PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO PARANÁ

EMERSON HOCHSTEINER DE VASCONCELOS SEGUNDO

AVALIAÇÃO DE METAHEURÍSTICAS DE OTIMIZAÇÃO PARA O PROJETO DE TROCADORES DE CALOR

CURITIBA
Novembro – 2017

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO PARANÁ

EMERSON HOCHSTEINER DE VASCONCELOS SEGUNDO

AVALIAÇÃO DE METAHEURÍSTICAS DE OTIMIZAÇÃO PARA O PROJETO DE TROCADORES DE CALOR

Tese apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Doutor em Engenharia Mecânica, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Escola Politécnica, Pontifícia Universidade Católica do Paraná.

Orientadora: Profª Drª Viviana Cocco Mariani
Co-Orientador: Prof Dr Leandro dos S. Coelho

CURITIBA
Novembro – 2017

Dados da Catalogação na Publicação
Pontifícia Universidade Católica do Paraná
Sistema Integrado de Bibliotecas – SIBI/PUCPR
Biblioteca Central

Vasconcelos Segundo, Emerson Hochsteiner de
V331a Avaliação de metaheurísticas de otimização para o projeto de trocadores de
2017 calor / Emerson Hochsteiner de Vasconcelos Segundo; orientadora: Viviana Cocco Mariani. – 2017.
192 f. : il. ; 30 cm

Tese (doutorado) – Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 2017
Bibliografia: f. 158-168

1. Engenharia mecânica. 2. Transmissão de calor. 3. Otimização. 4. Algoritmos. I. Mariani, Viviana Cocco. II. Pontifícia Universidade Católica do Paraná. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. III. Título

CDD 22. ed. – 620.1

Pontifícia Universidade Católica do Paraná
Escola Politécnica
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica

TERMO DE APROVAÇÃO

Emerson Hochsteiner de Vasconcelos Segundo

Avaliação de Metaheurísticas de Otimização para o Projeto de Trocadores de Calor

Tese aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de doutor no Curso de Doutorado em Engenharia Mecânica, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, da Escola Politécnica da Pontifícia Universidade Católica do Paraná, pela seguinte banca examinadora:

Myriam RBS Delgado

Profª Drª Myriam Regattieri de Biase da Silva Delgado
(UFPR)

Aurora Ra

Profª Drª Aurora Trinidad Ramirez Pozo
(UFPR)

Prof. Dr. Gilberto Reynoso-Meza
(PUCPR)

Stephan Hennings Och

Prof. Dr. Stephan Hennings Och
(PUCPR)

Prof. Dr. Leandro dos Santos Coelho
(PUCPR- Co -Orientador)

Viviana Cocco Mariani

Presidente: **Profª Drª Viviana Cocco Mariani**
(PUCPR - Orientadora)

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA PUCPR GRUPO MARISTA

Curitiba, 06 de novembro de 2017

Dedico este trabalho a todos que muito
pacientemente me apoiaram...

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por tudo, assim como a todos os demais que pacientemente me apoiaram na realização dessa tese de doutoramento, alguns muitas vezes sendo privados do convívio e socialização com a minha pessoa. Não que eu seja uma pessoa socializável...

“Dados, dados, dados. Eu não posso
fazer tijolos sem barro.”
Sherlock Holmes

(Doyle, 1882)

RESUMO

Essa tese relata a otimização de trocadores de calor das topologias casco-tubos e placas-planas utilizando-se de metaheurísticas de otimização incluindo algoritmos evolutivos e algoritmos inspirados na natureza, a saber, *Differential Evolution* (DE), *Adaptive Differential Evolution* (JADE) e *Wind Driven Optimization* (WDO). A contribuição desta tese está na proposta de modificação para adaptação de parâmetros de controle das metaheurísticas de otimização baseada na distribuição de Tsallis, e para as propostas de novas metaheurísticas *Falcon Optimization Algorithm* (FOA) e *Owl Optimization Algorithm* (OOA) em versões mono e multiobjetivo. As funções objetivo definidas para este estudo foram a minimização do custo total anual e a minimização de geração de entropia. Os resultados alcançados pelas funções teste demonstraram efetividade das técnicas propostas tanto para os casos mono-objetivo quanto para os casos de otimização multiobjetivo. Os resultados obtidos tanto para a otimização econômica quanto para a otimização termodinâmica apresentaram melhorias significativas para as topologias de trocadores de calor determinados para os experimentos. As simulações realizadas para o trocador de calor casco-tubo apresentaram melhoras de 27% no valor do custo e 9,2% de redução no valor de unidades de geração de entropia. Já para o trocador de calor de placas-planas houveram melhoras de até 38,7% no valor do custo e 2,6% de redução no valor de unidades de geração de entropia. Nos experimentos com otimização multiobjetivo, no caso do trocador de calor casco-tubos, ocorreu uma distribuição de valores na faixa entre 0,88 a 1,0 m para o diâmetro do casco, já para o espaçamento entre defletores ocorre uma predominância de valores na faixa próxima a 0,45 m e para o diâmetro externo dos tubos ocorrem valores na faixa entre 0,015 a 0,020 m. Para o trocador de calor de placas-planas existe uma distribuição dos valores do comprimento para o fluido quente entre 0,3 a 1,0 m e uma predominância dos valores do comprimento para o fluido frio entre 0,5 a 1,0 m, assim como valores a densidade de placas entre 100 e 600 aletas por m. Todos os métodos apresentaram valores para a altura das aletas, espessura das aletas, comprimento do canal e quantidade de camadas de aletas para o fluido quente respectivos a 0,01 m, 0,001 m, 0,01 m e 10. As análises térmicas possibilitaram determinar a influência das variáveis de decisão no número de Reynolds, coeficientes de transferência de calor por convecção, perdas de carga e áreas superficiais de troca de calor e suas respectivas relações com as funções objetivo. Em suma, as proposições de modificações em algoritmos difundidos e as novas metaheurísticas propostas obtiveram êxito tanto mono quanto multiobjetivo nas funções testes, apresentando também melhores resultados para casos de estudo de trocadores de calor nos casos com apenas uma função objetivo, sendo nos casos para duas funções melhores resultados alcançados pelas modificações de algoritmos difundidos.

Palavras-chave: trocadores de calor, otimização, algoritmos evolutivos, algoritmos inspirados na natureza, otimização multiobjetivo, *Falcon Optimization Algorithm*, *Owl Optimization Algorithm*.

ABSTRACT

This thesis reports the optimization of heat exchangers of the topologies shell-and-tube and plate-fin using optimization metaheuristics including evolutionary algorithms and algorithms inspired by nature, namely Differential Evolution (DE), Adaptive Differential Evolution (JADE) and Wind Driven Optimization (WDO). The contribution of this thesis is in the proposal of modification to adapt the control parameters of the optimization metaheuristics based on the Tsallis distribution, and to the proposed new metaheuristics Falcon Optimization Algorithm (FOA) and Owl Optimization Algorithm (OOA) in mono and multi- objective versions. The objective functions defined for this study were the minimization of the total annual cost and the minimization of the entropy generation. The results obtained by the test functions demonstrated the effectiveness of the techniques proposed for both the single-objective cases and the multi-objective optimization cases. The results obtained for both the economical optimization and the thermodynamic optimization presented significant improvements for the topologies of heat exchangers determined for the experiments. The simulations performed for the shell-and-tube heat exchanger showed improvements of 27% in cost value and 9.2% reduction in the value of entropy generation units. As for the plate-fin heat exchanger, there were improvements of up to 38.7% in the cost value and 2.6% reduction in the value of entropy generation units. In the experiments with multi-objective optimization, in the case of the shell-and-tube heat exchanger, there was a distribution of values in the range of 0.88 to 1.0 m for the shell diameter, for the spacing between baffles a predominance of values in the range of about 0.45 m and for the external diameter of the tubes, values in the range of 0.015 to 0.020 m were observed. For the plate-fin heat exchanger there is a distribution of the values of the length for the hot fluid between 0.3 to 1.0 m and a predominance of the values of the length for the cold fluid between 0.5 to 1, 0 m, as well as plate density values between 100 and 600 fins per m. All methods presented values for fin height, fin thickness, channel length and number of fins for the respective hot fluid at 0.01 m, 0.001 m, 0.01 m and 10. Thermal analyses made it possible to determine the influence of the decision variables in the Reynolds number, convection heat transfer coefficients, load losses and surface areas of heat exchange and their respective relations with the objective functions. In short, the propositions of modifications in classical algorithms and the proposed new metaheuristics have achieved both mono and multi-objective success on the test functions, also presenting better results for cases of heat exchanger studies with only one objective function, and for two functions better results were achieved by the modifications of classical algorithms.

Key-words: heat exchangers, optimization, evolutionary algorithms, nature-inspired algorithms, multiobjective optimization, *Falcon Optimization Algorithm*, *Owl Optimization Algorithm*.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE SÍMBOLOS E ABREVIAÇÕES

A	Área superficial de transferência de calor	m²
As	Área de seção normal à direção do escoamento	m²
B	Espaçamento dos defletores	m
C	Capacidade térmica	$W.K^{-1}$
Ce	Custo da energia	$€.kW^{-1}.h^{-1}$
$C_{min,max}$	Taxa de capacidade calorífica	$W.K^{-1}$
Ci	Custo de investimento	€; $
Co	Custo de operação anual	$€.yr^{-1}$
Cop	Custo de operação	€; $
cp	Calor específico à pressão constante	$J.kg^{-1}.K^{-1}$
$Ctot$	Custo total anual	€; $
di	Diâmetro interno dos tubos	m
do	Diâmetro externo dos tubos	m
de	Diâmetro equivalente	m
dh	Diâmetro hidráulico	m
Ds	Diâmetro interno do casco	m
F	Fator de correção	-
f	Coeficiente de atrito de Fanning	-
G	Velocidade de fluxo mássico	$kg.m^{-2}.s^{-1}$
H	Altura da aleta	m
h	Coeficiente de transferência de calor por convecção	$W.m^{-2}.K^{-1}$
i	Taxa de depreciação anual	%
j	Fator de Colburn	-
k	Condutividade térmica	$W.m^{-1}.K^{-1}$
k_{el}	Custo de eletricidade	$\$.MW^{-1}.h^{-1}$
L	Comprimento de tubos/placas	m
$\dot{m}$	Vazão mássica	$kg.s^{-1}$
ny	Tempo de vida do equipamento	yr
n	Densidade de aletas	$Aletas.m^{-1}$
N	Número de sobreposições de placas	-
nt	Número de passagens pelos tubos	-
Ns	Número de geração de entropia	-

Nt	Número de tubos	-
Nu	Número de Nusselt	-
P	Pressão	Pa
Pb	Potência de bombeamento	W
P_F	Eficiência térmica	-
Pr	Número de Prandtl	-
Q	Taxa de transferência de calor	W
R	Constante particular do gás	$J.kg^{-1}.K^{-1}$
Re	Número de Reynolds	-
R_F	Fator de correção	-
Rf	Resistência de incrustação	$m^2\ K.W^{-1}$
St	Arranjo de tubos	m
T	Temperatura	K
t	Espessura da placa	m
U	Coeficiente global de transferência de calor	$W.m^{-2}.K^{-1}$
v	Velocidade	$m.s^{-1}$

Gregas

μ	Viscosidade dinâmica	Pa.s
ρ	Massa específica	$kg.m^{-3}$
ε	Eficiência	-
η	Eficiência global de bombeamento	-
τ	Tempo de operação anual	$h.ano^{-1}$
$\dot{\sigma}$	Taxa de geração de entropia	-
Δ	Diferença	-

Subscritos

a	Fluido “a”
b	Fluido “b”
c	Fluido frio
ff	Escoamento livre
h	Fluido quente
i	Entrada
o	Saída
s	Casco

t	Tubos
wt	Parede dos tubos

Abreviaturas

ABC	*Artificial Bee Colony*
BA	*Bees Algorithms*
BBO	*Biogeography-Based Optimization*
CSA	*Cuckoo Search Algorithm*
DE	*Differential Evolution*
FA	*Firefly Algorithm*
FOA	*Falcon Optimization Algorithm*
FS	*Free Search*
GA	*Genetic Algorithm*
GAHPSO	*Genetic Algorithm Hybrid with Particle Swarm Optimization*
GSA	*Gravitational Search Algorithm*
HSA	*Harmonic Search Algorithm*
ICA	*Imperialist Competitive Algorithm*
JADE	*Adaptive Differential Evolution*
MODE	*Multi-Objective Differential Evolution*
MOFOA	*Multi-Objective Falcon Optimization Algorithm*
MOJADE	*Multi-Objective Adaptive Differential Evolution*
MOOOA	*Multi-Objective Owl Optimization Algorithm*
MOTDE	*Multi-Objective Tsallis Differential Evolution*
MOWDO	*Multi-Objective Wind Driven Optimization*
NSGA-II	*Non-dominated Sorting Genetic Algorithm Version II*
OOA	*Owl Optimization Algorithm*
PSO	*Particle Swarm Optimization*
QPSO	*Quantum Particle Swarm Optimization*
QPSOZ	*Quantum Particle Swarm Optimization with Zaslavskii Approach*
SA	*Simulated Annealing*
TDE	*Tsallis Differential Evolution*
TJADE	*Tsallis Adaptive Differential Evolution, JADE*
TLBO	*Teaching-Learning-Based Optimization*
TWDO	*Tsallis Wind Driven Optimization*
WDO	*Wind Driven Optimization*

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Após a revolução industrial a sociedade se encontrou em meio a novos e diversos métodos de produção com significativas melhorias em máquinas, equipamentos, processos e procedimentos. Tal avanço trouxe juntamente uma série de novos problemas, muitas vezes complexos, que deveriam ser solucionados nas mais variadas áreas do conhecimento, fomentando o desenvolvimento científico e tecnológico no que toca a técnicas, ou métodos, que proporcionariam buscas por essas soluções.

Por meio desses avanços diversas atividades obtiveram progressos consideráveis em seus processos, principalmente ao ser considerado o uso de trocadores de calor. Esse desenvolvimento industrial tecnológico, relacionada à tecnologia de trocadores de calor, foi possível com processos de transferência de calor que obtivessem maiores eficiências sendo que as mesmas somente foram alcançadas usando otimização de processos, procedimentos, máquinas e/ou equipamentos das respectivas atividades (Souza & Manzela, 2015).

A otimização de projeto de trocadores de calor torna-se desafiadora uma vez que existem diversos tipos desses equipamentos, conforme apresentam Kays & London (1998), na maioria dos casos almejando-se uma redução do volume do dispositivo, o que impacta em seu custo efetivo, ou aumentando sua taxa de transferência de calor por unidade de volume ocupado (Incropera & Dewitt, 2008).

Simon (2013) apresentou que as técnicas de otimização podem ser aplicadas nos mais diversos campos do conhecimento, com trabalhos publicados em diferentes áreas com algoritmos distintos, como pode serobservado nos trabalhos de Biswas *et al.* (2013), Cholavendhan Selvaraj *et al.* (2014) e Nemade & Rane, (2016). De acordo com Cruz *et al.* (2003) os métodos de otimização podem ser determinísticos ou estocásticos, sendo situados nesses últimos algoritmos heurísticos e as metaheurísticas.

Ainda de acordo com Simon (2013), os algoritmos evolutivos são também denominados heurísticos, sendo os mesmos baseados em regras ou lógicas bem definidas para a busca de soluções onde nem sempre há o retorno da resposta exata para o problema. As heurísticas são técnicas dependentes do problema e geralmente são adaptados ao mesmo podendo ficar, normalmente, presos em ótimos locais. Os métodos de otimização metaheurísticos, também denominadas metaheurísticas de otimização, são capazes de se adequar ao problema proposto uma vez que não são técnicas restritas a espaços de busca específicos (Xiong *et al.*, 2015), sendo comumente baseadas em processos naturais e/ou biológicos. Ainda, as metaheurísticas são técnicas que coordenam procedimentos de busca locais com estratégias complexas de modo a criar um processo com a capacidade de escapar de mínimos locais e realizar uma busca robusta no espaço de soluções de um problema (Glover & Kochenberger, 2003), ou seja, não são dependentes do problema em estudo.

Na última década foram diversos os trabalhos que utilizaram de heurísticas e de metaheurísticas para a otimização de trocadores de calor, sendo os principais os de Caputo *et al.*(2008), Patel & Rao (2010), Mariani *et al.* (2012), Hadidi *et al.* (2013), Hadidi & Nazari (2013), Asadi *et al.*(2014), Mohanty (2016a e 2016b), Rao & Saroj (2017) e Turgut (2017) para a otimização de trocadores de calor do tipo casco-tubos, e os de Mishra *et al.* (2009), Rao & Patel (2010 e 2011) e Zarea *et al.* (2014) para o trocador de calor de placas-planas, aplicadas em variadas funções objetivo em otimização mono-objetivo. Alguns trabalhos na literatura com foco em otimização multiobjetivo também merecem destaque, como os de Sanaye & Hajabdollahi (2010), Fettaka *et al.* (2013), Ghanei *et al.* (2014) e recentemente Ayala *et al.* (2016) para o trocador de calor casco-tubos, e para o de placas-planas as pesquisas de Sanaye & Hajabdollahi (2010) e Najafi *et al.* (2011).

1.1 MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS

O projeto e a configuração de parâmetros geométricos e de operação em trocadores de calor são de fundamental importância para diversos processos industriais e atividades afins. Posto isso em mente, os métodos de otimização se apresentam como importante ferramenta na busca por uma solução ótima, no caso de apenas um objetivo, ou conjunto de soluções ótimas, no caso multiobjetivo, de funcionamento e atendimento de condições operacionais uma vez que promovem minimização de custos, de dimensões e de perdas na atividade fim.

A procura por técnicas de otimização que possam ser aplicadas com o ajuste de poucos parâmetros de entrada, ou mesmo sem a necessidade de ajuste dos mesmos, tornou-se interesse de muitos pesquisadores. Fato evidenciado por publicações que demonstram a aplicação de diversos mecanismos de auto-adaptação, muitas vezes com funções densidade de probabilidade – com maior incidência a Gaussiana - ou alguma probabilidade de seleção de indivíduos, também conhecidas como soluções candidatas, ou parâmetros ou ainda função adicional, como os trabalhos de Zhang & Sanderson (2009), Gong *et al.*(2011a e 2011b), Zhong & Zhang (2012), Elsayed *et al.* (2013), Tanabe & Fukunage (2013), Sarker *et al.*(2014), Mallipeddi *et al.* (2014), Falco *et al.* (2014), Draa *et al.* (2015) e Das *et al.*(2015).

Exposta essa variedade de trabalhos com inserção de distribuições estatísticas para auto-adaptação de parâmetros ou seleção de indivíduos apresenta-se a distribuição de Tsallis (Tsallis, 1988), um formalismo estatístico para análise de sistemas tradicionais da mecânica estatística de equilíbrio, onde a energia e a entropia são quantidades extensivas. A aplicação dessa distribuição foi investigada na última década principalmente no que tange aplicações no mercado financeiro (Cortines, 2005; Souza, 2009) e poderia ser aplicada em algoritmos evolutivos para auto-adaptação dos parâmetros de controle da evolução do processo de otimização.

Dentre os métodos de otimização aqueles denominados metaheurísticos apresentam versatilidade e flexibilidade no que concerne à implementação de métodos aplicados na solução dos mais diversos problemas, entre eles os trocadores de calor.

Desta forma, a motivação do trabalho é a busca por técnicas de otimização que possam ser aplicadas de forma satisfatória nos problemas de projeto de trocadores de calor com foco no domínio das variáveis contínuas $\in \mathbb{R}$, tanto em problemas mono-objetivo quanto em problemas multiobjetivo uma vez que tanto a implementação de distribuições estatísticas quanto o estudo e observação da natureza mostram-se promissoras no desenvolvimento de algoritmos para solução de problemas.

Os objetivos da presente tese são apresentados a seguir, sendo segregados em objetivo geral e objetivos específicos.

O objetivo geral do presente trabalho é investigar e propor novas abordagens de metaheurísticas mono e multiobjetivo para otimização em diferentes topologias de trocadores de calor, a saber as topologias casco-tubos e placas-planas, com equacionamentos já consolidados na literatura.

Como objetivos específicos pode-se elencar:

a) Promover uma avaliação dos algoritmos difundidos e com propostas de modificação e de novas metaheurísticas por meio de funções teste mono e multiobjetivo no domínio contínuo $\in \mathbb{R}$;
b) Realizar a otimização mono-objetivo de trocadores de calor das topologias casco-tubos e placas-planas por meio dos algoritmos difundidos e com propostas de modificação e de novas metaheurísticas;
c) Executar a otimização multiobjetivo de trocadores de calor das topologias casco-tubos e placas-planas com: i) versões dos algoritmos originais utilizados na otimização mono-objetivo, ii) versão com modificação para adaptação dos parâmetros de controle que apresentou melhor desempenho na otimização mono-objetivo e iii) versão das novas metaheurísticas;
d) Avaliar o desempenho dos algoritmos utilizados na otimização multiobjetivo por meio de métricas de avaliação de desempenho.

1.2 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Nessa seção são apresentados os procedimentos, definições de métodos, unidade de análise e restrição do presente trabalho.

1.2.1 Descrição da tese

Nesse estudo se propõe a modificação de algoritmos já conhecidos, como a Evolução Diferencial, JADE e *Wind Driven Optimization*, com a distribuição de Tsallis e a proposição de duas novas metaheurísticas de otimização capazes de apresentar desempenho competitivo com métodos publicados na literatura, sendo as mesmas baseadas no movimento de caça executado por falcões e no comportamento chamariz de corujas.

A base de comparação dos algoritmos foi estabelecida com a inserção das mesmas sementes iniciais quando da realização dos experimentos nos processos estocásticos. As funções teste e funções objetivo – apresentadas nos Capítulos 5 e 6, respectivamente - também são as mesmas para todos os casos, limitando-se da mesma forma o espaço de busca das variáveis de decisão.

1.2.2 Contribuição da tese

Considerando-se a tendência de aplicação de processos para auto-adaptação de parâmetros de controle de evolução de algoritmos, e baseando-se no comportamento de determinados animais, e ainda, reconhecendo que a evolução natural forneceu a esses animais condições que caracterizam inteligência e que podem ser implementados em algoritmos que solucionem problemas atuais, procura-se formular matematicamente maneiras de envolver esse conhecimento com a computação evolutiva.

1.2.3 Limitação da tese

A pesquisa é limitada às funções teste selecionadas, tanto mono quanto multiobjetivo, e aos casos de estudo relacionados aos trocadores de calor escolhidos, a saber casco-tubo e placas-planas.

1.3 ESTRUTURA DA TESE

A presente tese foi estruturada em sete capítulos. No Capítulo 1 foi apresentada uma breve introdução sobre os trocadores de calor e métodos de otimização, assim como os objetivos e procedimentos metodológicos do trabalho. No Capítulo 2 são elencados fundamentos relativos aos trocadores de calor, suas características e respectivas modelagens matemáticas, enquanto no Capítulo 3 são introduzidos os métodos de computação evolutiva, a otimização multiobjetivo, os algoritmos difundidos e suas respectivas modificações e metaheurísticas propostas. No Capítulo 4 detalha-se as formas de avaliação que são aplicadas no trabalho em questão para avaliação dos métodos de otimização tanto mono-objetivo quanto multiobjetivo. Os Capítulos 5 e 6 apresentam os resultados numéricos obtidos com as simulações, primeiramente para as funções teste e posteriormente para os casos de estudo dos trocadores de calor. O Capítulo 7 traz conclusões e recomendações a trabalhos futuros, assim como as publicações alcançadas durante o período de elaboração da tese.

2 TROCADORES DE CALOR

Nas seções seguintes são apresentados os aspectos teóricos sobre os trocadores de calor, os estudos já realizados no que tange à otimização de trocadores de calor das topologias casco-tubos e placas-planas e as modelagens matemáticas desses equipamentos.

2.1 INTRODUÇÃO AOS TROCADORES DE CALOR

O termo calor refere-se à transferência de energia de uma substância a outra ou de um objeto a outro devido a uma diferença de temperatura. O calor flui de uma substância com maior temperatura para uma substância com menor temperatura considerando-se que o volume das substâncias permanece constante.

Até o início do século XIX o conceito de calor era desconhecido da forma como é conhecido contemporaneamente e somente em 1798, com Sir Benjamin Thompson, e em 1799, com Sir Humphry Davy, foram apresentadas evidências à comunidade científica de que o calor era uma forma de energia transferível. Posteriormente, em uma série de experimentos entre 1840 e 1849, James Prescott Joule forneceu evidências de que o calor era uma forma de energia em transição e que o mesmo poderia ser utilizado para gerar trabalho (Cheremisinoff, 2000).

As atividades industriais onde os trocadores de calor são vastamente utilizados em diversos segmentos são apresentados na Tabela 2.1 ressaltando-se suas respectivas finalidades.

Tabela 2.1 – Atividades e utilização de trocadores de calor.

Áreas	**Aplicações**
Transporte	Refrigeração de óleos, Refrigeração veicular, Radiadores
Indústria	Torre de refrigeração, Destilador, Recuperação de calor de água
Geração de energia	Energia geotérmica, Eletricidade, Caldeiras, Super condutores, Geradores de calor, Cogeração
Eletrônica	Conversores, Amplificadores, Transformadores, Computadores
Alimentos	Congeladores, Congeladores a vácuo, Refrigeradores
Doméstico	Condicionamento de ar, Aquecedores elétricos, Tanques de água, Refrigeradores, Aquecedores
Bélica	Resfriamento de aeronaves, Resfriamento de motores
Ambientes	Recuperação de calor, Resfriamento de processos líquidos

Fonte: Adaptado de Kakaç & Liu, 2002.

A energia térmica, conforme apresentado na Tabela 2.1, é utilizada em diversos segmentos de indústrias, processos e atividades (Incropera & DeWitt, 1998; Moran, 2005 e Moran *et al.*, 2014). A transferência de calor é um aspecto predominante em muitos dos dispositivos de conservação e geração de energia (Souza & Manzela, 2015).

Os trocadores de calor consistem de elementos como um núcleo ou uma matriz que contenha a superfície de transferência de calor e os elementos de distribuição dos fluidos. A superfície de transferência de calor do dispositivo está em contato direto com os fluidos no qual ocorre a transferência pelo mecanismo convectivo (Shah & Sekulic, 1998).

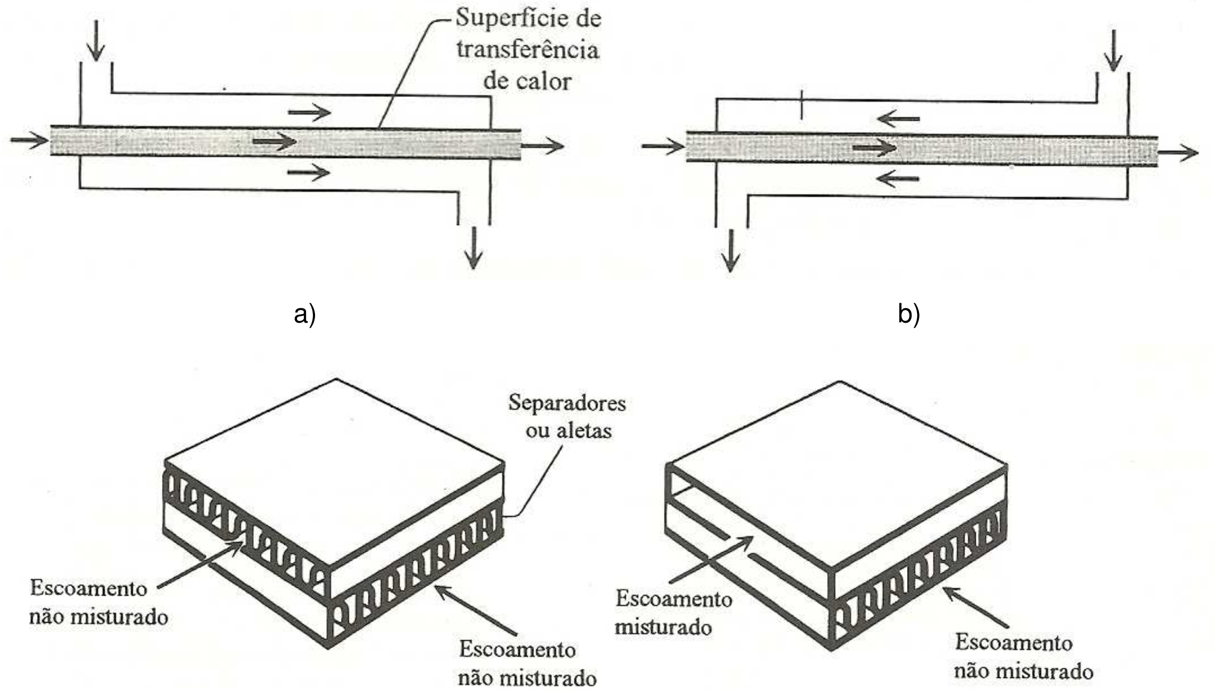
Nos trocadores de calor mais simples os fluidos quente e frio se movem no mesmo sentido ou em sentidos opostos em uma construção com tubos concêntricos, também denominado tubo duplo. Já no arranjo em paralelo os fluidos quente e frio entram pela mesma extremidade, escoam no mesmo sentido e deixam o sistema também pela mesma extremidade, no arranjo em contracorrente os fluidos entram no sistema por extremidades opostas, escoam em sentidos opostos e deixam o sistema por extremidades opostas. Considera-se também o caso de escoamentos cruzados, onde os fluidos apresentam entrada perpendicular um ao outro podendo estar em mistura ou não, o que ocorre quando existe a presença de aletas para segregar o escoamento.

Ainda, segundo Incropera & DeWitt (1998), pode-se ter a configuração de troca de calor casco-tubos onde a troca de calor se dá pela quantidade de passagens dos fluidos no casco e nos tubos. Neste tipo de trocador de calor são instalados normalmente chicanas, ranhuras ou defletores, para aumentar o coeficiente de troca térmica no fluido no lado do casco.

Outra forma conhecida de trocadores de calor consiste nos trocadores de calor compactos, muitas vezes aletados, usados principalmente quando um dos fluidos envolvidos na troca de calor é um gás ou vapor, sendo, portanto, caracterizado por baixos coeficientes de transferência de calor.

A Figura 2.1 apresenta os diferentes tipos de configurações de trocadores de calor em corrente paralela, oposta e com correntes cruzadas.

Figura 2.1 – Configurações de trocadores de calor de tubos concêntricos em corrente paralela (a) e corrente oposta (b) e de trocadores de calor com correntes cruzadas (c).



a) b)

c)

Fonte: Bejan (1996).

De acordo com Kreith & Bohn (2003) quando um trocador de calor é aplicado se faz necessária uma diferença de temperatura para que ocorra a transferência de calor e que as proporções desta diferença de temperatura podem ser reduzidas ao se aumentar as dimensões do trocador de calor, o que acarreta uma elevação de seu custo. Salientaram que, no que concerne a equipamentos de transferência de calor, não somente as características de desempenho térmico são importantes, mas também os requisitos de potência de bombeamento e economia do sistema.

Ainda, segundo Kreith & Bohn (2003) os trocadores de calor são classificados em três tipos básicos: recuperadores, regeneradores e de contato direto.

Os trocadores de calor recuperadores apresentam a separação dos fluidos quente e frio por paredes e o calor é transferido por meio de uma combinação de convecção para a parede e a partir da parede, e de condução através da parede.

Os trocadores de calor regeneradores apresentam um preenchimento interno alternado entre os fluidos quente e frio no núcleo do sistema. Esse núcleo serve como um dispositivo de armazenamento de calor que periodicamente transfere o calor para o fluido mais frio. Nesta classe de trocadores de calor pode-se ter a configuração de matriz fixa, onde os fluidos quente e frio passam alternadamente em um trocador estacionário, e a configuração rotativa, onde uma matriz circular é rotacionada e expõe alternadamente parte de sua superfície ao fluido quente e ao fluido frio.

Os trocadores de calor de contato direto apresentam contato entre os fluidos quente e frio, podendo utilizar líquidos miscíveis ou imiscíveis e substâncias em estado sólido em trocas de calor com gases ou vapores.

Em trocadores de calor é essencial especificar se os fluidos são ou não mistos e qual dos fluidos é misto. É importante equalizar a diferença de temperaturas, obtendo-se coeficientes de transferência de calor aproximadamente iguais no exterior e interior dos tubos, caso contrário, uma das resistências térmicas pode obter valores elevados e causar quedas de temperatura ampla para a taxa de transferência de calor, o que culminará em perda de economia no sistema. No caso dos trocadores de calor casco-tubos há um menor custo inicial em virtude de sua montagem, no entanto, este tipo de trocador somente pode ser utilizado para pequenas diferenças de temperatura entre os fluidos quente e frio em virtude da expansão entre tubos e casco pela diferença térmica.

2.2 CLASSIFICAÇÃO DOS TROCADORES DE CALOR

Os trocadores de calor são dispositivos empregados para a transferência de energia térmica entre dois ou mais fluidos, entre uma superfície sólida e um fluido ou entre sólidos particulados e um fluido, todos a temperaturas diferentes e em contato térmico (Shah & Sekulic, 1998; Kakaç & Liu, 2002; Incropera & Dewitt, 2008).

Aplicações típicas envolvem o aquecimento ou o resfriamento de um fluido em transmissão, evaporação ou condensação de fluidos formados por um único ou múltiplos componentes e a recuperação ou rejeição de calor de um sistema térmico com o objetivo de alcançar alguma necessidade industrial, tais como a esterilização, pasteurização, destilação, concentração, cristalização ou simplesmente do controle do fluido ou dos fluidos do processo (Shah & Sekulic, 1998).

Os problemas mais comuns relacionados ao projeto de trocadores de calor consistem na classificação e dimensionamento. O problema da classificação consiste na determinação das taxas de transferência de calor e nas temperaturas de saída dos fluidos para taxas pré-estabelecidas, nas temperaturas de entrada dos fluidos e na perda de carga permitida para o processo quando a área superficial de troca térmica e as dimensões de passagem dos fluidos são conhecidas. Já o problema do dimensionamento consiste na determinação das dimensões físicas do trocador de calor, especificações dos fluidos, temperaturas de entrada e de saída, taxas de escoamento e perda de carga (Kakaç & Liu, 2002).

Os trocadores de calor podem ser classificados de acordo com o processo de transferência de calor, construção, estrutura de escoamento, configuração compactada superfície, números de fluidos e mecanismos de transferência de calor (Shah & Sekulic, 1998). A Tabela 2.2 apresenta a classificação dos trocadores de calor de acordo com o processo de transferência de calor.

Tabela 2.2 – Classificação de acordo com o processo de troca de calor.

Contato	**Processo de transferência de calor**	
Contato direto	Líquidos imiscíveis Gás-líquido Líquido-vapor	
Contato indireto	Transferência direta	Fase única Multi-fases
	Armazenamento Leito fluidizado	

Fonte: Adaptado de Shah & Sekulic, 1998.

Observa-se que os processos de transferência atuam sobre substâncias em contato direto ou indireto, em uma ou mais fases ou até mesmo entre estados físicos distintos. Podem ser classificados também de acordo com a quantidade de fluidos envolvidos no processo, podendo ter dois ou mais fluidos. A Tabela 2.3 apresenta a classificação dos trocadores de calor de acordo com a compacidade de superfícies, sendo considerados compactos ou não compactos dependendo dos estados físicos relativos ao processo de transferência de calor.

Tabela 2.3 – Classificação de acordo com a compacidade de superfícies.

Tipo de contato	**Classificação**
Gás para líquido	Compacto (β*$\geq$700m²/m³) Não compacto (β<700m²/m³)
Líquido para líquido ou mudança de fase	Compacto ($\beta$$\geq$400m²/m³) Não compacto ($\beta$<700m²/m³)

*β – razão da superfície de transferência de calor por volume unitário.

Fonte: Adaptado de Shah & Sekulic, 1998.

A Tabela 2.4 apresenta a classificação dos trocadores de calor em relação à configuração de construção, ressaltando a classe principal e suas subclasses, quando possível.

Tabela 2.4 – Classificação de trocadores de calor em relação a sua construção.

Classe principal	**Subclasses**	
Tubular	Casco e tubo	Fluxo cruzado ou paralelo
	Tubo duplo	
	Tubo de espiral	
	Serpentina	
Tipo placa	PHE	Vedada ou soldada
	Espiral	
	Anéis planos	
	Circuito impresso	
Superfície estendida	Tubo finos	Parede de separação ordinária
		Parede da tubulação de calor
	Aletas planas	
Regenerativo	Rotativo	
	Matriz fixa	
	Casca rotativa	

Fonte: Adaptado de Shah & Sekulic, 1998.

A Figura 2.2 apresenta um exemplo de trocador de calor amplamente utilizado em residências (trocador de calor compacto).

Figura 2.2 – Trocador de calor compacto residencial.

Fonte: Çengel (2012).

A Tabela 2.5 apresenta a classificação dos trocadores de calor de acordo com o arranjo de escoamento. Pode-se notar a diversidade de arranjos onde os mais comuns são o contra fluxo e o fluxo cruzado.

Tabela 2.5 – Classificação de acordo com o arranjo de escoamento.

Classe principal	**Subclasses**	
Passagem única	Contra fluxo Fluxo paralelo Fluxo cruzado Fluxo dividido	
Múltiplas passagens	Superfície estendida	Cruzado contra fluxo Cruzado de fluxo paralelo Fluxo composto
	Casco e tubo	Fluxo paralelo contrário (m passagens pela casca e n passagens pelos tubos) Fluxo dividido
	Aletas	Fluido 1 com m passagens Fluido 2 com n passagens

Fonte: Adaptado de Shah & Sekulic, 1998.

O projeto de trocadores de calor é baseado prioritariamente em satisfazer os requisitos do processo no qual será utilizado, logo, as especificações para o projeto devem conter toda a informação necessária para o dimensionamento do trocador de calor. Na seleção do dispositivo ideal devem ser consideradas as pressões de operação, temperaturas de entrada e saída do sistema, requisitos de manutenção do sistema, segurança do sistema, disponibilidade de fabricação de seus componentes e custo (Kakaç & Liu, 2002).

2.3 OTIMIZAÇÃO DE TROCADORES DE CALOR

Nas últimas décadas o estudo da otimização de trocadores de calor vem sendo realizado com diferentes técnicas e métodos. Nestes estudos observa-se predominância da otimização de trocadores de calor das topologias casco-tubos e placas-planas.

Atualmente algoritmos evolutivos ou evolucionários são considerados uma forma alternativa efetiva para a resolução de complexos problemas de busca de soluções seja para problemas mono-objetivo ou para problemas multiobjetivo (Coello *et al.*, 2007). O uso de algoritmos evolutivos para a solução de problemas multiobjetivo teve em seus primórdios o foco em algoritmos genéticos e a exploração de diferentes formas de estratégias de evolução (Bäck, 1996).

A utilização de algoritmos genéticos, ou *Genetic Algorithm* (GA), na solução de problemas de transferência de calor tem sua origem na década de 1990 (Gosselin *et al.*, 2009). Dentre os problemas mais visados está o projeto de sistemas térmicos, onde se localizam os trocadores de calor. Considerando-se os trabalhos científicos produzidos nas últimas décadas tem-se como um dos principais focos da otimização de trocadores de calor por GA a minimização do custo do sistema ou da configuração (Selbas *et al.*, 2006, Babu & Munawar, 2007, Wildi-Tremblay & Gosselin, 2007, Ozcelik, 2007, Allen & Gosselin, 2008, Caputo *et al.*, 2008). Encontram-se também em menor escala a maximização da transferência de calor pela eficiência (Valdevit *et al.*, 2006), a minimização do volume (Xie *et al.*, 2008), a maximização do número de unidades de transferência (NUT) por unidade de queda de pressão (Ozkol & Komurgoz, 2005) e a minimização da massa do sistema ou configuração (Peng & Ling, 2008).

Outros métodos de otimização são também utilizados. Os GAs são inspirados em processos de acasalamento uma vez que utilizam operadores de mutação e cruzamento para a geração de populações em novas gerações com melhores características, o que leva à seleção dos melhores indivíduos dentre uma população (Zang *et al.*, 2010). A Otimização por Enxame de Partículas, ou *Particle Swarm Optimization* (PSO), da área de inteligência de enxames baseia-se no comportamento de grupos de indivíduos na busca de um objetivo em comum. A cada geração os indivíduos são atualizados em relação ao seu posicionamento obedecendo a uma formulação matemática (Cui & Gao, 2012). O Algoritmo de Busca Harmônica (HSA) é inspirado nos processos de improvisação musical (Geem *et al.*, 2001). O Algoritmo de Competitividade Imperialista (ICA) é baseado na evolução sócio-política de comunidades (Atashpaz-Gargari & Lucas, 2007).

Ainda em relação à otimização de trocadores de calor pode-se citar outros métodos de otimização aplicados para a obtenção de ótimos globais, como por exemplo os trabalhos realizados por Matos (2003), Gut (2003) e Mainardes (2007) onde foram realizadas otimizações numéricas com experimentos para validação dos mesmos.

Matos (2003) investigou a otimização numérica e experimental da geometria de trocadores de calor de tubos aletados e não-aletados, sendo os mesmos circulares ou elípticos. Naquele trabalho várias configurações experimentais foram avaliadas onde as principais variações consistiam na redução do espaçamento entre os tubos para se atingir a máxima transferência de calor. Outras duas variações de configurações foram consideradas, sendo as mesmas a excentricidade dos tubos e os espaçamentos das aletas. Os resultados numéricos demonstraram um ganho de até 19% na transferência de calor com redução de material empregado na construção de até 32% no caso de arranjos elípticos em comparação com o arranjo circular, sendo esta avaliação concordante com a redução dos custos dos trocadores de calor. No que se refere aos resultados experimentais foram constatados ganhos de transferência de calor de até 20% nos arranjos elípticos em comparação com o arranjo circular.

No trabalho realizado por Gut (2003) foram investigadas as configurações ótimas para trocadores de calor a placas onde foram considerados seis parâmetros para caracterização da configuração. Naquele caso verificou-se que a hipótese da constância dos valores do coeficiente global de troca térmica não é limitante para a avaliação global do trocador, sendo que a modelagem utilizada considerou regime estacionário e transitório visando avaliar o estado transiente e a simulação de malhas de controle.

Mainardes (2007) avaliou a otimização geométrica experimental de trocadores de calor de tubos aletados circulares e elípticos em regime turbulento na maximização da taxa de transferência total de calor e na minimização da potência de bombeamento. Várias configurações experimentais foram avaliadas onde as principais variações consistiram na redução do espaçamento entre os tubos, excentricidade dos tubos e espaçamento entre as aletas. Foram constatados ganhos acima de 34% na transferência de calor no arranjo elíptico em comparação com o arranjo circular em relação à variação do espaçamento entre os tubos. Quando da comparação com a variação do espaçamento entre as aletas o ganho foi acima de 23% para o arranjo elíptico em relação ao arranjo circular. No caso das perdas de carga avaliadas verificou-se uma redução da mesma acima de 8% para os tubos elípticos.

As próximas subseções apresentam diversos estudos nos quais é realizada a otimização de trocadores de calor dos tipos casco-tubo e placas-planas por diversos métodos de otimização evolutivos ou inspirados na natureza.

2.3.1 Otimização de trocadores de calor casco-tubos

A seguir são apresentados na Tabela 2.6, em ordem cronológica, alguns trabalhos publicados em periódicos e suas características no que concerne à otimização de trocadores de calor casco-tubos por algoritmos evolutivos, com predominância de técnicas metaheurísticas na última década.

Tabela 2.6 – Artigos publicados com o trocador de calor casco-tubos.

Autor(es) e ano	**Técnica de otimização**
Chauduri *et al.*(1997)	*Simulated Annealing*
Selbas*et al.* (2006)	Algoritmos genéticos
Caputo*et al.* (2007)	Algoritmos genéticos
Babu&Munawar (2007)	Evolução diferencial
Fesanghary*et al.* (2009)	Busca harmônica
Patel& Rao (2010)	Otimização por Enxame de Partículas
Sanaye & Hajabdollahi (2010)	*Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm-II*
Hajabdollahi *et al.* (2011)	Algoritmos genéticos e enxame de partículas
Mariani *et al.* (2012)	Enxame de partículas com adaptação quântica caótica
Fettaka*et al.* (2013)	*Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm-II*
Hadidi& Nazari (2013)	Algoritmo baseado em biogeografia
Amini & Bazargan (2014)	Algoritmos genéticos
Asadi*et al.* (2014)	Algoritmo da procura de *Cuckoo*
Ghanei *et al.* (2014)	Enxame de partículas
Mohanty (2016a)	Algoritmo do vagalume
Mohanty (2016b)	Algoritmo de busca gravitacional
Ayala *et al.* (2016)	Evolução diferencial de procura livre

Chauduri *et al.* (1997) propuseram o estudo de trocadores de calor casco-tubo através de *Simulated Annealing* (SA), considerado um algoritmo de otimização de problemas combinatoriais de larga escala. Foi minimizada a área de transferência de calor e custo total, considerando restrições de configuração e de vibrações no sistema. A principal contribuição daquele trabalho foi a identificação de melhores resultados com a incorporação de mais variáveis de projeto e alternativas de configuração do trocador de calor.

Por sua vez, Selbas *et al.* (2006) utilizaram GA para a otimização de trocadores de calor casco-tubo. Foi adotada como função objetivo a minimização de custo total e foram utilizadas como variáveis de projeto o diâmetro externo dos tubos, tipos de arranjo de distribuição de tubulação para o escoamento, quantidade de passagens pelos tubos, diâmetro externo do casco, espaçamento de defletores. Os resultados daquele estudo mostraram melhoras de desempenho quando comparados aos resultados obtidos em estudos prévios.

Babu & Munawar (2007) fizeram uso de cada estratégia da Evolução Diferencial (DE) para otimização de custo para o trocador de calor casco-tubos. A principal conclusão daquele trabalho foi a potencialidade do uso do método para este tipo de problema prático e ainda que a quantidade de pontos iniciais para execução do algoritmo é cerca de dez vezes a quantidade de parâmetros a serem utilizados.

Já, Caputo *et al.* (2008), por meio do uso da técnica de otimização GA e da mesma função objetivo para esta topologia de trocador de calor, propuseram o estudo de três casos distintos onde as variáveis de projeto foram o diâmetro interno do casco, diâmetro externo dos tubos e espaçamento dos defletores, nos quais os resultados apresentaram significativa melhora quando comparados com resultados obtidos com diferentes métodos em estudos anteriores, sendo encontradas reduções de até 50% nos valores obtidos.

Fesanghary *et al.* (2009) investigaram novamente o trocador de calor casco-tubos e a minimização de seu custo através do Algoritmo de Busca Harmônica(HSA). Antes do processo foi realizada uma análise de sensitividade na qual foram identificadas variáveis geométricas que menos apresentavam influência sobre o resultado final, reduzindo desta forma a quantidade de variáveis de decisão necessárias para a otimização. Os resultados mostraram que quando comparado com outros métodos, como GA, o HSA convergiu para a solução ótima com maior precisão.

Posteriormente, Patel & Rao (2010) aplicaram a técnica (PSO) para a otimização de custo do trocador de calor casco-tubos. A função objetivo utilizada considerou a potência de bombeamento e a área de transferência de calor, para três casos-teste distintos, sendo os mesmos a transferência de calor entre metanol e água do mar, entre querosene e óleo cru e entre água destilada e água bruta. Para cada um dos casos estudados foram obtidas reduções do custo total anual da ordem de 3,35%, 1,87% e 2,51% respectivamente.

Ainda utilizando o PSO, Mariani *et al.* (2012) propuseram a otimização econômica de trocadores de calor casco-tubo através de variações do PSO original, Otimização por Enxame de Partículas com Adaptação Quântica (QPSO) e seu aprimoramento com mapas caóticos de Zaslavskii (QPSOZ). A função objetivo daquele estudo consistia na minimização do custo, que considerou os parâmetros potência de bombeamento e área de transferência de calor, em dois casos-teste, sendo os mesmos a transferência de calor entre metanol e água do mar e entre querosene e óleo cru. Os resultados obtidos, quando comparados outros métodos como PSO e GA, se mostraram superiores obtendo reduções de custo da ordem de 30% e 27%.

Hadidi & Nazari (2013) aplicaram a Otimização Baseada em Biogeografia (BBO) naquele mesmo trocador de calor usando a mesma função objetivo e casos-teste que Patel & Rao (2010). Os resultados obtidos mostraram redução dos custos da ordem de 56,1% em relação aos métodos apresentados na literatura para os mesmos casos-teste, sendo os mesmos o PSO, GA e Colônia Artificial de Abelhas (ABC).

Após, Asadi *et al.* (2014) investigaram a otimização deste trocador de calor através do *Cuckoo Search Algorithm* (CSA). Novamente a função objetivo consistia na minimização do custo para os mesmos casos-teste de Mariani *et al.* (2012). O desempenho do CSA foi comparado com outros métodos representativos utilizados na otimização de trocadores de calor como o PSO e GA. Os resultados obtidos com este algoritmo superaram os resultados anteriores alcançados com a redução de custo anual com o PSO em 77% e com o GA em 48%. Tais resultados foram obtidos através da redução do comprimento dos tubos e o respectivo aumento da quantidade de tubos na geometria do trocador de calor.

No mesmo ano, Amini & Bazargan (2014) aplicaram a GA em duas funções objetivo diferentes para o trocador de calor casco-tubo, uma relacionada ao custo e outra relacionada a taxa de transferência de calor para dois casos-testes distintos com os mesmos elementos de troca de calor, sendo a água e o óleo. O trabalho demonstrou o efeito contraditório que alguns parâmetros possuem sobre a taxa de transferência de calor e sobre o custo, mostrando a necessidade de uma otimização simultânea de ambos os casos para se atingir uma solução ótima satisfatória.

Mohanty (2016) aplicou o Algoritmo do Vagalume (FA) nos mesmos problemas investigados pelos autores anteriores, considerando as mesmas variáveis de otimização. Os resultados encontrados apresentaram redução de 29% em relação ao problema original. No trabalho do mesmo autor com o Algoritmo de Busca Gravitacional (GSA) houve uma redução de 22,4% em relação ao projeto original.

No que tange a otimização multiobjetivo pode-se citar Sanaye & Hajabdollahi (2010) que otimizaram o trocador de calor casco-tubo através de uma função multiobjetivo que considerou a maximização da eficiência e a minimização do custo total através do *Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm - II* (NSGA-II). Para tanto utilizaram como variáveis de decisão o arranjo dos tubos para escoamento, a razão do arranjo dos tubos, o comprimento do tubo, a quantidade de tubos e o espaçamento dos defletores. Os resultados mostraram claramente os conflitos entre as duas abordagens para a otimização.

Fettaka *et al.* (2013) investigaram também a otimização através do *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II* (NSGA-II). Naquele trabalho as funções objetivo consistiam na minimização da área de transferência de calor e na minimização da potência de bombeamento, uma vez que a determinação destes parâmetros impacta diretamente no custo total do trocador de calor. Foram consideradas diferentes variáveis de decisão, tanto contínuas quanto discretas, para dois casos-teste presentes na literatura, sendo os mesmos a troca de calor entre a água do mar e óleo e a troca de calor entre água de refrigeração e nafta. No primeiro e segundo casos foram utilizados como parâmetros de otimização o comprimento, diâmetro externo e espessura dos tubos. Foi observado que as variáveis responsáveis pela compensação dos melhores resultados obtidos consistem no comprimento entre os defletores, no diâmetro externo do tubo e na massa específica dos materiais que participam da troca de calor no sistema nas fronteiras de Pareto para ambos os casos estudados.

Já, Ghanei *et al.* (2014) utilizaram o PSO para a otimização multiobjetivo deste trocador de calor onde novamente as funções objetivo compunham a maximização da eficiência e a minimização do custo total do sistema. Para aquele trabalho foram consideradas sete variáveis de decisão e os resultados obtidos comparados com o método NSGA-II, onde concluiu-se que o modelo aplicado obteve melhor desempenho na busca por soluções ótimas do sistema.

Recentemente, Ayala *et al.* (2016) aplicaram uma variante da evolução diferencial baseada na Busca Livre (FS) para a otimização multiobjetivo de trocadores de calor comparando os resultados obtidos com o NSGA-II. Os resultados demonstraram que o algoritmo proposto foi capaz de gerar uma fronteira de Pareto com boa convergência e diversidade, fatos fundamentais para a otimização multiobjetivo satisfatória.

2.3.2 Otimização de trocadores de calor placa-plana

Da mesma forma que na subseção anterior, quando foram apresentados os trabalhos para o trocador de calor casco-tubos, a seguir são elencados na Tabela 2.7, em ordem cronológica, alguns trabalhos e suas características publicados em periódicos no que tange à otimização de trocadores de calor do tipo placa-planas por algoritmos evolutivos. Pode-se observar nesse rol de trabalhos que há certo equilíbrio entre o uso de métodos heurísticos e metaheurísticas.

Tabela 2.7 – Artigos publicados com o trocador de calor placas-planas.

Autor(es) e ano	**Técnica de otimização**
Mishra*et al.* (2009)	Algoritmo genético
Rao& Patel (2010)	Enxame de partículas
Sanaye & Hajabdollahi (2010)	Algoritmo genético
Peng*et al.* (2010)	Enxame de partículas
Rao & Patel (2011)	*Teaching-Learning-Based Optimization*
Ghosh *et al.* (2011)	Algoritmo genético
Najafi *et al.* (2011)	Algoritmo genético
Yousefi *et al.* (2012)	Algoritmo híbrido evolutivo
Yousefi*et al.* (2013)	Busca harmônica
Zarea *et al.* (2014)	Algoritmo de abelhas
Guo*et al.* (2014)	Algoritmos genéticos e Monte-Carlo
Banooni *et al.* (2014)	Enxame de abelhas

Mishra *et al.* (2009) propuseram a otimização de trocadores de calor de placas-planas através de GA utilizando a minimização das unidades de geração de entropia. Os parâmetros utilizados para tal otimização consistiram nos comprimentos para as placas para ambos os fluidos, na quantidade de placas, altura das placas, densidade de placas, espessura das placas e no montante de calor que deveria ser trocado. Naquele trabalho foi obtida uma relação direta entre a redução das unidades de geração de entropia e as perdas de carga para ambos os fluidos.

Já, Rao & Patel (2010) investigaram o mesmo trocador de calor e função objetivo utilizando-se do PSO. Foi ressaltado pelos autores que a minimização das unidades de geração de entropia culmina na minimização da irreversibilidade do sistema, que aumenta a transferência de calor. O caso-teste utilizado apresentou melhoras nos resultados da ordem de 15,84% em relação ao método utilizado anteriormente em Mishra *et al.* (2009), o GA.

No mesmo ano, Peng *et al.* (2010) também validaram o PSO para a otimização desta topologia de trocador de calor, no entanto, fizeram uso de uma função objetivo de minimização de custo. Os resultados foram comparados com um estudo semelhante no qual foi aplicado o GA e mostraram que a técnica implementada apresentou melhores resultados e menor tempo computacional para encontrar a solução ótima global do problema.

Rao & Patel (2011) novamente investigaram o mesmo caso usando o algoritmo *Teaching-Learning-Based Optimization* (TLBO) e obtendo melhores valores que aqueles encontrados em seu trabalho anterior em 7,29%.

Ghosh *et al.* (2011) aplicaram o GA neste trocador de calor na otimização de melhor padrão multi-fluxo que culmina na carga máxima de calor. No mesmo trabalho foram apresentados outros métodos para comparação com o GA e concluiu-se que os resultados apresentaram bom desempenho para a técnica proposta.

Ainda em relação à utilização de GA e PSO pode-se citar Yousefi *et al.* (2012), que investigaram o trocador de calor de placas-planas através de um algoritmo híbrido de GA com PSO (GAHPSO) utilizando como funções objetivo a minimização da área de transferência de calor e a perda de carga. Os resultados obtidos quando comparados com outros métodos, tais como GA e PSO originais, mostraram melhoras de 25% e 12,5% respectivamente.

Posteriormente, Yousefi *et al.* (2013) aplicaram o HSA no mesmo problema apresentado em Yousefi *et al.* (2012). Os resultados obtidos demonstraram melhoras nos valores obtidos para ambas as funções objetivo quando comparadas com métodos prévios testados.

Zarea *et al.* (2014) propuseram a otimização de trocadores de calor de placas-planas através do Algoritmo de Abelhas (BA) utilizando como funções objetivo a maximização da eficiência e a minimização das unidades de geração de entropia. Os resultados obtidos foram comparados com outros métodos, tais como o GA e o PSO, onde foram encontradas reduções da ordem de 16,5% e 0,27% na geração de unidades de geração de entropia respectivamente. Aplicando o mesmo algoritmo, Banooni *et al.* (2014) utilizaram como funções objetivo o custo e unidades de geração de entropia. Para a otimização foram determinadas sete variáveis de projeto. Os resultados mostraram que o BA conseguiu convergir para o resultado ótimo em menor tempo e maior precisão do que outros métodos, tais como ICA e GA.

Ainda naquele ano, Guo *et al.* (2014) aplicaram novamente a técnica da GA e outra denominada de método de Monte-Carlo. Os resultados demonstraram melhor desempenho do método de Monte-Carlo pelo mesmo considerar fatores internos de distribuição vinculados à geometria do problema, o que evita os efeitos da busca aleatória na otimização e diferenças nas condições de escoamento dos fluidos envolvidos.

Na área da otimização multiobjetivo, pode-se citar o trabalho de Sanaye & Hajabdollahi (2010) onde foi investigado o trocador de calor de placas-planas através do NSGA-II para as funções objetivo maximização da efetividade e minimização do custo total através de seis variáveis de decisão vinculadas exclusivamente a aspectos geométricos do problema. A frente de Pareto obtida com a otimização demonstrou o alto conflito entre as funções objetivo.

Ainda em relação à otimização multiobjetivo Najafi *et al.* (2011) utilizaram GA para a otimização de duas funções objetivos, sendo as mesmas a maximização da quantidade de calor transferida e a minimização do custo total de trocadores de calor de placas-planas. Foi demonstrado que qualquer tentativa de maximização de quantidade de calor transferida culminava na elevação do custo total do sistema, configurando funções objetivo claramente conflitantes.

2.4 MODELAGEM MATEMÁTICA DOS TROCADORES DE CALOR

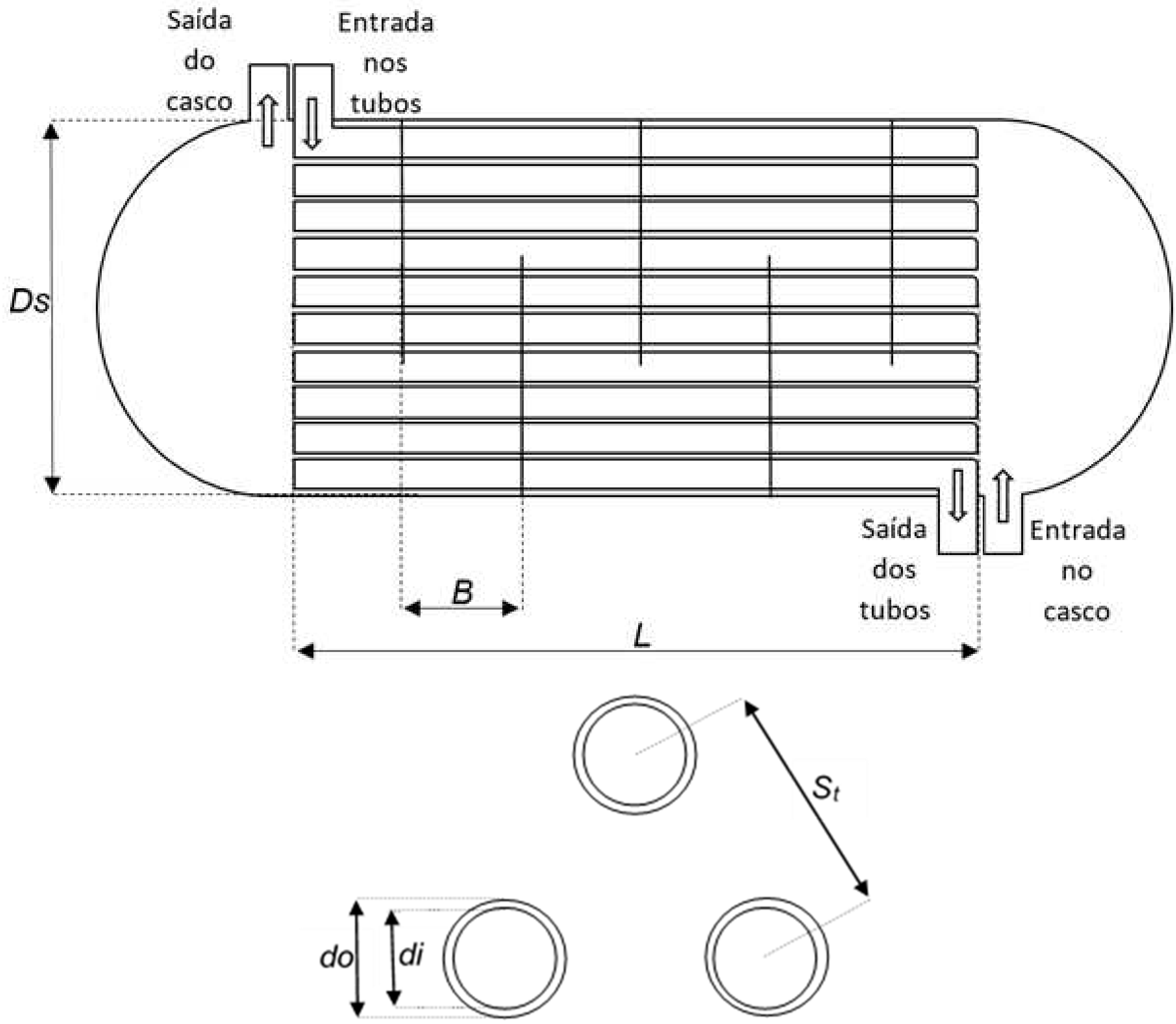
Os casos de estudo foram baseados nos trocadores de calor mais estudados na literatura, sendo os trocadores de calor casco-tubos e placas-planas. As modelagens matemáticas de ambos os trocadores de calor foram definidas em relação aos modelos utilizados na literatura (Sinnot *et al.*, 1965 e Kern, 1950).

2.4.1 Trocador de Calor Casco-Tubo

O trocador de calor casco-tubos é apresentado na Figura 2.3 onde pode-se observar a estrutura do casco – por meio de seu diâmetro Ds - e dos tubos – por meio de seu comprimento L - assim como os defletores, também conhecidos como chicanas, espaçados em B e a representação dos diâmetros interno (di) e externo (do) e o quincôncio (S_t).

A descrição matemática do trocador de calor casco-tubos foi obtida de Sinnot *et al.* (1965) e algumas adaptações foram realizadas para melhor entendimento (Shah & Sekulic, 2003).

Figura 2.3: Estrutura tradicional de um trocador de calor casco-tubos.



De acordo com o regime de escoamento o coeficiente de transferência de calor por convecção do fluido no tubo (convecção interna), h_t (W.m^{-2}.K^{-1}), é obtido conforme (Hewitt, 1998 *apud* Caputo *et al.* 2008):

$$h_t = \begin{cases} \left(\frac{k_t}{di}\right)\left\{3{,}657 + \frac{0{,}0677\left[Re_t Pr_t\left(\frac{di}{L}\right)\right]^{1{,}33}}{1+0{,}1Pr_t\left[Re_t\left(\frac{di}{L}\right)\right]^{0{,}3}}\right\}, Re_t \leq 2100 \\ \left(\frac{k_t}{di}\right)\left[\frac{\frac{f_t}{2}(Re_t-1000)Pr_t}{1+12{,}7\sqrt{\frac{f_t}{2}}(Pr_t^{0{,}66}-1)}\right], 2100 < Re_t < 10000 \\ 0{,}027\left(\frac{k_t}{di}\right)Re_t^{0{,}8}Pr_t^{0{,}33}\left(\frac{\mu_t}{\mu_{wt}}\right)^{0{,}14}, Re_t \geq 10000 \end{cases} \quad (2.1)$$

onde $f = \begin{cases} [1{,}82\log(Re_t) - 1{,}64]^{-2}, Re_t \leq 2100 \\ 0{,}0054 + 0{,}00000023\sqrt{Re_t^3}, 2100 < Re_t < 4000 \\ 0{,}00128 + 0{,}1143\left(Re_t^{-\frac{1}{3{,}214}}\right), Re_t \geq 4000 \end{cases}$, kt é a condutividade térmica do fluido no tubo (W.m^{-1}K^{-1}) e é determinada conforme Shah & Sekulic (2003), di é o diâmetro interno do tubo (m) e definido como $di = 0{,}8do$, μ_t é a viscosidade dinâmica do fluido no tubo (Pa.s), μ_{wt} é viscosidade dinâmica da parede (Pa.s) e Re_t e Pr_t são os números de Reynolds e Prandtl para o fluido no tubo, respectivamente obtidos como:

$$Re_t = \frac{\rho_t v_t di}{\mu_t} \quad (2.2)$$

onde v_t é a velocidade do fluido dentro do tubo (m.s^{-1}) e ρ_t é a massa específica do fluido no tubo (kg.m^{-3}) e o número de Prandtl é dado por:

$$Pr_t = \frac{\mu_t cp_t}{k_t} \quad (2.3)$$

onde cp_t é o calor específico à pressão constante do fluido no tubo (J.kg^{-1}.K^{-1}).

A formulação de Sinnot *et al.* (1965) apresenta o coeficiente de transferência de calor do fluido no casco, h_s (W.m^{-2}.K^{-1}), determinado por:

$$h_s = \frac{0,36k_t}{de} Re_s^{0,55} Pr_s^{0,33} \left(\frac{\mu_s}{\mu_{ws}}\right)^{0,14} \quad (2.4)$$

onde Re_s e Pr_s são os números de Reynolds e Prandtl para o fluido no casco, respectivamente, μ_s é a viscosidade dinâmica do fluido no casco (Pa.s) e μ_{ws} é a viscosidade dinâmica da parede do tubo (Pa.s), de é o diâmetro hidráulico (m) obtido por:

$$de = \frac{4[0,43St^2 - (0,125\pi do^2)]}{0,5\pi do} \quad (2.5)$$

onde $St = 1,25do$, sendo o mesmo a distância entre os eixos tubulares (m).

A área da seção cruzada normal à direção do escoamento, As (m²), é obtida conforme:

$$As = 0,2DsB \quad (2.6)$$

onde Ds é o diâmetro interno do casco (m) e B é o espaçamento entre os defletores (m).

A velocidade de escoamento do fluido no casco, v_s (m.s^{-1}), é obtida como:

$$v_s = \frac{\dot{m}_s}{\rho_s As} \quad (2.7)$$

sendo$\dot{m}_s$ a vazão mássica no tubo (kg.s^{-1}) e ρ_s é a massa específica do fluido no casco (kg.m^{-3}).

O número de Reynolds, Re_s,e o número de Prandtl, Pr_s, são obtidos respectivamente por:

$$Re_s = \frac{\dot{m}_s de}{\mu_s As} \quad (2.8)$$

$$Pr_s = \frac{\mu_s cp_s}{k_s} \quad (2.9)$$

onde cp_s é o calor específico à pressão constante do fluido no casco (J.kg^{-1}.K^{-1}) e k_s é a condutividade térmica do fluido no casco (W.m^{-1}.K^{-1}).

A taxa de transferência de calor global, U (W.m^{-2}.K^{-1}) é determinada conforme:

$$U = \frac{1}{\frac{1}{h_s}+Rf_s+1{,}25\left(Rf_t+\frac{1}{h_t}\right)} \qquad (2.10)$$

sendoRf_s e Rf_t as resistências de incrustação do casco e do tubo (m².K.W^{-1}), respectivamente.

