza e sensibilidade aos parâmetros algorítmicos quando comparados às suas contrapartes identificadas, como dados de vibração livre ou forçada (entrada conhecida). Métodos no domínio da frequência fazem uso de quantidades espectrais numa banda de frequência selecionada para, assim, identificar os modos de vibrar. Para fazer a identificação do modelo só é necessário considerar os modos dominantes das bandas e, portanto, podem ser consideravelmente simplificados. Para uma boa separação dos modos, a banda pode ser selecionada para cobrir somente o primeiro modo. Em geral, o número de modos de fechamento raramente excede três. A identificação de resultados é insensível para atividades em outras bandas porque seu dado espectral não entra no processo de cálculo. Este é um atrativo ao OMA desde

que os dados do ambiente contêm uma variedade de atividades em diferentes bandas, as quais são irrelevantes para identificar os modos de interesse ou dificuldade do modelo.

De acordo com Peeters (2000), a estimativa dos parâmetros modais é um tipo particular de identificação, e o termo estocástico significa que a estrutura é excitada por um número imensurável de forças de entrada e que somente as medições de saída estão disponíveis. Nesses métodos o conhecimento determinístico dos dados de entrada é substituído pela suposição de que os dados de entrada são uma realização de um processo estocástico (ruído branco).

Segundo Rodrigues (2004), pode-se considerar, fundamentalmente, dois grupos de métodos de identificação modal estocástica:

- Métodos não-paramétricos: compreendem os métodos de análise de sinal nos quais as séries de resposta, medidas em diferentes pontos dos sistemas estruturais, são analisadas e relacionadas entre si, tendo por base a sua transformação para o domínio da frequência, normalmente através do algoritmo da FFT. Estes métodos são, por isso, também designados por métodos no domínio da frequência.
- Métodos paramétricos: correspondem aos métodos de ajuste de modelos. Neste grupo de métodos são utilizadas diferentes técnicas para ajustar modelos, ou com base nas funções de correlação da resposta dos sistemas estruturais ou mesmo diretamente nas próprias séries temporais de resposta. Estes métodos são assim também designados por métodos no domínio do tempo.

### 3.1 MÉTODOS NO DOMÍNIO DO TEMPO

De acordo com Rodrigues (2004), nesses métodos são determinados os parâmetros de modelos que se consideram adequados para representar o comportamento dinâmico de sistemas estruturais, nomeados, modelos sob a forma da representação de estado de sistemas estocásticos discretos no tempo. Os parâmetros desses modelos são avaliados através de diferentes técnicas de ajuste, ou às funções de correlação da resposta dos sistemas estruturais ou mesmo

diretamente às próprias séries temporais de resposta. A identificação modal dos sistemas é, então, efetuada através da avaliação das características dinâmicas dos modelos ajustados.

Conforme Wang *et al.* (2016), o método SSI (do inglês, *Stochastic Subspace Identification*) é pensado para ser um dos mais efetivos algoritmos de identificação da análise modal operacional no domínio do tempo. Muitas ferramentas matemáticas avançadas, como a projeção ortogonal, decomposição ortogonal-triangular (QR), decomposição de valor singular (SVD) e a técnica dos mínimos quadrados, são empregadas ao algoritmo SSI. O SSI dirigido pela covariância exige a estimativa da matriz covariância em primeiro lugar e, o SSI dirigido pelos dados faz o uso direto dos dados de resposta estocástico para identificar os parâmetros modais.

A principal vantagem dos algoritmos baseados em dados, segundo Peeters (2000), é que eles não requerem nenhum processamento adicional em ordem de obter espectros ou covariâncias. Estes métodos identificam modelos diretamente dos sinais do tempo.

De acordo com Rodrigues (2004), em alguns métodos de identificação modal estocástica no domínio do tempo é conveniente organizar os registos de resposta, medidos experimentalmente, sob a forma de uma matriz de Hankel por blocos, designação esta que advém da maneira como os registos são dispostos nessa matriz.

### 3.1.1 SSI-COV

O método de Identificação Estocástica em Subespaço dirigido pela covariância (SSI-Cov, do inglês, *Covariance-Driven Stochastic Subspace Identification*), de acordo com Peeters (2000), soluciona o chamado problema de realização estocástica que consiste na identificação das matrizes da representação de estado de sistemas estocásticos no tempo discreto, ou seja, apenas com base na resposta dos sistemas.

Segundo Schanke (2015), é possível observar um sistema de ordem  $n$  somente se a chamada Matriz Observabilidade e a Matriz Controlabilidade são de ordem  $n$ . Entretanto, como a ordem do sistema geralmente é desconhecida, uma aproximação conservativa é superestimar a ordem do sistema. Esta ordem máxima superestimada,

$n_{max}$ , é usada como uma entrada para o problema e, portanto, algumas experiências são necessárias para escolher um valor apropriado. Se a ordem máxima escolhida for menor que a ordem correta do sistema, não será possível obter resultados corretos. Se, contudo, for suposto que esse valor é muito alto, serão obtidos muitos modos não físicos e será difícil de derivar aqueles modos que são os modos físicos reais corretos. Além do mais, o tempo computacional aumenta muito. Outra entrada exigida para o SSI-Cov é a Matriz de dados. Esta pode medir a deformação, velocidade ou aceleração com a influência de cargas ambientais. A Matriz de dados  $Y$  tem dimensões  $l * N$ , onde  $l$  é o número de canais de medição e  $N$  é o número de medições. O tempo entre cada medição é o espaço de tempo. A última entrada é a magnitude da linha do bloco.

O primeiro passo deste método é calcular as correlações de saída.  $[R_i]$  indica a estimativa imparcial da Matriz Correlação no atraso de tempo  $i$  com base em um finito número de dados:

$$[R_i] = \frac{1}{N - i} [Y_{(1:N-1)}][Y_{(i:N)}]^T \quad (27)$$

Em que:

$[Y_{(1:N-1)}]$  é a matriz de dados  $Y$  com a última linha do bloco  $i$  removida;

$[Y_{(i:N)}]^T$  é a Matriz de dados transposta com a primeira linha  $i$  removida.

Seguindo o procedimento padrão do método SSI-Cov, de acordo com Caetano *et al.* (2007), as matrizes de correlação calculadas em diferentes instantes de tempo são organizadas em uma matriz Toeplitz. Então, as matrizes do modelo espaço de estado são obtidas a partir das saídas da decomposição de valores singulares da matriz Toeplitz. Esta operação matemática é o passo crítico do método, pois a aplicação para uma matriz de ordem muito elevada pode levar a problemas de memória.

Entretanto, cada matriz  $[R_i]$  possui dimensões  $l * l$ . A correlação estimada para diferentes espaços de tempo são, então, coletados em uma matriz chamada Matriz Toeplitz.

$$[T_{1|i}] = \begin{bmatrix} [R_i] & [R_{i-1}] & \cdots & [R_1] \\ [R_{i+1}] & [R_i] & \cdots & [R_2] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [R_{2i-1}] & [R_{2i-2}] & \cdots & [R_i] \end{bmatrix} \quad (28)$$

A Matriz Toeplitz contém matrizes  $[R_i]$   $i \times i$  e, portanto, de dimensões  $li \times li$ . Para a identificação dos parâmetros modais de um sistema de ordem  $n$ , a matriz Toeplitz precisa ser  $n \times n$ . Portanto, necessita que para o número de linhas  $i$  do bloco:

$$li \geq n \quad (29)$$

Em que  $n$  é a ordem do sistema. Entretanto, a ordem do sistema, geralmente, é desconhecida necessitando de:

$$i_{min} = \frac{n_{max}}{l} \quad (30)$$

Para estruturas complexas, o número de linhas do bloco deverá ser maior que o critério mínimo para melhores resultados. A magnitude  $x$  depende do problema e deve ser escolhido como uma entrada pelo usuário:

$$i_{min} = x \frac{n_{max}}{l} \quad (31)$$

Resultando nas matrizes unitárias  $[U]$  e  $[V]$ , com dimensões  $li \times n$  e  $n \times li$ , respectivamente. E os valores singulares positivos (os quais são iguais à ordem) em ordem descendente na matriz diagonal  $[\Sigma]$ .

$$[T_{1|i}] = [U_1][\Sigma_1][V_1]^T \quad (32)$$

Durante este passo, o deslocamento da matriz Toeplitz também é calculado:

$$[T_{2|i+1}] = \begin{bmatrix} [R_{i+1}] & [R_i] & \cdots & [R_2] \\ [R_{i+2}] & [R_{i+1}] & \cdots & [R_3] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [R_{2i}] & [R_{2i-1}] & \cdots & [R_{i+1}] \end{bmatrix} \quad (33)$$

Sendo assim, obter um bom modelo para aplicações de análise modal é, provavelmente, a melhor ideia para construir um diagrama de estabilização, identificando todo um conjunto de modelos com diferente ordem. De acordo com Peeters (2000), no caso do método SSI-COV, uma construção eficiente de diagrama de estabilização é alcançado computando o SVD da covariância da matriz Toeplitz apenas uma vez.

### 3.1.2 SSI-DATA

O método de Identificação Estocástica em Subespaço dirigido pelos dados (SSI-Data, do inglês, *Data-Driven Stochastic Subspace Identification*), assim como o método anterior, SSI-Cov, identifica um modelo estocástico apenas dos dados de saída.

Este método, que foi proposto primeiramente por Van Overschee e De Moor, é uma das duas implementações da identificação estocástica em subespaço. O algoritmo é referido como um dos mais robustos e precisos métodos de identificação

de sistemas para dados de resposta desde que foi aplicado, com sucesso, em várias estruturas na engenharia civil sob condições ambientais. (ZHANG *et al.*, 2012)

De acordo com Peeters (2000), métodos de subespaço identificam modelos de estado de espaço de dados de (entrada e) saída aplicando técnicas numéricas robustas como a fatorização QR, SVD e mínimos quadrados. Segundo Zhang (2011), a fatorização QR resulta em uma significativa redução de dados, enquanto que a SVD é usada para repelir o ruído. Em oposição ao SSI-COV, o SSI-DATA evita a computação das covariâncias entre nas saídas.

Primeiramente, o número de linhas  $i$  do bloco é definido igual à  $x$  tempo vezes a máxima ordem do sistema ( $n_{max}$ ) dividido pelo número de canais de medição  $l$ :

$$i = x \frac{n_{max}}{l} \quad (34)$$

Sendo  $x$  a magnitude das linhas do bloco, assim como para o SSI-Cov.

Então, a Matriz Hankel é construída. O número de colunas  $j$  da Matriz Hankel é adotado como sendo  $\infty$  para a prova estatística do método, e, portanto,  $j$  precisa ser grande. Em aplicações práticas, é definido como  $N - 2i + 1$ , então todos aqueles dados de amostra obtidos são usados na construção da Matriz Hankel.

$$j = N - 2i + 1 \quad (35)$$

A Matriz Hankel é construída diretamente a partir dos dados medidos  $Y(1: N)$ :

$$[H_{0|2i-1}] = \frac{1}{\sqrt{j}} \begin{bmatrix} [y_0] & [y_1] & \cdots & [y_{j-1}] \\ [y_1] & [y_2] & \cdots & [y_j] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [y_{i-1}] & [y_i] & \cdots & [y_{i+j-2}] \\ [y_i] & [y_{i+1}] & \cdots & [y_{i+j-1}] \\ [y_{i+1}] & [y_{i+2}] & \cdots & [y_{i+j}] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [y_{2i-1}] & [y_{2i}] & \cdots & [y_{2i+j-2}] \end{bmatrix} \quad (36)$$

Então, a fatorização LQ da Matriz Hankel é feita:

$$[H_{0|2i-1}] = [L][Q] \quad (37)$$

O que significa que a matriz Hankel é expressa como um produto de uma matriz triangular inferior  $[L]$  e uma matriz ortogonal  $[Q]$ :

$$[L] = \begin{array}{ccc} & \begin{array}{ccc} li & l & l(i-1) \\ \leftrightarrow & \leftrightarrow & \leftrightarrow \end{array} \\ \begin{array}{c} li \\ l \\ l(i-1) \end{array} & \begin{array}{c} \updownarrow \\ \updownarrow \\ \updownarrow \end{array} & \begin{bmatrix} [L_{11}] & [0] & [0] \\ [L_{21}] & [L_{22}] & [0] \\ [L_{31}] & [L_{32}] & [L_{33}] \end{bmatrix} \end{array} \quad (38)$$

$$[Q] = \begin{array}{c} j \\ \leftrightarrow \\ \begin{bmatrix} [Q_1]^T \\ [Q_2]^T \\ [Q_3]^T \end{bmatrix} \end{array} \quad (39)$$

As projeções  $[P_i]$  e  $[P_{i-1}]$  podem ser obtidas a partir da decomposição LQ:

$$[P_i] = \begin{bmatrix} [L_{21}] \\ [L_{31}] \end{bmatrix} [Q_1]^T \quad (40)$$

$$[P_{i-1}] = \begin{bmatrix} [L_{31}] & [L_{32}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [Q_1]^T \\ [Q_2]^T \end{bmatrix} \quad (41)$$

Então, a sequência de saída  $[Y_{ii}]$ :

$$[Y_{ii}] = \begin{bmatrix} [L_{21}] & [L_{22}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [Q_1]^T \\ [Q_2]^T \end{bmatrix} \quad (42)$$

E, finalmente, a SVD de  $[P_1]$  é calculado:

$$[P_i] = [U][\Sigma][V]^T \quad (43)$$

### 3.2 MÉTODOS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

Segundo Caetano *et al.* (2007), a análise no domínio da frequência foi desenvolvida a fim de identificar as frequências naturais mais relevantes e analisar a variação do conteúdo da frequência de uma série temporal coletada.

Este método, conforme Magalhães *et al.* (2008), é baseado nas matrizes espectrais das respostas ambientais. Para cada arranjo, uma matriz é calculada com uma linha para cada ponto de medição e uma coluna para cada ponto selecionado como referência. Portanto, as colunas da matriz contêm o espectro cruzado relacionando a resposta estrutural em todos os pontos de medição com a correspondente resposta em cada ponto de referência

De acordo com Au (2016), a matriz de amostra PSD é positiva e semi-definida Hermitiana e, portanto, seu valor singular e auto valores são os mesmos. O número de linhas significantes acima da remanescente indica a dimensão do espaço dividido

pela medição de contribuição dos modos de vibrar e suas variações com a frequência é similar ao fator de amplificação dinâmica.

Um método de identificação dirigido por espectro estima os parâmetros de um modelo de espectro para amostras “medidas” de uma matriz de espectro. Segundo Peeters (2000), estas amostras são obtidas aplicando-se um método de identificação não paramétrico para a medição no domínio do tempo. O espectro pode ser parametrizado nos termos de parâmetros modais, dos quais os parâmetros modais podem ser extraídos em um segundo estágio.

### 3.2.1 Seleção de picos (PP)

Conhecido também por método básico no domínio da frequência (PP, do inglês, *Peak Picking*), é o método mais simples para aproximar os parâmetros modais de uma estrutura submetida a um carregamento. Esse método, segundo Peeters (2000), é utilizado depois de um passo muito importante: a identificação de frequências naturais como os picos de um gráfico do espectro. De acordo com Schanke (2015), este é o método de OMA mais básico. Ele tem sido largamente utilizado no passado e ainda é usado devido à sua eficiência e simplicidade.

No domínio da frequência, conforme Wang *et al.* (2016), o método PP é simples e rápido, entretanto, ele pode lidar somente com modos bem separados e obter o fator de amortecimento aproximado pelo método e banda de meia potência.

De acordo com Ghalishooyan e Shoostari (2015), PP é o primeiro e mais simples método de OMA aplicado em identificação modal de estruturas com um grau de liberdade. Esta técnica é efetiva para estruturas com baixo amortecimento e modos bem separados. O uso do método com insuficiente resolução de frequência dos dados pode conduzir a uma aproximação errada dos resultados. Na verdade, a estimativa das frequências naturais aproximadas depende da resolução da frequência do espectro.

O passo mais crítico nos sistemas de identificação baseados em subespaço é a seleção dos picos. Para um local remoto baseado na detecção de danos, o passo para a identificação do parâmetro modal deve ser muito rápido e totalmente automático

sem qualquer intervenção do operador. Se a resposta é estacionária, somente poucas identificações modais devem ser suficientes. Entretanto, se a resposta é não estacionária e, conseqüentemente, os parâmetros modais mudam com o tempo, é necessário estabelecer um procedimento de identificação em tempo real e totalmente automático. Este é sempre o caso em estruturas reais. Um problema comum que um engenheiro enfrenta na identificação do sistema é uma determinação incorreta da ordem do modelo e dificuldades na distinção entre os polos numéricos físicos e espúrios. Há três causas principais desse fenômeno. Primeiro, se a ordem modal é particularmente mais alta do que deveria ser, polos numéricos espúrios serão introduzidos no modelo. Segundo, a presença de ruídos nas medições resultará em polos numéricos espúrios. Finalmente, filtragem analógica ou digital dos dados também produzem polos numéricos. (BAKIR, 2011)

As entradas são os PSDs e os CPSDs entre cada canal de medição, bem como um vetor de frequência correspondente. De acordo com Rainieri (2014, Schanke, 2015), este método pode ser classificado como um método SDOF (Um Grau de Liberdade, do inglês, *Single Degree of Freedom*), porque ele é baseado em suposições que estão em torno da ressonância, ou seja, apenas um modo é dominante. Contudo, segundo Peeters (2000), este não é um bom método para encontrar modos muito próximos. Acredita-se que a resposta estrutural é aproximadamente igual à resposta modal somente se um modo é dominante:

$$[y(t)] \approx [\Phi]p(t) \quad (44)$$

Em que  $[\Phi]$  é o vetor modal e  $p(t)$  é a coordenada modal. A Matriz correlação  $[R_y]$  é aproximadamente:

$$[R_y(\tau)] = E[[y(t + \tau)][y(t)]^T] = R_p(\tau)[\Phi][\Phi]^T \quad (45)$$

Em que a função de auto-correlação modal  $R_p(\tau)$  é dada por:

$$R_p(\tau) = E[[p(t + \tau)]p(t)] \quad (46)$$

Aplicando-se a transformada de Fourier, é obtido o PSD:

$$[S_y(\omega)] = S_p(\omega)[\Phi][\Phi]^H \quad (47)$$

Em que  $S_p(\omega)$  é o PSD da coordenada modal, portanto,  $[S_y(\omega)]$  deverá ter ordem um. Então, na ressonância qualquer coluna de  $[S_y(\omega)]$  dará uma estimativa do modo de vibrar com um fator de escala.  $[\Phi]$  são os auto vetores e  $[\Phi]^H$  representa a matriz Hermitiana.

## 4 RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos aplicando as teorias de análise modal operacional (OMA). Os resultados são comparados com um método convencional de análise modal, o RFP.

As análises foram feitas usando métodos no domínio do tempo e um método no domínio da frequência. Diferentes sistemas são utilizados para aplicação dos métodos:

- Cabos de Linha de Transmissão;
- Viga livre-livre;
- Corpo injetor.

A metodologia de análise consiste nas seguintes etapas:

- Obtenção de dados experimentais;
- Obtenção de parâmetros usando métodos convencionais e obtenção de parâmetros usando OMA;
- Comparação dos parâmetros modais: frequência natural, fator de amortecimento e modo de vibrar.

### 4.1 CABO DE LINHA DE TRANSMISSÃO

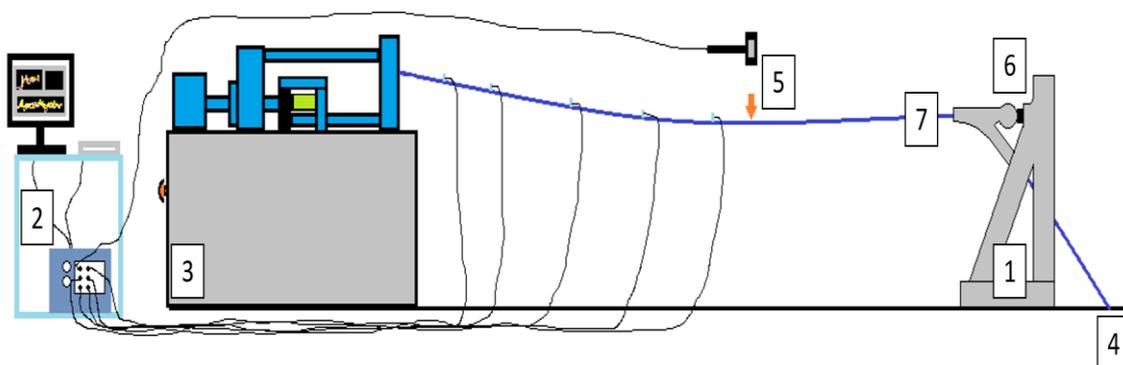
Os primeiros dados experimentais foram obtidos em uma bancada automática de testes de cabos de linha de transmissão. Estes dados foram originalmente usados por Calado (2016) e Barbieri *et al.* (2017). A Figura 1 mostra a bancada real de testes de cabos de linha de transmissão.



