

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO PARANÁ**

**RUBEM PENTEADO DE MELO**

**Análise dinâmica de veículos articulados com carga líquida**

**CURITIBA**

**Abril - 2018**

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO PARANÁ**

**RUBEM PENTEADO DE MELO**

**Análise dinâmica de veículos articulados com carga líquida**

Tese apresentada como requisito parcial à avaliação à obtenção do grau de **Doutor** em Engenharia Mecânica, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Escola Politécnica, Pontifícia Universidade Católica do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Nilson Barbieri

Co-Orientador: Prof. Dr. Key Fonseca de Lima

**CURITIBA**

**Abril - 2018**

Dados da Catalogação na Publicação  
Pontifícia Universidade Católica do Paraná  
Sistema Integrado de Bibliotecas – SIBI/PUCPR  
Biblioteca Central  
Edilene de Oliveira dos Santos-CRB9/1636

M528a  
2018  
Melo, Rubem Penteadado de  
Análise dinâmica de veículos articulados com carga líquida / Rubem  
Penteadado de Melo ; orientador, Nilson Barbieri ; coorientador, Key Fonseca de  
Lima. -- 2018  
202 f. : il. ; 30 cm

Tese (doutorado) – Pontifícia Universidade Católica do Paraná,  
Curitiba, 2018.  
Bibliografia: f. 158-160

1. Engenharia mecânica. 2. Segurança nos transportes. 3. Transportes de  
mercadorias. 4. Caminhões – Dinâmica – Estabilidade. 5. Caminhões -  
Acidentes. I. Barbieri, Nilson. II. Lima, Key Fonseca de.  
III. Pontifícia Universidade Católica do Paraná. Programa de Pós-Graduação  
em Engenharia Mecânica. IV. Título.

CDD 20. ed. – 620.1

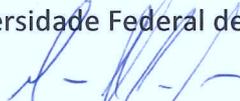
## TERMO DE APROVAÇÃO

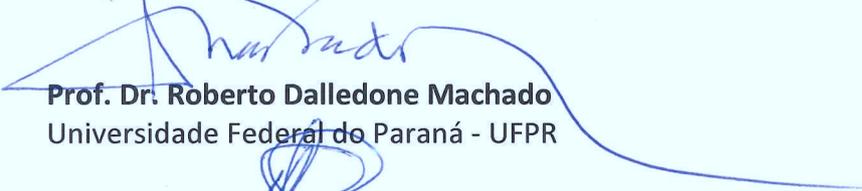
**Rubem Penteado de Melo**

### **Análise Dinâmica de Veículos Articulados com Carga Líquida**

Tese aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de doutor no Curso de Doutorado em Engenharia Mecânica, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, da Escola Politécnica da Pontifícia Universidade Católica do Paraná, pela seguinte banca examinadora:

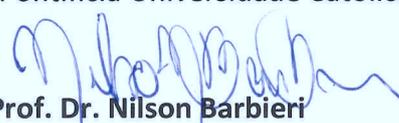
  
**Prof. Dr. Marcus Antonio Viana Duarte**  
Universidade Federal de Uberlândia -UFU

  
**Prof. Dr. Marcio Henrique de Avelar Gomes**  
Universidade Tecnologia Federal do Paraná-UTFPR

  
**Prof. Dr. Roberto Dalledone Machado**  
Universidade Federal do Paraná - UFPR

  
**Prof. Dr. Key Fonseca de Lima**

Pontifícia Universidade Católica do Paraná-PUCPR

  
Presidente: **Prof. Dr. Nilson Barbieri**  
Pontifícia Universidade Católica do Paraná-PUCPR - Orientador

Curitiba, 24 de abril de 2018



A minha esposa Daisy e meus filhos Rodrigo e Carolina,  
pelo amor, amizade e apoio;  
Ao meu Pai e minha Mãe;  
pelos exemplos de vida;

## **OFEREÇO**

Ao meu Pai, Prof. Rubem de Melo;

**DEDICO**

## **AGRADECIMENTOS**

Meus sinceros agradecimentos aos Professores Nilson Barbieri e Key Fonseca de Lima sem os quais seria impossível concluir este trabalho. Agradeço também a Pontifícia Universidade Católica do Paraná - PUCPR pela infraestrutura e apoio à pesquisa. A empresa Transportadora Rodofaixa pelo conjunto de veículos gentilmente emprestado para os testes e a toda equipe que auxiliou no registro dos dados.

A minha família pela compreensão dos momentos ausentes em função do estudo.

A meus pais pelo exemplo e dedicação na compreensão dos verdadeiros valores da vida.

A Deus pela oportunidade de vida e de desenvolvimento.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 01.

## SUMÁRIO

LISTA DE SÍMBOLOS .....	v
LISTA DE FIGURAS E TABELAS.....	viii
RESUMO .....	xiii
ABSTRACT.....	14
1. INTRODUÇÃO .....	15
1.1 Breve histórico dos veículos de carga no mundo .....	16
1.2 Breve histórico dos veículos de carga no Brasil.....	19
1.3 Principais tipos de veículos em circulação após a legislação recente .....	26
1.4 Combinações de Veículos de Carga em outros Países .....	31
1.5 Características específicas dos Conjuntos de Veículos de Carga.....	32
1.6 Critérios específicos para a formação de condutores .....	33
1.7 Critérios Gerais para avaliação do desempenho de veículos de carga .....	37
1.8 Critérios Específicos para avaliação da estabilidade lateral de veículos.....	39
1.9 A dinâmica do tombamento de veículos .....	42
1.10 A influência do movimento do líquido dentro do tanque.....	48
1.11 Acidentes com veículos de carga .....	51
1.12 Objetivos .....	54
2. MODELAMENTO MATEMÁTICO DOS CVCs.....	56
2.1 Referencial Teórico .....	56
2.2 Modelamento matemático .....	58
2.2.1 Análise Cinemática: .....	58
2.2.2 Modelamento do Bitrem.....	60
2.2.3 Equações do Movimento para o Bitrem.....	62
2.2.3.1 Para o veículo–trator .....	62
2.2.3.2 Para o primeiro semirreboque .....	62
2.2.3.3 Para o segundo semirreboque.....	62
2.2.3.4 Equações gerais do conjunto de veículos.....	65
2.2.3.5 Simulação Dinâmica .....	68
2.2.4 Modelamento do Bitrem 9 eixos .....	71
2.2.5 Equações do Movimento.....	73
2.2.5.1 Para o veículo–trator .....	73
2.2.5.2 Para o primeiro semirreboque .....	73
2.2.5.3 Para o segundo semirreboque.....	74
2.2.5.4 Equações gerais do conjunto de veículos.....	76
2.2.5.5 Simulação Dinâmica .....	80

2.2.6 Modelamento do Rodotrem.....	81
2.2.7 Equações do Movimento.....	83
2.2.7.1 Para o veículo–trator .....	83
2.2.7.2 Para o primeiro semirreboque .....	83
2.2.7.3 Para o "dolly" intermediário.....	84
2.2.7.4 Para o segundo semirreboque.....	84
2.2.7.5 Equações gerais do conjunto de veículos.....	87
2.2.7.6 Simulação Dinâmica .....	92
2.3 Validação.....	93
3. RESULTADOS SOBRE A AMPLIFICAÇÃO TRASEIRA.....	98
3.1 Resultado da análise matemática.....	98
3.1.1 Comparativo na condição carregado, a 80 km/h e entrada em degrau.....	103
3.1.2 Comparativo na condição vazio, a 80 km/h e entrada em degrau .....	106
3.1.3 Comparativo na condição 1ª carreta vazia e 2ª carregada, a 80 km/h, e entrada em degrau ..	109
3.1.4 Comparativo na condição carregado, a 80 km/h e entrada senoidal .....	112
3.1.5 Comparativo na condição vazio, a 80 km/h e entrada em senoidal.....	115
3.1.6 Comparativo na condição 1ª carreta vazia e 2ª carregada, a 80 km/h, e entrada senoidal .....	118
4. O EFEITO DO MOVIMENTO DO LÍQUIDO .....	121
4.1 Aquisição de dados - ensaio de um conjunto do tipo Bitrem.....	123
4.2 Modelo matemático (simplificado) .....	131
4.3 Ajuste do ângulo de direção (entrada).....	134
4.4 Ajuste da inclinação do líquido.....	140
4.5 Ajuste do CG e Momento de Inércia.....	141
4.6 Análise dinâmica do veículo com líquido móvel .....	144
4.7 Análise modal.....	151
5.0 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....	157
5.1 Conclusões .....	157
5.2 Recomendações.....	159
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	158
GLOSSÁRIO .....	161
APÊNDICE I: Trajetória de veículos articulados .....	162
ANEXO I .....	181

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\mathbf{a}$	- Vetor aceleração
$a_y$	- Aceleração lateral gerada em curva
$A_{exp}$	- Aceleração lateral experimental
$A_{num}$	- Aceleração lateral numérica
$\alpha_j$	- Ângulo de deriva ( <i>slip angle</i> )
$c_1$	- Distância do centro do engate do segundo veículo até seu centro de gravidade
$c_2$	- Distância do centro do engate do terceiro veículo até seu centro de gravidade
$c_3$	- Distância do centro do engate do quarto veículo até seu centro de gravidade
$\delta$	- Ângulo de esterçamento do pneu ( <i>steer angle</i> )
$\Delta y$	- <i>Offtracking</i>
$e_i$	- Distâncias entre eixos e articulações para cálculo do <i>offtracking</i>
$\phi$	- Ângulo genérico
$F_i$	- Força lateral no eixo i
$F_{zi}$	- Força normal do pneu no lado interno da curva
$F_{ze}$	- Força normal do pneu no lado externo da curva
$F_{yi}$	- Força tangencial do pneu no lado interno da curva
$F_{ye}$	- Força tangencial do pneu no lado externo da curva
$\Phi$	- Ângulo de inclinação da massa suspensa
$g$	- Aceleração da Gravidade (9,81 m/s <sup>2</sup> )
$h$	- Distância do acoplamento (5 <sup>a</sup> -roda) do primeiro veículo até seu centro de gravidade
$h_2$	- Distância do acoplamento (engate) do dolly até o centro de sua 5 <sup>a</sup> -roda
$h_{cg}$	- Altura do Centro de Gravidade do veículo
$h_{rc}$	- Altura do Centro de Rolamento ( <i>Roll Center</i> ) do veículo
$I_0$	- Momento de Inércia do primeiro veículo (veículo-trator)
$I_1$	- Momento de Inércia do segundo veículo
$I_2$	- Momento de Inércia do terceiro veículo
$I_3$	- Momento de Inércia do quarto veículo
$L_{01}$	- Distância do primeiro eixo do veículo-trator até seu centro de gravidade
$L_{02}$	- Distância do segundo eixo do veículo-trator até seu centro de gravidade

- $L_{03}$  - Distância do terceiro eixo do veículo-trator até seu centro de gravidade
- $L_{11}$  - Distância do primeiro eixo do 1º semirreboque até sua articulação
- $L_{12}$  - Distância do segundo eixo do 1º semirreboque até sua articulação
- $L_{13}$  - Distância do terceiro eixo do 1º semirreboque até sua articulação
- $L_{21}$  - Distância do primeiro eixo do 2º semirreboque até sua articulação
- $L_{22}$  - Distância do segundo eixo do 2º semirreboque até sua articulação
- $L_{23}$  - Distância do terceiro eixo do 2º semirreboque até sua articulação
- $L_{31}$  - Distância do primeiro eixo do 3º semirreboque até sua articulação
- $L_{32}$  - Distância do segundo eixo do 3º semirreboque até sua articulação
- $M$  - Massa do veículo
- $m_1$  - Massa do primeiro veículo (veículo-trator)
- $m_2$  - Massa do segundo veículo (1º semirreboque)
- $m_3$  - Massa do terceiro veículo (2º semirreboque)
- $m_4$  - Massa do quarto veículo (3º semirreboque)
- $N_i$  - Força vertical no eixo  $i$
- $P$  - Constante de proporcionalidade entre Aceleração lateral e ângulo de esterçamento
- $R$  - Raio da curva
- $R_e$  - Raio central de giro do eixo dianteiro
- $R_i$  - Raio central de giro da suspensão traseira
- $s_1$  - Distância do centro do engate do segundo veículo até o centro do acoplamento com o terceiro veículo
- $s_2$  - Distância do centro do engate do terceiro veículo até o centro do acoplamento com o quarto veículo
- $S_i$  - Força transversal no acoplamento  $i$
- $t$  - Bitola dos eixos
- $T_i$  - Força longitudinal no acoplamento  $i$
- $\theta$  - Ângulo de inclinação da pista
- $u$  - Velocidade na direção do vetor  $i$
- $\dot{u}$  - Derivada primeira da velocidade na direção do vetor  $i$  em relação ao tempo
- $V$  - Velocidade longitudinal
- $v$  - Velocidade na direção do vetor  $j$