A diferença logarítmica média de temperatura, ΔT_{LM} (K), é obtida conforme:

$$\Delta T_{LM} = \frac{(T_{hi}-T_{co})-(T_{ho}-T_{ci})}{\ln\left(\frac{T_{hi}-T_{co}}{T_{ho}-T_{ci}}\right)} \qquad (2.11)$$

onde T_{hi}, T_{ho}, T_{ci} e T_{co} são as temperaturas de entrada e saída do fluido quente e frio (K), respectivamente.

O fator de correção para a configuração, F, adimensional, é determinado por:

$$F = \frac{\sqrt{1+{R_F}^2}\ln\left(\frac{1-P_F}{1-P_F R_F}\right)}{(R_F-1)\ln\left(\frac{3-P_F R_F-\sqrt{R_F^2+1}}{3-P_F R_F+\sqrt{R_F^2+1}}\right)} \qquad (2.12)$$

sendoR_F o coeficiente de correção e P_F é a eficiência térmica obtidos por:

$$R_F = \frac{T_{hi}\text{-}T_{ho}}{T_{co}\text{-}T_{ci}} \qquad (2.13)$$

$$P_F = \frac{T_{co}\text{-}T_{ci}}{T_{hi}\text{-}T_{ci}} \qquad (2.14)$$

A área superficial de troca de calor, A (m²) é determinada por:

$$A = \frac{Q}{UF\Delta T_{LM}} \qquad (2.15)$$

onde Q (W) é a taxa de transferência de energia por calor.

Já os números de Nusselt para os tubos e para o casco são determinados pelas relações dadas por:

$$Nu_t = \frac{h_t di}{k_t} \tag{2.16}$$

$$Nu_s = \frac{h_s de}{k_s} \tag{2.17}$$

Baseada na área superficial de troca térmica o comprimento do tubo, L (m), é determinado por:

$$L = \frac{A}{\pi do N_t} \tag{2.18}$$

onde N_t é o número de tubos.

A perda de carga no tubo, ΔP_t (Pa) é obtida por:

$$\Delta P_t = \frac{\rho_t v_t^2}{2}\left(2{,}5 + \frac{fL}{di}\right) nt \tag{2.19}$$

onde nt é o número de passagens pelos tubos.

A perda de carga do casco, ΔP_s (Pa), é determinada conforme:

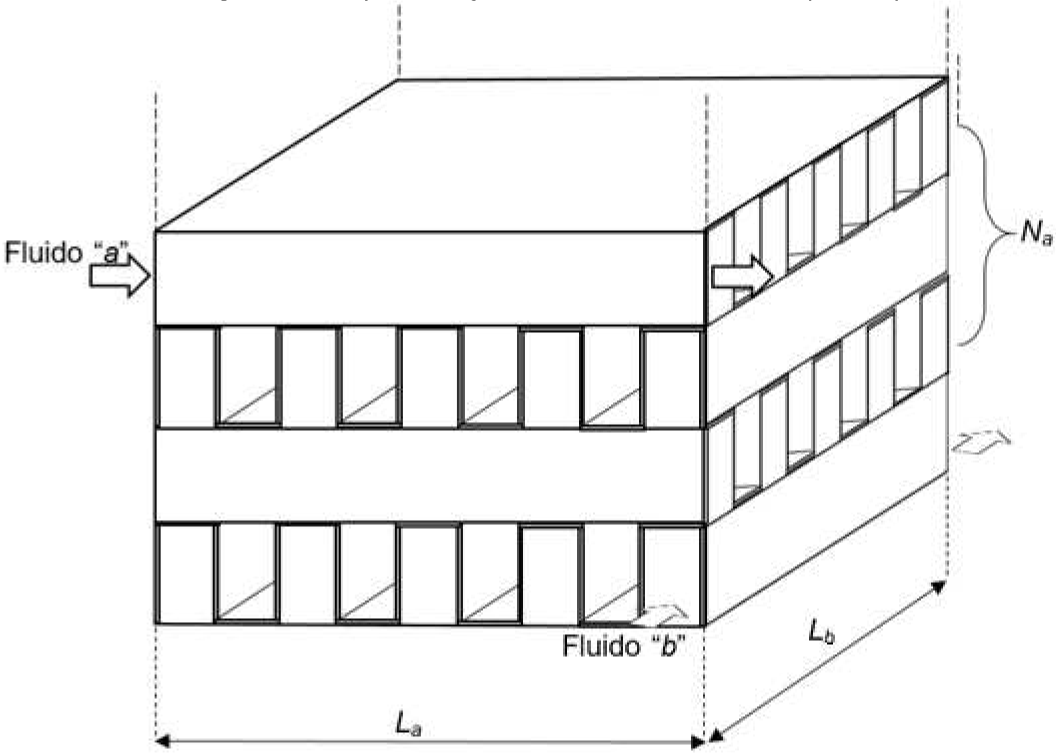
$$\Delta P_s = 1{,}44 Re_s^{-0{,}15}\left(\frac{\rho_s v_s^2}{2}\right)\left(\frac{L}{B}\right)\left(\frac{D_s}{de}\right) \tag{2.20}$$

para Re_s< 40000.

2.4.2 Trocador de Calor Placas-Planas

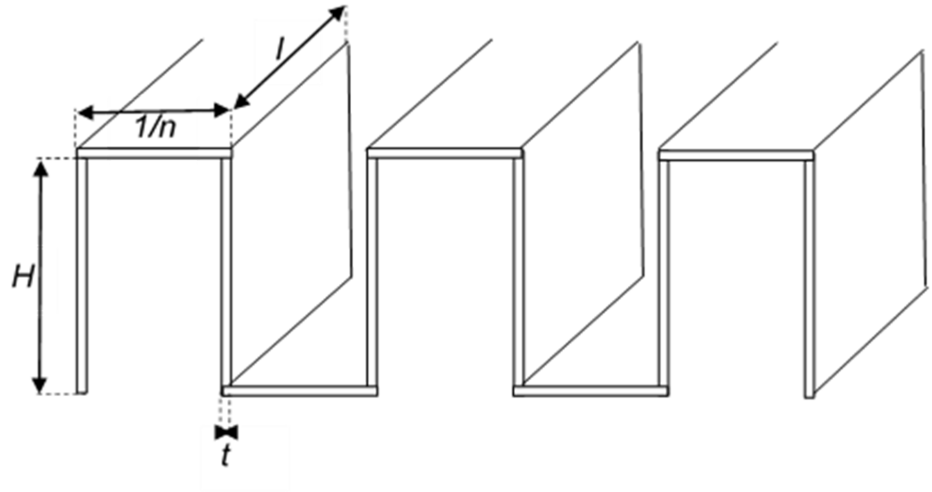
A estrutura do trocador de calor placas-planas de escoamento cruzado é representada na Figura 2.4 onde observam-se os comprimentos das aletas para os fluidos "*a*" e "*b*", L_a e L_b, assim como a quantidade de sobreposição de aletas, N_a.

Figura 2.4: Representação de um trocador de calor placas-planas.



A Figura 2.5 apresenta os parâmetros geométricos aplicados na modelagem do trocador de calor de placas-planas. A descrição matemática do trocador de calor placas-planas foi retirada de Kern (1950).

Figura 2.5: Parâmetros geométricos de um trocador de calor placas-planas.



As temperaturas T_{ao} e T_{bo} (K), e pressões, P_{ao} e P_{bo} (Pa), de saída são determinadas conforme as equações:

$$T_{ao} = T_{ai} - \left[\frac{\varepsilon C_{min}}{C_a}(T_{ai} - T_{bi})\right] \quad (2.21)$$

$$T_{bo} = T_{bi} - \left[\frac{\varepsilon C_{min}}{C_b}(T_{ai} - T_{bi})\right] \quad (2.22)$$

$$P_{ao} = P_{ai} - \Delta P_a \quad (2.23)$$

$$P_{bo} = P_{bi} - \Delta P_b \quad (2.24)$$

onde ε é a efetividade do trocador de calor, C_{min} é a taxa mínima de troca de calor (W.K^{-1}), C_a é a taxa de capacidade térmica do fluido "*a*" (W.K^{-1}), e ΔP_a e ΔP_b são as perdas de carga (Pa). A efetividade é determinada conforme:

$$\varepsilon = \frac{C_a(T_{ai} - T_{ao})}{C_{min}(T_{ai} - T_{bi})} \quad (2.25)$$

As áreas de escoamento livre para os fluidos "a" e "b" são determinadas por:

$$A_{ff_a} = (H_a - t_a)(1 - n_a t_a) L_b N_a \quad (2.26)$$

$$A_{ff_b} = (H_b - t_b)(1 - n_b t_b) L_a N_b \quad (2.27)$$

onde H_a e H_b são as alturas das aletas (m), t_a e t_b são as espessuras das aletas (m), L_a e L_b são os comprimentos das aletas (m), N_a e N_b são os números de sobreposições de aletas, adimensionais, e n_a e n_b são as densidades de aletas.

O número de Reynolds é determinado por:

$$Re = \frac{\dot{m} dh}{A_{ff} \mu} \quad (2.28)$$

onde dh é o diâmetro hidráulico (m), A_{ff} são as áreas de escoamento livre (m^2), e μ são as viscosidades dinâmicas (N.m^{-2}.s^{-1}).

Os números de Nusselt para cada um dos fluidos é determinado conforme:

$$Nu_a = \frac{h_a L_a}{k_a} \tag{2.29}$$

$$Nu_b = \frac{h_b L_b}{k_b} \tag{2.30}$$

onde h e k são, respectivamente, os coeficientes de transferência de calor por convecção ($W.m^{-2}.K^{-1}$) e a condutividade térmica ($W.m^{-1}K^{-1}$) dos fluidos.

O diâmetro hidráulico, dh (m), é obtido por:

$$dh = \frac{2\left(\frac{1}{n}-2t\right)(H-t)}{\frac{1}{n}-1+(H-t)+\frac{Ht-t^2}{l}} \tag{2.31}$$

onde l é comprimento das aletas (m).

As áreas de transferência de calor para ambos os lados, A_a e A_b (m^2), são obtidas como:

$$A_a = L_a L_b N_a\{1 + [2n_a(H_a - t_a)]\} \tag{2.32}$$

$$A_b = L_a L_b N_b\{1 + [2n_b(H_b - t_b)]\} \tag{2.33}$$

e sua soma resulta na área total de transferência de calor para os fluidos “*a*” e “*b*”.

As perdas de carga por atrito para ambos os fluidos, ΔP_a e ΔP_b (Pa), são determinadas conforme:

$$\Delta P_a = \frac{2 f_a \dot{m}_a^2 L_a}{\rho_a dh L_b^2 N_a^2 (H_a - t_a)^2 (1 - n_a t_a)^2} \tag{2.34}$$

$$\Delta P_b = \frac{2 f_b \dot{m}_b^2 L_b}{\rho_b dh L_a^2 N_b^2 (H_b - t_b)^2 (1 - n_b t_b)^2} \tag{2.35}$$

onde ρ_a e ρ_b são as massas específicas ($kg.m^{-3}$), e f_a e f_b são os fatores de atrito de Fanning, determinados como (Joshi & Webb, 1987 *apud* Rao & Patel 2010):

$$f = \begin{cases} 8{,}12Re^{-0{,}74}\left(\frac{l}{dh}\right)^{-0{,}41}\left(\frac{\frac{1}{n}-t}{H-t}\right)^{-0{,}02}, Re \leq 1500 \\ 1{,}12Re^{-0{,}74}\left(\frac{l}{dh}\right)^{-0{,}65}\left(\frac{t}{dh}\right)^{-0{,}17}, Re > 1500 \end{cases} \tag{2.36}$$

Por fim, tem-se o coeficiente de transferência de calor, h (W.m^{-2}.K^{-1}), determinado por:

$$h = cpGPr^{\frac{-2}{3}}j \tag{2.37}$$

onde G é velocidade de fluxo mássico (kg.m^{-2}.s^{-1}) e j é o fator de Colburn, dado por (Joshi & Webb, 1987 *apud* Rao & Patel 2010):

$$j = \begin{cases} 0{,}53Re^{-0{,}5}\left(\frac{l}{d_h}\right)^{-0{,}15}\left(\frac{s}{H-t}\right)^{-0{,}14}, Re \leq 1500 \\ 0{,}21Re^{-0{,}4}\left(\frac{l}{d_h}\right)^{-0{,}24}\left(\frac{t}{d_h}\right)^{-0{,}02}, Re > 1500 \end{cases} \tag{2.38}$$

Considerando ainda a taxa de transferência de energia por calor, Q (W), obtido por:

$$Q = \varepsilon C_{min}(T_{ai} - T_{bi}) \tag{2.39}$$

Todas as equações anteriormente descritas foram utilizadas na otimização do trocador de calor de acordo com os dados disponibilizados na literatura, apresentados posteriormente no Capítulo 6.

3 MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO

Neste capítulo serão apresentados aspectos relevantes à otimização mono e multiobjetivo, os algoritmos difundidos e suas respectivas modificações por meio da distribuição de Tsallis e as novas metaheurísticas propostas.

Conforme Cruz *et al.* (2003), os métodos de otimização global podem ser divididos em dois grupos: determinísticos e estocásticos.

Os problemas em geral são representados por uma função objetivo, também denominada função custo, possuindo parâmetros de entrada e variáveis de decisão. Quando a função objetivo apresenta somente um objetivo ela é denominada mono-objetivo e quando apresenta dois ou mais objetivos é chamada de multiobjetivo (abordada neste trabalho em tópico específico posteriormente).

De acordo com Bäck & Schwefel (1997) mesmo não se conhecendo a solução final deum problema de otimização global, a identificação de uma melhoria na melhor solução atual pela otimização já é, frequentemente, um acentuado avanço na resolução de problemas práticos e em muitos casos os métodos evolutivos fornecem um método eficiente e eficaz para determiná-la. Considere-se ainda, de acordo com Ho & Pepyne (2001), o *No Free Lunch Theorem of Optimization* – um teorema de impossibilidade – onde é apresentado que uma estratégia de otimização universal para todos os problemas é impossível, uma vez que a única forma de uma estratégia superar uma outra é se for especializada na estrutura do problema sob consideração.

Os métodos determinísticos de otimização possuem o resultado final igual quando o ponto de partida do algoritmo é o mesmo, ou seja, o modelo do problema e sua interação com o algoritmo de otimização são totalmente conhecidos. Os melhores resultados com estes métodos são obtidos para funções no domínio contínuo, convexas e semi-modais. A abordagem clássica de algoritmos de otimização determinística envolve o cálculo de derivadas da função objetivo (Brandão, 2010).

Os métodos estocásticos de otimização consideram incertezas ou variações de algumas variáveis de modo que o resultado final varia mesmo com o ponto de partida do algoritmo sendo o mesmo. Estes métodos utilizam informações da função a ser otimizada mesmo que ela seja de difícil representação, como é o caso de funções não-diferenciáveis, descontínuas, não-lineares e multimodais. Os métodos estocásticos são também conhecidos como métodos heurísticos e metaheurísticos (Brandão, 2010) e baseiam-se em processos aleatórios, normalmente com distribuições normais.

As próximas seções objetivam apresentar uma visão sobre computação evolutiva (um dos focos desse trabalho), conceituar as bases da otimização multiobjetivo e formas de avaliação dos algoritmos.

3.1 COMPUTAÇÃO EVOLUTIVA

Os algoritmos evolutivos, ou computação evolutiva, são algoritmos de busca que se baseiam em processos estocásticos inspirados na evolução de vários processos, muitos desses processos tendo por base a natureza (Zang *et al.*, 2010). Os algoritmos evolutivos iniciam a otimização pela geração aleatória de uma população de possíveis soluções geralmente com distribuição uniforme, após, um mecanismo de adaptação é acionado para modificar a população a cada iteração até que se encontre a melhor solução possível (Abd Samad, 2014). Ainda, há de lembrar que tais problemas podem apresentar restrições que precisam ser consideradas no processo de otimização, sendo a penalização uma das formas mais comuns de garantir a inserção das mesmas nos algoritmos (Coello, 2002).

Yousefi *et al.* (2015) apresentam as principais etapas de um algoritmo evolutivo, sendo que primeiramente se faz necessário um processo de seleção que escolhe os indivíduos que devem trocar informações entre si, um método de representação de um processo ou fenômeno que modifique a população gerada nas próximas gerações e um aprimoramento dos parâmetros do algoritmo.

De acordo com Nemade & Rane (2016) a computação bio-inspirada é uma área que relaciona diversas características biológicas, tais como coneccionismo, comportamento social e emergência, sendo comumente associada ao campo da inteligência artificial e em alguns casos com a aprendizagem de máquinas (Zhang *et al.*, 2011). As metaheurísticas foram desenvolvidas numa tentativa de solucionar problemas complexos de otimização para os quais técnicas exatas de otimização falhavam em obter resultados satisfatórios (Xiong *et al.*, 2015).

Entre os algoritmos que têm sido desenvolvidos no campo daqueles bio-inspirados, ou mais abrangentemente no campo daqueles inspirados na natureza, a temática da inteligência de enxames tem recebido especial atenção (Fister Jr *et al.*, 2013). Os métodos caracterizados como inspirados na natureza podem ser agrupados de acordo com o mecanismo de evolução, como os baseados na inteligência de enxame – que trata do comportamento emergente da interação entre os indivíduos no processo de procura seguindo regras específicas – onde um dos principais exemplos é o Inteligência por enxame de partículas (Kennedy & Eberhart, 1995), Procura de *Cuckoo* (Yang & Deb, 2009) e Algoritmo do Vaga-Lume (Yang, 2008), aqueles não baseados na inteligência de enxames – abrangendo os mais variados fenômenos que imitam algum processo em especial, mas que não são inteligência de enxames, destacando-se o Algoritmo de Flores (Yang, 2012a) ou o Algoritmo de Polinização de Flores (Yang, 2012b), aqueles baseados estritamente em fenômenos físicos e/ou químicos, como o *Wind Driven Optimization* (Bayraktar *et al.*, 2010) e outros descritos em Biswas *et al.* (2013), e os demais fenômenos ou mecanismos – como aspectos sociais, emotivos, entre outros – que não se encaixam nas categorias anteriores, mas que se baseiam em algum aspecto natural ou biológico. Cabe ressaltar que alguns algoritmos possuem certa dificuldade de categorização dentre esses grupos, como é o caso da evolução diferencial e seus métodos derivados, uma vez que não se baseia de maneira direta em qualquer mecanismo biológico (Fister Jr. *et al.*, 2013).

Uma listagem extensa da categorização apresentada anteriormente pode ser encontrada em Fister Jr *et al.* (2013), assim como uma breve descrição de inúmeros métodos e aplicações em Cholavendhan Selvaraj *et al.* (2014).

Ainda tem-se aqueles métodos denominados de algoritmos evolutivos clássicos (Dixit *et al.*, 2015), onde as técnicas são baseadas na evolução natural, dentre as quais pode-se destacar os GAs (Holland, 1973), Programação Genética (Koza, 1992) e as Estratégias Evolutivas (Beyer & Schwefel, 2002).

3.2 OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO

De acordo com Ticona (2003), a grande maioria dos problemas encontrados no cotidiano nas diversas áreas nas quais a otimização se faz necessária envolve a obtenção de metas diferenciadas que precisam ser alcançadas simultaneamente, sendo as mesmas muitas vezes conflitantes entre si. Esse conflito dificulta e em alguns casos impossibilita que uma única solução otimize todas as metas ao mesmo tempo. Logo, nesses problemas deve ser almejado um conjunto de soluções ótimas que conformam a frente de Pareto. Assim, enquanto problemas de otimização mono-objetivo apresentam uma solução ótima e identificável, os problemas de otimização multiobjetivo apresentam um conjunto de alternativas, denominadas de Pareto-ótimas (Fonseca & Fleming, 1995).

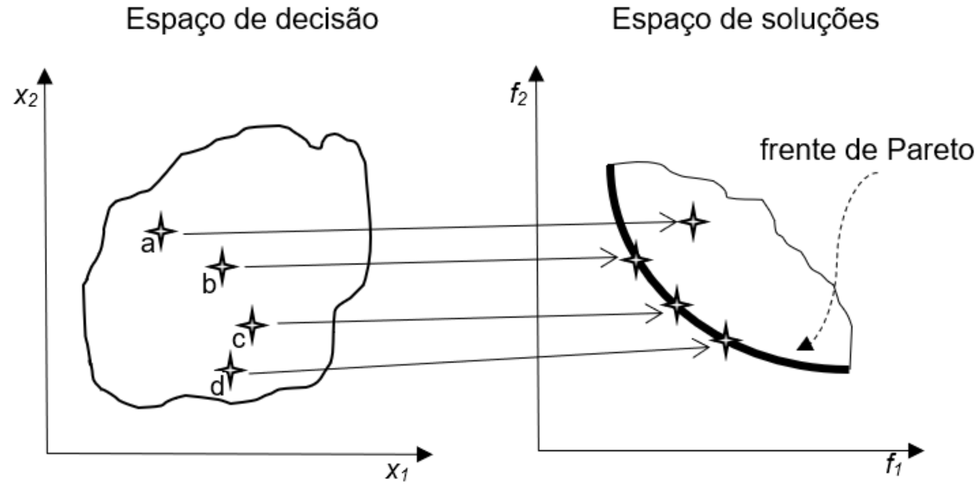
Os problemas descritos anteriormente são denominados de problemas de otimização multiobjetivo em virtude de os mesmos envolverem a minimização ou maximização simultânea de diversas metas satisfazendo a um conjunto de restrições (Arroyo, 2002).

Para Coello (1999), a otimização multiobjetivo pode ser definida como a busca por variáveis de decisão cujos elementos representam as funções objetivo, sendo que essas funções descrevem um problema matemático nas quais os componentes são conflitantes entre si.

Segundo Pareto (1896), o conceito de Pareto-ótimo constitui o ponto de partida na otimização multiobjetivo. Por definição um vetor é Pareto-ótimo se não existe um outro vetor viável que possa melhorar algum objetivo sem causar uma piora em pelo menos um outro objetivo, conceito de dominância. Uma solução é considerada dominante em relação a outra quando ela não apresenta pior resultado que a outra para qualquer dos objetivos e quando apresenta melhora para ao menos um objetivo.

A Figura 3.1 representa a conformação de uma frente de Pareto relativa aos pontos não dominados provenientes de um espaço de decisão arbitrário para ilustrar os conceitos apresentados anteriormente.

Figura 3.1 – Frente de Pareto conformada no espaço de soluções relativa aos pontos designados no espaço de decisão (o ponto “a” é definido como dominado, enquanto os pontos “b”, “c” e “d” são não dominados).



Em virtude da existência de objetivos conflitantes entre si, encontrar soluções viáveis que otimizem simultaneamente a todos é o maior desafio da otimização multiobjetivo. De acordo com Horn (1997), na busca pela solução de problemas de múltiplos objetivos, dois problemas podem ser identificados, sendo os mesmos a busca de soluções e a tomada de decisões.

O primeiro condiz no processo de otimização no qual o conjunto de soluções viáveis deve tender ao encontro do conjunto de soluções Pareto-ótimas. O segundo, consiste na determinação de critérios adequados para a escolha de uma solução do conjunto Pareto-ótimo. Este critério será o responsável para a tomada de decisão, ou seja, ele poderá ponderar entre as diferentes soluções presentes no conjunto Pareto-ótimo.

Segundo outros estudos (Zitzler, 1999, Veldhuizen & Lamont, 2000, Fonseca & Fleming, 1995, Arroyo, 2002) os métodos de otimização multiobjetivo podem ser tipificados em *a-priori*, *a-posteriori* e interativo.

O denominado método *a-priori* permite que o agente responsável pela decisão participe do processo de busca pela solução ótima antes que a resolução chegue realmente ao seu fim. Durante esse processo ele pode contribuir para a busca, atribuindo elementos de sua preferência para os objetivos, podendo combinar os diferentes objetivos envolvidos no problema em apenas um, explicitando a sua preferência por meio de pesos ou ponderações. O problema, após essa primeira resolução, busca a melhor solução para o segundo objetivo na ordem de preferência respeitando-se a solução encontrada para o objetivo principal e assim por diante até que todos sejam contemplados.

Os métodos *a-posteriori* somente permitem a intervenção do agente responsável pela tomada de decisão após a realização da busca pelas soluções ótimas, sendo essa busca realizada considerando-se todos os objetivos do problema, ou seja, cada objetivo possui a mesma importância, o mesmo peso ou a mesma ponderação. Após a realização desta busca se obtém o conjunto de soluções ótimas, ou seja, as soluções Pareto-ótimas na qual se deve escolher a mais adequada.

Os métodos interativos permitem ao agente tomador de decisão interferir no processo durante o processo de busca. Esta interação pode ser dada antes de cada iteração, definindo-se prioridades a serem alcançadas.

No que tange aos métodos clássicos de otimização multiobjetivo, segundo Cohon (1978) e Steuer (1986), se tem um escalar dos objetivos formando um único objetivo, assim, se obtém um problema substituto, ou função substituta, transformando o problema multiobjetivo em um problema mono-objetivo. Os três métodos clássicos utilizados para esse fim são o método da soma ponderada, o método restrito e o método da programação por prioridades. Não obstante as relativas diferenças entre eles o objetivo final é o mesmo, formar uma única função que possibilite a otimização de objetivos conflitantes.

Dentre os algoritmos utilizados em otimização multiobjetivo há um que merece destaque, o *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm - II* (NSGA-II). Desde o início dos anos 2000, com a publicação de Deb *et al.* (2002), há uma predominância em algoritmos baseados no NSGA-II devido as vantagens apresentadas na sua implementação.

Nesse algoritmo a população é inicializada, as funções objetivo são calculadas e ocorre uma classificação em fronteiras. Após, o algoritmo utiliza um processo de seleção com a distância de aglomeração como critério de desempate. Na sequência há as operações evolutivas para a geração das novas soluções candidatas e o processo de classificação em fronteiras é reiniciado até que o critério de parada seja atingido. A classificação das soluções é feita de acordo com o método *non-dominated sort* (Golberg, 1989), onde há a classificação das fronteiras mediante a aplicação do conceito de dominância através do ranqueamento das soluções e seleção de soluções não-dominadas.

De acordo com Coello (2006), em virtude dos mecanismos empregados no NSGA-II esse algoritmo se estabeleceu como o principal algoritmo genético multiobjetivo a se comparar com outros algoritmos.

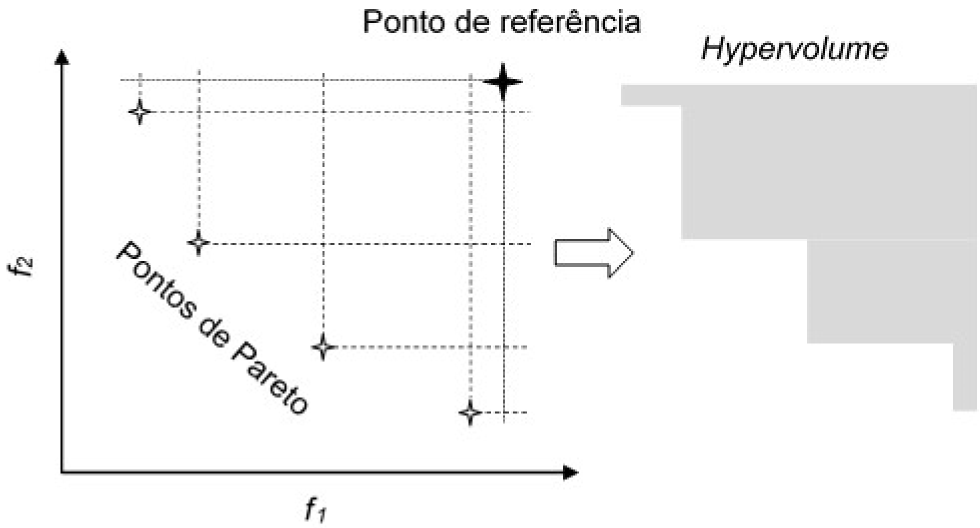
No que diz respeito a outros métodos Reynoso-Meza *et al.* (2010) desenvolveram um algoritmo baseado na evolução com critério de diversidade da imagem de Pareto, denominado de Evolução Diferencial com Aprimoramento Esférico. Esse algoritmo usa seccionamento esférico do espaço de resposta das funções objetivo, sendo um algoritmo elitista, para promover uma melhor diversidade, ou dispersão, dos pontos de Pareto. O autor *op cit.* salienta ainda que este método tem se mostrado efetivo na resolução de problemas de engenharia.

No caso da avaliação do desempenho de métodos de otimização multiobjetivo é comum o uso de métricas, assim como no caso mono-objetivo, onde destacam-se o Hipervolume (*Hypervolume*) introduzido por Zitzler & Thiele (1998, 1999), também conhecido como medida de Lebesgue (Bradstreet, 2011), Distância Generalizada (*Generational Distance*) por Deb *et al.* (2002), Espalhamento Generalizado (*Generalized Spread*) por Zhou *et al.* (2006), Espaçamento (*Spacing*) por Schott (1995), Métrica de Diversidade Delta (*Diversity Metric Delta*) por Deb *et al.* (2002) e a Distância de Hausdorff (*Hausdorff Distance*) por Schutze *et al.* (2012). Um estudo sobre consistências e contradições dessas métricas de avaliação é apresentado em Jiang *et al.* (2014).

Dentre as métricas mais utilizadas destaca-se o *Hypervolume*, onde as soluções são consideradas como pontos no espaço de resposta, isto é, são imagens das funções objetivo consideradas em um espaço de muitas dimensões onde é determinado um volume, que considera como contorno os pontos determinados em relação a um ponto de referência definido previamente. Devido às suas propriedades é considerado que quanto maior o valor encontrado para o Hipervolume melhor é o desempenho do algoritmo de otimização multiobjetivo.

A Figura 3.2 apresenta o conceito aplicado para a métrica do Hipervolume para o caso de duas funções objetivo. Observa-se que a escolha do ponto de referência possui grande influência no resultado final obtido com a aplicação do Hipervolume. Portanto, critérios adicionais *a-posteriori* podem ser requeridos para aprimoramento da análise de desempenho através desse indicador métrico.

Figura 3.2 – Hipervolume aplicado aos pontos aproximados de duas funções objetivos.



Ajibola & Adewumi (2014) apresentam a avaliação de uma série de algoritmos multiobjetivo baseados em algoritmos evolutivos e metaheurísticas e destacam que aparentemente aqueles baseados em *swarm intelligence* apresentam melhores resultados quando comparados com aqueles usualmente baseados somente em algoritmos genéticos.

3.3 EVOLUÇÃO DIFERENCIAL

O algoritmo da evolução diferencial (DE) foi elaborado para satisfazer os requisitos de otimização de funções não-diferenciáveis, não-lineares e multimodais utilizando poucas variáveis de controle e bom desempenho de otimização (Storn & Price, 1997), sendo muito estudada e aplicada (Neri & Tirronen, 2010; Jeyakumar & Shanmugavelayauthan, 2011; Das *et al.* 2016). De acordo com Mashwani (2014) essa técnica emprega os mesmos passos que os utilizados em algoritmos evolutivos, porém, causa certa perturbação nos membros da população (indivíduos) de busca com informações do restante dos membros.

De acordo com Falcone (2004), na DE, desenvolvida por Storn & Price (1995) para problemas de otimização, cada variável é representada por um valor real e o seu procedimento de otimização é regido pelas seguintes etapas:

a) Gerar uma população inicial aleatória (indivíduos), com distribuição uniforme, de soluções factíveis à resolução do problema em questão, onde é garantido que os valores atribuídos às variáveis estão dentro das fronteiras delimitadas pelo projetista,
b) Um indivíduo é selecionado, de forma aleatória, para ser substituído e outros três diferentes indivíduos são selecionados como genitores (pais),
c) Um destes três indivíduos é selecionado como genitor principal,
d) Com alguma probabilidade, pelo menos uma variável do genitor principal é modificada. A modificação, denominada mutação, é realizada adicionando-se ao valor atual da variável uma taxa regida pela diferença entre dois valores desta variável nos outros dois genitores. Este procedimento de alteração das variáveis representa o operador de cruzamento na evolução diferencial.
e) Se o vetor resultante apresenta uma flutuação de aptidão melhor que o escolhido à substituição, ele o substitui, caso contrário, o vetor escolhido

para ser substituído é mantido na população. Este procedimento representa o processo de seleção da evolução diferencial,

f) Os procedimentos descritos nas etapas anteriores, a partir de b), são repetidos até que se atinja o critério de parada ou o limite de iterações designado ($iter_{max}$) seja atingido.

O algoritmo da evolução diferencial, conforme Wang & Zhao (2013), tem sua inicialização por meio da geração aleatória da população de tamanho NP em um espaço real de busca D-dimensional, com distribuição uniforme. A população gerada é obtida de acordo com:

$$x_{iter(i,j)} = \left(x_{iter(i,1)}, x_{iter(i,2)}, \dots, x_{iter(i,j)}\right), i = 1,2,\dots,NP, j = 1,2,\dots,D \qquad (3.1)$$

devendo cobrir todo o espaço de busca, sendo a geração $iter = 0,1,\dots,iter_{max}$, respeitando as condições de contorno máximas e mínimas, tal que:

$$x_{min} = (x_{min,1}, x_{min,2}, \dots, x_{min,D}) \qquad (3.2)$$

$$x_{max} = (x_{max,1}, x_{max,2}, \dots, x_{max,D}) \qquad (3.3)$$

Após, a inicialização do *j*-ésimo elemento no *i*-ésimo vetor é dada por:

$$x_{0(i,j)} = x_{min,j} + rand(0,1) \cdot \left(x_{max.j} - x_{min,j}\right), j = 1,2,\dots,D \qquad (3.4)$$

onde $rand(0,1)$ representa a variável aleatória distribuída uniformemente com valores no intervalo entre 0 e 1, e que é instanciada independentemente para cada componente do *i*-ésimo vetor.

A operação de mutação ocorre com o vetor doador, também denominado vetor de mutação, que é obtido pela operação de mutação diferencial com respeito a cada indivíduo do vetor alvo na população atual. Para cada vetor alvo da população atual é gerado um vetor doador de acordo com alguma estratégia de mutação. A seguir é apresentada a estratégia de mutação mais utilizada (DE/rand/1/bin) conforme:

$$x'_{iter} = x_{r1} + F \cdot (x_{r2} - x_{r3}) \tag{3.5}$$

onde os índices $r1$, $r2$ e $r3$ são inteiros aleatórios mutuamente exclusivos com valores entre 1 e NP, que são diferentes do vetor base de índice i. Esses índices são aleatoriamente gerados para cada vetor de mutação. A diferença entre quaisquer dois desses três vetores é escalonada por um fator de ponderação de mutação F, também denominado de fator de escala, que assume valores no intervalo de 0 a 2 (Storn & Price (1997), onde essa diferença já escalonada é adicionada ao terceiro vetor para se obter o vetor doador.

Depois da operação de mutação, de acordo com o vetor alvo $x_{iter(i)}$ e seu correspondente vetor doador $x'_{iter(i)}$, o novo vetor $u_{iter(i)}$ é gerado pela operação de cruzamento conforme a lógica apresentada em:

$$u_{iter} \begin{cases} x'_{iter}, \text{caso } rand_{i,j}[0,1] \leq CR \; ou \; j = j_{rand} \\ x_{iter}, \text{qualquer outro caso,} \end{cases} \tag{3.6}$$

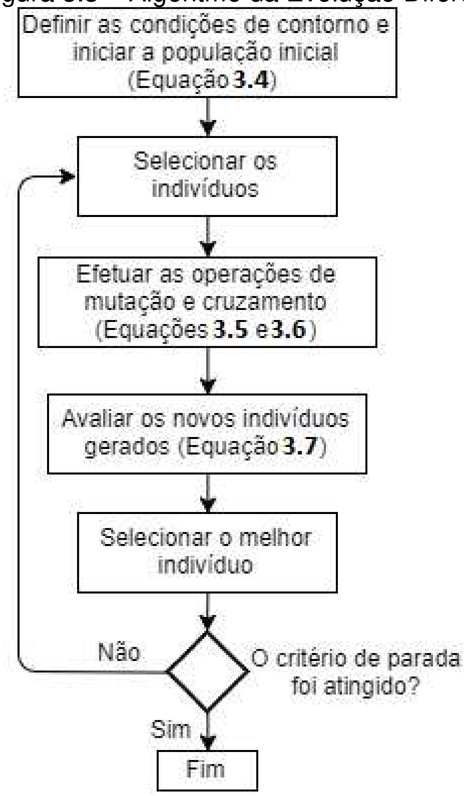
onde CR é a taxa de cruzamento com valores no intervalo [0,1], definida como uma constante, que controla a probabilidade dos valores empregados para os parâmetros pelo vetor doador, j_{rand} é a escolha do inteiro aleatório com valores no intervalo [1,NP] que é introduzido para assegurar que o vetor contenha ao menos um parâmetro do vetor doador.

A operação de seleção é realizada analisando a adequabilidade de cada novo vetor, que é avaliado e comparado com o vetor alvo correspondente à população atual. Caso a adequabilidade do vetor não seja melhor do que aquela do vetor alvo, o vetor alvo será substituído pelo novo vetor na próxima geração daquela população. Caso contrário, o vetor alvo será mantido na próxima geração daquela população. A operação de seleção atua conforme lógica apresentada em:

$$x_{iter+1} = \begin{cases} u_{iter}, \text{se } f(u_{iter}) \leq f(x_{iter}) \\ x_{iter}, \text{qualquer outro caso.} \end{cases} \tag{3.7}$$

A Figura 3.3 apresenta o algoritmo da evolução diferencial abrangendo os passos de sua implementação.

Figura 3.3 – Algoritmo da Evolução Diferencial.



A escolha da evolução diferencial para otimizações numéricas, de acordo com Cheng & Hwang (2001) baseia-se nas seguintes características: é um algoritmo de busca estocástica com mecanismos inspirados na seleção natural; apresenta menor tendência de estagnação em mínimos locais, pois a busca pelo ótimo global é feita através da manipulação de uma população de soluções; é eficiente para problemas de otimização de funções objetivo que não requerem informações relativas às derivadas; permite que os parâmetros de entrada e saída sejam representados como ponto flutuante sem algum esforço computacional adicional; não necessita manter um tamanho grande de população.

3.4 EVOLUÇÃO DIFERENCIAL ADAPTATIVA JADE

A técnica de otimização da Evolução Diferencial Adaptativa JADE foi desenvolvida para melhorar a convergência do método da evolução diferencial através da inserção de uma nova estratégia adaptativa para os parâmetros que regem o processo evolutivo do algoritmo (Zhang & Sanderson, 2009).

De acordo com Zhang & Sanderson (2009) a evolução da JADE é regida pelos seguintes passos:

a) Gerar uma população inicial aleatória, com distribuição uniforme, de soluções factíveis à resolução do problema em questão, onde é garantido que os valores atribuídos as variáveis estão dentro das fronteiras delimitadas pelo projetista,
b) Selecionam-se os valores dos operadores de evolução, fator de escala e probabilidade cruzamento, através das distribuições de Cauchy e Gaussiana, respectivamente,
c) Um indivíduo é selecionado, de forma aleatória, para ser substituído e outros três diferentes indivíduos são selecionados como genitores,
d) Um destes três indivíduos é selecionado como genitor principal,
e) Aplicam-se os operadores de evolução nos indivíduos selecionados, gerando um novo indivíduo,
f) Se o vetor resultante apresenta uma flutuação de aptidão melhor que o escolhido à substituição, ele o substitui, caso contrário, o vetor escolhido para ser substituído é mantido na população. Este procedimento representa o processo de seleção da evolução diferencial,
g) Atualizam-se as médias dos operadores de evolução para que ocorra um aprimoramento dos mesmos na seleção da próxima geração.
h) Os procedimentos descritos nas etapas anteriores, a partir de b), são repetidos até que se atinja o critério de parada ou o limite de iterações designado seja atingido.

Desta forma, o algoritmo da JADE, conforme Wang & Zhao (2013), a cada nova geração seleciona e adapta os fatores F e CR de cada indivíduo de acordo com a distribuição de Cauchy de média μ_F e distribuição normal de média μ_{C_r} conforme:

$$F = rand(\mu_F;\ 0{,}1) \tag{3.8}$$

$$CR = rand\left(\mu_{C_r};\ 0{,}1\right) \tag{3.9}$$

Os indivíduos são então alterados conforme:

$$x_{iter+1} = x_{iter} + F \cdot \left(x_{best,p}^{iter} - x_{iter}\right) + F \cdot (x_{r1}^{iter} - x_{r2}^{iter}) \tag{3.10}$$

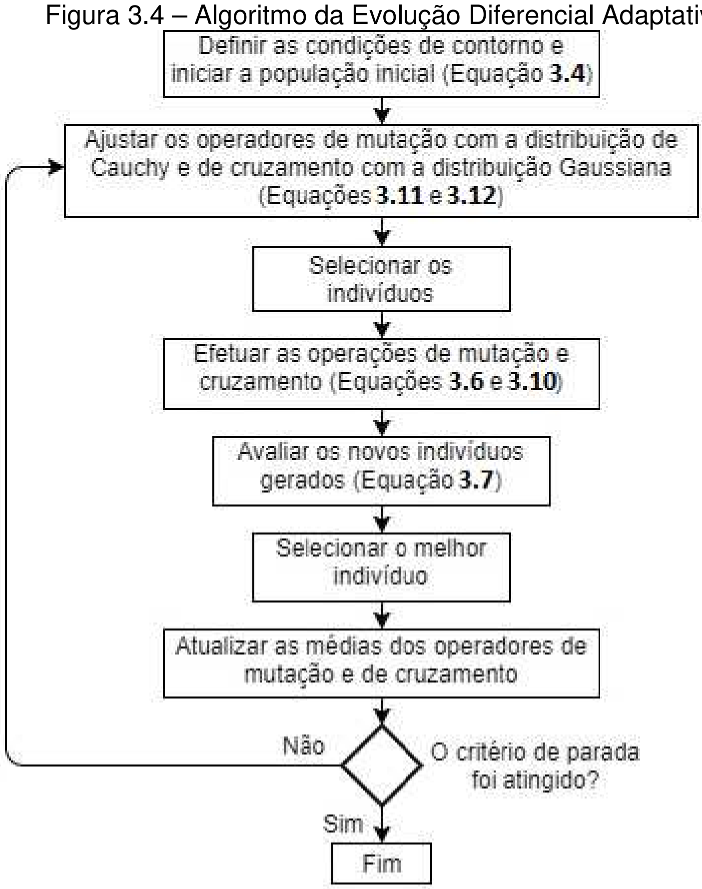
onde $x_{best,p}^{iter}$ é selecionado aleatoriamente como um entre os 100 p% melhores indivíduos da população atual, enquanto x_{iter} é o membro da população que será alterado e x_{r1}^{iter}e x_{r2}^{iter} são indivíduos selecionados aleatoriamente. Novamente, após avaliação da função objetivo, se o novo indivíduo gerado for melhor que o anterior, ele o substitui. Os dois parâmetros são iniciados com valor 0,5 e então atualizados ao fim de cada geração conforme:

$$\mu_F = (1 - c) \cdot \mu_F + c \cdot mean_L(S_F) \tag{3.11}$$

$$\mu_{C_r} = (1 - c) \cdot \mu_{C_r} + c \cdot mean_A(S_{C_r}) \tag{3.12}$$

onde c tem valor entre 0 e 1, é uma constante positiva, S_F e S_{CR} indicam os conjuntos de fatores de escala e de cruzamento que obtiveram sucesso na geração avaliada,$mean_A$ é a média aritmética e$mean_L$ é a média de Lehmer, definida por $mean_L(S_F) = \sum_{i=1}^{|S_F|} F^2 / \sum_{i=1}^{|S_F|} F$. A Figura 3.4 apresenta o fluxograma para o algoritmo da Evolução Diferencial Adaptativa, JADE.

Figura 3.4 – Algoritmo da Evolução Diferencial Adaptativa JADE.



3.5 WIND DRIVEN OPTIMIZATION

Dentre as técnicas de otimização, o campo de otimização global por algoritmos metaheurísticos apresenta diversidade de algoritmos estocásticos para otimização em domínios contínuos. Um desafio da otimização global em espaços contínuos consiste nos mínimos locais que o problema pode apresentar. Nas últimas décadas pode ser observado um acentuado crescimento no campo de metaheurísticas bio-inspiradas relacionadas aos algoritmos evolutivos e inteligência de enxames (Engelbrecht, 2006, Das & Suganthan, 2011).

A observação da natureza e de seus processos e de como são desenvolvidos processos físicos, químicos e biológicos fornecem informações importantes na geração de algoritmos bio-inspirados. O *Wind Driven Optimization* (WDO) foi introduzido à comunidade científica por Bayraktar *et al.* (2010) e apresentado como um algoritmo que apresenta efetividade na solução de problemas multidimensionais e facilidade em sua implementação, conforme os passos a seguir:

a) Gerar uma população inicial aleatória uniformemente distribuída onde é garantido que os valores atribuídos as variáveis estejam dentro das fronteiras delimitadas pelo projetista,
b) A população gerada é avaliada em relação a função objetivo e seleciona-se o indivíduo com melhor resultado,
c) A posição das partículas é atualizada em relação ao indivíduo selecionado conforme a equação de movimento característica abstraída da equalização horizontal da pressão atmosférica,
d) Avalia-se a substituição do novo indivíduo gerado na população caso o mesmo possua melhor resultado que sua posição anterior,
e) Os procedimentos descritos nas etapas anteriores, a partir de b), são repetidos até que se atinja o critério de parada ou o limite de iterações designado seja atingido.

O *Wind Driven Optimization* tem sua motivação na atmosfera terrestre onde o fluxo dos ventos participa de uma tentativa de equalizar horizontalmente a pressão atmosférica (Bayraktar *et al.*, 2013). O campo gravitacional da Terra atua sobre a massa atmosférica em direção à crosta terrestre (Riehl, 1978). O fluxo dos ventos surge do aquecimento irregular da superfície terrestre pela radiação solar, o que resulta em flutuações de temperatura que culmina em diferenças na massa específica do ar logo acima da superfície e isso em fluxos verticalizados de massa atmosférica (Ahrens, 2003).

Esse movimento é proveniente do gradiente de pressão, $\vec{\nabla} Pres$, que pode ser expresso em coordenadas retangulares de acordo com:

$$\vec{\nabla} P = \left(\frac{\partial P}{\partial x}, \frac{\partial P}{\partial y}, \frac{\partial P}{\partial z}\right) \tag{3.13}$$

O fluxo se desloca de regiões de alta pressão para baixa pressão a uma velocidade proporcional à força do gradiente de pressão, $\vec{F}_{PG}$, considerando-se o fato de que a parcela de ar tem massa e volume finito, δV, conforme:

$$\vec{F}_{PG} = -\vec{\nabla} P \delta V \tag{3.14}$$

A representação do movimento atmosférico neste modelo utiliza o formalismo Lagrangeano devido à coleção de partículas fluidas infinitesimais que podem ser governadas pela Segunda Lei de Newton, também denominada Lei do Movimento, (Stull, 1999). A descrição Lagrangeana também contribui para uma redução do tempo computacional durante o processo de otimização em virtude da simplificação do algoritmo numérico ao considerar cada parcela atmosférica como um cuboide que pode receber diferentes pressões em cada face, o que resulta na sua deformação (Bayraktar *et al.*, 2013).

No caso do escoamento do ar considera-se que a atmosfera é um fluido homogêneo e que um balanço se faz presente. Considerando-se a descrição em coordenadas retangulares e que o movimento horizontal é predominante sobre o movimento vertical esse escoamento pode ser tratado como estritamente horizontal (Thompson, 1998). No entanto, o algoritmo WDO pode operar sobre diferentes espaços *n*-dimensionais.

O processo de cálculo da trajetória da parcela atmosférica pela Segunda Lei de Newton inicia pela determinação da aceleração da parcela atmosférica. Neste modelo considera-se que a força fundamental que inicia o movimento é o gradiente de pressão atmosférica, porém, mais três forças significativas contribuem para o movimento, sendo as mesmas a força de fricção, $\vec{F}_F$, a força gravitacional, $\vec{F}_G$, e a força de Coriolis, $\vec{F}_C$, determinadas respectivamente por:

$$\vec{F}_F = -\rho\alpha\vec{v} \tag{3.15}$$

$$\vec{F}_G = \rho\delta V\vec{g} \tag{3.16}$$

$$\vec{F}_C = -2\Omega \times \vec{v} \tag{3.17}$$

onde α é o coeficiente de atrito, $\vec{v}$ é o vetor velocidade, $\vec{g}$ é a aceleração da gravidade e Ω representa a rotação planetária.

As quatro forças descritas anteriormente são predominantemente as responsáveis pelo movimento atmosférico, no entanto, há outras forças não consideradas como a advecção e a força de arraste turbulento.

Assimilando todas as forças descritas anteriormente obtemos:

$$\Delta\vec{v} = \vec{g} - \alpha\vec{v} + \left(-\vec{\nabla}P\,\frac{RT}{P_c}\right) + \left(\frac{-2\Omega\times\vec{v}RT}{P_c}\right) \tag{3.18}$$

onde P_c é pressão atual da parcela de ar e $\Delta\vec{v}$ é a variação da velocidade da parcela de ar. Considerando que a diferença de velocidade é $\Delta\vec{v} = \vec{v}_{new} - \vec{v}_c$, que a aceleração da gravidade é$\vec{g} = |g|(\mathbf{0} - x_c)$ e que a variação da pressão é numericamente equivalente à expressão:

$$-\vec{\nabla}P = \left|P_{opt} - P_c\right|(x_{opt} - x_c) \tag{3.19}$$

obtém-se:

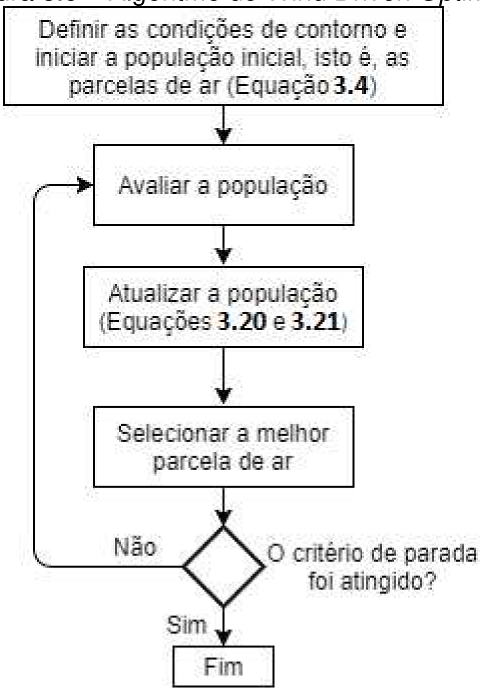
$$\vec{v}_{new} = (1-\alpha)\vec{v}_c - gx_c + \left(RT\left(x_{opt} - x_c\right)\left|\frac{1}{i} - 1\right|\right) + \left(\frac{c\vec{v}_c^{\,rand(j)}}{i}\right) \tag{3.20}$$

$$x_{new} = x_c + (\vec{v}_{new}\Delta t) \tag{3.21}$$

onde i a posição individual de uma parcela de ar entre todas as outras, $\vec{v}_{new}$ e x_{new} são as novas velocidades e posição da parcela de ar, $\vec{v}_c$ e x_c são a velocidade e a posição atuais da parcela de ar e x_{opt} é a posição ótima da parcela de ar na iteração anterior.

A Figura 3.5 apresenta um o algoritmo do *Wind Driven Optimization*.

Figura 3.5 – Algoritmo do *Wind Driven Optimization*.



Torna-se importante ressaltar que o algoritmo possui facilidades de implementação e requer requisitos básicos de computador para ser simulado, não sendo um algoritmo que requer especificações robustas de *hardware* para ser executado.

3.6 OTIMIZAÇÃO COM A DISTRIBUIÇÃO DE TSALLIS

A inserção da distribuição de Tsallis (Tsallis, 1988) nos métodos da DE, JADE e WDO objetivou fornecer aos métodos maior flexibilidade no ajuste/sintonia parâmetros que regem o processo evolutivo dos algoritmos originais.

A distribuição de probabilidade de Tsallis é possível ser determinada através de (Souza, 2009):

$$P_q = A_q \left[1 + (q-1)B_q\left(x - \mu_q\right)^2\right]^{1/1-q}, 1 < q < 3 \tag{3.22}$$

$$A_q = \frac{\Gamma\left[\frac{5-3q}{2-2q}\right]}{\Gamma\left[\frac{2-q}{1-q}\right]}\sqrt{\frac{1-q}{\pi}B_q}, q \geq 1 \tag{3.23}$$

$$B_q = \left[(3-q)\sigma_q^2\right]^{-1} \tag{3.24}$$

sendo$q$ o primeiro parâmetro de controle de distribuição vinculado ao tipo de distribuição que assume valores entre 1 e 3, A_q é uma constante de normalização, B_q é o segundo parâmetro de controle da distribuição vinculado à altura e largura da distribuição, μ_q é a média e σ_q^2 é a variância dos valores associados à distribuição.

As propriedades desta distribuição são o que a tornam interessante sobre as demais distribuições conhecidas. Ao alterar o parâmetro *q*, mantendo-se o parâmetro B_q fixo, verifica-se que este controla a forma da distribuição. No limite superior do parâmetro, ou seja, $q = 3$, a distribuição assume distribuição com regime de Lévy. Para valores superiores a 3 para o parâmetro q a condição de normalização não é satisfeita. Quando o parâmetro q apresenta valores próximos a 2 se obtém uma distribuição Lorentziana e quando seus valores tendem a 1 se obtém uma distribuição Gaussiana (Cortines, 2005).

Assim, essa distribuição é capaz de assumir caraterísticas distintas com apenas a alteração de parâmetro de distribuição.

3.6.1 DE com a distribuição de Tsallis

Na evolução diferencial com a distribuição de Tsallis, denominada de TDE (*Tsallis Differential Evolution*), adotou-se a implementação da referida distribuição para auto-adaptação do fator de escala, F. Os parâmetros para a adaptação do fator F da DE consideraram uma inicialização para F_0 com valor médio $\bar{F}$ e variância F_σ definidos na etapa inicial do processo de busca, com a aplicação das seguintes expressões:

$$P_F = A_F\left[1 + (q-1)B_F(F_0 - \bar{F})^2\right]^{1/1-q} \tag{3.25}$$

$$A_F = \frac{\Gamma\left[\frac{1}{q-1}\right]}{\Gamma\left[\frac{3-q}{2q-2}\right]}\sqrt{\frac{q-1}{\pi}B_F} \tag{3.26}$$

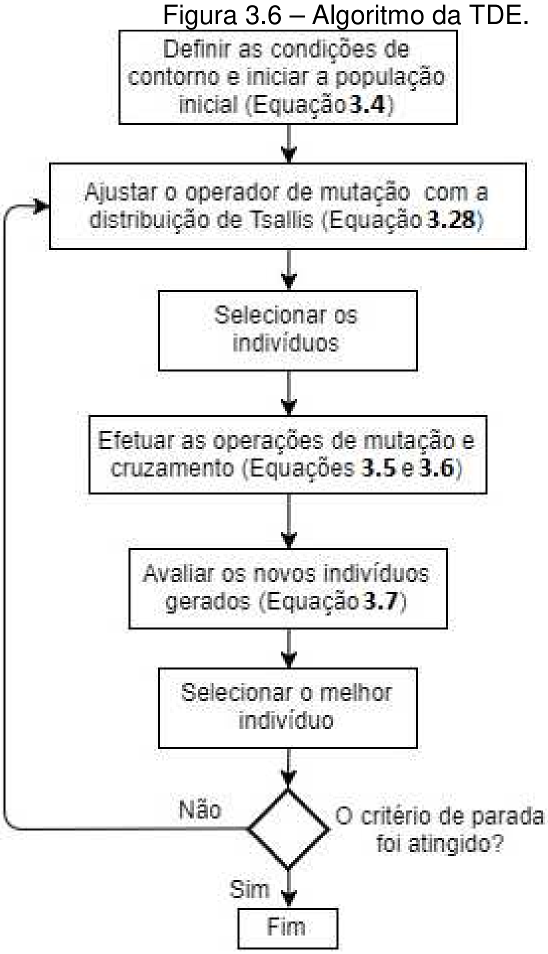
$$B_F = \left[(3-q)F_\sigma\right]^{-1} \tag{3.27}$$

onde o valor do fator F é finalmente determinado por:

$$F = \bar{F} + F_{\sigma} P_F \tag{3.28}$$

O fluxograma do algoritmo da TDE é apresentado na Figura 3.6.

Figura 3.6 – Algoritmo da TDE.



As etapas para a implementação do algoritmo conforme a modificação proposta seguem os seguintes passos:

a) Gerar uma população inicial aleatória (indivíduos), com distribuição uniforme, de soluções factíveis à resolução do problema em questão, onde é garantido que os valores atribuídos às variáveis estão dentro das fronteiras delimitadas pelo projetista,

b) Um indivíduo é selecionado, de forma aleatória, para ser substituído e outros três diferentes indivíduos são selecionados como genitores (pais),

c) Um destes três indivíduos é selecionado como genitor principal,
d) Com a função densidade de probabilidade Tsallis, pelo menos uma variável do genitor principal é modificada.
e) Se o vetor resultante apresenta uma flutuação de aptidão melhor que o escolhido à substituição, ele o substitui, caso contrário, o vetor escolhido para ser substituído é mantido na população. Este procedimento representa o processo de seleção da evolução diferencial,
f) Os procedimentos descritos nas etapas anteriores, a partir de b), são repetidos até que se atinja o critério de parada ou o limite de iterações designado ($iter_{max}$) seja atingido.

3.6.2 JADE com a distribuição de Tsallis

O método da JADE com a distribuição de Tsallis, denominada TJADE (*Tsallis JADE*), substitui-se as distribuições de Cauchy e Gaussiana para a adaptação dos fatores F e CR. Os parâmetros para a adaptação dos fatores de escala e cruzamento da JADE consideraram a mesma configuração para o fator F utilizado na TDE, aplicando os mesmos princípios para CR, com inicialização CR_0, valor médio $\overline{CR}$ e variância CR_σ, obtendo-se para tal:

$$P_{CR} = A_{CR}[1 + (q-1)B_{CR}(CR_0 - \overline{CR})^2]^{1/_{1-q}} \tag{3.29}$$

$$A_{CR} = \frac{\Gamma\left[\frac{1}{q-1}\right]}{\Gamma\left[\frac{3-q}{2q-2}\right]}\sqrt{\frac{q-1}{\pi}B_{CR}} \tag{3.30}$$

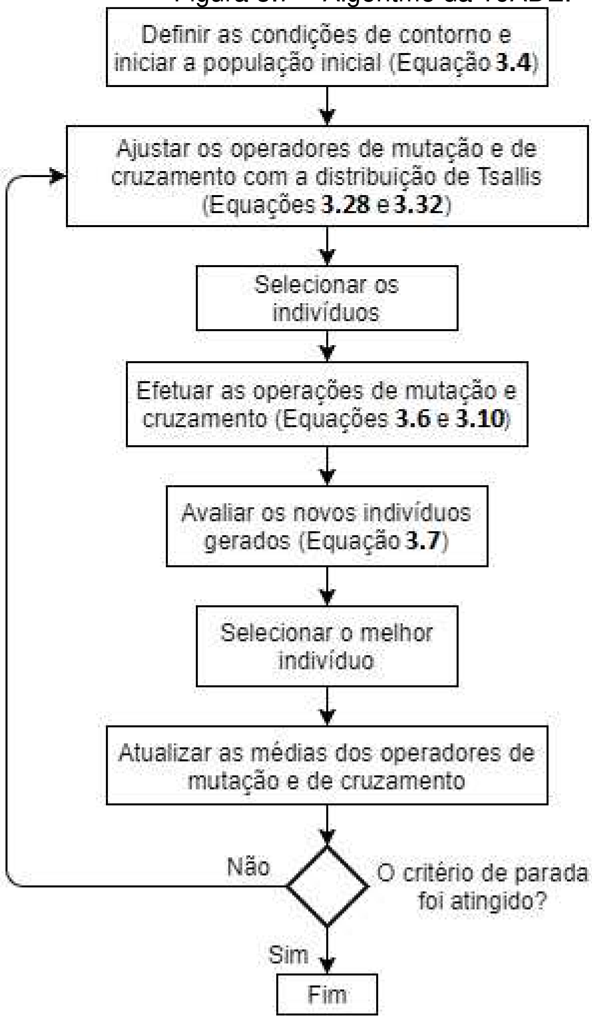
$$B_{CR} = [(3-q)CR_\sigma]^{-1} \tag{3.31}$$

onde o valor de CR é obtido por:

$$CR = \overline{CR} + CR_\sigma P_{CR} \tag{3.32}$$

O fluxograma para o algoritmo da TJADE é apresentado na Figura 3.7.

Figura 3.7 – Algoritmo da TJADE.



Assim como a modificação proposta para a evolução diferencial, os passos para a implementação desse algoritmo seguem o disposto a seguir:

a) Gerar uma população inicial aleatória, com distribuição uniforme, de soluções factíveis à resolução do problema em questão, onde é garantido que os valores atribuídos às variáveis estão dentro das fronteiras delimitadas pelo projetista,
b) Selecionam-se os valores dos operadores de evolução, fator de escala e probabilidade cruzamento, através da distribuição de Tsallis,
c) Um indivíduo é selecionado, de forma aleatória, para ser substituído e outros três diferentes indivíduos são selecionados como genitores,
d) Um destes três indivíduos é selecionado como genitor principal,
e) Aplicam-se os operadores de evolução nos indivíduos selecionados, gerando um novo indivíduo,

f) Se o vetor resultante apresenta uma flutuação de aptidão melhor que o escolhido à substituição, ele o substitui, caso contrário, o vetor escolhido para ser substituído é mantido na população. Este procedimento representa o processo de seleção da evolução diferencial,

g) Atualizam-se as médias dos operadores de evolução para que ocorra um aprimoramento dos mesmos na seleção da próxima geração.

h) Os procedimentos descritos nas etapas anteriores, a partir de b), são repetidos até que se atinja o critério de parada ou o limite de iterações designado seja atingido.

3.6.3 WDO com a distribuição de Tsallis

O algoritmo do WDO com a distribuição de Tsallis, denominado TWDO (*Tsallis Wind Driven Optimization*), adotou por sua vez a implementação da nova distribuição em todas as suas constantes, ou seja, RT, g, α e c.

A adaptação dos parâmetros ligados ao WDO considerou inicializações de todos os parâmetros, ou seja, RT_0, g_0, α_0 e c_0, com valores médios $\overline{RT}$, $\bar{g}$, $\bar{\alpha}$ e $\bar{c}$ e variâncias $RT_\sigma, g_\sigma, \alpha_\sigma$ e c_σ, respectivamente, determinando-se seus valores finalmente de acordo com:

$$P_{RT} = A_{RT}[1 + (q-1)B_{RT}(RT_0 - \overline{RT})^2]^{1/_{1-q}} \tag{3.33}$$

$$P_g = A_g[1 + (q-1)B_g(g_0 - \bar{g})^2]^{1/_{1-q}} \tag{3.34}$$

$$P_\alpha = A_\alpha[1 + (q-1)B_\alpha(\alpha_0 - \bar{\alpha})^2]^{1/_{1-q}} \tag{3.35}$$

$$P_c = A_c[1 + (q-1)B_c(c_0 - \bar{c})^2]^{1/_{1-q}} \tag{3.36}$$

$$A_{RT,g,\alpha,c} = \frac{\Gamma\left[\frac{1}{q-1}\right]}{\Gamma\left[\frac{3-q}{2q-2}\right]}\sqrt{\frac{q-1}{\pi}B_{RT,g,\alpha,c}} \tag{3.37}$$

$$B_{RT} = [(3-q)RT_\sigma]^{-1} \tag{3.38}$$

$$B_g = [(3-q)g_\sigma]^{-1} \tag{3.39}$$

$$B_\alpha = [(3-q)\alpha_\sigma]^{-1} \tag{3.40}$$

$$B_c = [(3-q)c_\sigma]^{-1} \tag{3.41}$$

onde os valores finais dos parâmetros de controle são obtidos por:

$$RT = \overline{RT} + RT_\sigma P_{RT} \tag{3.42}$$

$$g = \bar{g} + g_\sigma P_g \tag{3.43}$$

$$\alpha = \bar{\alpha} + \alpha_\sigma P_\alpha \tag{3.44}$$

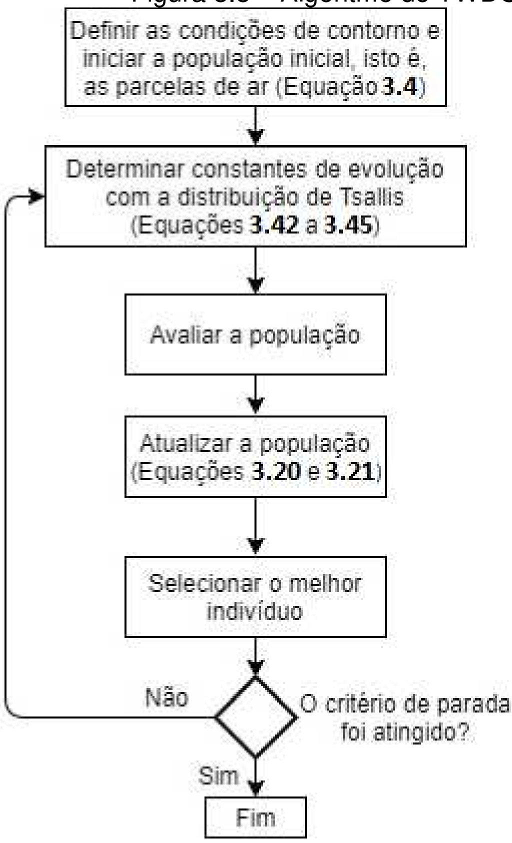
$$c = \bar{c} + c_\sigma P_c \tag{3.45}$$

Assim como o algoritmo original, os passos para implementação do algoritmo são apresentados a seguir:

a) Gerar uma população inicial aleatória uniformemente distribuída onde é garantido que os valores atribuídos às variáveis estejam dentro das fronteiras delimitadas pelo projetista,
b) A população gerada é avaliada em relação a função objetivo e seleciona-se o indivíduo com melhor resultado,
c) Determinam-se os valores dos parâmetros de controle de acordo com a distribuição de Tsallis,
d) A posição das partículas é atualizada em relação ao indivíduo selecionado conforme a equação de movimento característica abstraída da equalização horizontal da pressão atmosférica,
e) Avalia-se a substituição do novo indivíduo gerado na população caso o mesmo possui melhor resultado que sua posição anterior,
f) Os procedimentos descritos nas etapas anteriores, a partir de b), são repetidos até que se atinja o critério de parada ou o limite de iterações designado seja atingido.

O fluxograma do algoritmo do TWDO é apresentado na Figura 3.8.

Figura 3.8 – Algoritmo do TWDO.



3.7 METAHEURÍSTICAS DE OTIMIZAÇÃO PROPOSTAS

Nessa seção serão apresentados os algoritmos propostos, juntamente com seu embasamento natural. São propostas duas novas metaheurísticas de otimização, a primeira baseada no comportamento de caça de aves de rapina, mais especificamente o falcão (Figura 3.9(a)) e a segunda baseada no comportamento chamariz da coruja (Figura 3.9(b)).

Os animais observados e estudados possuem cada um características distintas que possibilitaram a exploração de comportamentos com objetivos diferenciados para a elaboração de algoritmos que o mais próximo se assemelhassem ao real comportamento natural.

Figura 3.9 – Animais observados pelo autor na cidade de Pomerode, no Estado de Santa Catarina/Brasil, para as novas metaheurísticas propostas: (a) *Parabuteo unicinctus*, (b) *Tyto furcata*.

(a) *Parabuteo unicinctus* (b) *Tyto furcata*

Fonte: O autor (2016).

Apesar dos animais observados não serem da mesma espécie daquelas descritas nos estudos utilizados para embasamento e estruturação das novas metaheurísticas propostas, as mesmas apresentam comportamentos equiparados. Para fins de comparação citam-se os trabalhos de Meng *et al.* (2014), baseado na interação e comportamento social de pássaros (*Bird Swarm Optimization*), e de Arkarzadeh (2016), focado na movimentação de corvos para estocar comida (*Crow Search Algorithm*), que utilizaram de inspirações semelhantes para a elaboração de seus algoritmos.