**Figura 1: Bancada de ensaios de cabos condutores com Stockbridge acoplado**

Os resultados do ensaio no vão de 54 metros são do cabo CAA Tern. Os sinais vibratórios foram obtidos por cinco acelerômetros dispostos ao longo da amostra e com a tração mecânica variando de 7 a 30% da carga de ruptura do cabo.

A Figura 2 mostra esquematicamente a bancada de testes com os componentes básicos.



**Figura 2: Bancada de ensaios de cabos condutores**

Os componentes da bancada mostrada na Figura 2 são:

1. Sustentação rígida dos cabos
2. Aquisição e controle
3. Sistema de tração e célula de carga
4. Fixação da ancoragem e contrapesos
5. Martelo de impacto e acelerômetros
6. Ancoragem da amostra
7. Amostra de cabo

Os sensores utilizados para obtenção dos dados vibratórios foram 5 acelerômetros, mostrados na Tabela 1, e foram posicionados nas posições L/16, L/8, L/4, 3L/8 e L/2 da amostra de comprimento L. Nesta tabela também está contido o martelo de impacto utilizado para excitação do sistema. A excitação foi aplicada na distância de 0,5 m do centro do vão.

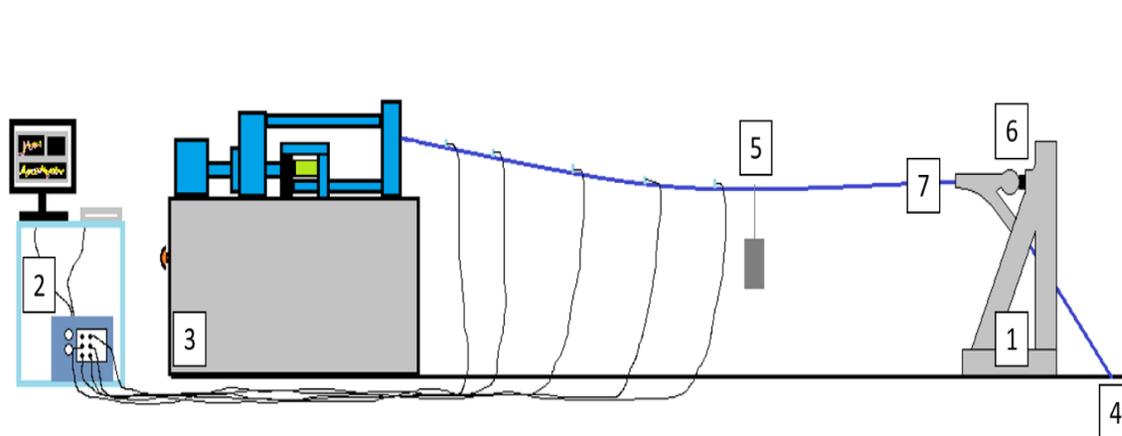
**Tabela 1: Sensores e martelo utilizados nos ensaios.**

	CAA Tern
AC1 L/16	338C04SN4808
AC2 L/8	352C33SNLW146518
AC3 L/4	338C04SN5260
AC4 3L/8	352C33SNLW146524
AC5 L/2	338C04SN5261
Martelo	HP PCBI 291M55

Foram realizados novos ensaios utilizando uma massa (2,595 kg) suspensa por fio elástico como forma de excitação do sistema (Figura 3), a massa está localizada

no meio do vão. A excitação do sistema foi realizada através da liberação da carga cortando-se o elástico.

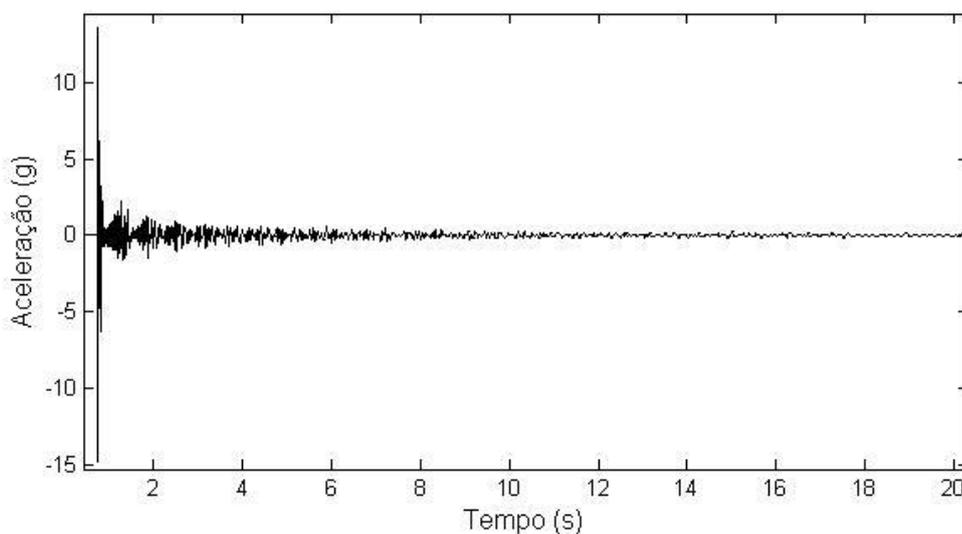
Os componentes são, basicamente, os mesmos mostrados na Figura 2, somente alterando o componente 5 em que o martelo de impacto foi substituído por uma carga suspensa. Os acelerômetros e suas respectivas posições permanecem os mesmos do ensaio anterior.



**Figura 3: Bancada de ensaios de cabos condutores com carga suspensa**

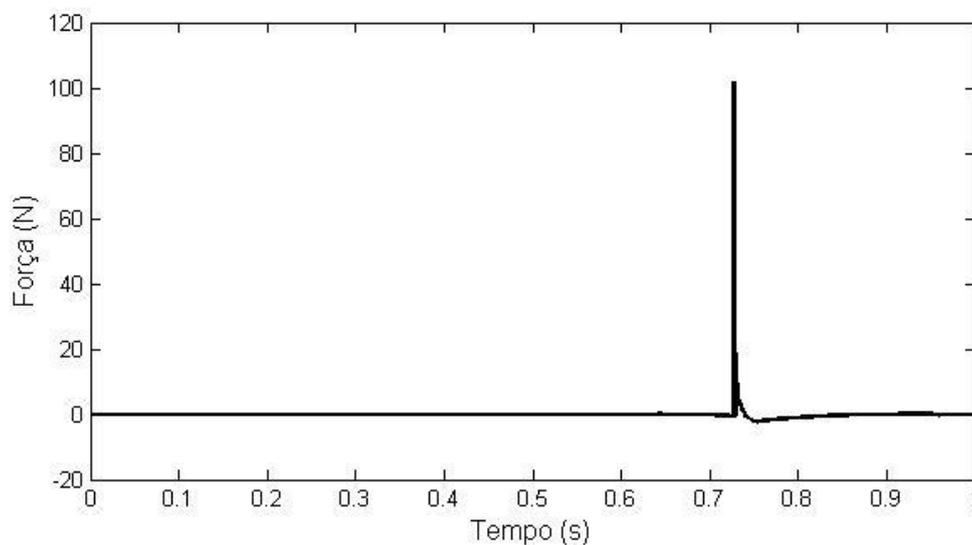
#### 4.1.1 Ensaio com o Martelo de Impacto

A Figura 4 mostra o sinal do acelerômetro colocado na posição  $3L/8$ , sendo  $L$  o comprimento da amostra.



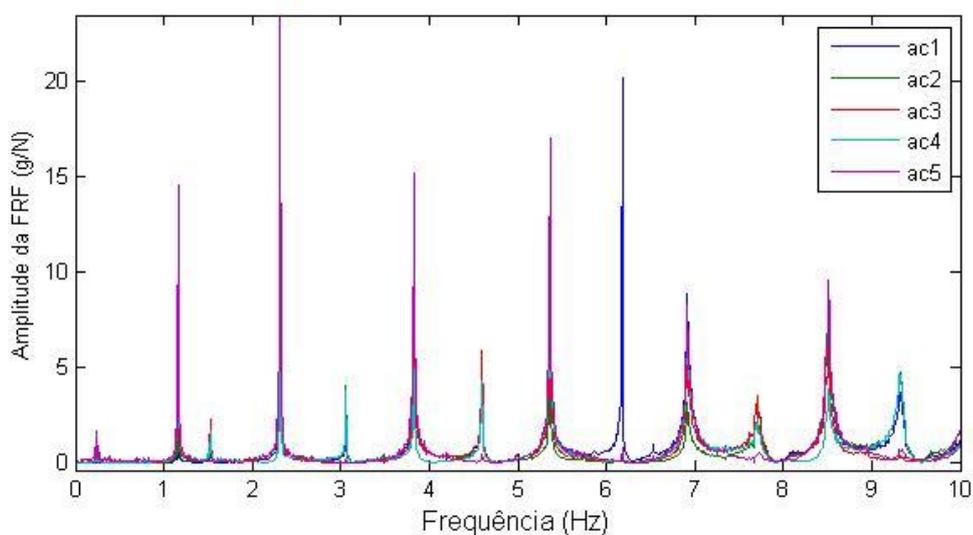
**Figura 4: Aceleração (sensor na posição  $3L/8$ )**

A Figura 5 mostra a força aplicada pelo martelo de impacto para carga mecânica de 7% da carga de ruptura do cabo.



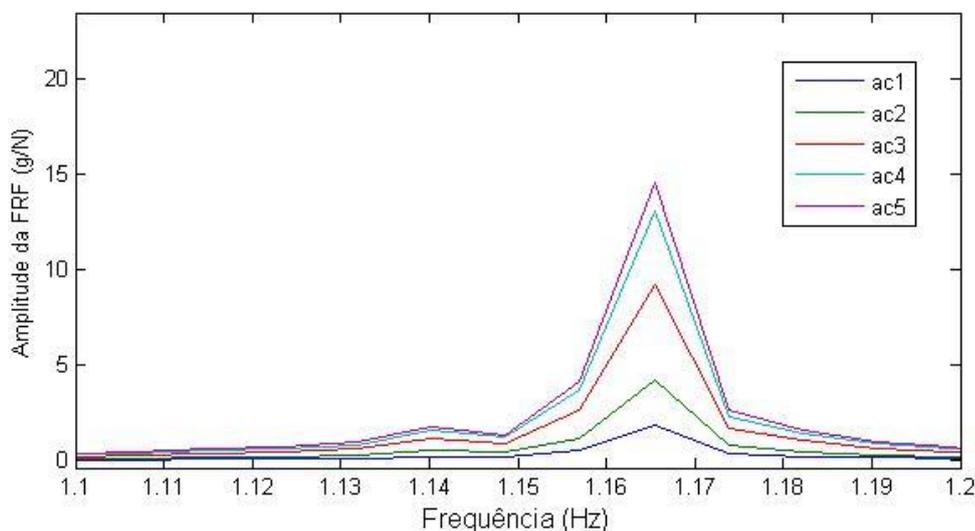
**Figura 5: Força aplicada pelo martelo de impacto.**

A Figura 6 mostra as curvas da Função Resposta em Frequência para os cinco acelerômetros (ac1 a ac5) para a carga mecânica de 7% da carga de ruptura.



**Figura 6: Curvas da Função Resposta em Frequência para cinco acelerômetros.**

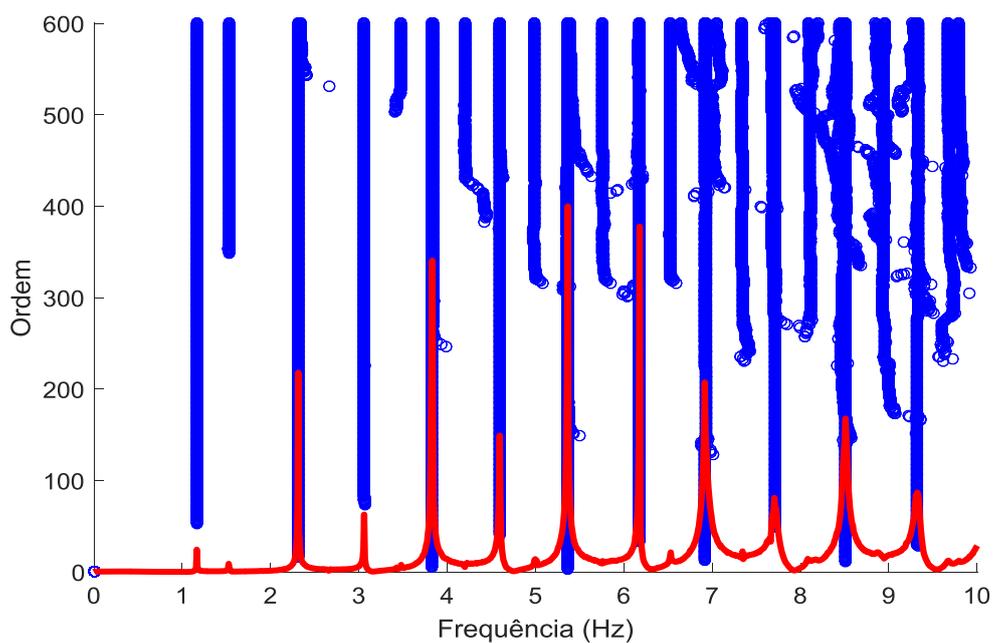
A Figura 7 apresenta as curvas somente para o primeiro modo de vibrar.



**Figura 7: Curvas da Função Resposta em Frequência para cinco acelerômetros em torno da primeira frequência natural.**

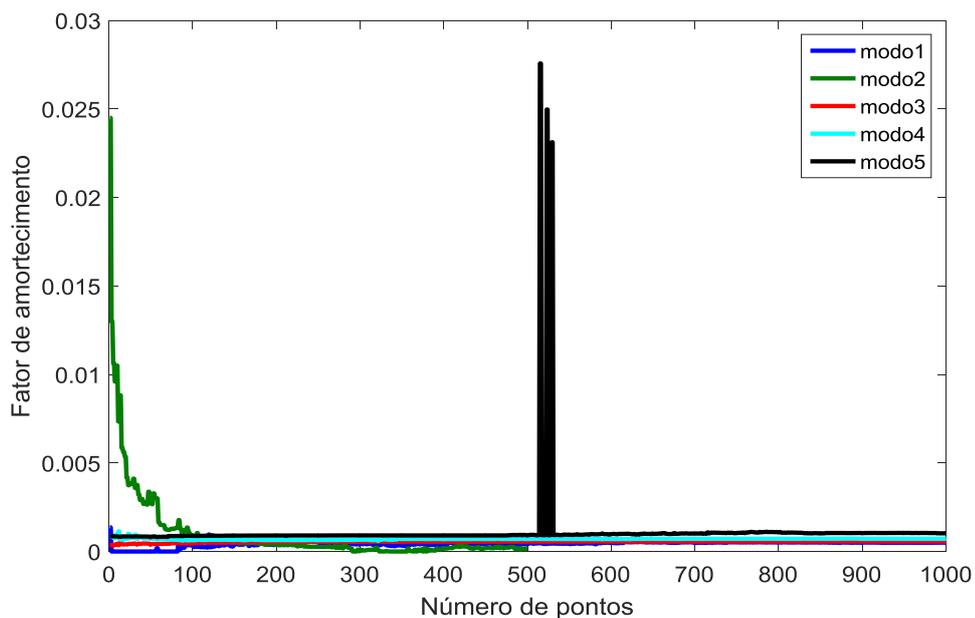
*a) Método SSI-Cov para carga de 7%*

A Figura 8 apresenta o diagrama de estabilização (em azul) dos parâmetros modais (frequência natural) utilizando o sinal dos acelerômetros para a carga de 7% da carga de ruptura do cabo. Na figura está presente também a curva da Função Resposta em Frequência (em vermelho) para o acelerômetro localizado no meio do vão. Nota-se na curva da FRF que somente os modos ímpares são evidenciados devido à localização do acelerômetro usado. No entanto, usando o mesmo sinal, percebe-se no diagrama de estabilização que ficam evidenciadas tanto as frequências dos modos ímpares como dos modos pares. Para obtenção do diagrama foi usado o método SSI-Cov.



**Figura 8: Diagrama de estabilização das frequências naturais**

A Figura 9 mostra as curvas obtidas para o fator de amortecimento para os cinco primeiros modos de vibrar. Nota-se que os valores do fator de amortecimento para o modo 5 a partir de um certo ponto tem grande flutuação nos valores. As curvas dos demais modos tem uma flutuação inicial e depois tendem a valores constantes.



**Figura 9: Fator de amortecimento**

b) Método SSI-Data para carga de 7%

A Figura 10 apresenta o diagrama de estabilização (em azul) para o mesmo sinal usando o método de ajuste SSI-Data. Na figura estão representadas curvas da FRF (em vermelho). Nota-se que ficam evidenciadas algumas regiões de concentração e energia (frequências) que não estão relacionadas com as frequências naturais do sistema.

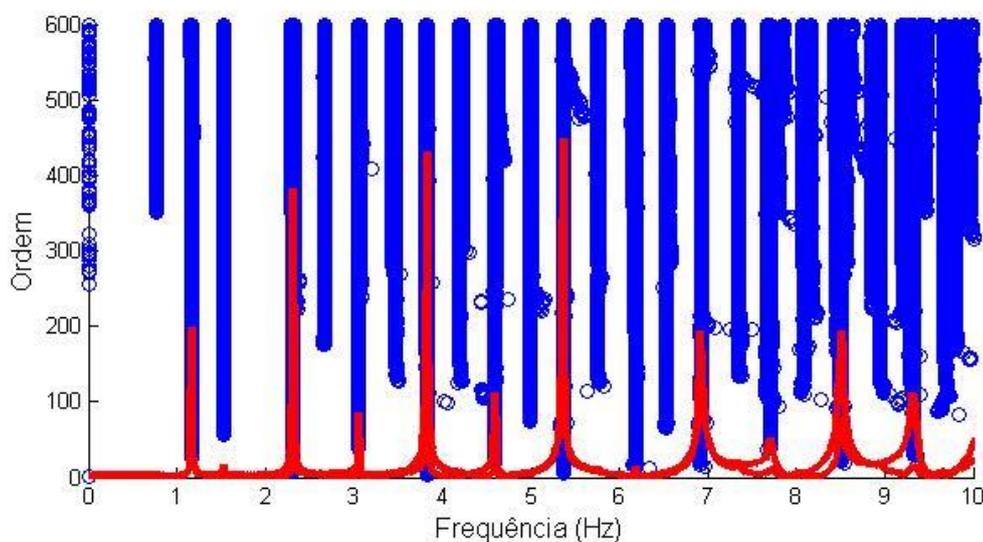


Figura 10: Diagrama de estabilização das frequências naturais.

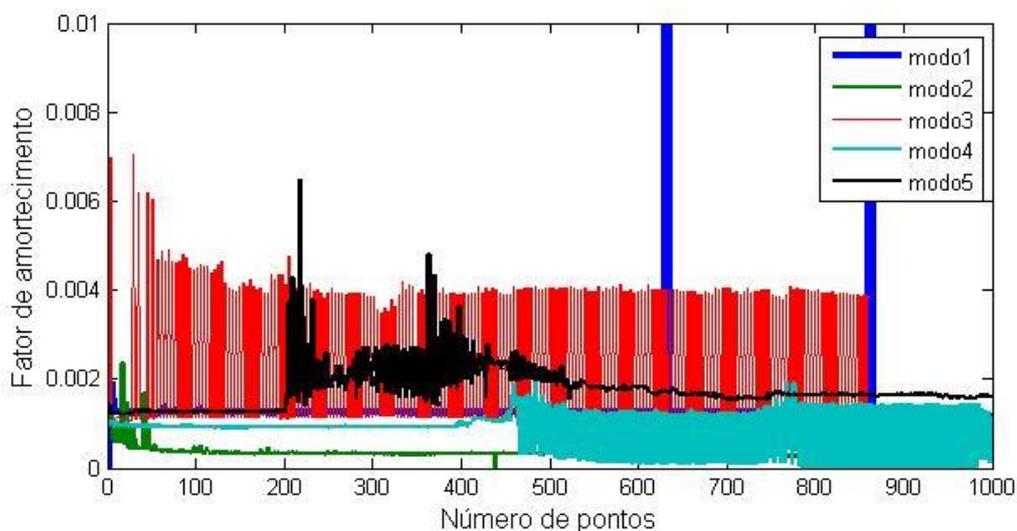
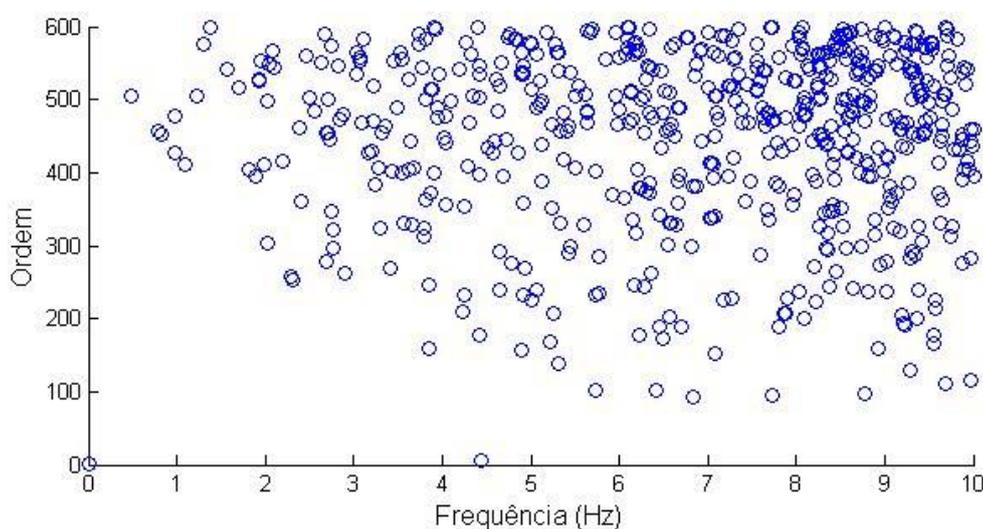


Figura 11: Fator de amortecimento

A Figura 11 mostra as curvas para o fator de amortecimento. Nota-se que as curvas dos modos 3, 4 e 5 apresentam grandes oscilações nos valores. Os demais modos têm oscilações iniciais e depois tendem a valores constantes.