- $\dot{v}$  - Derivada primeira da velocidade na direção do vetor  $j$  em relação ao tempo
- $\omega$  - Velocidade angular do conjunto
- $\dot{\omega}$  - Derivada primeira da velocidade angular em relação ao tempo
- $\phi_1$  - Ângulo de inclinação entre o primeiro e o segundo veículo
- $\dot{\phi}_1$  - Derivada primeira em relação ao tempo do Ângulo de Inclinação entre o primeiro e o segundo veículo
- $\ddot{\phi}_1$  - Derivada segunda em relação ao tempo do Ângulo de Inclinação entre o primeiro e o segundo veículo
- $\phi_2$  - Ângulo de inclinação entre o segundo e o terceiro veículo
- $\dot{\phi}_2$  - Derivada primeira em relação ao tempo do Ângulo de Inclinação entre o segundo e o terceiro veículo
- $\ddot{\phi}_2$  - Derivada segunda em relação ao tempo do Ângulo de Inclinação entre o segundo e o terceiro veículo
- $\phi_3$  - Ângulo de inclinação entre o terceiro e o quarto veículo
- $\dot{\phi}_3$  - Derivada primeira em relação ao tempo do Ângulo de Inclinação entre o terceiro e o quarto veículo
- $\ddot{\phi}_3$  - Derivada segunda em relação ao tempo do Ângulo de Inclinação o entre o terceiro e o quarto veículo

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 -	Invenção de Gottlieb Daimler: “Daimler-Motoren-Gesellschaft Truck” .....	16
FIGURA 2 -	Ford Modelo T “ <i>One Ton Truck</i> ”, 1918.....	17
FIGURA 3 -	“Reboques” Trailmobile tracionados por veículo automotor.....	17
FIGURA 4 -	Semirreboque “Fruehauf” 1916.....	18
FIGURA 5 -	Primeiro Semirreboque Tanque em alumínio, “Fruehauf” 1929.....	18
FIGURA 6 -	“ <i>Road-Train</i> ” Australiano .....	19
FIGURA 7 -	Conjunto “super-rodotrem” de 91 toneladas.....	19
FIGURA 8 -	Caminhão leve de 2 eixos do tipo 4x2.....	26
FIGURA 9 -	Caminhão 6x2/6x4 ou 8x2/8x4.....	26
FIGURA 10 -	Conjunto Caminhão-trator 4x2 + semirreboque de 3 eixos .....	27
FIGURA 11 -	Conjunto Caminhão-trator 6x2 ou 6x4 + semirreboque de 3 eixos .....	27
FIGURA 12 -	Caminhão-trator 6x2 + semirreboque de 2 eixos + 1 distanciado.....	28
FIGURA 13 -	Caminhão-trator 6x2 ou 6x4 + semirreboque de 3 eixos distanciados .....	28
FIGURA 14 -	Conjunto CVC do tipo Bitrem.....	29
FIGURA 15 -	Conjunto CVC do tipo Rodotrem.....	30
FIGURA 16 -	Conjunto CVC do tipo Bitrem 9 eixos.....	30
FIGURA 17 -	Efeitos do uso de CVCs.....	32
FIGURA 18 -	Ensaio com conjunto de veículos.....	40
FIGURA 19 -	Ensaio para verificação do SRT em plataforma inclinável.....	41
FIGURA 20 -	Diagrama de um veículo rígido em pista plana.....	43
FIGURA 21 -	Diagrama de um veículo em movimento curvilíneo.....	44
FIGURA 22 -	Diagrama de um veículo rígido em pista inclinada.....	45
FIGURA 23 -	Gráfico da equação da estabilidade para um veículo rígido.....	46
FIGURA 24 -	Diagrama de um veículo com suspensão em pista plana.....	47
FIGURA 25	Ilustração do movimento do líquido em tanque cilíndrico e retangular.....	49
FIGURA 26 -	Gráfico do SRT em relação ao volume carregado – curva constante.....	50
FIGURA 27 -	Gráfico do SRT em relação ao volume carregado – manobra brusca.....	51
FIGURA 28 -	Acidente com Conjunto do tipo bitrem tanque.....	52
FIGURA 29 -	Tombamento de Conjunto do tipo bitrem 9 eixos.....	53
FIGURA 30 -	Tombamento de Conjunto do tipo rodotrem.....	53
FIGURA 31 -	Gráfico da Razão da amplificação traseiro a 50 mph.....	57
FIGURA 32 -	Sistema de referência.....	59
FIGURA 33 -	Ilustração do Modelo Bitrem.....	60
FIGURA 34 -	Modelo Bitrem - Dimensões principais.....	64
FIGURA 35 -	Veículo-trator.....	62

FIGURA 36 -	Primeiro semirreboque.....	62
FIGURA 37 -	Segundo semirreboque.....	63
FIGURA 38 -	Ângulo de esterçamento e ângulo de deriva.....	64
FIGURA 39 -	Gráfico: frequência da manobra e intensidade da amplificação traseira.....	69
FIGURA 40 -	Ilustração do esterçamento do volante em forma de degrau.....	70
FIGURA 41 -	Ilustração do esterçamento do volante em forma senoidal.....	70
FIGURA 42 -	Ilustração do Modelo Bitrem 9 eixos.....	71
FIGURA 43 -	Modelo Bitrem 9 eixos - Dimensões principais.....	72
FIGURA 44 -	Veículo-trator.....	73
FIGURA 45 -	Primeiro semirreboque dianteiro bitrem 9 eixos.....	73
FIGURA 46 -	Segundo semirreboque.....	74
FIGURA 47 -	Ilustração do Modelo Rodotrem.....	81
FIGURA 48 -	Modelo Rodotrem - Dimensões principais.....	82
FIGURA 49 -	Veículo-Trator – Rodotrem.....	83
FIGURA 50 -	Primeiro semirreboque - Rodotrem.....	83
FIGURA 51 -	Dolly Intermediário.....	84
FIGURA 52 -	Segundo semirreboque – Rodotrem.....	84
FIGURA 53 -	Resposta lateral para esterçamento de entrada - F. Jindra.....	93
FIGURA 54 -	Velocidade lateral do trator.....	94
FIGURA 55 -	Ângulo de inclinação do semirreboque.....	95
FIGURA 56 -	Ângulo de inclinação do reboque dolly.....	96
FIGURA 57 -	Ângulo de inclinação do reboque.....	97
FIGURA 58 -	Aceleração lateral – Bitrem carregado.....	103
FIGURA 59 -	Aceleração lateral – Bitrem 9 eixos carregado.....	103
FIGURA 60 -	Aceleração lateral – Rodotrem longo carregado.....	104
FIGURA 61 -	Aceleração lateral – Rodotrem curto carregado.....	104
FIGURA 62 -	Aceleração lateral – Bitrem vazio.....	106
FIGURA 63 -	Aceleração lateral – Bitrem 9 eixos vazio.....	106
FIGURA 64 -	Aceleração lateral – Rodotrem longo vazio.....	107
FIGURA 65 -	Aceleração lateral – Rodotrem curto vazio.....	107
FIGURA 66 -	Aceleração lateral – Bitrem 1ª carreta vazia e 2ª carregada.....	109
FIGURA 67 -	Aceleração lateral – Bitrem 9 eixos 1ª carreta vazia e 2ª carregada.....	109
FIGURA 68 -	Aceleração lateral – Rodotrem longo 1ª carreta vazia e 2ª carregada.....	110
FIGURA 69 -	Aceleração lateral – Rodotrem curto 1ª carreta vazia e 2ª carregada.....	110
FIGURA 70 -	Aceleração lateral – Bitrem carregado – Senoidal.....	112
FIGURA 71 -	Aceleração lateral – Bitrem 9 eixos carregado – Senoidal.....	112

FIGURA 72 -	Aceleração lateral – Rodotrem longo carregado – Senoidal.....	113
FIGURA 73 -	Aceleração lateral – Rodotrem curto carregado – Senoidal.....	113
FIGURA 74 -	Aceleração lateral – Bitrem vazio – Senoidal.....	115
FIGURA 75 -	Aceleração lateral – Bitrem 9 eixos vazio – Senoidal.....	115
FIGURA 76 -	Aceleração lateral – Rodotrem longo vazio – Senoidal.....	116
FIGURA 77 -	Aceleração lateral – Rodotrem curto vazio – Senoidal.....	116
FIGURA 78 -	Aceleração lateral – Bitrem 1ª vazia e 2ª carregada – Senoidal.....	118
FIGURA 79 -	Aceleração lateral – Bitrem 9 eixos 1ª vazia e 2ª carregada – Senoidal.....	118
FIGURA 80 -	Aceleração lateral – Rodotrem longo 1ª vazia e 2ª carregada – Senoidal.....	119
FIGURA 81 -	Aceleração lateral – Rodotrem curto 1ª vazia e 2ª carregada – Senoidal.....	119
FIGURA 82 -	Diagrama – Análise Dinâmica de uma combinação de veículos.....	123
FIGURA 83 -	Conjunto de veículos do tipo bitrem utilizado no ensaio.....	124
FIGURA 84 -	Manobra executada no ensaio.....	124
FIGURA 85 -	Posicionamento dos acelerômetros.....	125
FIGURA 86 -	Posicionamento dos acelerômetros – exemplo .....	125
FIGURA 87 -	Variação do volume do líquido.....	126
FIGURA 88 -	Ilustração da manobra registrada e das acelerações laterais (trator).....	126
FIGURA 89 -	Variação da altura do Centro de Gravidade (CG) em função do volume.....	127
FIGURA 90 -	Bitola do veículo tanque.....	127
FIGURA 91 -	Ilustração da sequencia de manobra registrada.....	128
FIGURA 92 -	Ilustração da sequencia de manobra registrada.....	129
FIGURA 93 -	Ilustração da sequencia de manobra registrada.....	130
FIGURA 94 -	Aceleração lateral – Experimental (veículo com 40% do volume).....	131
FIGURA 95 -	Ilustração do conjunto bitrem ensaiado.....	131
FIGURA 96 -	Ilustração do bitrem em trajetória curvilínea.....	132
FIGURA 97 -	Aceleração lateral do CG do trator (volume 40%).....	135
FIGURA 98 -	Ângulo de direção ajustado (volume 40%).....	135
FIGURA 99 -	Erro absoluto do ajuste matemático.....	136
FIGURA 100 -	Acelerações laterais do veículo com 40% de volume. (a) CG do veículo trator; (b) CG do 1º. semirreboque; (c) CG do 2º. semirreboque; (d) parte traseira do 2º semirreboque.....	137
FIGURA 101 -	Acelerações laterais do veículo com 60% de volume. (a) CG do veículo trator; (b) CG do 1º. semirreboque; (c) CG do 2º. semirreboque; (d) parte traseira do 2º. semirreboque.....	138
FIGURA 102 -	Acelerações laterais do veículo com 80% de volume. (a) CG do veículo trator; (b) CG do 1º. semirreboque; (c) CG do 2º. semirreboque; (d) parte traseira do 2º. semirreboque.....	139
FIGURA 103 -	Acelerações laterais do veículo com 100% de volume. (a) CG do veículo trator; (b) CG do 1º. semirreboque; (c) CG do 2º. semirreboque; (d) parte traseira do 2º. semirreboque.....	140