3.7.1 Algoritmo dos Falcões

A inspiração para esse algoritmo surgiu dos distintos movimentos que as aves de rapina, mais especificamente os falcões, realizam quando estão perseguindo uma presa. Os falcões são os animais mais rápidos dos quais o homem tem conhecimento, a maior parte de suas vidas é solitária e suas estratégias de caça são baseadas nas suas necessidades, no entanto, as mesmas seguem determinados padrões que regram seus voos.

De acordo com Tucker (1998, 2000a, 2000b) e Tucker *et al.* (2000), as aves de rapina, nas quais os falcões estão incluídos, apresentam trajetórias segmentadas quando intentam atingir uma presa. Após o período de procura por presas essas aves apresentam trajetórias condizentes com dois segmentos: a primeira semelhante a uma espiral logarítmica onde o animal posiciona sua cabeça de forma angulada enquanto busca por máxima acuidade visual de sua presa, e a segunda sendo uma linha reta onde o animal mergulha sobre sua presa quando se apresenta em distância suficiente para que sua visão seja binocular. No que diz respeito ao sucesso de suas tentativas de capturar a presa, de acordo com Roalkvam (1985) geralmente entre 7% e 83%, mas Buchanan *et al.* (1986) segregaram seus dados entre sucesso de voo e sucesso de captura encontrando 47% e 14,6%, respectivamente.

Conforme descrito anteriormente o falcão apresenta seu movimento de caça segmentado em três estágios: o primeiro sendo um voo a procura por presas, o segundo sendo uma espiral logarítmica enquanto se aproxima do alvo escolhido e o terceiro sendo o mergulho sobre o mesmo.

Na implementação do algoritmo, as soluções do problema são representadas pelo melhor posicionamento do falcão para que o mesmo tenha êxito em capturar sua presa. É arbitrado que cada iteração representa um momento distinto da trajetória do falcão para capturar seu alvo. Na sequência é apresentada uma descrição do algoritmo ressaltando seus aspectos matemáticos.

Os parâmetros ligados ao comportamento dos animais foram definidos de acordo com a descrição encontrada na literatura e nas observações de campo e são utilizados no equacionamento para a evolução da trajetória dos animais, sendo os mesmos o montante inicial de indivíduos (NP), a velocidade máxima permitida (v_{max}), os valores das constantes sociais, cognitivas e de perseguição (c_c, s_c e f_c, respectivamente), que são fixadas durante as iterações, e os valores das probabilidades de consciência e mergulho (AP e DP, respectivamente).

A primeira etapa do algoritmo após o carregamento das informações de inicialização das variáveis e parâmetros é a geração de uma população inicial. A população inicial é gerada aleatoriamente dentro do espaço de busca especificado na forma de uma matriz, conforme as expressões:

$$X = \begin{bmatrix} x_{1,1} & \cdots & x_{1,D} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{NP,1} & \cdots & x_{NP,D} \end{bmatrix} \tag{3.46}$$

onde NP representa a quantidade de indivíduos na população e D a dimensão do problema que se almeja solucionar.

A população inicial é avaliada pela função objetivo, gerando o vetor solução (OF), conforme:

$$OF = \begin{bmatrix} of_1 \\ \vdots \\ of_{NP} \end{bmatrix} \tag{3.47}$$

onde of é o valor da função objetivo obtida para o indivíduo na posição NP, sendo o melhor resultado global (g_{best}) e o melhor resultado individual (x_{best}) de cada indivíduo guardado para referência no decorrer do algoritmo. Essas posições serão utilizadas para gerar as novas posições dos indivíduos de acordo com a lógica regida pelos valores de probabilidade de consciência e de mergulho a cada iteração, $iter$.

As novas posições dos indivíduos obedecem aos critérios de probabilidade por meio de comparações de valores constantes (AP e DP) com valores aleatórios gerados a cada iteração para a consciência e mergulho (p_{AP} e p_{DP}, respectivamente). Na primeira comparação, de consciência, caso o valor de p_{AP} seja menor que AP o indivíduo, falcão, desenvolve uma trajetória de busca por alvos/presas, observando a experiência dos outros indivíduos que participam do processo de busca naquela iteração em processo bastante semelhante ao PSO, de acordo com:

$$x_{iter} = x_{iter-1} + v_{iter-1} + c_c r\left(x_{iter-1}^{best} - x_{iter-1}\right) + s_c r\left(g_{iter-1}^{best} - x_{iter-1}\right) \tag{3.48}$$

lembrando que a velocidade máxima permitida (v_{max}) é determinada em função da amplitude do espaço de busca e que as velocidades são também atribuídas inicialmente de forma aleatória apenas para dar início ao movimento dos indivíduos.

Caso o valor de p_{AP} seja maior que AP é então realizada a segunda comparação onde é avaliada a probabilidade de mergulho, DP. Dessa forma, sendo o valor de p_{DP} maior que DP o indivíduo adotará a trajetória da espiral logarítmica buscando seu alvo, determinado por x_{chosen} (que é escolhido aleatoriamente entre os possíveis indivíduos da população), determinada por:

$$x_{iter} = x_{iter-1} + |x_{chosen} - x_{iter-1}| \exp(bt) \cos(2\pi t) \tag{3.49}$$

onde o parâmetro b determina a forma da espiral logarítmica e t apenas oferece um decrescimento ao longo das iterações, sendo regido por:

$$t = 1 - 2\left(\frac{iter}{iter_{max}}\right) \tag{3.50}$$

sendo $iter_{max}$ a quantidade máxima de iterações para a busca pela solução.

Caso o valor de p_{DP} seja menor que DP o indivíduo precisa avaliar utilizando dos valores obtidos para a função objetivo se mergulhará sobre o alvo, quando seu valor de função objetivo for menor que o do alvo (equação 3.51), ou se manterá sua perseguição, quando seu valor de função objetivo for maior que o do alvo (equação 3.52) mantendo a trajetória em relação a sua própria experiência, conforme:

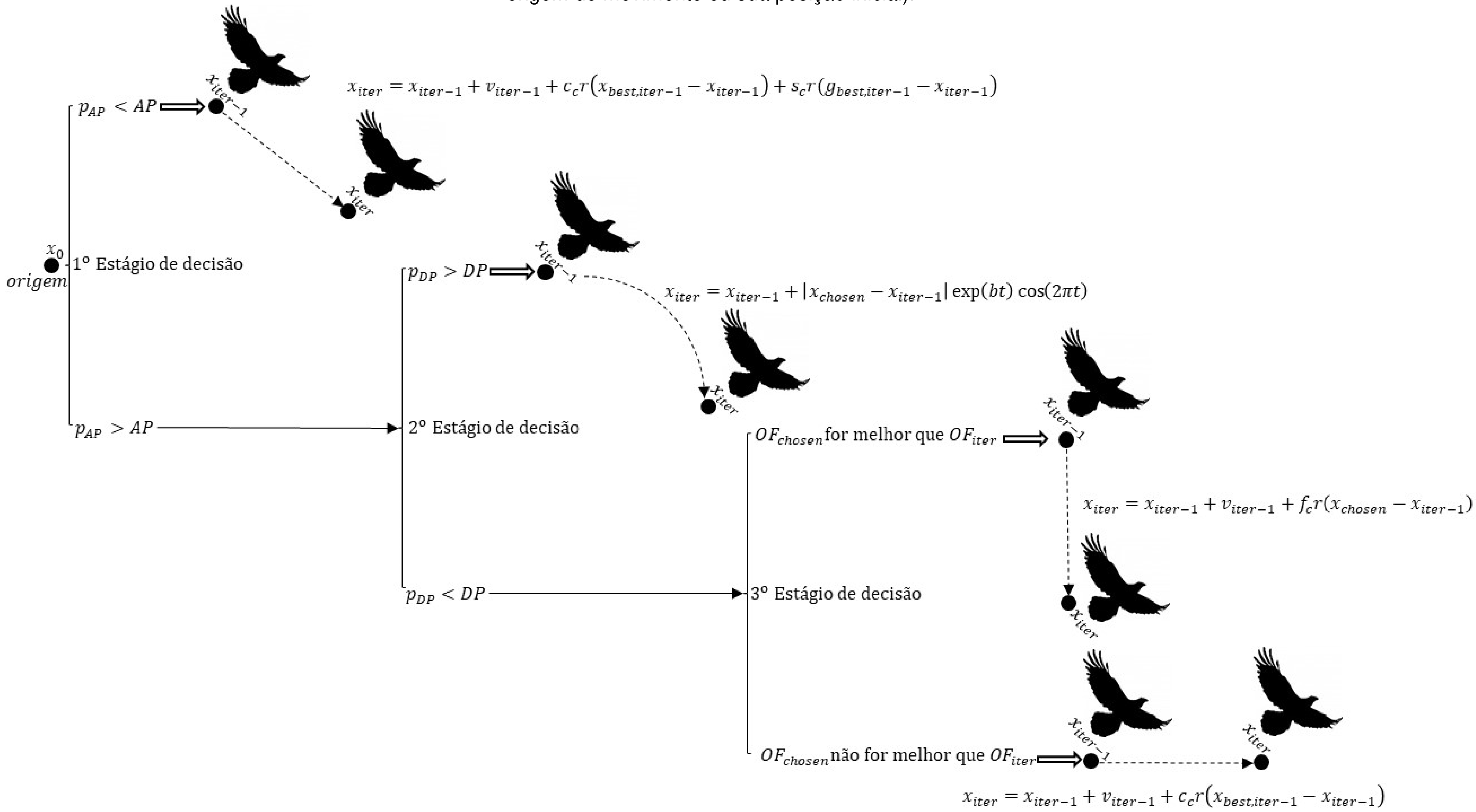
$$x_{iter} = x_{iter-1} + v_{iter-1} + f_c r(x_{chosen} - x_{iter-1}) \tag{3.51}$$

$$x_{iter} = x_{iter-1} + v_{iter-1} + c_c r\left(x_{best,iter-1} - x_{iter-1}\right) \tag{3.52}$$

Após esse processo decisório sobre o movimento a ser efetuado com base nas comparações de probabilidade as novas posições são reavaliadas, estabelecendo novos valores para o melhor resultado global e para o melhor resultado individual. Esse processo é repetido até que se chegue ao número máximo de iterações.

A Figura 3.10 apresenta os três estágios nesse processo decisório juntamente com as descrições matemáticas inerentes a cada etapa.

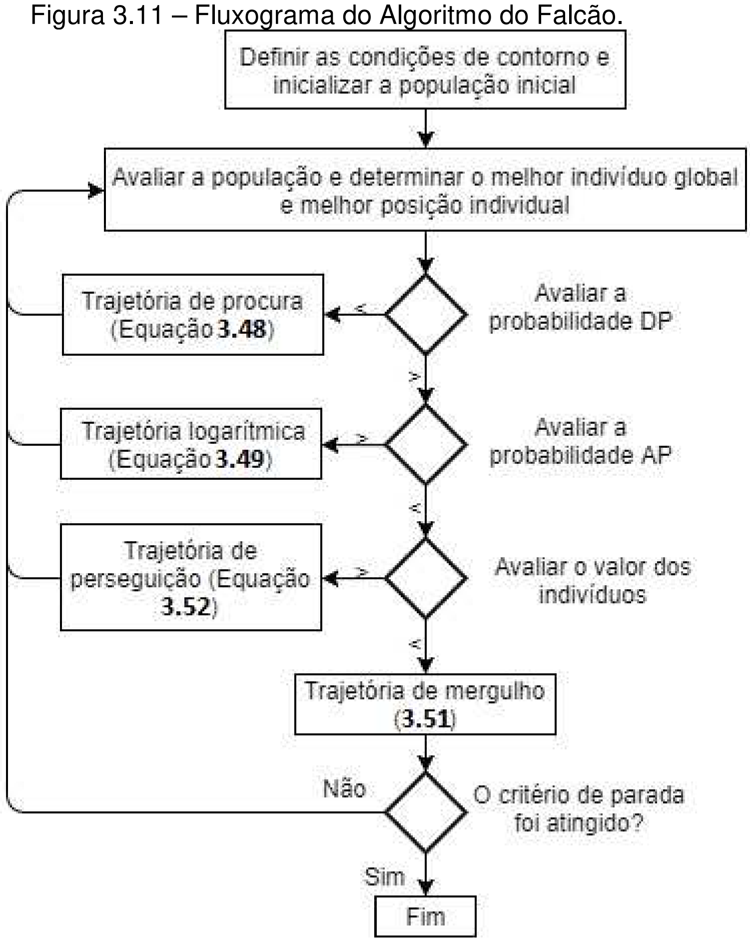
Figura 3.10 – Etapas do processo decisório para as equações de movimento do algoritmo dos falcões (nessa representação o x_0 é apresentado com a origem do movimento ou sua posição inicial).



O algoritmo proposto foi denominado de FOA (*Falcon Optimization Algorithm*) e seu fluxograma é apresentado na Figura 3.11. Observa-se que nessa técnica há uma série de decisões a serem verificadas com base nas probabilidades que definem qual a equação de movimento a ser utilizada para a investida dos indivíduos responsáveis pela busca sobre melhores posições, que no fundo significa mergulhar sobre outros indivíduos que possuam possivelmente melhores posições, resultando em melhores valores da função objetivo.

Na versão multiobjetivo, batizada de MOFOA (*Multi-Objective Falcon Optimization Algorithm*) o algoritmo considera o conceito de dominância, mantendo após sua inicialização as posições que representam possíveis soluções para a conformação da frente de Pareto. Nesse caso foi permitido também que não houvesse limitação em relação à velocidade máxima que pode ser adotada pelos falcões.

Figura 3.11 – Fluxograma do Algoritmo do Falcão.



3.7.2 Algoritmo das Corujas

Esse algoritmo teve sua inspiração no comportamento chamariz da coruja quando a mesma percebe a movimentação de alguma espécie de predador ou qualquer outro tipo de perigo se aproximar de seu ninho. As corujas não são animais que possuem rapidez, logo, foi necessário desenvolverem estratégias para evitar os ataques de predadores ou outros perigos.

Um dos fatos mais interessantes sobre esse animal consiste num de seus comportamentos sociais: o comportamento chamariz. Caso uma coruja seja abordada ela voará para um de uma série de poleiros secundários, considerando que o poleiro principal será aquele no qual se encontra seu ninho, sendo geralmente dois poleiros secundários localizados numa região próxima ao ninho.

Caso o animal seja pressionado num dos poleiros secundários ele ficará circulando entre os poleiros secundários até que o predador ou perigo seja cessado, retornando então para seu ninho. Esse comportamento inclusive conta com o apoio de um rito de atenção descrito em Coulombe (1971). Ainda, a cada estação uma porcentagem de seus ninhos é depredada para que novas localidades sejam escolhidas Catlin & Rosenberg (2008).

Na implementação do algoritmo, as soluções do problema são representadas pelo melhor posicionamento da coruja, e seus poleiros, para que a mesma possa evitar maiores perigos. Logo, o raciocínio consiste em fazer com a coruja procure dentro do espaço de busca melhores posições para evitar que se chegue até o seu ninho, sendo a posição escolhida conforme melhor for o valor da função objetivo. É arbitrado que cada iteração representa um momento distinto e sequencial da trajetória da coruja na procura por melhores posições. Na sequência, da mesma forma que para o algoritmo anterior, é feita uma descrição ressaltando seus aspectos matemáticos.

Os parâmetros ligados ao comportamento dos animais foram definidos de acordo com a descrição encontrada na literatura e nas observações de campo e serão utilizados no equacionamento para a evolução da trajetória dos animais, sendo os mesmos o montante inicial de indivíduos (NP), a quantidade de poleiros primários (num_{pp}), a quantidade de poleiros secundários (num_{sp}), o percentual de ninho depredados (dep_p) e valores aleatórios (F_1 e F_2) que participam do movimento.

A primeira etapa do algoritmo após o carregamento das informações de inicialização das variáveis e parâmetros é a geração de uma população inicial.

$$X = \begin{bmatrix} x_{1,1} & \cdots & x_{1,D} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{NP,1} & \cdots & x_{NP,D} \end{bmatrix} \tag{3.53}$$

onde NP representa a quantidade de indivíduos que participa do processo de busca e D é a dimensão do problema para o qual se busca solução. Importante salientar que a NP deve ser compatível com a quantidade de poleiros principais e secundários e a população inicial é avaliada pela função objetivo, fornecendo o vetor solução (OF), dado por:

$$NP = num_{pp} + num_{sp} num_{pp} \tag{3.54}$$

$$OF = \begin{bmatrix} of_1 \\ \vdots \\ of_{NP} \end{bmatrix} \tag{3.55}$$

onde of é o valor da função objetivo obtida para o indivíduo na posição NP. Esse vetor de soluções é então reordenado de acordo com algum critério (minimização ou maximização), sendo as posições que o geraram também reordenadas com base nesse critério, gerando OF_{sort} e x_{sort}. Cada grupo, ou *cluster*, constituído por um poleiro principal e seus poleiros secundários é então formado para as próximas iterações, $iter$, baseados no reordenamento dos valores das funções objetivo. Os primeiros valores em quantidade igual à num_{pp} são os poleiros principais – também denominado *cluster nest* - e os valores seguintes são os poleiros secundários, sendo distribuídos sequencialmente a cada poleiro principal correspondente.

As gerações das novas posições obedecem aos critérios de movimentação com base no ordenamento dos poleiros sempre se movimentando de poleiros que estão naquela iteração alocados em uma posição melhor, ou seja, em um grupo constituído por três poleiros (um principal e dois secundários) a coruja se movimenta ordenamento do segundo poleiro secundário para o primeiro, e então deste para o poleiro principal. Desta forma, a primeira avaliação feita pelo indivíduo é em relação ao próprio grupo para a nova posição (x_{new}), de acordo com:

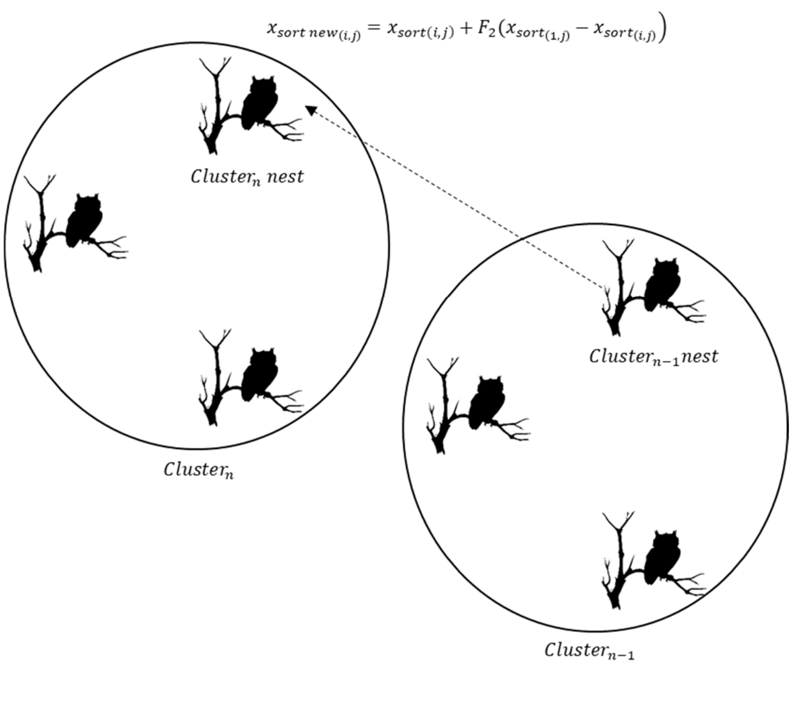
$$x_{new_{(i,j)}} = x_{iter-1_{(i,j)}} + F_1\left[\left(x^{sort}_{(i-num_{pp},j)} - x_{iter-1_{(i,j)}}\right) + \left(x^{sort}_{(counter-1,j)} - x_{iter-1_{(i,j)}}\right)\right] \quad (3.56)$$

Após essa movimentação a função objetivo é avaliada para a nova posição gerada, caso ela apresente ser mais vantajosa ela substitui o valor anterior, caso contrário um novo movimento é efetuado, como se o animal fosse pressionado, onde o indivíduo agora considera qualquer dos poleiros melhores posicionados, para buscar uma nova posição, conforme:

$$x_{new_{(i,j)}} = x_{iter-1_{(i,j)}} + F_1\left[\left(x^{sort}_{(better,j)} - x_{iter-1_{(i,j)}}\right) + \left(x^{sort}_{(1,j)} - x_{iter-1_{(i,j)}}\right)\right] \quad (3.57)$$

O mesmo processo de avaliação da função objetivo é realizado, caso a nova posição seja mais vantajosa ela é retida, caso contrário a posição atual é mantida. Por fim, após as avaliações das posições referentes aos poleiros secundários é feita a avaliação em relação ao percentual de poleiros principais, ou ninhos, que serão depredados para que uma nova posição possa ser encontrada de acordo com dep_p. A busca por uma nova posição de poleiro principal é realizada com base somente nas posições dos poleiros principais (Figura 3.12).

Figura 3.12 – Processo decisório para geração de novo poleiro principal.

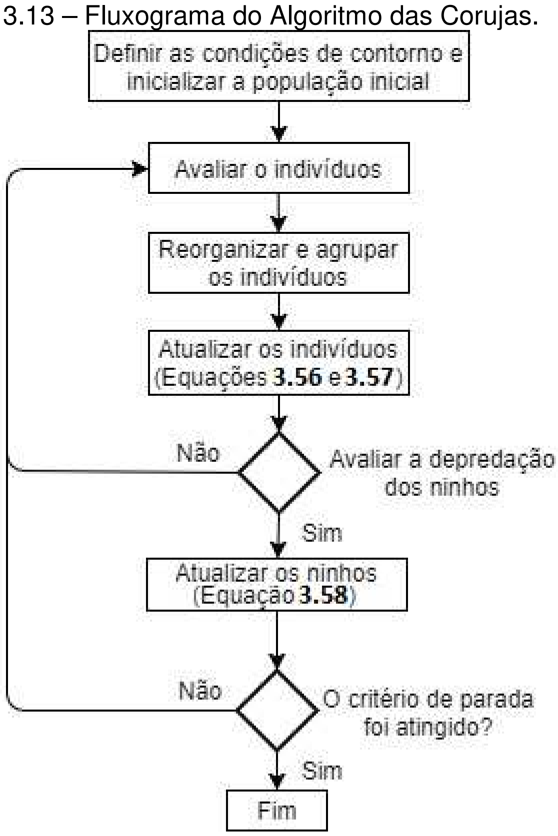


Respeitando-se assim a seguinte equação para esta nova etapa:

$$x_{sortnew_{(i,j)}} = x_{sort(i,j)} + F_2\left(x_{sort_{(1,j)}} - x_{sort_{(i,j)}}\right) \tag{3.58}$$

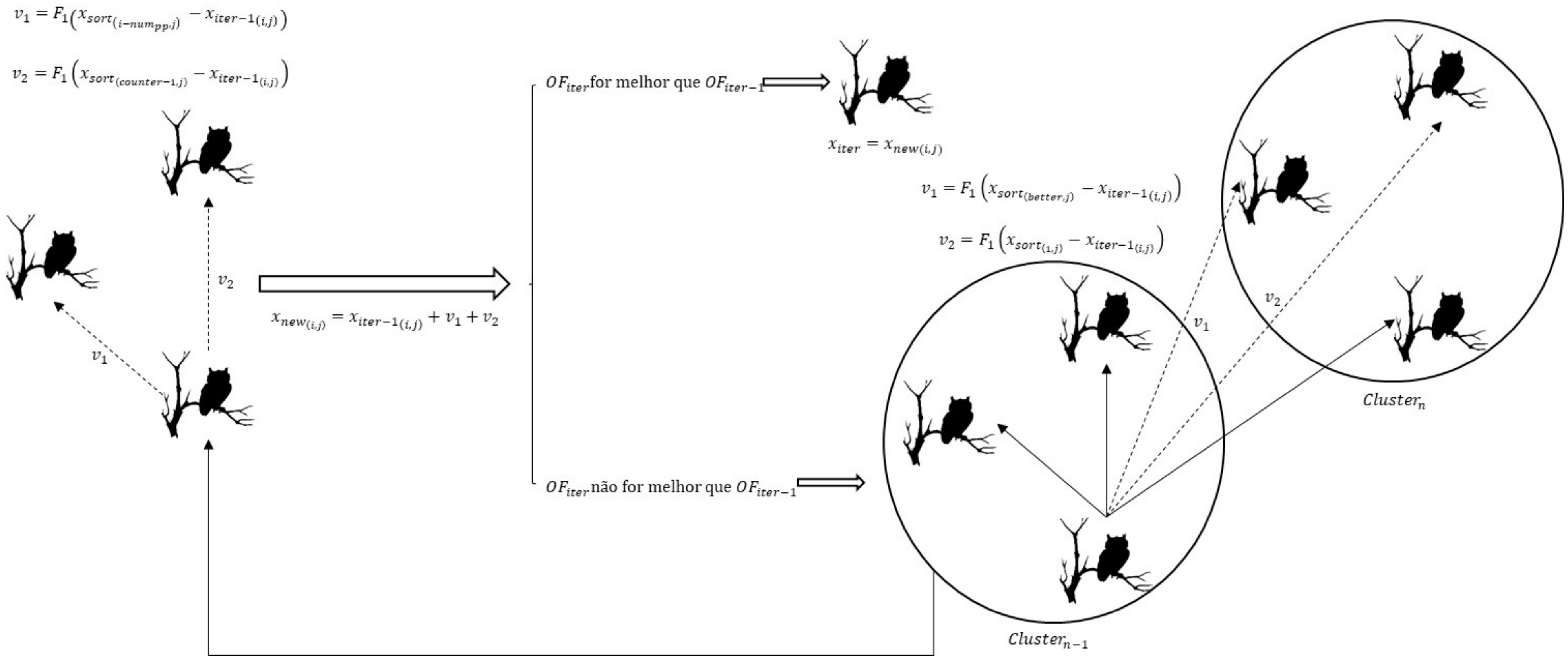
Novamente é feita a avaliação da função objetivo, caso a nova posição seja vantajosa ela é retida, caso contrário a posição anterior continua disponível para o processo de reordenamento. Esse processo é repetido até que o critério do número máximo de iterações, $iter_{max}$, seja alcançado. O fluxograma do algoritmo do OOA é apresentado na Figura 3.13.

Figura 3.13 – Fluxograma do Algoritmo das Corujas.



A Figura 3.14 apresenta uma representação desse processo de busca, apresentando os agrupamentos formados, ou *clusters*, que baseiam o processo de evolução dos indivíduos, sendo o algoritmo proposto batizado de OOA (*Owl Optimization Algorithm*). A versão multiobjetivo, batizado de MOOOA (*Multi-Objective Owl Optimization Algorithm*), necessita a implementação de um pêndulo reordenativo, onde a cada iteração o reordenamento dos valores da função objetivo é realizado para apenas uma das funções objetivos e alternadamente. Esse processo é necessário pela característica ordenada e de agrupamento que o algoritmo possui, considerando também conceitos de dominância e de possíveis soluções para a conformação da frente de Pareto.

Figura 3.14 – Processo decisório para as equações de movimento do algoritmo das corujas.



4 MÉTODOS DE AVALIAÇÃO

Nas seções subsequentes serão apresentadas as formas de avaliação tanto das funções teste quanto dos casos de estudo do presente trabalho. Cabe ressaltar de todos os experimentos foram implementados em ambiente MATLAB R2015b num computador com processador Intel i7-5500U de 2,4 GHz e 16 GB de memória RAM.

4.1 MÉTRICAS DE AVALIAÇÃO MONO-OBJETIVO

A avaliação das funções teste mono-objetivo foi realizada utilizando-se da estatística descritiva (valores mínimos, máximos, médias e desvios padrão) dos valores encontrados para a função objetivo e dos tempos de processamento de cada técnica aplicada.

Adicionalmente foi avaliado o desvio padrão populacional, apresentado por Ni & Deng (2014), permitindo uma avaliação da diversidade da população ao longo das iterações no processo de otimização. O desvio padrão populacional pode ser determinado por:

$$STD_{pos_j}(iter) = \sqrt{\frac{1}{NP-1}\sum_{i=1}^{NP}\left[x_{ij}(iter) - \frac{1}{NP}\sum_{i=1}^{NP} x_{ij}(iter)\right]^2} \quad (4.1)$$

onde x_{ij} são as posições de cada membro da população NP em cada dimensão j para todas as iterações $iter$.

Ainda, tem-se a problemática da comparação dos resultados de otimização quando da existência de dois ou mais algoritmos em âmbito geral. Ressalta-se que a complexidade no que tange ao fluxo dos dados nos algoritmos e as respectivas execuções de suas avaliações podem culminar em algoritmos que, apesar de atingir os melhores valores, não são os mais eficientes em termos de tempo de processamento.

Para sanar essa questão tem-se os testes não-paramétricos, como o teste de Friedman *post-hoc*, utilizado para avaliar a hipótese nula que diz respeito à não existência de diferenças ou variações significativas entre as populações de dados em comparação, sendo duas ou mais populações distintas (Derrac *et al.*, 2011).

A determinação da estatística de Friedman *post-hoc* necessita de um agrupamento inicial dos dados para um ranqueamento, onde o melhor recebe o valor 1 e o pior recebe valor numericamente igual à quantidade de populações avaliadas. Posteriormente é obtido o ranqueamento médio do ranqueamento para cada população em comparação de acordo com:

$$R_i = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{k} r_i^j \tag{4.2}$$

onde R_i representa o valor do ranqueamento médio final do ranqueamento, n é a quantidade de observações, ou experimentos, r_i^j representa o valor do ranqueamento para dado problema j.

Finalmente calcula-se a estatística de Friedman *post-hoc* para comparação dos resultados conforme (Demsar *et al.*, 2006, Derrac *et al.*, 2011):

$$\chi_F^2 = \frac{|(R_i - R_j)|}{\sqrt{\frac{k(k+1)}{6n}}} \tag{4.3}$$

onde R_i e R_j são os ranqueamento médios das populações em comparação, k é a quantidade total de populações e n é a quantidade de observações, ou experimentos.

A execução desta técnica em confrontos diretos, para os valores das funções objetivo e tempos de processamento, entre todos os métodos utilizados resulta em uma matriz quadrada, simétrica e de diagonal principal igual a zero. O cruzamento entre uma linha e uma coluna resultam no resultado da comparação entre as técnicas referentes a essa linha e a essa coluna.

Para maior sintetização dos resultados foi elaborada uma matriz quadrada simétrica de diagonal principal nula cuja matriz triangular inferior se refere aos resultados obtidos com o Teste de Friedman *post-hoc* para os valores encontrados para as funções objetivo e igualmente, para a matriz triangular superior, os resultados encontrados com o mesmo teste para os tempos de processamento.

A elaboração de um gráfico onde considera-se como par ordenado o teste de Friedman *post-hoc* para o resultado da função objetivo e para o tempo, ou $(\chi_{F(OF)}^2, \chi_{F(t)}^2)$, apresenta uma espécie de agrupamento. O ponto de segregação para os grupos foi o ponto médio obtido pelos resultados do teste de Friedman *post-hoc*.

Consideraram-se quatro grupos, sendo os mesmos:

a) Grupo A: grande variação tanto para o resultado da função objetivo quanto para o tempo de processamento,
b) Grupo B: baixa variação tanto para o resultado da função quanto para o tempo de processamento,
c) Grupo C: baixa variação para o resultado da função objetivo e grande variação quanto ao tempo de processamento,
d) Grupo D: grande variação para o resultado da função objetivo e baixa variação quanto ao tempo de processamento.

De forma geral foram omitidos os comentários para os confrontos diretos dos algoritmos enquadrados como pertencentes ao Grupo B pela característica desse grupo, ou seja, baixa variação tanto para o valor final da função objetivo quanto para o tempo de processamento.

O Grupo A representa aqueles onde maiores distinções foram obtidas em ambos os quesitos, enquanto o Grupo C representa aqueles que não apresentaram perda de desempenho de busca pela solução ótima e, consequentemente, seu valor ótimo, no entanto tiveram reduzidos seus desempenhos em tempo de processamento, e o Grupo D representa exatamente o contrário.

Os resultados do procedimento descrito anteriormente foram elencados no Apêndice B, Tabelas B1 a B10, matricialmente e graficamente.

4.2 MÉTRICAS DE AVALIAÇÃOMULTIOBJETIVO

A frente de Pareto pode ser avaliada mediante diversos aspectos, sendo os mais aplicados aqueles referentes à capacidade, convergência, diversidade e convergência-diversidade (Jiang *et al.*, 2014).

A capacidade pode ser avaliada com o uso da geração do vetor não-dominado (*Overall Non-dominated Vector Generation*) que simplesmente contabiliza a quantidade de elementos não-dominados presentes na frente de Pareto gerada (Veldhuizen & Lamont, 2000). Essa métrica pode ser obtida com o uso da expressão:

$$ONVG(S) = |S| \tag{4.4}$$

onde $|S|$ define a cardinalidade, ou seja, a quantidade de elementos não-dominados que conformam a frente de Pareto obtida. Intuitivamente tem-se que quanto maior for $ONVG$ melhor será a capacidade do método avaliado.

A avaliação da convergência da frente de Pareto obtida pode ser feita utilizando-se a distância generalizada (*Generational Distance*) determinando o quão próximo está a frente de Pareto obtida da frente de Pareto ideal para a função (Veldhuizen & Lamont, 1999). A distância generalizada pode ser obtida por:

$$GD(S,P) = \frac{\left(\sum_{i=1}^{|S|} d_i^q\right)^{\frac{1}{q}}}{|S|} \tag{4.5}$$

sendod_i a menor distância entre os elementos presentes na frente de Pareto conformado no espaço S e a frente de Pareto ideal (P), e q é a quantidade de objetivos presentes na função. Nessa métrica deve ser utilizada a distância euclidiana, exceto se explicitado de forma distinta. Novamente, a análise da expressão revela que quanto menor for GD mais próximo da frente de Pareto ideal os pontos obtidos se encontram

A diversidade de uma função multiobjetivo pode ser avaliada de duas formas distintas, distribuição e espalhamento, existindo métricas independentes para cada uma, no entanto, há também a métrica conjunta da métrica Δ onde ambas as condições são avaliadas concomitantemente (Deb *et al.*, 2002). A métrica Δ pode ser obtida de acordo com:

$$\Delta(S,P) = \frac{df+dl+\sum_{i=1}^{|S|-1}|d_i-\bar{d}|}{df+dl+(|S|-1)\bar{d}} \tag{4.6}$$

onde d_i é a distância eucidiana entre soluções no espaço S e $\bar{d}$ é a média dessas distâncias, sendo os termos df e dl são as distâncias euclidianas mínimas das soluções em S aos extermos da frente de Pareto ideal, P. Novamente deve ser utilizada a distância euclidiana, exceto se explicitado de outra forma. A equação revela que menores valores de Δ são melhores resultados.

A métrica conhecida como *Hypervolume* é classificada como uma avaliação da convergência-diversidade numa escala única (Zitzler & Thiele, 1998). O *Hypervolume* é dado por:

$$HV(S) = volume\left(\bigcup_{i=1}^{|S|} V_i\right) \quad (4.7)$$

onde o *hypervolume* determinado pelos limites definidos por cada elemento da frente de Pareto pertencente ao espaço S que definem um volume V_i. Maiores valores de HV correspondem a melhores avaliações.

Importante observar que algumas métricas dependem necessariamente do conhecimento de uma frente de Pareto ideal para promover uma comparação.

4.3 AVALIAÇÃO DOS CASOS DE ESTUDOS MONO-OBJETIVO

A avaliação dos casos dos trocadores de calor nas otimizações mono-objetivo foi realizada mediante a estatística descritiva (valores mínimos, máximos, médias e desvios padrão) para os resultados das funções objetivo e de sua convergência.

4.4 AVALIAÇÃO DOS CASOS DE ESTUDOS MULTIOBJETIVO

A avaliação multiobjetivo concernente aos trocadores de calor considerou as métricas do SP e HV uma vez que os mesmos não dependem de uma frente de Pareto ideal para o problema em questão, após a aplicação do conceito de dominância nos resultados dos experimentos realizados para cada método individualmente e de forma conjunta.

A métrica de espaçamento (*Spacing*) que determina a proximidade entre soluções consecutivas (Schott, 1995), podendo ser determinada por:

$$SP(S) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{|S|}(d_i - d)^2}{(|S|-1)}} \quad (4.8)$$

sendod_i a distância entre elementos consecutivos na frente de Pareto S obtida. Ressalta-se, no entanto, que essa métrica apenas representa a distribuição entre os pontos obtidos, não o espalhamento. Novamente, menores valores de SP correspondem a melhores avaliações.

5 RESULTADOS NUMÉRICOS – FUNÇÕES TESTES

Neste capítulo são apresentados e discutidos os resultados obtidos, tanto mono-objetivo quanto multiobjetivo, com as funções teste.

Considerando-se o caráter estocástico dos métodos avaliados foram realizados em todos os casos 30 experimentos independentes para as funções teste tanto mono quanto multiobjetivo. Cada experimento foi iniciado com uma semente específica para garantir que os métodos apresentassem pontos de partida idênticos para as otimizações.

5.1 MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO

Na sequência são apresentadas as parametrizações de cada método avaliado, com 1000 iterações para o mono-objetivo e 500 iterações para os multiobjetivo, para após serem expostos os resultados obtidos com as simulações. Para todos os algoritmos a população inicial foi fixada em 50 indivíduos.

O método da DE tem como principais parâmetros a quantidade de indivíduos da população, o fator de escala da evolução, a probabilidade de cruzamento e por fim a estratégia utilizada, sendo que essa última ajusta os referenciais responsáveis pela determinação da diferença necessária para a evolução dos agentes de busca (em relação ao melhor indivíduo, em relação a algum indivíduo selecionado estocasticamente ou ainda uma combinação das opções anteriores). Para as simulações foram selecionados os parâmetros apresentados na Tabela 5.1, sendo a estratégia 1 (DE/best/1/exp) a selecionada para evolução do algoritmo da DE, sendo esses mesmos valores adotados no MODE.

Tabela 5.1 – Parâmetros da Evolução Diferencial e sua versão multiobjetivo.

Descrição	Variável	Valor
Fator de escala	F	0,5
Probabilidade de cruzamento	CR	0,5

O método da DE com a distribuição de Tsallis apresenta os mesmos parâmetros iniciais com as devidas modificações para a determinação do fator de escala, ou seja, valor inicial, médio e variância para determinação da probabilidade. A Tabela 5.2 apresenta os parâmetros selecionados, sendo novamente a estratégia

1 a selecionada para reger o processo de evolução do TDE, sendo os mesmos valores adotados no MOTDE.

Tabela 5.2 – Parâmetros da Evolução Diferencial com distribuição de Tsallis e sua versão multiobjetivo.

Descrição	Variável	Valor
Fator de escala inicial	F_0	Entre 0,4 e 0,6
Fator de escala médio	$\bar{F}$	0,5
Fator de escala em variância	F_σ	0,1
Probabilidade de cruzamento	CR	0,5

O método da JADE apresenta como principais parâmetros a quantidade de indivíduos da população, o ganho de ajuste adaptativo e o percentual da população que será selecionado como representativo da melhor possível solução da função objetivo. A Tabela 5.3 apresenta os valores dos parâmetros que regem a evolução das simulações com a JADE, sendo os mesmos valores adotados no MOJADE.

Tabela 5.3 – Parâmetros da Evolução Diferencial Adaptativa JADE e sua versão multiobjetivo.

Descrição	Variável	Valor
Ganho de ajuste adaptativo	c	0,1
Percentual da população	p	0,05

O método da JADE com a distribuição de Tsallis apresenta, da mesma forma o algoritmo original, os mesmos parâmetros iniciais com as alterações referentes ao cálculo das probabilidades para o fator de escala e para a probabilidade de cruzamento que utilizaram da mesma sistemática que a JADE na com as distribuições Gaussiana e Lorentziana. A Tabela 5.4 apresenta os parâmetros selecionados para a evolução do processo de busca como no TJADE.

Tabela 5.4 – Parâmetros da Evolução Diferencial Adaptativa JADE com distribuição de Tsallis.

Descrição	Variável	Valor
Ganho de ajuste adaptativo	c	0,1
Percentual da população	p	0,05

O método do WDO apresenta como parâmetros iniciais a quantidade de parcelas atmosféricas na população e os valores das constantes RT, g, α e c e velocidade máxima permitida para a movimentação das parcelas atmosféricas. A

Tabela 5.5 apresenta os parâmetros utilizados para o algoritmo WDO, sendo os mesmos valores adotados no MOWDO.

Tabela 5.5 – Parâmetros do *Wind Driven Optimization* e sua versão multiobjetivo.

Descrição	Variável	Valor
Constante RT	RT	1
Aceleração da gravidade	g	0,6
Coeficiente de atrito	α	0,8
Coeficiente de rotação	c	0,7
Velocidade máxima	v_{max}	0,3

O método do WDO com a distribuição de Tsallis apresenta como parâmetros iniciais os mesmos do algoritmo original, ou seja, a quantidade de parcelas atmosféricas na população e os valores das constantes RT, g, α e c (esses com as devidas modificações para determinação das probabilidades) e velocidade máxima permitida para a movimentação das parcelas atmosféricas. A Tabela 5.6 apresenta os parâmetros de controle utilizados para o algoritmo TWDO.

Tabela 5.6 – Parâmetros do *Wind Driven Optimization* com distribuição de Tsallis.

Descrição	Variável	Valor
Constante RT inicial	RT_0	Entre 0,9 e 1,1
Constante RT média	$\overline{RT}$	1
Constante RT em variância	RT_σ	0,1
Aceleração da gravidade inicial	g_0	Entre 0,5 e 0,7
Aceleração da gravidade média	$\bar{g}$	0,6
Aceleração da gravidade em variância	g_σ	0,1
Coeficiente de atrito inicial	α_0	Entre 0,7 e 0,9
Coeficiente de atrito médio	$\bar{\alpha}$	0,8
Coeficiente de atrito em variância	α_σ	0,1
Coeficiente de rotação inicial	c_0	Entre 0,6 e 0,8
Coeficiente de rotação médio	$\bar{c}$	0,7
Coeficiente de atrito em variância	c_σ	0,1
Velocidade máxima	v_{max}	0,3

O método do FOA apresenta como parâmetros iniciais a quantidade de falcões na população, as constantes social, cognitiva e de perseguição, e as probabilidade de consciência e de mergulho. A Tabela 5.7 apresenta os valores dos parâmetros para o algoritmo do FOA, sendo os mesmos valores adotados no MOFOA.

Tabela 5.7 – Parâmetros do Algoritmo do Falcão.

Descrição	Variável	Valor
Constante social	c_s	2
Constante cognitiva	c_c	2
Constante de perseguição	c_f	2
Probabilidade de consciência	AP	0,2
Probabilidade de mergulho	DP	0,8

O método do OOA possui como parâmetros iniciais a quantidade de corujas na população, a quantidade de poleiros principais, a quantidade de poleiros secundários e a porcentagem de depredação dos ninhos. A Tabela 5.8 apresenta os parâmetros do algoritmo OOA, sendo os mesmos valores adotados no MOOOA.

Tabela 5.8 – Parâmetros do Algoritmo das Corujas.

Descrição	Variável	Valor
Número de poleiros principais	num_{pp}	10
Número de poleiros secundários	num_{sp}	4
Porcentagem de depredação	dep_{pp}	0,5

O algoritmo genético utiliza o princípio da evolução biológica para procurar as melhores soluções em um problema através dos operadores genéticos de mutação e cruzamento. O NSGA-II, diferentemente do original NSGA, é elitista no processo de seleção por meio de torneios para a escolha dos progenitores. O método do NSGA-II possui como parâmetros a quantidade de indivíduo na população, sendo no presente trabalho igual a 50, e operadores de mutação e cruzamento, com valores iguais a 10% nesse trabalho.

5.2 FUNÇÕES TESTE

O teste de confiabilidade, eficiência e a validação de algoritmos de otimização é frequentemente realizado através de funções teste (*benchmark*). Na maioria das publicações a quantidade de funções teste avaliadas pode chegar a até duas dúzias, considerando que as mesmas devem apresentar diversidade de características, tais como unimodalidade, multimodalidade, separabilidade, não-separabilidade e multidimensionalidade (Jamil & Yang, 2013).

Ainda, de acordo com Jamil & Yang (2013), os problemas sem restrições podem ser classificados em duas tipologias, sendo as mesmas os problemas testes e os problemas de caráter real. Os problemas testes são problemas sintetizados que podem apresentar um ou múltiplos mínimos globais com a presença de mínimos locais. Já os problemas de caráter real são originários de diferentes áreas do conhecimento, como a Física, Química, Matemática e Engenharia que possuem dificuldade de resolução por possuírem conjuntos algébricos ou diferenciais de difícil resolução ou que necessitem de elevado tempo computacional para obtenção de uma solução satisfatória.

A função é denominada unimodal se ela possuir um ponto de ótimo global com nenhum ou um único ponto ótimo local, já uma função multimodal apresenta muitos pontos ótimos locais. No caso das funções multimodais, um algoritmo de otimização é testado quanto à sua capacidade de evitar pontos ótimos locais, se o algoritmo tem um baixo nível de capacidade de exploração, não pode completamente explorar o espaço de busca e, portanto, é propenso a escolher um ponto ótimo local (Dogan & Olmez, 2015).

As funções que têm um espaço de busca plana apresentam dificuldades adicionais para os algoritmos, pois da mesma forma que nas funções multimodais o espaço de busca plano não fornece qualquer informação de inclinação para dirigir o algoritmo para o ponto ideal. Outro grupo de funções são as separáveis e as não-separáveis, sendo que uma função separável de muitas variáveis pode ser expressa como a soma de funções uma variável, já as funções não-separáveis não podem ser escritas dessa forma, uma vez que possuem uma inter-relação entre as suas variáveis. Portanto, a otimização das funções não-separáveis apresenta maiores dificuldades do que as separáveis (Karaboga & Akay, 2009).

Num espaço de muitas dimensões algoritmos geralmente enfrentam outro problema uma vez que com o aumento da dimensionalidade o volume obtido com os espaços de buscas aumenta rapidamente, de forma que os pontos de procura em relação ao todo se tornam escassos, ou seja, a proporção de pontos explorados em comparação com a totalidade se torna pequena. Um algoritmo de busca que apresenta eficácia em pequenas dimensões pode apresentar desempenhos fracos em tais espaços dimensionais elevados. Dessa forma, é comum o teste de algoritmos para avaliar a sua capacidade de encontrar o ótimo global em espaços dimensionais elevados.

Algumas funções apresentam um ótimo global muito pequeno quando comparado com as condições de contorno do espaço de busca. Nesses casos, se o algoritmo não possui a capacidade de se adaptar às mudanças de direção nas funções ele irá apresentar falhas ou desempenhos pouco efetivos (Yang *et al.*, 2013). Outro problema que os algoritmos podem apresentar é o problema de escala, com uma diferença de muitas ordens de magnitude entre o domínio e a hiper-superfície (Karaboga, 2005).

Assim, é comum na avaliação de algoritmos a escolha de funções que possuem baixa ou alta dimensionalidade com características distintas, ampliando a diversidade de problemas que podem ser encontrados no processo de otimização (Bao *et al.*, 2015, Mirjalili, 2015).

Huband *et al.* (2006) apresentaram que funções teste construídas artificialmente oferecem vantagens sobre problemas reais no que tange à avaliação de performance. No caso de problemas multiobjetivo existem grupos de funções que juntas podem apresentar a avaliação necessária, como aquelas apresentadas Zitzler *et al.* (2000) com as funções ZDT e Veldhuizen (1999) com as funções MOP.

As funções ZDTs apresentadas por Zitzler *et al.* (2000) são utilizadas para a avaliação de métodos multiobjetivo, apresentando funções de frente de Pareto côncavas, convexas ou desconectadas, empregando somente um parâmetro de posição em sua função base (Huband *et al.*, 2006) sendo todas funções biobjetivas e separáveis. Em relação aos MOPs (Veldhuizen, 1999) observa-se a mesma diversidade de caraterísticas que nas funções ZDTs, mas as mesmas possuem não-separabilidade e são não escalonáveis (Huband *et al.*, 2006).

No trabalho de Huband *et al.* (2006) são apresentadas além das funções mencionadas anteriormente outras funções teste e algumas recomendações para escolha destas funções que são importantes para pesquisadores na área de atuação da otimização.

As funções teste escolhidas para o presente trabalho são segregadas em duas classes, uma classe que permite muitas dimensões nos casos mono e multiobjetivo, e neste caso foram avaliadas para dimensionalidades 10, 30 e 50, e uma classe que permite somente 2 dimensões no caso mono-objetivo. Foram selecionadas funções com diferentes características, espaços de busca e valores ótimos.

A Tabela 5.9 apresenta as funções teste mono-objetivo (Jamil & Yang, 2013; Bao *et al.*, 2015; Mijarlili, 2015; Askarzadeh, 2016) e seus respectivos espaços de busca e valores ótimos, onde as designações lb e ub delimitam os limites inferiores e superiores do espaço de busca das variáveis de decisão para as diferentes dimensionalidades. Observa-se que dentre as funções teste, todas contínuas, variam-se as demais características como diferenciabilidade, separabilidade, escalonabilidade modalidade (unimodal ou multimodal).

A Tabela 5.10 apresenta as funções de teste multiobjetivo (Veldhuizen & Lamont, 1999; Huband *et al.*, 2006), onde novamente as designações lb e ub delimitam os limites inferiores e superiores do espaço de busca das variáveis de decisão. Dentre as três funções teste multiobjetivo, ZDT1 apresenta caráter convexo, ZDT2 caráter côncavo e a ZDT3 caráter disconexo, ou discontínuo.

Tabela 5.9 – Funções teste mono-objetivos seus espaços de busca, valores ótimos e características.

	Função Teste	Espaço de busca $[lb, ub]$	Valor ótimo	Características
Alpine	$f_1 = \sum_{i=1}^{D} \sqrt{x_i \sin(x_i) + 0{,}1x_i}$	[-10,10]	0	C, S, M
Powell Sum	$f_2 = \sum_{i=1}^{D} \lvert x_i \rvert^{i+1}$	[-1,1]	0	C, D, S, E, U
Rastrigin	$f_3 = 10D + \sum_{i=1}^{D} [x_i^2 - 10\cos(2\pi x_i)]$	[-5,12,5,12]	0	C, D, S, E, M
Salomon	$f_4 = -\cos\left(2\pi\sqrt{\sum_{i=1}^{D} x_i^2}\right) + 0.1\sqrt{\sum_{i=1}^{D} x_i^2}$	[-100,100]	0	C, D, E, M
Sphere	$f_5 = \sum_{i=1}^{D} x_i^2$	[-100,100]	0	C, D, S, E, M
Styblinski-Tang	$f_6 = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{D}(x_i^4 - 16x_i^2 + 5x_i)$	[-5,5]	~-39D	C, D, M
Branin	$f_7 = \left(x_2 - \frac{5{,}1}{4\pi^2}x_1^2 + \frac{5}{\pi}x_1 - 6\right)^2 + 10\left(1 - \frac{1}{8\pi}\right)cos(x_1) + 10$	[-5,15]	0,397887	C, D, M
Easom	$f_8 = -cos(x_1)\,cos(x_2)e^{[-(x_1-\pi)^2+(x_2-\pi)^2]}$	[-100,100]	-1	C, D, S, M
Goldstein-Price	$f_9 = [1 + (x_1 + x_2 + 1)^2(19 - 14x_1 + 3x_1^3 - 14x_2 + 6x_1x_2 + 3x_2^2)]$	[-2,2]	3	C, D, M
Six Hump Camel Back	$f_{10} = \left(4 - 2{,}1x_1^2 + \frac{x_1^4}{3}\right)x_1^2 + x_1x_2 + (-4 + 4x_2^2)x_2^2$	[-5,5]	-1,0316	C, D, M

Notação: C – Contínua, D – Diferenciável, S – Separável, E – Escalonável, U – Unimodal, M - Multimodal

Tabela 5.10 – Funções teste multiobjetivo e seus respectivos espaços de busca.

	Função teste	Espaço de busca $[lb,ub]$
ZDT1	$f_1 = x_1 f_2 = \left[1 + 9\left(\frac{\sum_{i=2}^{n} x_i}{n-1}\right)\right]\left[1 - \sqrt{\frac{x_1}{1 + 9\left(\frac{\sum_{i=2}^{n} x_i}{n-1}\right)}}\right]$	[0,1]
ZDT2	$f_1 = x_1, f_2 = \left[1 + 9\left(\frac{\sum_{i=2}^{n} x_i}{n-1}\right)\right]\left[\frac{f_1}{1 + 9\left(\frac{\sum_{i=2}^{n} x_i}{n-1}\right)}\right]^2$	[0,1]
ZDT3	$f_1 = x_1, f_2 = \left[1 + 9\left(\frac{\sum_{i=2}^{n} x_i}{n-1}\right)\right]\left[1 - \sqrt{\frac{f_1}{1 + 9\left(\frac{\sum_{i=2}^{n} x_i}{n-1}\right)}} - \sin(10\pi f_1)\left(\frac{f_1}{1 + 9\left(\frac{\sum_{i=2}^{n} x_i}{n-1}\right)}\right)\right]$	[0,1]

5.3 RESULTADOS DAS FUNÇÕES TESTE MONO-OBJETIVO

Conforme descrito anteriormente, várias funções teste foram adotadas para realizar uma avaliação prévia dos algoritmos, representadas pela Figuras 5.1 (funções de maiores dimensionalidades) e 5.2 (funções de menores dimensionalidades).

Figura 5.1 – Mapas das Funções Alpine (a), Powell Sum (b), Rastrigin (c), Salomon (d), Sphere (e) e Styblinski-Tang (f) com $D = 2$.

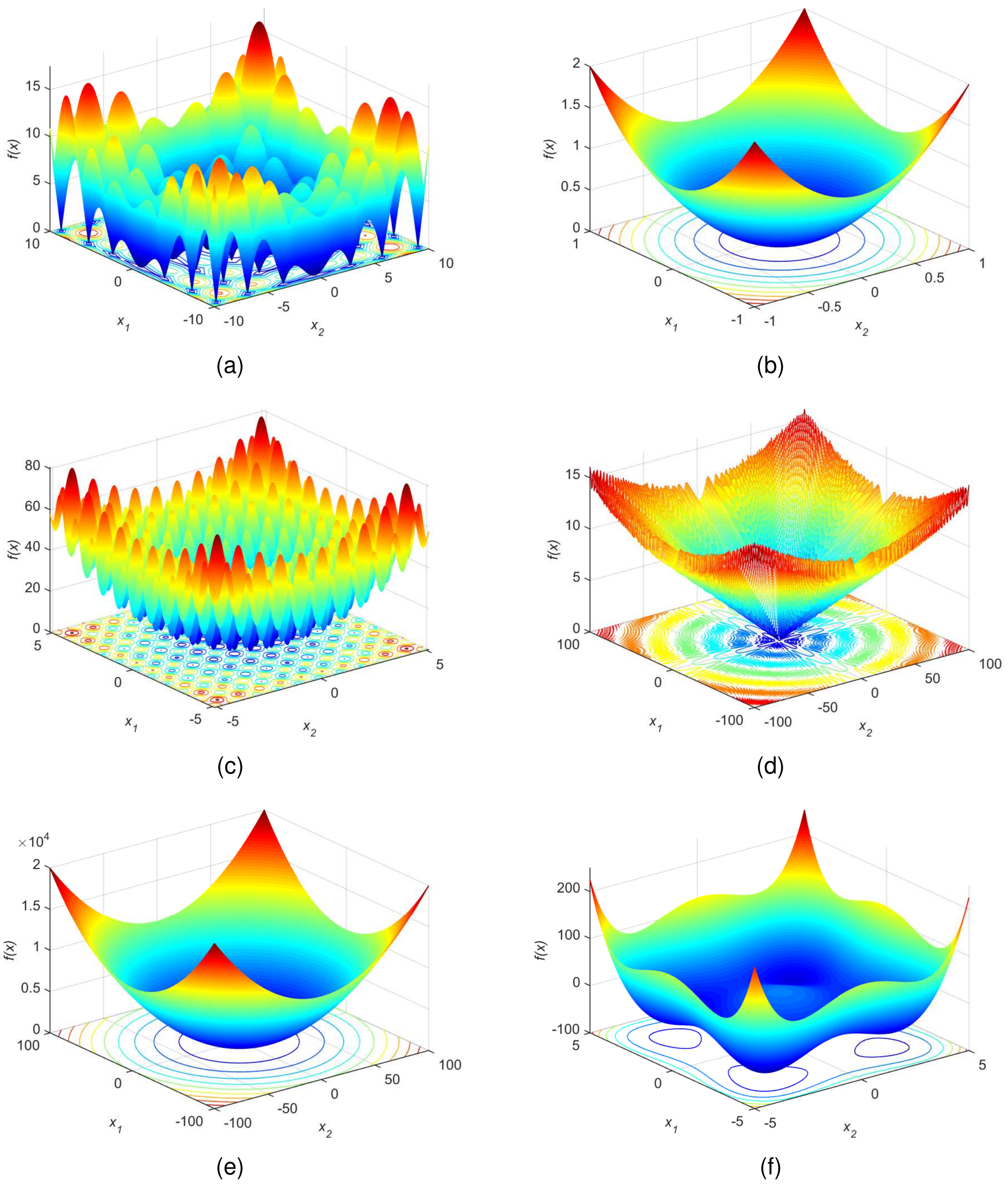
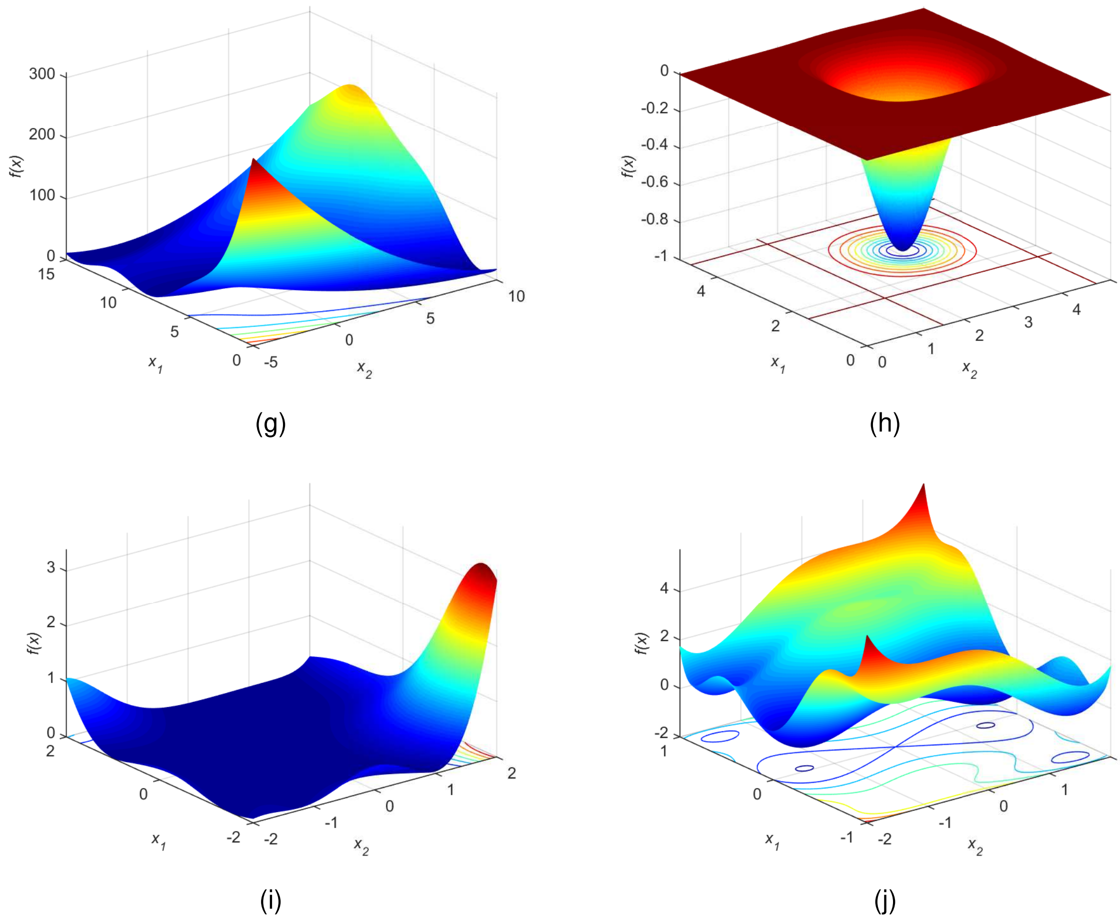


Figura 5.2 – Mapas das Funções Branin (g), Easom (h), Goldstein-Price (i) e Six Hump Camel Back (j) com $D = 2$.



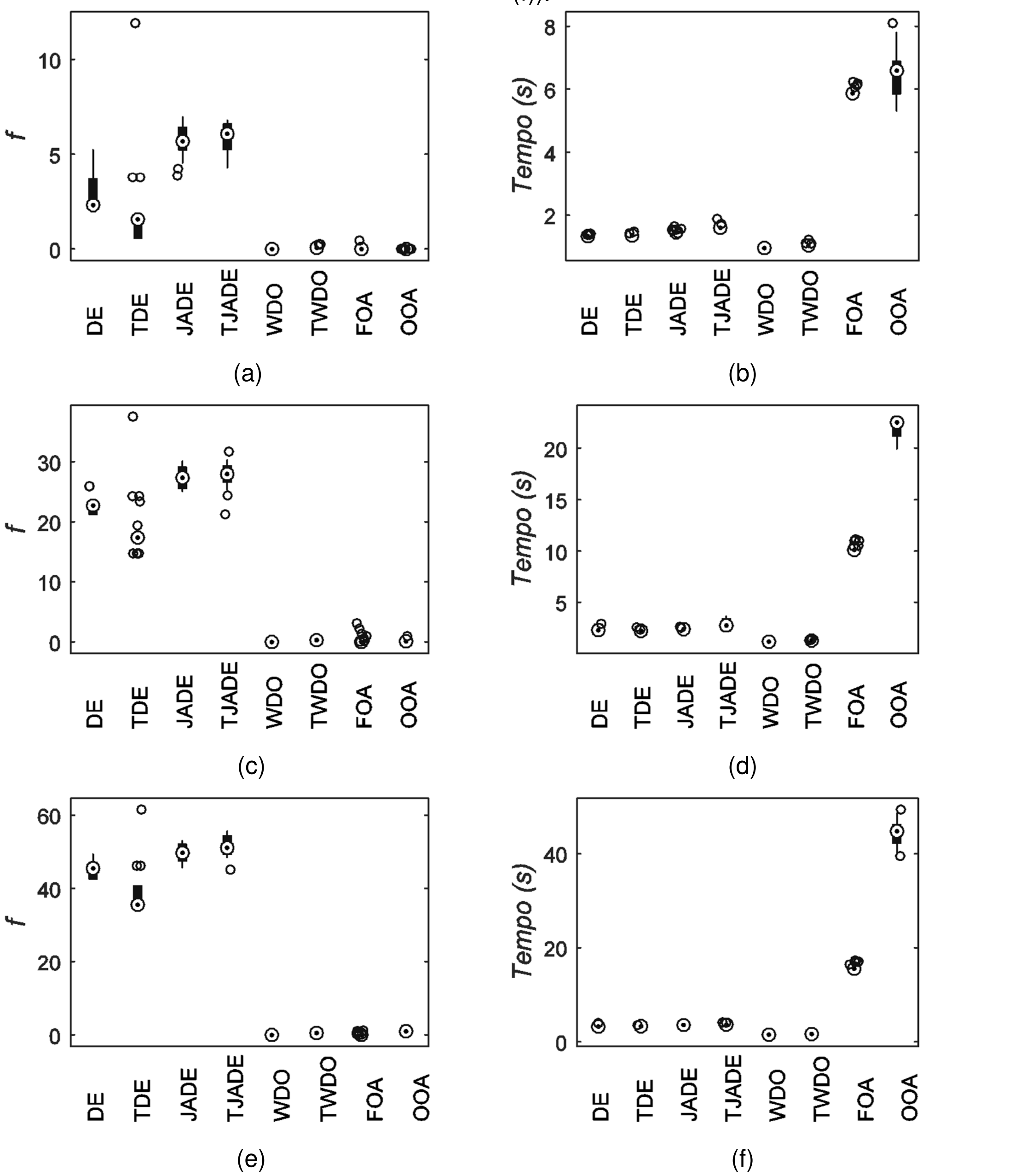
As funções de teste Alpine (f_1), Powell Sum (f_2), Rastrigin (f_3), Salomon (f_4), Sphere (f_5) e Styblinski-Tang (f_6) foram avaliadas para as dimensões 10, 30 e 50, enquanto as funções Branin (f_7), Easom (f_8), Goldstein-Price (f_9) e Six Hump Camel Back (f_{10}) foram avaliadas para dimensão 2.

Conforme descrito no Capítulo 4, as funções teste mono-objetivo foram avaliadas em relação aos resultados encontrados em todas os 30 experimentos realizados tanto para o valor da função quanto para seu tempo de processamento, enquanto que a avaliação do desvio padrão populacional foi realizado considerando-se apenas a simulação – ou experimento – de maior sucesso. Posteriormente foi realizada uma avaliação em relação ao teste de Friedman *post hoc* em confrontos diretos de cada método com os demais.

5.3.1 Resultados para a Função Alpine

A função Alpine foi apresentada na Tabela 5.9 e seu valor ótimo é 0. Os resultados são apresentados nas Figuras 5.3 (valores obtidos e tempos de processamento) e 5.4 (desvio padrão populacional).

Figura 5.3 – Resultados da função objetivo e tempo de processamento para a Função Alpine com $D = 10$ (Figuras (a) e (b)), $D = 30$ (Figuras (c) e (d)) e $D = 50$ (Figuras (e) e (f)).



Observa-se para a dimensionalidade $D = 10$ (Apêndice A, Tabela A1) que em termos de valores ótimos para a função objetivo os métodos que apresentaram melhores resultados foram WDO e FOA e em termos médios apenas o WDO manteve o resultado, seguido agora pelo OOA. Em relação aos algoritmos modificados verificou-se que a TDE apresentou melhores resultados, tanto para o mínimo quanto para a média, que a DE. Os resultados apresentados pelo OOA foram melhores que a DE, TDE, JADE, TJADE e TWDO também no que refere à média e melhores valores alcançados. A técnica que apresentou maior variação nos resultados foi o TDE, seguido pela DE, e a menor variação encontrada foi do OOA. Ainda, observou-se que o método mais rápido foi o WDO (com 0,95 segundos em média), seguido pelo TWDO (com 1,04 segundos em média), e que o mais lento foi o OOA (com 6,43 segundos em média), seguido pelo FOA (com 5,90 segundos em média), sendo os valores encontrados pelos pares DE, TDE e JADE, TJADE muito próximos.