*c) Método PP para carga de 7%*

A Figura 12 mostra o diagrama de estabilização para o mesmo sinal usando o método de ajuste no domínio da frequência para a carga mecânica de 7% da carga de ruptura. Nota-se que não é possível verificar estabilização em torno das frequências naturais.



**Figura 12: Diagrama de estabilização das frequências naturais**

*d) Método SSI-Cov para carga de 12%*

A Figura 13 mostra o diagrama de estabilização (em azul) dos parâmetros modais (frequência natural) utilizando o sinal dos acelerômetros para a carga de 12% da carga de ruptura do cabo. Na figura está presente também a curva da Função Resposta em Frequência (em vermelho) para o acelerômetro localizado no meio do vão. E novamente, percebe-se na curva da FRF que somente os modos ímpares são evidenciados devido à localização do acelerômetro usado. No entanto, usando o mesmo sinal, no diagrama de estabilização ficam evidenciadas tanto as frequências

dos modos ímpares como dos modos pares. Para obtenção do diagrama foi usado o método SSI-Cov.

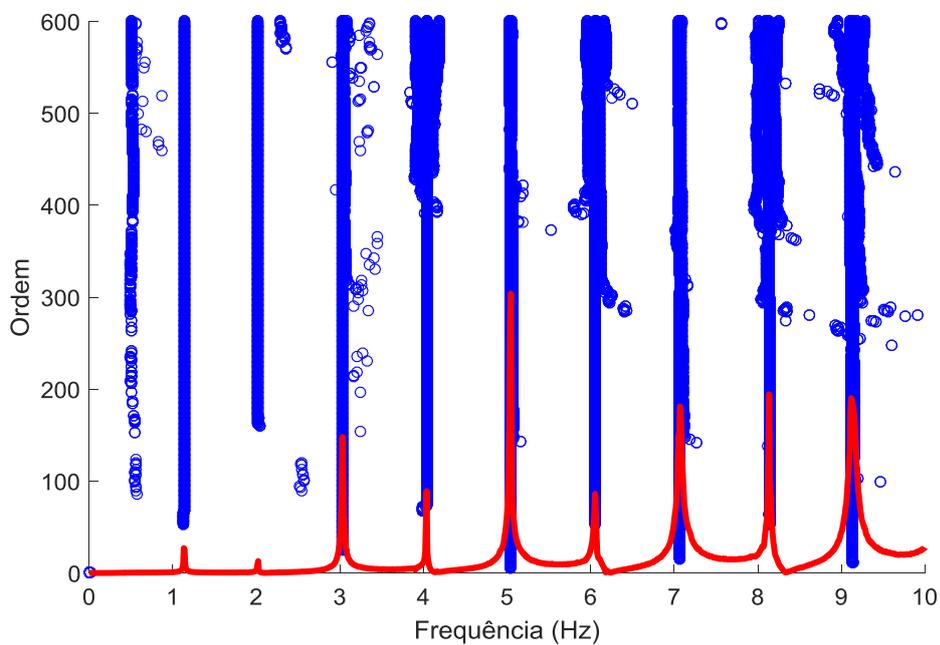


Figura 13: Diagrama de estabilização das frequências naturais

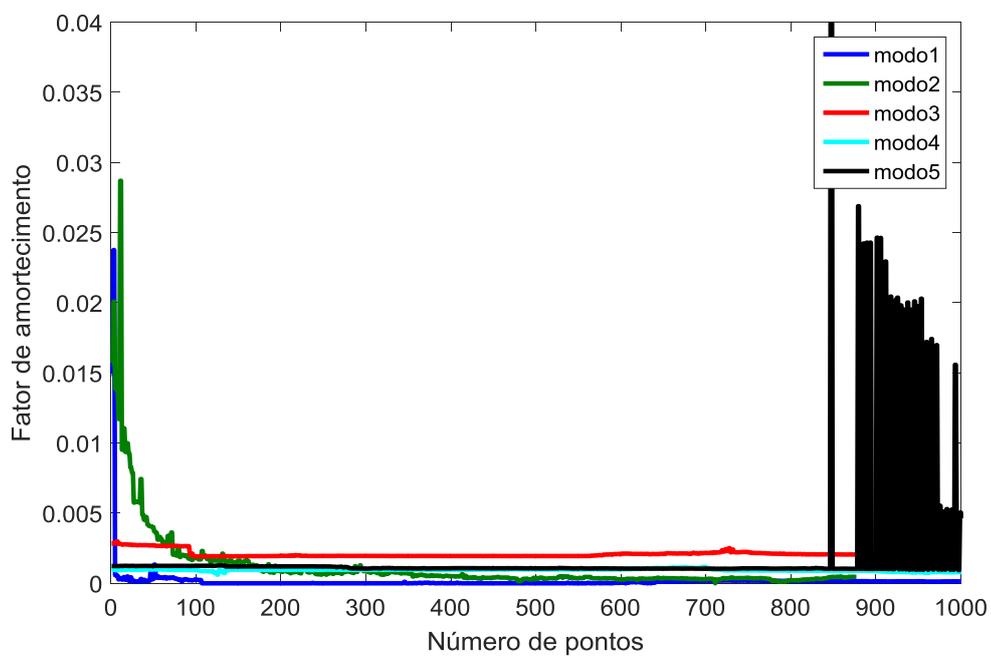
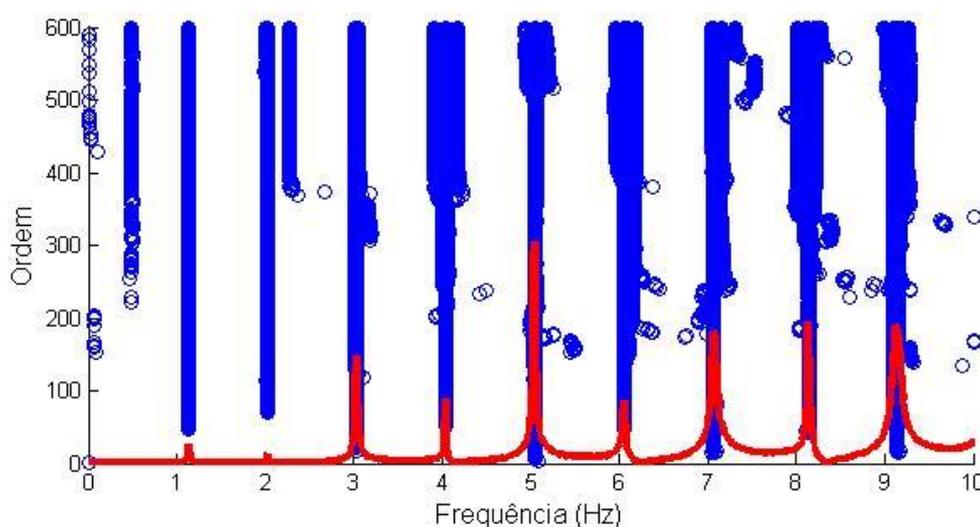


Figura 14: Fator de amortecimento

A Figura 14 mostra as curvas obtidas para o fator de amortecimento para os cinco primeiros modos de vibrar. Nota-se que os valores do fator de amortecimento para o modo 5 a partir de um certo ponto tem grande flutuação nos valores. As curvas dos demais modos tem uma flutuação inicial e depois tendem a valores constantes.

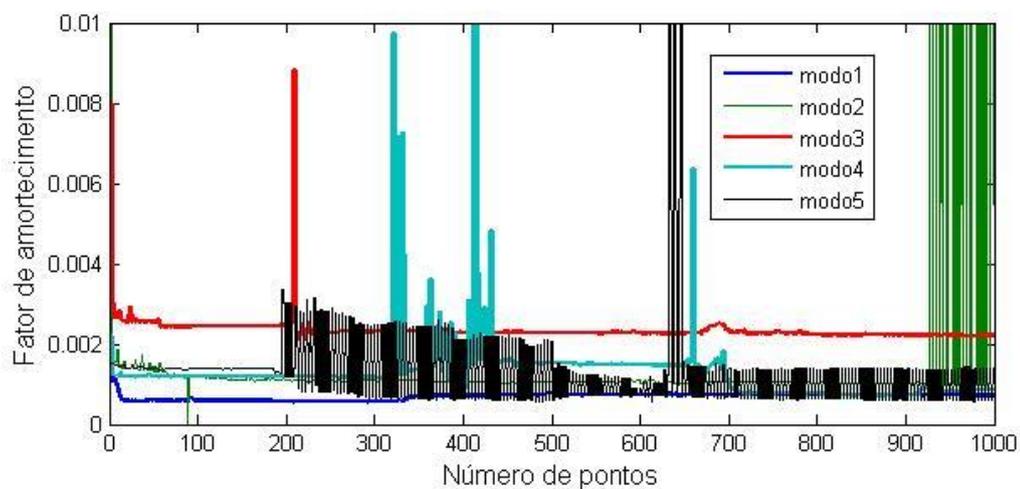
e) *Método SSI-Data para carga de 12%*

A Figura 15 mostra o diagrama de estabilização (em azul) para o mesmo sinal usando outro método de ajuste, o SSIData, em que estão representadas curvas da FRF (em vermelho). Nota-se que ficam evidenciadas algumas regiões de concentração e energia (frequências) que não estão relacionadas com as frequências naturais do sistema.



**Figura 15: Diagrama de estabilização das frequências naturais**

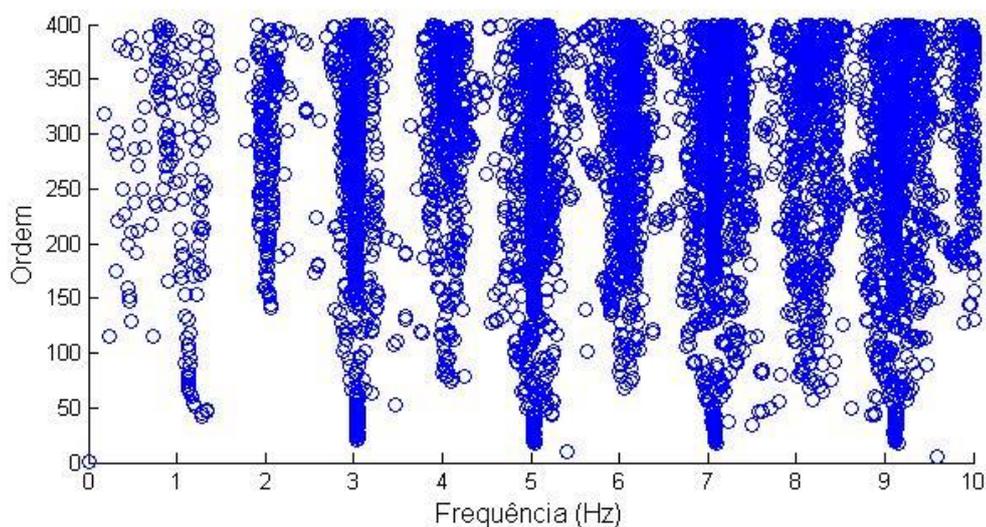
A Figura 16 mostra as curvas para o fator de amortecimento. Percebe-se que as curvas dos modos 3, 4 e 5 apresentam grandes oscilações nos valores. Os demais modos têm oscilações iniciais e depois tendem a valores constantes.



**Figura 16: Fator de amortecimento**

*f) Método PP para carga de 12%*

A Figura 17 mostra o diagrama de estabilização para o mesmo sinal usando um método de ajuste no domínio da frequência para a carga mecânica de 12% da carga de ruptura. Nota-se que não é possível verificar estabilização em torno das frequências naturais.



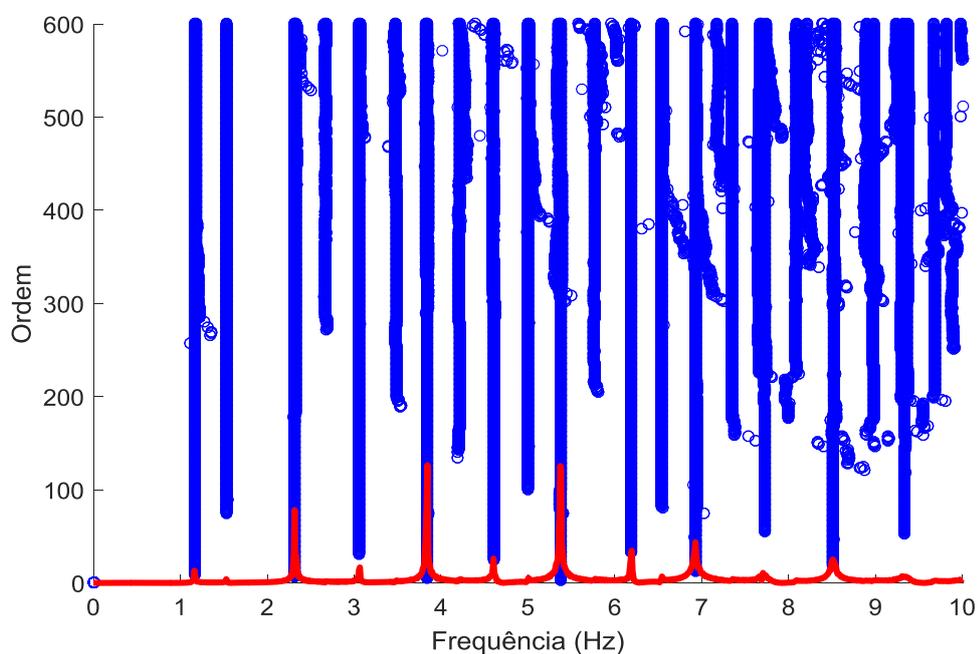
**Figura 17: Diagrama de estabilização das frequências naturais**

#### 4.1.2 Ensaio com a massa suspensa

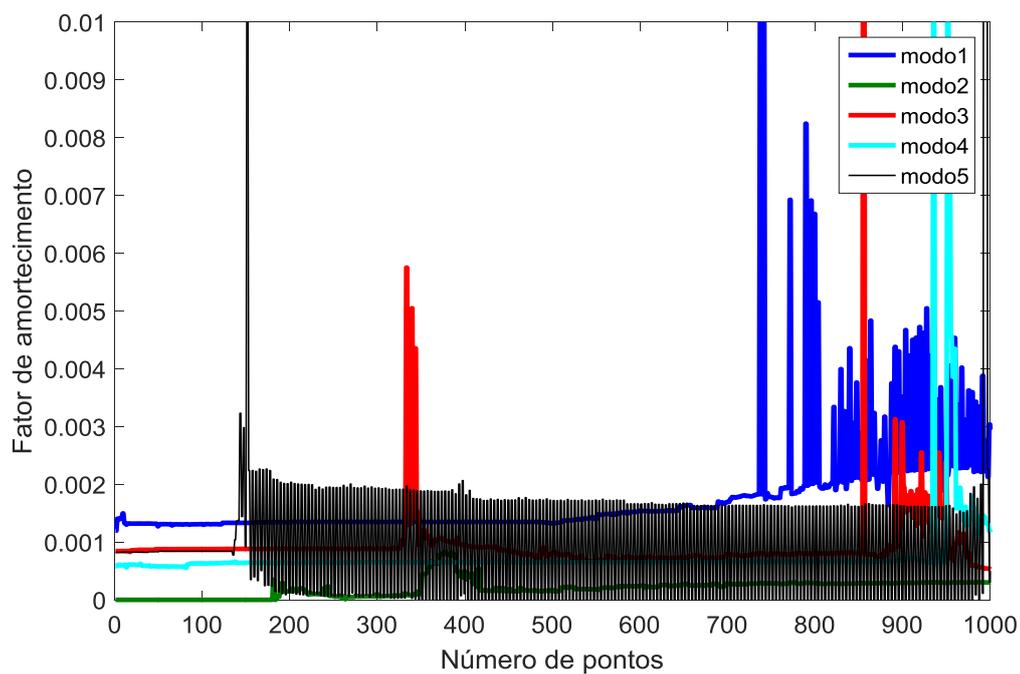
O mesmo procedimento foi realizado para o sistema excitado através de uma massa suspensa mostrado na Figura 3.

##### *g) Método SSI-Cov para carga de 7%*

A Figura 18 mostra o diagrama de estabilização para o sistema sujeito a uma carga mecânica de 7% da carga de ruptura utilizando o método SSI-Cov. A Figura 19 apresenta o fator de amortecimento para os cinco primeiros modos de vibrar.



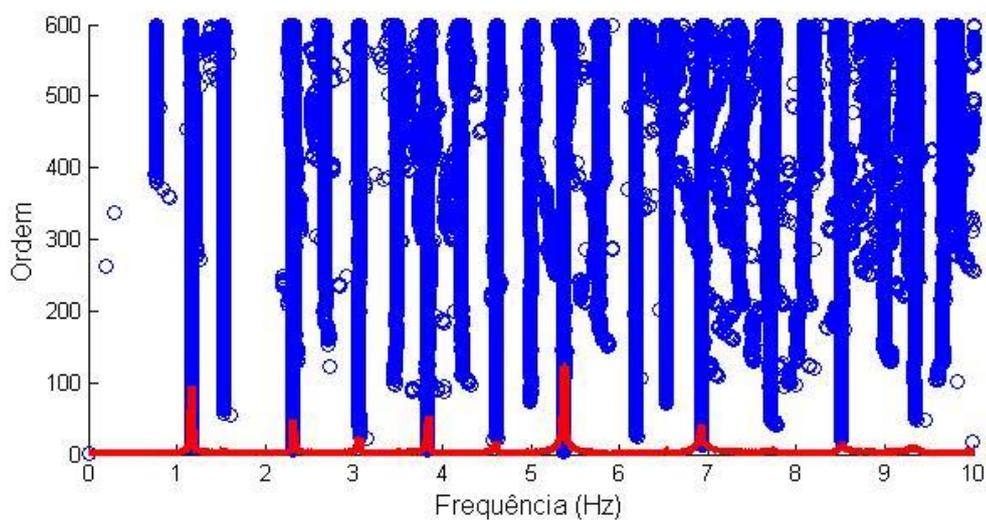
**Figura 18: Diagrama de estabilização das frequências naturais.**



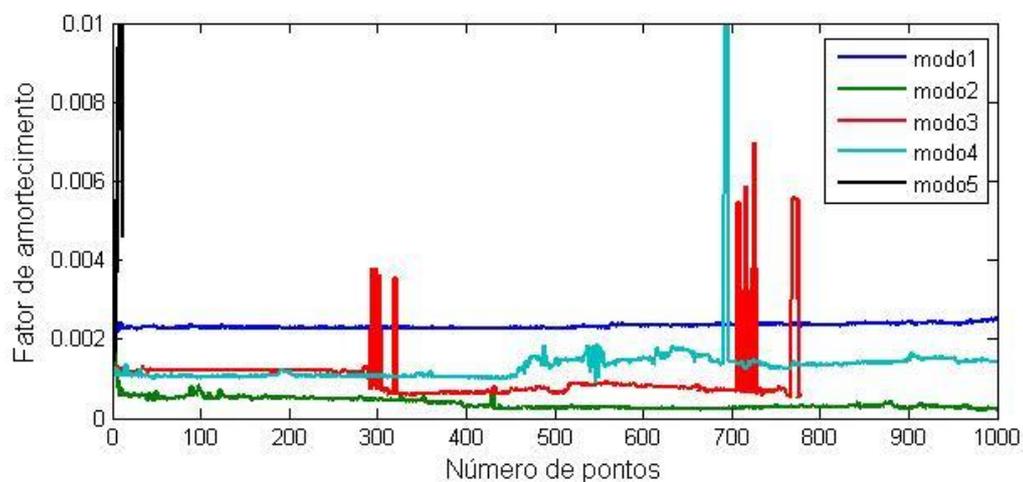
**Figura 19: Fator de amortecimento**

*h) Método SSI-Data para carga de 7%*

A Figura 20 e Figura 21 mostram as mesmas curvas utilizando o método SSI-Data.