FIGURA 104 - Deslocamento angular do líquido do veículo com 40% de volume. (a) movimento na reta; (b) movimento evasivo.....	141
FIGURA 105 - Superfície do líquido dentro do tanque e variação da posição do CG.....	142
FIGURA 106 - Variação da Posição dos CGs dos reboques.....	142
FIGURA 107 - Momento de inércia do veículo com 40% de volume. (a) primeiro reboque; (b) segundo reboque.....	143
FIGURA 108 - Momento de inércia do veículo com 60% de volume. (a) primeiro reboque; (b) segundo reboque.....	143
FIGURA 109 - Momento de inércia do veículo com 80% de volume. (a) primeiro reboque; (b) segundo reboque.....	144
FIGURA 110 - Aceleração lateral do CG do veículo trator.....	145
FIGURA 111 - Aceleração lateral do CG do primeiro semirreboque.....	145
FIGURA 112 - Aceleração lateral do CG do segundo semirreboque.....	146
FIGURA 113 - Aceleração lateral do CG na parte traseira do segundo semirreboque.....	146
FIGURA 114 - Cargas nas rodas no veículo com 40% de volume (primeiro semirreboque).....	147
FIGURA 115 - Cargas nas rodas no veículo com 40% de volume (segundo semirreboque).....	147
FIGURA 116 - Cargas nas rodas no veículo com 60% de volume (primeiro semirreboque).....	148
FIGURA 117 - Cargas nas rodas no veículo com 60% de volume (segundo semirreboque).....	148
FIGURA 118 - Cargas nas rodas no veículo com 80% de volume (primeiro semirreboque).....	149
FIGURA 119 - Cargas nas rodas no veículo com 80% de volume (segundo semirreboque).....	149
FIGURA 120 - Diagrama de equilíbrio de forças e momentos.....	150
FIGURA 121 - Modos de vibrar (veículo com 40% de volume).....	155
FIGURA 122 - Modos de vibrar (veículo com 60% de volume).....	155
FIGURA 123 - Modos de vibrar (veículo com 80% de volume).....	156
FIGURA 124 - Modos de vibrar (veículo com 100% de volume).....	156

## LISTA DE TABELAS

- TABELA 1 - Características físicas do Modelo Bitrem
- TABELA 2 - Características físicas do Modelo Bitrem 9 eixos
- TABELA 3 - Características físicas do Modelo Rodotrem (com 25 metros)
- TABELA 4 - Características do modelo Rodotrem curto (com 19,8 metros)
- TABELA 5 - Resumo dos Resultados para a condição com carga, esterçamento em rampa, a 80 km/h
- TABELA 6 - Resumo dos Resultados para a condição vazio, esterçamento em rampa, a 80 km/h
- TABELA 7 - Resumo dos Resultados para a condição 1ª carreta vazia e 2ª carregada, esterçamento em rampa, a 80 km/h
- TABELA 8 - Resumo dos Resultados para a condição com carga, esterçamento senoidal, a 80 km/h
- TABELA 9 - Resumo dos Resultados para a condição vazio, esterçamento senoidal, a 80 km/h
- TABELA 10 - Resumo dos Resultados para a condição 1ª carreta vazia e 2ª carregada, esterçamento senoidal, a 80 km/h
- TABELA 11 - Amplificação traseira em função do volume
- TABELA 12 - Variação das cargas verticais
- TABELA 13 - Autovalores

## RESUMO

A frota brasileira de veículos para o transporte de cargas foi alterada de forma significativa especialmente a partir das Resoluções 210 e 211/2006 do CONTRAN (Conselho Nacional de Trânsito) quando autorizaram a circulação de novas Combinações de Veículos. Devido a sua maior capacidade de carga, o volume desses novos modelos cresceu rapidamente, principalmente os bitrens e rodotrens. Comprovadamente representantes de uma evolução dos veículos de carga pelo ganho de produtividade que proporcionam e pela redução dos custos e da poluição no transporte de cargas, esses novos conjuntos precisam ser observados sob a ótica de suas características de dirigibilidade e segurança. Devido a quantidade de articulações estão sujeitos a fenômenos específicos que afetam a sua dirigibilidade e estabilidade. Dentre eles o mais significativo é a "amplificação traseira". Em consequência dessa ampliação, a última unidade é submetida a acelerações laterais maiores, podendo tombar e levar consigo todo o conjunto. A estabilidade dos semirreboques tanques está ainda sujeita a influência do movimento lateral do líquido dentro do compartimento de carga. Estudar a influência a amplificação traseira e do balanço do líquido na estabilidade desses conjuntos é o objetivo deste trabalho. Como metodologia adotou-se, além do modelamento matemático, um ensaio com um conjunto carregado com diversos volumes de líquido, seguido do ajuste do ângulo de esterçamento, do ângulo de inclinação da superfície do líquido, da variação da posição do Centro de Gravidade da carga líquida e do Momento de Inércia. Como resultado da análise dinâmica, conclui-se que a influência está associada fundamentalmente a transferência de peso entre os lados do veículo provocado pelo deslocamento do Centro de Gravidade da carga. Volumes do líquido abaixo de 80% do volume nominal do tanque afetam fortemente essa transferência de peso entre os lados e, por consequência, podem potencializar as ocorrências de tombamento lateral. Os atuais regulamentos e legislações para o transporte de cargas líquidas não citam a questão do movimento do líquido e não restringem o trânsito de veículos com volumes parciais classificados como críticos. Desse modo conclui-se como necessária uma revisão das regras para o transporte de carga líquidas, definindo como limite mínimo admissível do líquido como 80% do volume nominal do tanque. Também se faz necessário a inclusão de instruções específicas para os motoristas dos conjuntos trafegando com volumes parciais de modo a mitigar a possibilidade de tombamentos.

Palavras chaves: conjuntos de veículos de carga; estabilidade lateral; transporte de cargas líquidas; volume parcial; tombamento.

## ABSTRACT

The Brazilian fleet of cargo vehicles was significantly changed, especially from Resolutions 210 and 211/2006 by the National Traffic Council (CONTRAN) when the circulation of new vehicle combinations was allowed. Due to its greater load capacity, the volume of these new models increased rapidly, mainly double trailers and road trains. Proven representatives of a cargo-vehicle evolution due to the productivity gains they provide and by reducing costs and pollution in the transportation of cargo, these new combinations must be observed from their drivability and safety characteristics point of view. Due to the number of joints, they are subject to specifications phenomena that affect their drivability and stability. Among them the most significant one is the "rearward amplification." As a result of this expansion, the rearmost unit is subjected to greater lateral accelerations, thus under the risk of overturning and taking the entire assembly along. The stability of tank semi-trailers tanks is further subjected to the influence of the lateral movement of the liquid within the cargo compartment. To study the influence of rearward amplification and the movement of liquids in the stability of these assemblies is the objective of this work. As methodology, in addition to the mathematical modeling, a test with an assembly loaded with several liquid containers was adopted, followed by adjustments to the steering angle, the inclination angle of the liquid's surface, the variation in the position of the Center of Gravity of the liquid cargo and the Moment of Inertia. As a result of the dynamic analysis, it was concluded that the influence is primarily associated with the weight transfer between the sides of the vehicle caused by the displacement of the load's Center of Gravity. Liquid volumes below 80% of the nominal tank volume strongly affect this transfer of weight between the sides and, consequently, may increase the occurrences of lateral overturning. Current regulations and legislations for the transportation of liquid cargo do cite the question of liquid movement and do not restrict the traffic of vehicles with partial volumes classified as critical. Thus, there is the need to review the rules for the transportation of liquid cargo, establishing as 80% of the tank nominal volume as the minimum allowable liquid level. It is also necessary to include specific instructions for the drivers of combination units driving with partial volumes to mitigate the chances of overturning.

Key words: load vehicle assemblies; lateral stability; transport of liquid cargo; partial volume; overturning.

## 1 INTRODUÇÃO

### 1.1 Breve histórico dos veículos de carga no Mundo

Em 1896 o senhor Gottlieb Daimler construiu o que se considera como o primeiro veículo de carga da história do automobilismo (figura 1). A tarefa foi relativamente simples: substituiu-se a tração por cavalos pela força de cavalos-a-vapor do motor “*Phoenix*”, um motor projetado por ele mesmo. Com 1,06 litros de cilindrada, dois cilindros e 4 cv de potência, era capaz de mover-se com três tipos de combustíveis: gasolina, querosene e óleo para lamparinas.

Figura 1 – Invenção de Gottlieb Daimler: “*Daimler-Motoren-Gesellschaft Truck*”, considerado o primeiro caminhão da história



Fonte: <https://www.motorpasion.com/clasicos/daimler-motoren-gesellschaft-truck-el-primer-camion-de-la-historia>.

Em 1917, Henry Ford construiu o primeiro chassi de um veículo específico para o transporte de cargas, modelo “T” (figura 2) de uma tonelada, para produção em série (fonte: [http://trucks.about.com/cs/vintagetrucks/a/ford\\_trucks.htm](http://trucks.about.com/cs/vintagetrucks/a/ford_trucks.htm)).

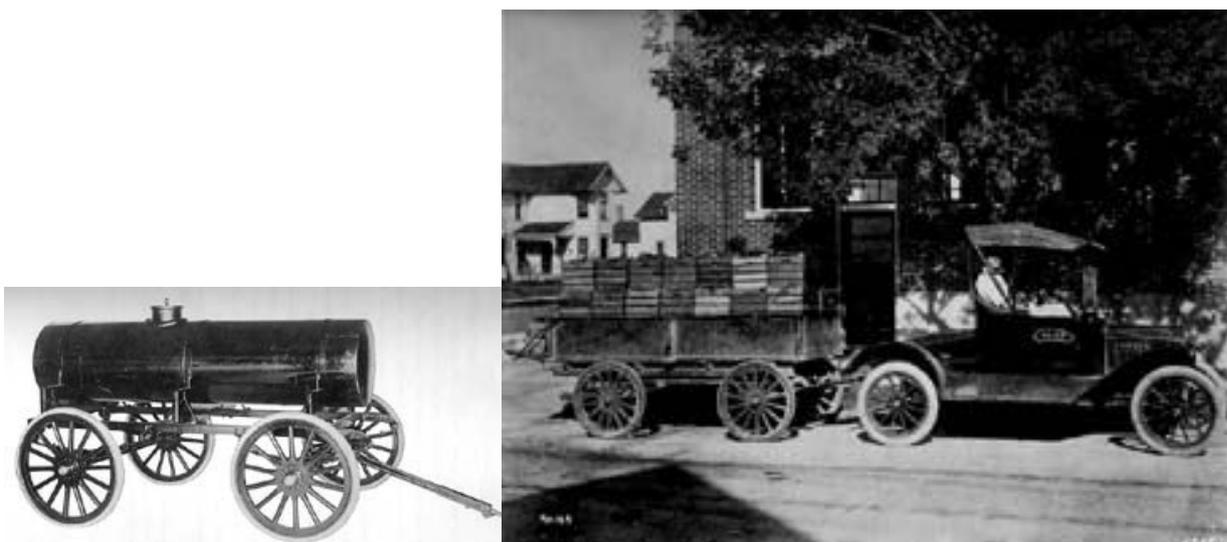
Figura 2 – Ford Modelo T “One Ton Truck”, 1918.



Fonte: [http://trucks.about.com/cs/vintagetrucks/a/ford\\_trucks.htm](http://trucks.about.com/cs/vintagetrucks/a/ford_trucks.htm).

No início dos anos 1900, fabricantes americanos como a Trailmobile começaram a produzir “trailers” ou reboques para serem tracionados por veículos automotores, basicamente uma adaptação das antigas carroças com quatro rodas tracionadas por cavalos. E assim teve início a utilização dos chamados “reboques” para o transporte de cargas tracionados por veículos automotores, conforme ilustrado na figura 3.