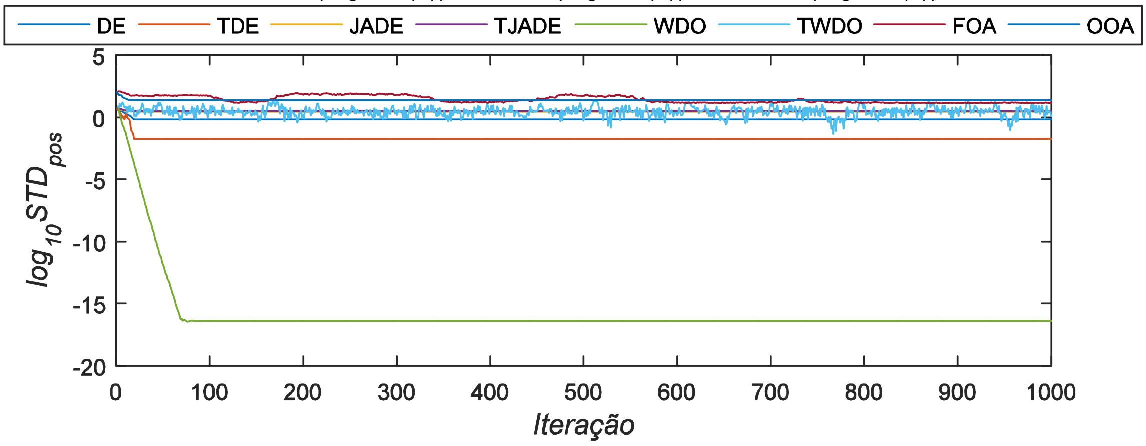
No que tange à $D = 30$ (Apêndice A, Tabela A2) verifica-se que os melhores resultados em relação ao melhor valor encontrado continuam com o WDO (este também em termos de valor médio) e FOA, seguidos pelo OOA. Novamente o TDE apresentou melhores valores que a DE e, desta vez, o TJADE superou seu antecessor em termos de melhor resultado. Para essa dimensão a técnica que apresentou maior variação novamente foi o TDE, sendo a menor variação encontrada agora para o TWDO. Da mesma forma que para a dimensionalidade anterior o par WDO, TWDO apresentou-se como mais rápido (em torno de 1,20 segundos em média) enquanto OOA e FOA foram os mais lentos (22,18 e 10,23 segundos em média, respectivamente).

Para a $D = 50$ (Apêndice A, Tabela A3) pode-se observar que ambas as modificações TDE e TJADE superaram em termos de melhores resultados os algoritmos originais, enquanto os melhores resultados ainda foram obtidos com o WDO e FOA, seguidos desta vez pelo TWDO. Nenhuma alteração foi observada no que tange ao tempo de execução, permanecendo as avaliações anteriores para os mais rápidos e mais lentos.

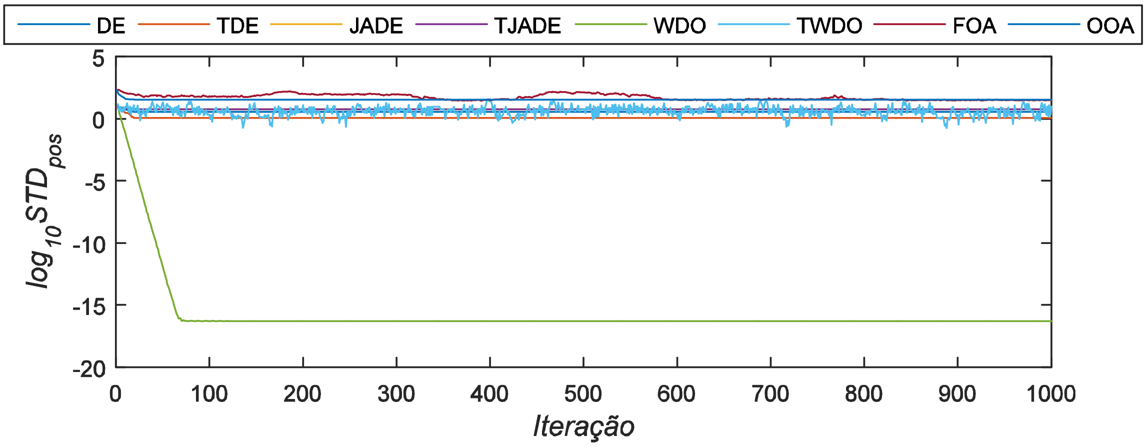
No que tange ao desvio padrão populacional para a dimensão $D = 10$ o pior resultado encontrado foi para o WDO seguido pelo TDE. Os demais métodos testados demonstraram manter a diversidade da população ao longo das iterações, com maiores variações observadas para o TWDO e FOA.

Em termos da diversidade da população para a $D = 30$, o TDE apresentou recuperação enquanto que o WDO novamente perdeu diversidade antes de 100 iterações. Para a $D = 50$ não foi observada alteração para a diversidade da população no processo de procura ao longo das iterações.

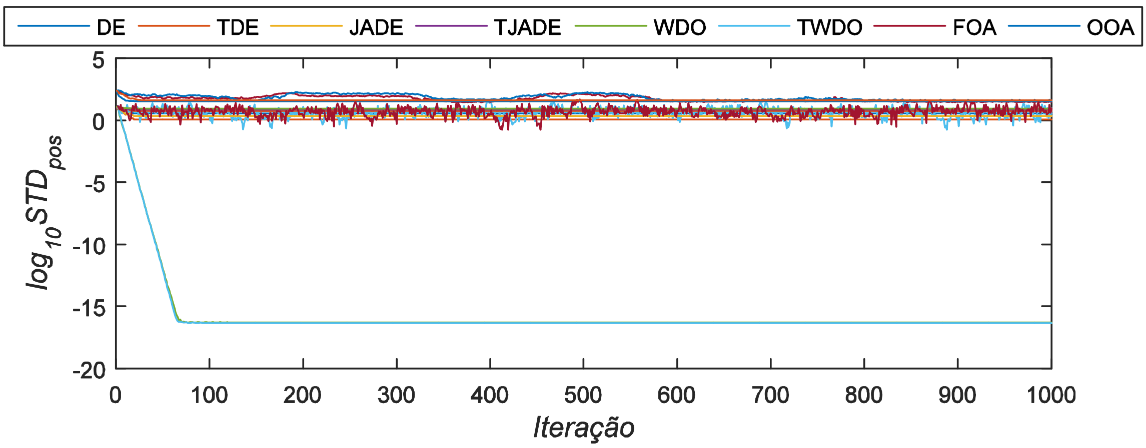
Figura 5.4 – Resultados do desvio padrão populacional para a Função Alpine com $D = 10$ (Figura (a)), $D = 30$ (Figura (b)) e $D = 50$ (Figura (c)).



(a)



(b)



(c)

A função Alpine apresentou algumas variações de confrontos diretos entre os agrupamentos (Apêndice B, Tabela B1), como a comparação entre FOA e TJADE que passou do Grupo C nas dimensões 10 e 30 para o Grupo A na dimensão 50, da mesma forma que a comparação entre OOA e TJADE. Contrariamente os confrontos entre FOA e JADE com a JADE saíram do GRUPO A nas dimensões 10 e 30 para o Grupo C na dimensão 50. Comportamento distinto foi encontrado para comparação entre WDO e TDE que variação entre os Grupos A e D, ou seja, mantendo a diferença entre os valores da função objetivo, mas variando em relação ao tempo de processamento.

5.3.2 Resultados para a Função Powell Sum

A função Powell Sum foi apresentada na Tabela 5.9 e seu valor ótimo é 0. Os resultados são apresentados nas Figuras 5.5 (valores obtidos e tempos de processamento) e 5.6 (desvio padrão populacional).

Observa-se para $D = 10$ (Apêndice A, Tabela A4) que todos os métodos avaliados apresentaram resultados muitos próximos, no entanto, aqueles que melhores resultados apresentaram foram o WDO, seguido pelo OOA e FOA. Para essa função o TDE apresentou melhores resultados que a DE. Relacionado aos valores médios encontrados temos o WDO e FOA nas duas primeiras colocações. Em termos de tempo de execução os métodos DE, TDE, JADE e TADE apresentaram resultados muito próximos (em torno de 1,50 segundos em média), enquanto WDO apresentou maior rapidez (0,99 segundo em média) e OOA e FOA foram os mais lentos (7,15 e 5,89 segundos em média, respectivamente).

Para as dimensionalidades $D = 30$ e $D = 50$, Tabelas A5 e A6 do Apêndice A, verifica-se mesma situação para os melhores resultados obtidos, exceto que agora o FOA assumiu a segunda colocação no lugar do OOA.

Observa-se para $D = 10$ que a diversidade de população dos métodos foi semelhante, exceto para o WDO, que após 500 iterações apresentou um declínio abrupto para o desvio padrão populacional. Ainda, maior variação foi constatada para o TWDO e FOA.

Verifica-se na dimensionalidade $D = 30$ que o WDO apresentou um declínio de sua diversidade de população antes de 300 iterações, no entanto ressalta-se o acentuado declínio na diversidade populacional para o WDO logo após 100 iterações para $D = 50$.

Figura 5.5 – Resultados da função objetivo e tempo de processamento para a Função Powell Sum com $D = 10$ (Figuras (a) e (b)), $D = 30$ (Figuras (c) e (d)) e $D = 50$ (Figuras (e) e (f)).

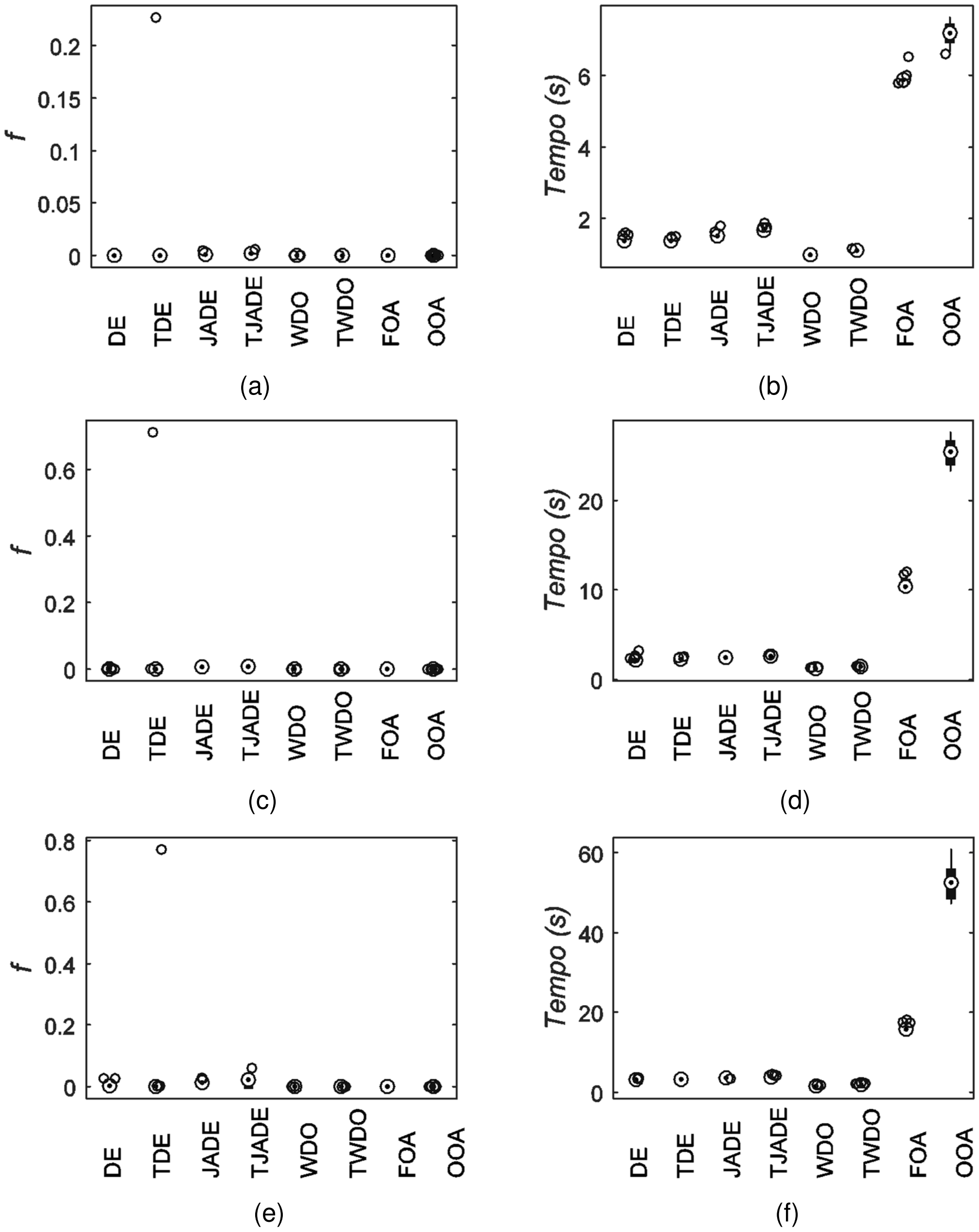
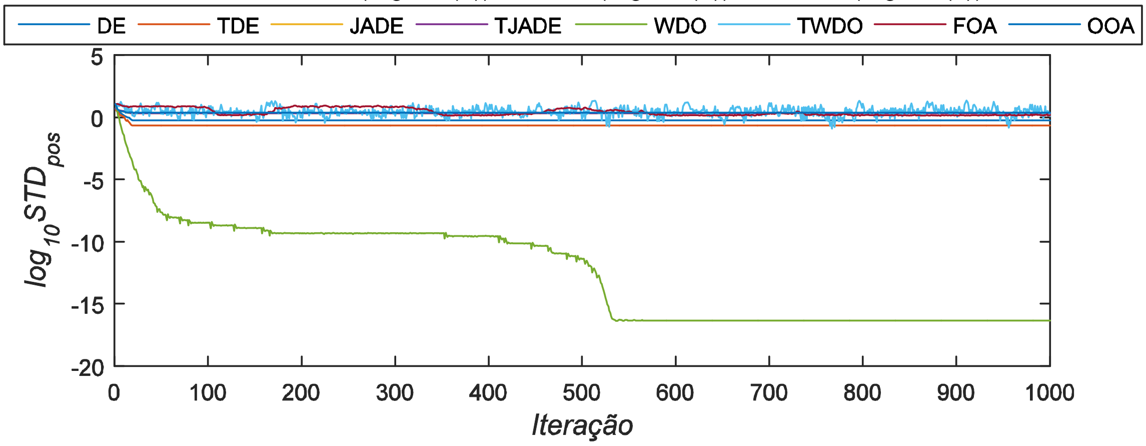
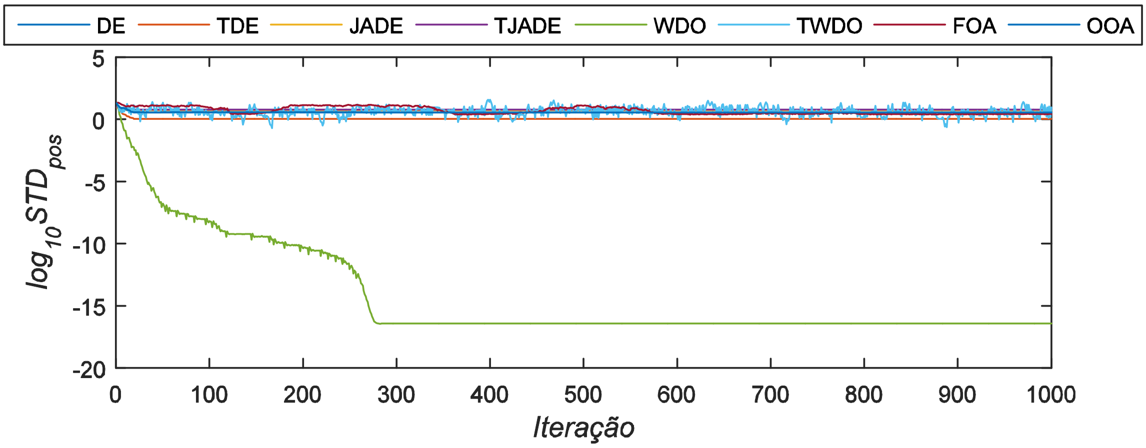


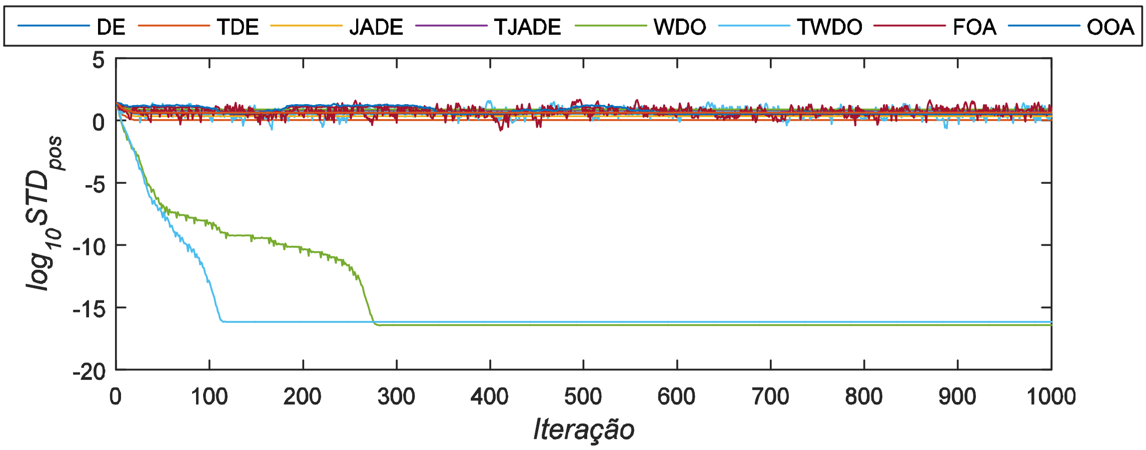
Figura 5.6 – Resultados do desvio padrão populacional para a Função Powell Sum com $D = 10$ (Figura (a)), $D = 30$ (Figura (b)) e $D = 50$ (Figura (c)).



(a)



(b)



(c)

A função Powell Sum não apresentou mudanças nos agrupamentos formados com a diferenciação das dimensionalidades (Apêndice B, Tabela B2), apresentando maiores diferenças em confrontos direto entre os algoritmos FOA e OOA com a JADE. Desempenhos próximos em relação aos valores da função objetivo e distintos no que tange ao tempo de execução foram destacados entre as comparações diretas entre as técnicas FOA e OOA contra WDO e TWDO, principalmente. No caso de desempenhos distintos em relação aos valores obtidos para a função objetivo e próximos em relação ao tempo de processamento predominam confrontos entre os algoritmos WDO e TWDO com DE, TDE, JADE e TJADE, assim como a comparação entre FOA e TDE.

5.3.3 Resultados para a Função Rastrigin

A função Rastrigin foi apresentada na Tabela 5.9 e seu valor ótimo é 0. Os resultados são apresentados nas Figuras 5.7 (valores obtidos e tempos de processamento) e 5.8 (desvio padrão populacional).

Observa-se que para $D = 10$ (Apêndice A, Tabela A7) os melhores resultados foram obtidos pelo WDO, FOA e OOA, enquanto o TDE superou a DE mesmo que não tenha alcançado os melhores resultados. Novamente os métodos mais rápidos encontrados foram o par WDO (0,81 segundos em média), TWDO (0,90 segundos em média) enquanto os mais lentos foram FOA (5,83 segundos em média) e OOA (5,73 segundos em média). As técnicas DE, TDE, JADE e TJADE apresentaram tempos de processamento semelhantes (próximos à 1,50 segundos em média).

Para a dimensionalidade $D = 30$ (Apêndice A, Tabela A8) observa-se melhora significativa encontrada pelas modificações TDE e TJADE em relação aos métodos originais.

A dimensionalidade $D = 50$ (Apêndice A, Tabela A9) para essa função apresentou mesmo comportamento observado para a dimensionalidade $D = 30$, exceto pela significativa variação nos resultados obtidos pelo OOA que ocupou a terceira pior colocação em resultados.

Observa-se para $D = 10$ que o desvio padrão populacional que tanto o FOA quanto o OOA apresentam elevada variação ao longo das iterações, enquanto os outros métodos apresentam constância, exceto para o WDO, que perde sua diversidade próximo à 50 iterações.

No que concerne às dimensões $D = 30$ e $D = 50$ pode-se verificar uma perda de poder de procura para algoritmo do OOA, enquanto comportamentos similares a dimensão anteriormente avaliada foram obtidos para as demais técnicas.

Figura 5.7 – Resultados da função objetivo e tempo de processamento para a Função Rastrigin com $D = 10$ (Figuras (a) e (b)), $D = 30$ (Figuras (c) e (d)) e $D = 50$ (Figuras (e) e (f)).

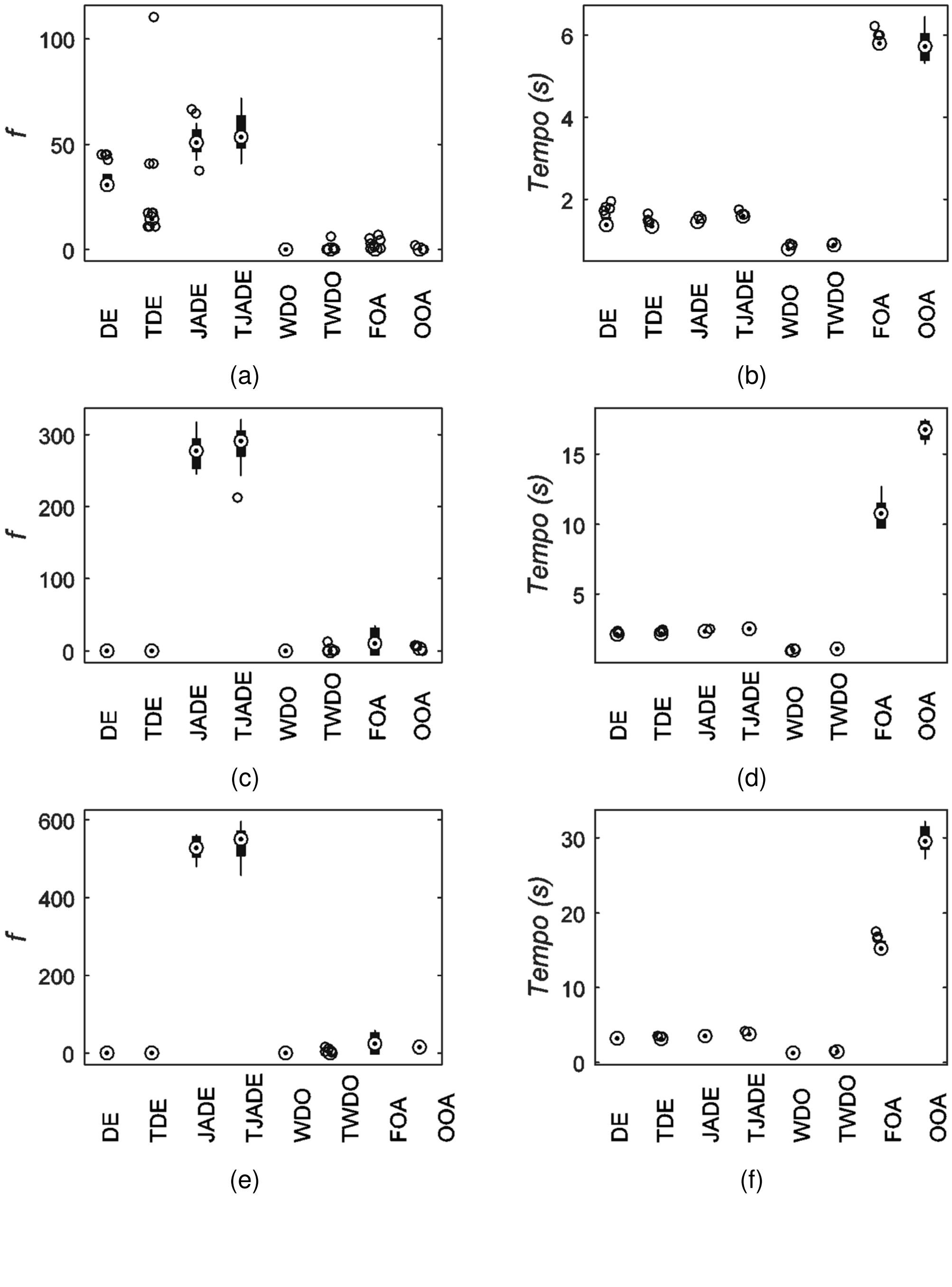
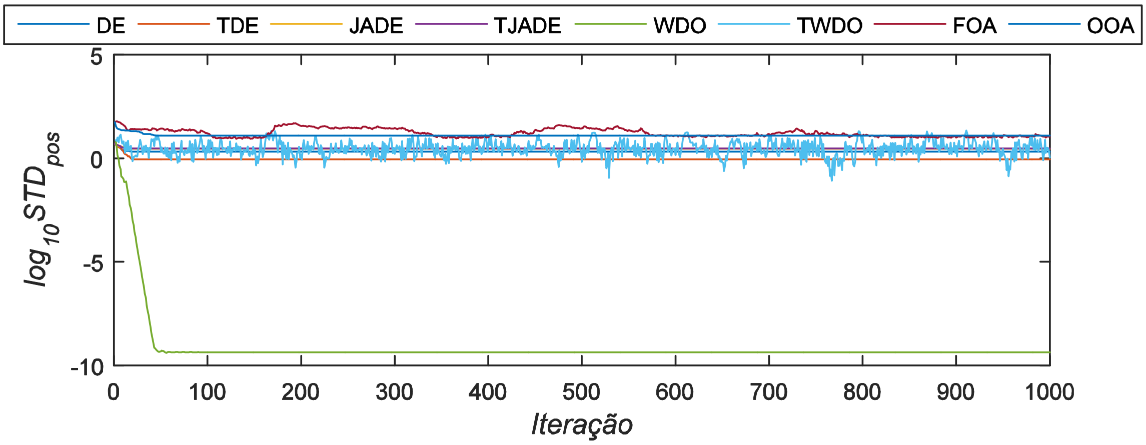
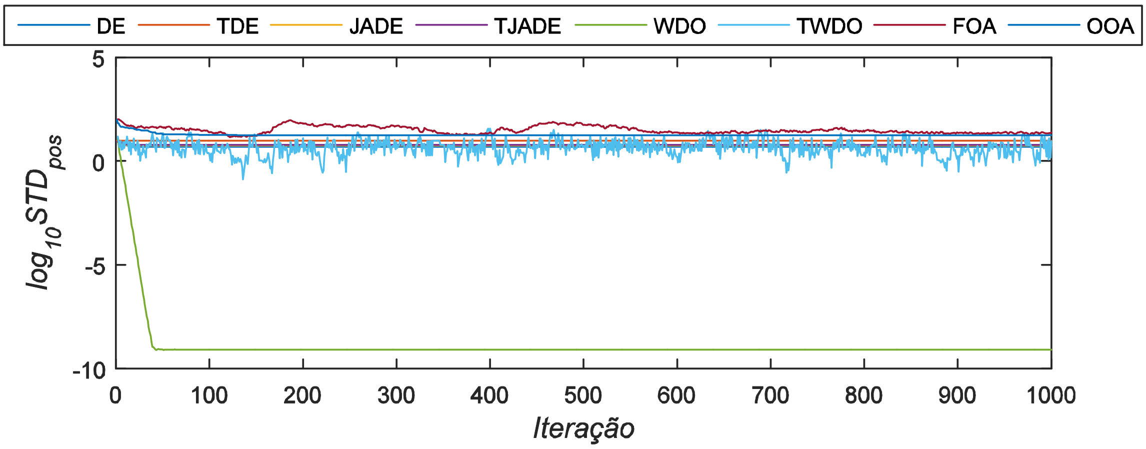


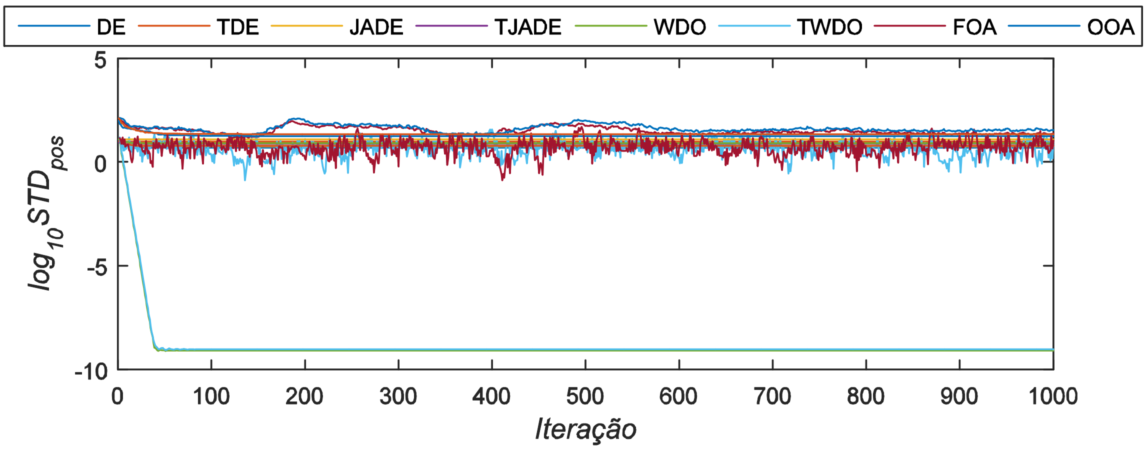
Figura 5.8 – Resultados do desvio padrão populacional para a Função Rastrigin com $D = 10$ (Figura (a)), $D = 30$ (Figura (b)) e $D = 50$ (Figura (c)).



(a)



(b)



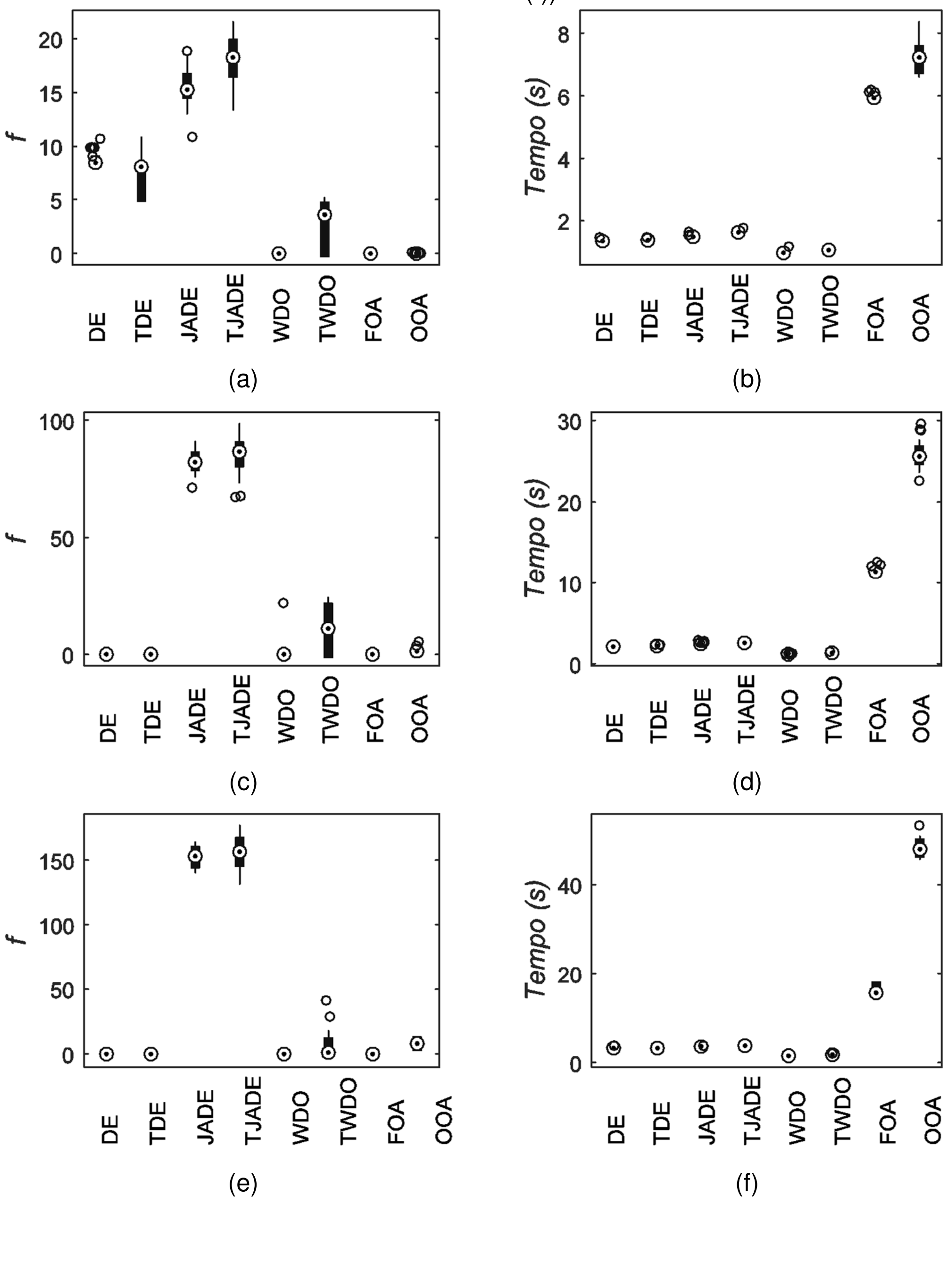
(c)

Observa-se no Apêndice B, Tabela B3, que poucas comparações mantiveram seus agrupamentos nas três dimensões avaliadas. O Grupo A foi aquele que apresentou maior variação, com confrontos diretos entre as técnicas FOA e OOA contra JADE e TJADE na dimensão 10 para confrontos entre FOA e OOA contra WDO e TWDO e entre JADE e DE nas dimensões 30 e 50.

5.3.4 Resultados para a Função Salomon

A função Salomon foi apresentada na Tabela 5.9 e seu valor ótimo é 0. Os resultados são apresentados nas Figuras 5.9 (valores obtidos e tempos de processamento) e 5.10 (desvio padrão populacional).

Figura 5.9 – Resultados da função objetivo e tempo de processamento para a Função Salomon com $D = 10$ (Figuras (a) e (b)), $D = 30$ (Figuras (c) e (d)) e $D = 50$ (Figuras (e) e (f)).



A dimensionalidade $D = 10$ (Apêndice A, Tabela A10) para essa função apresentou melhores resultados em termos de valor mínimo obtido para o WDO, FOA e OOA, enquanto novamente o TDE superou seu antecessor. Observa-se também que os métodos OOA e FOA apresentam os maiores tempos de processamento (7,22 e 5,96 segundos em média).

Para a dimensionalidade $D = 30$ (Apêndice A, Tabela A11), tanto o TDE quanto o TJADE apresentaram melhores resultados que a DE e a JADE, enquanto para os tempos de execução os mesmos comportamentos foram obtidos para todos os métodos avaliados. Ressalta-se, no entanto, a significativo aumento de tempo de execução para o OOA (mais do que triplicou) enquanto os demais métodos nem ao menos dobraram seus tempos de execução.

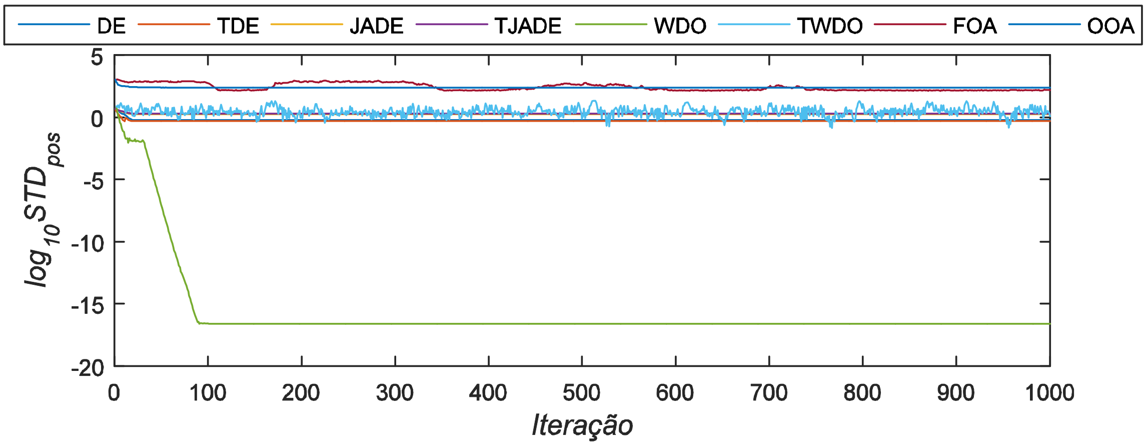
A dimensionalidade $D = 50$ (Apêndice A, Tabela A12) para essa função demonstrou mesma situação para tempo de execução (novamente com destaque negativo para o OOA). No entanto, é perceptível a perda de resultados por parte da JADE e do OOA tanto em termos de melhores valores alcançados quanto de valores médios atingidos.

Apesar de os métodos OOA e FOA terem apresentado maiores tempos de processamento, os mesmos possuem os maiores desvios padrões populacionais, caracterizando uma maior diversidade de população ao longo das iterações. O método WDO apresentou rápido declínio de sua população, perdendo sua diversidade abaixo de 100 iterações.

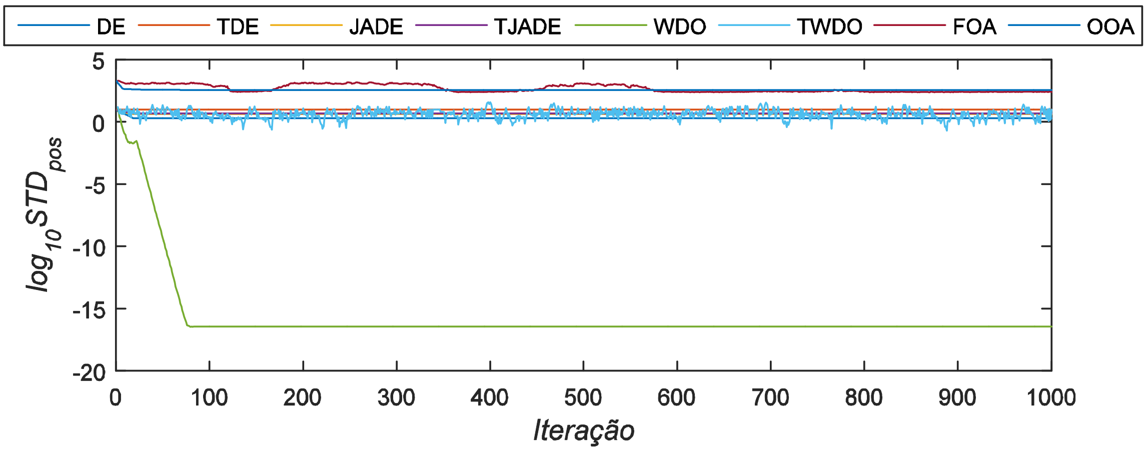
Para as dimensionalidades $D = 30$ e $D = 50$ obteve-se mesmos comportamentos no que tange ao desvio padrão populacional para todas as técnicas avaliadas, suas propostas de modificação e para as novas metaheurísticas apresentadas.

A função Salomon (Apêndice B, Tabela B4) apresentou muitas comparações no Grupo B que se mantiveram em todas as dimensões avaliadas, assim como no Grupo D. No Grupo A apenas houve estabilidade de agrupamento nas dimensões 30 e 50, no entanto, as comparações entre FOA e OOA com JADE saíram desse grupo na dimensão 10 para o Grupo C.

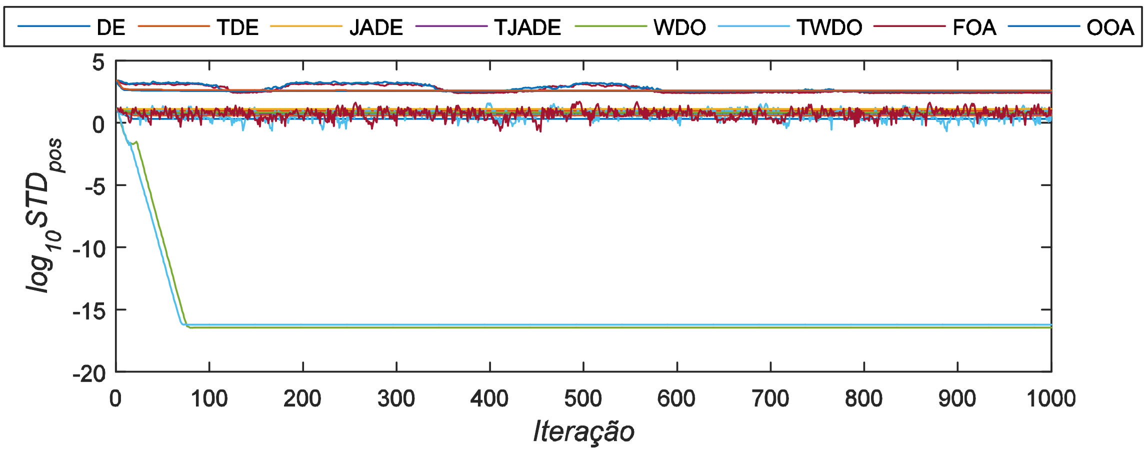
Figura 5.10 – Resultados do desvio padrão populacional para a Função Salomon com $D = 10$ (Figura (a)), $D = 30$ (Figura (b)) e $D = 50$ (Figura (c)).



(a)



(b)



(c)

5.3.5 Resultados para a Função Sphere

A função Sphere foi apresentada na Tabela 5.9 e seu valor ótimo é 0. Os resultados são apresentados nas Figuras 5.11 (valores obtidos e tempos de processamento) e 5.12 (desvio padrão populacional).

Figura 5.11 – Resultados da função objetivo e tempo de processamento para a Função Sphere com $D = 10$ (Figuras (a) e (b)), $D = 30$ (Figuras (c) e (d)) e $D = 50$ (Figuras (e) e (f)).

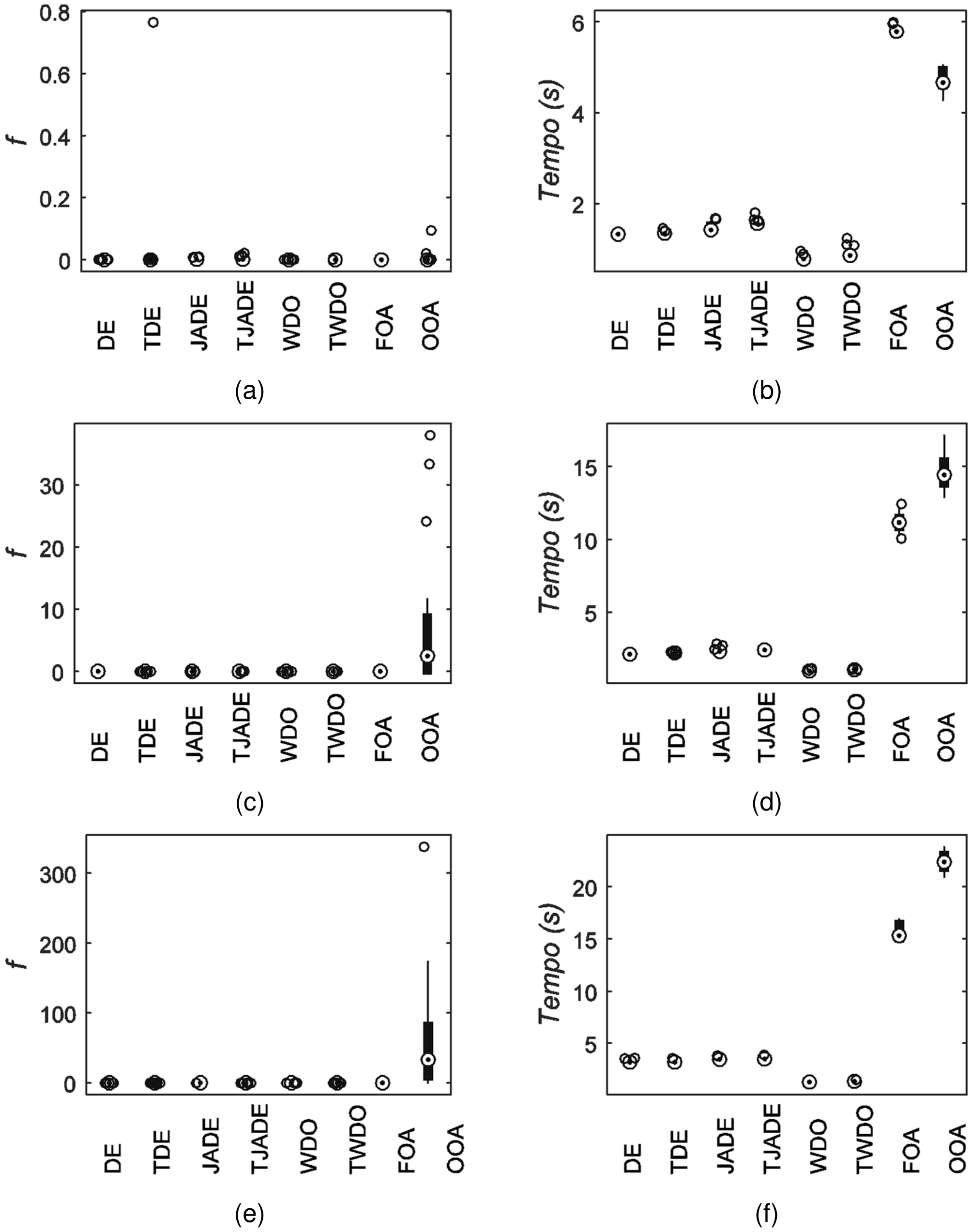
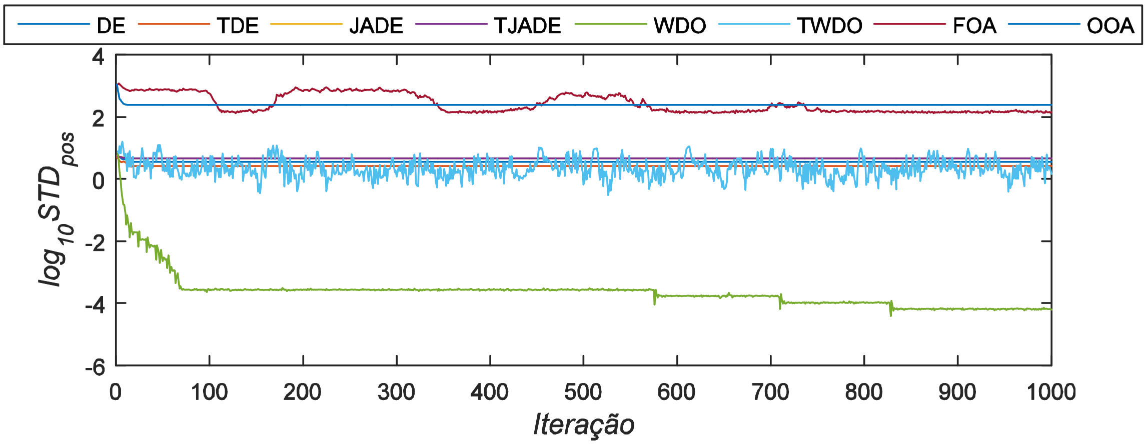
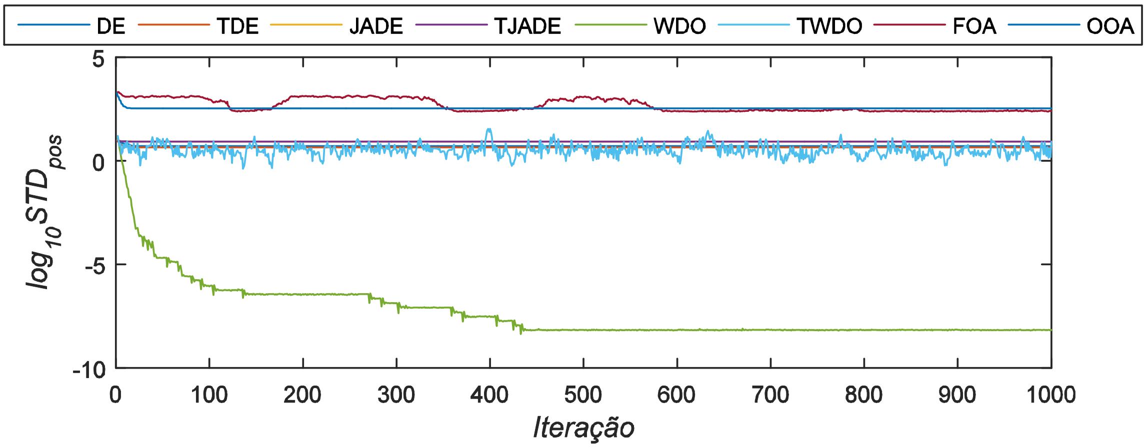


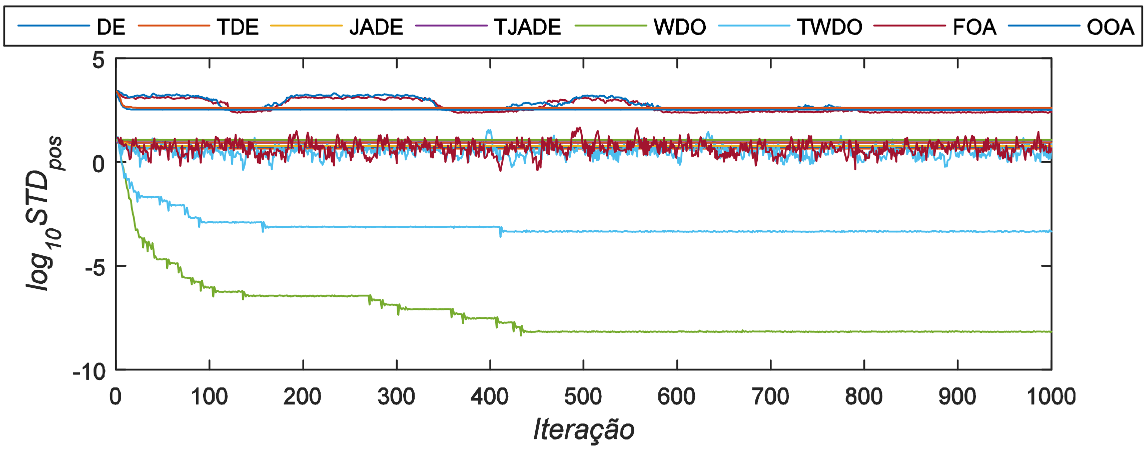
Figura 5.12 – Resultados do desvio padrão populacional para a Função Sphere com $D = 10$ (Figura (a)), $D = 30$ (Figura (b)) e $D = 50$ (Figura (c)).



(a)



(b)



(c)

Os resultados para $D = 10$ e $D = 30$, Tabelas A13 e A14 do Apêndice A, demonstram que os métodos com modificações superam os originais para melhores valores encontrados no caso do TDE e TJADE, enquanto que os melhores resultados foram alcançados pelo WDO, FOA e OOA. Ainda, os resultados para $D =$

50 (Apêndice A, Tabela A15) apontam consistência para a nova metaheurística proposta FOA.

Os resultados obtidos para $D = 10$ apontam disparidade de diversidade de população entre os métodos. Enquanto FOA e OOA mantiveram elevada diversidade, o WDO apresentou declínio elevado nas primeiras 100 iterações, obtendo novas perdas de diversidade próximo a 600, 700 e 800 iterações. Tal comportamento para o WDO não foi observado na $D = 30$ e elevada variação foi alcançada pelo OOA para $D = 50$.

A função Sphere, da mesma forma que o observado na função Salomon apresentou muitos confrontos diretos mantidos em seus respectivos grupos B e C (Apêndice B. Tabela B5). O Grupo A apresentou variação entre os confrontos entre as dimensões 10 e 30, mas semelhanças entre as dimensões 30 e 50.

5.3.6 Resultados para a Função Styblinski-Tang

A função Styblinski-Tang foi apresentada na Tabela 5.9 e seu valor ótimo é -39,16599D. Os resultados são apresentados nas Figuras 5.13 (valores obtidos e tempos de processamento) e 5.14 (desvio padrão populacional).

Observa-se que para essa função os melhores resultados foram obtidos para $D = 10$ (Apêndice A, Tabela A16) foram pelas técnicas TWDO e OOA, seguido pelo FOA. Para a $D = 30$ (Apêndice A, Tabela A17) melhores resultados foram alcançados pelo OOA, enquanto para $D = 50$ (Apêndice A, Tabela A18) os mesmos foram atingidos pelo TWDO.

No que tange o desvio padrão populacional para a três dimensões avaliadas comportamentos similares foram obtidos para os métodos DE, TDE, JADE, TJADE, WDO e TWDO, enquanto elevada variação ao longo das iterações foi obtido com o FOA e OOA.

A função Styblinski-Tang, cujas comparações podem observadas no Apêndice B, Tabela B6, apresentou grande estabilidade de agrupamentos nos Grupos B e C, mas grande variação no Grupo D. A única comparação que permaneceu nas três dimensões avaliadas no Grupo A foi o TJADE com TDE, sendo que as duas comparações que estavam presentes nesse grupo na dimensão 10 passaram para o Grupo C nas dimensões 30 e 50.

Figura 5.13 – Resultados da função objetivo e tempo de processamento para a Função Styblinski-Tang com $D = 10$ (Figuras (a) e (b)), $D = 30$ (Figuras (c) e (d)) e $D = 50$ (Figuras (e) e (f)).

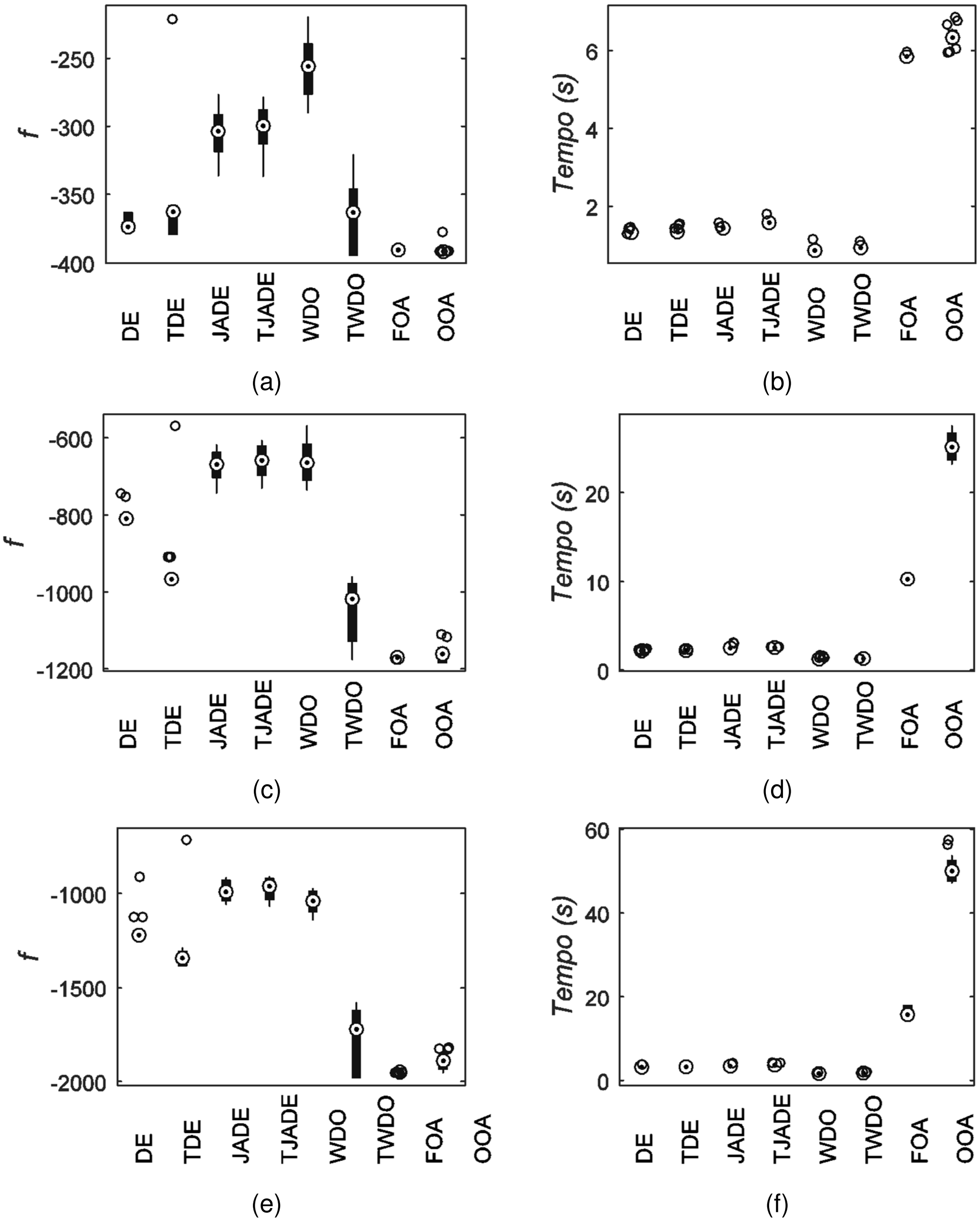
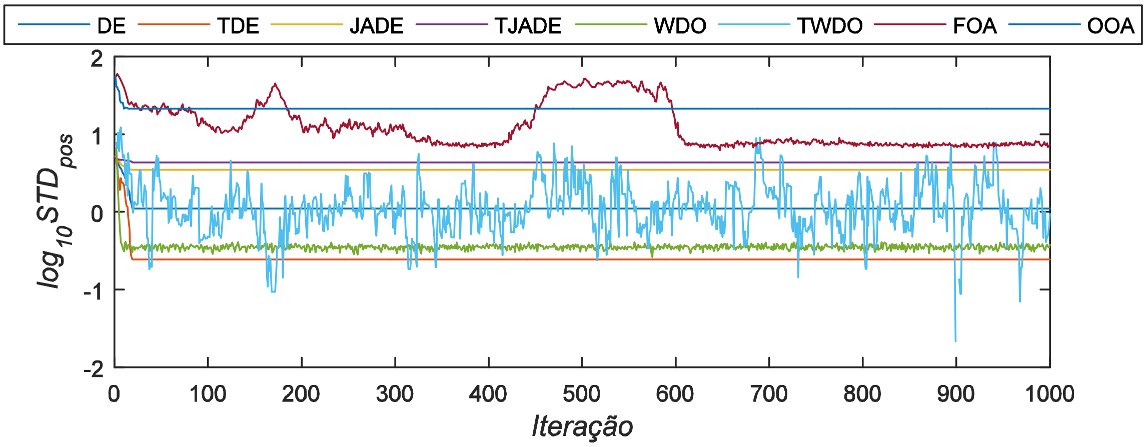
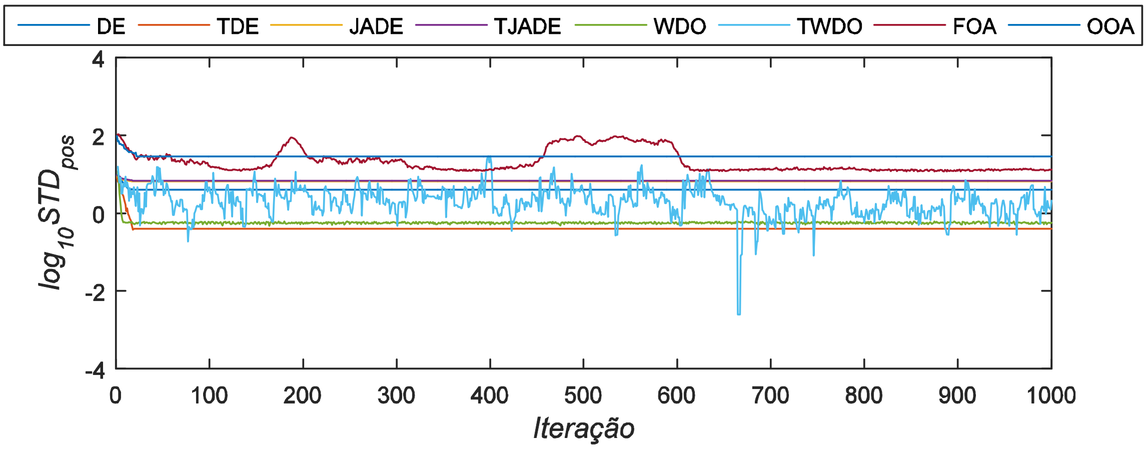


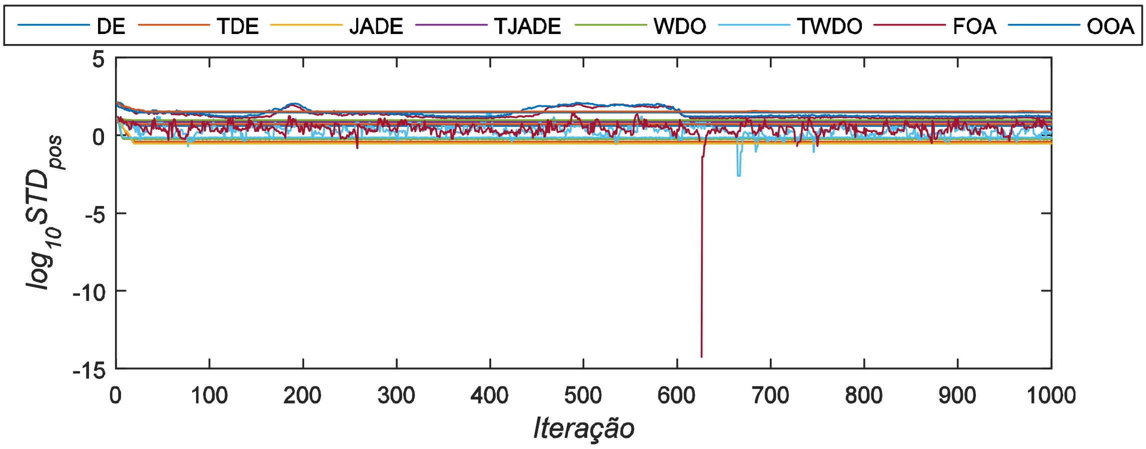
Figura 5.14 – Resultados do desvio padrão populacional para a Função Styblinski-Tang com $D = 10$ (Figura (a)), $D = 30$ (Figura (b)) e $D = 50$ (Figura (c)).



(a)



(b)

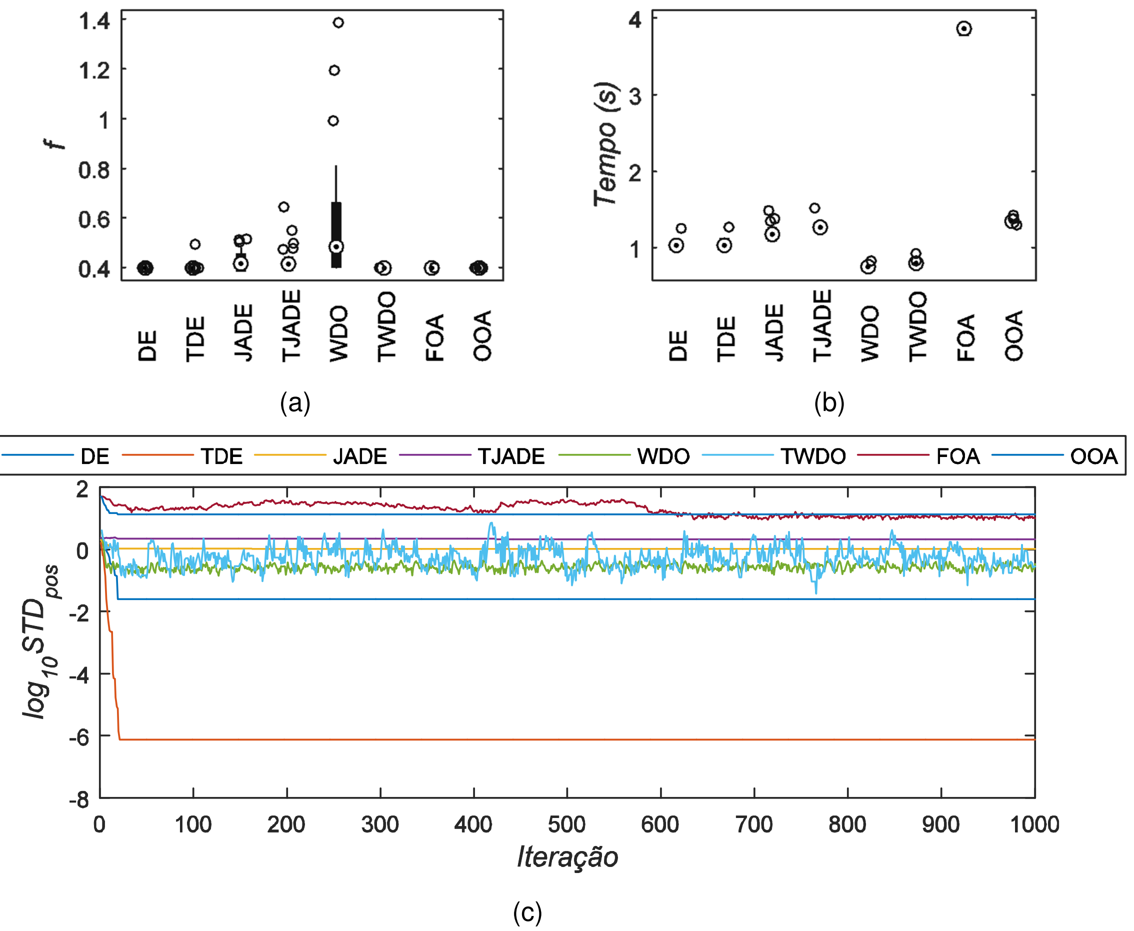


(c)

5.3.7 Resultados para a Função Branin

A função Branin foi apresentada na Tabela 5.9 e seu valor ótimo é 0,397887. Os resultados obtidos com os experimentos para a essa função (Apêndice A, Tabela A19) demonstram que todas as técnicas que são propostas de modificação apresentaram melhores resultados quanto ao melhor valor encontrado quando em comparação com o método original, sendo que dentre esses apenas o TWDO apresentou melhorias para o valor médio encontrado. Ainda, para essa função, os melhores valores foram obtidos pelo TDE e pelo OOA, no entanto, apenas o OOA repetiu o desempenho para o valor médio. A Figura 5.15 apresenta os resultados para a função de Branin com $D = 2$.

Figura 5.15 – Resultados da Função Branin para os valores obtidos (a), tempos de processamento (b) e desvios padrão populacionais (c).



Observa-se também que o método que apresentou melhores resultados em relação ao tempo de processamento foram o WDO e TWDO, com 0,76 segundos e 0,80 segundos de média respectivamente, enquanto o mais lento foi o FOA, com

3,85 segundos de média de processamento. Os métodos restantes apresentaram tempos médios de processamento próximos a 1,3 segundos (OOA e TJADE), 1,0 segundo (DE e TDE) e a JADE apresentou valor próximo a 1,2 segundos em média.

Quanto ao desvio padrão populacional, o TDE apresentou decaimento abrupto com poucas iterações, assim como a DE. As técnicas que apresentaram maiores variações foram FOA, TWDO e WDO. As demais demonstraram manter a diversidade da população ao longo das iterações.

A comparações para a função Branin (Apêndice B, Tabela B7) demonstraram que grande parte das comparações foram agrupadas no Grupo B, onde não são constadas grandes distinções entre os resultados obtidos para a função objetivo e o tempo de processamento. As comparações que apresentaram maiores diferenças foram o JADE com a TDE, FOA com o WDO e OOA com a JADE.