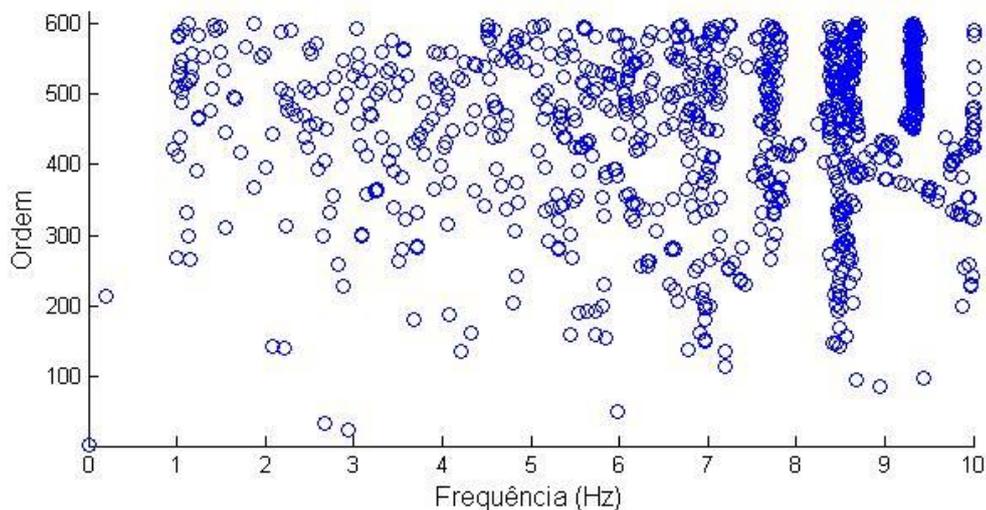
**Figura 20: Diagrama de estabilização das frequências naturais**



**Figura 21: Fator de amortecimento**

*i) Método PP para carga de 7%*

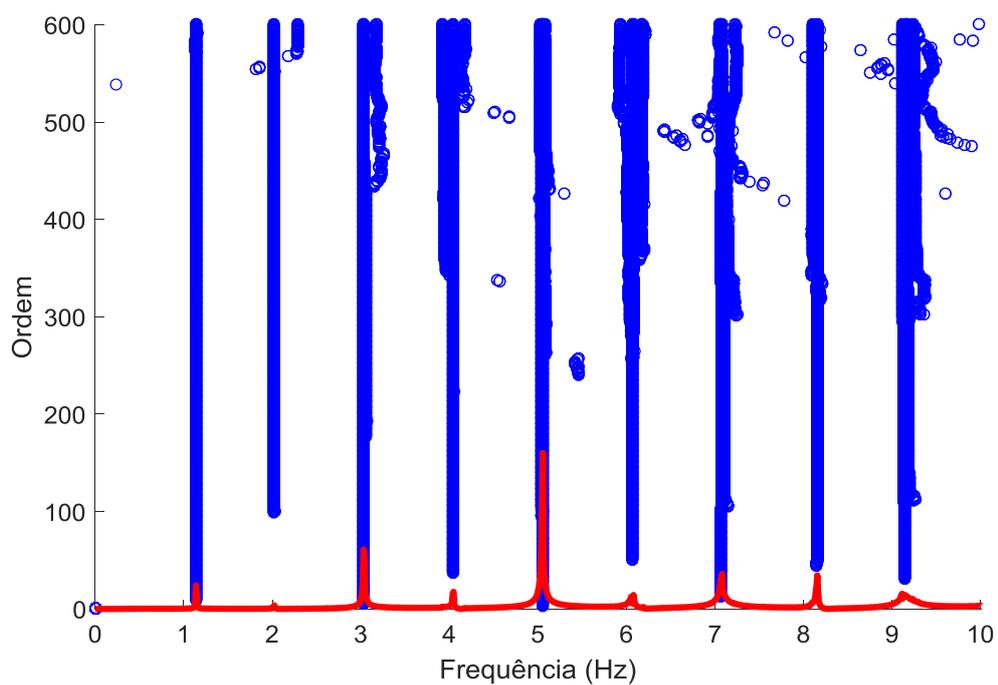
A Figura 22 mostra o diagrama de estabilização usando método no domínio da frequência.



**Figura 22: Diagrama de estabilização das frequências naturais**

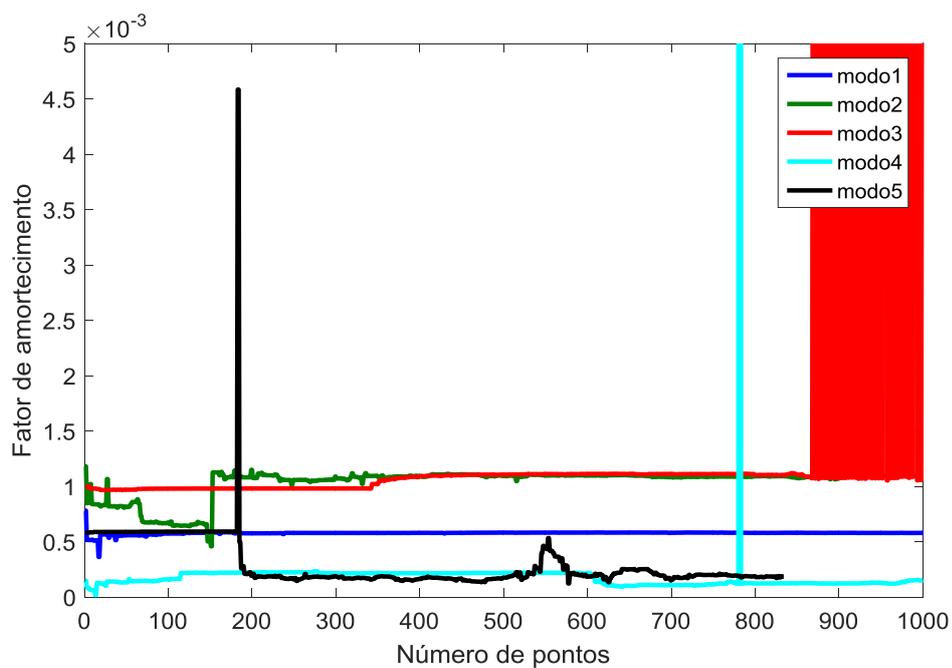
*j) Método SSI-Cov para carga de 12%*

A Figura 23 mostra o diagrama de estabilização para o sistema sujeito a uma carga mecânica de 12% da carga de ruptura utilizando o método SSI-Cov.



**Figura 23: Diagrama de estabilização das frequências naturais**

A Figura 24 mostra o fator de amortecimento para os cinco primeiros modos de vibrar.



**Figura 24: Fator de amortecimento**

k) Método SSI-Data para carga de 12%

A Figura 25 e Figura 26 mostram as mesmas curvas utilizando o método SSI-Data.

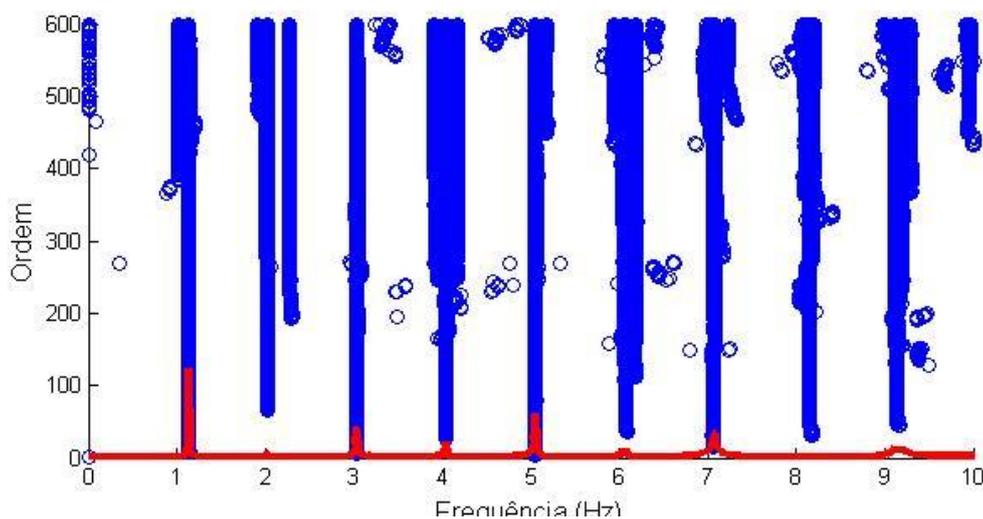


Figura 25: Diagrama de estabilização das frequências naturais

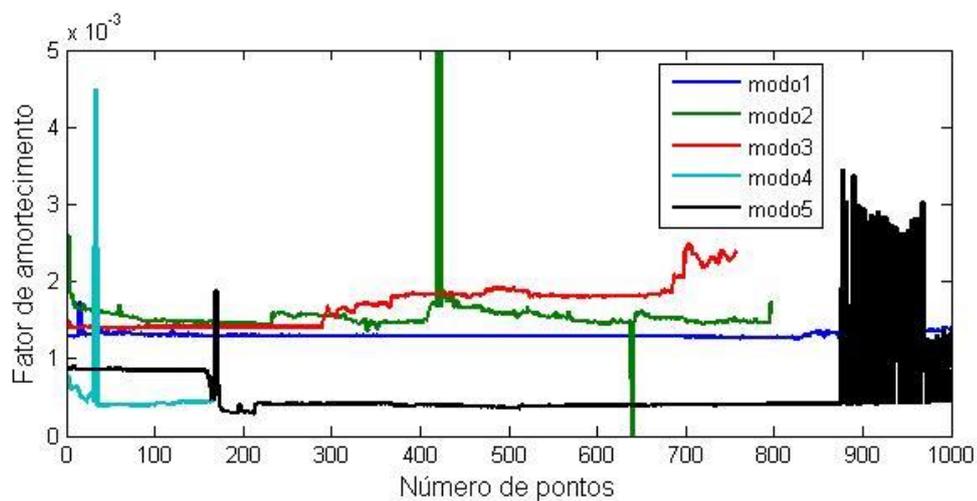
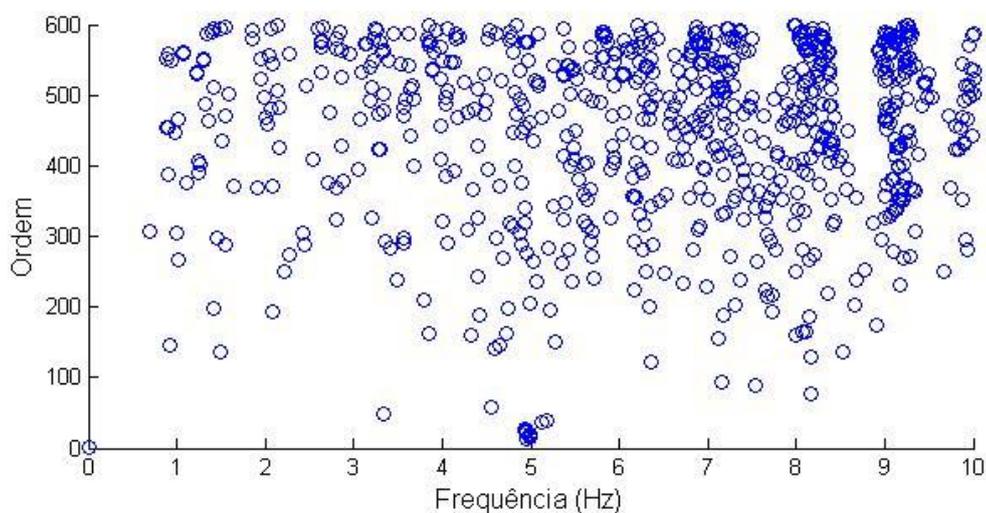


Figura 26: Fator de amortecimento

l) Método PP para carga de 12%

A Figura 27 mostra o diagrama de estabilização usando método no domínio da frequência.



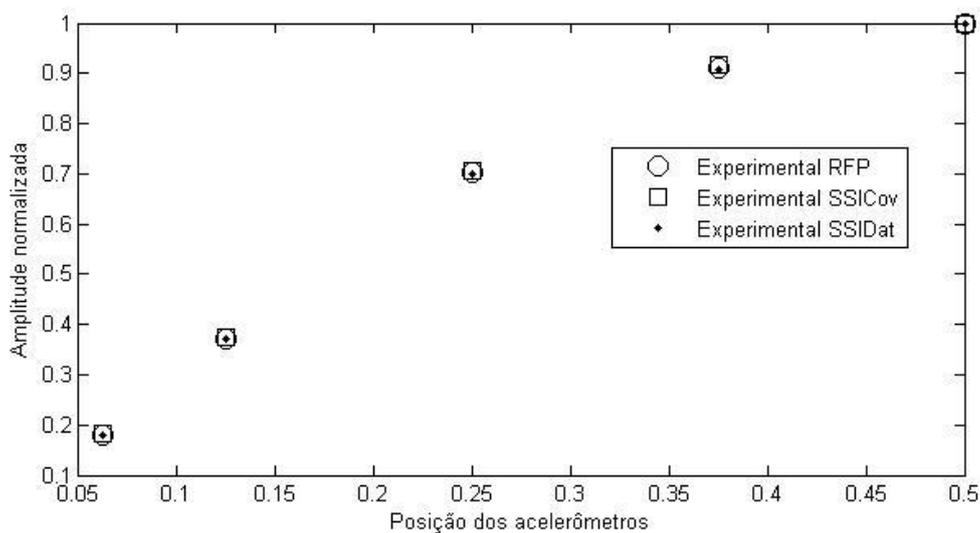
**Figura 27: Diagrama de estabilização das frequências naturais**

Para efeito de comparação dos resultados modais encontrados por técnica convencional de ajuste modal (método RFP) e métodos utilizando análise modal operacional foi utilizada a amostra de cabo com 14% da carga de ruptura e ensaio através de martelo de impacto. Na Tabela 2 são apresentados os valores encontrados utilizando o método RFP e os métodos SSICov e SSIData. O método PP não apresentou bons resultados, portanto não é possível apresentá-los na tabela. Na tabela estão presentes os dados modais dos cinco primeiros modos de vibrar obtidos apenas pelos dois métodos no domínio do tempo.

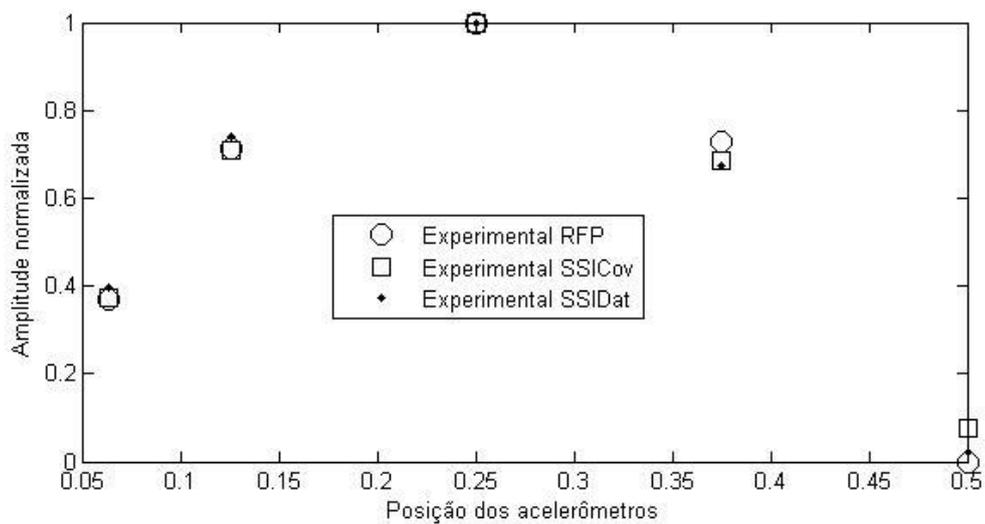
**Tabela 2: Parâmetros modais (excitação com martelo de impacto)**

Modo	RFP		SSICov		SSIData	
	Frequência (Hz)	Fator de amortecimento	Frequência (Hz)	Fator de amortecimento	Frequência (Hz)	Fator de amortecimento
1	1.182	0.00045	1.182	0.0000902	1.183	0.00049
2	2.187	0.00080	2.187	0.0002666	2.187	0.00077
3	3.281	0.0021	3.281	0.002141	3.281	0.0020
4	4.372	0.0011	4.372	0.0009047	4.372	0.0012
5	5.459	0.00074	5.459	0.0005068	5.459	0.00050

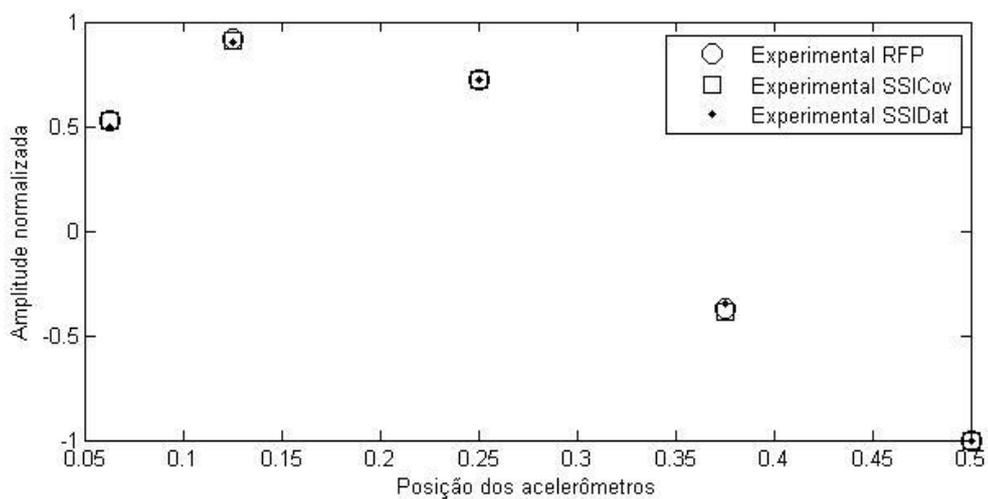
As Figuras Figura 28 a Figura 32 mostram os pontos obtidos para os modos de vibrar do sistema para os três métodos utilizados nas posições dos cinco acelerômetros usados para os ensaios.



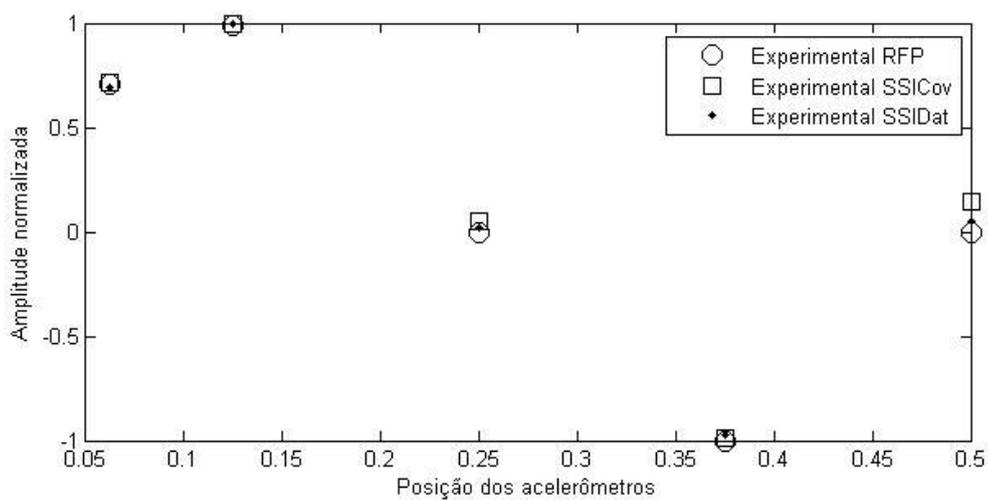
**Figura 28: Primeiro modo de vibrar**



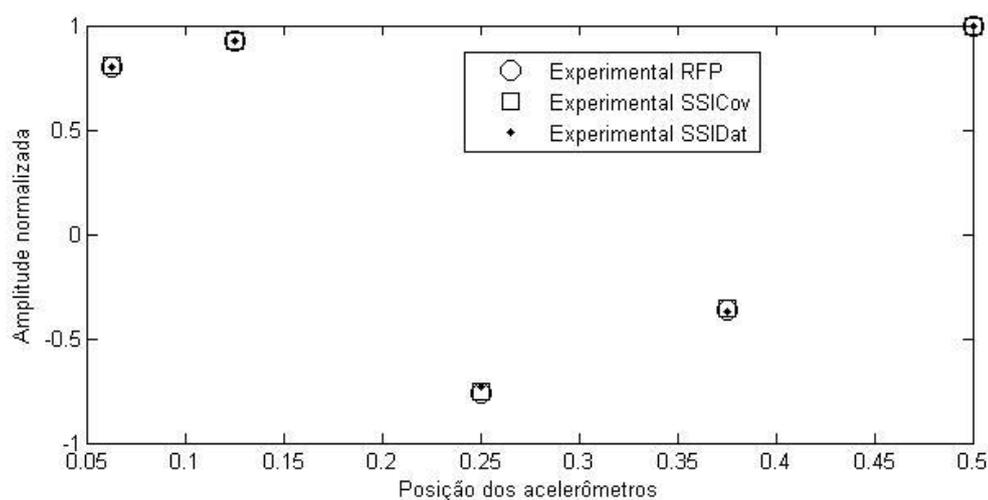
**Figura 29: Segundo modo de vibrar**



**Figura 30: Terceiro modo de vibrar**



**Figura 31: Quarto modo de vibrar**



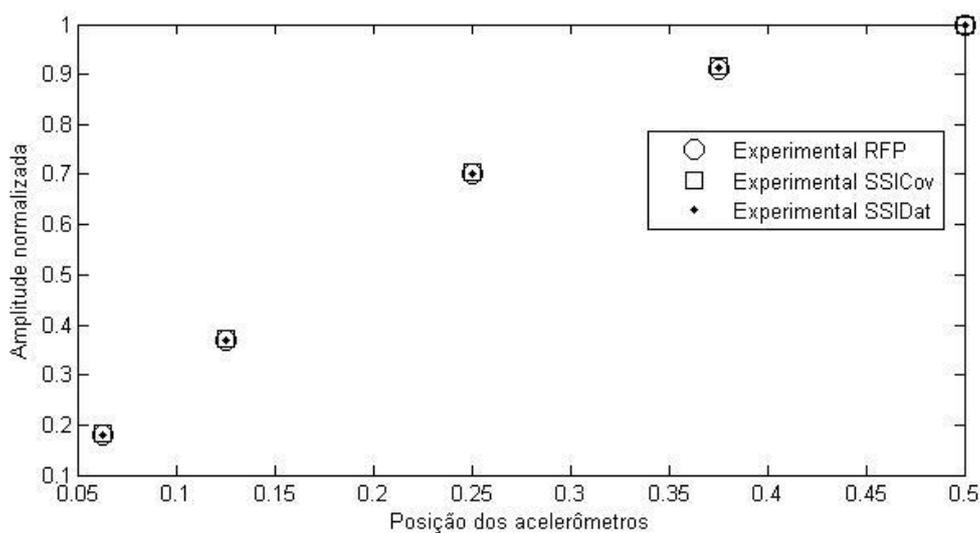
**Figura 32: Quinto modo de vibrar**

Na Tabela 2 são apresentados os valores encontrados utilizando o método RFP e os métodos SSICov e SSIData para o sistema excitado através do corte de um elástico prendendo uma massa suspensa. Na tabela estão presentes os dados modais dos cinco primeiros modos de vibrar obtidos com os dois métodos no domínio do tempo. O método PP não apresentou resultados satisfatórios, portanto os valores não estão presentes na tabela.