Figura 3 – “Reboques” Trailmobile tracionados por veículo automotor.



Fonte: [http://www.trailmobile.com/About\\_Trailmobile/History\\_of\\_Trailmobile](http://www.trailmobile.com/About_Trailmobile/History_of_Trailmobile).

August Charles Fruehauf (1868-1930), ferreiro e construtor de carruagens em Detroit – Estados Unidos, construiu em 1914 um reboque para o transporte de mercadorias para ser

tracionado em um Ford modelo “T”. O trailer fez sucesso. Esses reboques, aos quais Fruehauf denominou “semirreboques”, tornaram-se muito populares nos anos seguintes. Em 1918, Fruehauf incorporou seus semirreboques definitivamente na produção de sua empresa, e a assim “*Fruehauf Trailer Company*” foi fundada (figura 4).

Desprovidos de rodas dianteiras, esses veículos rebocados apoiam-se diretamente sobre a traseira do veículo de tração, transferindo parte do peso da carga para estes, por isso foram chamados de “semi” reboques. Diversos modelos foram fabricados, como por exemplo semirreboque tanque, como ilustrado na figura 5.

Figura 4 – Semirreboque “Fruehauf” 1916



Fonte: <http://www.detroithistorical.org/collections>.

Figura 5 – Primeiro Semirreboque Tanque em alumínio, “Fruehauf” 1929



Fonte: <http://www.enarco.com/trucks.htm>

A partir de então teve início a utilização no transporte de carga dos “veículos articulados” formados por uma unidade de tração motorizada e um veículo rebocado, chamados de reboque e semirreboque ou “carreta” como são mais conhecidos no Brasil.

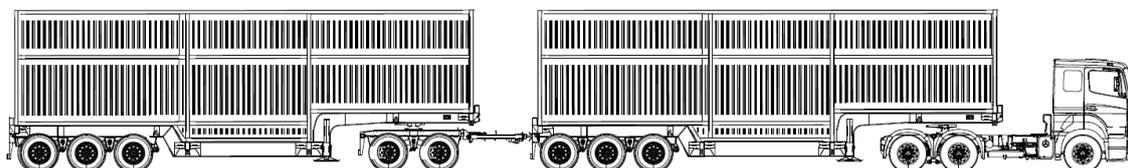
Nesses 120 anos, os veículos de carga evoluíram até chegar aos “*road-trains*” australianos com 4 ou mais semirreboques (figura 6) e o “super-rodotrem” brasileiro com 11 eixos e 91 toneladas de Peso Bruto Total Combinado (figura 7) liberado em 2017 pela Resolução n.º CONTRAN 663/17.

Figura 6 – “*Road-train*” australiano.



Fonte – <http://www.elakiri.com/forum/showthread.php?t=1065194>.

Figura 7 – Conjunto “super-rodotrem” de 91 toneladas, liberado no Brasil em 2017



Fonte – o autor.

## 1.2 Breve histórico dos veículos de carga no Brasil

No final da década de 50 foram fabricados os primeiros caminhões nacionais. Em 2005 chegou-se a cifra de 1,5 milhões de caminhões fabricados, colocando o Brasil como o

quinto maior produtor mundial de veículos pesados, segundo a Anfavea, Associação Nacional de Veículos Automotores (Fonte: Anuário Estatístico da Indústria Automobilística Brasileira – 2006, Anfavea).

Segundo dados divulgados pela Comissão Mista BNDE-CEPAL (Análise e Projeções do Desenvolvimento Econômico - BNDE, Rio de Janeiro, 1957), o número de caminhões em circulação no Brasil aumentou de 115.997, em 1947, para 244.941, em 1952. (fonte: [http://medalha.desenvolvimento.gov.br/docs/Dr\\_raul\\_Randon.pdf](http://medalha.desenvolvimento.gov.br/docs/Dr_raul_Randon.pdf)).

Segundo dados do Denatran, circulavam em dezembro de 2006 no Brasil: 1.768.221 caminhões, 280.037 caminhões-tratores e 987.663 entre reboques e semirreboques.

Em 1960, com a crescente demanda de caminhões pesados, iniciou-se a fabricação de semirreboques de um e dois eixos, para cargas secas e líquidas. O surgimento da Legislação de Trânsito que regulava o peso máximo por eixo dos veículos de carga, abriu novas oportunidades. Em 1967, surgiu o semirreboque de três eixos. (fonte: [http://medalha.desenvolvimento.gov.br/docs/Dr\\_raul\\_Randon.pdf](http://medalha.desenvolvimento.gov.br/docs/Dr_raul_Randon.pdf)).

Segundo o engenheiro especialista em transportes e Diretor Técnico da NTC&Logística, Neuto Gonçalves dos Reis, a primeira tentativa de se disciplinar as cargas por eixo e o peso bruto dos veículos no Brasil ocorreu por meio de lei baixada pelo Estado de São Paulo, em 23 de novembro de 1960.

Menos de um ano depois, esta tentativa foi encampada pelo Decreto federal n.º 50.903/61, que tratava exclusivamente dos limites de cargas por eixo. Data desta época, a criação da expressão “Lei da Balança” para o conjunto de leis que regulamentam o setor.

Embora não tinha sido praticado durante cinco anos, o Decreto federal foi incorporado pelo Decreto n.º 62.127/68. Este Decreto regulamentou da Lei n.º 5.108/66, que modificava o Código Nacional de Trânsito.

Os limites de pesos por eixo eram de 5 t no eixo dianteiro, 10 t por eixo isolado, 8,5 t por eixo em tandem e 40 t de peso bruto total.

Os limites de comprimentos eram de 12 m para veículos simples, 16,5 m para veículos articulados e 18 m para veículos combinados. A largura máxima era de 2,40 m e a altura máxima, de 4,00 m.

O Decreto assegurava o trânsito durante cinco anos dos veículos que ultrapassassem as dimensões por ele estabelecidas; e o trânsito por 180 dias dos veículos com excesso de até 10% no peso bruto e nas cargas por eixo.

A medida estimulou os transportadores a reivindicar aumento geral de 10% nos limites de pesos e dimensões.

A resposta do governo veio em 1978, por meio do decreto n.º 82.925, que elevou o peso bruto total combinado de 40 para 45 t, mas manteve inalteradas as cargas por eixo. Este decreto incorporou ainda a tolerância de 10% sobre os comprimentos, que passaram a ser de 13,20 m para veículo simples, 18,15 m para veículo articulado e 19,80 m para veículo combinado; a largura, que passou de 2,40 m para 2,60 m; e a altura, que passou de 4,0 m para 4,40 m.

Persistiram as pressões pelo aumento das cargas por eixo e pelo uso de veículos mais longos e mais pesados. O governo manteve-se inflexível em relação às cargas por eixo, mas admitiu o uso, mediante Autorização Especial de Trânsito - AET, de veículos mais pesados e mais longos.

Surgem nessa época os primeiros treminhões e rodotrens experimentais de até 75 t de peso bruto e 32 metros de comprimento.

Estas combinações longas seriam finalmente regulamentadas pela Resolução n.º 631/84, do CONTRAN, que, estabeleceu os requisitos para a circulação de combinações com mais de duas unidades.

Em 1.990, o decreto n.º 98.933 autorizou a elevação do limite de carga do eixo dianteiro de 5 para 6 toneladas, para legalizar o grande número de coletivos que circularam com mais de 5 t neste eixo.

O mesmo decreto deu competência ao CONTRAN - Conselho Nacional de Trânsito, para aprovar os limites de pesos para pneus extra-largos (“*single-tire*”). Em outubro de 1994, o CONTRAN baixou a Resolução n.º 787, fixando o limite por eixo com pneus extra-largos, desde que equipado com suspensão pneumática, no caso de conjuntos em tandem de semirreboques.

A legislação em vigor atualmente sobre pesos por eixo e peso bruto tem sua origem no Código de Trânsito Brasileiro - CTB (Lei n.º 9.503 de 23 de setembro de 1997).

Reza o artigo 99 que somente poderá transitar pelas vias terrestres o veículo cujos peso e dimensões atenderem aos limites estabelecidos pelo CONTRAN.

Por sua vez, o artigo 100 estabelece que nenhum veículo ou combinação de veículos poderá transitar com lotação de passageiros, PBT (Peso Bruto Total) ou PBTC (Peso Bruto Total Combinado) ou com peso por eixo superior ao fixado pelo fabricante, nem ultrapassar a CMT (Capacidade Máxima de Tração) da unidade tratora.

Já o artigo 101 estabelece que ao veículo ou combinação de veículos utilizados no transporte de carga indivisível que não se enquadrem nos limites de pesos e dimensões estabelecidos pelo CONTRAN, poderá ser concedida pela autoridade com circunscrição sobre a via, Autorização Especial de Trânsito - AET, com prazo determinado, válida para cada viagem, atendidas as condições de segurança julgadas necessárias.

Com base no CTB, o CONTRAN baixou a Resolução n.º 12/98, estabelecendo que o PBT não pode ultrapassar a soma dos pesos por eixo ou 45 t (prevalece o que for menor). Os pesos por eixo foram mantidos inalterados, ou seja, 6 t por eixo isolado com dois pneus (dianteiro), 10 t para eixo isolado com 4 pneus, 17 t para conjuntos de dois eixos em tandem, 13,5 t para conjunto de dois eixos em tandem, sendo um com apenas dois pneus, 15 t para conjuntos de dois eixos não em tandem e 25,5 t para conjuntos de três eixos em tandem. Foi introduzido o limite de 12 t para conjuntos de dois eixos direcionais com dois pneumáticos cada.

Todos os valores para conjuntos de eixos pressupõem distância entre eixos entre 1,20 e 2,40 m. Para distâncias superiores a 2,40 m, os eixos são considerados isolados. Para distâncias inferiores a 1,20 m o limite é reduzido para 9,0 t. Nos eixos em tandem, a diferença de peso entre eles não pode exceder 1.700 kg.

Para os pneus extra-largos, a Resolução n.º 62/98 do CONTRAN aumentou o limite para 17 t para tandem duplo e 25,5 t para tandem triplo em semirreboques equipados com suspensão pneumática e pneus com medida de 385/65R22,5”.

Em 1998 a Resolução n.º 68/98 do CONTRAN estabeleceu os requisitos de segurança necessários à circulação de Combinações de Veículos de Carga – CVCs, referidos nos artigos 97, 99 e 314 do Código Brasileiro de Trânsito, para combinações com mais de duas unidades incluída a unidade tratora.

Publicada no Diário Oficial da União de 25 de setembro de 1998, essa Resolução trouxe alterações significativas na matriz do transporte rodoviário de cargas propiciando um rápido crescimento do volume de CVCs em circulação. Seu Anexo, publicado no Diário Oficial da União de 28 de setembro de 1998, estabeleceu os tipos de composições de veículos autorizados e suas nomenclaturas.

A legislação anterior que tratava dessa matéria, a Resolução n.º 631/84 do CONTRAN, impunha uma série de restrições adicionais como no Artigo 3º. que limitava o horário para trânsito com conjuntos de veículos entre 6:00h e 18:00h e seu limite de velocidade máxima de 60 km/h.

Em outubro de 2005 a Resolução n.º 184 alterou as Resoluções 12/98 e 68/98, e com uma pequena sutileza no seu texto alterou o original da Resolução 68, que admitia PBT maior que 45 t apenas para os chamados CVCs, passando de “com duas ou mais unidades” para “com mais de duas unidades”, incluiu nesse aumento de PBT de 45 para 57 t os conjuntos formados por caminhões-tratores de 3 eixos com carretas com eixos distanciados (conhecidas como “Wanderléias”) chegando a um PBT de 53 t, anteriormente proibidos, por ultrapassarem os limite total de 45 toneladas. Outra alteração de impacto foi o cancelamento da exigência da

Autorização Especial de Trânsito – AET para os conjuntos com PBT até 57 toneladas, cujo principal modelo isentado foi o chamado bitrem.