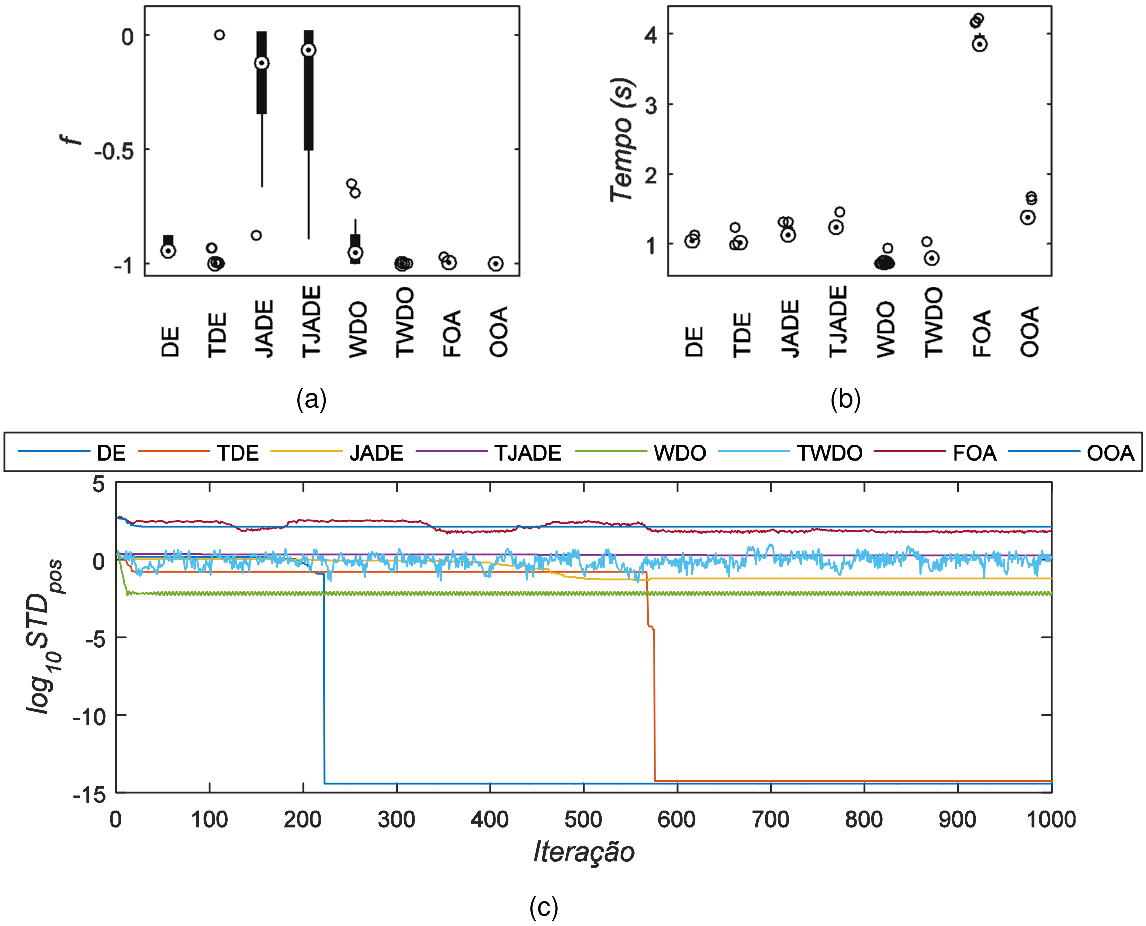
5.3.8 Resultados para a Função Easom

A função Easom foi apresentada na Tabela 5.9 e seu valor ótimo é -1. Os valores encontrados para essa função (Figura 5.16), constantes no Apêndice A, Tabela A20, demonstraram que a técnica OOA foi a melhor no que tange a melhor valor encontrado para todos os experimentos, no entanto, atingiu o segundo pior tempo de processamento. Novamente todas as técnicas com propostas de melhorias com o uso da distribuição de Tsallis superaram suas precursoras tanto em melhores valores encontrados quanto em valor médio.

O pior tempo de processamento foi obtido pelo FOA, enquanto que os melhores foram alcançados pelo WDO e TWDO. O restante das técnicas apresentou tempos de processamento semelhantes, um pouco superiores a um segundo.

No que diz respeito à diversidade da população verificou-se comportamento semelhante tanto para a DE quando para o TDE, com abruptos declínios próximos a 200 e 600 iterações, respectivamente. Novamente tanto o FOA quanto o OOA demonstraram manter uma diversidade de populacional superior aos demais métodos ao longo das iterações e, comparativamente, em virtude da aplicação da distribuição estatística para ajuste dos parâmetros de evolução o TWDO apresentou grande variação ao longo das iterações, fato não observado no WDO.

Figura 5.16 – Resultados da Função Easom para os valores obtidos (a), tempos de processamento (b) e desvios padrão populacionais (c).

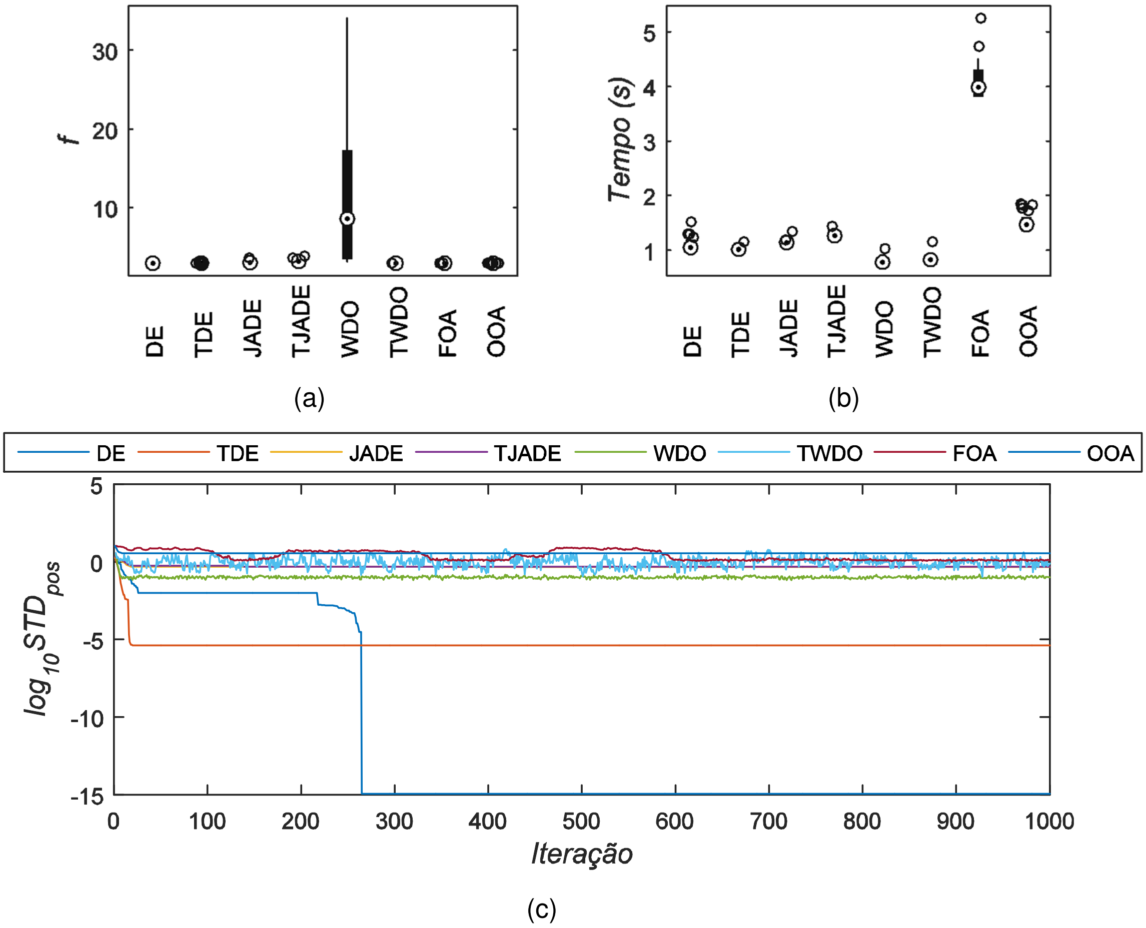


A função Easom (Apêndice B, Tabela B8) da mesma que a função Branin apresentou grande parte dos confrontos diretos no Grupo B. As comparações que apresentaram maiores variações foram FOA e OOA com a TJADE e a TJADE com TDE.

5.3.9 Resultados para a Função Goldstein-Price

A função Goldstein-Price foi apresentada na Tabela 5.9 e seu valor ótimo é 3. As técnicas que apresentaram melhores valores para essa função foram a TDE, FOA e OOA, mas as modificações TJADE e TWDO atingiram melhores valores que as técnicas originais (Apêndice A, Tabela A21). Novamente a técnica com o maior tempo de processamento foi o FOA (4,11 segundos em média), seguida pelo OOA (1,52 segundos em média), e as que apresentaram os menores foram o WDO (0,78 segundos em média) e o TWDO (0,84 segundos em média). As demais técnicas apresentaram tempos pouco superiores a 1,0 segundo de processamento (Figura 5.17).

Figura 5.17 – Resultados da Função Goldstein-Price para os valores obtidos (a), tempos de processamento (b) e desvios padrão populacionais (c).



No entanto cabe ressaltar o método WDO foi o que apresentou maior desvio padrão e pior média de valores obtidos. Observa-se também que, exceto a DE e o TDE que demonstraram declínio abrupto, os métodos apresentaram certa variação de desvio padrão populacional, principalmente WDO, TWDO e FOA.

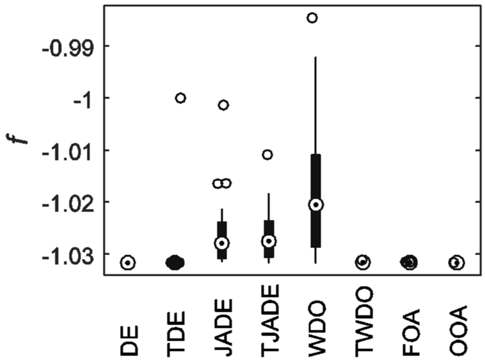
A função Goldstein-Price apresentou equilíbrio nas distribuições entre os Grupos B, C e D (Apêndice B, Tabela B9) e somente uma comparação no Grupo A, ou seja, com a maiores discrepâncias, que foi TJADE com a TDE.

5.3.10 Resultados para a Função Six Hump Camel Back

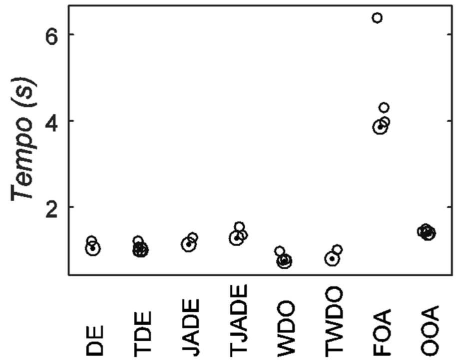
A função Six Hump Camel Back foi apresentada na Tabela 5.9 e seu valor ótimo é -1,0316. Os resultados apresentados na Figura 5.18 (Apêndice A, Tabela

A22) demonstram que, em termos médios, as técnicas que mais se aproximaram do resultado ótimo foram a DE e o OOA, seguidas do FOA e do TDE.

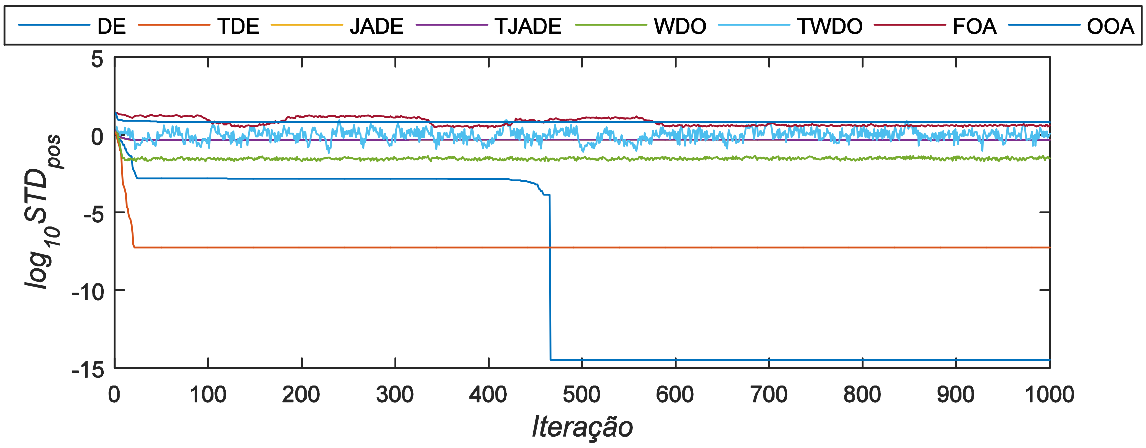
Figura 5.18 – Resultados da Função Six Hump Camel Back para os valores obtidos (a), tempos de processamento (b) e desvios padrão populacionais (c).



(a)



(b)



(c)

O método que apresentou melhores valores absolutos em termos de mínimos foi a DE, inclusive com desvio padrão igual a 0. No que tange ao tempo de processamento o método mais rápido foi o WDO, com 0,72 segundos em média, e o mais lento foi o FOA, com 3,97 segundos em média. Sobre a diversidade populacional resultados semelhantes aos encontrados para a função Goldstein-Price foram encontrados.

A função Six Hump Camel Back (Apêndice B, Tabela B10) da mesma forma a função Goldstein-Price apresentou equilíbrio entre os Grupos B, C e D. As maiores variações obtidas foram em relação à TJADE com a TDE e OOA com a JADE.

5.4 RESULTADOS DAS FUNÇÕES TESTE MULTIOBJETIVO

As funções de teste multiobjetivo, da mesma forma que para as mono-objetivo, foram escolhidas de forma a representar características diferentes. Com base nos resultados encontrados para as propostas de modificação com o uso da distribuição estatística de Tsallis foi decidido pela implementação da versão multiobjetivo do TDE, por este ter apresentado melhoras significativas quando em comparação com o método original mediante os resultados obtidos com as funções teste mono-objetivo.

O método de referência escolhido foi o NSGA-II e avaliação do desempenho das técnicas elaborada conforme descrito no Capítulo 4 com a adoção do uso de métricas que abordam a capacidade ($ONGV$), a convergência (GD), a diversidade (Δ) e a convergência-diversidade ($HYPV$).

5.4.1 Resultados para a Função ZDT1

A função ZDT1 foi apresentada na Tabela 5.10 e possui uma frente de Pareto conhecida, sendo ilustrada juntamente aos resultados na Figura 5.19 (linha contínua). Os resultados concernentes às métricas de avaliação para capacidade, convergência, diversidade e convergência-diversidade estão presentes na Tabela 5.11 para $D = 10$.

Mediante os resultados apresentados na Tabela 5.11 pode ser observado que o método que apresentou maior capacidade foi o MOJADE, seguido pelo MODE e MOTDE. Em relação à convergência aquele que em comparação com a frente de Pareto conhecida alcançou melhores resultados foi o MOFOA, seguido pelo MOTDE, enquanto que para a diversidade MOJADE atingiu o melhor resultado. Quanto à avaliação de convergência-diversidade tem-se o NSGA-II com o melhor resultado, seguido pelo MOTDE.

O método que apresentou os piores resultados quanto à métricas aplicadas para capacidade e convergência foi o NSGA-II, o MOJADE em relação à diversidade e o MOWDO para a convergência-diversidade.

Figura 5.19 – Resultados da Função ZDT1 com $D = 10$.

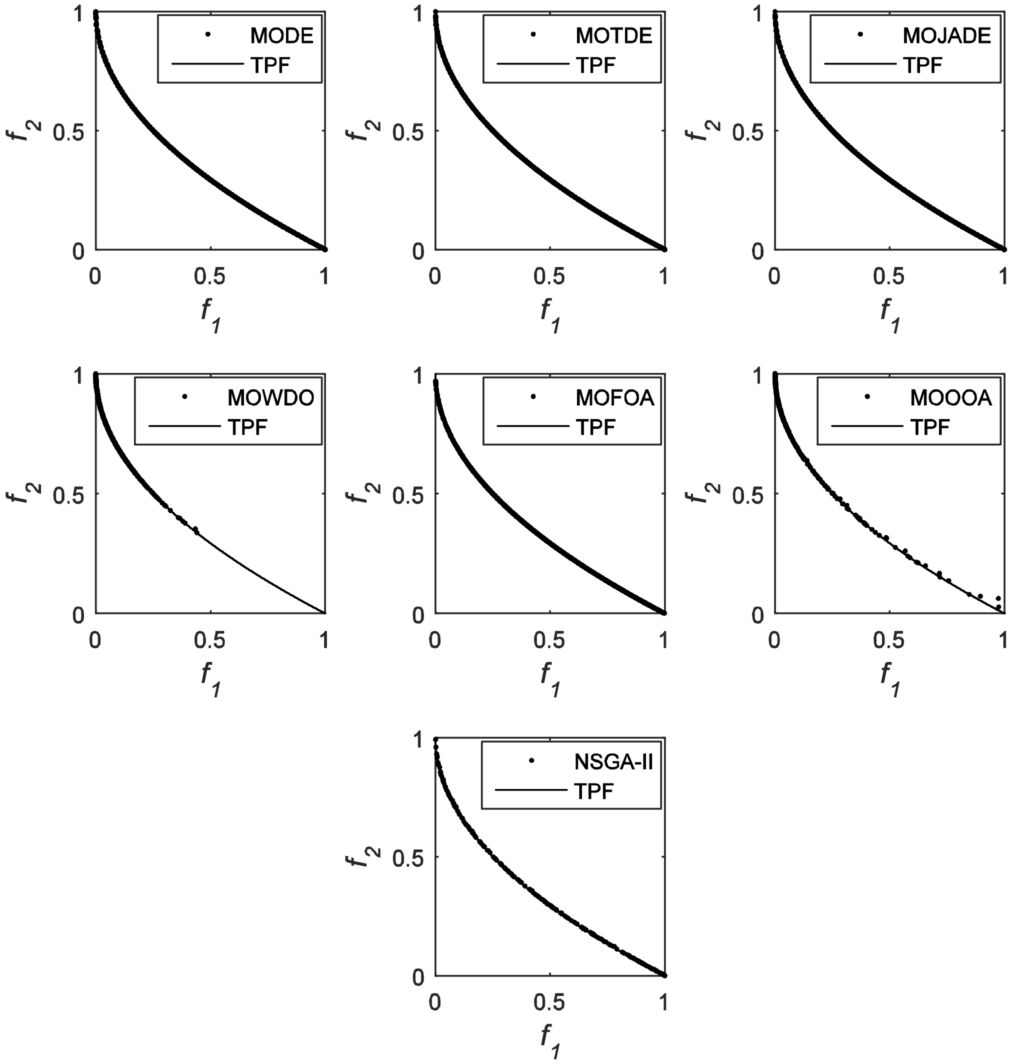


Tabela 5.11 – Métricas de avaliação para os resultados obtidos para a Função ZDT1 com $D = 10$.

Métrica	NSGA-II	MODE	MOTDE	MOJADE	MOWDO	MOFOA	MOOOA
$ONVG$	197	2583	2222	2606	720	1481	528
GD	0,022913	8,206e-5	3,995e-5	4,115e-5	4,451e-4	2,866e-5	0,002609
Δ	0,703638	1,274913	1,154019	1,326170	0,960266	0,793209	1,312397
HV	0,660501	0,665406	0,665676	0,665299	0,563801	0,665978	0,652208

A Figura 5.20 apresenta graficamente os resultados das frentes de Pareto para a função ZDT1 com $D = 30$ e os resultados das métricas de avaliação são encontrados na Tabela 5.12.

Figura 5.20 – Resultados da Função ZDT1 com $D = 30$.

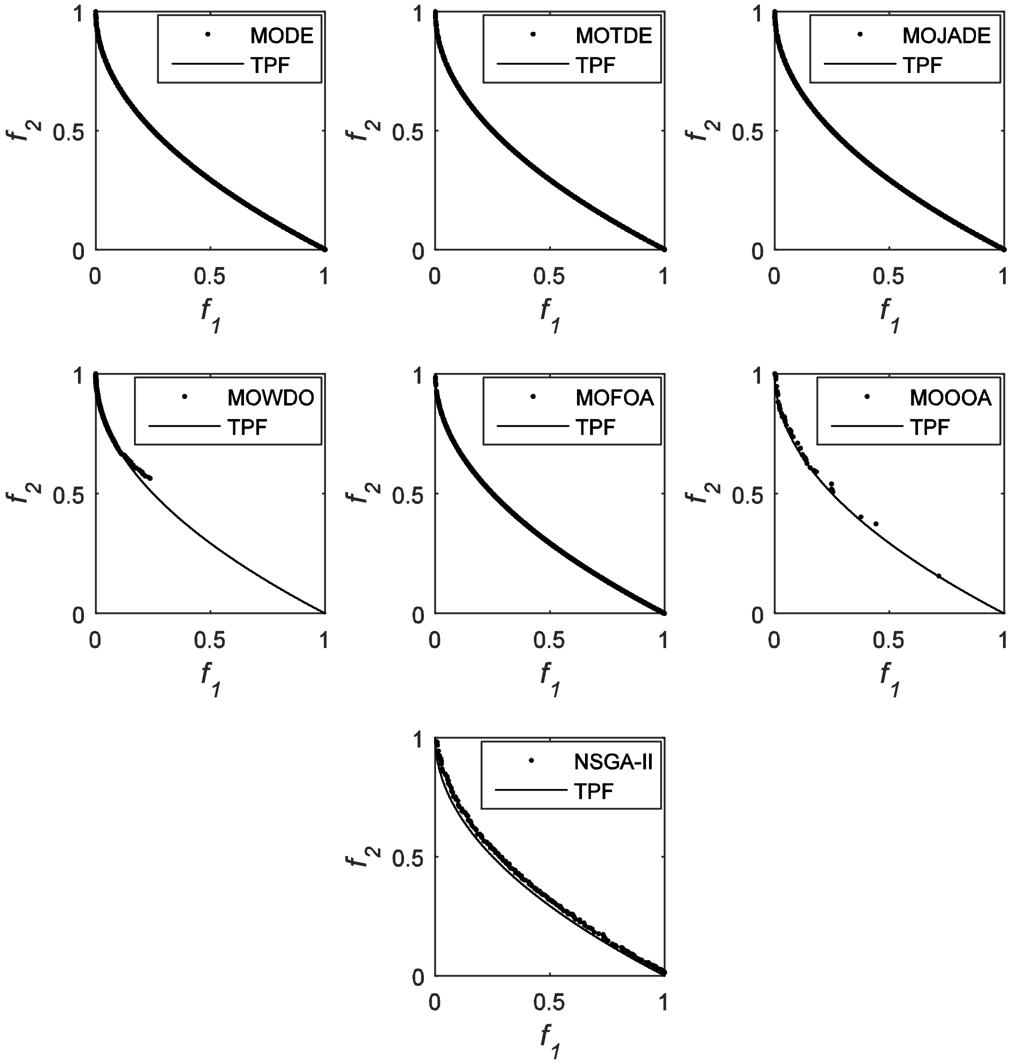


Tabela 5.12 – Métricas de avaliação para os resultados obtidos para a Função ZDT1 com $D = 30$.

Métrica	NSGA-II	MODE	MOTDE	MOJADE	MOWDO	MOFOA	MOOOA
$ONVG$	209	2067	1675	2054	571	1467	47
GD	0,354118	7,404e-5	1,009e-4	8,553e-5	0,003765	3,933e-5	0,009207
Δ	1,104345	1,130079	1,145264	1,172626	0,968128	0,782662	0,995208
HV	0,637006	0,665478	0,665187	0,665365	0,406200	0,665992	0,588680

A Figura 5.21 apresenta os resultados das frentes de Pareto para a função ZDT1 com $D = 50$, e a Tabela 5.13 contempla os resultados das métricas de avaliação.

Figura 5.21 – Resultados da Função ZDT1 com $D = 50$.

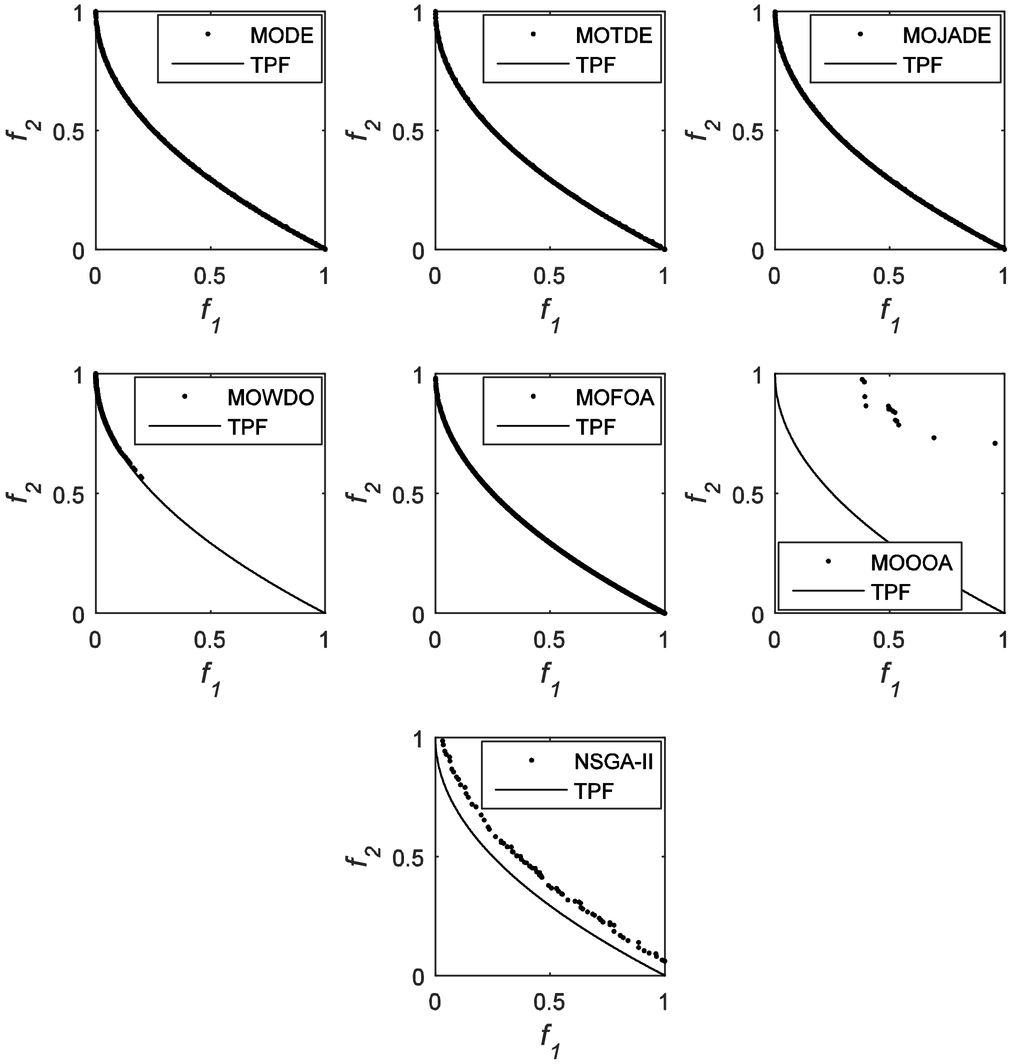


Tabela 5.13 – Métricas de avaliação para os resultados obtidos para a Função ZDT1 com $D = 50$.

Métrica	NSGA-II	MODE	MOTDE	MOJADE	MOWDO	MOFOA	MOOOA
$ONVG$	100	574	717	665	506	1471	43
GD	0,868130	0,001525	6,865e-4	0,001174	0,001246	2,571e-5	0,488631
Δ	1,066598	0,556887	0,885903	0,596224	0,969298	0,790650	0,889082
HV	0,565189	0,663934	0,664701	0,664275	0,405099	0,666017	0,137391

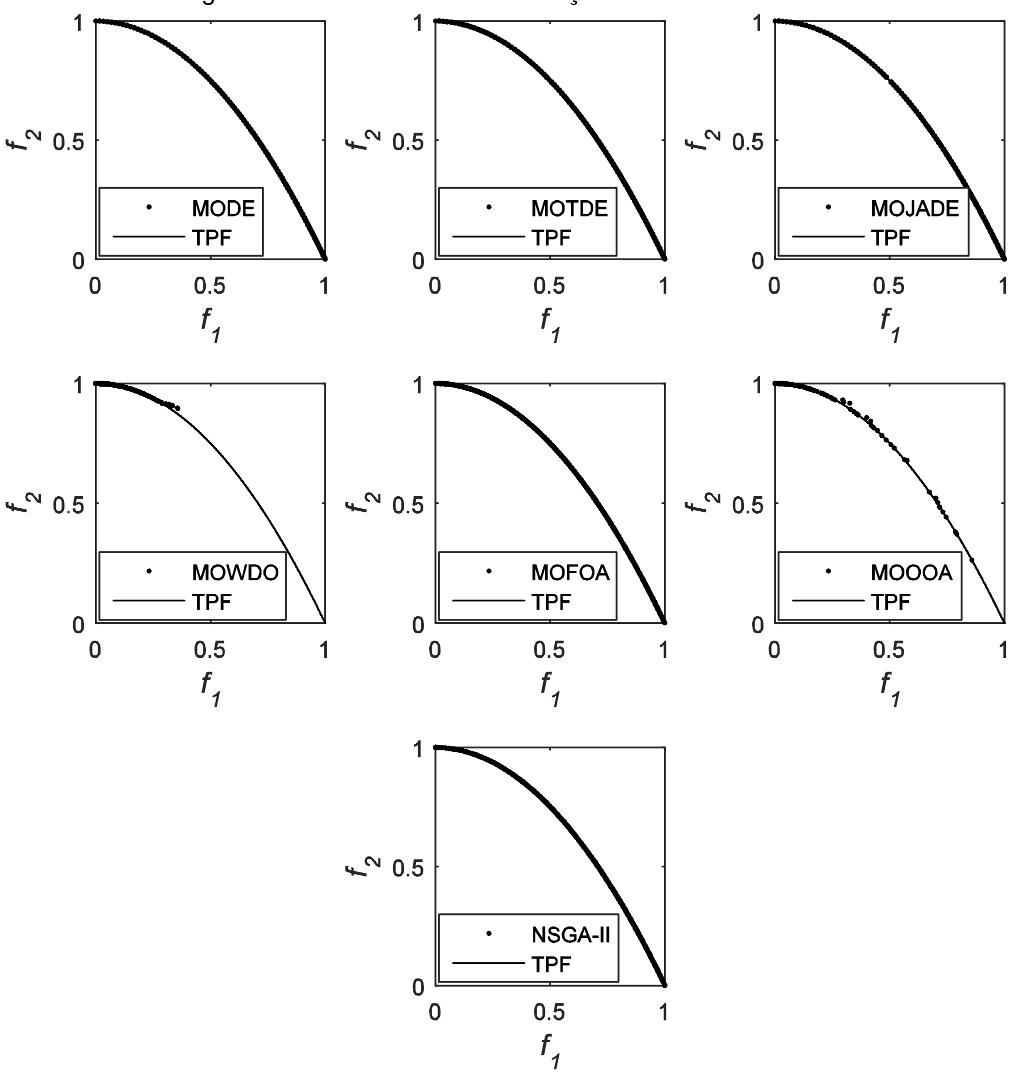
Observa-se na Tabela 5.12 com a avaliação feita para a nova dimensão que o método que apresentou melhor capacidade foi o MOJADE, enquanto que o pior desempenho nesse quesito foi encontrado pelo MOOOA. A técnica que atingiu melhores resultados no que tange à convergência e à diversidade foi o MOFOA, que atingiu também o melhor resultado em relação à convergência-divergência.

Verifica-se na Tabela 5.13 que a técnica que apresenta melhores resultados para três das quatro métricas avaliativas é o MOFOA, superando os resultados encontrados pelo MODE, MOJADE e MOTDE. Observa-se também que o MOWDO apresenta desempenho endêmico dentro do espaço de busca, enquanto que o MOOOA não apresenta resultados satisfatórios, apresentando-se longe da TPF.

5.4.2 Resultados para a Função ZDT2

A função ZDT2 foi apresentada na Tabela 5.10 e possui uma frente de Pareto conhecida, sendo ilustrada juntamente aos resultados na Figura 5.22 (linha contínua). Os resultados para as métricas de avaliação são apresentados na Tabela 5.14 para $D = 10$.

Figura 5.22 – Resultados da Função ZDT2 com $D = 10$.



Observa-se para essa função que o método com maior capacidade foi novamente o MOJADE, seguido pelo MODE. Aquele apresentou melhor convergência foi o MOFOA, seguido pelo MOTDE e em relação à diversidade NSGA-II revelou ter atingido melhores valores.

A métrica do *Hypervolume* demonstra ainda que MOFOA atingiu maiores valores. O método que apresentou piores resultados em relação à capacidade e convergência foi o MOOOA, MOJADE para a diversidade e para a convergência-diversidade para a função ZDT2 foi o MOWDO.

Tabela 5.14 – Métricas de avaliação para os resultados obtidos para a Função ZDT2 com $D = 10$.

Métrica	NSGA-II	MODE	MOTDE	MOJADE	MOWDO	MOFOA	MOOOA
$ONVG$	847	2138	1943	2403	926	1431	484
GD	0,000968	2,366e-5	2,365e-5	2,388e-5	1,401e-3	2,227e-5	0,001640
Δ	0,545942	1,501856	1,302382	1,509880	1,072252	0,758127	1,485852
HV	0,331392	0,330566	0,331588	0,330506	0,081255	0,332644	0,298206

A Figura 5.23 e a Tabela 5.15 apresentam os resultados obtidos com a função ZDT2 com $D = 30$.

Figura 5.23 – Resultados da Função ZDT2 com $D = 30$.

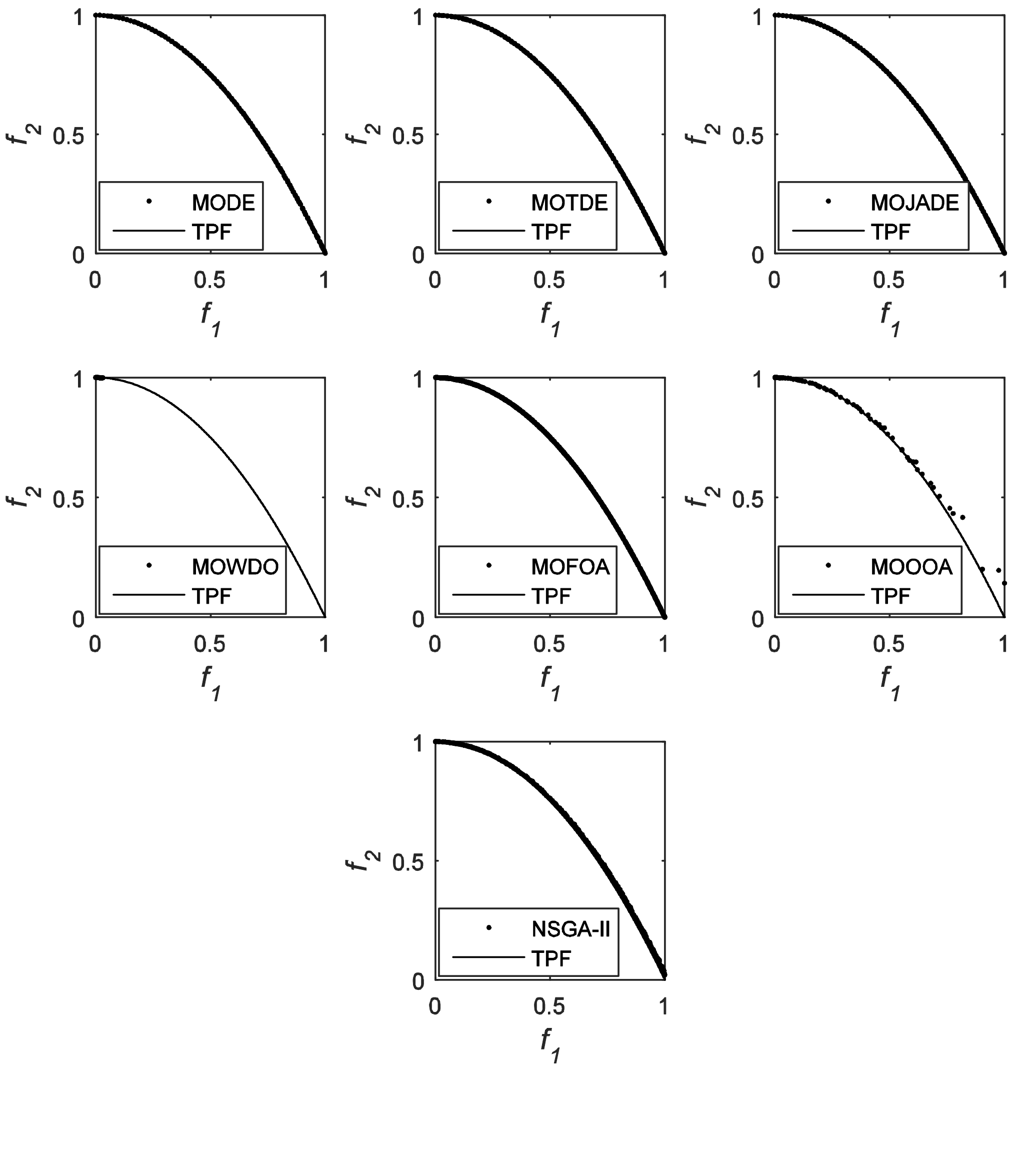


Tabela 5.15 – Métricas de avaliação para os resultados obtidos para a Função ZDT2 com $D = 30$.

Métrica	NSGA-II	MODE	MOTDE	MOJADE	MOWDO	MOFOA	MOOOA
$ONVG$	454	291	420	443	97	1462	124
GD	0,008318	3,593e-4	2,402e-4	1,667e-4	1,461e-5	2,166e-5	0,010235
Δ	0,556840	0,830446	0,841166	0,995997	0,991532	0,767963	1,143058
HV	0,320465	0,330034	0,330831	0,330618	0,000903	0,332626	0,295150

A Tabela 5.15 demonstra que o MOFOA atingiu melhores resultados para capacidade e hipervolume, enquanto o melhor resultado obtido para a convergência foi obtido pelo MOWDO e para a diversidade NSGA-II superou as demais técnicas, seguida pelo MOFOA. Ainda, MOOOA apresentou os piores resultados entre as técnicas para duas das quatro métricas de avaliação. A função ZDT2 com $D = 50$ tem seus resultados apresentados na Figura 5.24 e na Tabela 5.16.

Figura 5.24 – Resultados da Função ZDT2 com $D = 50$.

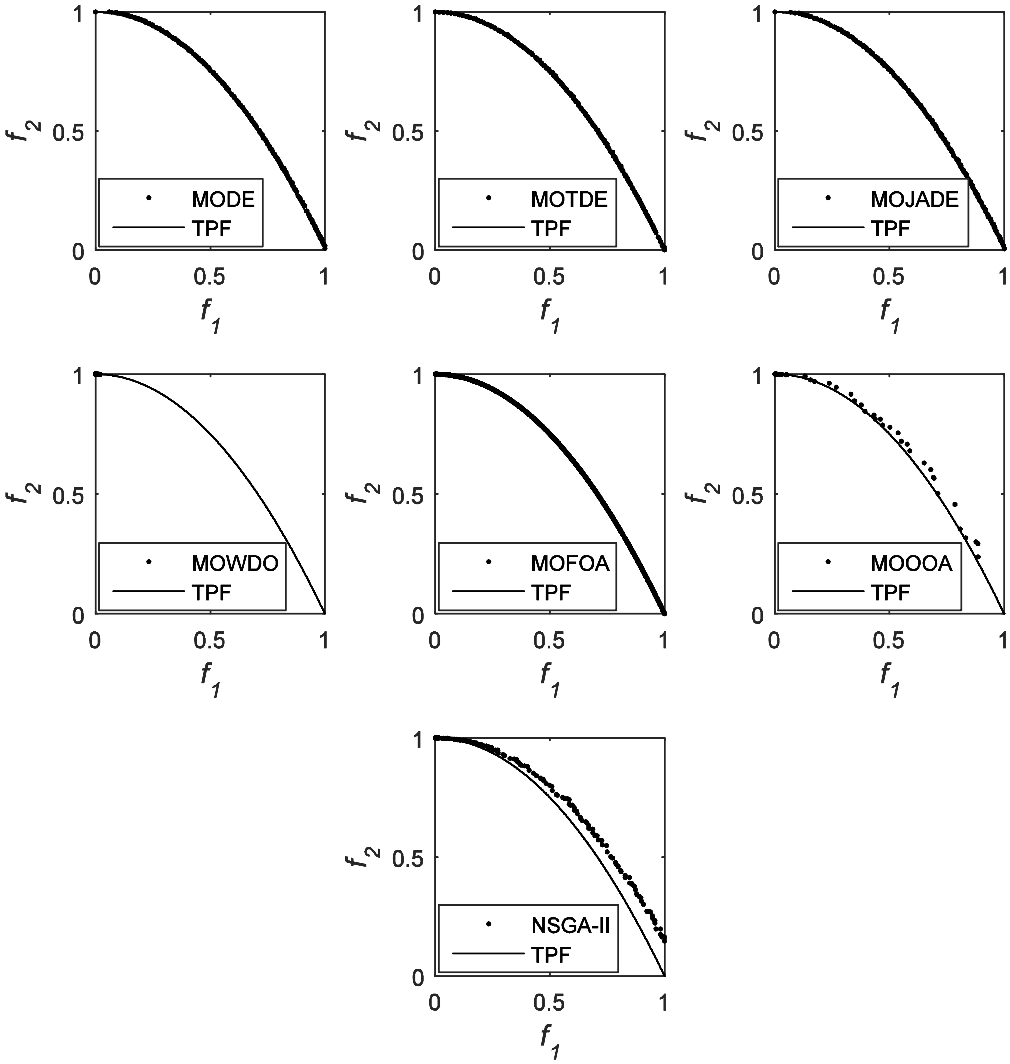


Tabela 5.16 – Métricas de avaliação para os resultados obtidos para a Função ZDT2 com $D = 50$.

Métrica	NSGA-II	MODE	MOTDE	MOJADE	MOWDO	MOFOA	MOOOA
$ONVG$	177	241	294	227	241	1446	49
GD	0,037527	0,005470	0,00108	0,005181	1,467e-5	2,243e-5	0,016460
Δ	0,727689	0,542479	0,713380	0,440184	1,002497	0,736955	0,845137
HV	0,273328	0,323324	0,330256	0,324250	0,000378	0,332675	0,288101

Pode-se observar que novamente MOFOA apresentou uma constância na sua performance relativa à obtenção de pontos não-dominados, enquanto os demais métodos apresentaram perdas significativos nesse quesito, com exceção do MOWDO.

5.4.3 Resultados para a Função ZDT3

A função ZDT3 foi apresentada na Tabela 5.10 e possui uma frente de Pareto conhecida, sendo ilustrada juntamente aos resultados na Figura 5.25 (linha contínua). Os resultados para as métricas de avaliação para a função ZDT3 são apresentados na Tabela 5.17 com $D = 10$.

Na Tabela 5.17 encontra-se que o método com maior capacidade para a função ZDT3 foi o MOOOA, para a convergência foi o MOFOA e para a diversidade foi novamente o NSGA-II. A técnica que melhores resultados apresentou para a convergência-diversidade foi o MOTDE. A técnica que alcançou os piores resultados para capacidade e diversidade foi o MOFOA, para a convergência foi MOOOA e pior convergência-diversidade foi MOJADE.

A Figura 5.26 e a Tabela 5.18 apresenta os resultados da função ZDT3 para a dimensão $D = 30$. Para essa dimensionalidade a técnica que apresentou melhores resultados para capacidade foi o MOJADE, para a convergência foi o MOFOA, para a diversidade foi o MOOOA e para convergência-diversidade foi o MOTDE. Novamente o MOOOA apresentou os piores resultados no que tange aos quesitos avaliados em três das quatro métricas.

Figura 5.25 – Resultados da Função ZDT3 com $D = 10$.

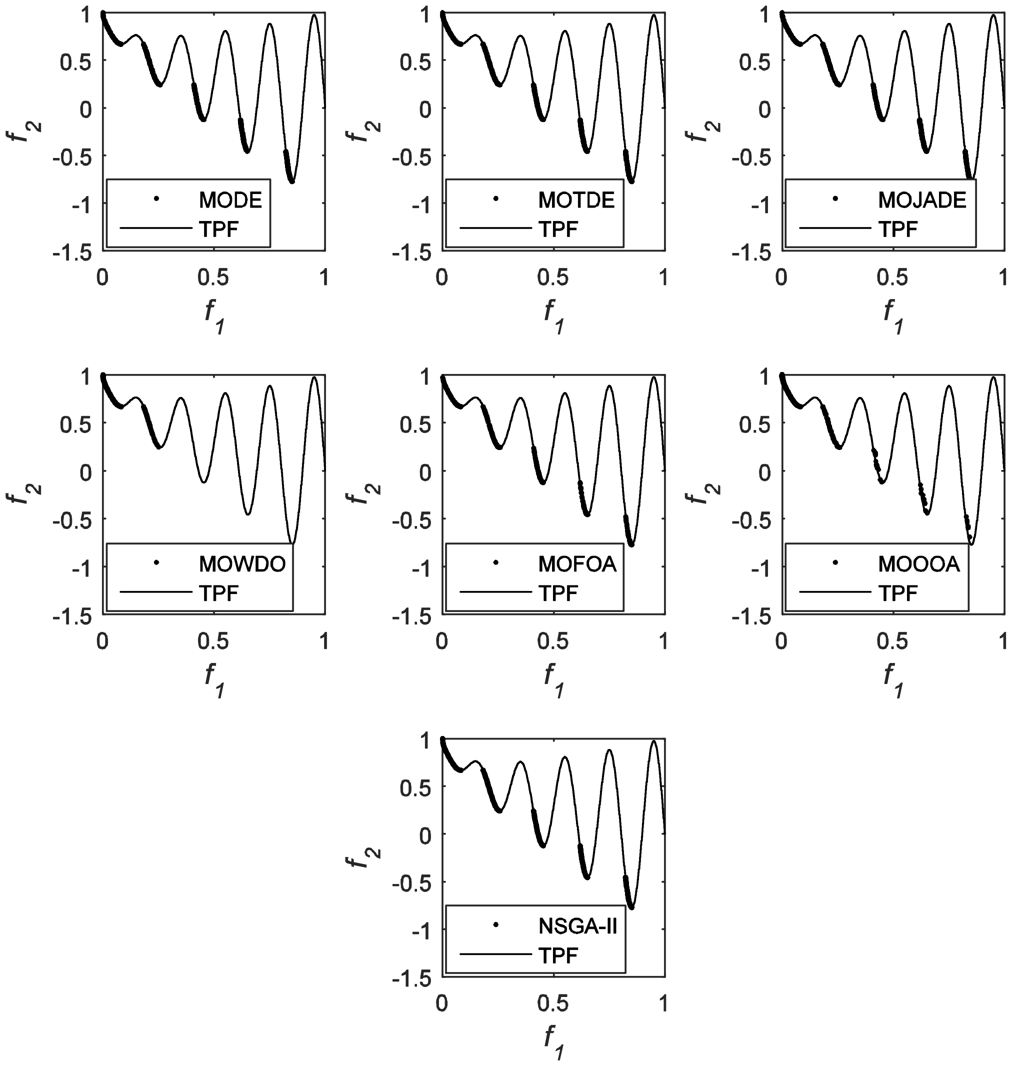


Tabela 5.17 – Métricas de avaliação para os resultados obtidos para a Função ZDT3 com $D = 10$.

Métrica	NSGA-II	MODE	MOTDE	MOJADE	MOWDO	MOFOA	MOOOA
$ONVG$	995	1739	1517	1753	817	393	1858
GD	0,000234	0,000143	0,000138	0,000144	0,000264	0,000115	0,001075
Δ	0,873050	1,221828	1,115255	1,229408	1,060177	0,986009	1,473410
HV	1,043745	1,043025	1,043797	0,563801	0,653189	1,043150	1,018145

Figura 5.26 – Resultados da Função ZDT3 com $D = 30$.

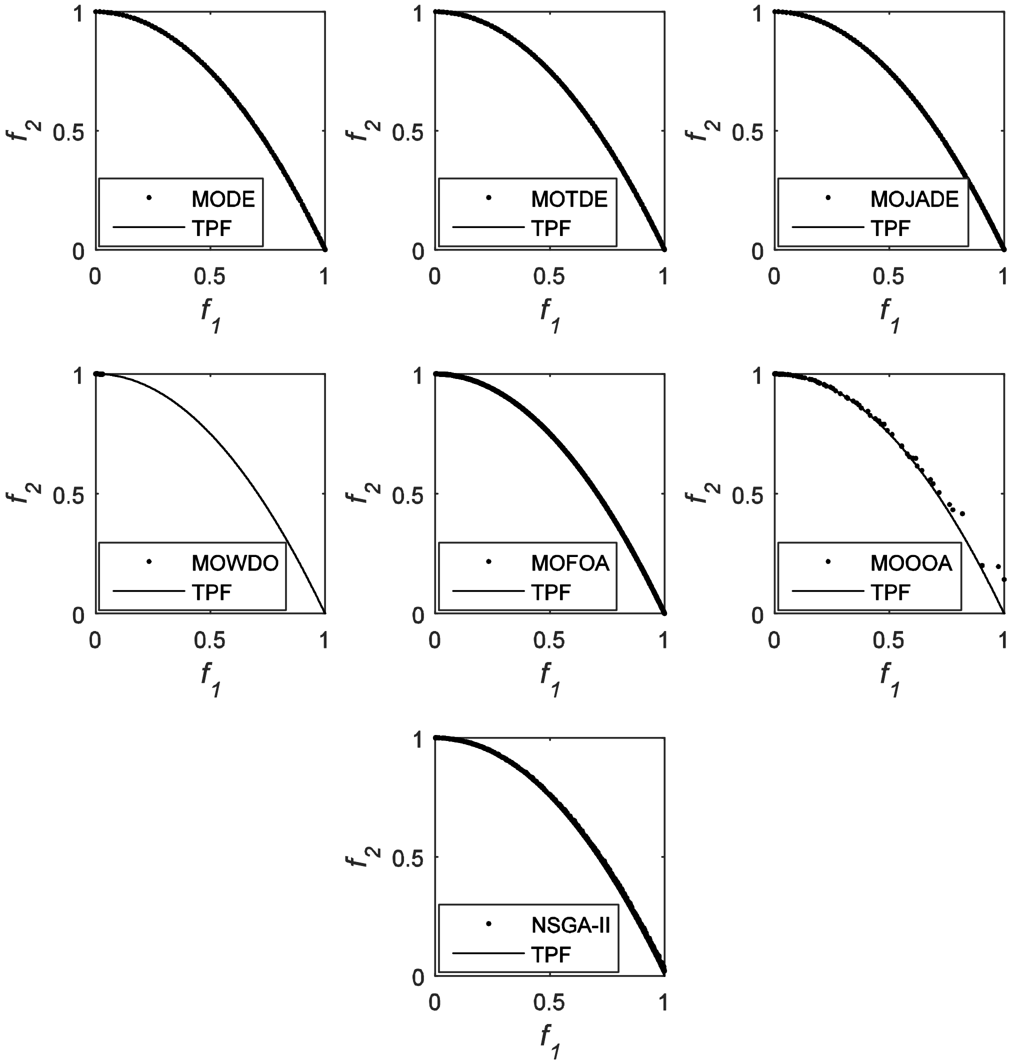


Tabela 5.18 – Métricas de avaliação para os resultados obtidos para a Função ZDT3 com $D = 30$.

Métrica	NSGA-II	MODE	MOTDE	MOJADE	MOWDO	MOFOA	MOOOA
$ONVG$	374	1133	1020	1180	588	396	58
GD	0,003531	2,061e-4	1,783e-4	1,995e-4	3,357e-4	1,128e-4	0,204783
Δ	0,894544	1,016929	1,033864	1,065969	1,038002	0,992841	0,888395
HV	1,019018	1,043405	1,043442	1,043404	0,613843	1,043244	0,565441

A dimensionalidade $D = 50$ para a função ZDT3 foi igualmente avaliada e seus resultados são apresentados na Figura 5.27 e na Tabela 5.19. Observa-se que para essa função e essa dimensão a técnica com melhor capacidade foi MOTDE, melhor convergência e convergência-diversidade foi o MOFOA, melhor diversidade foi o MODE.

Figura 5.27 – Resultados da Função ZDT3 com $D = 50$.

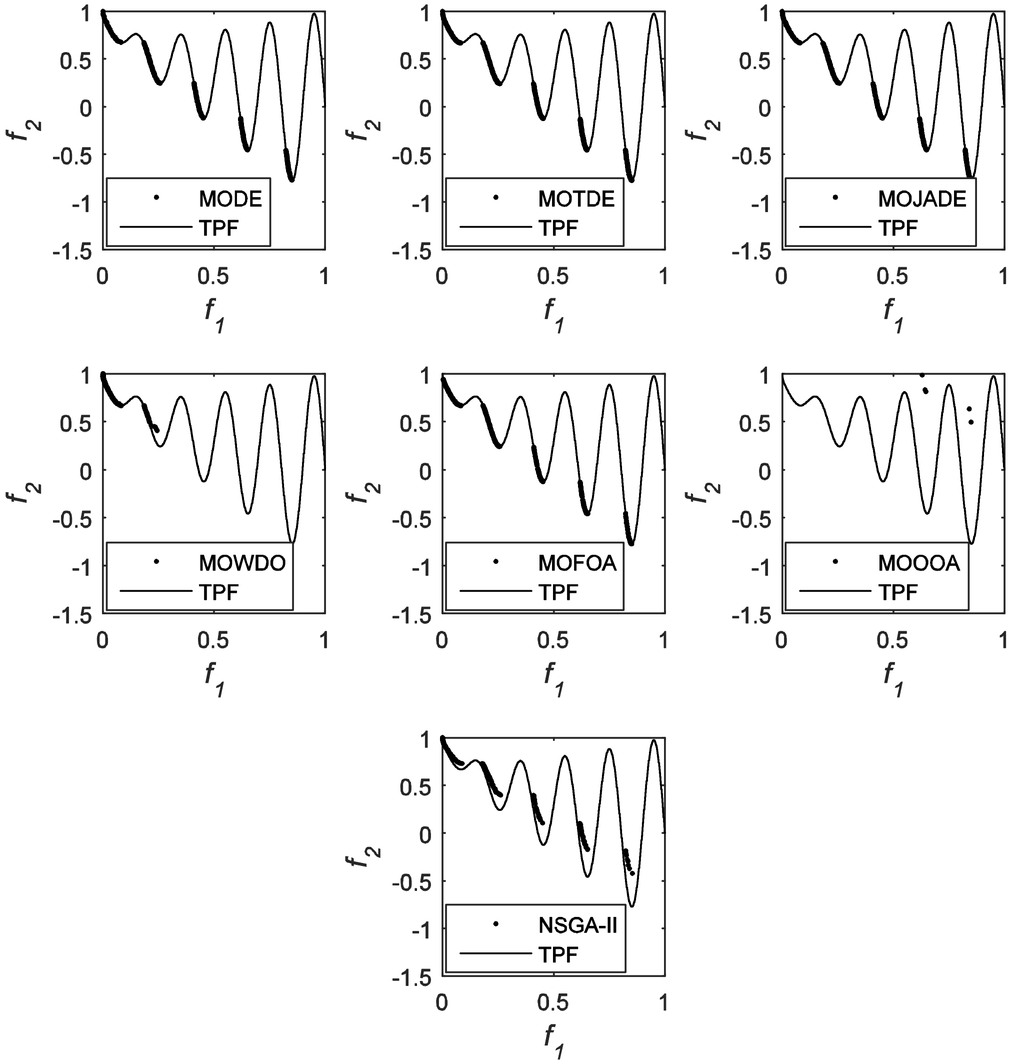


Tabela 5.19 – Métricas de avaliação para os resultados obtidos para a Função ZDT3 com $D = 50$.

Métrica	NSGA-II	MODE	MOTDE	MOJADE	MOWDO	MOFOA	MOOOA
$ONVG$	198	395	667	384	440	443	74
GD	0,015007	0,0016386	2,890e-4	9,112e-4	2,356e-3	1,091e-4	0,960400
Δ	0,972322	0,811264	1,017257	0,810456	1,010133	1,021648	0,933653
HV	0,833190	1,038679	1,043004	1,041219	0,527636	1,043225	0,116132

5.5 CONCLUSÕES SOBRE OS RESULTADOS DAS FUNÇÕES TESTE

Os experimentos realizados com as funções teste mono-objetivo demonstraram que dentre as propostas de modificação com a distribuição de Tsallis aquela que melhor desempenho apresentou foi a TDE, superando o algoritmo original em todas as dimensionalidades investigadas nas funções Alpine, Powell Sum, Rastrigin, Salomon, Sphere e Styblinski-Tang, assim como Branin, Easom e Goldstein-Price para $D = 2$. A inserção da distribuição de Tsallis quando não apresentou melhoras nos resultados mínimos encontrados ao menos possibilitou uma melhora na diversidade da população aumentando o desvio padrão populacional.

Verificou-se que ambas as novas metaheurísticas propostas apresentaram bons resultados para as funções avaliadas, com destaque para o FOA. Observou-se também que as novas metaheurísticas propostas apresentaram os maiores tempos de processamento, sendo o OOA para as funções de maiores dimensões (f_1 a f_6) e o FOA para as funções de dimensionalidade fixa (f_7 a f_{10}).

No que concerne às funções teste multiobjetivo os experimentos revelaram que a única técnica que conseguiu manter desempenho independente da dimensionalidade foi o MOFOA, enquanto o MOOOA apresentou significativas quedas quando do aumento da dimensão das funções. Ainda, a MOTDE alcançou melhores resultados que a técnica original para as funções avaliadas.

6 RESULTADOS NUMÉRICOS – TROCADORES DE CALOR

Neste capítulo são apresentados e discutidos os resultados obtidos, tanto mono-objetivo quanto multiobjetivo, com os trocadores de calor.

Considerando-se o caráter estocástico dos métodos avaliados foram realizados em todos os casos 50 experimentos independentes para os trocadores de calor tanto mono quanto multiobjetivo. Cada experimento foi iniciado com uma semente específica para garantir que os métodos apresentassem pontos de partida idênticos para as otimizações.

6.1 MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO

Neste capítulo foram apresentadas as funções teste e os casos de estudo, com respectivas funções objetivo, definidos para a aplicação das técnicas de otimização.

Na sequência são apresentadas as parametrizações de cada método avaliado, com 200 iterações para os casos mono-objetivos e 100 para os casos multiobjetivo, para após serem expostos os resultados obtidos com as simulações para cada trocador de calor no que tange as otimizações mono-objetivo. Ainda, para os casos de estudo foi adotada uma população inicial igual a $10D$, ou seja, dez vezes a dimensão do problema.

Da mesma forma que a apresentada para as funções teste o método da DE tem como principais parâmetros a quantidade de indivíduos da população, o fator de escala da evolução, a probabilidade de cruzamento e a estratégia utilizada para determinação das diferenças. Para as simulações foram selecionados os parâmetros apresentados na Tabela 6.1, sendo a estratégia 1 (DE/best/1/exp) a selecionada para evolução do algoritmo da DE, sendo o mesmo adotado no MODE.

Tabela 6.1 – Parâmetros da Evolução Diferencial.

Descrição	Variável	Valor
Fator de escala	F	0,8
Probabilidade de cruzamento	CR	0,7

A técnica da DE com a distribuição de Tsallis apresenta os mesmos parâmetros iniciais com as devidas modificações para a determinação do fator de escala, ou seja, valor inicial, médio e variância para determinação da probabilidade. A Tabela 6.2 apresenta os parâmetros selecionados, sendo novamente a estratégia 1 a selecionada para reger o processo de evolução do TDE e MOTDE.

Tabela 6.2 – Parâmetros da Evolução Diferencial com a distribuição de Tsallis.

Descrição	Variável	Valor
Fator de escala inicial	F_0	0,5
Fator de escala médio	$\bar{F}$	0,8
Fator de escala em variância	F_σ	0,1
Probabilidade de cruzamento	CR	0,7

O algoritmo da JADE apresenta como principais parâmetros de controle a quantidade de indivíduos da população, o ganho de ajuste adaptativo e o percentual da população que será selecionado como representativo da melhor possível solução da função objetivo. A Tabela 6.3 apresenta os valores dos parâmetros que regem a evolução das simulações com a JADE, sendo os mesmos adotados no MOJADE.

Tabela 6.3 – Parâmetros da Evolução Diferencial Adaptativa JADE.

Descrição	Variável	Valor
Ganho de ajuste adaptativo	c	0,1
Percentual da população	p	0,05

O algoritmo da JADE com a distribuição de Tsallis apresenta, da mesma forma o algoritmo original, os mesmos parâmetros iniciais com as alterações referentes ao cálculo das probabilidades para o fator de escala e para a probabilidade de cruzamento que utilizaram da mesma sistemática que a JADE com as distribuições Gaussiana e de Cauchy. A Tabela 6.4 apresenta os parâmetros selecionados para a evolução do processo de busca no TJADE.

Tabela 6.4 – Parâmetros da Evolução Diferencial Adaptativa JADE com a distribuição de Tsallis.

Descrição	Variável	Valor
Ganho de ajuste adaptativo	c	0,1
Percentual da população	p	0,05

O algoritmo do WDO apresenta como parâmetros iniciais a quantidade de parcelas atmosféricas na população e os valores das constantes RT, g, α e c e velocidade máxima permitida para a movimentação das parcelas atmosféricas. A Tabela 6.5 apresenta os parâmetros utilizados para o algoritmo WDO, sendo o mesmo adotado no MOWDO.

Tabela 6.5 – Parâmetros do *Wind Driven Optimization*.

Descrição	Variável	Valor
Constante RT	RT	1
Aceleração da gravidade	g	0,1
Coeficiente de atrito	α	0,8
Coeficiente de rotação	c	0,7
Velocidade máxima	v_{max}	0,3

O algoritmo do WDO com a distribuição de Tsallis apresenta como parâmetros iniciais os mesmos do algoritmo original, ou seja, a quantidade de parcelas atmosféricas na população e os valores das constantes RT, g, α e c (esses com as devidas modificações para determinação das probabilidades) e velocidade máxima permitida para a movimentação das parcelas atmosféricas. A Tabela 6.6 apresenta os parâmetros utilizados para o algoritmo TWDO.

Tabela 6.6 – Parâmetros do *Wind Driven Optimization* com a distribuição de Tsallis.

Descrição	Variável	Valor
Constante RT inicial	RT_0	0,5
Constante RT média	$\overline{RT}$	1
Constante RT em variância	RT_σ	0,1
Aceleração da gravidade inicial	g_0	0,5
Aceleração da gravidade média	$\bar{g}$	0,1
Aceleração da gravidade em variância	g_σ	0,1
Coeficiente de atrito inicial	α_0	0,5
Coeficiente de atrito médio	$\bar{\alpha}$	0,8
Coeficiente de atrito em variância	α_σ	0,1
Coeficiente de rotação inicial	c_0	0,5
Coeficiente de rotação médio	$\bar{c}$	0,7
Coeficiente de atrito em variância	c_σ	0,1
Velocidade máxima	v_{max}	0,3

O algoritmo do FOA apresenta como parâmetros iniciais a quantidade de falcões na população, as constantes social, cognitiva e de perseguição, e as probabilidade de consciência e de mergulho. A Tabela 6.7 apresenta os valores dos parâmetros para o algoritmo do FOA, sendo mesmo adotado no MOFOA.

Tabela 6.7 – Parâmetros do Algoritmo dos Falcões.

Descrição	Variável	Valor
Constante social	c_s	2
Constante cognitiva	c_c	2
Constante de perseguição	c_f	2
Probabilidade de consciência	AP	0,2
Probabilidade de mergulho	DP	0,8

O algoritmo do OOA possui como parâmetros iniciais a quantidade de corujas na população, a quantidade de poleiros principais, a quantidade de poleiros secundário e a porcentagem de depredação dos ninhos. A Tabela 6.8 apresenta os parâmetros do algoritmo OOA, sendo o mesmo adotado no MOOOA.

Tabela 6.8 – Parâmetros do Algoritmo das Corujas.

Descrição	Variável	Valor
Número de poleiros principais	num_{pp}	10
Número de poleiros secundários	num_{sp}	$D-1$
Porcentagem de depredação	dep_{pp}	0,5

Os parâmetros do NSGA-II para os casos de estudo multiobjetivos adotaram os mesmos valores que para as funções teste exceto para a população, ou seja, a quantidade de indivíduo na população, sendo no presente trabalho igual a $10D$, e operadores de mutação e cruzamento, com valores iguais a 10% nesse trabalho.

6.2 FUNÇÕES OBJETIVO PARA OS TROCADORES DE CALOR

As funções objetivo definidas para o presente trabalho consideraram os estudos previamente citados na revisão bibliográfica. Para tanto foram definidas as funções objetivo de minimização de custo total e de unidades de geração de entropia cujos valores dos parâmetros serão apresentados juntamente aos casos de estudo.

A função objetivo de minimização de custo total para o trocador de calor casco-tubo e placas-planas é dada por:

$$Ctot = Ci + Cop \tag{6.1}$$

sendo as parcelas Ci e Cop os custos de investimento e os operacionais, respectivamente.

Para o trocador de calor casco-tubo os custos de investimento e operacionais (€), são obtidos respectivamente por Tall *et al.* (2003) para trocadores de calor concebidos de aço inoxidável, lembrando que o valor de tal material é variável e deve ser verificado no mercado contemporâneo:

$$Ci = 8000 + 259{,}2A^{0{,}93} \tag{6.2}$$

$$Cop = \sum_{y}^{ny} \frac{Co}{\left(1+\frac{i}{100}\right)^{y}} \tag{6.3}$$

sendo a parcela $Co = PbCe\tau$, sendo P a potência de bombeamento (W), Ce o custo da energia (€.kW^{-1}h^{-1}), τ o tempo de operação anual (h.ano^{-1}) e *A* a área superficial de troca de calor do trocador (m^2). Cabe ressaltar que i é a taxa anual de depreciação do sistema e que ny é o tempo de vida final da estimativa de operação do equipamento. A potência de bombeamento neste caso é determinada por:

$$Pb = \frac{1}{\eta}\left(\frac{\dot{m}_s}{\rho_s}\Delta P_s + \frac{\dot{m}_t}{\rho_t}\Delta P_t\right) \tag{6.4}$$

onde $\dot{m}_s$, $\dot{m}_t$, ρ_s, ρ_t, ΔP_s e ΔP_t são os fluxos mássicos, as massas específicas e as perdas de pressão devido à perda de carga dos fluidos no casco e nos tubos, respectivamente, e η é a eficiência da bomba.

No caso do trocador de calor placas-planas estes mesmos custos ($) são obtidos por:

$$Ci = 100A^{0{,}6} \tag{6.5}$$

$$Cop = k_{el}\tau\frac{\Delta P_a}{\eta} + k_{el}\tau\frac{\Delta P_b}{\eta} \tag{6.6}$$

onde A é a área superficial de trocad e calor (m²), k_{el} é o custo da eletricidade ($.MW^{-1}h^{-1}), τ o tempo de operação anual (h.ano^{-1}), ΔP_a e ΔP_b as perdas de carga dos fluidos "*a*" e "*b*", respectivamente, e η é a eficiência de bombeamento.

Para o trocador de calor casco-tubos obtém-se as unidades de geração de entropia por meio da equação fornecida por Guo *et al.* (2009) e apresentada em mais detalhes no Anexo A:

$$Ns = \left(\frac{1}{C_{max}}\right)\left[\ln\left(\frac{T_{so}}{T_{Si}}\right)C_s + \ln\left(\frac{T_{to}}{T_{ti}}\right)C_t + \frac{\Delta P_s}{\rho_s}\left[\frac{\ln\left(\frac{T_{so}}{T_{si}}\right)}{T_{so}-T_{si}}\right]\dot{m}_s + \frac{\Delta P_t}{\rho_t}\left[\frac{\ln\left(\frac{T_{to}}{T_{ti}}\right)}{T_{to}-T_{ti}}\right]\dot{m}_t\right] \quad (6.7)$$

onde T_{si} e T_{ti} são as temperaturas de entrada (K) e T_{so} e T_{to} são as temperaturas de saída (K), ΔP_s e ΔP_t são as perdas de carga (Pa), C_s e C_t são as taxas de capacidade térmica (W.K^{-1}), ρ_s, ρ_t, $\dot{m}_s$ e $\dot{m}_t$ são as massas específicas (kg.m^{-3}) e fluxos mássicos (kg.s^{-1}), respectivamente, para o casco (índice "*s*") e tubos (índice "*t*").