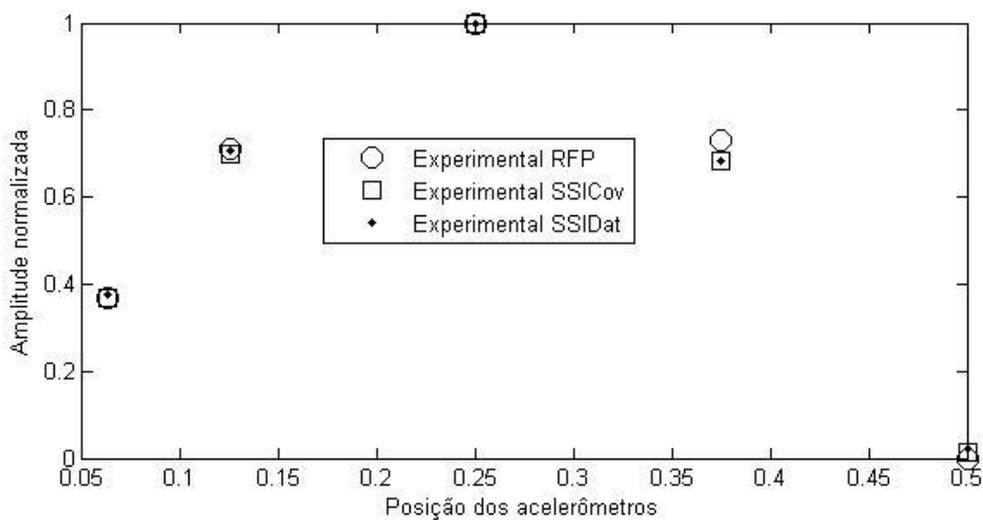
**Tabela 3: Parâmetros modais (massa suspensa)**

Modo	RFP		SSICov		SSIData	
	Frequência (Hz)	Fator de amortecimento	Frequência (Hz)	Fator de amortecimento	Frequência (Hz)	Fator de amortecimento
1	1.182	0.00045	1.186	0.0009604	1.186	0.0020
2	2.187	0.00080	2.195	0,0002686	2.194	0.00086
3	3.281	0.0021	3.289	0.003332	3.292	0.0044
4	4.372	0.0011	4.389	0.001519	4.391	0.0018
5	5.459	0.00074	5.475	0.0008997	5.472	0.0019

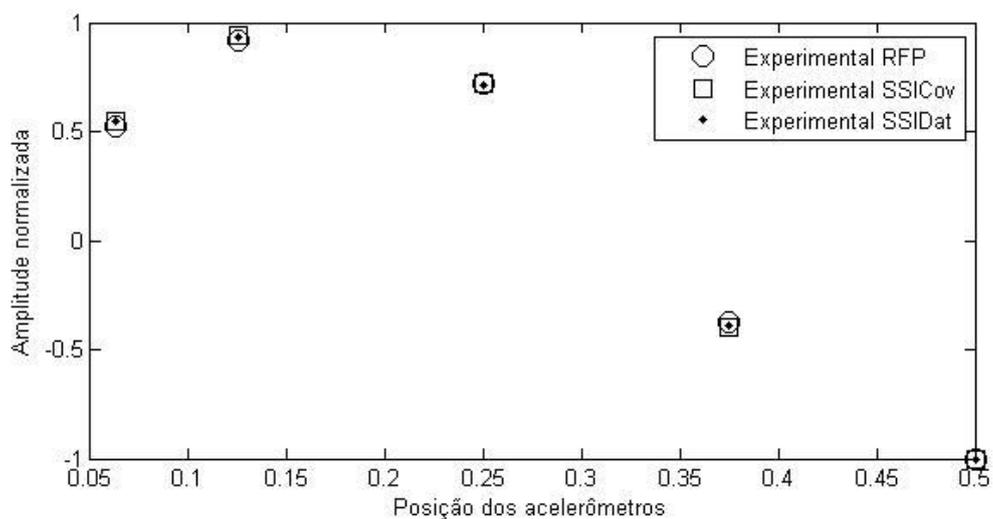
Nas Figuras Figura 33 a Figura 37 estão mostradas as curvas dos 5 primeiros modos de vibrar utilizando ensaio com massa suspensa. Para efeito de comparação foram utilizados os dados do ensaio com martelo de impacto para obtenção dos dados de referência (método RFP).



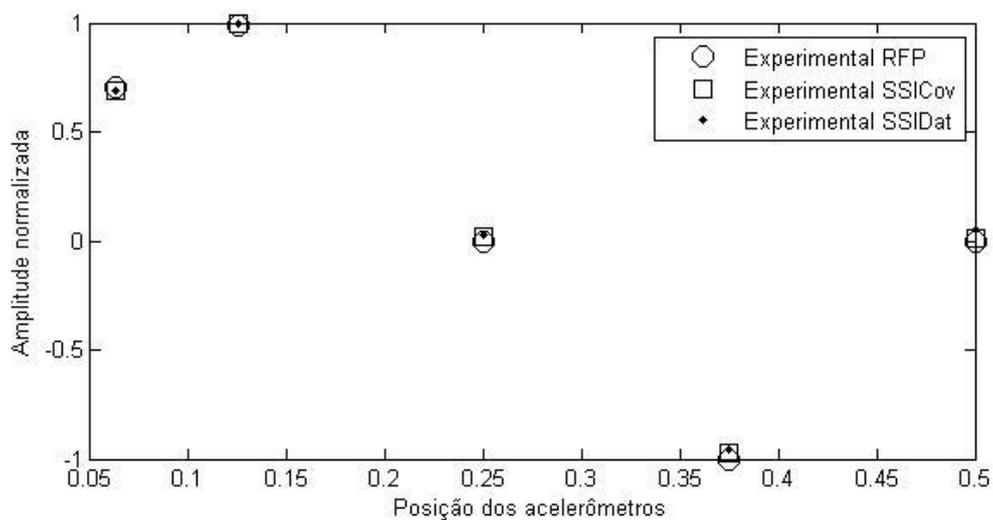
**Figura 33: Primeiro modo de vibrar**



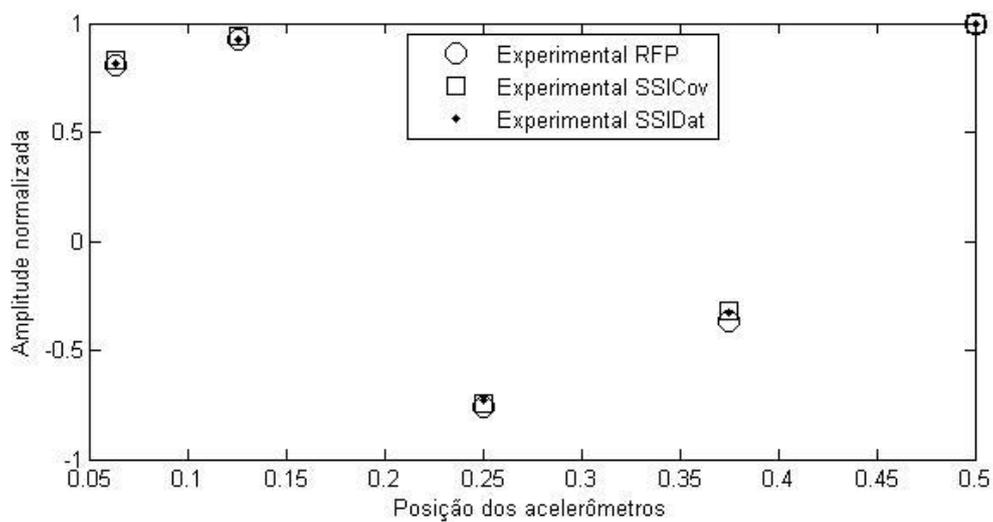
**Figura 34: Segundo modo de vibrar**



**Figura 35: Terceiro modo de vibrar**



**Figura 36: Quarto modo de vibrar**

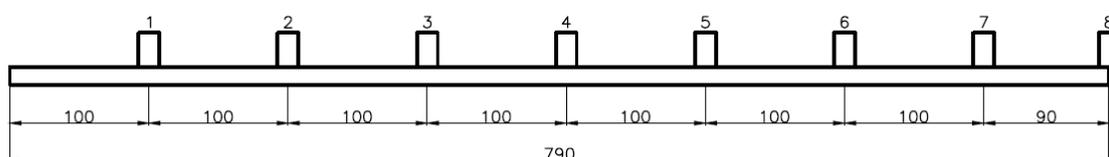


**Figura 37: Quinto modo de vibrar**

## 4.2 VIGA LIVRE-LIVRE

O segundo sistema utilizado está mostrado na Figura 38. O sistema é composto por uma barra de aço de comprimento de 790 mm, largura de 1 polegada (2,54 cm) e altura de  $\frac{1}{2}$  polegada (1,27 cm) pendurado por fios presos em suas extremidades. O sistema foi excitado por um martelo de impacto e os sinais vibratórios foram obtidos através de 8 acelerômetros dispostos sobre a amostra.

Para esse experimento foram analisados dois sistemas, o primeiro sistema não possui danos, a peça está intacta. O segundo sistema analisado possui dano, uma trinca feita como propósito de identificar se os métodos analisados funcionam tanto para sistemas sem danos quanto para sistemas com danos.



**Figura 38: Localização dos acelerômetros sobre a amostra de viga.**

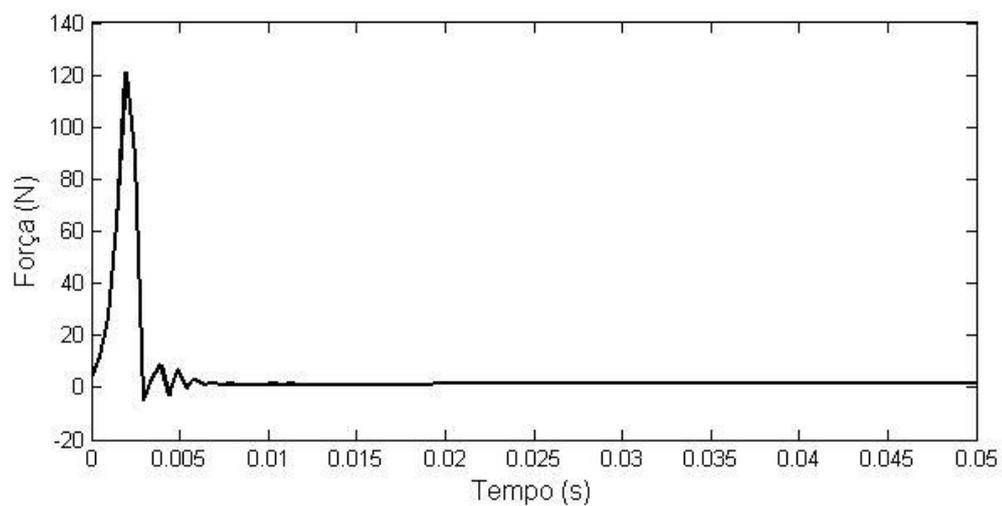
Os parâmetros dos acelerômetros estão mostrados na

Tabela 4.

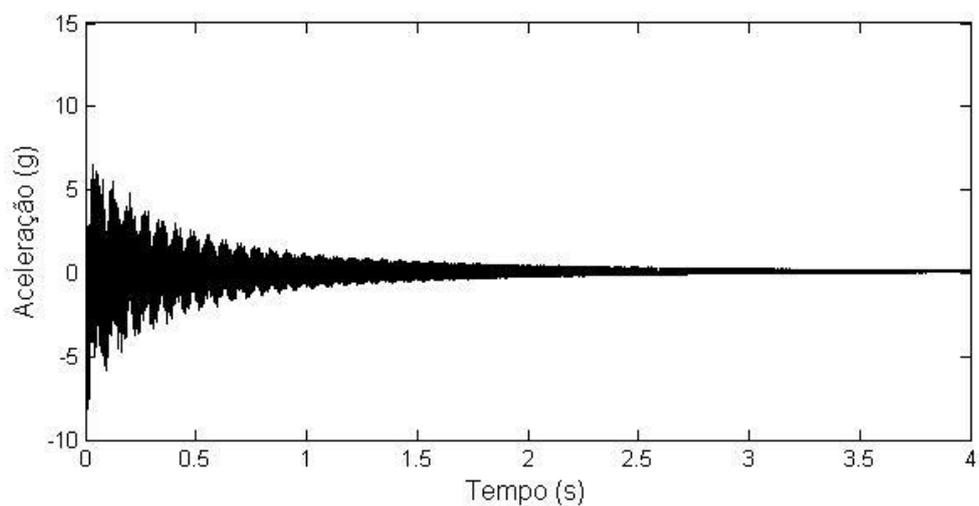
**Tabela 4: Sensibilidade dos acelerômetros utilizados**

Número do acelerômetro	Sensibilidade (mV/g)
1	107,9
2	109,2
3	111,8
4	111,5
5	101,1
6	109,9
7	94,5
8	84

A Figura 39 mostra a força do martelo de impacto em função do tempo. A Figura 40 mostra a aceleração obtida pelo sensor 3.



**Figura 39: Força aplicada pelo martelo de impacto**

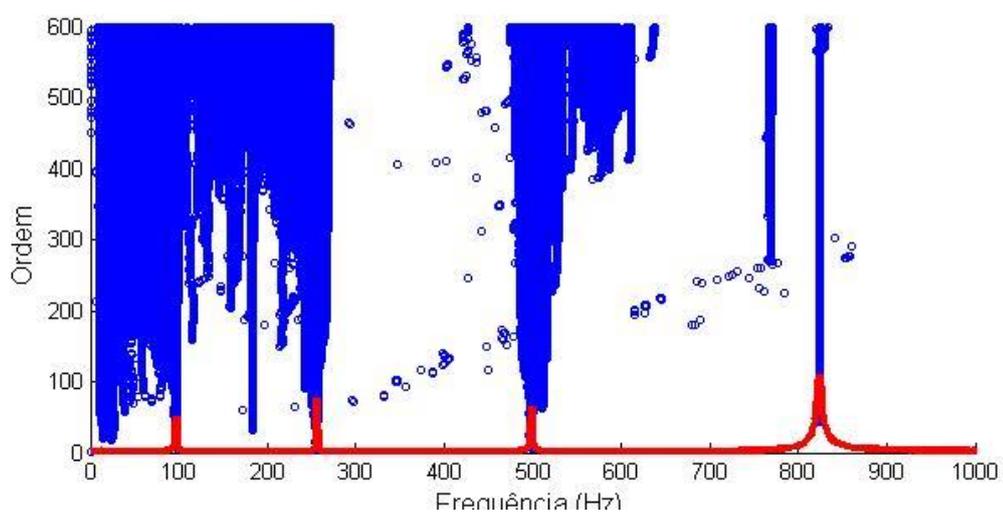


**Figura 40: Aceleração**

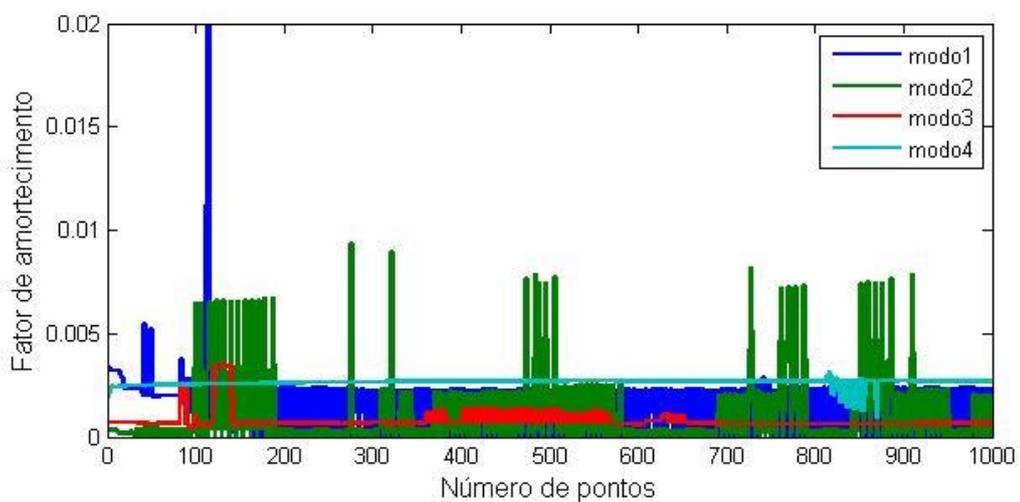
#### 4.2.1 Sistema sem danos

##### a) Método SSICov

A Figura 41 mostra o diagrama de estabilização para o sistema sem danos utilizando o método SSICov. A Figura 42 mostra o fator de amortecimento para os cinco primeiros modos de vibrar.



**Figura 41: Diagrama de estabilização das frequências naturais**



**Figura 42: Fator de amortecimento**

b) Método SSIData

A Figura 43 e a Figura 44 mostram as mesmas curvas utilizando o método SSIData.