Finalmente as Resoluções 210 e 211 de 2006 vieram trazer segurança jurídica aos documentos anteriores e consolidar a nova matriz do transporte rodoviário de cargas.

Dentre as principais exigências encontram-se a obrigatoriedade da utilização de suspensão pneumática e eixo autodirecional para as unidades com eixo distanciado com objetivo de minimizar os danos ao pavimento que seriam causados pelo arraste lateral dos pneus nesses eixos ou ainda devido à possibilidade do motorista, da própria cabine, levantar o primeiro eixo para evitar danos aos pneus nas manobras, e assim sobrecarregar os demais eixos potencializando os danos ao pavimento.

Apesar de não existir especificação na legislação brasileira quanto aos requisitos para que uma suspensão seja considerada pneumática, a Comunidade Européia a define na Diretiva 97/27/CE, como sendo um sistema de suspensão em que pelo menos 75 % do efeito de mola é causado pela elasticidade do ar. Outras exigências da Comunidade Européia para que uma suspensão seja considera pneumática ou equivalente são:

- Cada eixo deve estar equipado com amortecedores hidráulicos. Nos eixos duplos, os amortecedores hidráulicos devem ser colocados de modo a reduzir ao mínimo a oscilação;
- A razão média de amortecimento (chamado de valor “D”) deve ser superior a 20 % do amortecimento crítico em condições normais e com amortecedores hidráulicos instalados e a funcionar.
- A razão máxima de amortecimento da suspensão com todos os amortecedores hidráulicos removidos ou com funcionamento bloqueado não deve ser superior a 50 % do fator de amortecimento médio “D”;
- A frequência máxima da massa suspensa acima do eixo motor ou do *bogie* numa oscilação vertical transitória livre não pode exceder 2 Hz. (Fonte: DIRECTIVA 97/27/CE DO PARLAMENTO

EUROPEU E DO CONSELHO de 22 Julho de 1997 relativa às massas e dimensões de determinadas categorias de veículos a motor e seus reboques e que altera a Directiva 70/156/CEE).

Outra alteração importante da Resolução CONTRAN n.º 210/06 foi a eliminação da necessidade da autorização para circulação dos conjuntos com PBTC até 57 t sem a necessidade de obtenção da Autorização Especial de Trânsito, isentando principalmente o bitrem de 7 eixos.

Para os conjuntos com PBTC acima de 57 toneladas manteve-se a exigência da AET para circulação e estabeleceu-se o comprimento mínimo para o conjunto de 25 metros e o máximo em 30 metros.

A Resolução 210/06 estabeleceu os seguintes limites:

*“Art. 2º Os limites máximos de peso bruto total e peso bruto transmitido por eixo de veículo, nas superfícies das vias públicas, são os seguintes:*

*§1º – peso bruto total ou peso bruto total combinado, respeitando os limites da capacidade máxima de tração - CMT da unidade tratora determinada pelo fabricante:*

*a) peso bruto total para veículo não articulado: 29 t*

*b) veículos com reboque ou semirreboque, exceto caminhões: 39,5 t;*

*c) peso bruto total combinado para combinações de veículos articulados com duas unidades, do tipo caminhão-trator e semirreboque, e comprimento total inferior a 16 m: 45 t;*

*d) peso bruto total combinado para combinações de veículos articulados com duas unidades, do tipo caminhão-trator e semirreboque com eixos em tandem triplo e comprimento total superior a 16 m: 48,5 t;*

*e) peso bruto total combinado para combinações de veículos articulados com duas unidades, do tipo caminhão-trator e semirreboque com eixos distanciados, e comprimento total igual ou superior a 16 m: 53 t;*

*f) peso bruto total combinado para combinações de veículos com duas unidades, do tipo caminhão e reboque, e comprimento inferior a 17,50 m: 45 t;*

*g) peso bruto total combinado para combinações de veículos articulados com duas unidades, do tipo caminhão e reboque, e comprimento igual ou superior a 17,50 m: 57 t;*

*h) peso bruto total combinado para combinações de veículos articulados com mais de duas unidades e comprimento inferior a 17,50 m: 45 t;*

*i) para a combinação de veículos de carga – CVC, com mais de duas unidades, incluída a unidade tratora, o peso bruto total poderá ser de até 57 toneladas, desde que cumpridos os seguintes requisitos:*

*1 – máximo de 7 (sete) eixos;*

*2 – comprimento máximo de 19,80 metros e mínimo de 17,50 metros;*

3 – unidade tratora do tipo caminhão trator;

§2º – peso bruto por eixo isolado de dois pneumáticos: 6 t;

§3º – peso bruto por eixo isolado de quatro pneumáticos: 10 t;

§4º – peso bruto por conjunto de dois eixos direcionais, com distância entre eixos de no mínimo 1,20 metros, dotados de dois pneumáticos cada: 12 t;

§5º – peso bruto por conjunto de dois eixos em tandem, quando à distância entre os dois planos verticais, que contenham os centros das rodas, for superior a 1,20m e inferior ou igual a 2,40m: 17 t;

§6º – peso bruto por conjunto de dois eixos não em tandem, quando à distância entre os dois planos verticais, que contenham os centros das rodas, for superior a 1,20m e inferior ou igual a 2,40m: 15 t;

§7º – peso bruto por conjunto de três eixos em tandem, aplicável somente a semirreboque, quando à distância entre os três planos verticais, que contenham os centros das rodas, for superior a 1,20m e inferior ou igual a 2,40m: 25,5t;

§8º – peso bruto por conjunto de dois eixos, sendo um dotado de quatro pneumáticos e outro de dois pneumáticos interligados por suspensão especial, quando à distância entre os dois planos verticais que contenham os centros das rodas for:

a) inferior ou igual a 1,20m; 9 t;

b) superior a 1,20m e inferior ou igual a 2,40m: 13,5 t.”

A Resolução DNIT 01/2016 define o termo “em tandem” como:

“XVII – eixos em tandem são dois ou mais eixos que constituam um conjunto integral de suspensão, dotados de sistema de equalização de peso entre eles, podendo qualquer deles ser ou não motriz.”

E a Resolução 211 estabeleceu os requisitos para circulação de Combinações de Veículos de Carga – CVC, com os seguintes limites:

“Art. 2º A Autorização Especial de Trânsito - AET pode ser concedida pelo Órgão Executivo Rodoviário da União, dos Estados, dos Municípios ou do Distrito Federal, mediante atendimento aos seguintes requisitos:

I - para a CVC:

a) Peso Bruto Total Combinado – PBTC igual ou inferior a 74 toneladas;

b) Comprimento superior a 19,80 m e máximo de 30 metros, quando o PBTC for inferior ou igual a 57t.

c) Comprimento mínimo de 25 m e máximo de 30 metros, quando o PBTC for superior a 57t.”

Todos os veículos ou combinações de veículos consideradas homologadas pelo Departamento Nacional de Trânsito e portanto, autorizados a circular pelas vias públicas, foram discriminadas na Portaria DENATRAN Nº 63 de 2009.

Em 2017, para atender ao setor sucraalcooleiro, o CONTRAN aprovou a utilização de conjuntos do tipo rodotrem com 11 eixos e 91 toneladas de PBTC, limitados ao tráfego de no

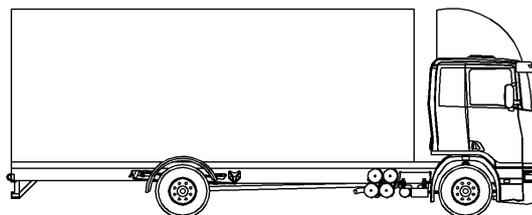
máximo 100 quilômetros e demais requisitos estabelecidos na Resolução CONTRAN n.º 663/17.

### 1.3 Principais tipos de veículos em circulação após a Legislação recente

Após a sequência evolutiva da Legislação de trânsito brasileira, podemos destacar os seguintes tipos de veículos de carga, como os principais representantes atuais da matriz rodoviária do transporte de cargas:

a) Caminhão 4x2: para o transporte de curta distância e principalmente distribuição urbana, encontra-se nas vias públicas os caminhões leves de 2 eixos, do tipo 4x2, conhecido na linguagem popular como “caminhão toco”, conforme ilustrado na figura 8.

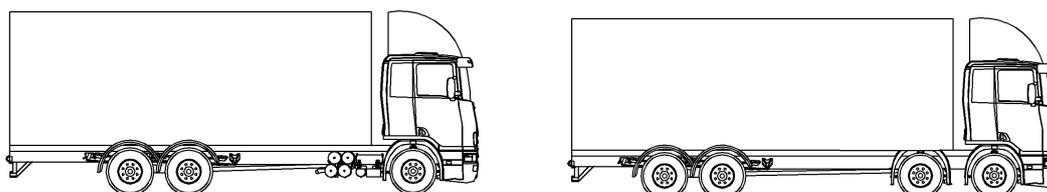
Figura 8 – Caminhão leve de 2 eixos do tipo 4x2



Fonte: o autor.

b) Caminhão 6x2/6x4 ou 8x2/8x4: o segundo tipo são caminhões médios de 3 eixos ou 4 eixos, utilizados principalmente em distâncias curtas e médias. Com PBT de 23 toneladas, podem ser do tipo 6x2 ou ainda 6x4, ou com PBT de 29 podem ser do tipo 8x2 ou 8x4. O tipo 6x2, com tração apenas no segundo eixo, é dotado do chamado “Eixo Veicular Auxiliar” ou “Terceiro Eixo” e é conhecido como “caminhão trucado”. Na versão 6x4, com tração no segundo e terceiro eixos, é dotado de duplo diferencial e é conhecido como “caminhão traçado”. Já o modelo com 4 eixos (8x2 ou 8x4) é conhecido como “bitruck”. Um veículo de cada tipo pode ser visto na figura 9.

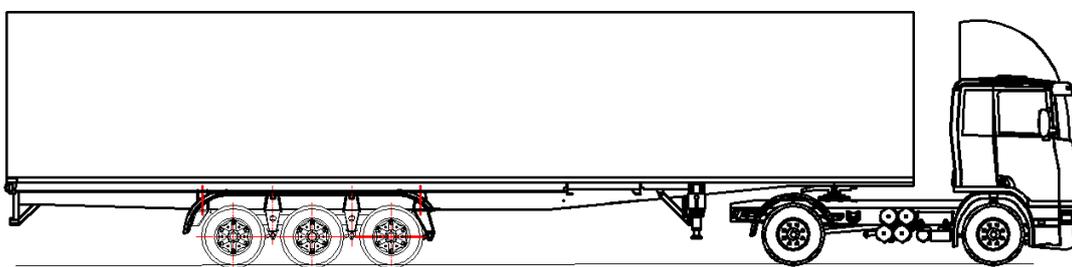
Figura 9 – Caminhão médio de 3 eixos do tipo 6x2/6x4 na esquerda e 8x2/8x4 na direita



Fonte: o autor.

c) Caminhão-trator 4x2 + Semirreboque: trata-se agora de um conjunto de veículos de carga, formado por uma unidade tratora e um veículo rebocado, neste caso um semirreboque. Especificamente o conjunto da figura 10 é formado por um caminhão-trator de 2 eixos do tipo 4x2 e um semirreboque de 3 eixos, totalizando 5 eixos no conjunto. Possui PBTC de 41,5 toneladas e uma capacidade de carga de aproximadamente 26 toneladas, dependendo do peso próprio do conjunto (Tara). O conjunto possui uma única articulação e o acoplamento entre os veículos é garantido pelos componentes chamados de “5ª-roda” (*fifth-wheel*) no veículo de tração e o “pino-rei” (*king-pin*) no veículo rebocado.