De acordo com a metodologia apresentada por Bejan (1997) *apud* Rao & Patel (2010), a taxa de geração de entropia ($\dot{\sigma}$) encontrada em vários trabalhos como Ns - adimensionalizada com C_{max} - para o trocador de calor placas-planas pode ser expressa em termos de sua temperatura e pressão (detalhada no Anexo B), dada por:

$$Ns_a = \frac{C_a}{C_{max}}\left\{\ln\left[1 - \varepsilon\frac{C_{min}}{C_a}\left(1 - \frac{T_{bi}}{T_{ai}}\right)\right] - \frac{R_a}{cp_a}\ln\left(1 - \frac{\Delta P_a}{P_{ai}}\right)\right\} \quad (6.8)$$

$$Ns_b = \frac{c_b}{C_{max}}\left\{\ln\left[1 + \varepsilon\frac{C_{min}}{C_b}\left(\frac{T_{bi}}{T_{ai}} - 1\right)\right] - \frac{R_b}{cp_b}\ln\left(1 - \frac{\Delta P_b}{P_{bi}}\right)\right\} \quad (6.9)$$

$$Ns = Ns_a + Ns_b \quad (6.10)$$

ou, quando $(1 - \varepsilon) \ll 1$ e $\frac{\Delta P}{P} \ll 1$ (Bejan, 1995), através de:

$$Ns = (1 - \varepsilon)\left[\frac{(T_{bi} - T_{ai})^2}{T_{bi}T_{ai}}\right] + \left(\frac{R_a}{cp_a}\right)\left(\frac{\Delta P_a}{P_{ai}}\right) + \left(\frac{R_b}{cp_b}\right)\left(\frac{\Delta P_b}{P_{bi}}\right) \quad (6.11)$$

onde T_{ai}, T_{bi}, T_{ao} e T_{bo} são as temperaturas de entrada e de saída do sistema (K), P_{ai} e P_{bi} são as pressões de entrada (Pa) e ΔP_a e ΔP_b são as perdas de carga (Pa),

cpa e cpb são os calores específicos à pressão constante (J.kg^{-1}.K^{-1}), R_a e R_b são as constantes específicas dos gases (J.kg^{-1}.K^{-1}) e C_{max}, C_{min}, C_a e C_b sendo a taxa de capacidade térmica máxima, mínima e dos fluidos (W.K^{-1}).

Pode-se observar que os custos de investimento são vinculados diretamente à área de transferência do trocador de calor, enquanto que os custos de operação são vinculados diretamente às perdas de carga nos sistemas para ambos os trocadores de calor.

Os casos investigados nesse estudo foram apresentados primeiramente por Caputo *et al.* (2008) para o trocador de calor casco-tubo e por Mishra *et al.* (2009) para o trocador de calor de placas-planas as Tabelas 6.9 e 6.10.

Tabela 6.9 – Propriedades e valores de parâmetros para o trocador de calor casco-tubo (metanol – água do mar).

	Fluido quente	**Fluido frio**
$\dot{m}$ (kg.s^{-1})	27,80	68,90
T (ºC)	95	25
T (ºC)	40	40
ρ (kg.m^{-3})	750	995
cp (kJ.kg^{-1}.K^{-1})	2,84	4,20
μ (Pa.s)	0,00034	0,0008
k (W.m^{-1}.K^{-1})	0,19	0,59
Rf (m^2.K.W^{-1})	0,00033	0,0002

Fonte: Caputo *et al.* (2008).

Tabela 6.10 – Propriedades e valores de parâmetros para o trocador de calor placas-planas (gás-ar).

	Fluido quente	**Fluido frio**
$\dot{m}$(kg.s^{-1})	0,8962	0,8296
T_i(K)	513	277
ρ (kg.m^{-3})	0,8196	0,9385
cp (kJ.kg^{-1}.K^{-1})	1017,7	1011,8
μ (Pa.s)	0,00002410	0,00002182
Pr	0,6878	0,6954
P_i (Pa)	100000	100000

Fonte: Mishra *et al.* (2009).

6.3 OTIMIZAÇÕES MONO-OBJETIVO DOS CASOS DE ESTUDO

As otimizações mono-objetivo foram realizadas com os métodos DE, TDE, JADE, TJADE, WDO, TWDO, FOA e OOA e comparadas com os resultados obtidos em trabalhos anteriores onde foram aplicados métodos distintos. Para cada método foram realizados 50 experimentos com número máximo de 200 iterações e população inicial de $10D$, ou seja, 30 indivíduos para o trocador de calor casco-tubos e 70 indivíduos para o trocador de calor placas-planas, e destacado aquele que apresentou melhores valores para a função objetivo no caso de cada trocador de calor.

6.3.1 Otimização econômica do trocador de calor casco-tubos

O trocador de calor casco-tubos foi otimizado considerando-se limites inferiores e superiores diferenciados para as variáveis de decisão. Diferentes autores em seus respectivos trabalhos utilizaram valores diferentes ao comparar o mesmo caso-teste, por exemplo, Caputo *et al.* (2008) e Patel & Rao (2010) adotaram os seguintes valores: Ds entre 0,1 e 1,5 m, do entre 0,015 e 0,051 m e B entre 0,05 e 0,5 m. Já Mariani *et al.* (2012) adotaram os seguintes valores: Ds entre 0,15 e 1,20 m, do entre 0,010 e 0,032 m e B entre 0,20 e 0,45 m. No caso de Asadi *et al.* (2014) os seguintes valores foram adotados: Ds entre 0,203 e 0,99 m, do entre 0,008 e 0,051 m e B entre 0,05 e 0,50 m. Mohanty (2016a) utilizou Ds entre 0,1 e 1,5 m, do entre 0,01 e 0,051 m e B entre 0,05 e 0,5 m.

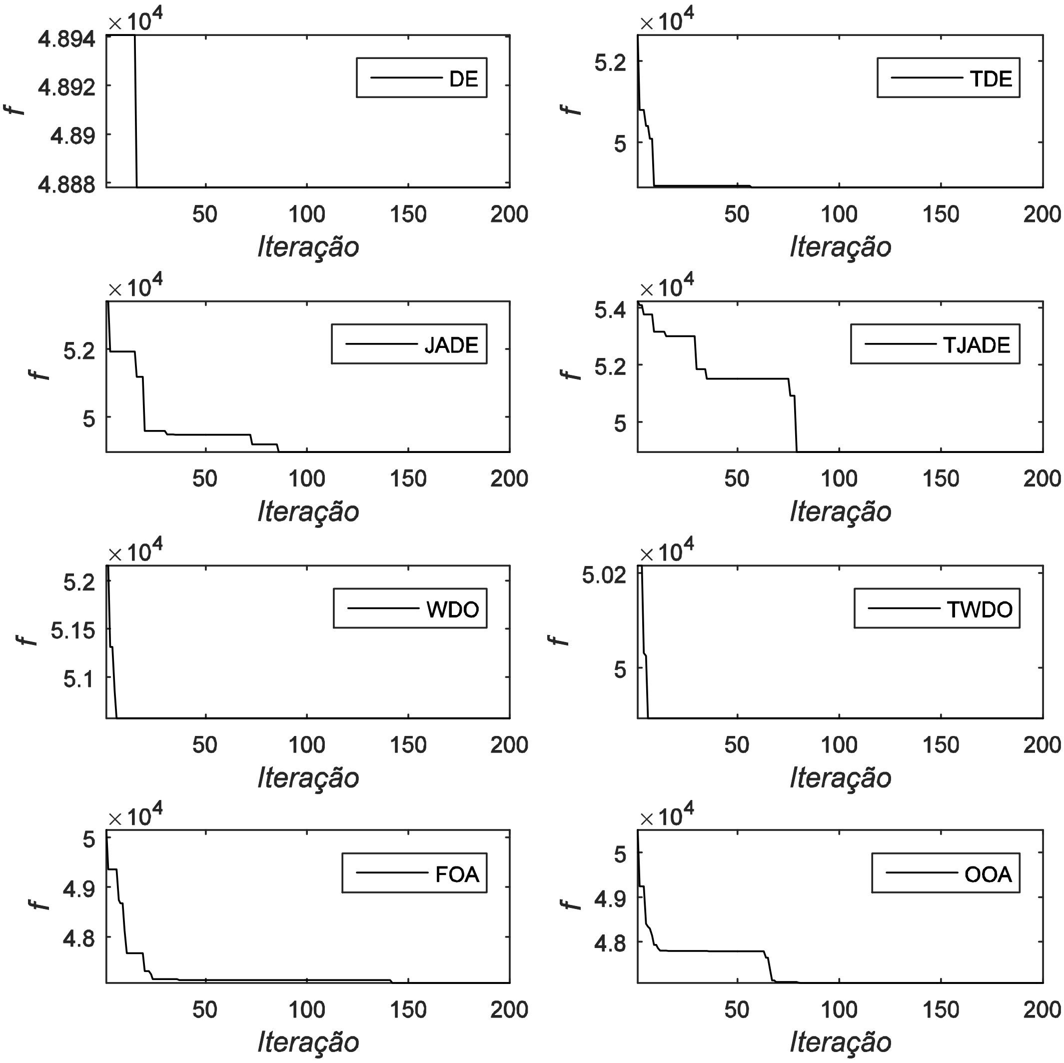
As simulações realizadas para o presente trabalho consideraram os seguintes valores superiores e inferiores para as variáveis de decisão: Ds entre 0,20 e 1,00 m, do entre 0,008 e 0,051 m e B entre 0,20 e 0,45 m. Os limites escolhidos compõem uma miscelânia dos valores adotados nos estudos citados anteriormente.

No caso do trocador de calor casco-tubos os parâmetros para a otimização econômica foram:

a) Tempo de operação igual a 10 anos,
b) Taxa anual de depreciação de 10%,
c) Total anual de horas de trabalho de 7000 horas,
d) Custo de energia produzido de 0,00012 €.W^{-1}.h^{-1}.

A Figura 6.1 apresenta as convergências dos métodos avaliados para o melhor experimento encontrado.

Figura 6.1 – Convergências dos métodos para a otimização econômica do trocador de calor casco-tubo.



Pode-se observar que os métodos que apresentaram convergência mais rapidamente, inferior a 20 iterações, foram DE. TDE, WDO e TWDO, enquanto JADE. TJADE e OOA necessitaram de ao menos 70 iterações e FOA acima de 140 iterações.

A Tabela 6.11 apresenta os valores mínimos, máximos, médios e os desvios padrão para cada método avaliado para a otimização econômica do trocador de calor casco-tubos.

Tabela 6.11 – Resultados máximos, mínimos, médias e desvios padrões obtidos para o trocador de calor casco-tubos.

Método	Mínimo (€)	Máximo (€)	Média (€)	Desvio padrão (€)
DE	48877,98	49058,32	48928,96	40,25
TDE	48876,60	49141,17	48927,13	49,79
JADE	48967,78	52994,03	50073,22	887,53
TJADE	48940,95	50447,99	49676,26	367,08
WDO	50569,71	56266,56	53396,93	1322,28
TWDO	49893,38	58369,04	53219,42	1913,31
FOA	47075,49	47119,36	**47088,29**	9,34
OOA	**47074,73**	49357,80	47767,36	555,30

Os melhores resultados em termos de valor mínimo e médio são apresentados em destaque.

Observa-se que, com exceção do TJADE, os demais métodos com alteração com a distribuição de Tsallis apresentaram maiores desvios padrões, apesar de apresentarem melhores valores mínimos para as otimizações. Ainda, as novas metaheurísticas propostas atingiram melhores resultados em comparação com as demais técnicas implementadas tanto para os valores mínimos quanto para os valores médios (com especial atenção para o FOA com o menor desvio padrão entre as técnicas).

Os valores das variáveis de decisão e do restante das variáveis podem ser observados na Tabela 6.12, onde são apresentadas comparações com os valores encontrados por outros métodos de otimização, a saber, literatura (Sinnot *et al.*, 1996), GA (Caputo *et al.*, 2008), PSO (Patel & Rao, 2010), QPSOZ (Mariani *et al.*, 2012), ICA (Hadidi *et al.* 2013), BBO (Hadidi & Nazari, 2013), CSA (Asadi *et al.*, 2014), FFA (Mohanty, 2016a) e GSA (Mohanty, 2016b).

De maneira geral, pode-se observar que a redução nos valores da variável de decisão Ds influencia de forma a velocidade de escoamento do fluido no casco aumentar, elevando consequentemente o coeficiente de transferência de calor por convecção e a perda de carga no casco e reduzindo a área total e o comprimento. Ainda, reduções na velocidade de escoamento do fluido nos tubos culminam em um decréscimo da perda de carga nos tubos.

Tabela 6.12 – Resultados encontrados e comparação das geometrias ótimas para o trocador de calor casco-tubos.

Parâmetros	Lit.	GA	PSO	ICA	BBO	CSA	GSA	DE	TDE	JADE	TJADE	WDO	TWDO	FOA	OOA
Ds (m)	0,894	0,830	0,810	0,879	0,801	0,826	0,842	0,868	0,881	0,862	0,855	0,958	0,883	0,728	0,727
L (m)	4,830	3,379	3,115	3,107	2,040	2,332	2,783	2,278	2,303	2,299	2,252	2,947	2,699	2,272	2,269
B (m)	0,356	0,500	0,424	0,500	0,500	0,414	0,486	0,450	0,450	0,450	0,449	0,436	0,444	0,450	0,450
do (m)	0,020	0,016	0,015	0,015	0,010	0,0151	0,015	0,016	0,016	0,016	0,015	0,022	0,018	0,011	0,011
N_t	918	1567	1658	1752	3587	1754	1806	1746	1699	1728	1795	1078	1308	2410	2418
v_t (m.s^{-1})	0,75	0,69	0,67	0,699	0,77	0,65	0,678	0,64	0,62	0,65	0,66	0,55	0,64	0,88	0,89
Re_t	14925	10936	10503	10429	7643	10031	10118	10000	10002	10138	10003	11800	11523	10001	10000
Pr_t	5,7	5,7	5,7	5,7	5,7	5,7	5,7	5,7	5,7	5,7	5,7	5,7	5,7	5,7	5,7
h_t (W.m^{-2}.K^{-1})	3812	3762	3721	3864	4314	6104	4029	6806	6626	6901	7001	5659	6579	9393	9423
ΔP_t (Pa)	6251	4298	4171	5122	6156	4186	4501	4560	4617	4584	4513	5853	5271	8868	8854
de (m)	0,014	0,011	0,0107	0,011	0,007	0,0107	0,0107	0,020	0,020	0,020	0,019	0,027	0,023	0,014	0,014
v_s (m.s^{-1})	0,58	0,44	0,53	0,42	0,46	0,56	0,453	0,47	0,47	0,48	0,48	0,44	0,47	0,57	0,57
Re_s	18381	11075	12678	9917	7254	13716	10662	4560	4617	4584	4513	5853	5271	8868	8854
Pr_s	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1
h_s (W.m^{-2}.K^{-1})	1573	1740	1950,8	1740	2197	2083	2060	2734	2679	2750	2795	2284	2555	2417	2423
ΔP_s (Pa)	35789	13267	20551	12367	13799	22534	12458	34615	33511	35338	36023	31258	35525	22864	22953
U (W.m^{-2}.K^{-1})	615	660	713,9	677	755	848,2	732,6	885	876	889	896	807	861	887	889
A (m²)	278,6	262,8	243,2	256,6	229,95	209,1	236,9	196	198	195	194	215	202	196	195
Ci (€)	51507	49259	46453	48370	44536	40343,70	45439	39614,99	39932,87	39496,15	39279,37	42385,33	40427,21	39547,29	39510,51
Cod (€)	12973	5818	6778,20	5995	6046	7281,40	4673	9262,99	8943,74	9471,63	9661,58	8184,39	9466,18	7528,20	7564,22
$Ctot$ (€)	64480	55077	53231,10	54336	50582	47625,10	50112	48877,98	48876,60	48967,78	48940,95	50569,71	49893,38	47075,49	47074,73

Pode-se verificar que os métodos com a proposta de modificação com a distribuição de Tsallis apresentam melhores resultados quando comparados com aqueles obtidos com os métodos originais.

Observa-se que tanto a DE quanto a JADE, e suas respectivas modificações, apresentaram melhores valores que aqueles encontrados por Sinnot *et al.* (1996) e pelas técnicas GA, PSO, ICA, BBO e GSA, enquanto FOA e OOA obtiveram melhores resultados que essas mesmas técnicas e ainda aqueles encontrados pelo CSA.

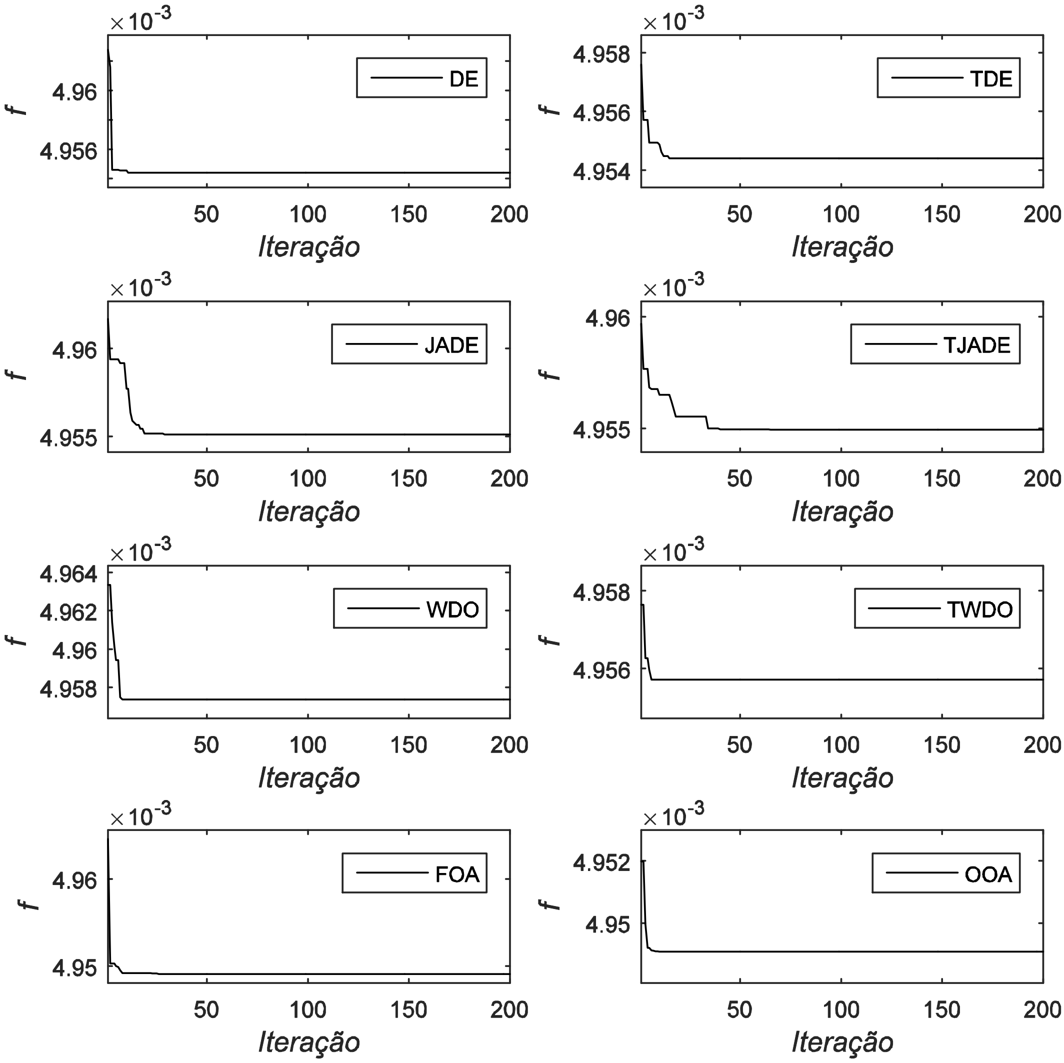
Comparando-se os melhores resultados obtidos (OOA) observa-se que em relação aos valores encontrados por Sinnot *et al.* (1996) houve uma redução de 23,3% e 41,7% para os custos de investimento e de operação, respectivamente, culminando em uma redução de 27% no custo total. Ainda, são constatadas reduções nos valores do diâmetro do casco, comprimento do trocador de calor e diâmetro interno dos tubos, com aumento do espaçamento das chicanas e quantidade de tubos, sob o ponto de vista geométrico. Em relação aos parâmetros térmicos observa-se elevado aumento nos valores dos coeficientes de transferência de calor por convecção, 147,2% para os tubos e 54% para o casco, sendo o mesmo observado para a perdas de carga nos tubos (41,6%) e para o coeficiente global de transferência de calor (44,6%). A perda de carga no casco foi reduzida em 35,9%, assim como a área total, com 30%.

Quando em comparação com os resultados obtidos pelo CSA tem-se, ainda em relação aos melhores resultados obtidos (OOA) que em relação aos valores encontrados CSA houve uma redução de 2,07% aumento de 3,9% para os custos de investimento e de operação, respectivamente, culminando em uma redução de 1,16% no custo total. Ainda, são constatadas reduções nos valores do diâmetro do casco, comprimento do trocador de calor e diâmetro interno dos tubos, com aumento do espaçamento das chicanas e na quantidade de tubos, sob o ponto de vista geométrico. Em relação aos parâmetros térmicos observa-se elevado aumento nos valores dos coeficientes de transferência de calor, 54,4% para os tubos e 16,3% para o casco, sendo o mesmo observado para as perdas de carga nos tubos, mais que dobrando seu valor, e no casco (1,86%) e para o coeficiente global de transferência de calor (4,8%).

6.3.2 Otimização termodinâmica do trocador de calor casco-tubos

As simulações realizadas para o presente trabalho consideraram novamente os seguintes valores superiores e inferiores para as variáveis de decisão: Ds entre 0,20 e 1,00 m, do entre 0,008 e 0,051 m, B entre 0,20 e 0,45 m. A Figura 6.1 apresenta as convergências dos métodos para a otimização termodinâmica do trocador de calor casco-tubos.

Figura 6.2 – Convergências dos métodos para a otimização termodinâmica do trocador de calor casco-tubos.



Pode-se observar que todos os métodos apresentaram convergência abaixo de 50 iterações. A Tabela 6.13 apresenta os valores mínimos, máximos, médios e os desvios padrão para cada método avaliado.

Tabela 6.13 – Resultados máximos, mínimos, médias e desvios padrões obtidos para o trocador de calor casco-tubo.

Método	Mínimo (10^{-3})	Máximo (10^{-3})	Média (10^{-3})	Desvio padrão
DE	4,954400642	4,954437252	4,954405869	5,811e-9
TDE	4,954400763	4,954438287	4,954405804	6,358e-9
JADE	4,955101192	4,959719755	4,955896377	8,098e-7
TJADE	4,954929851	4,959803046	4,955839958	8,392e-7
WDO	4,957384550	4,968491538	4,961344222	2,464e-6
TWDO	4,955719243	4,968683934	4,960594231	3,220e-6
FOA	**4,949069074**	4,949069409	**4,949069161**	7,100e-11
OOA	**4,949069074**	4,950154760	4,949184240	2,693e-7

Os melhores resultados em termos de valor mínimo e médio são apresentados em destaque.

Observa-se nesse caso que os métodos com as modificações apresentaram desvio padrão levemente superior, no entanto, isso pode ser devido provavelmente à exploração de diferentes distribuições no mecanismo de otimização. Ainda, novamente o menor desvio padrão foi obtido com o FOA. Verifica-se também que melhores resultados foram obtidos com as novas metaheurísticas propostas, tanto para os valores mínimos quanto para os valores médios. Ainda, observa-se que as modificações com a distribuição de Tsallis obtiveram melhores valores mínimos (exceto TDE) e valores médios.

A Tabela 6.14 a seguir apresenta os valores das variáveis de decisão e do restante das variáveis.

Nesse caso, não há trabalhos anteriores nos quais possam ser feitas comparações, no entanto o cálculo realizado para os valores disponibilizados por Sinnot *et al.* (1996) revelam que as unidades de geração de entropia nesse caso seria de 0,005449. Desta forma, todos os métodos avaliados apresentaram redução nos valores para essa função objetivo com destaque para FOA e OOA com redução de 9,2%. Observa-se variação nos valores encontrados para as variáveis de decisão entre os métodos com distintos resultados obtidos pelo JADE e TJADE. De modo geral houve elevação nos valores do diâmetro do casco e espaçamento dos defletores, e redução do comprimento do trocador de calor. Termicamente se obteve aumento do coeficiente global de transferência de calor e redução da área total.

Tabela 6.14 – Resultados e comparação das geometrias ótimas para o trocador de calor casco-tubos.

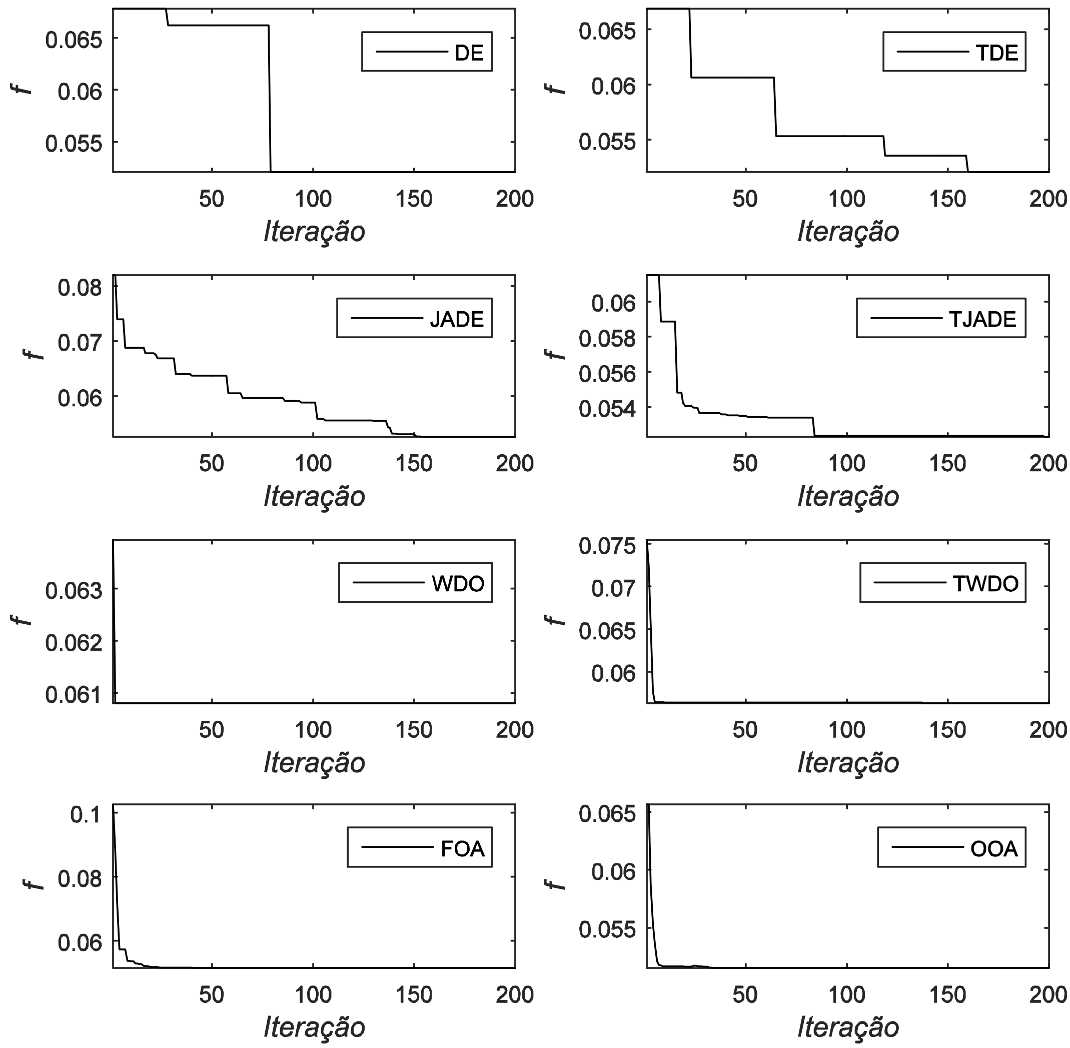
Parâmetros	Lit.	DE	TDE	JADE	TJADE	WDO	TWDO	FOA	OOA
Ds (m)	0,894	1,000	1,000	0,998	0,999	0,957	0,981	1,000	1,000
L (m)	4,830	2,545	2,545	1,094	2,812	3,417	3,197	1,253	1,253
B (m)	0,356	0,450	0,450	0,450	0,445	0,434	0,444	0,450	0,450
do (m)	0,020	0,020	0,020	0,009	0,022	0,024	0,023	0,010	0,010
N_t	918	1349	1349	8018	1144	850	940	7205	7205
v_t (m.s^{-1})	0,75	0,49	0,49	0,42	0,50	0,56	0,53	0,42	0,42
Re_t	14925	10000	10001	3780	10948	13461	12416	4000	4000
Pr_t	5,7	5,7	5,7	5,7	5,7	5,7	5,7	5,7	5,7
h_t (W.m^{-2}.K^{-1})	3812	5257	5257	2282	5250	5654	5409	2409	2409
ΔP_t (Pa)	6251	1269	1269	986	1312	1673	1474	1038	1038
de (m)	0,014	0,025	0,025	0,011	0,027	0,030	0,029	0,012	0,012
v_s (m.s^{-1})	0,58	0,41	0,41	0,41	0,42	0,45	0,43	0,41	0,41
Re_s	18381	5126	5127	2288	5590	6552	6114	5399	5399
Pr_s	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1	5,1
h_s (W.m^{-2}.K^{-1})	1573	2252	2252	3247	2194	2185	2147	2200	2200
ΔP_s (Pa)	35789	25487	25487	27931	26799	32561	28558	11824	11824
U (W.m^{-2}.K^{-1})	615	793	792	697	785	794	783	644	644
A (m^2)	278,6	219	219	249	221	219	222	270	270
Ns (10^{-3})	5,449	4,954400642	4,954400763	4,955101192	4,954929851	4,957384550	4,955719243	4,949069074	4,949069074

6.3.3 Otimização termodinâmica do trocador de calor placas-planas

O trocador de calor de placas-planas foi otimizado considerando-se limites inferiores e superiores das variáveis de decisão dados por Rao & Patel (2010), sendo os mesmos: La entre 0,1 e 1 m, Lb entre 0,1 e 1 m, H entre 0,002 e 0,01 m, n entre 100 e 1000, t entre 0,001 e 0,0002 m, l entre 0,001 e 0,01 m e Na entre 1 e 10.

Os Figura 6.3 apresentam as convergências dos métodos para a otimização termodinâmica do trocador de calor de placas-planas.

Figura 6.3 – Convergências dos métodos para a otimização termodinâmica do trocador de calor placas-planas.



Pode-se observar que os métodos que convergiram mais rapidamente foram WDO, TWDO, FOA e OOA, enquanto a DE e TJADE necessitaram em torno de 75 iterações e TDE e JADE necessitaram de algo próximo de 150 iterações.

A Tabela 6.15 apresenta os valores mínimos, máximos, médios e o desvio padrão para cada método avaliado.

Tabela 6.15 – Resultados máximos, mínimos, médias e desvios padrões obtidos para o trocador de calor placas-planas.

Método	Mínimo	Máximo	Média	Desvio padrão
DE	0,052064	0,062656	0,057017	0,002595
TDE	0,052062	0,063989	0,057440	0,002426
JADE	0,052630	0,062469	0,057486	0,002192
TJADE	0,052304	0,061847	0,056913	0,002054
WDO	0,060803	0,088766	0,073304	0,006716
TWDO	0,056283	0,089423	0,071294	0,007413
FOA	**0,051531**	0,051550	**0,051546**	0,000004
OOA	0,051534	0,193967	0,055267	0,020024

Os melhores resultados em termos de valor mínimo e médio são apresentados em destaque.

Observa-se nesse caso que o método que apresentou melhores resultados foi o FOA, novamente com o menor desvio padrão entre as técnicas aplicadas. Ainda, todas as modificações demonstraram obter melhores valores que os métodos originais.

Os valores das variáveis de decisão e do restante das variáveis podem ser observados na Tabela 6.16, onde são comparados com os resultados obtidos pelos métodos da GA (Mishra *et al.*, 2009), PSO (Rao & Patel, 2010) e BA (Zarea *et al.*, 2014) para a otimização termodinâmica para o mesmo caso-teste.

Observa-se que valores maiores para a variável de decisão L_b em relação à variável de decisão L_a culminam em um aumento dos coeficientes de transferência de calor. Ainda, um aumento na variável l influencia em uma redução de n e de t, reduzindo ambas as perdas de carga e consequentemente o valor final de unidades de geração de entropia.

Tabela 6.16 – Resultados e comparação das geometrias ótimas para o trocador de calor placas-planas.

Parâmetros	GA	PSO	BA	DE	TDE	JADE	TJADE	WDO	TWDO	FOA	OOA
L_a (m)	0,994	0,925	0,995	1,000	1,000	0,983	0,772	0,953	0,684	0,982	0,925
L_b (m)	0,887	0,996	0,995	1,000	1,000	0,973	1,000	0,813	0,887	1,000	0,998
H (m)	0,00953	0,0098	0,00999	0,01000	0,01000	0,00998	0,00991	0,00959	0,00973	0,01000	0,01000
n (aletas.m^{-1})	534,9	442,9	405,69	465,9	459,5	482,5	592,7	525,6	610,6	493,1	517,2
t (m)	0,00146	0,0010	0,00167	0,00010	0,00010	0,00010	0,00010	0,00015	0,00012	0,00010	0,00010
l (m)	0,0063	0,0098	0,009998	0,0096	0,0100	0,0086	0,0099	0,0087	0,0085	0,0100	0,0100
N_a	8	10	10	10	10	10	10	9	10	10	10
h_a (W.m^{-2}.K^{-1})	797	1131,7	-	826	817	861	836	1045	945	819	822
h_b (W.m^{-2}.K^{-1})	817	844,0	-	711	703	738	820	828	927	712	736
G_a (kg.m^{-2}.s^{-1})	14,59	11,71	-	9,49	9,49	9,80	9,71	14,04	11,36	9,52	9,56
G_b (kg.m^{-2}.s^{-1})	10,72	9,79	-	7,99	7,98	8,15	10,58	9,98	12,39	8,16	8,69
ΔP_a (Pa)	5287,7	3331,3	1750	2962,6	2905,0	3172,2	2378,7	5197,2	2832,5	2873,6	2727,1
ΔP_b (Pa)	2216,9	1834,5	1143	1934,1	1896,6	2020,9	2784,6	2338,4	3320,0	1955,9	2117,6
Ns	0,063332	0,053028	0,052886	0,052064	0,052062	0,052630	0,052304	0,060803	0,056283	0,051531	0,051534

Observa-se que valores significativamente próximos foram encontrados em todas as simulações para La, Lb, H, t, l e Na com variações apenas nos valores obtidos para n. No entanto, para os coeficientes de transferência de calor foram constatados aumentos nos valores quando em comparação com o GA para o fluido quente (em comparação ao PSO houve redução), enquanto para o fluido frio foram verificadas reduções nos resultados apresentados pelos métodos DE, TDE, FOA e OOA.

Para as perdas de carga para o fluido quente houve reduções em todos os métodos quando em comparação com o GA, enquanto quando em comparação com o PSO somente o WDO apresentou elevação nesse parâmetro, e em relação ao BA foram observadas elevações. No que tange ao fluido frio houve elevações quando em comparação com o PSO e BA, mas em relação ao GA constatou-se elevação nos valores somente para TJADE, WDO e TWDO.

Quando em comparação direta com o método que melhor valor encontrou (FOA) tem-se uma redução de 18,6%, 2,8% e 2,6% em comparação com o GA, PSO e BA, respectivamente.

6.3.4 Otimização econômica do trocador de calor placas-planas

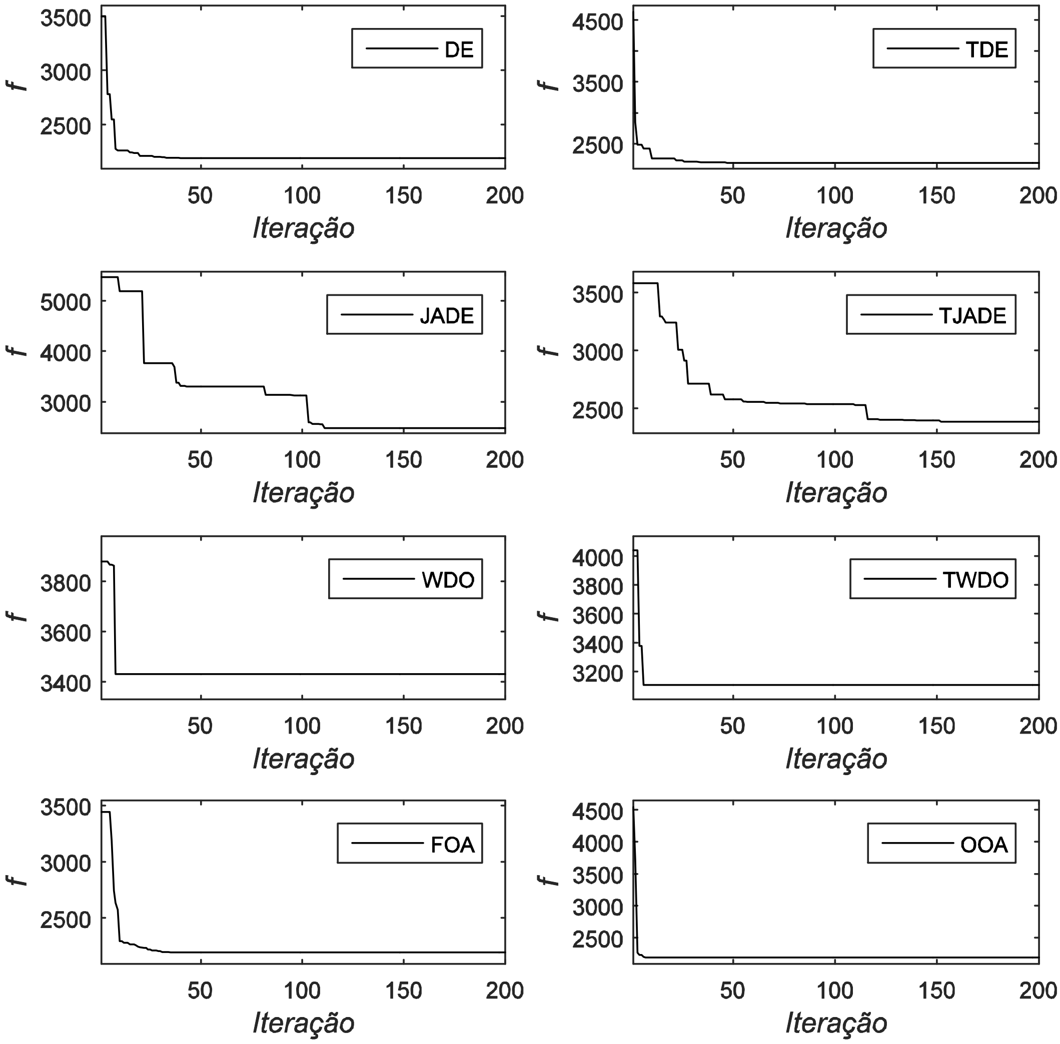
O trocador de calor de placas-planas foi otimizado, novamente, considerando-se limites inferiores e superiores das variáveis de decisão dados por Rao & Patel (2010), sendo os mesmos: La entre 0,1 e 1 m, Lb entre 0,1 e 1 m, H entre 0,002 e 0,01 m, n entre 100 e 1000, t entre 0,001 e 0,0002 m, l entre 0,001 e 0,01 m e Na entre 1 e 10.

No caso do trocador de calor placas-planas os parâmetros para a otimização econômica foram:

a) Eficiência de bombeamento de 0,5,
b) Total anual de horas de trabalho de 6500 horas,
c) Custo de energia produzida de 0,000003 $\$.W^{-1}.h^{-1}$,
d) Custo por unidade de área de 100 $\$.m^{-2}$.

A Figura 6.4 apresenta as convergências dos melhores resultados da função objetivo para a otimização econômica do trocador de calor de placas-planas.

Figura 6.4 – Convergências dos métodos para a otimização econômica do trocador de calor placas-planas.



A Tabela 6.17 apresenta os valores mínimos, máximos, médios e o desvio padrão para cada método avaliado.

Tabela 6.17 – Resultados máximos, mínimos, médias e desvios padrões obtidos para o trocador de calor placas-planas.

	Mínimo ($)	Máximo ($)	Média ($)	Desvio padrão ($)
DE	2191,38	2191,95	**2191,51**	0,13
TDE	2191,37	2207,49	2191,86	2,27
JADE	2475,89	3812,00	3004,23	282,52
TJADE	2386,42	3284,24	2797,62	235,54
WDO	3429,55	7040,00	4861,85	700,54
TWDO	3107,50	7627,79	4579,05	868,77
FOA	2191,37	2370,97	2201,98	32,34
OOA	**2191,36**	2848,20	2244,32	119,64

Os melhores resultados em termos de valor mínimo e médio são apresentados em destaque.

Observa-se pela Tabela 6.18 que os melhores valores foram encontrados pelas modificações dos algoritmos originais e que valores muito próximos foram obtidos pelos métodos DE, TDE, FOA e OOA. Apenas nesse caso FOA não apresentou melhor desvio padrão, sendo esse posto ocupado pela DE.

Novamente, não foram encontrados trabalhos na literatura que utilizaram dos mesmos critérios para a otimização econômica desse trocador de calor (embora outros critérios tenham sido utilizados, por exemplo, Xie *et al.* (2008), no entanto, ressalta-se que London & Kays (1984), que propuseram esse problema encontraram o valor de 3572,84 $. Dessa, foram obtidas reduções de até 38,7% no valor do custo total.

Os resultados encontrados apresentam que tanto as modificações com a distribuição de Tsallis quanto as novas metaheurísticas propostas foram capazes de encontrar valores satisfatórios para os casos estudados, obtendo inclusive melhores resultados que algumas das referências utilizadas. Destaque deve ser dado aos resultados encontrados pelo FOA, onde melhores valores foram encontrados e piores desvios padrões foram atingidos.

Tabela 6.18 – Resultados e comparação das geometrias ótimas para o trocador de calor placas-planas.

Parâmetros	DE	TDE	JADE	TJADE	WDO	TWDO	FOA	OOA
L_a (m)	0,309	0,307	0,226	0,257	0,300	0,571	0,307	0,307
L_b (m)	0,505	0,505	0,362	0,428	0,443	0,861	0,503	0,504
H (m)	0,01000	0,01000	0,00993	0,00987	0,00937	0,00969	0,01000	0,01000
n (aletas.m^{-1})	100,0	100,0	133,4	119,4	278,7	134,8	100,0	100,0
t (m)	0,00010	0,00010	0,00010	0,00010	0,00015	0,00017	0,00010	0,00010
l (m)	0,0100	0,0100	0,0083	0,0090	0,0084	0,0096	0,0100	0,0100
N_a	10	10	10	10	9	8	10	10
h_a (W.m^{-2}.K^{-1})	1090	1090	1364	1230	1401	981	1092	1091
h_b (W.m^{-2}.K^{-1})	1201	1204	1487	1368	1459	1026	1205	1204
G_a (kg.m^{-2}.s^{-1})	18,11	18,12	25,50	21,68	25,39	13,98	18,17	18,16
G_b (kg.m^{-2}.s^{-1})	24,93	25,08	34,37	30,40	31,22	17,33	25,10	25,07
ΔP_a (Pa)	1928,4	1919,2	2389,3	2147,7	3499,7	2776,0	1924,5	1924,3
ΔP_b (Pa)	3832,0	3857,1	4520,9	4447,7	5440,3	4449,4	3850,3	3848,6
Ci ($)	392,2121	390,6466	299,8029	340,5207	518,6728	767,1846	389,7445	390,243
Cod($)	1799,168	1800,724	2176,082	2045,9	2910,875	2340,315	1801,621	1801,122
$Ctot$ ($)	2191,38	2191,37	2475,885	2386,42	3429,548	3107,5	2191,365	2191,365

6.4 OTIMIZAÇÕES MULTIOBJETIVO DOS CASOS DE ESTUDO

As otimizações multiobjetivo foram realizadas com os métodos MODE, MOTDE, MOJADE, MOWDO, MOFOA e MOOOA (os dois últimos sendo as versões multiobjetivo das novas metaheurísticas de otimização propostas) e comparadas com os resultados obtidos com a aplicação do método de referência NSGA-II. Para cada método foram realizados 30 experimentos avaliados conjuntamente para a determinação da frente de Pareto aproximada com o pontos não-dominados para cada trocador de calor avaliado.

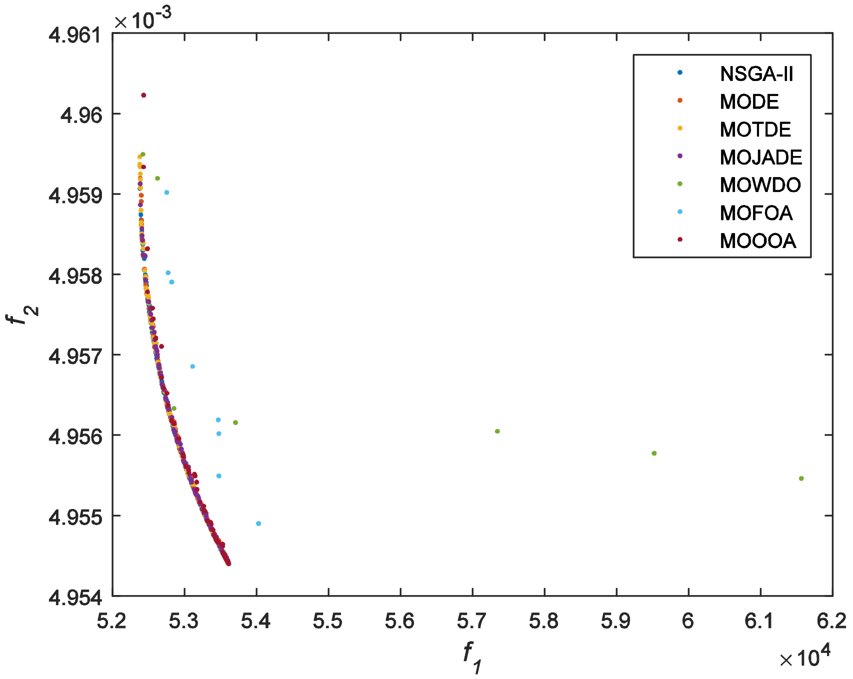
6.4.1 Trocador de calor Casco-Tubos

As simulações realizadas com os diferentes métodos de otimização multiobjetivo resultaram nas frentes de Pareto apresentadas no Figura 6.5(a) enquanto a Figura 6.5(b) apresenta a frente de Pareto conformada pelos pontos não-dominados de forma conjunta pelos métodos aplicados.

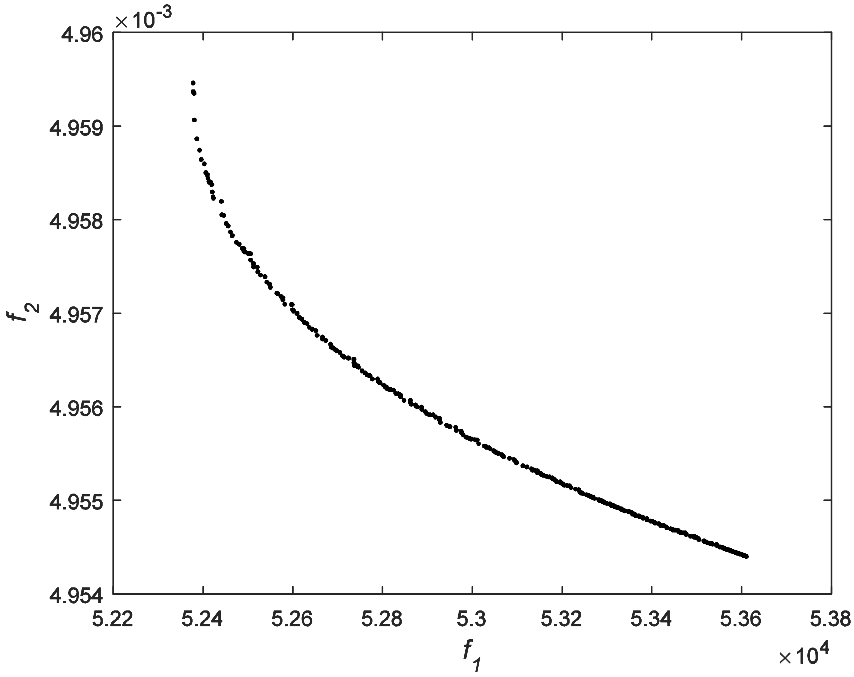
Observa-se que os pontos não-dominados gerados pelos métodos MOFOA e MOWDO não apresentaram convergência satisfatória em comparação com os outros métodos aplicados, razão pela qual após filtragem pelo conceito de dominância os mesmos foram ausentes na conformação da frente de Pareto não-dominada. A frente de Pareto não-dominada apresentou 39,7% dos pontos gerados pelo NSGA-II, 21,3% gerados pelo MODE, 28,4% gerados pelo MOTDE, 7,7% gerados pelo MOJADE e 2,9% gerados pelo MOOOA de um total de 310 pontos não-dominados.

Uma avaliação utilizando as métricas multiobjetivo S e HV, apresentados na Tabela 6.19. Dos resultados apresentados na Tabela 6.19 verifica-se que o método MOJADE apresentou melhor distribuição entre os pontos não-dominados enquanto que MOTDE atingiu melhor convergência-diversidade para os pontos não-dominados gerados pelos seus experimentos. O método que apresentou pior desempenho em relação à distribuição foi NSGA-II e para a convergência-diversidade foi o MOOOA, no entanto, esse último pode ser atribuído ao fato de que o mesmo participa com somente 2,9% dos pontos não-dominados, provavelmente localizados próximos pelo valor encontrado para S.

Figura 6.5 – Frentes de Pareto obtidas para o trocador de calor casco-tubo.



(a)



(b)

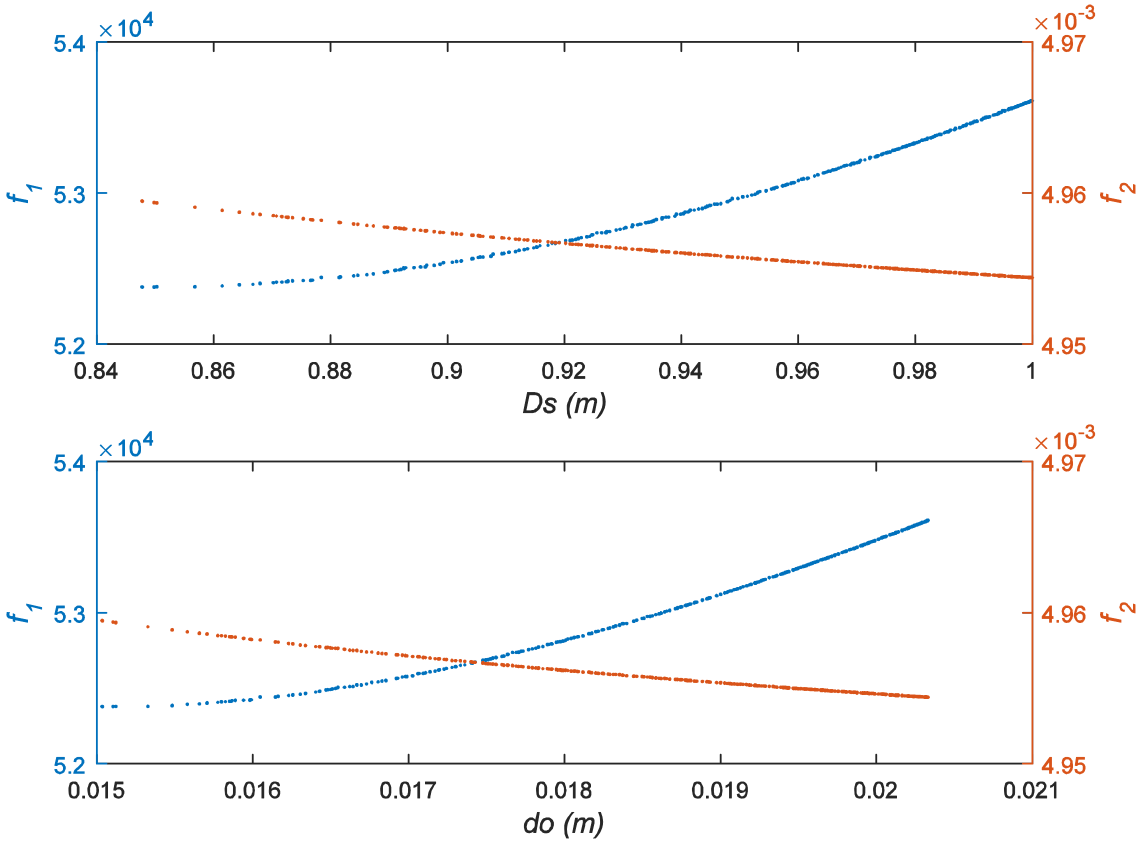
Tabela 6.19 – Métricas de avaliação para a frente de Pareto obtida para o trocador de calor casco-tubo.

Métrica	NSGA-II	MODE	MOTDE	MOJADE	MOOOA
S	310,61	271,36	303,14	235,10	275,39
HV	3,84e-3	3,06e-3	4,26e-3	3,17e-3	3,88e-4

Os resultados para as variáveis referentes ao pontos não-dominados, independentemente do algoritmo utilizado para sua determinação, são apresentados na Figura 6.6. Das três variáveis de decisão utilizadas para os processamentos apenas duas apresentaram significativa variação, sendo as mesmas Ds (entre 0,88 e 1m) e do (entre 0,015 e 0,020 m), enquanto B apresentou todos os valores próximos à 0,45 m.

Observa-se claramente a tendência conflitante dos valores das duas variáveis de decisão com significativa variação no que tange as funções objetivo. Menores valores de unidades de geração de entropia são alcançados por maiores valores de Ds e menores valores de do, enquanto menores valores de custo total são obtidos por menores valores de Ds e maiores valores de do.

Figura 6.6 – Variáveis de decisão Ds e do para o trocador de calor casco-tubos.



No que tange ao processo térmico apresenta-se a seguir uma avaliação para os coeficientes de transferência de calor e perdas de carga (Figura 6.7 e a Figura 6.8).

Figura 6.7 – Coeficientes de transferência de calor para o trocador de calor casco-tubos.

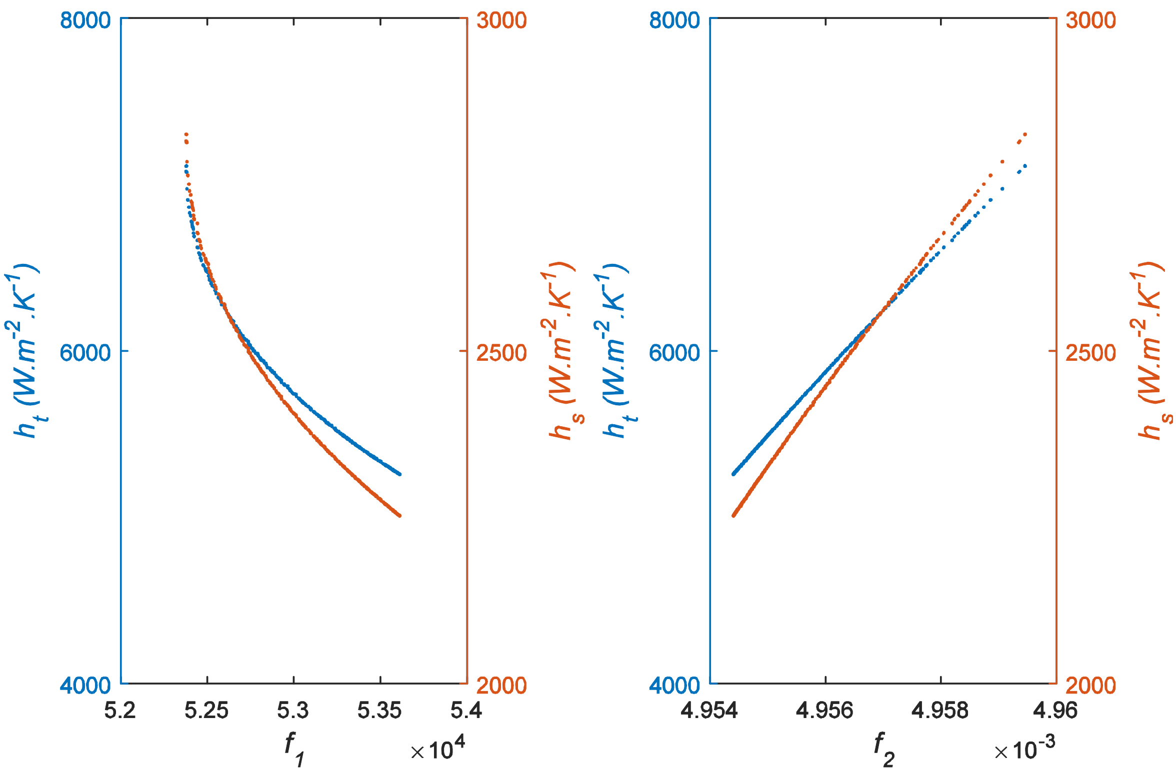
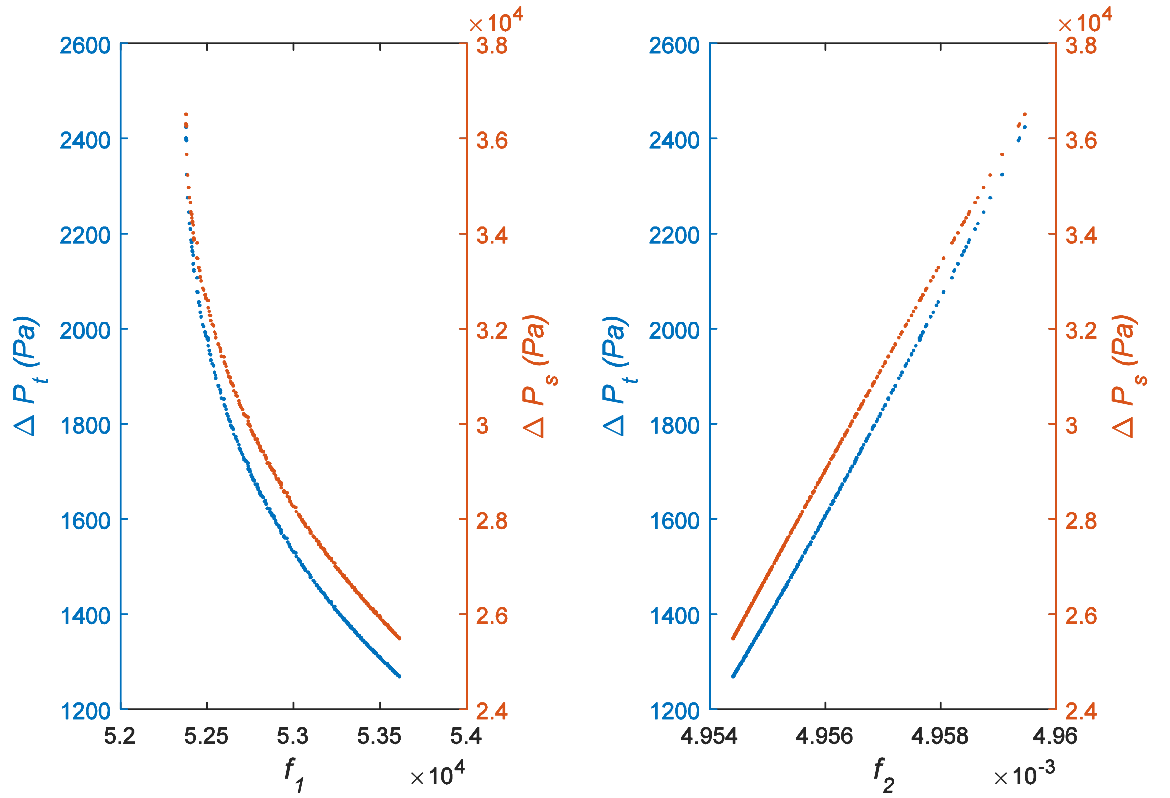


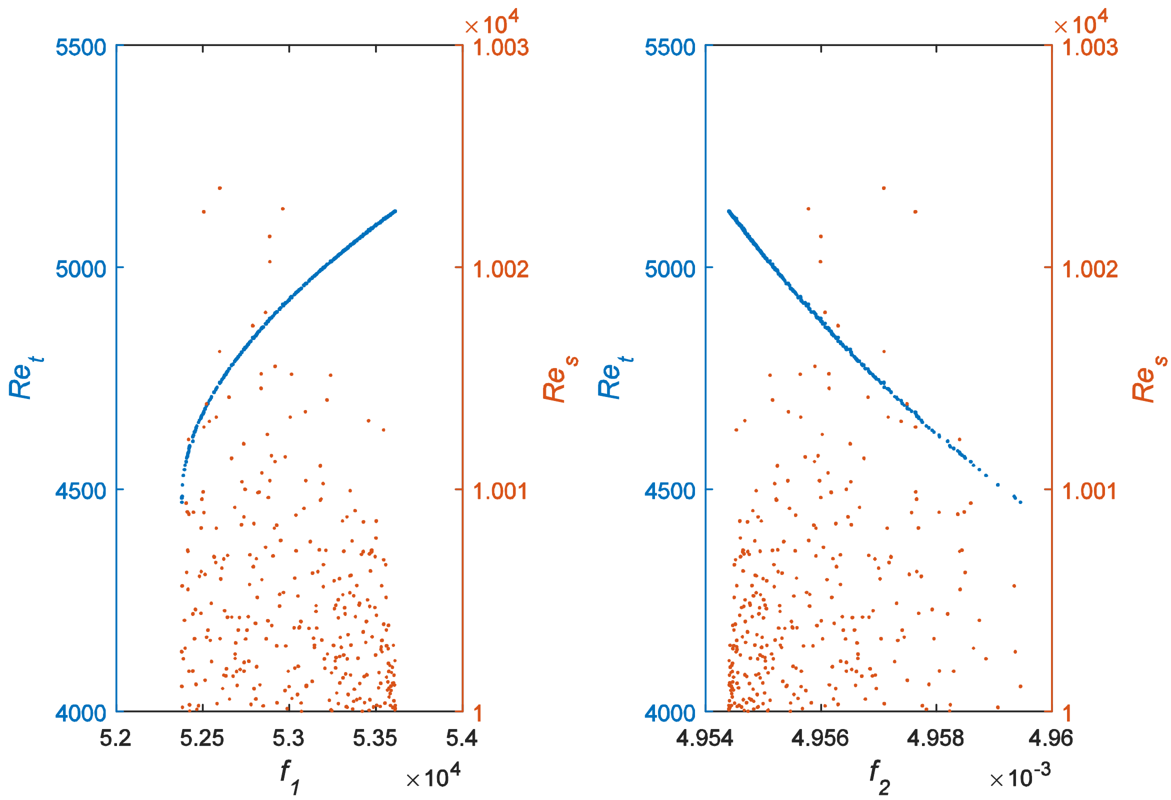
Figura 6.8 – Perdas de carga para o trocador de calor casco-tubos.



Outro fator de extrema importância para o processo de transferência de calor é o número de Reynolds, conforme apresentado na Figura 6.9.

Os valores apresentados demonstram que para o casco pouca influência o número de Reynolds tem sobre o processo, não apresentando tendência bem definida aliada a baixa variação para a escala de valores encontrada (cerca de 10000). Avaliação inversa pode ser feita para o número de Reynolds para os tubos, sendo que o mesmo apresenta variação superior a 10% para a escala de valores encontrada, obtendo valores entre 4470,9 e 5126,2, onde maiores valores são associados com maiores custos totais e menores valores de unidades de geração de entropia.

Figura 6.9 – Números de Reynolds obtidos para o trocador de calor casco-tubos.



A Figura 6.10 apresenta as áreas normais de escoamento e as áreas totais obtidas para a otimização multiobjetivo do trocador de calor casco-tubo. Ainda, em relação ao número de tubos e ao comprimento observa-se comportamento antagônico para os mesmos, atingindo valores entre 1349 e 1824 tubos e 2,23 e 2,55 m de comprimento. A Figura 6.11 apresenta o número de tubos e o comprimento dos mesmos obtidos no processo de otimização.

Figura 6.10 – Áreas normais ao escoamento e área totais obtidas para o trocador de calor casco-tubos.

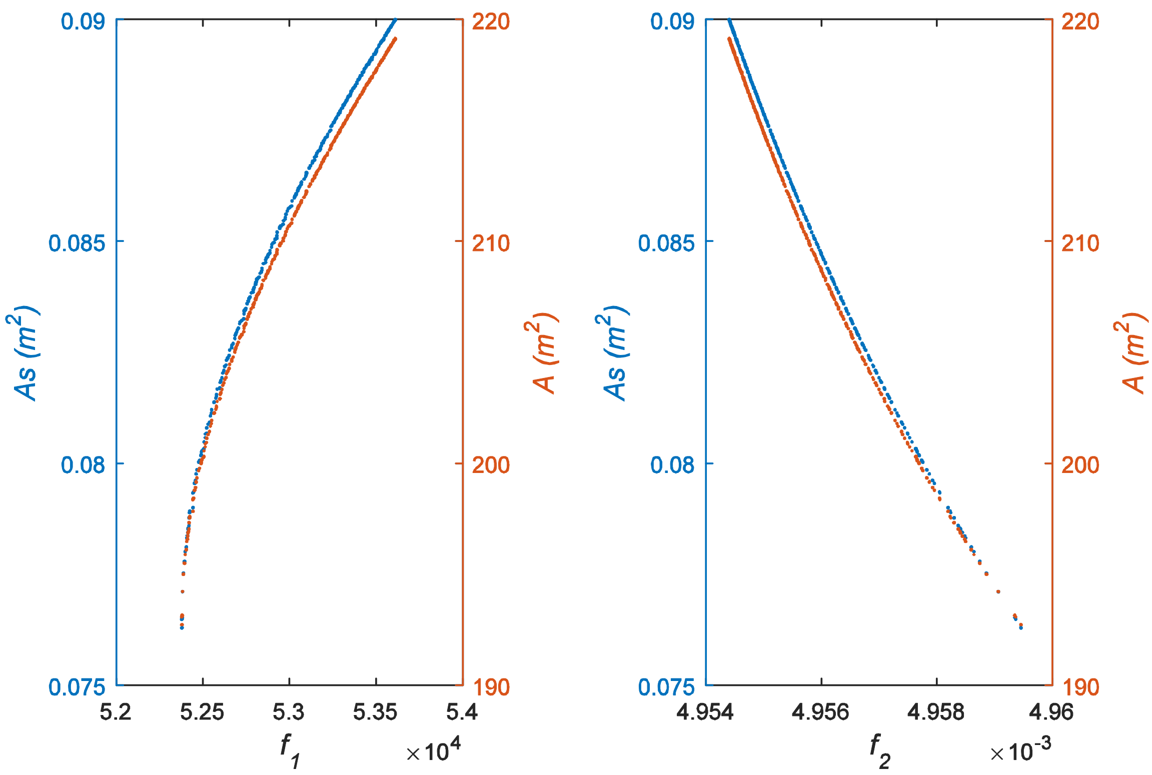
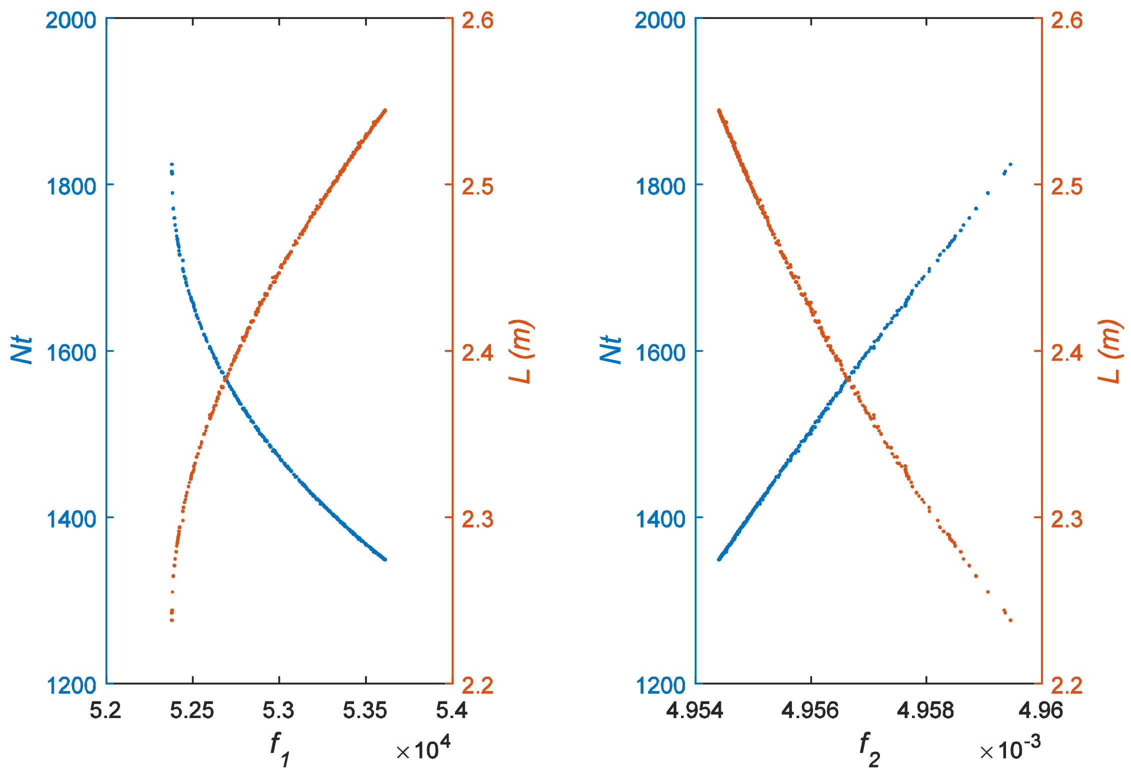


Figura 6.11 – Número de tubos e comprimento dos tubos para o trocador de calor casco-tubos.