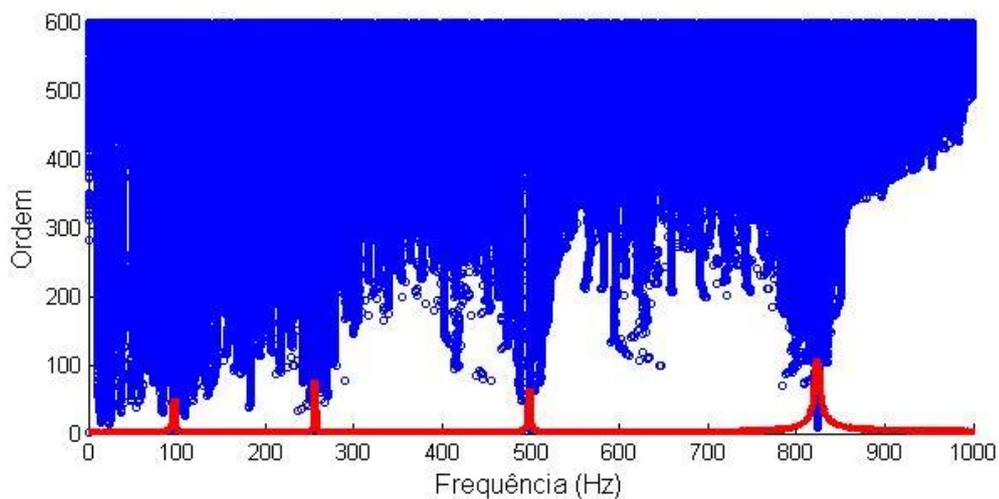


Figura 43: Diagrama de estabilização das frequências naturais

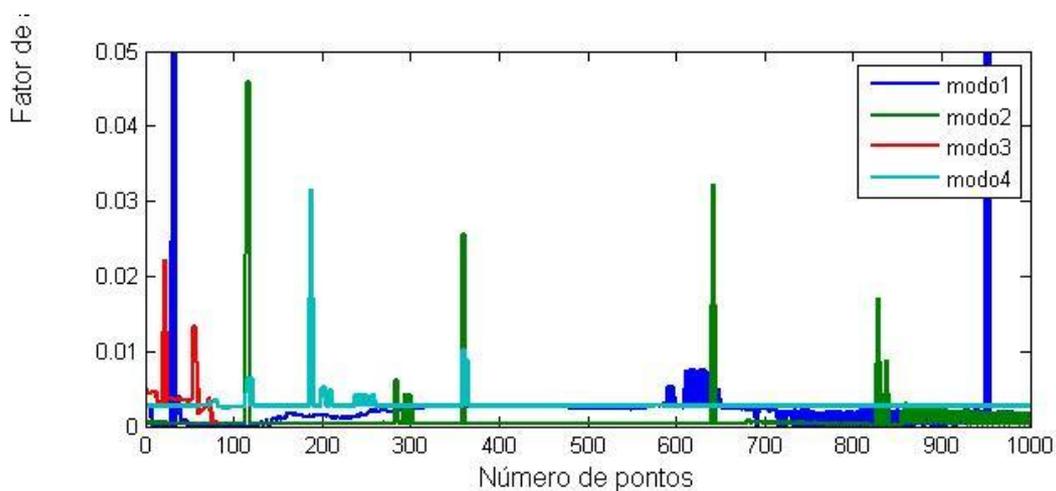
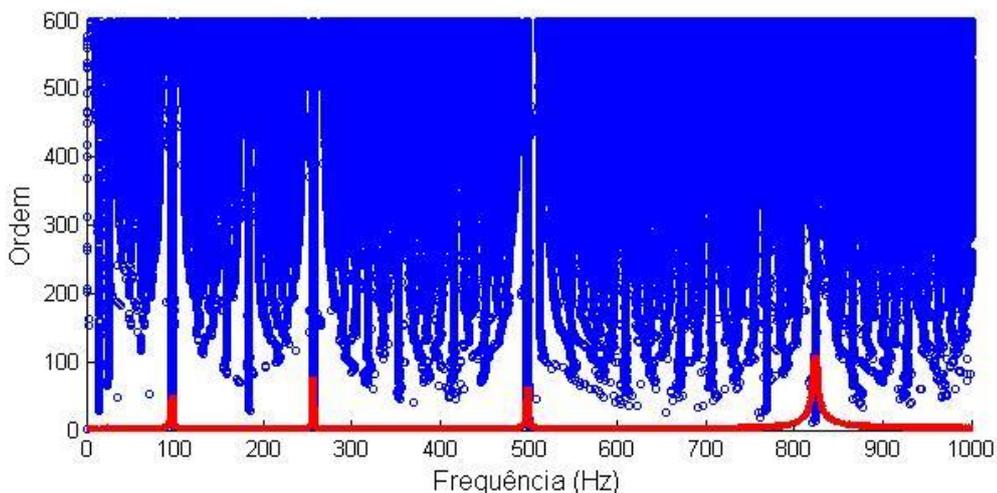


Figura 44: Fator de amortecimento

c) Método PP

A Figura 45 mostra o diagrama de estabilização usando método no domínio da frequência.

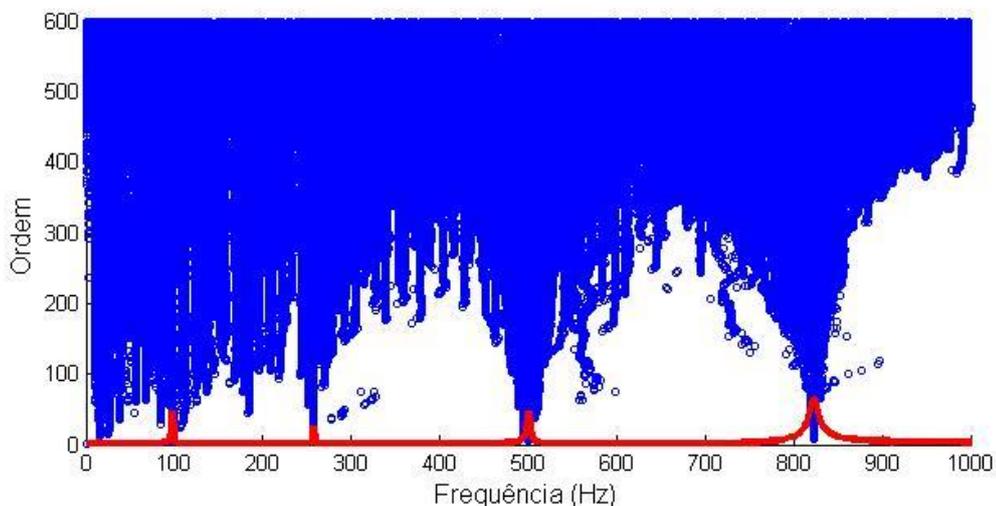


**Figura 45: Diagrama de estabilização das frequências naturais**

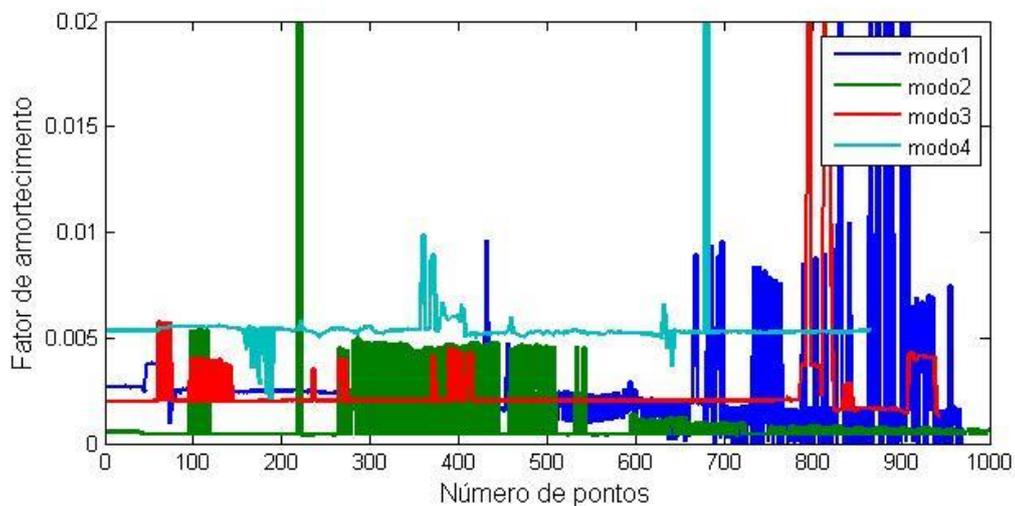
#### 4.2.2 Sistema com dano

##### d) Método SSICov

A Figura 46 mostra o diagrama de estabilização para o sistema com danos utilizando o método SSICov. A Figura 47 mostra o fator de amortecimento para os cinco primeiros modos de vibrar.



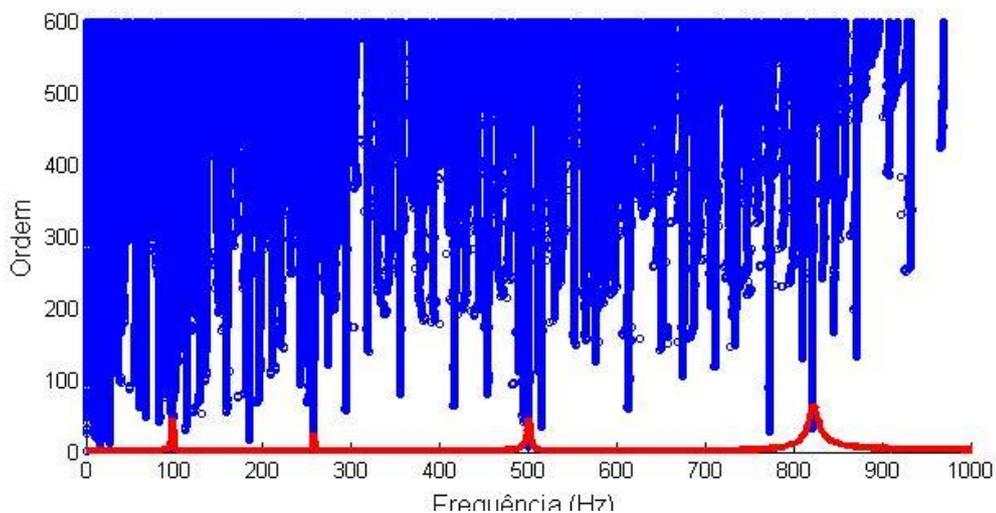
**Figura 46: Diagrama de estabilização das frequências naturais**



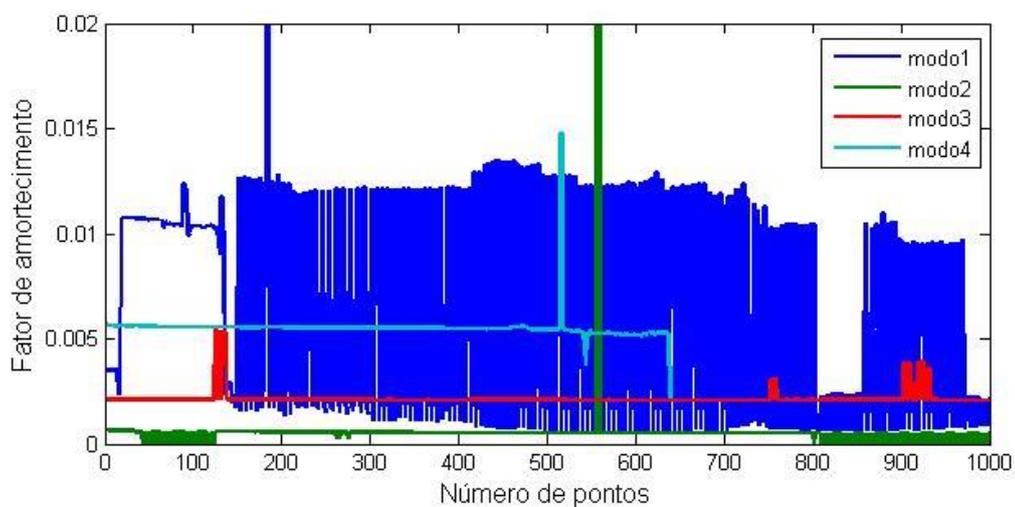
**Figura 47: Fator de amortecimento**

e) *Método SSIData*

A Figura 48 e a Figura 49 mostram as mesmas curvas utilizando o método SSIData.



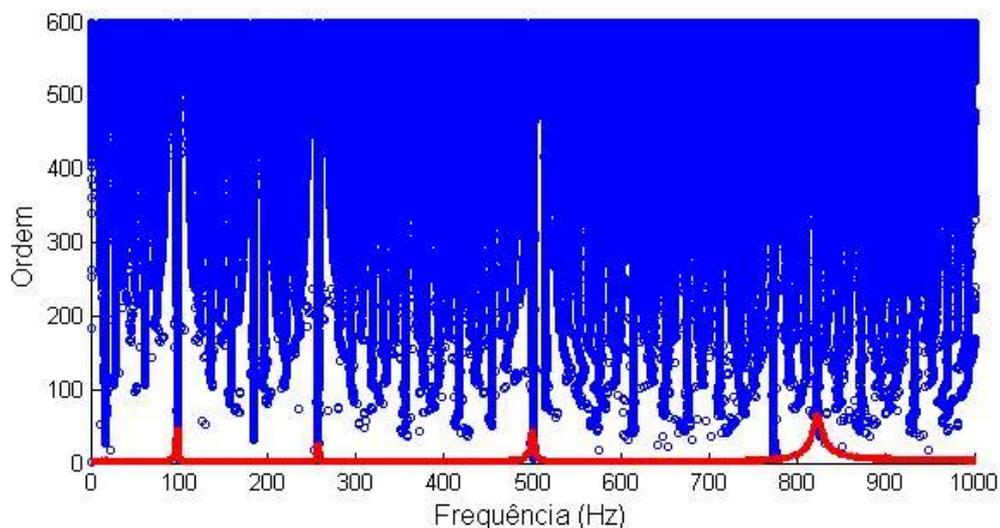
**Figura 48: Diagrama de estabilização das frequências naturais**



**Figura 49: Fator de amortecimento**

*f) Método PP*

A Figura 50 mostra o diagrama de estabilização usando método no domínio da frequência.



**Figura 50: Diagrama de estabilização das frequências naturais**

A Tabela 5 mostra os parâmetros ajustados utilizando o método convencional de análise modal (RFP) e dois métodos de ajuste utilizando técnica de análise modal operacional (SSICov e SSIData) para o sistema sem danos.

Tabela 5: Parâmetros modais (sistema sem danos)

modo	RFP		SSICov		SSIDat	
	Frequência (Hz)	Fator de amortecimento	Frequência (Hz)	Fator de amortecimento	Frequência (Hz)	Fator de amortecimento
1	97.046	0.0042	97.179	0.0024	97.149	0.0029
2	256.287	0.00061	256.312	0.00038	256.284	0.00053
3	498.631	0.00091	498.677	0.00079	498.689	0.00087
4	823.77	0.0028	823.797	0.0027	823.752	0.0027

As Figuras Figura 51 a Figura 54 mostram os correspondentes modos de vibrar.

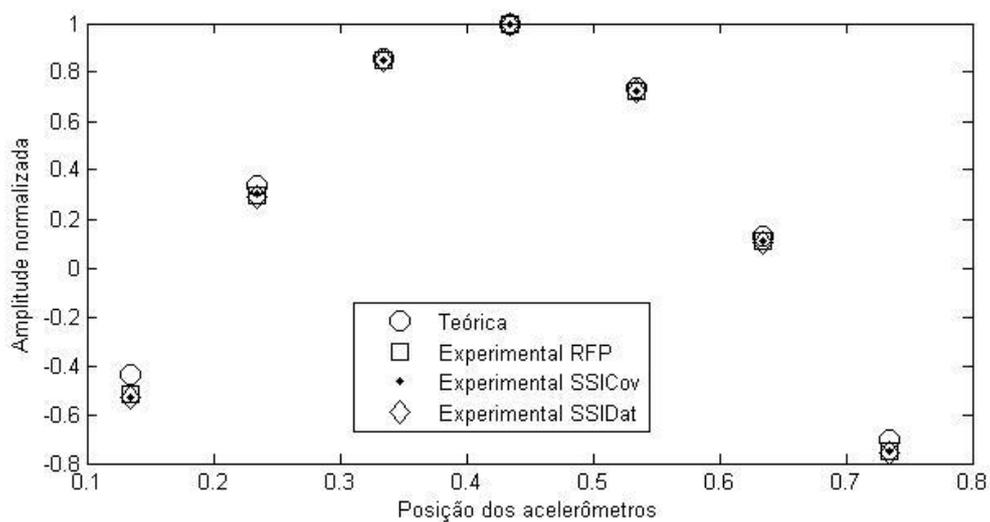
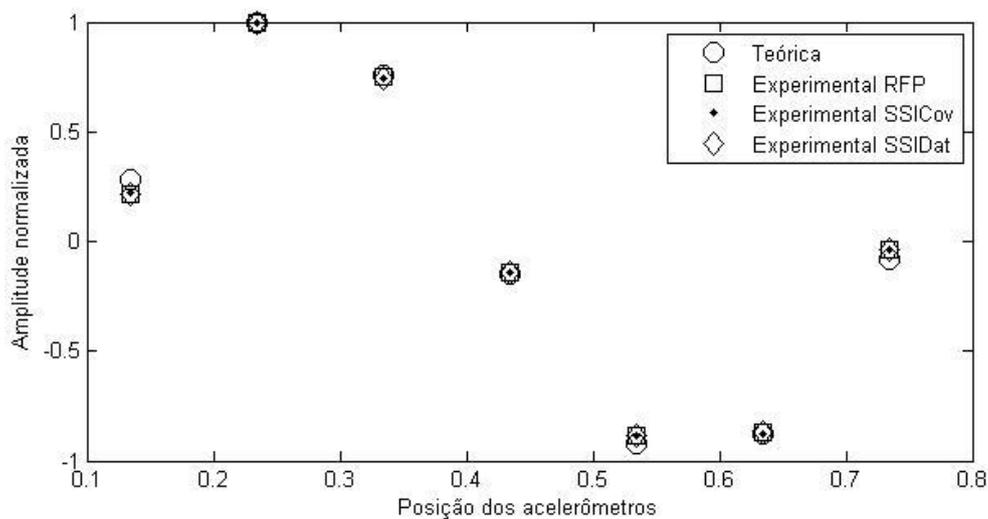
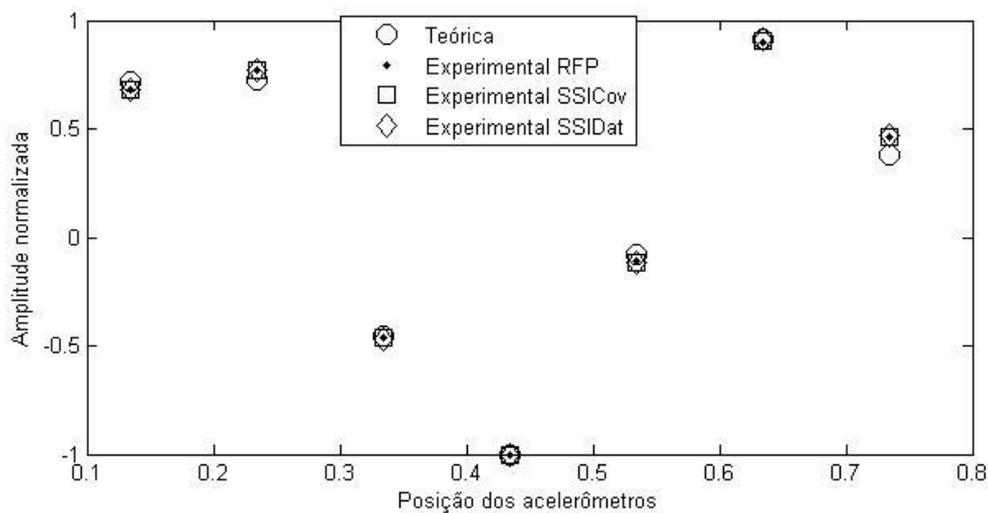


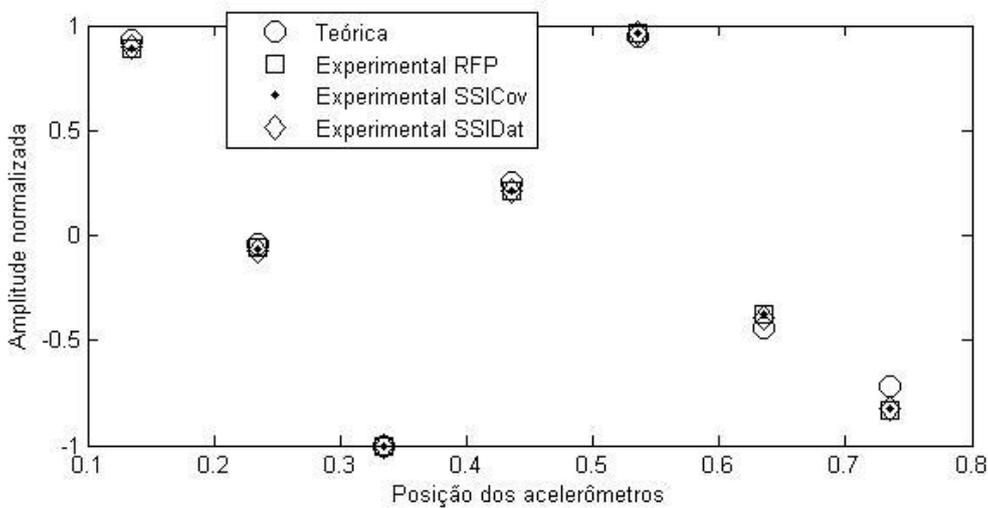
Figura 51: Primeiro modo de vibrar (sistema sem danos)



**Figura 52: Segundo modo de vibrar (sistema sem danos)**



**Figura 53: Terceiro modo de vibrar (sistema sem danos)**

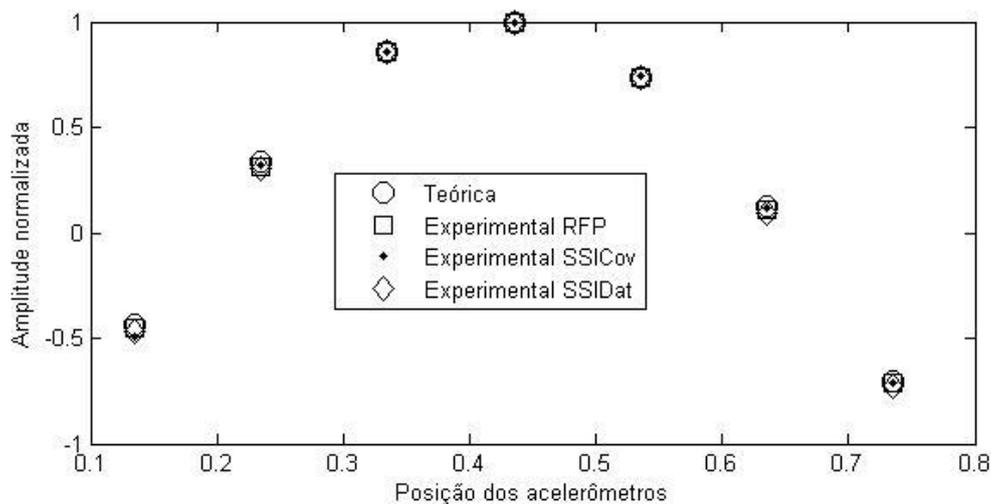


**Figura 54: Quarto modo de vibrar (sistema sem danos)**

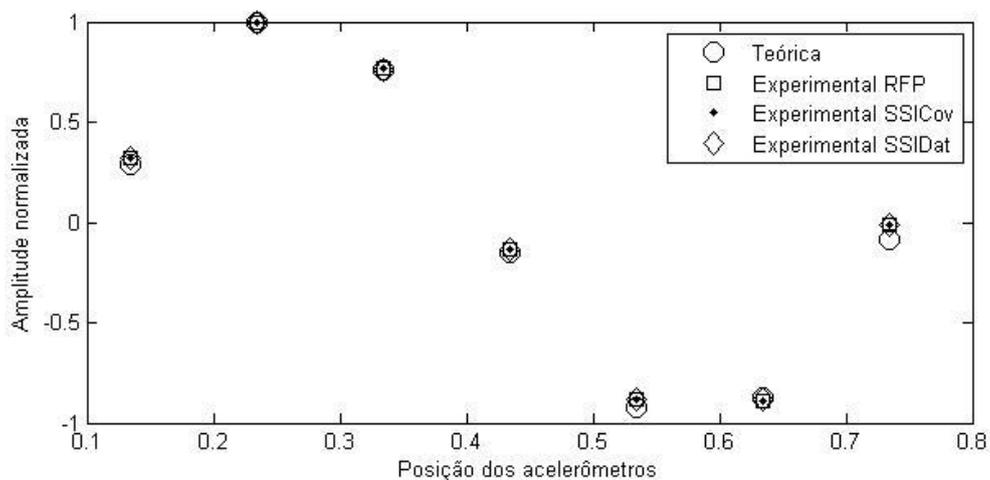
A Tabela 6 mostra os parâmetros ajustados utilizando o método convencional de análise modal (RFP) e dois métodos de ajuste utilizando técnica de análise modal operacional (SSICov e SSIDat) para o sistema com dano. As Figuras 55 a 58 mostram os correspondentes modos de vibrar. Neste caso, a curva teórica foi obtida para o sistema sem danos.