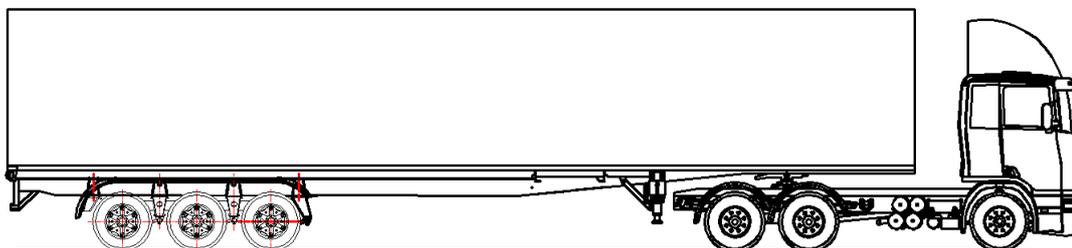
Figura 10 – Conjunto Caminhão-trator 4x2 + semirreboque de 3 eixos.



Fonte: o autor.

d) Caminhão-trator 6x2 ou 6x4 + semirreboque: de maneira similar ao caminhão simples, o conjunto de veículos pode ser tracionado por um caminhão do tipo 6x2 ou 6x4, conforme figura 11. Nesse caso o PBTC passa a ser de 48,5 toneladas, de acordo com a Resolução 210/06 do CONTRAN.

Figura 11 – Conjunto Caminhão-trator 6x2 ou 6x4 + semirreboque de 3 eixos.

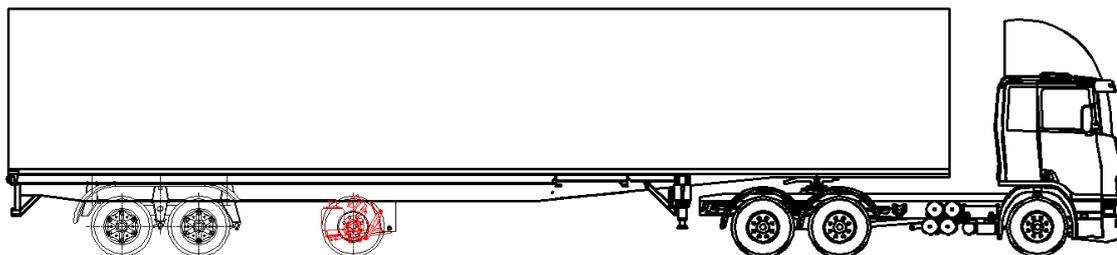


Fonte: o autor.

e) Caminhão-trator 6x2 ou 6x4 + semirreboque com eixos distanciados: com a Resolução 184/05 e depois com sua substituta, a Resolução 210/06, foi autorizado a circulação de conjuntos formados por apenas dois veículos e com PBTC superior a 45 toneladas, viabilizou-

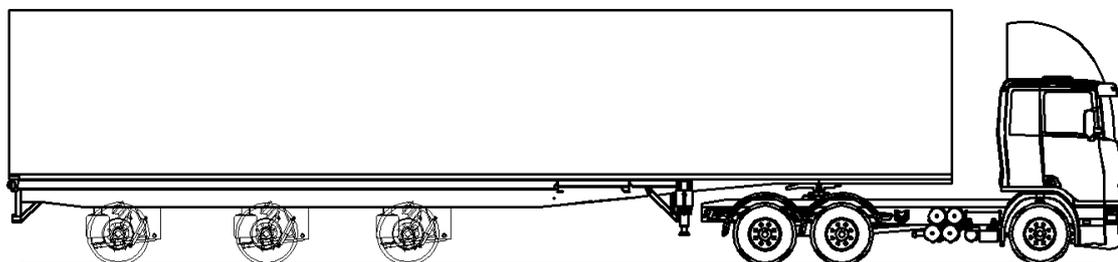
se imediatamente dois novos tipos de conjuntos tracionados por caminhão-trator de 3 eixos: com carreta com suspensão do tipo 2 eixos juntos e 1 distanciado (figura 12) e PBTC de 50 toneladas e outro com carreta com os 3 eixos afastados e PBTC de 53 toneladas, como ilustrado na figura 13.

Figura 12 – Caminhão-trator 6x2 + semirreboque de 2 eixos + 1 distanciado (PBTC de 50 t).



Fonte: o autor.

Figura 13 – Caminhão-trator 6x2 + semirreboque de 3 eixos distanciados (PBTC de 53 t).



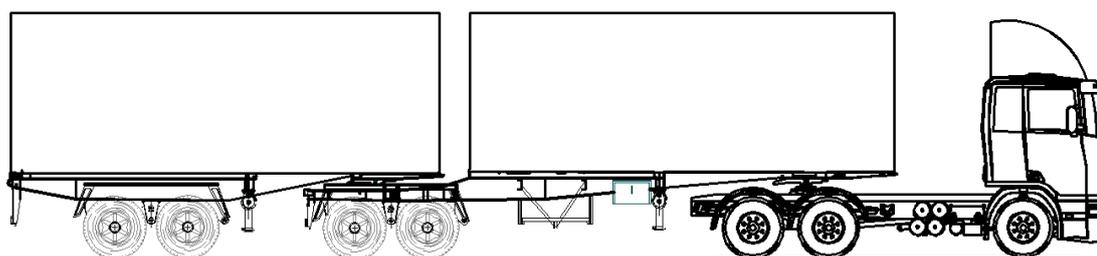
Fonte: o autor.

f) Bitrem: trata-se uma Combinação de Veículos de Carga – CVC, como é denominado pela Legislação vigente, formado por 3 veículos sendo um veículo-trator com 3 eixos, um semirreboque de 2 eixos com uma 5ª roda na traseira de seu chassi e mais um segundo semirreboque também de dois eixos. A denominação “bi” não tem ligação com o fato de existirem dois veículos rebocados ou dois compartimentos de cargas, mas sim devido ao tipo de engate utilizado entre as unidades: do tipo “B” ou seja, utilizando 5ª-roda + pino-rei. Advêm do nome original em inglês “*b-train*”, cuja invenção é creditada ao Canadá no final da década de 40.

Esse conjunto tem um Peso Bruto Total Combinado - PBTC de 57 toneladas, uma capacidade de carga líquida de aproximadamente 38 toneladas, com duas articulações e sete eixos no total.

Uma vantagem adicional desse conjunto comparado com aqueles de PBT acima de 57 toneladas reside no fato da Resolução permitir o tracionamento através de veículos do tipo 6x2 (até o ano de 2.010). Um exemplo desse tipo de CVC pode ser visto na figura 14.

Figura 14 – Conjunto CVC do tipo Bitrem



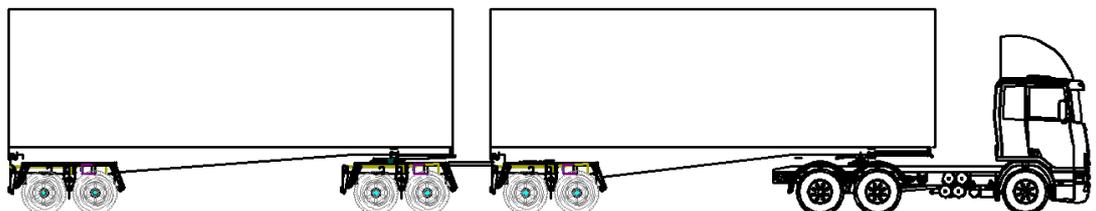
Fonte: o autor.

g) Rodotrem: trata-se também de um CVC formado por 4 veículos sendo um veículo-trator com 3 eixos, um semirreboque de 2 eixos com um engate na traseira de seu chassi, um “*dolly*” intermediário com 2 eixos e uma 5ª-roda instalada em sua estrutura e mais um segundo semirreboque também de dois eixos. Entre a 1ª carreta e o “*dolly*” o engate é feito através do chamado “*cambão*” com engate único central (ou “*A-dolly*”), sendo conhecido como engate do tipo “A”. Em tese o conjunto deveria chamar-se “A-trem”, mas adotou-se no Brasil o nome de Rodotrem, derivado do termo equivalente “*road train*” utilizado na Austrália.

Esse conjunto tem um PBTC de 74 toneladas, uma capacidade de carga líquida de aproximadamente 50 toneladas, possui três articulações e 9 eixos no total (figura 15).

Para circulação desses conjuntos é exigida a Autorização Especial de Trânsito – AET e a um comprimento mínimo de 25 metros e máximo de 30 metros, por questões estruturais das obras de arte, devido a concentração de peso, conforme estabelecido na Resolução CONTRAN 211/06.

Figura 15 – Conjunto CVC do tipo Rodotrem.

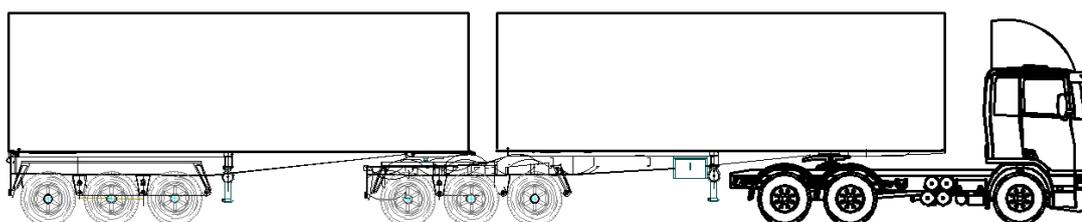


Fonte: o autor.

h) Bitrem 9 eixos: conhecido nas estradas como “bitrenção” ou “superbitrem”, trata-se de uma nova Combinação de Veículos de Carga – CVC, autorizada pela Resolução 211/06 do CONTRAN, formada por 3 veículos sendo um veículo-tractor com 3 eixos do tipo 6x4, um semirreboque de 3 eixos com uma 5ª roda na traseira de seu chassi e mais um segundo semirreboque também de três eixos. Esse conjunto tem um Peso Bruto Total Combinado - PBTC de 74 toneladas, uma capacidade de carga líquida de aproximadamente 52 toneladas, com duas articulações e nove eixos no total (figura 16).

Pelos mesmos motivos anteriores é exigida a Autorização Especial de Trânsito – AET e está limitado a um comprimento mínimo de 25 metros e máximo de 30 metros pela Resolução 211/06.

Figura 16 – Conjunto CVC do tipo Bitrem 9 eixos (“bitrenção”).



Fonte: o autor.

É raro no País a utilização no transporte convencional de conjuntos formados por caminhões tracionando reboques, os chamados “Romeu e Julieta”. Existem outros tipos de conjuntos, previstos na Legislação, como por exemplo treminhão e tritrem, no entanto são veículos utilizados em aplicações específicas como por exemplo na área de cana-de-açúcar e exploração florestal, não sendo portanto, objeto deste trabalho em função da frota relativamente pequena quando comparada com a frota de bitrens e rodotrens em circulação.

#### 1.4 Combinações de Veículos de Carga em outros países

Os conjuntos de veículos de cargas são também utilizados em outros países como Austrália, Nova Zelândia, Canadá e nos Estados Unidos. Neste último, o embargo do petróleo dos anos setenta e a conseqüente crise de combustíveis, aliados à redução do limite de velocidade geraram pressões para aumentar a produtividade dos caminhões (EICHER citado por REIS, 1989, p. 27). Os Estados que impunham restrições aos chamados “*twin Trailer Truck*” foram obrigados a permitir o uso desse tipo de combinação (TRB-SR 211 citado por REIS, 1986, p.29), representando um evolução na legislação americana sobre configurações de veículos de carga [1].

Em agosto de 2000, o Departamento Americano de Transporte (DOT) publicou seu estudo sobre tamanho e peso de caminhões. Esse estudo registra o significativo ganho de produtividade (ganhos líquidos entre U\$ 10 bilhões e U\$ 40 bilhões por ano) se combinações de veículos forem permitidas em mais estradas Americanas [2].