A área normal ao escoamento também apresenta importância uma vez que influencia na determinação do número de Reynolds para o casco, apresentando valores entre 0,0763 e 0,09 m². Da mesma forma a área total apresentou variação entre 192,7 e 219,2 m², sendo determinante nos valores para o custo total e comprimento do trocador de calor.

Observa-se ainda que o comportamento é geométrico em relação ao custo total e linear em relação à geração de entropia. Ainda, em relação ao modelo utilizado, foram encontrados valores de eficiência superiores a 78% para o processo de transferência de calor, sendo o mesmo constante para as funções objetivo.

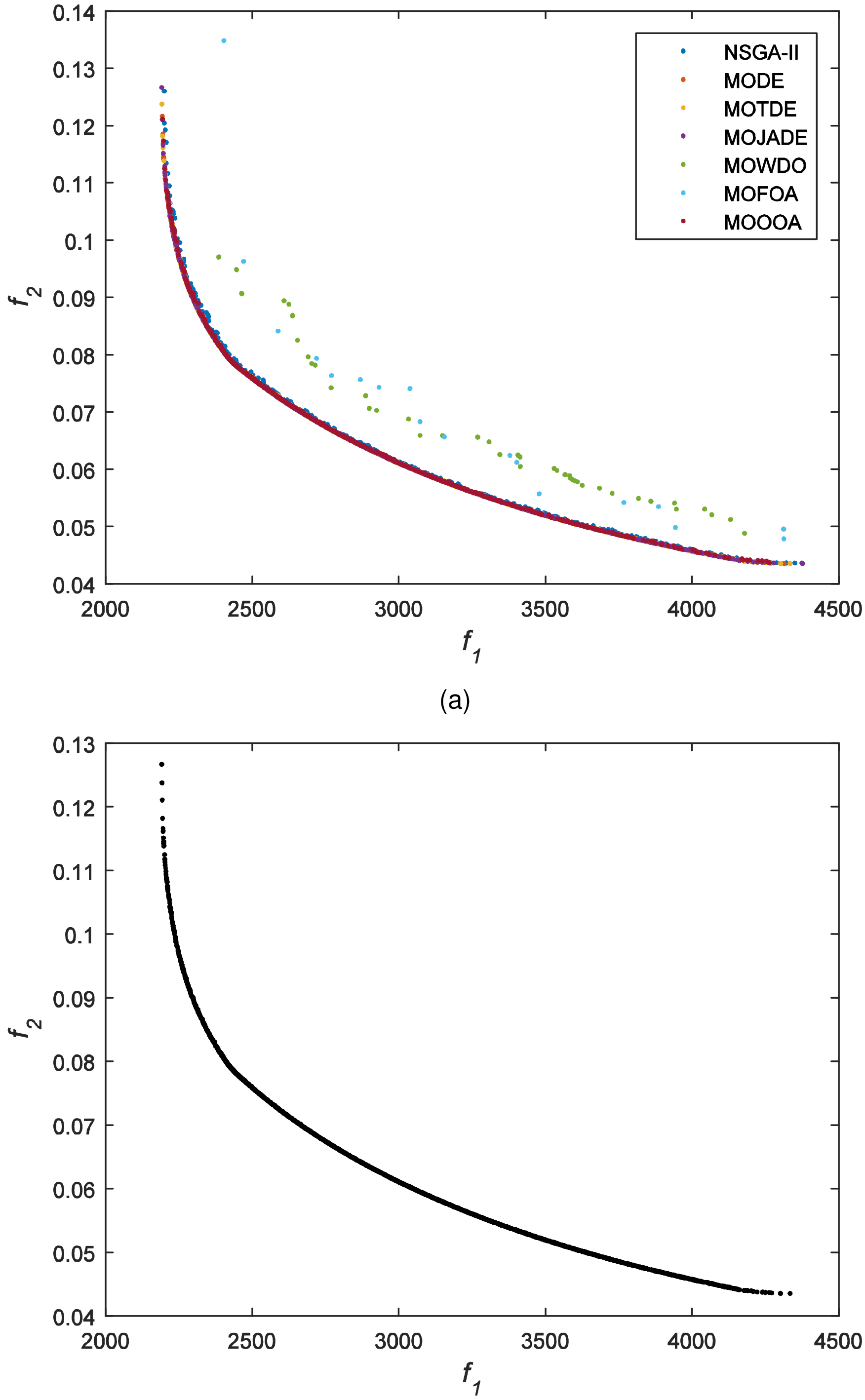
6.4.2 Trocador de calor Placas-Planas

As simulações realizadas com os diferentes métodos de otimização multiobjetivo resultaram nas frentes de Pareto apresentadas na Figura 6.12(a), enquanto na Figura 6.12(b) é apresentada a frente de Pareto conjunta com os pontos não-dominados gerados por todas as técnicas aplicadas.

Pode ser observado que, da mesma forma que os resultados encontrados para o trocador de calor casco-e-tubo, as frentes de Pareto apresentadas pelas técnicas MOFOA e MOWDO não alcançaram convergência satisfatória, motivo pelo qual não participaram da composição da frente de Pareto não-dominada. A frente de Pareto não dominada foi formada 28,9% pelo MODE, 30,2% pelo MOTDE, 24% pelo MOJADE e 16,9% pelo MOOOA de um total de 1869 pontos não-dominados. Apesar da frente de Pareto gerada pelo NSGA-II não apresentar significativa discrepância em um primeiro momento, a posterior filtragem pelo conceito de dominância descartou seus dados.

Uma avaliação utilizando as métricas multiobjetivo S e HV, apresentados na Tabela 6.20 foi implementada. Os resultados apresentados na Tabela 6.20 demonstram que a técnica com melhor distribuição foi MOOOA e aquela com melhor convergência-diversidade foi o MOTDE (da mesma forma que para o trocador de calor casco-e-tubo). Os valores apresentados pelas métricas demonstram que os pontos não-dominados gerados pelo MOTDE apresentaram melhor espalhamento, apesar de apresentar o pior resultado relativo à distribuição. No que diz respeito ao MOOOA pode-se inferir que o mesmo apresentou baixo espalhamento, apesar do valor atingido para S, fator que resultou no menor $HYPV$.

Figura 6.12 – Frentes de Pareto obtidas para o trocador de calor placas-planas.



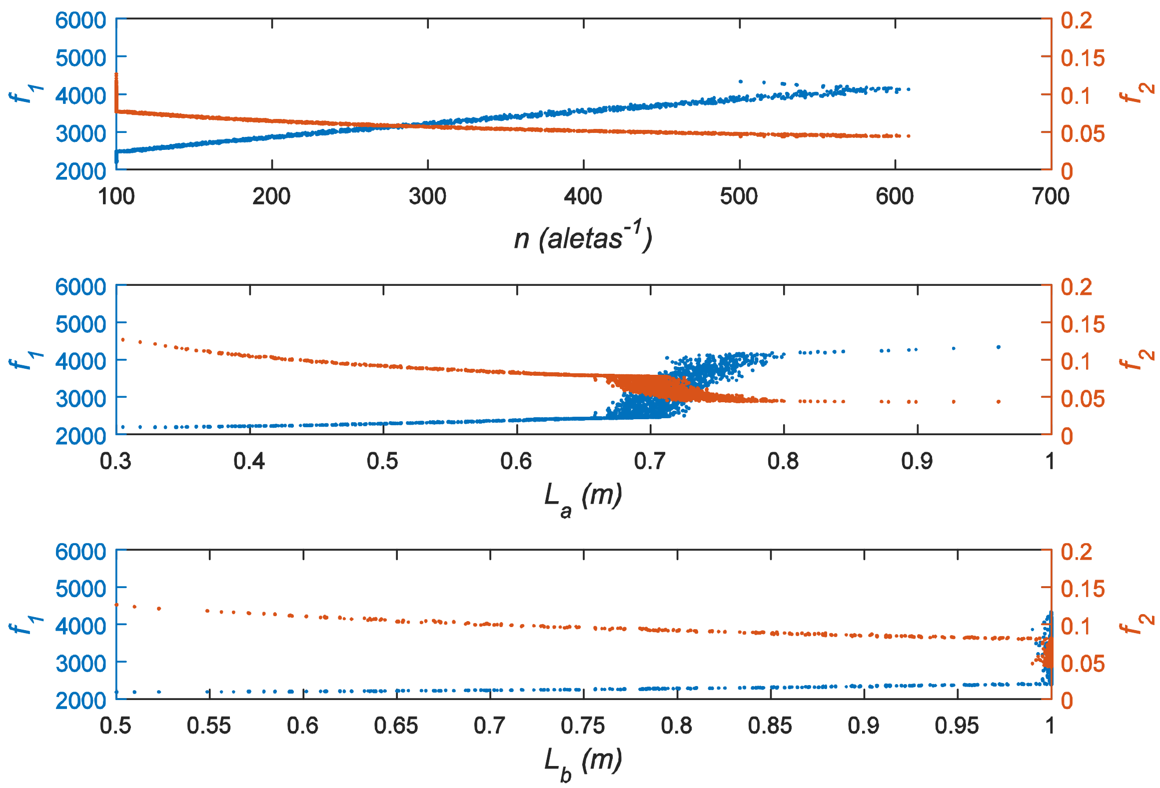
(b)

Tabela 6.20 – Métricas de avaliação para a frente de Pareto obtida para o trocador de placas-planas.

Métrica	MODE	MOTDE	MOJADE	MOOOA
S	325,06	359,21	291,25	257,28
HV	112,59	136,62	135,06	106,63

Em relação às variáveis de decisão utilizadas na otimização, das sete apenas três apresentam significativa variação, sendo as mesmas n, La e Lb, enquanto as demais variáveis apresentaram valores próximos à 0,010 m para H, 0,001 m para t, 0,010 m para l e 10 para Na. A Figura 6.13 apresenta a variação dessas variáveis em relação às funções objetivo. Pode-se observar que as três variáveis apresentam tendência conflitantes em relação as funções objetivo. Maior quantidade de aletas por metro resultou em maior custo total, enquanto maiores valores para La e Lb encontraram menores custos totais. Uma análise contrária revela o comportamento das variáveis para os valores de unidades de geração de entropia.

Figura 6.13 – Variáveis de decisão n, L_a e L_b para o trocador de calor placas-planas.



A avaliação térmica sobre os coeficientes de transferência de calor, perdas de carga, números de Reynolds e área de transferência de calor e eficiência resultaram nas Figuras 6.14 a 6.17. Observa-se que os coeficientes de transferência de calor tanto para o fluido quente quanto para o fluido frio apresentam comportamento semelhante para ambas as funções objetivo, atingindo valores entre 774,3 e 1095 $W.m^{-2}.K^{-1}$ para o fluido quente e entre 720,8 e 1208 $W.m^{-2}.K^{-1}$para o fluido frio.

Figura 6.14 – Coeficientes de transferência de calor para o trocador de calor placas-planas.

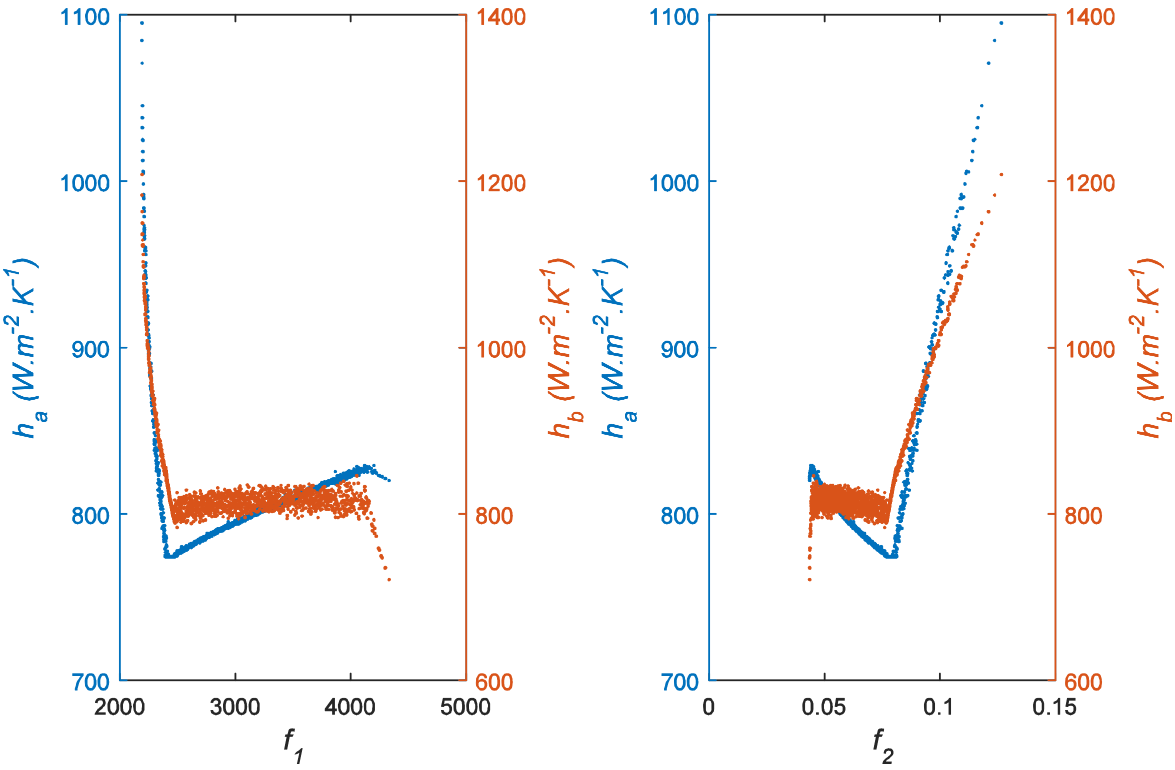


Figura 6.15 – Perdas de carga para o trocador de calor placas-planas.

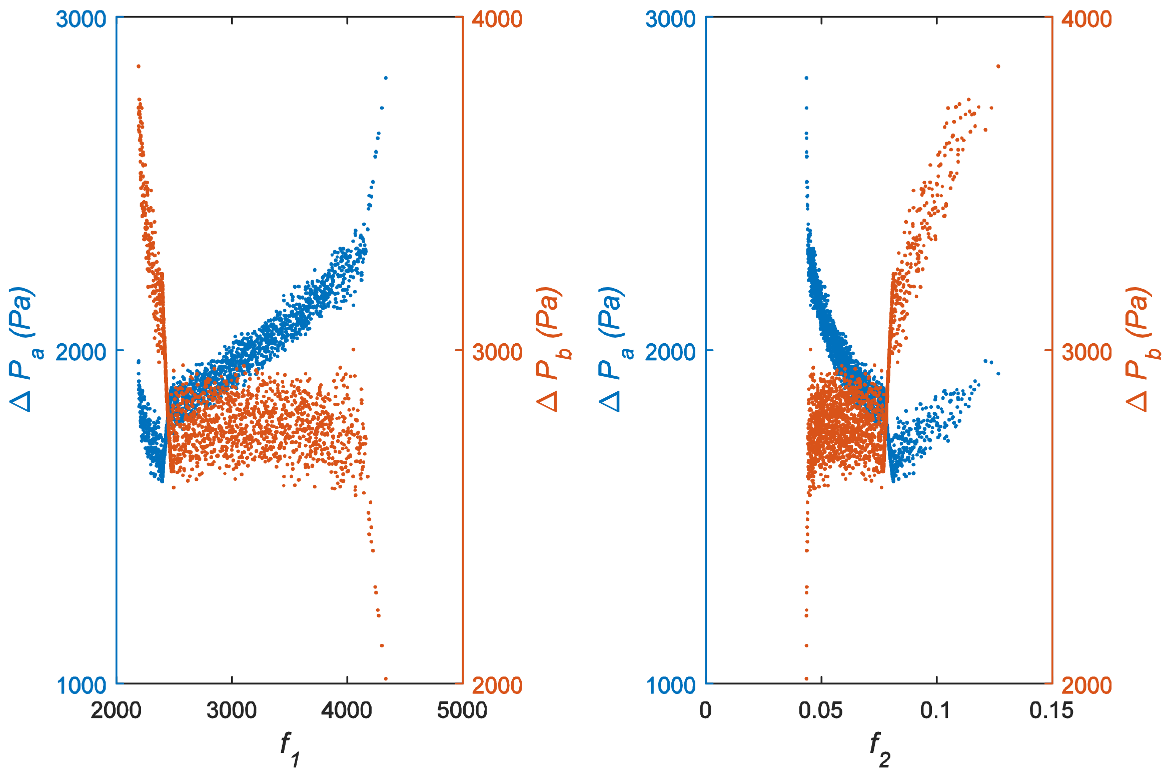


Figura 6.16 – Números de Reynolds obtidos para o trocador de calor placas-planas.

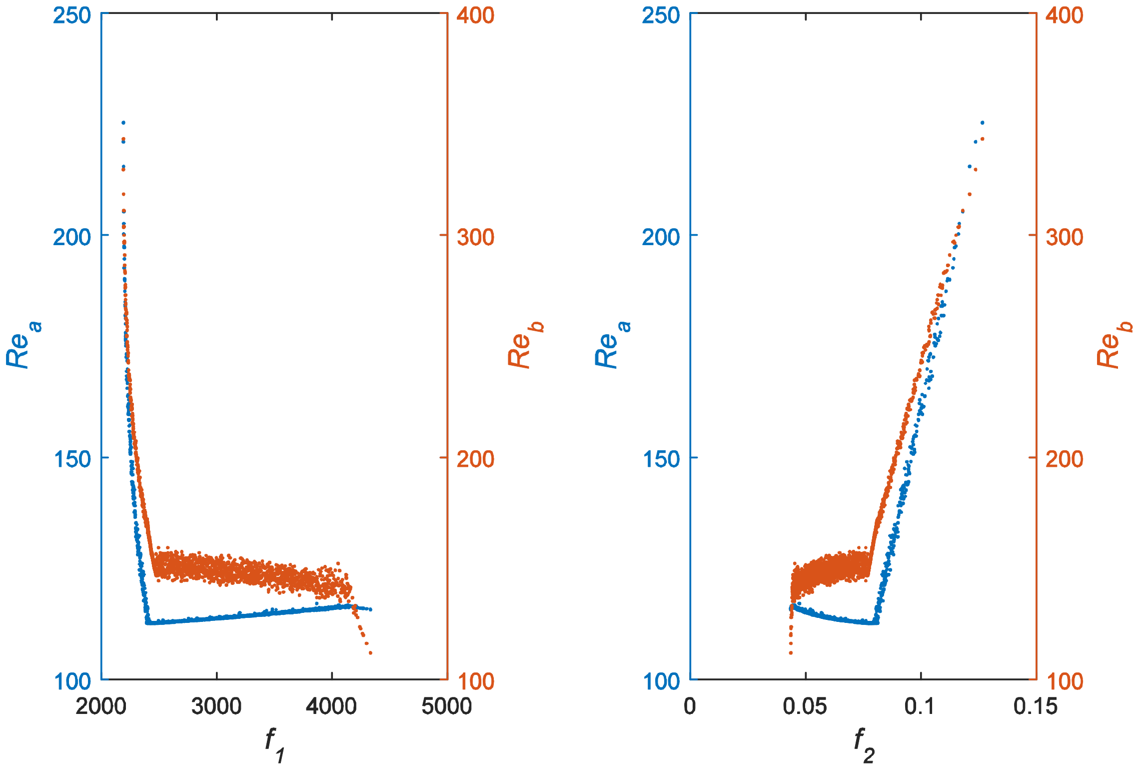
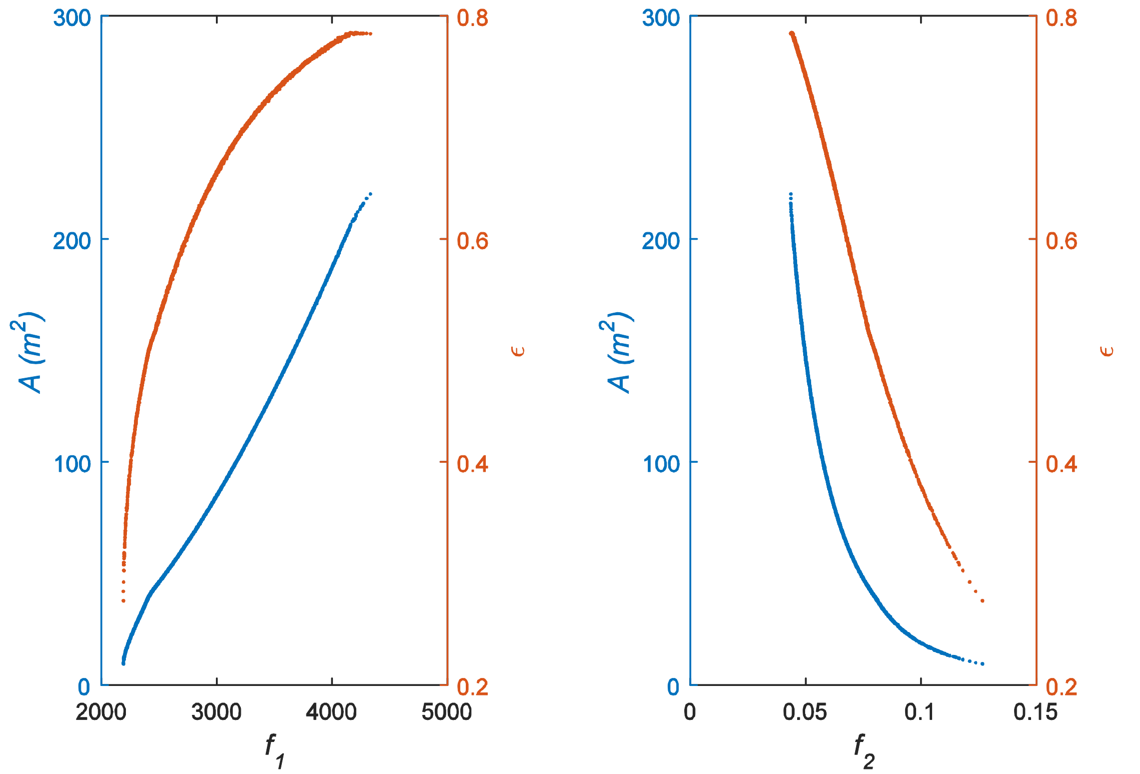


Figura 6.17 – Áreas totais e eficiência para o trocador de calor placas-planas.



Para as perdas de carga comportamentos distintos foram obtidos, onde maiores perdas de carga para o fluido quente resultaram em maiores valores para o custo total e menores para as unidades de geração de entropia, enquanto os comportamentos para as perdas de carga do fluido frio apresentaram tendência contrária. Em suma foram encontrados valores entre 1606,6 e 2816,4 Pa para o fluido quente e entre 2013,9 e 3851,6 Pa para o fluido frio.

Da mesma forma que para o trocador de calor casco-tubo uma avaliação dos valores para os números de Reynolds para os fluidos quente (entre 112,6 e 225,4) e frio (entre 112 e 343,5), revela-se importante para maior conhecimento sobre o desempenho térmico do trocador de calor de placas-planas uma vez que influem diretamente nos coeficientes de transferência de calor. Observa-se que tanto para o fluido quente quanto o fluido frio os números de Reynolds apresentam elevada variação, até mesmo dobrando de valor, e possuindo a mesma tendência para as funções objetivo, onde um decaimento atinge maiores valores de custo total e um aumento apresenta maiores valores de unidades de geração de entropia, características claramente conflitantes. Ainda, para as áreas totais, foram encontrados valores entre 9,5 e 220,2 m² e para a eficiência valores entre 27% e 79%. A avaliação das áreas totais e da eficiência do processo demonstram que ambas têm distinto comportamento com as funções adotadas.

6.5 CONCLUSÕES SOBRE OS RESULTADOS DOS CASOS ESTUDO

Os experimentos mono-objetivo realizados com ambos os trocadores de calor demonstraram que as modificações com a distribuição de Tsallis possibilitaram alcançar melhores resultados que os algoritmos originais e que as novas metaheurísticas propostas obtiveram os melhores resultados para as otimizações econômicas e termodinâmicas dos casos estudo abordados, superando trabalhos anteriormente publicados por outros autores utilizando diversas técnicas.

O OOA atingiu melhor resultado para o custo total do trocador de casco-tubos e o FOA atingiu o melhor resultado para as unidades de geração de entropia do trocador de calor placas-planas, enquanto ambos encontraram melhores resultados para as unidades de geração de entropia do trocador de casco-tubos e custo total do trocador de calor placas-planas. Foram obtidas melhoras de até 27% para o custo total e de até 9,2% para as unidades de geração de entropia para o trocador de calor casco-tubos, e até 38,7% para o custo total e até 2,6% para as unidades de geração de entropia para o trocador de calor placas-planas.

Ainda, no que tange uma avaliação térmica, foi possível observar o impacto das variáveis de decisão nos trocadores de calor, onde verificou-se que o aumento nos valores encontrados para o número de Reynolds causa significativa elevação nos coeficientes de transferência de calor, que por sua vez influencia na redução das áreas superficiais de transferência de calor, e nas perdas de cargas. Os valores encontrados para o número de Nusselt em todas as simulações realizadas tanto para o trocador de calor casco-tubos quanto para o trocador de calor placas-planas situaram-se com valores elevados, $Nu \gg 1$, demonstrando que o processo de transferência de calor se dá por via predominantemente convectiva.

As simulações realizadas e as frentes de Pareto conformadas com os pontos não-dominados obtidos pelos algoritmos revelaram que a versão multiobjetivo da TDE apresentou melhores HV entre os métodos que apresentaram pontos não-dominados, superando NSGA-II, MODE, MOJADE e MOOOA para o trocador casco-e-tubo e o MODE, MOJADE e MOOOA para o trocador de calor de placas-planas. Ainda, no caso do trocador de calor casco-tubos melhor distribuição foi obtida pelo MOJADE enquanto para o trocador de calor placas-planas essa característica foi atingida pelo MOOOA, e em ambos os casos melhor convergência-diversidade foi obtida para MOTDE.

A frente de Pareto obtida para o trocador de calor casco-tubos apresentou contribuição de pontos não-dominados de 39,7% pelo NSGA-II, 21,3% pelo MODE, 28,4% pelo MOTDE, 7,7% pelo MOJADE e 2,9% pelo MOOOA, enquanto a frente de Pareto obtida para o trocador de calor placas-planas apresentou contribuição de pontos não-dominados de 28,9% pelo MODE, 30,2% pelo MOTDE, 24% pelo MOJADE e 16,9% pelo MOOOA.

Os métodos MOFOA e MOWDO não apresentaram desempenho satisfatório para os casos dos trocadores de calor, sendo ausentes nas frentes de Pareto não-dominadas. Isso é devido ao fato de terem apresentado baixa capacidade de geração de pontos não-dominados para a conformação da frente de Pareto.

7 CONCLUSÕES

O presente trabalho teve por objetivos a otimização mono-objetivo e multiobjetivo de diferentes trocadores de calor, a saber, o trocador de calor casco-tubo e placas-planas utilizando-se algoritmos evolutivos e algoritmos inspirados na natureza. Os algoritmos escolhidos para as simulações foram o *Differential Evolution*, *Adaptive Differential Evolution JADE* e *Wind Driven Optimization*. Além disso, uma modificação desses algoritmos foi proposta por meio da inserção da distribuição de Tsallis para a adaptação dos parâmetros de controle das evoluções dos algoritmos. Da mesma forma foram propostas novas metaheurísticas baseadas no comportamento de caça do falcão (*Falcon Optimization Algorithm*) e no comportamento chamariz da coruja (*Owl Optimization Algorithm*).

Os experimentos realizados com as funções teste mono e multiobjetivo demonstraram efetividade dos métodos propostos em ambos os casos para as dimensionalidades avaliadas. Quanto ao desempenho no que tange ao tempo de execução foi verificado que o *Owl Optimization Algorithm* atingiu os maiores tempos de processamento enquanto o *Falcon Optimization Algorithm* atingiu melhores resultados de forma geral. Dentre as modificações, a mais promissora foi a DE com a distribuição de Tsallis. Já as métricas multiobjetivo demonstraram bom desempenho em todos os aspectos avaliados: capacidade, convergência, diversidade e convergência-diversidade. Ainda, foi possível verificar que dentre as técnicas avaliadas a versão multiobjetivo do *Falcon Optimization Algorithm* manteve seu desempenho com o aumento da dimensão dos problemas, enquanto que fato oposto foi obtido com o *Owl Optimization Algorithm*, com uma perda significativa de desempenho para maiores dimensões.

No caso das simulações com o trocador de calor casco-tubo foram considerados os seguintes valores superiores e inferiores para as variáveis de decisão: D_s entre 0,20 e 1,00 m, d_o entre 0,008 e 0,051 m e B entre 0,20 e 0,45 m. Os resultados encontrados apontam melhoras de até 27% nos valores dos custos encontrados em relação às pesquisas anteriormente realizadas com esse mesmo objetivo e redução de 9,2% nos valores de unidades de geração de entropia. Para o trocador de calor de placas-planas foram considerados os seguintes valores superiores e inferiores para as variáveis de decisão os mesmos: L_a entre 0,1 e 1 m, L_b entre 0,1 e 1 m, H entre 0,002 e 0,01 m, n entre 100 e 1000, t entre 0,001 e

0,0002 m, l entre 0,001 e 0,01 m e N_a entre 1 e 10. Os resultados encontrados demonstram melhoras de até 38,7% nos valores dos custos e de 2,6% no que diz respeito às unidades de geração de entropia. Ainda, o melhor resultado para a minimização do custo total do trocador de calor casco-tubos foi encontrado com o *Owl Optimization Algorithm*, enquanto o *Falcon Optimization Algorithm* atingiu o melhor resultado para a minimização das unidades de geração de entropia para o trocador de calor placas-planas. Ambas as novas metaheurísticas propostas alcançaram os melhores resultados para a otimização termodinâmica do trocador de calor casco-tubos e para a otimização econômica do trocador de calor placas-planas.

Para a otimização multiobjetivo, no caso do trocador de calor casco-tubos, ocorre uma distribuição de valores na faixa entre 0,88 a 1,0 m para a variável de decisão D_s, já para a variável de decisão B ocorre uma predominância de valores na faixa próxima a 0,45 m e para a variável de decisão do ocorrem valores na faixa entre 0,015 a 0,020 m. A frente de Pareto encontrada possui contribuição de 39,7% pelo NSGA-II, 21,3% pelo MODE, 28,4% pelo MOTDE, 7,7% pelo MOJADE e 2,9% pelo MOOOA. Já para o trocador de calor de placas-planas existe uma distribuição dos valores da variável de decisão L_a entre 0,3 a 1,0 m e uma predominância dos valores da variável de decisão L_b entre 0,5 a 1,0 m, enquanto para a variável n os valores encontrados situaram-se predominantemente entre 100 e 600 aletas por m. Para este trocador de calor torna-se importante citar que outras variáveis obtiveram estagnação em um de seus limites do espaço de procura. A DE, TDE e JADE apresentaram valores de H, t, l e N_a respectivos de 0,01 m, 0,001 m, 0,01 m e 10. A frente de Pareto obtida para esse trocador de calor possui contribuição de 28,9% pelo MODE, 30,2 pelo MOTDE, 24% pelo MOJADE e 16,9% pelo MOOOA.

Em ambos os casos explorados na otimização multiobjetivo o método MOTDE (versão multiobjetivo da DE com a distribuição de Tsallis) superou a contribuição efetiva de seu predecessor original, sendo que o mesmo obteve também os melhores valores para a métrica de convergência-diversidade (Hipervolume) para ambos os trocadores de calor. Ainda, as melhores distribuições foram obtidas com o MOJADE para o trocador de calor casco-tubos e MOOOA para o trocador de calor placas-planas.

As análises térmicas possibilitaram determinar a influência das variáveis de decisão nos números de Reynolds, coeficientes de transferência de calor, perdas de carga e áreas superficiais de troca de calor e suas respectivas relações com as funções objetivo. Verificou-se que o aumento nos valores encontrados para o número de Reynolds causa significativa elevação nos coeficientes de transferência de calor, que por sua vez influencia na redução das áreas superficiais de transferência de calor, e nas perdas de cargas. Os valores encontrados para o número de Nusselt em todas as simulações realizadas tanto para o trocador de calor casco-tubos quanto para o trocador de calor placas-planas situaram-se com valores elevados, $Nu \gg 1$, demonstrando que o processo de transferência de calor se dá por via predominantemente convectiva.

7.1 RECOMENDAÇÕES DE PESQUISAS FUTURAS

Os resultados apresentados demonstraram que os algoritmos utilizados no trabalho, tanto os modificados quanto as propostas de novas metaheurísticas, são promissoras e acredita-se que melhorias no processo de execução possam melhorar seus desempenhos no que tange ao tempo de processamento.

Outro aspecto importante que deve ser ressaltado é o fato de que as propostas de metaheurísticas de otimização podem ser aprimoradas no que concerne à auto-adaptabilidade dos parâmetros de controle de evolução. Da mesma forma, as versões multiobjetivo podem ser melhoradas ao considerar o uso de alguma métrica de forma interna.

Próximos trabalhos vinculados ao tema poderiam explorar de forma prática o impacto de conformações industriais e comerciais dos componentes dos sistemas nos valores finais de custo dos trocadores de calor em questão, uma vez que isso promoveria diversas possibilidades dentre o universo real.

7.2 PUBLICAÇÕES

Durante o período de elaboração do trabalho foram obtidas algumas publicações em periódicos e em eventos nacionais e internacionais.

7.2.1 Artigos Completos Publicados em Periódicos

VASCONCELOS SEGUNDO, E. H., AMOROSO, A. L., MARIANI, V. C., COELHO, L. S. **Economic optimization design for shell-and-tube heat**

exchangers by a Tsallis differential evolution. Applied Thermal Engineering, v. 111, p. 143-151, 2017.

VASCONCELOS SEGUNDO, E. H., AMOROSO, A. L., MARIANI, V. C., COELHO, L. S. **Thermodynamic optimization design for plate-fin heat exchangers by Tsallis JADE.** International Journal of Thermal Sciences, v. 113, p. 136-144, 2017.

MARTINEZ, L. C.; MARIANI, V; C.; COELHO, L. S.; *VASCONCELOS SEGUNDO, E. H.* **Differential Evolution algorithm applied in a numerical cost optimization design of a shell-and-tube heat exchanger.** Engenharia Térmica (*Thermal Engineering*), vol. 16, n. 1, p. 11-18, 2017.

KLEIN, C. E.,*VASCONCELOS SEGUNDO, E. H.*, MARIANI, V. C., COELHO, L.S. **Modified social-spider optimization algorithm applied to electromagnetic optimization.** IEEE Transactions on Magnetics, vol. 52, pp. 1-4, 2016.

AYALA, H. V.,*VASCONCELOS SEGUNDO, E. H.*, COELHO, L. S., MARIANI, V. C. **Multiobjective krill herd algorithm for electromagnetic optimization.** IEEE Transactions on Magnetics, v. 52, 2015.

7.2.2 Trabalhos Completos Publicados em Eventos

MARTINEZ, L. C.; *VASCONCELOS SEGUNDO, E. H.*; MARIANI, V. C.; COELHO, L. S. **Evolução Diferencial Quase-Oposicional Aplicada na Otimização de um Trocador de Calor Casco-Tubo.** In: IX Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, Fortaleza, Brasil, 2016.

AYALA, H. V., *VASCONCELOS SEGUNDO, E. H.*, LEBENSZTAJN, L., MARIANI, V. C., COELHO, L. S. **Multiobjective wind driven optimization approach applied to transformer design.** In: IEEE Congress on Evolutionary Computation (IEEE CEC 2016), Vancouver, Canadá, 2016.

VASCONCELOS SEGUNDO, E.H., MARIANI, V. C., COELHO, L. S. **Spiral heat exchanger optimization using wind driven algorithm.** In: XII Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente (XII SBAI), Natal, Brasil, 2015.

AYALA, H. V., *VASCONCELOS SEGUNDO, E. H.*, LEBENSZTAJN, L., MARIANI, V. C., COELHO, L. S. **Wind driven optimization paradigm using Lévy flights applied to multiobjective transformer design.** In: Conference on the

Computation of Electromagnetic Fields (COMPUMAG 2015), Montreal, Canadá, 2015.

KLEIN, C. E., *VASCONCELOS SEGUNDO, E. H.*, MARIANI, V. C., COELHO, L. S. **Modified social-spider optimization algorithm applied to electromagnetic optimization.** In: Conference on the Computation of Electromagnetic Fields (COMPUMAG 2015), Montreal, Canadá, 2015.

AYALA, H. V, VASCONCELOS SEGUNDO, E. H., MARIANI, V. C., COELHO, L. S. **Multiobjective krill herd algorithm for electromagnetic optimization.** In: Conference on the Computation of Electromagnetic Fields (COMPUMAG 2015), Montreal, Canadá, 2015.

VASCONCELOS SEGUNDO, E. H., LOPES, M. B., MARIANI, V. C., COELHO, L. S. **Optimization of shell-and-tube heat exchanger using wind driven technique.** In: 11th International Conference on Heat Transfer, Fluid Mechanics and Thermodynamics, Kruger National Park, África do Sul, 2015.

COELHO, L. S., MARIANI, V. C., *VASCONCELOS SEGUNDO, E. H.*, MORAIS, M. F., FREIRE, R. Z. **A Zaslavskii firefly approach applied to Loney's solenoid benchmark.** In: IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC), 2014, San Diego, CA/USA, 2014.

MARIANI, V. C., COELHO, L. S., *VASCONCELOS SEGUNDO, E. H.*, FIORI NETO, G., SILVA, A. M. **A modified gravitacional search algorithm for continuous optimization.** In: Genetic and Evolutionary Computational Conference, Vancouver, Canadá, 2014.

VASCONCELOS SEGUNDO, E. H., FIORI NETO, G., SILVA, A. M., MARIANI, V. C., COELHO, L. S. **A modified gravitational search algorithm for continuous optimization.** In: Conference Companion on Genetic and evolutionary computation companion (GECCO Comp.'14), Vancouver, Canadá, 2014.

KLEIN, C. E., *VASCONCELOS SEGUNDO, E. H.*, MARIANI, V. C., COELHO, L. S. **Enhanced flower pollination approach applied to electromagnetic optimization.** In: International Joint Conference on Computational Intelligence (IJCCI), Evolutionary Computation Theory and Applications (ECTA), Roma, Itália, 2014.

COELHO, L. S., *VASCONCELOS SEGUNDO, E. H.*, GUERRA, F. A., MARIANI, V. C. **A differential beta quantum-behaved particle swarm optimization for circular antenna array design.** In: International Joint Conference

on Computational Intelligence (IJCCI), Evolutionary Computation Theory and Applications (ECTA), Roma, Itália, 2014.

VASCONCELOS SEGUNDO, E. H., AMOROSO, A. L. , MARIANI, V. C., COELHO, L. S. **A wind driven approach using Lévy flights for global continuous optimization.** In: 2nd International Conference on Artificial Intelligence, Modelling and Simulation (AIMS 2014), Madri, Espanha, 2014.

REFERÊNCIAS

ABD SAMAD, M.F. **Evolutionary computation in system identification: Review and recommendations.** International Review of Automatic Control, vol. 7, n. 2, p. 208-216, 2014.

AJIBOLA, A. S., ADEWUMI, A. O. **Review of Population Based Metaheuristics in Multi-objective Optimization Problems.** International Journal of Computing, Communications & Instrumentation Engineering, vol. 1, n. 1, p. 126-128, 2014.

ALLEN, B., GOSSELIN, L. **Optimal geometry and flow arrangement for minimizing the cost of shell-and-tube condensers.** International Journal of Energy Research, vol. 32, n. 10, p. 958-969, 2008.

AHRENS C.D. **Meteorology Today: An Introduction to Weather, Climate, and the Environment.** 7. Ed., Thomson-Brook/Cole, Belmont/USA, 2003.

AMINI, M., BAZARGAN, M. **Two objective optimization in shell-and-tube heat exchangers using genetic algorithm.** Applied Thermal Engineering, vol. 69, p. 278-285, 2014.

ATASHPAZ-GARGARI, E., LUCAS, C. **Imperialist Competitive Algorithm: An algorithm for optimization inspired by imperialist competition.** In: IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC 2007), Singapura, Singapura, 2007.

ARROYO, J. E. C. **Heurísticas e metaheurísticas para otimização combinatória multiobjetivo.** Tese de doutorado, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Estadual de Campinas, Campinas - SP, 231 p., 2002.

ASADI, M., SONG, Y., SUNDEN, B., XIE, G. **Economic optimization design of shell-and-tube heat exchangers by cuckoo-search-algorithm.** Applied Thermal Engineering, vol. 73, p. 1032-1040, 2014.

ASKARZADEH, A. **A novel metaheuristics method for solving constrained engineering optimization problems: crow search algorithm.** Computers & Structures, vol. 169, p. 1-12, 2016.

AYALA, H. V. H., KELLER, P., MORAIS, M. F., MARIANI, V. C., COELHO, L. S., RAO, R. V. **Design of heat exchangers using a novel multiobjective free search differential evolution paradigm.** Applied Thermal Engineering, vol. 94, p. 170-177, 2016.

BABU, B.V., MUNAWAR, S.A. **Differential evolution strategies for optimal design of shell-and-tube heat exchangers.** Chemical Engineering Science, vol. 62, n. 14, p. 3720-3739, 2007.

BACK, T. **Evolutionary Algorithms in Theory and Practice**. Oxford University Press, New York/USA, 1996.

BÄCK, T., HAMMEL, U., SCHWEFEL, H. P. **Evolutionary computation: comments on the history and current state.** IEEE Transactions on Evolutionary Computation, vol. 1, n. 1, p. 3-17, 1997.

BAO Z., ZHOU Y., LI L., MA M. **A hybrid global optimization algorithm based on wind driven optimization and differential evolution.** Mathematical Problems in Engineering, 20 p., 2015.

BAYRAKTAR Z., KOMURCU M., WENER D.H. **Wind driven optimization (WDO): A novel nature-inspired optimization algorithm and its application to electromagnetic.** In: Antennas and Propagation Society International Symposium (APSURSI), Toronto, Canadá, 2010.

BAYRAKTAR Z., KOMURCU M., BOSSARD J.A. **The wind driven optimization technique and its application in electromagnetics.** IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 61, n. 5, p. 2745-2757, 2013.

BEJAN, A. **The concept of irreversibility in heat exchanger design: counter flow heat exchangers for gas-to-gas applications.** ASME Journal of Heat Exchanger, vol. 99, p. 374-380, 1977.

BEJAN, A. **Entropy generation units: the method of thermodynamic optimization of finite-size systems and finite-time process.** CRC Press, 1995.

BEJAN, A. **Transferência de calor**. Editora Edgard Blücher, USA, 1996.

BEYER, H. G., SCHWEFEL, H. P. **Evolution strategies.** Natural Computing, vol. 1, p 3-52, 2002.

BISWAS, A., MISHRA, K. K., TIWARI, S., MISRA, A. K. **Physics-Inspired Optimization Algorithms: A Survey.** Journal of Optimization, 16 p., 2013.

BRADSTREET, L. **The hypervolume indicator for multi-objective optimisation: calculation and use.** Tese de doutorado, Departamento de Ciência da Computação e Engenharia de Software da University of Western Australia, 148 p., 2011.

BRANDÃO, Milena Almeida Leite. **Estudo de alguns métodos determinísticos de otimização irrestrita.** Dissertação de mestrado do Programa de Pós-Graduação em Matemática da Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia - MG, 82 p., 2010.

BUCHANAN, J. B., HERMAN, S.G., JOHNSON, T.M. **Success rates of the Peregrine Falcon (*Falco peregrinus*) hunting Dunlin (*Calibris alpina*) during winter.** Raptor Research, vol. 20, p 130-131, 1986.

CAPUTO A.C., PELAGAGGE P.M., SALINI P. **Heat exchanger design based on economic optimization.** Applied Thermal Engineering, vol. 27, p 1151-1159, 2007.

CHAUDURI P.D., DIWEKAR U., LOGSDON J. **An automated approach for the optimal design of heat exchangers.** Industrial & Engineering Chemistry Research, vol. 36, p. 3685-3693, 1997.

CHENG, S.-L., HWANG, C. **Optimal approximation of linear systems by a differential evolution algorithm.** IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics - Part A: Systems and Humans, vol. 31, n. 6, p. 698-707, 2001.

CHEREMISINOFF, N. P. **Handbook of chemical processing equipment.** Butterworth-Heinemann, Woburn, MA/USA, 2000.

CHOLAVENDHAN S., SIVA KUMAR, R., KARNAN, M. **A survey on application of bio-inspired algorithms.** International Journal of Computer Science and Information Technologies, vol. 5, n. 1, p. 366-370, 2014.

COELLO, C. A. C. **An updated survey of ga-based multiobjective optimization techniques: state of the art and future trends.** CEC, v. 1, p. 3-13, 1999.

COELLO COELLO, C.A. **Theoretical and numerical constraint-handling techniques used with evolutionary algorithms: a survey of the state of the art.** Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 191, p. 1245–1287, 2002.

COELLO, A. C. **20 years of evolutionary multi-objective optimization: what has been done and what remains to be done.** In: Computational Intelligence: Principles and Practice, IEEE Computational Intelligence Society, New York, NY/USA, p. 73-88, 2006.

COELLO, C.A.C., LAMONT, G. B., VELDHUIZEN, D.A.V. **Evolutionary Algorithms for Solving Multi-Objective Problems**. 2ª Ed. Springer, NY/USA, 2007.

COHON, J. L. **Multiobjective Programing and Planning**. Academic Press, New York, NY/USA, 1978.

CORTINES, A. A. G. **Dinâmica intradiária do mercado de ações brasileiros.** Dissertação de mestrado da Programa de Pós-Graduação em Física da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Programa de Pós-Graduação em Física, Rio de Janeiro - RJ, 126 p., 2005.

CRUZ, I.L.L., WILLIGENBURG, L.G.V., STRATEN, G. V. **Efficient Differential Evolution algorithms for multimodal optimal control problems.** Applied Soft Computing Journal, vol. 3, p. 97-122, 2003.

CUI, Z., GAO, X. **Theory and applications of swarm intelligence.** Neural Computing & Applications, vol. 21, p. 205-206, 2012.

DAS S., SUGANTHAN P.N. **Differential evolution: a survey of the state-of-the-art.** IEEE Transactions on Evolutionary Computation, vol. 15, n. 1, p. 4-31, 2011.

DAS, S., MULLICK, S. S., SUGANTHAN, P. N. Recent Advances in differential evolution – An updated survey. **Swarm and Evolutionary Computation**, vol. 27, p. 1-30, 2016.

DEB, K. **A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II.** IEEE Transactions on Evolutionary Computation, vol. 6, n. 2, p. 182-197, 2002.

DEMSAR, J. **Statistical comparisons of classifiers over multiple data sets.** Journal of Machine Learning Research, vol. 7, p. 1-30, 2006.

DERRAC, S., GARCIA, S., MOLINA, D., HERRERA, F. **A practical tutorial on the use of nonparametric statistical tests as a methodology for comparing evolutionary and swarm intelligence algorithms.** Swarm and Evolutionary Computation, vol. 1, p. 3-18, 2011.

DIXIT, M., UPADHYAY, N., SILAKARI, S. **An Exaustive Survey on Nature Inspired Optimization Algorithms.** International Journal of Software and Its Applications, vol. 9, n. 4, p. 91-104, 2015.

DOGAN, B., OLMEZ, T. **A new metaheuristic for numerical function optimization: Vortez Search algorithm.** Information Sciences, n. 293, p. 125-145, 2015.

DOYLE, A. C. **The Adventure of the Copper Beeches.** Strand Magazine, 1882.

DRAA, A, BOUZOUBIA, S., BOUKHALFA, I. **A sinusoidal differential evolution algorithm for numerical optimization.** Applied Soft Computing, vol. 27, p 99-126, 2015.

ELSAYED, S. M., SARKER, R. A., RAY, T. **Differential evolution with automatic parameter configuration for solving the CEC2013 competition on real-parameter optimization.** In: IEEE Congress on Evolutionary Computation, Cancún, México, 2013.

ENGELBRECHT A.P. **Fundamentals of Computational Swarm Intelligence.** John Wiley & Sons, Hoboken, USA, 2006.

FALCO, I. D., CIOPPA, A. D., MAISTO, D., SCAFURI, U., TARANTINO, E. **An adaptive invasion-based model for distributed differential evolution.** Information Sciences, vol. 278, p. 53-672, 2014.

FALCONE, M.A.G. **Estudo comparativo entre algoritmos genéticos e evolução diferencial para otimização de um modelo de cadeia de suprimento simplificada.** Dissertação de mestrado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção e Sistemas da Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, PR, 81 p., 2004.

FETTAKA, S., THIBAULT, J., GUPTA, Y. **Design of shell-and-tube heat exchangers using multiobjective optimization.** International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 60, p. 343-354, 2013.

FESANGHARY M., DAMANGIR E., SOLEIMANI L. **Design optimization of shell-and-tube heat exchangers using global sensitivity analysis and harmony search algorithm.** Applied Thermal Engineering, vol. 29, p. 1026-1031, 2009.

FISTER JR., I., YANG, X.-S., FISTER, I., BREST, J., FISTER, D. **A Brief Review of Nature-Inspired Algorithms for Optimization.** Elektrotehniski Vestinik, vol. 80, p. 1-7, 2013.

FONSECA, C. M., FLEMING, P. J. **An overview of evolutionary algorithms in multiobjective optimization.** Evolutionary Computation, vol. 3, n. 1, p. 1–16, 1995.

GEEM, Z.W., KIM, J.H., LOGANATHAN, G.V. **A new heuristic optimization algorithm: harmony search.** Simulation, vol. 76, p. 60-68, 2001.

GLOVER, F., KOCHENBERGER, G. A. **Handbook of Metaheuristics.** Kluwer Academic Publishers, USA, 2003.

GOLDBERG, D. E. **Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning**. Addison-Wesley, USA, 1989.

GONG, W., CAI, Z., LING, C. X., LI, H. **Enhanced differential evolution with adaptive strategies for numerical optimization.** IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics—Part B: Cybernetics, vol. 41, p 397-413, 2011.

GONG, W., FIALHO, A., CAI, Z., LI, H. **Adaptive strategy selection in differential evolution for numerical optimization: An empirical study.** Information Sciences, vol. 181, p. 5364-5386, 2011.

GOSSELIN, L., TYE-GINGRAS, M., MATHIEU-POTVIN, F. **Review of utilization of genetic algorithms in heat transfer problems.** International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 52, p. 2169-2188, 2009.

GUO, J., CHENG, L., XU, M. **Optimization design of shell-and-tube heat exchanger by entropy generation minimization and genetic algorithm.** Applied Thermal Engineering, vol. 29, p. 2954-2960, 2009.

GUT, J. A. W. **Configurações ótimas para trocadores de calor a placas.** Tese de doutorado da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo - SP, 244 p., 2003.

HADIDI, A., HADIDI, M., NAZARI, A. **A new design approach for shell-and-tube heat exchangers using imperialist competitive algorithm (ICA) from economic point of view.** Energy Conversion Management, vol. 67, p. 66-74, 2013.

HADIDI, A., NAZARI, A. **Design and economic optimization of shell-and-tube heat exchangers using biogeography-based (BBO) algorithm.** Applied Thermal Engineering, vol. 51, p. 1263-1272, 2013.

HAIR, J. F., BLACK, W.C., BABIN, B.J., ANDERSON, R.E. **Applied Multivariate Statistical Analysis.** New York, NY/USA, 2002.

HEWITT, G. F. **Heat Exchanger Design Handbook**. Begell House, New York, NY/USA, 1998.

HO, Y-C. PEPYNE, D. L. **Simple Explanation of the No Free Lunch Theorem of Optimization.** In Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control. Orlando, FL/USA, p. 4409-4414, 2001.

HOLLAND, J.H. Genetic algorithms and the optimal allocation of trials. **SIAM Journal on Computing**, Vol. 2, p 88-105, 1973.

HORN, J. **Handbook of Evolutionary Computation**, volume 1. Oxford University Press, Oxford/England, 1997.

HUBAND, S. H., HIGSTON, P., BARONE, L., WHILE, L. **A Review of Multiobjective Teste Problems and a Scalable Test Problem Toolkit.** IEEE Transactions on Evolutionary Computation, vol. 10, p 477-506, 2006.

INCROPERA, F.P., DEWITT, D.P. **Fundamentos da Transferência de Calor e de Massa.** LTC, 6ª Ed., Rio de Janeiro, RJ/Brasil, 2008.

JAMIL, M., YANG, X-S. **A Literature Survey of Benchmark Functions For Global Optimization Problems.** International Journal of Mathematical Modelling and Numerical Optimisation, vol. 4, n. 2, p. 150-194, 2013.

JEYAKUMAR, G., SHANMUGAVELAYUTHAN, C. **Experimental Study on Recent Advances in Differential Evolution Algorithm.** International Journal of Applied Evolutionary Computation, vol. 2, n. 2, p. 58-81, 2011.

JIANG, S., ONG, Y-S., ZHANG, J., FENG, L. **Consistencies and Contradictions of Performance Metrics in Multiobjective Optimization.** IEEE Transactions on Cybernetics, 14 p., 2014.

JOSHI, H. M., WEBB, R. L. **Heat transfer and friction in the offset strip-fin heat exchanger.** International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 30, n. 1, p. 69-84.

KAKAÇ, S., LIU, H. **Heat exchangers: selection, rating, and thermal design.** CRC Press LLC, 2 Ed., Boca Raton, FL/USA, 2002.

KARABOGA, D. **An Idea Based on Honeybee Swarm for Numerical Optimization.**Technical Report TR06, Erciyes University, Engineering Faculty,Computer Engineering Department, Turquia, 2005.

KARABOGA, D., AKAY, B. **A comparative study of artificial bee colony algorithm.** Applied Mathematics and Computation, vol. 214, n. 1, p. 108-132, 2009.

KAYS, W.M., LONDON, L.A. **Compact Heat Exchangers.** McGraw-Hill Professional, 3.ª Ed., USA, 1998.

KENNEDY, J., EBERHART, R. **Particle Swarm Optimization.** IEEE International Conference on Proceedings in Neural Networks, p. 1942-1948, 1995.

KERN, D.Q. **Process Heat Transfer.** McGraw-Hill, New York, NY/USA, 1950.

KOZA, J. R. **Genetic Programming: On the Programming of Computers by Means of Natural Selection**. MIT Press, Cambridge, USA. 1992.

KREITH, F., BOHN, M. S. **Princípios de transferência de calor.** São Paulo/SP: Pioneira Thomson Learning, 2003.

MAINARDES, R. L. S. **Otimização de trocadores de calor de tubos aletados circulares e elípticos em regime turbulento.** Tese de doutorado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia da Universidade Federal do Paraná, Curitiba - PR, 152 p., 2007.

MALLIPEDDI, R., WU, G., LEE, M., SUGANTHAN, P. N. **Gaussian adaptation based parameter adaptation for differential evolution.** IEEE Congress on Evolutionary Computation, Beijing, China, 2014.

MARIANI V.C., DUCK A.R.K., GUERRA F.A., COELHO L.S., RAO R.V. **A chaotic quantum-behaved particle swarm approach applied to optimization of heat exchangers.** Applied Thermal Engineering, vol. 42, p. 119-128, 2012.

MASHWANI, W.K. **Enhanced versions of differential evolution: state-of-the-art survey.** International Journal of Computing Science and Mathematics, vol. 5, p. 107-1226, 2014.

MATOS, R. S. **Otimização e comparação de desempenho de trocadores de calor de tubos circulares e elípticos aletados.** Tese de doutorado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia da Universidade Federal do Paraná, Curitiba - PR, 224 p., 2003.

MENG, X-B., GAO, X. Z., LU, L., LIU, Y., ZHANG, H. **A new bio-inspired optimisation algorithm: Bird swarm algorithm.** Journal of Experimental & Theoretical Artificial Intelligence, vol. 28, p. 673-687, 2016.

MIRJALILI, S. **Moth-flame optimization algorithm: A novel nature-inspired heuristic paradigm.** Knowledge-Based Systems, vol. 89, p. 228-249, 2015.

MISHRA, M, DAS, P.K., SARANGI, S. **Second law based optimisation of crossflow plate-fin heat exchanger design using genetic algorithm.** Applied Thermal Engineering, vol. 29, p. 2983-2989, 2009.

MOHANTY, D. K. **Application of firefly algorithm for design optimization of a shell-and-tube heat exchanger from economic point-of view.** International Journal of Thermal Sciences, vol. 102, p. 228-238, 2016.

MORAN, M. J., SHAPIRO, H. N., MUNSON, B. R., DEWITT, D. P. **Introdução à engenharia de sistemas térmicos: termodinâmica, mecânica dos fluidos e transferência de calor.** Rio de Janeiro/RJ: LTC, 2014.

NEMADE, N., RANE, D. **A Review on Bio-Inspired Computing Algorithms and Application.** Journal of Computer Engineering, p. 12-19, 2016.

NERI, F., TIRRONEN, V. **Recent advances in differential evolution: a survey and experimental analysis.** Artificial Intelligence Review, vol. 33, p. 61-106, 2010.

NI, Q., DENG, J. **Analysis of population diversity of dynamic probabilistic particle swarm optimization algorithms.** Mathematical Problems in Engineering, 9 p., 2014.

OZCELIK Y. **Exergetic optimization of shell-and-tube heat exchanger using a genetic based algorithm.** Applied Thermal Engineering, vol. 27, p 1849-1856, 2007.

OZKOL, I., KOMURGOZ, G. **Determination of the optimum geometry of the heat exchanger body via a genetic algorithm.** Numerical Heat Transfer Part A – Applications, vol. 48, n. 3, p. 283-296, 2005.

PARETO, V. **Cours D'Economie Politique**, volume 1. F. Rouge, 1896.

PATEL V.K., RAO R.V. **Design optimization of shell-and-tube heat exchanger using particle swarm optimization technique.** Applied Thermal Engineering, vol. 30, p. 1417-1425, 2010.

PENG, H., LING, X. **Optimal design approach for the plate-fin heat exchangers using neural networks cooperated with genetic algorithms.** Applied Thermal Engineering, vol. 28, p. 642-650, 2008.

RAO, R.V., PATEL, V.K. **Thermodynamic optimization of cross flow plate-fin heat exchanger using a particle swarm optimization algorithm.** International Journal of Thermal Sciences, vol. 49, p. 1712-1721, 2010.

RAO, R. V., PATEL, V. **Thermodynamic optimization of plate-fin heat exchanger using teaching-learning-based optimization (TLBO) algorithm.** International Journal of Advances in Thermal Sciences and Engineering, vol. 2, p. 91-96, 2011.

RAO, R. V., SAROJ, A. **Economic optimization of shell-and-tube heat exchanger using Jaya algorithm with maintenance consideration.** Applied Thermal Engineering, vol. 116, p. 473-487, 2017.

REYNOSO-MEZA, G., SANCHIS, J., BLASCO, X., MARTÍNEZ, M. **Design of continuous controllers using a multiobjective differential evolution algorithm with spherical pruning.** In: Applications of Evolutionary Computation. Springer Berlin Heidelberg, p. 532-541, 2010.

RIEHL H. **Introduction to the Atmosphere.** Mc-Graw Hill, New York, NY/USA, 1978.

ROALKVAM, R. **How effective are hunting Peregrines?** Raptor Research, vol. 19, p. 27-29, 1985.

ROHSENOW, W.M., HARTNETT, J.P., CHO, Y.I. **Handbook of heat transfer.** McGraw-Hill, 3 Ed., New York/USA, 1998.

SARKER, R. A., ELSAYED, S. M., RAY, T. **Differential evolution with dynamic parameters selection for optimization problems.** IEEE Transactions on Evolutionary Computation, vol. 18, p. 689-707, 2014.

SCHOTT, J. R. **Fault tolerant design using single and multicriteria genetic algorithm optimization.** Technical report, DTIC Document, 1995.

SELBAS R., KIZILKAN O., REPPICH M. **A new design approach for shell-and-tube heat exchangers using genetic algorithms from economic point of view.** Chemical Engineering and Processing, vol. 45, p. 268-275, 2006.

SHAH, R. K, SEKULIC. D.P. **Fundamentals of heat exchanger design.** John Wiley & Sons Inc, USA, 2003.

SCHUTZE, O., ESQUIVEL, X., LARA, A., COELLO, C. A. C. **Using the average hausdorff distance as a performance measure in evolutionary multiobjective optimization.** IEEE Transactions in Evolutionary Computation, vol. 16, p. 504-522, 2012.

SIMON, D. **Evolutionary Optimization Algorithms: biologically-inspired and population-based approaches to computer intelligence**. John Wiley & Sons, Nova Jersey, EUA, 2013.

SOUZA, E.F. **Entropia de Tsallis e sua aplicação em ações da bolsa de valores.** Dissertação de mestrado do Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Estadual Paulista, 70 p., 2009.

SOUZA, W.N.T., MANZELA, A.A. **Otimização de Desempenho de Trocadores de Calor Compactos.**Revista de Engenharia da Faculdade Salesiana, n. 1, p. 33-44, 2015.

STEUER, R. E. **Multiple Criteria Optimization: Theory, Computation, and Application.** Willey, New York, NY/USA, 1986.

STORN, R., PRICE, K. **Differential Evolution – A simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces.** Journal of Global Optimization, vol. 11, p. 341-359, 1997.

STULL R.B. **Meteorology for Scientists and Engineers.** 2.ª Edição, Brooks/Cole, Belmont/USA, 1999.

TANABE, R., FUKUNAGA, **A Success-history based parameter adaptation for differential evolution.** In Proceedings of IEEE Congress on Evolutionary Computation 2013, Cancún, México, 2013.

THOMPSON, R.D. **Atmospheric Processes and System.** Routledge, New York, NY/USA, 1998.

TICONA, Waldo Gonzalo Cancino. **Algoritmos evolutivos multi-objetivo para a reconstrução de árvores filogenéticas.** Tese de doutorado do Instituto de Ciências Matemáticas de Computação da Universidade de Paulo, 158 p., 2003.

TSALLIS, C. **Possible generalization of Boltzmann-Gibbs statistics.** Journal of Statistical Physics, vol. 52, p. 479-487, 1988.

TURGUT, O. E. **Thermal and Economical Optimization of a Shell and Tube Evaporator Using Hybrid Backtracking Search – Sine – Cosine Algorithm.** Arabian Journal for Science and Engineering, vol. 42, n. 5, p. 2105-2123, 2017.

VALDEVIT, L., PANTANO, A., STONE, H.A., EVANS, A.G. **Optimal active cooling performance of metallic sandwich panels with prismatic cores.** International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 49, p. 3819-3830, 2006.

VELDHUIZEN, D. A. V., LAMONT, G. B. **Multiobjective evolutionary algorithm test suites.** In Proceedings ACM Symposium on Applied Computing, p 351-357, 1999.

VELDHUIZEN, D. A. V., LAMONT, G. B. **Multiobjective evolutionary algorithms: analyzing the state-of-the-art.** Evolutionary Computation, vol. 8, n. 2, p. 125-147, 2000.

WANG, X, ZHAO, S. **Differential evolution algorithm with self-adaptive population rezising mechanism.** Mathematical Problems in Engineering, 14 p., 2013.

WILDI-TREMBLAY, P., GOSSELIN, L. **Minimizing shell-and-tube heat exchanger cost with genetic algorithms and considering maintenance.** International Journal of Energy Research, vol. 41, n. 9, p. 867-885, 2007.

XIE, G.N., SUNDEN, B., WANG, Q.W. **Optimization of compact heat exchangers by genetic algorithm.** Applied Thermal Engineering, vol. 28, p. 895-906, 2008.

XIONG, N., MOLINA, D., ORTIZ, M.L., HERRERA, F. **A walk into metaheuristics for engineering optimization: Principles, methods and recent trends.** International Journal of Computational Intelligence Systems, vol. 8, n. 4, p. 606-636, 2015.

YANG, X-S. **Nature-Inspired Metaheuristic Algorithms**. Luniver Press, UK, 2008.

YANG, X-S., DEB, S. **Cuckoo search via Lévy flights.** In Nature & Biologically Inspired Computing. World Congress on NaBIC 2009, p. 210-214, 2009.

YANG, X-S. **Flower pollination algorithm for global optimization.** Unconventional Computation and Natural Computation, p. 240-249, 2012.

YANG, X.S.,CUI, Z., XIAO, R., GANDOMI, A.H., Karamanoglu, M. **Swarm Intelligence and Bio-Inspired Computation**, Elsevier, Waltham, MA, 2013.

YOUSEFI, M., ENAYATIFAR, R., DARUS, A. N. **Optimal design of plate-fin heat exchangers by a hybrid evolutionary algorithm.** International Communications in Heat and Mass Transfer, vol. 39, p. 258-263, 2012.

YOUSEFI, M., ENAYATIFAR, R., DARUS, A. N., ABDULLAH, A. H. **Optimization of plate-fin heat exchangers by an improved harmony search algorithm.** Applied Thermal Engineering, vol. 50, p. 877-885, 2013.

YOUSEFI, M., YOUSEFI, M., KAHKSAR, W., ALNAIMI, F.B.I., DARUS, A.N. A **Comprehensive review on the application of evolutionary computation in design optimization of plate-fin heat exchangers.** International Review of Mechanical Engineering, vol. 9, n. 1, p. 81-89, 2015.

ZANG, H., ZHANG, S., HAPESHI, K. **A review of nature-inspired algorithms.** Journal of Bionic Engineering, vol. 7, p. 232-237, 2010.

ZAREA, H., KASHKOOLI, F. M., MEHRYAN, A. M., SAFFARIAN, M. R., BEHERGANI, E. N. **Optimal design of plate-fin heat exchangers by bees algorithm.** Applied Thermal Engineering, vol. 69, p. 267-277, 2014.

ZITZLER, E., THIELE, L. **Multiobjective optimization using evolutionary algorithms – A comparative case study.** In Proceedings Parallel Problem Solving in Nature, p. 292-301, 1998.