**Tabela 6: Parâmetros modais (sistema com dano)**

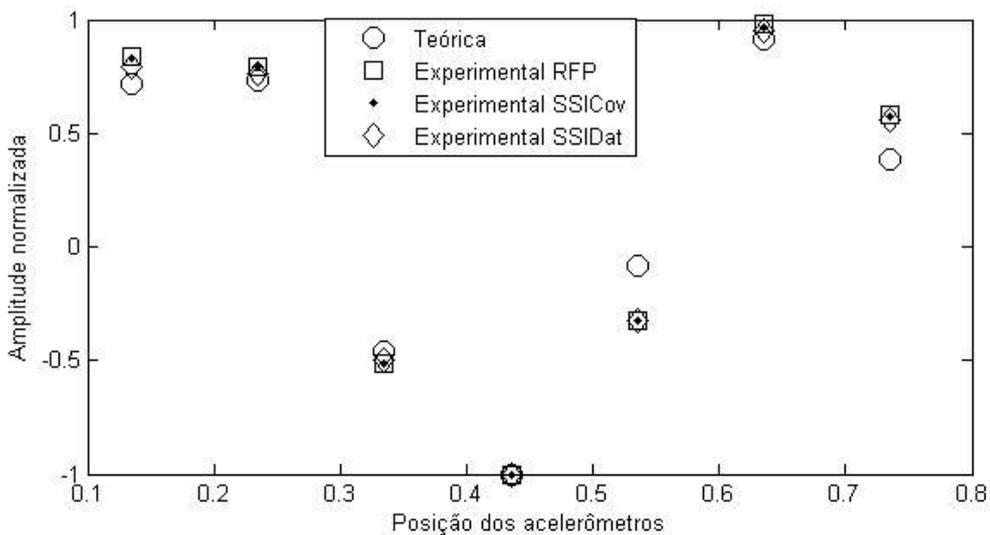
modo	RFP		SSICov		SSIDat	
	Frequência (Hz)	Fator de amortecimento	Frequência (Hz)	Fator de amortecimento	Frequência (Hz)	Fator de amortecimento
1	97.457	0.0047	97.70	0.0018	97.685	0.0022
2	255.73	0.00060	255.76	0.00034	255.76	0.00052
3	496.240	0.0031	496.32	0.0030	496.296	0.0031
4	818.467	0.0041	818.49	0.0043	818.454	0.0046



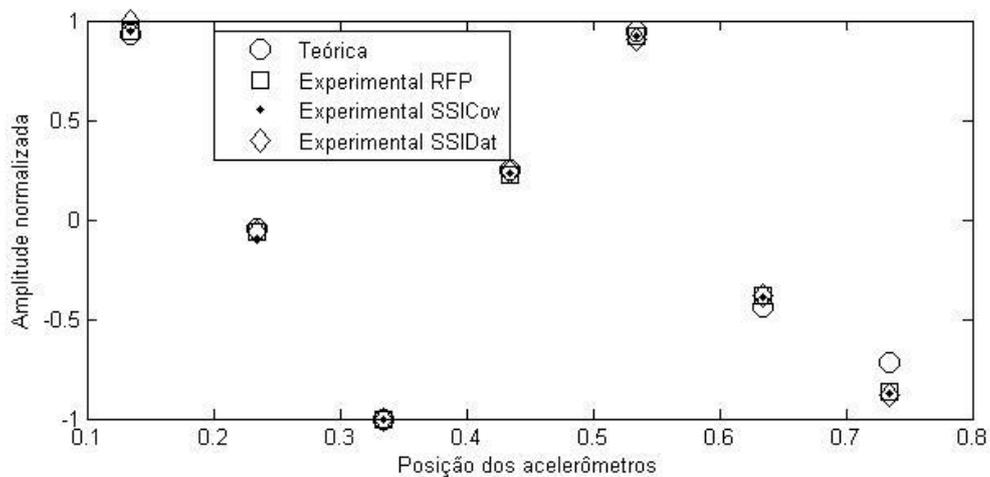
**Figura 55: Primeiro modo de vibrar (sistema com dano)**



**Figura 56: Segundo modo de vibrar (sistema com dano)**



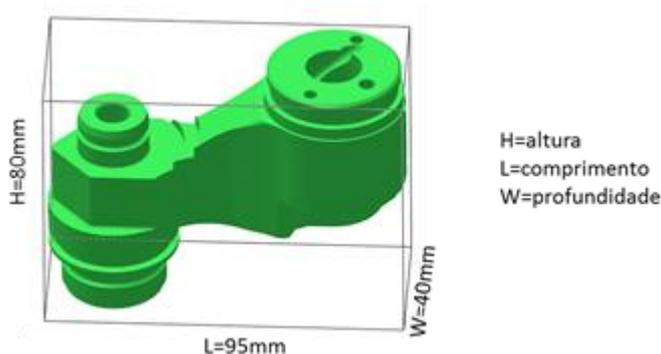
**Figura 57: Terceiro modo de vibrar (sistema com dano).**



**Figura 58: Quarto modo de vibrar (sistema com dano)**

### 4.3 CORPO DO INJETOR

Para este caso foi utilizado o corpo do injetor cuja função principal é alojar os componentes da unidade injetora de combustível e cuja função secundária é resistir à pressão de injeção de combustível. A peça é feita de aço de alta liga e o processo de obtenção é através de forjamento, usinagem e nitretação. A Figura 59 mostra as dimensões da peça.

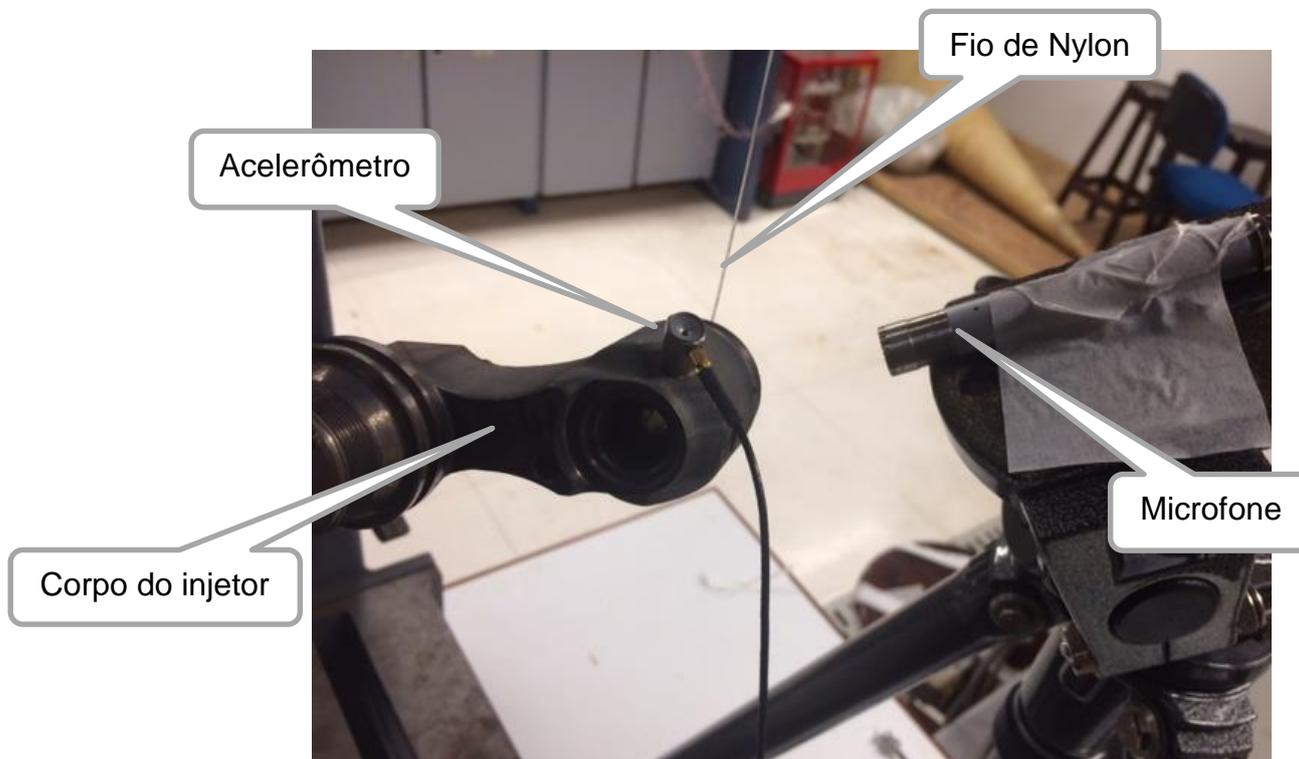


**Figura 59: Corpo do injetor**

A peça foi pendurada por fios flexíveis (nylon) para obtenção de dados vibratórios do sistema excitado através de um martelo de impacto. Os sinais foram coletados por um acelerômetro colado na peça e um microfone posicionado a 7 cm aproximadamente (como a disposição das peças foi feita de maneira manual, a distância é um valor aproximado). Os materiais utilizados para este experimento foram:

- Martelo de Impacto PCB Modelo: 086C03. Nº de Série: 10643 e Sensibilidade de 2,13 mV/N – ponta metálica;
- Microfone: Prepolarized free-field ½". Tipo 4189. Nº de Série: 2009046 Brüel&Kjær - Sensibilidade 53,7 mV/Pa;
- Acelerômetro Miniatura Tipo: 4394. Nº de Série: 2093768 Brüel&Kjær - Sensibilidade de 9,94 mV/g.

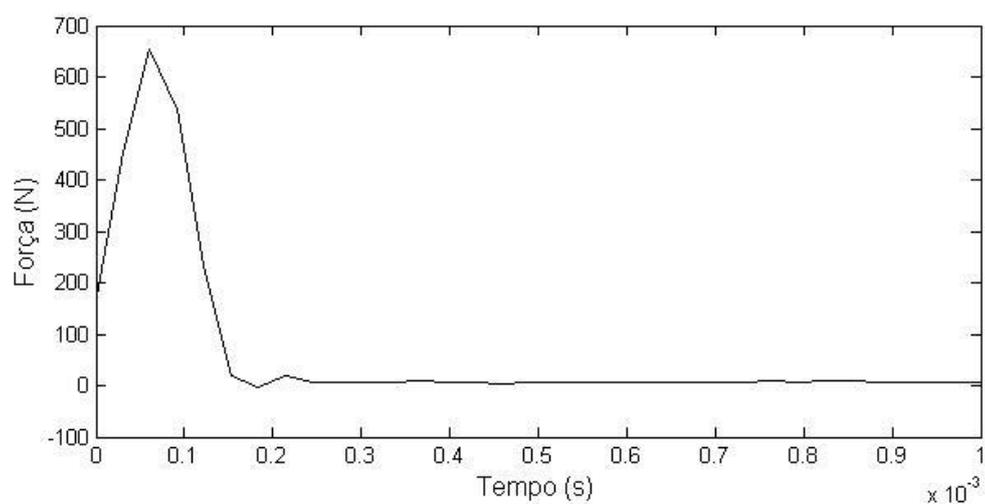
Foram utilizadas peças em boas condições (sem danos) e com dano (micro trinca). A Figura 60 mostra a peça presa por fio de nylon e os sensores usados.



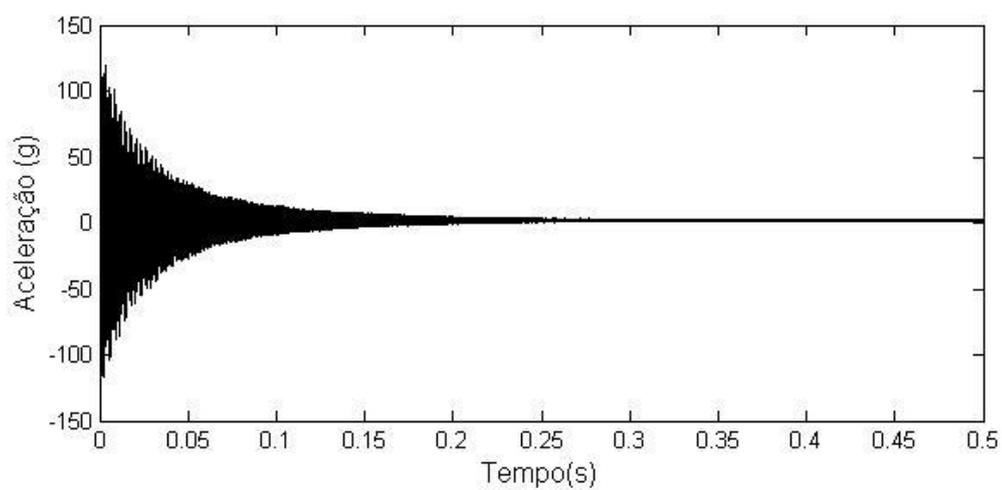
**Figura 60: Corpo injetor, acelerômetro e microfone**

Os ensaios foram realizados dando-se três pancadas seguidas na peça, com um intervalo médio de 2 segundos. Os resultados foram obtidos através de aquisição de sinais.

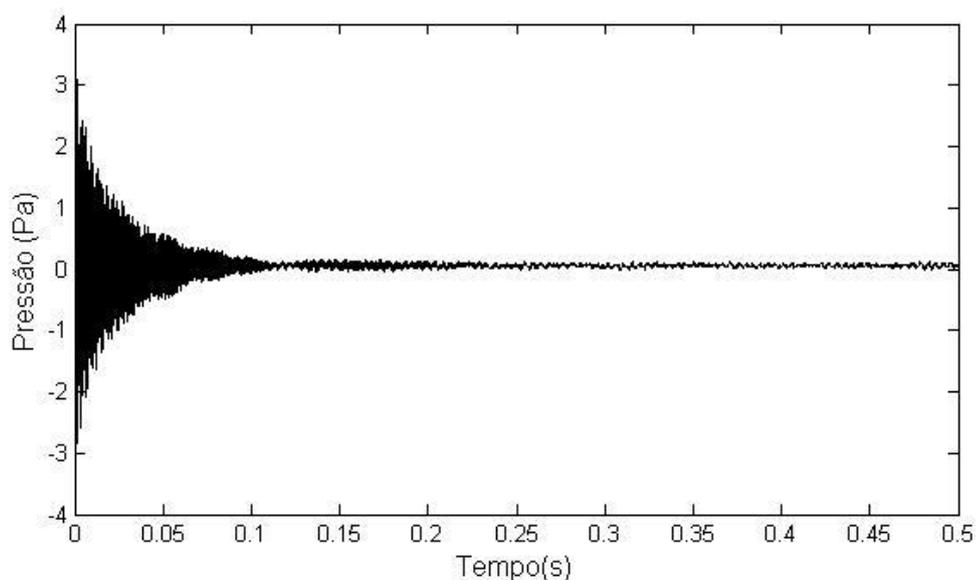
As Figuras Figura 61 a 63 mostram os sinais de força, aceleração e pressão obtidas pelo martelo de impacto, acelerômetro e microfone.



**Figura 61: Força obtida pelo martelo de impacto**



**Figura 62: Aceleração (acelerômetro)**

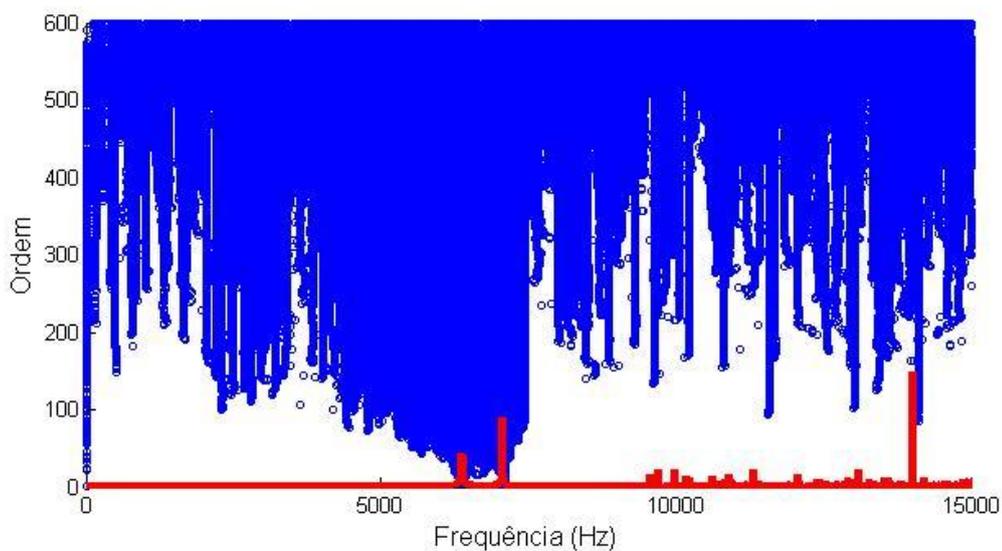


**Figura 63: Pressão (microfone)**

*a) Sistema sem danos*

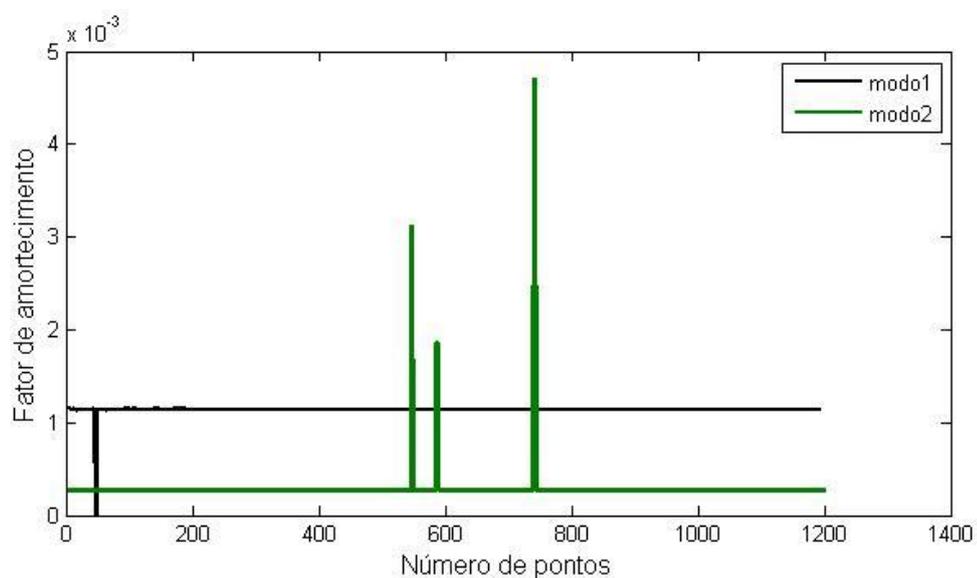
4.3.1 Método SSICov

A Figura 64 mostra o diagrama de estabilização para o sistema sem danos utilizando o método SSICov para o sinal de aceleração.