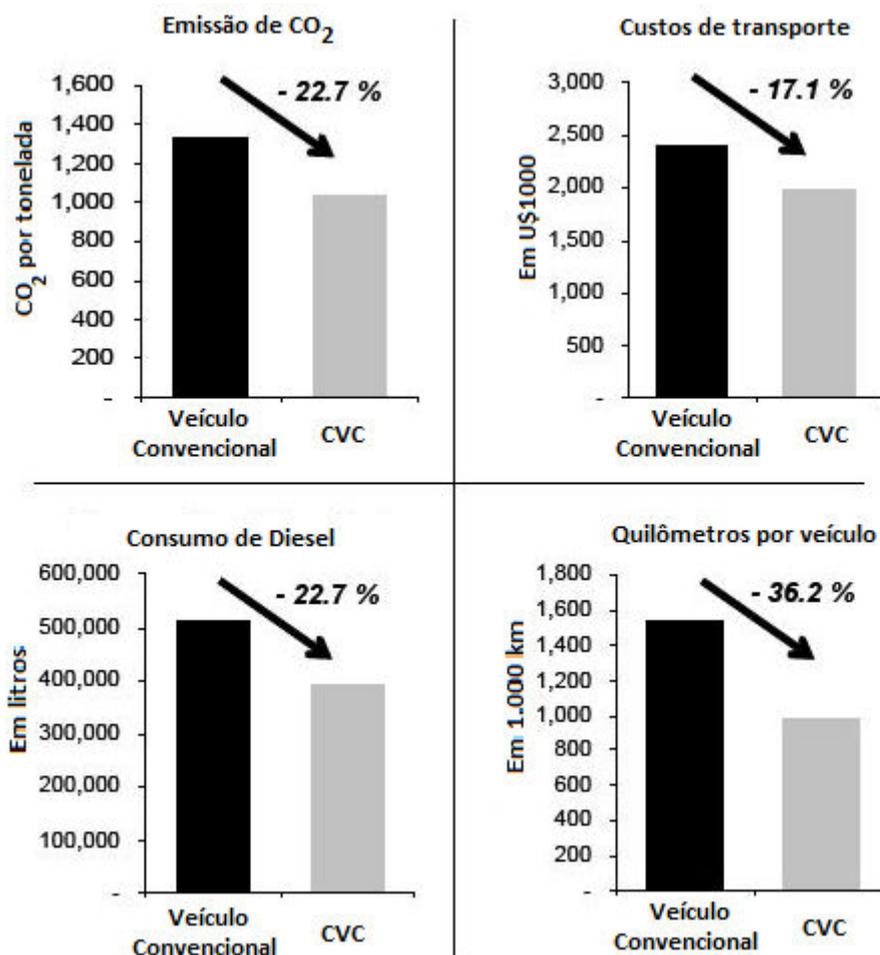
Canadá e Austrália, com grandes dimensões e geograficamente dispersos como os Estados Unidos, reformaram sua Regulamentação de tamanho e peso e tiveram significativo ganho na produtividade dos caminhões [2].

Há mais de meio século a Austrália tem permitido longos “*road trains*” com mais de 6 semirreboques em operações rurais (“*outback*”) [2].

Segundo o Relatório da UN-ESCAP, *United Nations - Economic and Social Commission for Asia and the Pacific*, publicado em janeiro de 2007 por Philipp Nagl, o uso de CVCs (ou LCV – *Longer Combinations of Vehicles*) é uma opção importante para o transporte rodoviário aumentar sua eficiência e tornar-se mais “amigável” com o meio ambiente. Muitos países têm operado com CVCs satisfatoriamente há muito tempo e veem acumulando experiência nessa área. Em adição, o uso de CVCs traz investimento em novas tecnologias na área de veículos.

O mesmo relatório traz ainda estimativas dos ganhos esperados com a utilização de CVCs na Ásia e região do Pacífico, ilustrados no gráfico da figura 17.

Figura 17. Efeitos do uso de CVC – Combinações de Veículos de Carga



Fonte: “Longer Combination Vehicles (LCV) for Asia and the Pacific Region: Some Economic Implications”

### 1.5 Características específicas de Conjuntos de Veículos de Carga

Devido a quantidade de articulações entre as unidades do conjunto, os CVCs estão sujeitos a fenômenos específicos que afetam significativamente a sua dirigibilidade e, por consequência, a sua segurança no trânsito.

Dentre as características peculiares desses CVCs destaca-se como a mais relevante o fenômeno conhecido como “amplificação traseira” (*rearward amplification*). Típico de veículos com muitas articulações, é chamada de amplificação traseira o aumento do deslocamento lateral da última unidade do conjunto quando comparada com o deslocamento lateral da primeira unidade, durante manobras em curvas ou manobras evasivas. Em consequência dessa amplificação do movimento a unidade traseira do conjunto é submetida a acelerações laterais maiores que a unidade tratora.

Mesmo presente também na configuração convencional de dois veículos - veículo-trator + semirreboque, devido a sua pequena intensidade, pelo fato de existir uma única articulação, tem pouco impacto na questão da estabilidade lateral desses veículos.

Já nos conjuntos com três ou mais veículos, esse fenômeno passa a ter importância decisiva na dirigibilidade e segurança do trânsito desses veículos, tornando-se necessário um aprofundamento no estudo dos seus efeitos.

Segundo Gillespie [3], a amplificação traseira reduz a performance desses conjuntos e podem resultar em acidentes.

Há fortes evidências de que os conjuntos de veículos de carga têm problema de tombamento lateral e tal problema está ligado a uma deficiência de segurança denominada amplificação traseira.

Demoras provocadas pelas articulações retardam, em certas situações, a percepção dos movimentos da traseira do veículo, diminuindo a capacidade do motorista em reagir adequadamente em situações críticas. (CASTER citado por REIS, 1987, p. 36)[1].

## **1.6 Critérios específicos para a formação dos motoristas**

O Código Brasileiro de Trânsito instituído pela Lei n.º 9.503, de 23 de setembro de 1997 prevê as seguintes categorias de motoristas, no seu Artigo 143:

*I - Categoria A - condutor de veículo motorizado de duas ou três rodas, com ou sem carro lateral;*

*II - Categoria B - condutor de veículo motorizado, não abrangido pela categoria A, cujo peso bruto total não exceda a três mil e quinhentos quilogramas e cuja lotação não exceda a oito lugares, excluído o do motorista;*

*III - Categoria C - condutor de veículo motorizado utilizado em transporte de carga, cujo peso bruto total exceda a três mil e quinhentos quilogramas;*

*IV - Categoria D - condutor de veículo motorizado utilizado no transporte de passageiros, cuja lotação exceda a oito lugares, excluído o do motorista;*

*V - Categoria E - condutor de combinação de veículos em que a unidade tratora se enquadre nas Categorias B, C ou D e cuja unidade acoplada, reboque, semirreboque ou articulada, tenha seis mil quilogramas ou mais de peso bruto total, ou cuja lotação exceda a oito lugares, ou, ainda, seja enquadrado na categoria trailer.*

Portanto, de acordo com o Código Brasileiro de Trânsito, um condutor com a Categoria “E” está legalmente habilitado para conduzir qualquer combinação de veículos, seja

um conjunto caminhão-trator e semirreboque, seja um conjunto do tipo bitrem ou ainda do tipo rodotrem.

Complementa ainda a questão da formação dos condutores, a Resolução do CONTRAN n.º 169, de 17 de março de 2005, que alterou a Resolução n.º 168/04, estabeleceu as Normas e Procedimentos para a formação de condutores de veículos automotores e diz em seu Artigo 23:

*“Art. 23. Na Instrução e no Exame de Direção Veicular para candidatos às categorias “B”, “C”, “D” e “E”, deverão ser atendidos os seguintes requisitos:*

*I – Categoria “B” – veículo motorizado de quatro rodas, excetuando-se o quadriciclo;*

*II – Categoria “C” – veículo motorizado utilizado no transporte de carga, registrado com Peso Bruto Total (PBT) de, no mínimo, 6.000 kg;*

*III – Categoria “D” – veículo motorizado utilizado no transporte de passageiros, registrado com capacidade mínima de vinte lugares;*

*IV – Categoria “E” – combinação de veículos, cujo caminhão trator deverá ser acoplado a um reboque ou semirreboque, registrado com Peso Bruto Total (PBT) de, no mínimo, 6.000 kg ou veículo articulado cuja lotação exceda a vinte lugares”.*

Assim, o artigo 23 e o seu item IV estabelecem que, para o condutor de qualquer tipo de combinação de veículos tanto a instrução quanto o exame devem ser feitos, de acordo com a legislação, em um conjunto do tipo caminhão-trator acoplado com um reboque ou semirreboque. Ou seja, deve receber treinamento e ser avaliado em um conjunto formado por dois veículos.

Então, a questão fundamental passa a ser: é possível preparar adequadamente um motorista de bitrem ou rodotrem realizando sua preparação e avaliação em um conjunto diferente e com resposta dinâmica distinta?

Para essa questão tem-se, de acordo com Ciência e Cognição 2006, vol.9 [4]:

*“O aprendizado motor influi em mecanismos específicos relacionados ao seu armazenamento, a chamada memória associativa, que compreende a aquisição e desenvolvimento de habilidades motoras através da repetição de gestos proporcionando a mecanização do movimento. Assim, a memória motora é importante, não somente para, posteriormente, executar a mesma atividade com maior facilidade; como também, no aprendizado de novos gestos que possuem movimentos similares.”*

E ainda, de acordo com o mesmo artigo:

*“Existe uma memória para o aprendizado da habilidade motora. Quando realizamos ou tentamos imitar um ato motor, nossos programas representam nada mais do que modelos para a formação de*

*memórias associativas. Nesse estágio, este tipo de memória se refere à capacidade humana de aprender novos gestos motores, sendo manifestada através da melhora do seu desempenho. Seu desenvolvimento necessita de treinamento repetitivo e, normalmente, é duradouro, de forma que a repetição consiga transformar um gesto, antes, descoordenado em um movimento muito mais harmonioso, através de um processo chamado mecanização (Ohyama et al., 2003). Quando se adquire maior domínio sobre determinado gesto motor como, por exemplo, ao andar de bicicleta, realizamos uma curva ou desviamos rapidamente de um buraco, a ação necessária para execução do movimento é realizada com pouco esforço, sem que seja necessário intenso raciocínio ou programação, pois já houve uma mecanização prévia de possíveis reações, a qual foi gerada, a princípio, pelo treinamento repetitivo. Como há memória para o gesto motor, seu reaprendizado é muito mais veloz do que um novo aprendizado, de modo semelhante a alterarmos eventos ou fatos em nossa memória declarativa, mas utilizando-se áreas encefálicas completamente diferentes (Ohyama et al., 2003; Doya, 2000). Essa é a explicação para a conhecida frase que diz: “quem aprendeu a andar de bicicleta, nunca irá esquecer”.*

O artigo traz a afirmativa que para o desenvolvimento de determinada habilidade motora específica é necessário o seu “treinamento repetitivo”. Portanto treinar os condutores em um conjunto diferente daquele que de fato será dirigido, não permite ao aluno o desenvolvimento completo das habilidades necessárias para uma condução segura, tendo em vista que nos conjuntos bitrens e rodotrens, o fenômeno da amplificação traseira tem influência significativa na sua dirigibilidade.