ZITZLER, E., THIELE, L. **Multiobjective evolutionary algorithms: A comparative case study and the strength pareto approach.** IEEE Transactions on Evolutionary Computation, vol. 3, p. 257-271, 1999.

ZITZLER, E. **Evolutionary algorithms for multiobjective optimization: methods and applications.** Tese de pós-doutorado do Instituto Federal de Tecnologia de Zurique, Suíça, 1999.

ZHANG, J., SANDERSON, A. **JADE: adaptive differential evolution with optional external archive.** IEEE Transactions on Evolutionary Computation, vol. 13, n. 5, p. 945-958, 2009.

ZHANG, L., UANG, C., ZHOU, J. **A distributed parameter model and its application in optimizing the plate-fin heat exchanger based on the minimum**

entropy generation. International Journal of Thermal Sciences, vol. 49, p. 1427-1436, 2010.

ZHANG, J., ZHAN, Z-H., LIN, Y., CHEN, N., GONG, Y-J., ZHONG, J-H. **Evolutionary computation meets machine learning: A survey.** IEEE Computational Intelligence Magazine, p. 68-75, 2011.

ZHONG, J., ZHANG, J.**SDE: A stochastic coding differential evolution for global optimization.** In proceedings of GECCO'12, Philadelphia, Pennsylvania, USA, p 975-981, 2012.

ZHOU, A., JIN, Y., ZHANG, Q., SENDHOFF, B., TSANG, E. **Combining model-based and genetics-based offspring generation for multi-objective optimization using a convergence criterion.** In Proceedings IEEE Congress of Evolutionary Computation, p. 892-899, 2006.

ÇENGEL, Y. U. **Transferência de Calor e Massa: uma abordagem prática**. 4ª Ed. Porto Alegre, RS: AMGH, 904 p. 2012.

ANEXO A – Ns PARA O TROCADOR DE CALOR CASCO-TUBOS

Para o trocador de calor casco-tubos, expressando-se a taxa de variação da entropia ($\dot{\sigma}$) em relação à diferença finita de temperatura e fricção fluídica tem-se:

$$\dot{\sigma} = \int_i^o \left(\frac{\dot{m}cp}{T} dT\right)_{1,2} + \left[\frac{\dot{m}\Delta P}{\rho} \frac{\ln\left(\frac{T_o}{T_i}\right)}{(T_o - T_i)}\right]_{1,2}$$

onde i representa a entrada e o representa a saída. Expandindo- a expressão obtém-se:

$$\dot{\sigma} = (\dot{m}cp)_1 \ln\left(\frac{T_{1,o}}{T_{1,i}}\right) + \frac{\dot{m}_1 \Delta P_1}{\rho_1} \frac{\ln\left(\frac{T_{1,o}}{T_{1,i}}\right)}{\left(T_{1,o} - T_{1,i}\right)} + (\dot{m}cp)_2 \ln\left(\frac{T_{2,o}}{T_{2,i}}\right) + \frac{\dot{m}_2 \Delta P_1}{\rho_2} \frac{\ln\left(\frac{T_{2,o}}{T_{2,i}}\right)}{\left(T_{2,o} - T_{2,i}\right)}$$

e, adimensionalizando por meio de $\dot{\sigma}/C_{max}$, tem-se o número de geração de entropia:

$$Ns = \frac{\left[(\dot{m}cp)_1 \ln\left(\frac{T_{1,o}}{T_{1,i}}\right) + \frac{\dot{m}_1 \Delta P_1}{\rho_1} \frac{\ln\left(\frac{T_{1,o}}{T_{1,i}}\right)}{\left(T_{1,o} - T_{1,i}\right)} + (\dot{m}cp)_2 \ln\left(\frac{T_{2,o}}{T_{2,i}}\right) + \frac{\dot{m}_2 \Delta P_1}{\rho_2} \frac{\ln\left(\frac{T_{2,o}}{T_{2,i}}\right)}{\left(T_{2,o} - T_{2,i}\right)}\right]}{C_{max}}$$

ANEXO B – Ns PARA O TROCADOR DE CALOR PLACAS-PLANAS

Para o trocador de calor placas-planas, expressando-se a taxa de variação da entropia ($\dot{\sigma}$) de gases ideais em termos de suas temperaturas e pressões tem-se para ambos os fluidos:

$$\dot{\sigma} = \int_i^o \left(\frac{\dot{m}cp}{T} dT\right)_{1,2} + \int_i^o \left(\frac{\dot{m}R}{P} dP\right)_{1,2}$$

onde i representa a entrada e o representa a saída. Considerando-se a 1ª Lei da Termodinâmica e utilizando-se da definição da efetividade (ε) pode-se expressar a taxa de variação da entropia em termos dos parâmetros ε e $\left({\Delta P}/{P}\right)_{1,2}$ da forma:

$$\dot{\sigma} = (\dot{m}cp)_1 \left\{\ln\left[1 - \frac{\varepsilon C_{min}}{(\dot{m}cp)_1}\left(1 - \frac{T_{2,i}}{T_{1,i}}\right)\right] - \frac{R_1}{cp_1}\ln\left(1 - \frac{\Delta P_1}{P_{1,i}}\right)\right\} + (\dot{m}cp)_2 \left\{\ln\left[1 - \frac{\varepsilon C_{min}}{(\dot{m}cp)_2}\left(\frac{T_{2,i}}{T_{1,i}} - 1\right)\right] - \frac{R_2}{cp_2}\ln\left(1 - \frac{\Delta P_2}{P_{2,i}}\right)\right\}$$

e, adimensionalizando por meio de ${\dot{\sigma}}/{C_{max}}$, tem-se o número de geração de entropia:

$$Ns = \frac{(\dot{m}cp)_1}{C_{max}} \left\{\ln\left[1 - \frac{\varepsilon C_{min}}{(\dot{m}cp)_1}\left(1 - \frac{T_{2,i}}{T_{1,i}}\right)\right] - \frac{R_1}{cp_1}\ln\left(1 - \frac{\Delta P_1}{P_{1,i}}\right)\right\} + \frac{(\dot{m}cp)_2}{C_{max}} \left\{\ln\left[1 + \frac{\varepsilon C_{min}}{(\dot{m}cp)_2}\left(\frac{T_{2,i}}{T_{1,i}} - 1\right)\right] - \frac{R_2}{cp_2}\ln\left(1 - \frac{\Delta P_2}{P_{2,i}}\right)\right\}$$

APÊNDICE A – RESULTADOS ESTATÍSTICOS DAS FUNÇÕES TESTE MONO-OBJETIVO

Tabela A1: Resultados estatísticos para a função teste Alpine com $D = 10$.

	DE	TDE	JADE	TJADE	WDO	TWDO	FOA	OOA
Mín. OF	2,314848972	0,764195015	3,864985286	4,303531615	0	0,026264947	0	8,96E-154
Máx. OF	5,227095068	11,90148272	6,962663931	6,804176175	0	0,250787063	0,448007165	0,014381051
$\overline{OF}$	2,830493062	1,692332626	5,663960637	5,936947025	0	0,093777611	0,014933572	0,000656992
σ_{OF}	0,84377749	2,077595504	0,709324762	0,656789783	0	0,061243664	0,081794543	0,002683386
$\bar{t}$	1,34	1,35	1,47	1,61	0,95	1,04	5,90	6,43
σ_t	0,02	0,03	0,04	0,06	0,01	0,04	0,11	0,66

Tabela A2: Resultados estatísticos para a função teste Alpine com $D = 30$.

	DE	TDE	JADE	TJADE	WDO	TWDO	FOA	OOA
Mín. OF	21,94968725	14,76595088	25,06408108	21,26358836	0	0,068505957	0	0,019671857
Máx. OF	25,93415301	37,51511918	30,06539761	31,66623557	0	0,752292855	3,094956413	0,972038666
$\overline{OF}$	22,62398684	18,66262493	27,44940388	27,76394667	0	0,344889326	0,282879397	0,187968443
σ_{OF}	0,973898099	4,349705591	1,332894687	1,876947151	0	0,17631904	0,722540914	0,20103401
$\bar{t}$	2,36	2,22	2,40	2,82	1,17	1,29	10,23	22,18
σ_t	0,20	0,07	0,05	0,32	0,02	0,03	0,30	0,80

Tabela A3: Resultados estatísticos para a função teste Alpine com $D = 50$.

	DE	TDE	JADE	TJADE	WDO	TWDO	FOA	OOA
Mín. OF	43,50527313	35,55949287	45,67792544	45,13117545	0	0,148937534	0	0,271721476
Máx. OF	49,34277884	61,53449217	52,99432355	55,61214616	0	0,918326039	1,245269259	2,352668843
$\overline{OF}$	45,42226846	38,6305663	49,73403594	51,55551209	0	0,507574949	0,112353668	1,140804917
σ_{OF}	1,972062701	5,257707485	1,648568572	2,193009851	0	0,210214317	0,313025597	0,57654985
$\bar{t}$	3,25	3,23	3,49	3,67	1,44	1,62	15,73	44,47
σ_t	0,21	0,09	0,04	0,13	0,02	0,04	0,65	2,40

Tabela A4: Resultados estatísticos para a função teste Powell Sum com $D = 10$.

	DE	TDE	JADE	TJADE	WDO	TWDO	FOA	OOA
Mín. OF	7,98E-07	8,89E-09	5,32E-05	6,13E-05	0	4,30E-11	1,93E-32	1,10E-34
Máx. OF	2,28E-06	0,2264322	0,0046173	0,0059108	9,99E-32	6,30E-08	1,93E-32	6,39E-11
$\overline{OF}$	1,78E-06	0,0075481	0,0010736	0,0019559	3,74E-33	1,24E-08	1,93E-32	2,24E-12
σ_{OF}	7,09E-07	0,0413406	0,0009118	0,0014437	1,83E-32	1,52E-08	0	1,17E-11
$\bar{t}$	1,39	1,39	1,53	1,68	0,99	1,10	5,89	7,15
σ_t	0,07	0,04	0,06	0,05	0,02	0,01	0,12	0,23

Tabela A5: Resultados estatísticos para a função teste Powel Sum com $D = 30$.

	DE	TDE	JADE	TJADE	WDO	TWDO	FOA	OOA
Mín. OF	1,48E-04	2,61E-05	0,0007894	0,0018321	0	1,61E-10	1,93E-32	1,66E-26
Máx. OF	3,33E-03	0,7112012	0,0152944	0,0288204	9,82E-34	4,63E-08	1,93E-32	7,69E-11
$\overline{OF}$	6,27E-04	0,0237675	0,0069943	0,0099315	3,31E-35	1,05E-08	1,93E-32	3,82E-12
σ_{OF}	7,06E-04	0,1298356	0,0040137	0,0071259	1,79E-34	1,20E-08	0	1,42E-11
$\bar{t}$	2,23	2,26	2,42	2,59	1,20	1,43	10,55	25,42
σ_t	0,21	0,07	0,02	0,03	0,05	0,02	0,45	1,10

Tabela A6: Resultados estatísticos para a função teste Powel Sum com $D = 50$.

	DE	TDE	JADE	TJADE	WDO	TWDO	FOA	OOA
Mín. OF	2,30E-03	2,46E-05	0,0030153	0,0031189	0	1,49E-11	1,93E-32	3,52E-22
Máx. OF	2,62E-02	0,7710083	0,0283466	0,060251	4,95E-32	4,11E-08	1,93E-32	2,94E-10
$\overline{OF}$	4,92E-03	0,0258371	0,0129433	0,022689	1,86E-33	8,53E-09	1,93E-32	1,35E-11
σ_{OF}	6,14E-03	0,140741	0,0060028	0,0151505	9,08E-33	1,09E-08	0	5,65E-11
$\bar{t}$	3,21	3,22	3,54	3,79	1,53	1,92	16,04	52,62
σ_t	0,12	0,06	0,06	0,20	0,10	0,12	0,70	3,45

Tabela A7: Resultados estatísticos para a função teste Rastrigin com $D = 10$.

	DE	TDE	JADE	TJADE	WDO	TWDO	FOA	OOA
Mín. OF	29,27733935	10,831316	37,49867734	40,96724221	0	2,31E-06	0	0
Máx. OF	45,20943173	110,3484313	66,66745381	71,88766214	0	6,153767702	6,970553036	1,989918114
$\overline{OF}$	32,54031568	19,28321922	51,57421256	55,10098934	0	0,230661267	0,724087257	0,06633091
σ_{OF}	4,975510915	18,53060075	6,051168657	7,439776125	0	1,124236472	1,757584399	0,363307622
$\bar{t}$	1,44	1,37	1,46	1,60	0,81	0,90	5,83	5,73
σ_t	0,17	0,07	0,04	0,03	0,03	0,01	0,10	0,29

Tabela A8: Resultados estatísticos para a função teste Rastrigin com $D = 30$.

	DE	TDE	JADE	TJADE	WDO	TWDO	FOA	OOA
Mín. OF	0,000148163	2,61E-05	245,7470228	212,6219377	0	0,000286442	0	0,134650863
Máx. OF	0,000148163	2,61E-05	316,8188587	320,8069182	0	12,91298355	34,86175658	7,663483295
$\overline{OF}$	0,000148163	2,61E-05	276,3813674	285,9071569	0	0,482107694	13,31450907	3,66779375
σ_{OF}	2,76E-20	1,38E-20	18,60585453	22,0152229	0	2,351557305	13,34489044	1,820573835
$\bar{t}$	2,16	2,23	2,38	2,55	1,01	1,13	10,79	16,74
σ_t	0,06	0,08	0,04	0,03	0,02	0,02	0,83	0,41

Tabela A9: Resultados estatísticos para a função teste Rastrigin com $D = 50$.

	DE	TDE	JADE	TJADE	WDO	TWDO	FOA	OOA
Mín. OF	0,002304115	2,46E-05	480,020606	457,4897086	0	0,000274004	0	4,975985928
Máx. OF	0,002304115	2,46E-05	560,6519099	595,470699	0	15,90885874	58,10292763	25,35746011
$\overline{OF}$	0,002304115	2,46E-05	527,2149678	538,3590456	0	1,258526928	25,72282365	15,10825465
σ_{OF}	8,82E-19	1,72E-20	23,05342265	31,71247077	0	3,596749018	19,08300485	5,222773398
$\bar{t}$	3,24	3,20	3,61	3,80	1,28	1,45	15,50	29,83
σ_t	0,16	0,10	0,18	0,14	0,03	0,04	0,66	1,21

Tabela A10: Resultados estatísticos para a função teste Salomon com $D = 10$.

	DE	TDE	JADE	TJADE	WDO	TWDO	FOA	OOA
Mín. OF	8,170806199	5,216595891	10,8623258	13,36570683	0	0,001686069	0	0
Máx. OF	10,68821578	10,831316	18,86157285	21,55830224	0	5,152683454	0	0,099873552
$\overline{OF}$	8,842298556	7,211946435	15,50379746	18,02591176	0	2,325326277	0	0,013316615
σ_{OF}	0,625543585	1,519487091	1,63923262	1,815283755	0	2,148507985	0	0,034530753
$\bar{t}$	1,35	1,38	1,49	1,63	0,98	1,06	5,96	7,22
σ_t	0,03	0,04	0,03	0,03	0,04	0,02	0,07	0,44

Tabela A11: Resultados estatísticos para a função teste Salomon com $D = 30$.

	DE	TDE	JADE	TJADE	WDO	TWDO	FOA	OOA
Mín. OF	0,000148163	2,61E-05	71,28517672	67,31560214	0	0,057849429	0	7,43E-21
Máx. OF	0,000148163	2,61E-05	90,98107387	98,5437682	21,90607149	24,35896339	0	5,402607261
$\overline{OF}$	0,000148163	2,61E-05	82,46153407	85,48251651	0,730202383	10,44147874	0	1,486775952
σ_{OF}	2,76E-20	1,38E-20	4,544040691	7,365059111	3,999483166	9,558096869	0	1,156969503
$\bar{t}$	2,14	2,22	2,50	2,60	1,21	1,35	11,45	25,88
σ_t	0,03	0,05	0,11	0,03	0,03	0,04	0,36	1,45

Tabela A12: Resultados estatísticos para a função teste Salomon com $D = 50$.

	DE	TDE	JADE	TJADE	WDO	TWDO	FOA	OOA
Mín. OF	0,002304115	2,46E-05	140,3742737	131,4326806	0	0,038814774	0	3,75593729
Máx. OF	0,002304115	2,46E-05	163,8729524	176,8686038	0	41,25660388	0	12,3975999
$\overline{OF}$	0,002304115	2,46E-05	152,835171	156,0019777	0	6,282573391	0	7,904356089
σ_{OF}	8,82E-19	1,72E-20	6,563405727	10,38457913	0	9,75424709	0	2,51114275
$\bar{t}$	3,28	3,21	3,59	3,78	1,53	1,77	16,09	48,13
σ_t	0,17	0,06	0,05	0,06	0,03	0,08	0,84	1,67

Tabela A13: Resultados estatísticos para a função teste Sphere com $D = 10$.

	DE	TDE	JADE	TJADE	WDO	TWDO	FOA	OOA
Mín. OF	4,63E-09	8,08E-28	4,63E-06	9,24E-07	0	7,57E-10	0	0
Máx. OF	8,30E-07	0,764195	0,0093326	0,0211746	2,37E-17	4,43E-06	0	0,0938027
$\overline{OF}$	7,76E-08	0,0254732	0,0016393	0,0027692	9,72E-19	4,19E-07	0	0,0039486
σ_{OF}	2,19E-07	0,1395223	0,0022472	0,0048137	4,32E-18	8,44E-07	0	0,0173428
$\bar{t}$	1,33	1,34	1,46	1,57	0,79	0,89	5,79	4,73
σ_t	0,02	0,02	0,08	0,05	0,04	0,09	0,06	0,21

Tabela A14: Resultados estatísticos para a função teste Sphere com $D = 30$.

	DE	TDE	JADE	TJADE	WDO	TWDO	FOA	OOA
Mín. OF	4,99E-09	6,54E-26	3,16E-07	1,45E-07	0	2,09E-09	0	0,0001394
Máx. OF	6,96E-08	2,61E-05	0,0083305	0,0170348	8,00E-16	3,73E-06	0	37,915917
$\overline{OF}$	3,84E-08	8,72E-07	0,001111	0,0019907	2,70E-17	6,52E-07	0	6,5573336
σ_{OF}	2,73E-08	4,76E-06	0,0020339	0,0036976	1,46E-16	1,00E-06	0	9,6346286
$\bar{t}$	2,13	2,22	2,35	2,43	0,99	1,06	11,21	14,60
σ_t	0,02	0,03	0,12	0,02	0,03	0,02	0,49	1,09

Tabela A15: Resultados estatísticos para a função teste Sphere com $D = 50$.

	DE	TDE	JADE	TJADE	WDO	TWDO	FOA	OOA
Mín. OF	3,58E-11	2,02E-26	8,61E-06	7,48E-10	0	2,92E-10	0	0,0609423
Máx. OF	1,17E-06	2,46E-05	0,1067023	0,0208805	1,34E-15	1,57E-06	0	337,60397
$\overline{OF}$	7,51E-08	8,23E-07	0,0049599	0,0026474	4,63E-17	2,62E-07	0	59,086838
σ_{OF}	2,26E-07	4,49E-06	0,0193034	0,0051609	2,44E-16	4,16E-07	0	72,099253
$\bar{t}$	3,24	3,21	3,46	3,51	1,30	1,37	15,64	22,43
σ_t	0,13	0,09	0,13	0,10	0,07	0,05	0,68	0,67

Tabela A16: Resultados estatísticos para a função teste Styblinski-Tang com $D = 10$.

	DE	TDE	JADE	TJADE	WDO	TWDO	FOA	OOA
Mín. OF	-375,6626847	-376,2075557	-336,3488822	-336,8681766	-289,7896977	-391,6616552	-391,3795382	-391,661657
Máx. OF	-364,792635	-221,1785927	-276,4600627	-278,6729036	-219,7598591	-320,7456352	-390,1632091	-377,4906027
$\overline{OF}$	-371,3739746	-362,2953376	-305,3530819	-301,421033	-256,9619692	-366,6998048	-390,6419935	-391,1741529
σ_{OF}	3,999962002	27,57686663	14,3458294	14,95758336	18,9897547	21,81787	0,330327753	2,58508395
$\bar{t}$	1,34	1,36	1,44	1,59	0,88	0,95	5,84	6,33
σ_t	0,03	0,06	0,03	0,04	0,05	0,03	0,04	0,20

Tabela A17: Resultados estatísticos para a função teste Styblinski-Tang com $D = 30$.

	DE	TDE	JADE	TJADE	WDO	TWDO	FOA	OOA
Mín. OF	-809,4952885	-965,9003037	-741,8659042	-729,7125612	-735,2340836	-1174,984971	-1174,980629	-1174,984971
Máx. OF	-744,2586003	-569,0062982	-618,667038	-606,9305986	-569,0062982	-959,7929561	-1170	-1109,911308
$\overline{OF}$	-805,420868	-944,9115605	-672,4354416	-658,7061738	-659,7831608	-1052,404681	-1170,848561	-1158,48906
σ_{OF}	15,54341442	73,77839622	32,56214937	31,71197308	44,38899717	76,78034833	1,075729656	16,00461943
$\bar{t}$	2,17	2,21	2,53	2,53	1,26	1,30	10,25	25,22
σ_t	0,06	0,05	0,18	0,03	0,11	0,02	0,05	1,29

Tabela A18: Resultados estatísticos para a função teste Styblinski-Tang com $D = 50$.

	DE	TDE	JADE	TJADE	WDO	TWDO	FOA	OOA
Mín. OF	-1220,444856	-1359,939001	-1057,392775	-1066,883348	-1139,724597	-1958,308285	-1957,581592	-1952,706472
Máx. OF	-911,3521852	-714,9437408	-917,0509461	-911,7148592	-974,9501744	-1583,464384	-1950	-1819,918931
$\overline{OF}$	-1203,724482	-1318,680632	-987,0719925	-972,3588817	-1044,399046	-1769,443925	-1950,900651	-1893,647874
σ_{OF}	60,36750939	115,7854531	39,12638976	41,70888709	41,9894983	142,3697167	1,697875202	34,40546673
$\bar{t}$	3,26	3,32	3,50	3,65	1,67	1,77	15,97	50,40
σ_t	0,20	0,15	0,22	0,17	0,04	0,08	0,72	2,43

Tabela A19: Resultados estatísticos para a função teste Branin.

	DE	TDE	JADE	TJADE	WDO	TWDO	FOA	OOA
Mín. OF	0,397889058	0,397887358	0,397965545	0,397957416	0,399173866	0,397888065	0,397901113	0,397887358
Máx. OF	0,399404155	0,492728713	0,514105421	0,643023907	1,385401506	0,398853837	0,398804601	0,39788736
$\overline{OF}$	0,397982496	0,401048766	0,42805254	0,43164634	0,572958113	0,398080744	0,398128562	0,397887358
σ_{OF}	0,000293596	0,017315578	0,034620722	0,052052788	0,242860599	0,000221958	0,00022489	4,28E-10
$\bar{t}$	1,04	1,05	1,19	1,28	0,76	0,80	3,85	1,34
σ_t	0,04	0,05	0,08	0,05	0,02	0,03	0,03	0,02

Tabela A20: Resultados estatísticos para a função teste Easom.

	DE	TDE	JADE	TJADE	WDO	TWDO	FOA	OOA
Mín. OF	-0,94402322	-0,999999534	-0,876889996	-0,890162174	-0,999504911	-0,999999806	-0,999864985	-1
Máx. OF	-0,897583486	-8,74E-40	-6,12E-09	-5,29E-13	-0,64971574	-0,999879526	-0,970929801	-1
$\overline{OF}$	-0,926995318	-0,961862251	-0,208477636	-0,244360371	-0,922837587	-0,999979651	-0,99373809	-1
σ_{OF}	0,022761624	0,182461233	0,244729374	0,299147917	0,086133477	3,02E-05	0,005869062	0
$\bar{t}$	1,04	1,03	1,15	1,24	0,74	0,81	3,90	1,40
σ_t	0,03	0,04	0,06	0,04	0,04	0,04	0,11	0,08

Tabela A21: Resultados estatísticos para a função teste Goldstein-Price.

	DE	TDE	JADE	TJADE	WDO	TWDO	FOA	OOA
Mín. OF	3,000012119	3	3,003243437	3,002933696	3,216328142	3,000037275	3	3
Máx. OF	3,000012119	3,260017803	3,651209887	3,87738578	34,06148012	3,024084521	3,001577619	3,002468501
$\overline{OF}$	3,000012119	3,008667659	3,109921055	3,227460259	11,15705848	3,003810293	3,000202453	3,000114656
σ_{OF}	2,26E-15	0,047472463	0,134296516	0,19613581	8,520809215	0,004708852	0,000315922	0,000478463
$\bar{t}$	1,09	1,03	1,16	1,27	0,78	0,84	4,11	1,52
σ_t	0,11	0,03	0,04	0,03	0,05	0,06	0,31	0,14

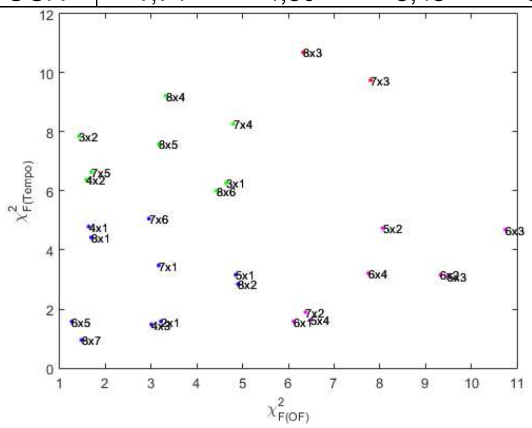
Tabela A22: Resultados estatísticos para a função teste Six Hump Camel Back.

	DE	TDE	JADE	TJADE	WDO	TWDO	FOA	OOA
Mín. OF	-1,031628319	-1,031628453	-1,031380963	-1,031583848	-1,031581801	-1,031627587	-1,031626892	-1,031628453
Máx. OF	-1,031628319	-0,999999534	-1,001310741	-1,010844388	-0,98458455	-1,031093165	-1,031444429	-1,031628453
$\overline{OF}$	-1,031628319	-1,030573632	-1,025935801	-1,026297198	-1,017876765	-1,031527744	-1,03157742	-1,031628453
σ_{OF}	0	0,005774526	0,006109979	0,004837043	0,013107985	0,000111793	4,47E-05	4,46E-16
$\bar{t}$	1,06	1,03	1,15	1,29	0,75	0,82	3,97	1,40
σ_t	0,05	0,04	0,03	0,06	0,05	0,04	0,47	0,03

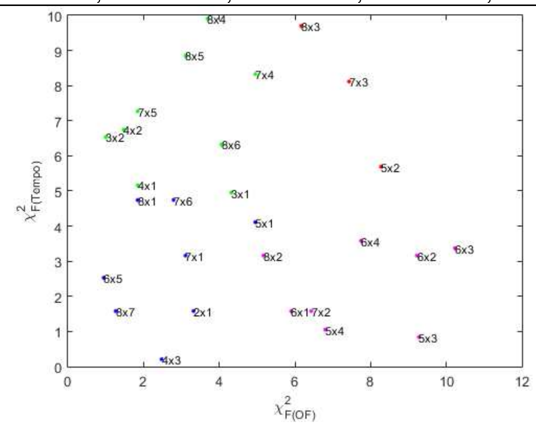
APÊNDICE B – RESULTADOS DO TESTE DE FRIEDMAN PARA AS FUNÇÕES TESTE MONO-OBJETIVO

Tabela B1: Resultados do teste de Friedman para a função teste Alpine.

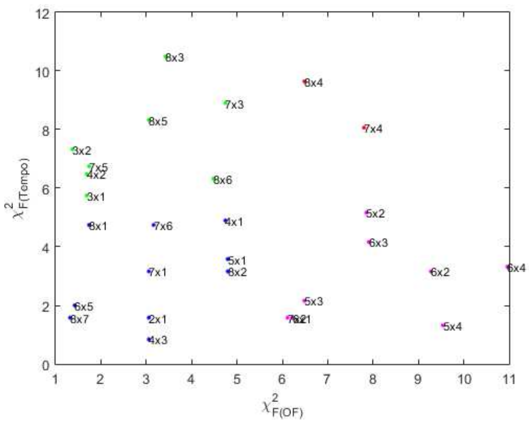
$D = 10$	DE	TDE	JADE	TJADE	WDO	TWDO	FOA	OOA
DE	0,00	1,58	6,27	4,80	3,16	1,58	3,48	4,43
TDE	3,21	0,00	7,85	6,38	4,74	3,16	1,90	2,85
JADE	4,64	1,42	0,00	1,48	3,11	4,69	9,75	10,70
TJADE	1,63	1,58	3,00	0,00	1,63	3,21	8,27	9,22
WDO	4,85	8,06	9,49	6,48	0,00	1,58	6,64	7,59
TWDO	6,11	9,33	10,75	7,75	1,26	0,00	5,06	6,01
FOA	3,16	6,38	7,80	4,80	1,69	2,95	0,00	0,95
OOA	1,69	4,90	6,32	3,32	3,16	4,43	1,48	0,00
$D = 30$	DE	TDE	JADE	TJADE	TWDO	WDO	FOA	OOA
DE	0,00	1,58	4,95	5,17	4,11	1,58	3,16	4,74
TDE	3,32	0,00	6,54	6,75	5,69	3,16	1,58	3,16
JADE	4,32	1,00	0,00	0,21	0,84	3,37	8,12	9,70
TJADE	1,84	1,48	2,48	0,00	1,05	3,58	8,33	9,91
WDO	4,95	8,27	9,28	6,80	0,00	2,53	7,27	8,85
TWDO	5,90	9,22	10,22	7,75	0,95	0,00	4,74	6,32
FOA	3,11	6,43	7,43	4,95	1,84	2,79	0,00	1,58
OOA	1,84	5,17	6,17	3,69	3,11	4,06	1,26	0,00
$D = 50$	DE	TDE	JADE	TJADE	WDO	TWDO	FOA	OOA
DE	0,00	1,58	5,74	4,90	3,58	1,58	3,16	4,74
TDE	3,06	0,00	7,33	6,48	5,17	3,16	1,58	3,16
JADE	1,69	1,37	0,00	0,84	2,16	4,16	8,91	10,49
TJADE	4,74	1,69	3,06	0,00	1,32	3,32	8,06	9,64
WDO	4,80	7,85	6,48	9,54	0,00	2,00	6,75	8,33
TWDO	6,22	9,28	7,91	10,96	1,42	0,00	4,74	6,32
FOA	3,06	6,11	4,74	7,80	1,74	3,16	0,00	1,58
OOA	1,74	4,80	3,43	6,48	3,06	4,48	1,32	0,00



$D = 10$



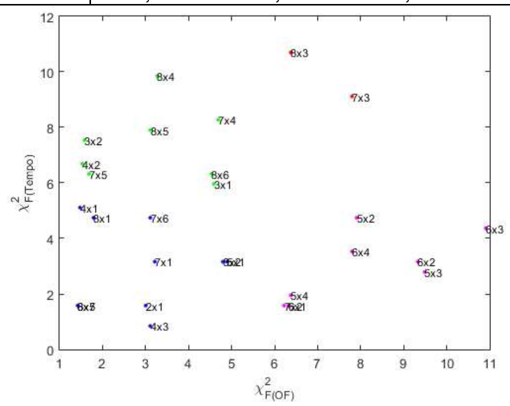
$D = 30$



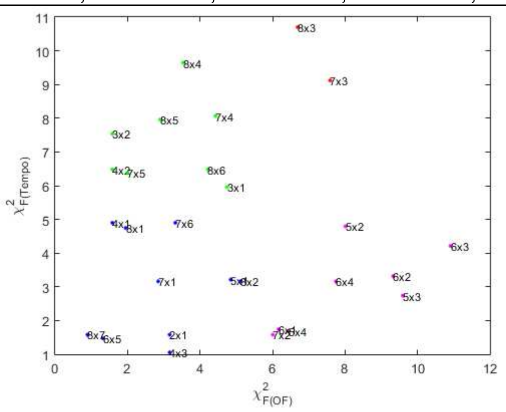
$D = 50$

Tabela B2: Resultados do teste de Friedman para a função teste Powell Sum.

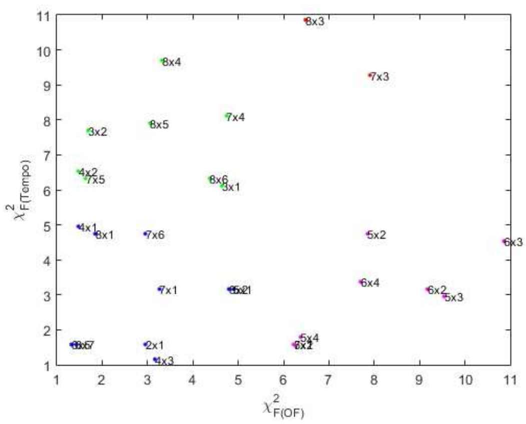
$D = 10$	DE	TDE	JADE	TJADE	WDO	TWDO	FOA	OOA
DE	0,00	1,58	5,96	5,11	3,16	1,58	3,16	4,74
TDE	3,00	0,00	7,54	6,69	4,74	3,16	1,58	3,16
JADE	4,59	1,58	0,00	0,84	2,79	4,37	9,12	10,70
TJADE	1,48	1,53	3,11	0,00	1,95	3,53	8,27	9,86
WDO	4,90	7,91	9,49	6,38	0,00	1,58	6,32	7,91
TWDO	6,32	9,33	10,91	7,80	1,42	0,00	4,74	6,32
FOA	3,21	6,22	7,80	4,69	1,69	3,11	0,00	1,58
OOA	1,79	4,80	6,38	3,27	3,11	4,53	1,42	0,00
$D = 30$	DE	TDE	JADE	TJADE	TWDO	WDO	FOA	OOA
DE	0,00	1,58	5,96	4,90	3,21	1,74	3,16	4,74
TDE	3,16	0,00	7,54	6,48	4,80	3,32	1,58	3,16
JADE	4,74	1,58	0,00	1,05	2,74	4,22	9,12	10,70
TJADE	1,58	1,58	3,16	0,00	1,69	3,16	8,06	9,64
WDO	4,85	8,01	9,59	6,43	0,00	1,48	6,38	7,96
TWDO	6,17	9,33	10,91	7,75	1,32	0,00	4,90	6,48
FOA	2,85	6,01	7,59	4,43	2,00	3,32	0,00	1,58
OOA	1,95	5,11	6,69	3,53	2,90	4,22	0,90	0,00
$D = 50$	DE	TDE	JADE	TJADE	WDO	TWDO	FOA	OOA
DE	0,00	1,58	6,11	4,95	3,16	1,58	3,16	4,74
TDE	2,95	0,00	7,69	6,54	4,74	3,16	1,58	3,16
JADE	4,64	1,69	0,00	1,16	2,95	4,53	9,28	10,86
TJADE	1,48	1,48	3,16	0,00	1,79	3,37	8,12	9,70
WDO	4,90	7,85	9,54	6,38	0,00	1,58	6,32	7,91
TWDO	6,22	9,17	10,86	7,69	1,32	0,00	4,74	6,32
FOA	3,27	6,22	7,91	4,74	1,63	2,95	0,00	1,58
OOA	1,84	4,80	6,48	3,32	3,06	4,37	1,42	0,00



$D = 10$



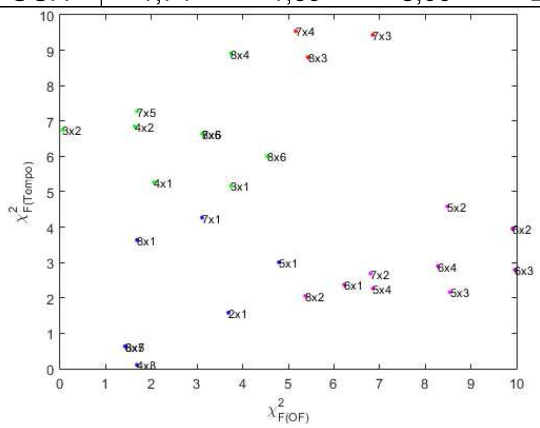
$D = 30$



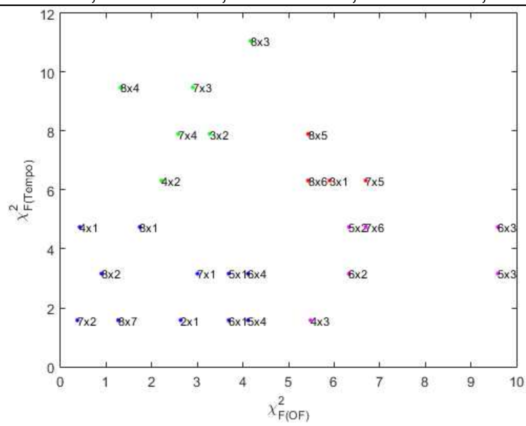
$D = 50$

Tabela B3: Resultados do teste de Friedman para a função teste Rastrigin.

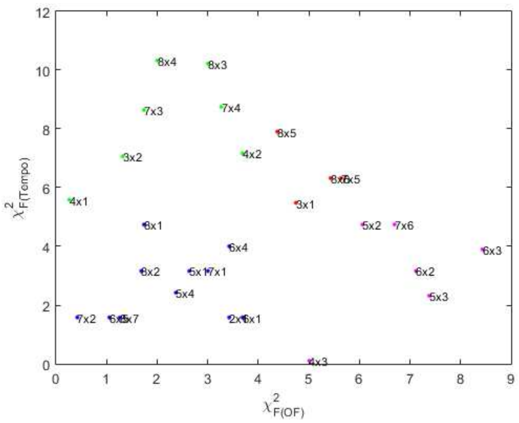
$D = 10$	DE	TDE	JADE	TJADE	WDO	TWDO	FOA	OOA
DE	0,00	1,58	5,17	5,27	3,00	2,37	4,27	3,64
TDE	3,69	0,00	6,75	6,85	4,59	3,95	2,69	2,06
JADE	3,74	0,05	0,00	0,11	2,16	2,79	9,43	8,80
TJADE	2,06	1,63	1,69	0,00	2,27	2,90	9,54	8,91
WDO	4,80	8,49	8,54	6,85	0,00	0,63	7,27	6,64
TWDO	6,22	9,91	9,96	8,27	1,42	0,00	6,64	6,01
FOA	3,11	6,80	6,85	5,17	1,69	3,11	0,00	0,63
OOA	1,69	5,38	5,43	3,74	3,11	4,53	1,42	0,00
$D = 30$	DE	TDE	JADE	TJADE	TWDO	WDO	FOA	OOA
DE	0,00	1,58	6,32	4,74	3,16	1,58	3,16	4,74
TDE	2,64	0,00	7,91	6,32	4,74	3,16	1,58	3,16
JADE	5,90	3,27	0,00	1,58	3,16	4,74	9,49	11,07
TJADE	0,42	2,21	5,48	0,00	1,58	3,16	7,91	9,49
WDO	3,69	6,32	9,59	4,11	0,00	1,58	6,32	7,91
TWDO	3,69	6,32	9,59	4,11	0,00	0,00	4,74	6,32
FOA	3,00	0,37	2,90	2,58	6,69	6,69	0,00	1,58
OOA	1,74	0,90	4,16	1,32	5,43	5,43	1,26	0,00
$D = 50$	DE	TDE	JADE	TJADE	WDO	TWDO	FOA	OOA
DE	0,00	1,58	5,48	5,59	3,16	1,58	3,16	4,74
TDE	3,43	0,00	7,06	7,17	4,74	3,16	1,58	3,16
JADE	4,74	1,32	0,00	0,11	2,32	3,90	8,64	10,22
TJADE	0,26	3,69	5,01	0,00	2,42	4,01	8,75	10,33
WDO	2,64	6,06	7,38	2,37	0,00	1,58	6,32	7,91
TWDO	3,69	7,12	8,43	3,43	1,05	0,00	4,74	6,32
FOA	3,00	0,42	1,74	3,27	5,64	6,69	0,00	1,58
OOA	1,74	1,69	3,00	2,00	4,37	5,43	1,26	0,00



$D = 10$



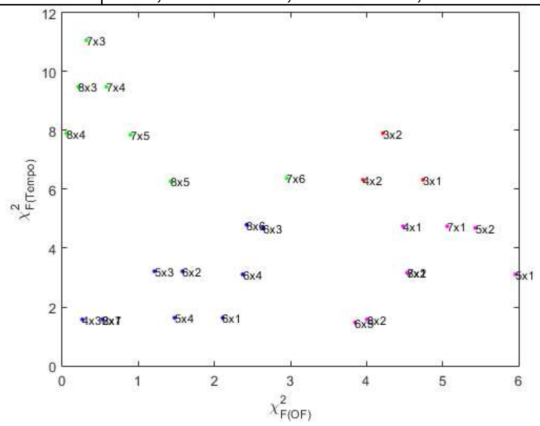
$D = 30$



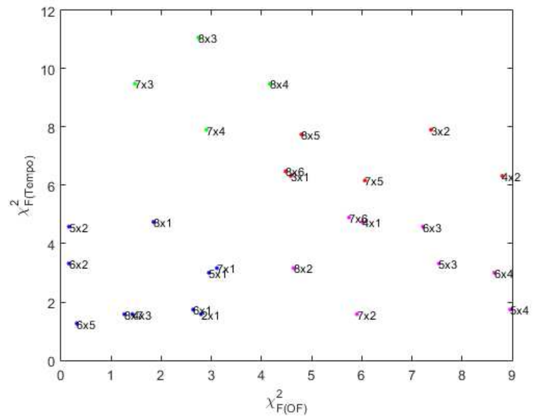
$D = 50$

Tabela B4: Resultados do teste de Friedman para a função teste Salomon.

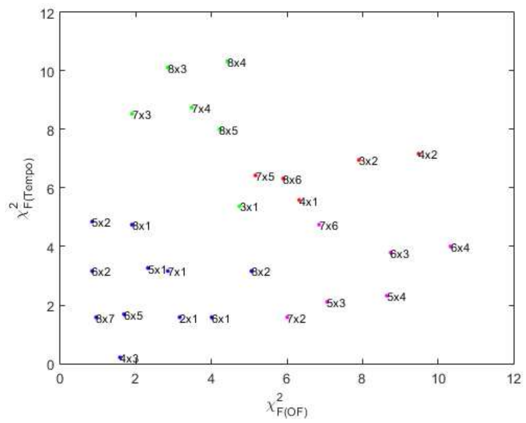
$D = 10$	DE	TDE	JADE	TJADE	WDO	TWDO	FOA	OOA
DE	0,00	1,48	6,32	4,85	3,21	1,63	3,11	4,69
TDE	3,16	0,00	7,80	6,32	4,69	3,11	1,63	3,21
JADE	4,74	1,58	0,00	1,48	3,11	4,69	9,43	11,02
TJADE	1,58	1,58	3,16	0,00	1,63	3,21	7,96	9,54
WDO	4,80	7,96	9,54	6,38	0,00	1,58	6,32	7,91
TWDO	6,27	9,43	11,02	7,85	1,48	0,00	4,74	6,32
FOA	3,16	6,32	7,91	4,74	1,63	3,11	0,00	1,58
OOA	1,58	4,74	6,32	3,16	3,21	4,69	1,58	0,00
$D = 30$	DE	TDE	JADE	TJADE	TWDO	WDO	FOA	OOA
DE	0,00	1,58	6,32	4,74	3,00	1,74	3,16	4,74
TDE	2,79	0,00	7,91	6,32	4,59	3,32	1,58	3,16
JADE	4,59	7,38	0,00	1,58	3,32	4,59	9,49	11,07
TJADE	6,01	8,80	1,42	0,00	1,74	3,00	7,91	9,49
WDO	2,95	0,16	7,54	8,96	0,00	1,26	6,17	7,75
TWDO	2,64	0,16	7,22	8,64	0,32	0,00	4,90	6,48
FOA	3,11	5,90	1,48	2,90	6,06	5,74	0,00	1,58
OOA	1,84	4,64	2,74	4,16	4,80	4,48	1,26	0,00
$D = 50$	DE	TDE	JADE	TJADE	WDO	TWDO	FOA	OOA
DE	0,00	1,58	5,38	5,59	3,27	1,58	3,16	4,74
TDE	3,16	0,00	6,96	7,17	4,85	3,16	1,58	3,16
JADE	4,74	7,91	0,00	0,21	2,11	3,79	8,54	10,12
TJADE	6,32	9,49	1,58	0,00	2,32	4,01	8,75	10,33
WDO	2,32	0,84	7,06	8,64	0,00	1,69	6,43	8,01
TWDO	4,01	0,84	8,75	10,33	1,69	0,00	4,74	6,32
FOA	2,85	6,01	1,90	3,48	5,17	6,85	0,00	1,58
OOA	1,90	5,06	2,85	4,43	4,22	5,90	0,95	0,00



$D = 10$



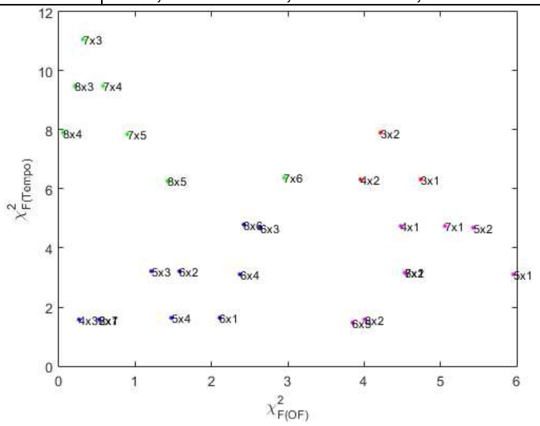
$D = 30$



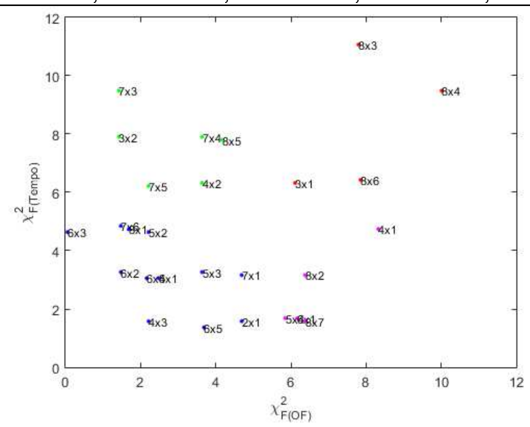
$D = 50$

Tabela B5: Resultados do teste de Friedman para a função teste Sphere.

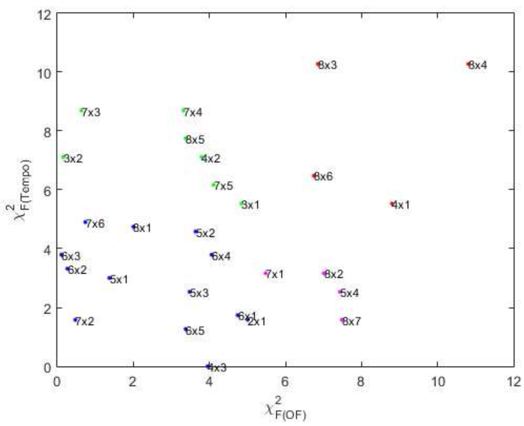
$D = 10$	DE	TDE	JADE	TJADE	WDO	TWDO	FOA	OOA
DE	0,00	1,58	6,32	4,74	3,11	1,63	4,74	3,16
TDE	0,53	0,00	7,91	6,32	4,69	3,21	3,16	1,58
JADE	4,74	4,22	0,00	1,58	3,21	4,69	11,07	9,49
TJADE	4,48	3,95	0,26	0,00	1,63	3,11	9,49	7,91
WDO	5,96	5,43	1,21	1,48	0,00	1,48	7,85	6,27
TWDO	2,11	1,58	2,64	2,37	3,85	0,00	6,38	4,80
FOA	5,06	4,53	0,32	0,58	0,90	2,95	0,00	1,58
OOA	4,53	4,01	0,21	0,05	1,42	2,42	0,53	0,00
$D = 30$	DE	TDE	JADE	TJADE	TWDO	WDO	FOA	OOA
DE	0,00	1,58	6,32	4,74	3,06	1,69	3,16	4,74
TDE	4,69	0,00	7,91	6,32	4,64	3,27	1,58	3,16
JADE	6,11	1,42	0,00	1,58	3,27	4,64	9,49	11,07
TJADE	8,33	3,64	2,21	0,00	1,69	3,06	7,91	9,49
WDO	2,48	2,21	3,64	5,85	0,00	1,37	6,22	7,80
TWDO	6,17	1,48	0,05	2,16	3,69	0,00	4,85	6,43
FOA	4,69	0,00	1,42	3,64	2,21	1,48	0,00	1,58
OOA	1,69	6,38	7,80	10,01	4,16	7,85	6,38	0,00
$D = 50$	DE	TDE	JADE	TJADE	WDO	TWDO	FOA	OOA
DE	0,00	1,58	5,53	5,53	3,00	1,74	3,16	4,74
TDE	5,01	0,00	7,12	7,12	4,59	3,32	1,58	3,16
JADE	4,85	0,16	0,00	0,00	2,53	3,79	8,70	10,28
TJADE	8,80	3,79	3,95	0,00	2,53	3,79	8,70	10,28
WDO	1,37	3,64	3,48	7,43	0,00	1,26	6,17	7,75
TWDO	4,74	0,26	0,11	4,06	3,37	0,00	4,90	6,48
FOA	5,48	0,47	0,63	3,32	4,11	0,74	0,00	1,58
OOA	2,00	7,01	6,85	10,80	3,37	6,75	7,48	0,00



$D = 10$



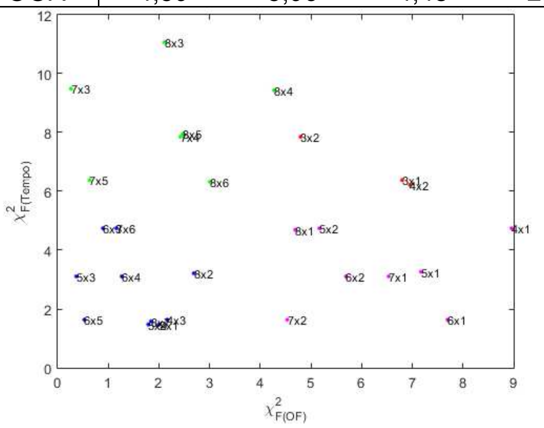
$D = 30$



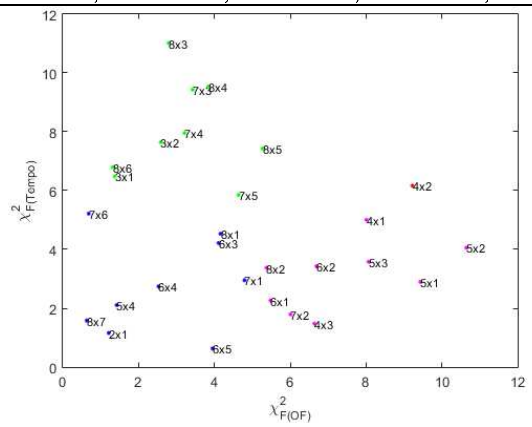
$D = 50$

Tabela B6: Resultados do teste de Friedman para a função teste Styblinski-Tang.

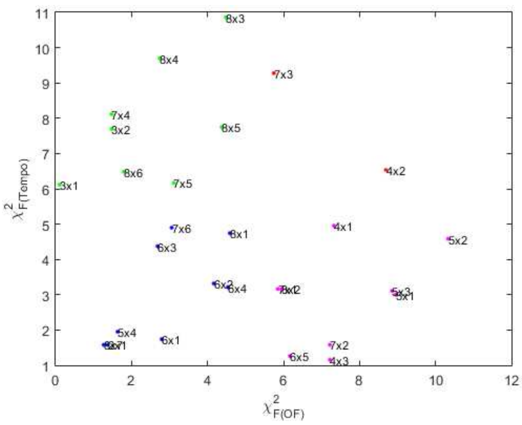
$D=10$	DE	TDE	JADE	TJADE	WDO	TWDO	FOA	OOA
DE	0,00	1,48	6,38	4,74	3,27	1,63	3,11	4,69
TDE	2,00	0,00	7,85	6,22	4,74	3,11	1,63	3,21
JADE	6,80	4,80	0,00	1,63	3,11	4,74	9,49	11,07
TJADE	8,96	6,96	2,16	0,00	1,48	3,11	7,85	9,43
WDO	7,17	5,17	0,37	1,79	0,00	1,63	6,38	7,96
TWDO	7,69	5,69	0,90	1,26	0,53	0,00	4,74	6,32
FOA	6,54	4,53	0,26	2,42	0,63	1,16	0,00	1,58
OOA	4,69	2,69	2,11	4,27	2,48	3,00	1,84	0,00
$D=30$	DE	TDE	JADE	TJADE	TWDO	WDO	FOA	OOA
DE	0,00	1,16	6,48	5,01	2,90	2,27	2,95	4,53
TDE	1,21	0,00	7,64	6,17	4,06	3,43	1,79	3,37
JADE	1,37	2,58	0,00	1,48	3,58	4,22	9,43	11,02
TJADE	8,01	9,22	6,64	0,00	2,11	2,74	7,96	9,54
WDO	9,43	10,65	8,06	1,42	0,00	0,63	5,85	7,43
TWDO	5,48	6,69	4,11	2,53	3,95	0,00	5,22	6,80
FOA	4,80	6,01	3,43	3,21	4,64	0,69	0,00	1,58
OOA	4,16	5,38	2,79	3,85	5,27	1,32	0,63	0,00
$D=50$	DE	TDE	JADE	TJADE	WDO	TWDO	FOA	OOA
DE	0,00	1,58	6,11	4,95	3,00	1,74	3,16	4,74
TDE	1,37	0,00	7,69	6,54	4,59	3,32	1,58	3,16
JADE	0,11	1,48	0,00	1,16	3,11	4,37	9,28	10,86
TJADE	7,33	8,70	7,22	0,00	1,95	3,21	8,12	9,70
WDO	8,96	10,33	8,85	1,63	0,00	1,26	6,17	7,75
TWDO	2,79	4,16	2,69	4,53	6,17	0,00	4,90	6,48
FOA	5,85	7,22	5,74	1,48	3,11	3,06	0,00	1,58
OOA	4,59	5,96	4,48	2,74	4,37	1,79	1,26	0,00



$D=10$



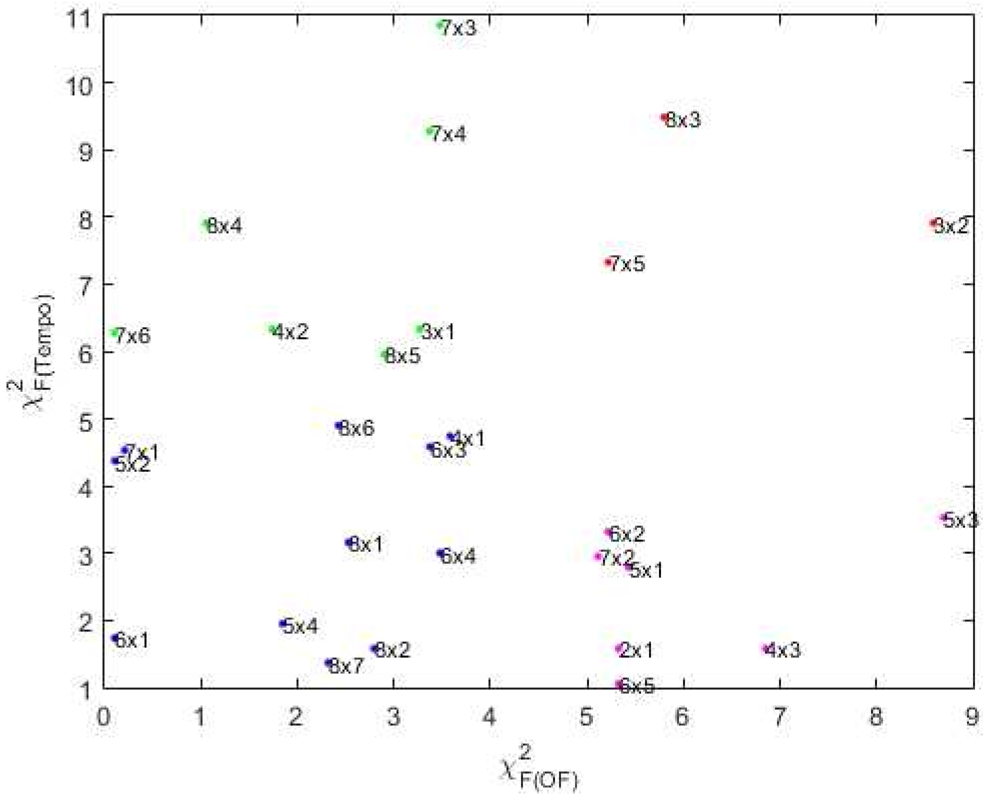
$D=30$



$D=50$

Tabela B7: Resultados do teste de Friedman para a função teste Branin.

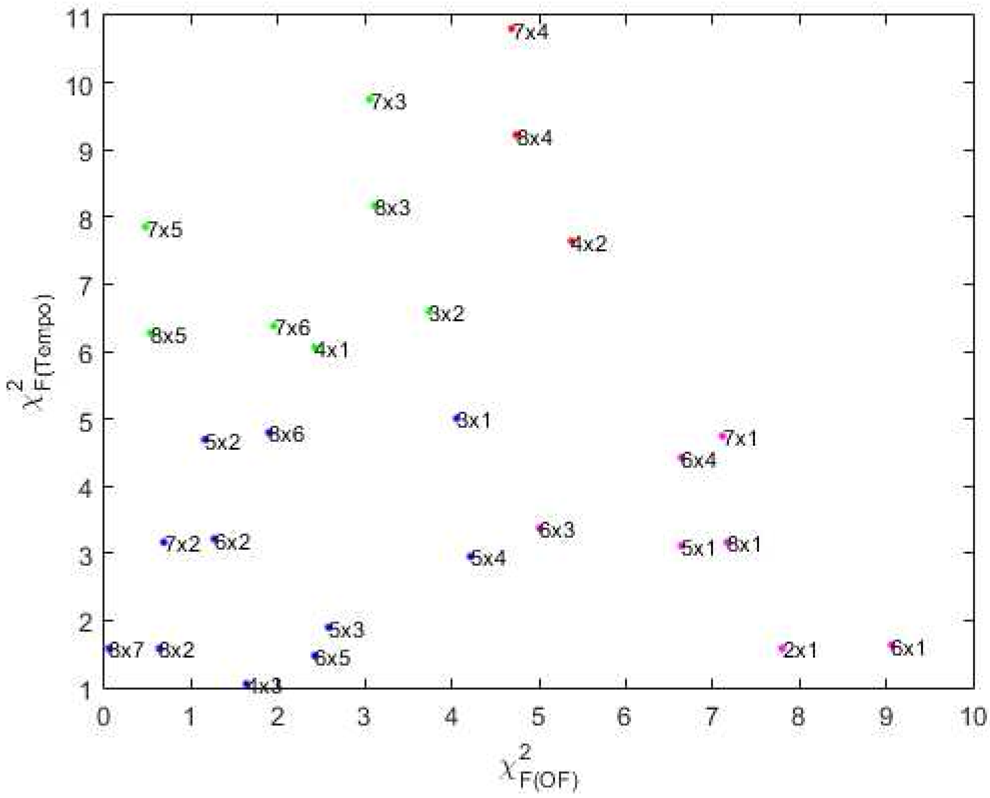
$D = 10$	DE	TDE	JADE	TJADE	WDO	TWDO	FOA	OOA
DE	0,00	1,58	6,32	4,74	2,79	1,74	4,53	3,16
TDE	5,32	0,00	7,91	6,32	4,37	3,32	2,95	1,58
JADE	3,27	8,59	0,00	1,58	3,53	4,59	10,86	9,49
TJADE	3,58	1,74	6,85	0,00	1,95	3,00	9,28	7,91
WDO	5,43	0,11	8,70	1,84	0,00	1,05	7,33	5,96
TWDO	0,11	5,22	3,37	3,48	5,32	0,00	6,27	4,90
FOA	0,21	5,11	3,48	3,37	5,22	0,11	0,00	1,37
OOA	2,53	2,79	5,80	1,05	2,90	2,42	2,32	0,00



$D = 2$

Tabela B8: Resultados do teste de Friedman para a função teste Easom.

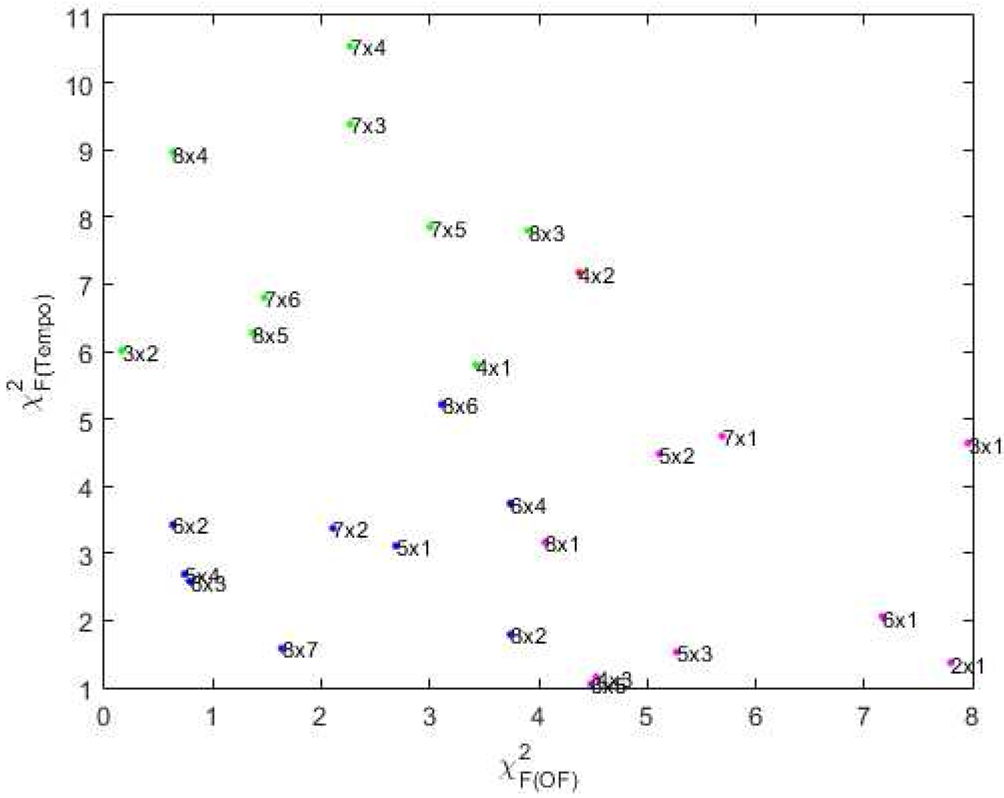
$D = 10$	DE	TDE	JADE	TJADE	WDO	TWDO	FOA	OOA
DE	0,00	1,58	5,01	6,06	3,11	1,63	4,74	3,16
TDE	7,80	0,00	6,59	7,64	4,69	3,21	3,16	1,58
JADE	4,06	3,74	0,00	1,05	1,90	3,37	9,75	8,17
TJADE	2,42	5,38	1,63	0,00	2,95	4,43	10,80	9,22
WDO	6,64	1,16	2,58	4,22	0,00	1,48	7,85	6,27
TWDO	9,07	1,26	5,01	6,64	2,42	0,00	6,38	4,80
FOA	7,12	0,69	3,06	4,69	0,47	1,95	0,00	1,58
OOA	7,17	0,63	3,11	4,74	0,53	1,90	0,05	0,00



$D = 2$

Tabela B9: Resultados do teste de Friedman para a função teste Goldstein-Price.

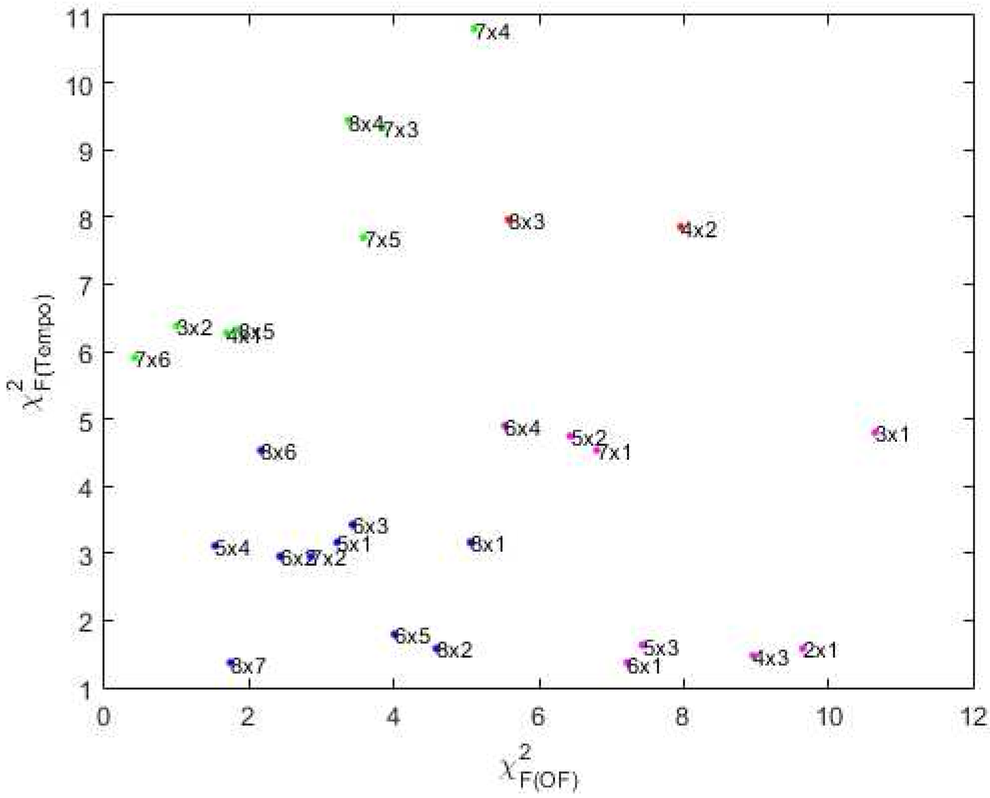
$D = 10$	DE	TDE	JADE	TJADE	WDO	TWDO	FOA	OOA
DE	0,00	1,37	4,64	5,80	3,11	2,06	4,74	3,16
TDE	7,80	0,00	6,01	7,17	4,48	3,43	3,37	1,79
JADE	7,96	0,16	0,00	1,16	1,53	2,58	9,38	7,80
TJADE	3,43	4,37	4,53	0,00	2,69	3,74	10,54	8,96
WDO	2,69	5,11	5,27	0,74	0,00	1,05	7,85	6,27
TWDO	7,17	0,63	0,79	3,74	4,48	0,00	6,80	5,22
FOA	5,69	2,11	2,27	2,27	3,00	1,48	0,00	1,58
OOA	4,06	3,74	3,90	0,63	1,37	3,11	1,63	0,00



$D = 2$

Tabela B10: Resultados do teste de Friedman para a função teste Six Hump Camel Back.

$D = 10$	DE	TDE	JADE	TJADE	WDO	TWDO	FOA	OOA
DE	0,00	1,58	4,80	6,27	3,16	1,37	4,53	3,16
TDE	9,64	0,00	6,38	7,85	4,74	2,95	2,95	1,58
JADE	10,65	1,00	0,00	1,48	1,63	3,43	9,33	7,96
TJADE	1,69	7,96	8,96	0,00	3,11	4,90	10,80	9,43
WDO	3,21	6,43	7,43	1,53	0,00	1,79	7,69	6,32
TWDO	7,22	2,42	3,43	5,53	4,01	0,00	5,90	4,53
FOA	6,80	2,85	3,85	5,11	3,58	0,42	0,00	1,37
OOA	5,06	4,59	5,59	3,37	1,84	2,16	1,74	0,00



$D = 2$