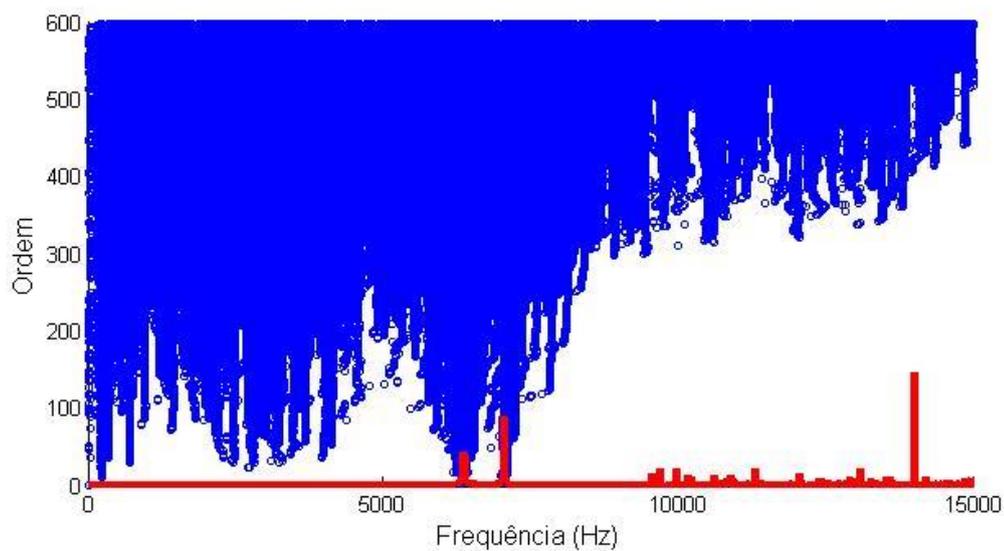
**Figura 64: Diagrama de estabilização das frequências naturais**

A Figura 65 mostra o fator de amortecimento para os dois primeiros modos de vibrar.

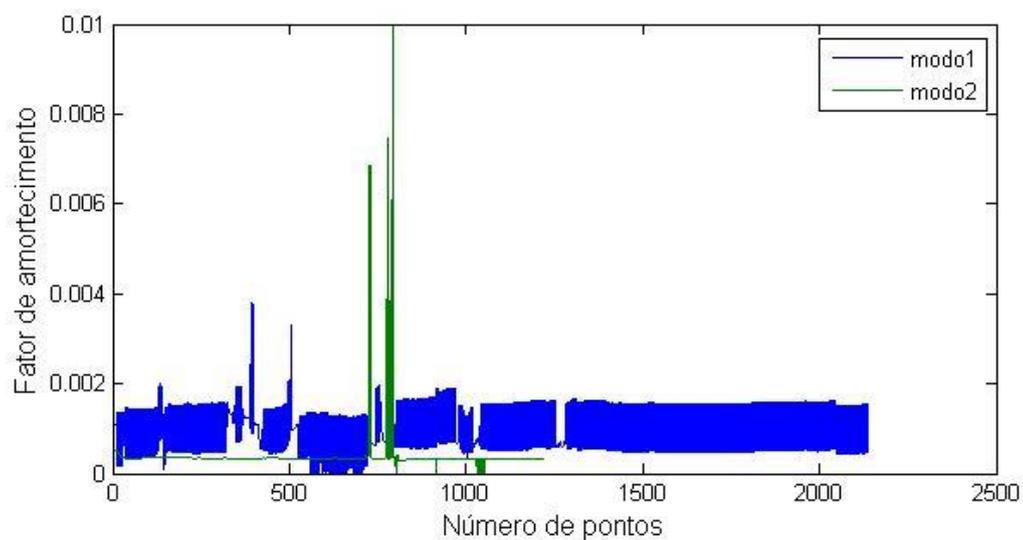


**Figura 65: Fator de amortecimento**

As Figuras Figura 66 e 67 mostram as curvas de estabilização e fator de amortecimento para o sinal de pressão.



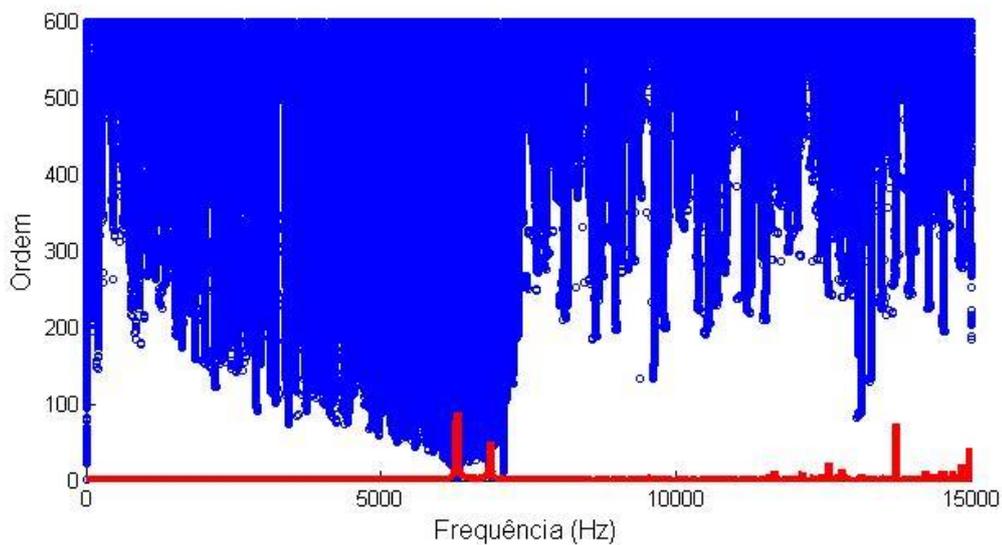
**Figura 66: Diagrama de estabilização das frequências naturais**



**Figura 67: Fator de amortecimento**

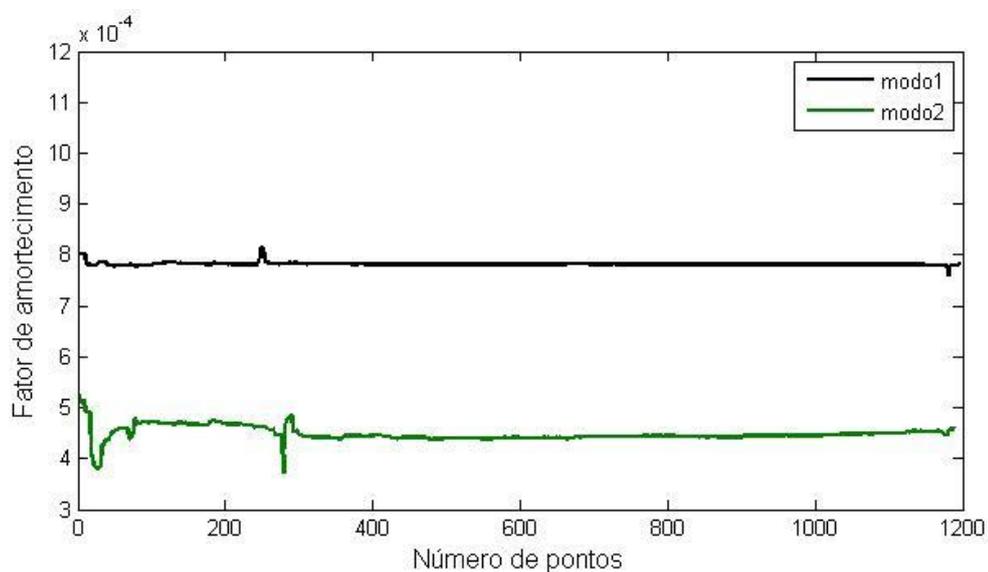
#### 4.3.2 Método SSIData

A Figura 68 mostra o diagrama de estabilização para o sistema sem danos utilizando o método SSIData para o sinal de aceleração.



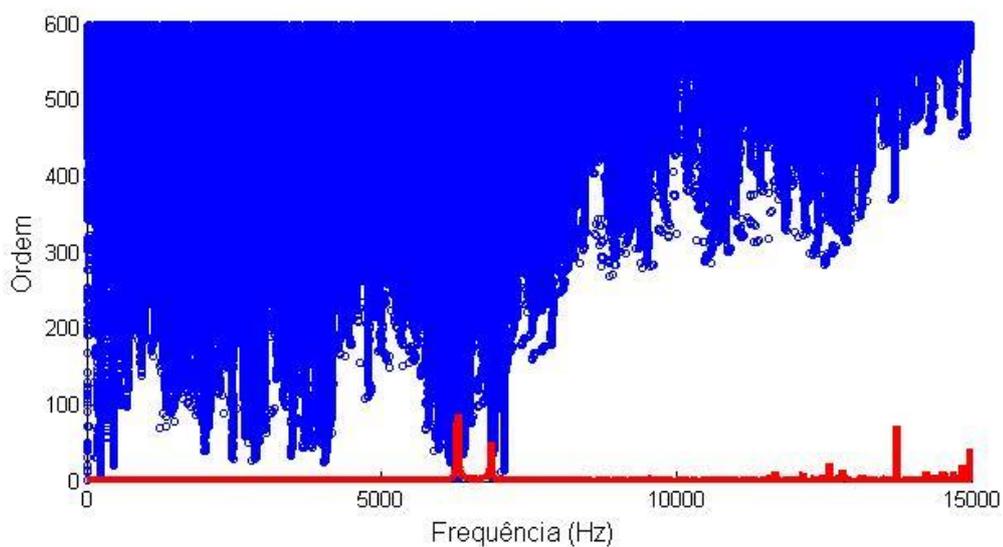
**Figura 68: Diagrama de estabilização das frequências naturais**

A Figura 69 mostra o fator de amortecimento para os dois primeiros modos de vibrar.

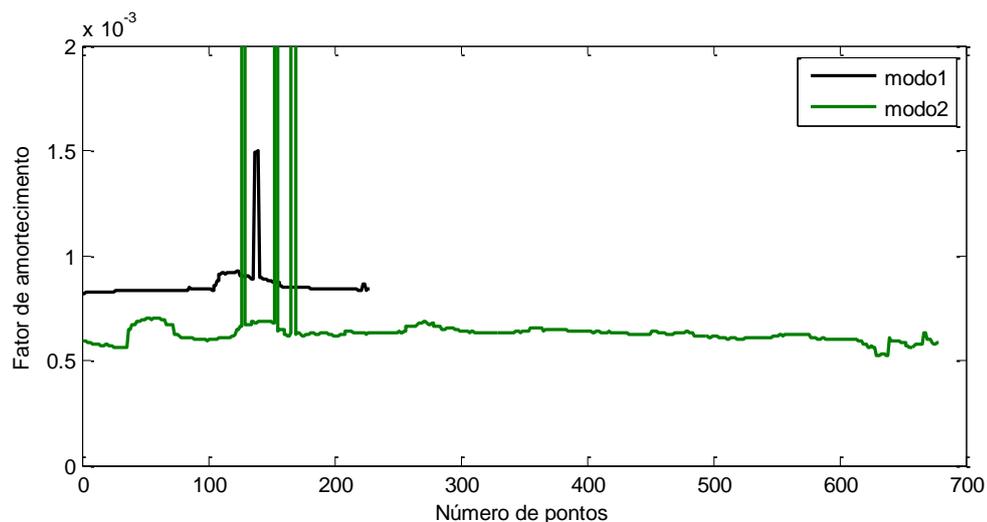


**Figura 69: Fator de amortecimento**

As Figuras Figura 70 e 71 mostram as curvas de estabilização e fator de amortecimento para o sinal de pressão.



**Figura 70: Diagrama de estabilização das frequências naturais**



**Figura 71: Fator de amortecimento**

As Tabelas Tabela 7 e 8 mostram os dados modais obtidos pelo método convencional RFP e pelos métodos de análise modal operacional SSICov e SSIDat. Na Tabela 7 estão mostrados os sinais obtidos pelo acelerômetro e na Tabela 8 os sinais obtidos pelo microfone.

**Tabela 7: Parâmetros modais (acelerômetro)**

Sistema sem danos						
	RFP		SSICov		SSIData	
Modo	Frequência (Hz)	Fator de amortecimento	Frequência (Hz)	Fator de amortecimento	Frequência (Hz)	Fator de amortecimento
1	6371.04	0.00122	6371.20	0.00114	6371.30	0.00120
2	7057.82	0.00031	7057.90	0.00027	7057.90	0.00031
Sistema com dano						
1	6292.24	0.00092	6291.90	0.00078	6292.04	0.00084
2	6860.22	0.00086	6865.90	0.00041	6867.42	0.00042

**Tabela 8: Parâmetros modais (microfone)**

Sistema sem danos						
	RFP		SSICov		SSIData	
Modo	Frequência (Hz)	Fator de amortecimento	Frequência (Hz)	Fator de amortecimento	Frequência (Hz)	Fator de amortecimento
1	6370.83	0.00114	6371.80	0.00053	6372.10	0.00118
2	7057.60	0.00042	7058.80	0.00034	7058.70	0.00047
Sistema com dano						
1	6291.22	0.00078	6291.60	0.00075	6291.70	0.00083
2	6859.42	0.00104	6867.80		6865.20	0.00063

## 5 CONCLUSÕES

Neste trabalho foram realizados estudos comparativos entre métodos recentes e métodos convencionais para a identificação dos parâmetros modais: frequência natural, fator de amortecimento e modo de vibrar. O objetivo foi avaliar a eficiência de cada método. Para isso, foram analisados diferentes sistemas.

O primeiro sistema analisado é um cabo de linha de transmissão (CAA Tern) com um vão de 54 metros. Os sinais vibratórios foram obtidos por cinco acelerômetros dispostos ao longo da amostra e com a tração mecânica variando de 7 a 30% da carga de ruptura do cabo. Duas técnicas de excitação do sistema foram utilizadas, na primeira, foram dadas pancadas com um martelo de impacto a 0,5 metros do centro vão e, na segunda, foi posta uma massa suspensa de 2,595 kg e, em seguida, cortado o fio elástico.

O segundo sistema é uma viga de aço livre-livre com comprimento de 790 mm. O sistema foi excitado por um martelo de impacto e os sinais vibratórios foram obtidos através de 8 acelerômetros dispostos sobre a amostra. Foram analisados dois sistemas, sem danos e com dano.

O terceiro sistema analisado é um corpo injetor, que é uma parte de um injetor de Diesel. A peça foi suspensa por um fio de nylon e excitada com um martelo de impacto. Foram usados um microfone e um acelerômetro para a captação de sinais. Duas peças foram analisadas, uma sem danos e a outra com dano.

Para cada sistema foram empregados três métodos de análise modal operacional. Dois métodos no domínio do tempo (SSI-Cov e SSI-Data) e um no domínio da frequência (PP). Como resultado, foram obtidas as frequências naturais e os fatores de amortecimento para cada modo de vibrar do sistema. Esses resultados foram comparados com os resultados obtidos por um método convencional de identificação de parâmetros modais (RFP).

Para o primeiro sistema excitado por um martelo de impacto, os resultados foram muito bons para a frequência natural em ambos os métodos no domínio do tempo, mas o fator de amortecimento mostrou-se ruim no método SSI-Cov e no método SSI-Data os valores ficaram bem próximos. O mesmo ocorreu para os ensaios com a massa suspensa, as frequências naturais foram satisfatórias para os dois

métodos, mas para o fator de amortecimento, não se obtiveram resultados tão próximos do método convencional.

Para o sistema com uma viga, ocorreu uma situação similar ao primeiro experimento, os resultados para a frequência natural foram muito próximos às respostas do método convencional. Porém, o fator de amortecimento mostrou-se diferente para os dois primeiros modos de vibrar, mas aproximou-se nos 3º e 4º modos. Tal fato ocorreu tanto para o sistema sem danos, quanto para o sistema com dano. É possível observar que o método SSI-Data aproximou-se mais dos valores do método convencional do que o método SSI-Cov.

Para o terceiro experimento, foram analisados apenas os dois primeiros modos de vibrar. Com os dados obtidos pelo acelerômetro, foi possível observar que os dois métodos se mostraram satisfatórios para o sistema sem danos. Já para o sistema com dano, apenas a frequência natural se mostrou próxima do método tradicional. Com os dados obtidos pelo microfone, tanto para o sistema sem danos, quanto para o sistema com dano, foram obtidos bons resultados para a frequência natural. Porém, para o fator amortecimento, o método SSI-Data apresentou bons resultados no sistema sem danos, ao contrário do método SSI-Cov, já para o sistema com dano, somente o primeiro modo de ambos os métodos foi satisfatório.

Para o método PP, no domínio da frequência, os resultados não foram bons, pois, quando usa-se sinais no domínio da frequência, os modos precisam estar bem espaçados para que haja bons resultados. Portanto, não foi possível obter valores para frequência natural e fator de amortecimento, pois não foi possível identificar os modos de vibrar.

## **6 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS**

Utilizar diferentes métodos de identificação de parâmetros modais;

Comparar todos os métodos analisados a fim de encontrar o que apresente melhores resultados;

Analisar outros sistemas e determinar qual método é melhor aplicado em cada situação;

Proporcionar melhorias nos métodos já conhecidos, procurando melhorar os resultados;

Promover testes utilizando métodos não lineares.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AU, S. Model validity and frequency band selection in operational modal analysis. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 81, p. 339–359, 2016.

BAKIR, P. G. Automation of the stabilization diagrams for subspace based system identification. *Expert Systems with Applications*, v. 38, n. 12, p. 14390–14397, 2011.

BARBIERI, N. et al. Dynamical analysis of various transmission line cables. *Procedia Engineering*, v. 199, p. 516–521, 2017.

CAETANO, E. et al. Comparison of stochastic identification methods applied to the natural response of Millau Viaduct. *EVACES, Experimental Vibration Analysis for Civil Engineering Structures*, n. Figure 1, p. 11, 2007.

CALADO, M. K. T. Identificação de Parâmetros Modais em Cabos de Transmissão. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Pontifícia Universidade Católica do Paraná. Curitiba, Paraná, Brasil, 2016.

CARA, F. J. et al. An Approach to Operational Modal Analysis Using the Expectation Maximization Algorithm. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 31, p. 109–129, 2012.

GHALISHOOYAN, M.; SHOOSHTARI, A. Operational Modal Analysis Techniques and Their Theoretical and Practical Aspects: A Comprehensive Review and Introduction. 6th International Operational Modal Analysis Conference. *Anais...2015*

GONZÁLEZ, M. C. Influence of bolted items on the results and consistency of Modal Analysis. 2007.

JIANG, H. et al. Study on Hankel matrix-based SVD and its application in rolling element bearing fault diagnosis. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 52–53, n. 1, p. 338–359, 2015.

LARDIES, J.; MINH-NGI, T. Modal parameter identification of stay cables from output-only measurements. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 25, n. 1, p. 133–150, 2011.

MAGALHÃES, F.; CAETANO, E.; CUNHA, Á. Operational modal analysis and finite element model correlation of the Braga Stadium suspended roof. *Engineering Structures*, v. 30, n. 6, p. 1688–1698, 2008.

NGUYEN, V. H. et al. Structural health monitoring based on static measurements with temperature compensation. p. 1–9, 2013.

NITA, G. M. et al. Higher order statistical frequency domain decomposition for operational modal analysis. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 84, p. 100–112, 2017.

PEETERS, B. *System Identification and Damage Detection in Civil Engineering*. Dept. of Civil Engineering, 2000.

REYNDERS, E.; ROECK, G. DE. *System Identification and Operational Modal Analysis With MACEC Enhanced*. Proceedings of the 2nd International Operational Modal Analysis Conference, Anais...2007

RODRIGUES, J. *Identificação Modal Estocástica Métodos de análise e aplicações em estruturas de engenharia civil*. p. 1–484, 2004.

SCHANKE, S. A. *Operational Modal Analysis of Large Bridges*. n. June, 2015.

SIMENSEN, I. K. *Vortex Induced Vibrations Of Slender Marine Structures Inverse Analysis*. n. June, p. 139, 2013.

TCHERNIAK, D. et al. *Output-only Modal Analysis on Operating Wind Turbines: Application to Simulated Data*. European Wind Energy Conference, n. April, 2010.

WANG, C.; WANG, J.; ZHANG, T. *Operational modal analysis for slow linear time-*

varying structures based on moving window second order blind identification. *Signal Processing*, v. 133, n. November 2016, p. 169–186, 2017.

WANG, T. et al. A frequency and spatial domain decomposition method for operational strain modal analysis and its application. *Engineering Structures*, v. 114, p. 104–112, 2016.

WELCH, P. D. The Use of Fast Fourier Transform for the Estimation of Power Spectra: A Method Based on Time Averaging Over Short, Modified Periodograms, 1967.

YUN, G. J.; LEE, S. G.; SHANG, S. An improved mode accuracy indicator for Eigensystem Realization Analysis (ERA) techniques. *KSCE Journal of Civil Engineering*, v. 16, n. 3, p. 377–387, 2012.

ZHANG, G.; TANG, B.; TANG, G. An improved stochastic subspace identification for operational modal analysis. *Measurement: Journal of the International Measurement Confederation*, v. 45, n. 5, p. 1246–1256, 2012.