Em outros países que também utilizam CVCs, a formação de motoristas inclui recomendações específicas para prevenir sobre esses efeitos. O Departamento de Transporte americano (DOT) estabelece em seu documento “*Federal Motor Carrier Safety Administration, DOT - § 380.513*”, estabelece em seu apêndice os requisitos específicos para a formação de motoristas das Combinações de Veículos de Carga (chamado no documento de LCV – *Long Combinations of Vehicles*). Diz esse regulamento:

*“ANEXO À PARTE 380 - PROGRAMAS DE TREINAMENTO PARA MOTORISTA DE LCV, CONHECIMENTO NECESSÁRIO E COMPETÊNCIAS*

*A tabela a seguir lista os tópicos de instrução necessários para motoristas de veículos combinados longos de acordo com 49 CFR parte 380, subparte B. Os cursos de treinamento para operadores de LCV duplos e LCV Triplos devem ser distintos e adaptados para atender suas características únicas de operação e manuseio. Cada curso deve incluir os tópicos mínimos de instrução, projetados para fornecer uma oportunidade de desenvolver as habilidades descritas na unidade de Desenvolvimento de Proficiência do programa de treinamento. Somente um instrutor com habilidades pode administrar*

*o treinamento envolvendo a operação de um LCV. Um instrutor de sala de aula pode administrar apenas instruções que não envolvam a operação de um LCV ou de um de seus componentes. ”*

Estabelece ainda:

#### *SEÇÃO 2 — OPERAÇÃO BÁSICA*

*As unidades nesta seção devem cobrir a interação entre o motorista e o veículo. Eles devem ensinar aos alunos em treinamento como acoplar e desacoplar LCVs, garantir que os veículos estejam em condições adequadas de operação e controlar o movimento dos LCVs sob várias condições de estrada e tráfego. Durante os exercícios de condução em locais fora da estrada exigidos por esta seção, o aluno motorista deve primeiro familiarizar-se com as características básicas de operação de um LCV. Utilizando um LCV, os alunos devem ser capazes de executar as habilidades aprendidas em cada unidade para um nível de proficiência necessário para permitir a transição segura para a condução na via.... ”*

*“Unidade 4.2 — Situações perigosas. Esta unidade deve abordar os procedimentos específicos apropriados para emergências de LCV. Estes devem incluir direção evasiva, frenagem de emergência, recuperação fora de estrada, falhas nos freios, estouro de pneus, **amplificação traseira**, hidroplanagem, derrapagem, efeito “canivete” e o fenômeno de tombamento. A discussão deve incluir uma revisão de atos inseguros e o papel que eles desempenham na produção de situações perigosas”.*

Pode-se observar no contexto do Manual de Formação de Condutores do Estado de Michigan - EUA a inclusão dessa recomendação sobre itens específicos para a formação desses condutores:

*“Manual de Licença para Motorista Comercial 2005*

#### *Seção 6. COMBINAÇÃO DE VEÍCULOS*

*Esta seção fornece informações necessárias para passar nos testes para veículos combinados (caminhão-trator com semirreboque, duplos, triplos, caminhões com reboque). A informação é apenas para lhe dar o conhecimento mínimo necessário para a condução de combinação de veículos.*

##### *6.1 - Segurança na Condução de Combinações de Veículos*

*Os veículos combinados geralmente são mais pesados, mais longos e exigem mais habilidade de direção do que os veículos comerciais individuais. Isso significa que os condutores de combinações de veículos precisam de mais conhecimento e habilidade do que os condutores de veículos individuais. Nesta seção, falamos sobre alguns fatores de segurança importantes que se aplicam especificamente às combinações de veículos.... ”.*

*“Caminhões com reboques sofrem um perigoso efeito chamado de “efeito chicote”. Quando você faz uma mudança de faixa rápida, o efeito chicote pode tombar o reboque. Há muitos acidentes em que apenas o reboque sofreu tombamento. “Amplificação traseira” causa o efeito chicote.....”*

*“A amplificação traseira de 2.0 significa que o reboque traseiro tem duas vezes mais chances de virar do que o trator. Você pode ver que os triplos têm uma amplificação traseira de 3,5. Isso significa que você pode tombar o último reboque de triplos 3,5 vezes mais facilmente do que um conjunto de cinco eixos. Guie suavemente e suavemente quando estiver puxando reboques. Se você fizer um movimento repentino com o volante, seu reboque pode tombar ...”.*

O Relatório de Investigação de Acidentes do órgão americano NTSB – *National Transportation Safety Board*, n.º PB98-916203 de 1998 que investigou um grave acidente envolvendo um conjunto CVC do tipo “double”, ocorrido em Slinger, estado de Wisconsin em fevereiro de 1997, recomenda que seja desenvolvido um simulador para treinamento dos motoristas desses conjuntos conforme recomendado no seguinte item desse Relatório:

*“Como resultado de sua investigação, o National Transportation Safety Board faz as seguintes recomendações de segurança:*

*- À Administração Rodoviária Federal: Trabalhar junto com a Administração Nacional de Segurança no Trânsito Rodoviário, as Associações de Caminhões Americanas, a Irmandade Internacional de Equipes e a Associação de Transportadores de Carga Automotiva, para incentivar o desenvolvimento e uso de treinamento baseado em simulador para condutores de caminhões pesados. (H-98-8)”*

No Brasil, embora o setor de transporte rodoviário de carga já utilize em larga escala os conjuntos de veículos de carga, bitrens e rodotrens, desde 1998 até 2007 nenhuma alteração na sistemática de formação de motoristas foi efetivada pelas autoridades com objetivo de incluir instruções e alertas específicos para esse fenômeno que afeta significativamente a sua dirigibilidade e a segurança no trânsito.

Nem os conteúdos teóricos foram adaptados nem tão poucos os veículos utilizados pelos Centros de Formação de Condutores (“Autoescolas”) na instrução dos alunos foram alterados após a consolidação desses conjuntos como veículos para o transporte rodoviário de cargas.

## **1.7 Critérios Gerais para Avaliação do Desempenho de Veículos de Carga**

A Comissão Nacional de Transporte Australiana (NTC) e a Autoridade para o Transporte Terrestre da Nova Zelândia estabelecem os critérios para avaliação do desempenho de conjuntos de veículos de carga em suas rodovias. Considerando a similaridade

entre os novos conjuntos brasileiros e os veículos desses países, pode-se propor os seguintes critérios para avaliação dos novos conjuntos do Brasil:

Desempenho em reta - baixa velocidade (*Longitudinal performance - low speed*):

- Capacidade de arranque (*Startability*): capacidade de iniciar movimento à frente em uma rampa com inclinação específica;
- Capacidade de rampa (*Gradeability*): capacidade de manter movimento à frente em determinada rampa; e atingir uma velocidade mínima em uma rampa de 1%;
- Capacidade de aceleração (*Acceleration capability*): capacidade de acelerar a partir do repouso ou de aumentar a velocidade na estrada;

Desempenho relacionado com a infra-estrutura e o pavimento:

- Carga vertical no pavimento (*Pavement Vertical Loading*): carga vertical máxima aceitável no pavimento;
- Carga horizontal no pavimento (*Pavement Horizontal Loading*): carga horizontal máxima aceitável no pavimento;
- Carga em Ponte (*Bridge Loading*): efeito máximo do conjunto sobre uma ponte, comparado com o veículo padrão;

Desempenho Direcional – baixa velocidade:

- Área de varredura a baixa velocidade (*Low Speed Swept Path*): máxima largura da área de varredura do conjunto durante uma curva de 90° em baixa velocidade;
- Avanço Dianteiro (*Frontal Swing*): máximo avanço lateral do canto dianteiro do semirreboque durante curvas;
- Avanço Traseiro (*Tail Swing*): máximo avanço lateral do canto traseiro do semirreboque durante curvas;
- Demanda de atrito na tração (*Steer Tyre Friction Demand*): atrito máximo necessário entre pneu e pavimento durante manobras em baixa velocidade;

Desempenho Direcional – alta velocidade:

- Razão de Transferência de Carga Dinâmica (*Dynamic Load Transfer Ratio*): é a medida da razão de transferência de carga de um lado para outro do veículo em movimento, submetido a manobra;
- Amplificação Traseira (*Rearward Amplification*): é a razão entre a aceleração lateral gerada na última unidade da combinação e a aceleração lateral da unidade tratora durante as manobras;

- Limiar do tombamento estático (*Static Rollover Threshold - SRT*): aceleração lateral máxima que o veículo pode suportar durante uma curva constante sem sofrer tombamento;
- Varredura transiente em alta velocidade (*High Speed Transient Offtracking*): distância lateral do trajeto do último eixo da unidade traseira comparado com o trajeto do eixo direcional do veículo trator, durante manobras rápidas;
- Coeficiente de amortecimento rotacional (*Yaw Damping Coefficient*): descreve a capacidade do conjunto em estabilizar-se na pista diante de um movimento brusco no veículo-tractor;
- Estabilidade direcional durante frenagens (*Directional Stability Under Braking*): habilidade de manter-se estável durante as frenagens.

### **1.8 Critérios específicos para Avaliação da Estabilidade Lateral de Veículos**

Desses critérios listados pode-se extrair aqueles associados à estabilidade direcional em velocidade elevada. Dentre eles os principais parâmetros para avaliação de um conjunto de veículos de carga, quanto a possibilidade de tombamento lateral são os seguintes:

- a) Razão de Transferência de Carga Dinâmica – DLTR (*Dynamic Load Transfer Ratio*): é a medida da razão de transferência de carga de um lado para outro do veículo em movimento, submetido à manobras evasivas. Para determinar esse valor é necessário submeter o veículo a uma manobra específica em velocidade e avaliar a carga transferida de um lado para outro (do lado interno da curva para o lado externo), em relação a carga total. O máximo valor dessa razão de transferência é chamado de DLTR. O valor do DLTR varia sempre entre 0 e 1, onde 0 significa nenhuma transferência de carga e 1 significa transferência total de carga de um lado para outro. Existem muitas variações da manobra evasiva (“*lane change maneuver*”) para avaliação do DLTR e seu valor é sensível ao quão fechado é a trajetória (fonte: *SRT Calculator User Guide*);
- b) Amplificação Traseira - RA (*Rearward Amplification*): é a razão entre a aceleração lateral gerada na última unidade da combinação e a aceleração lateral da unidade tratora durante as manobras;
- c) Limiar de Tombamento Estático – SRT (*Static Rollover Threshold*): reflete a estabilidade do veículo em curvas com velocidade constante e é representado pelo valor da aceleração lateral capaz de causar o levantamento dos pneus do lado interno da curva, momento a partir do qual o tombamento é considerado inevitável. Seu valor corresponde a aceleração lateral limite que um veículo ou conjunto de veículos pode ser submetido sem sofrer tombamento.

Essas três medidas: Razão de Transferência de Carga Dinâmica – DLTR, na Amplificação Traseira - RA e no Limiar de Tombamento Estático – SRT são os melhores indicadores dos riscos de tombamento dos conjuntos de veículos de carga. Descrevem a propensão ao tombamento durante curvas e durante manobras evasivas rápidas. Sweatman et al citado por TERNZ reporta que, dentre eles, o Limiar de Tombamento Estático – SRT é, isoladamente, o “mais representativo” dos valores de *performance* dos veículos quanto ao tombamento lateral.

Observa-se que esses parâmetros não são independentes. Quando um veículo executa uma manobra rápida ocorre a Amplificação Traseira no conjunto e a última unidade experimenta acelerações laterais maiores que a unidade tratora. O quão perto a unidade traseira chegar perto do seu SRT será determinante para a ocorrência ou não do tombamento do conjunto.

SRT e DLTR podem ser determinadas fisicamente através da instrumentação dos conjuntos para medição dos parâmetros em pistas de teste. No entanto, especialmente os ensaios para medição do DLTR, são complexos e caros conforme ilustrado na figura 18. Simulações dinâmicas em softwares também requerem substanciais dados e características técnicas nem sempre disponíveis, como rigidez da suspensão e rigidez torsional da estrutura do veículo.

Figura 18 – Ensaio com conjunto de veículo para determinação dos parâmetros de estabilidade



Fonte: Anthony Best Dynamics – Inglaterra.

No entanto, o SRT pode ser estimado com boa precisão por cálculos matemáticos ou ainda determinado através do teste estático simples com plataforma hidráulica inclinável conhecida como “*tilt table*” conforme ilustrado na figura 19. Ambos os procedimentos estão tipificados no Regulamento n.º 111 da Comissão Econômica para Europa das Nações Unidas (CEE/NU) cujo título é “*Prescrições uniformes respeitantes à homologação dos veículos-cisterna das categorias N e O no que diz respeito à estabilidade à capotagem*”, em seus Anexos 3 e 4.

No ensaio com *tilt table*, a plataforma é inclinada até o momento que os pneus perdem o contato com o piso. A tangente do ângulo capaz de provocar esse efeito corresponde ao valor do SRT do conjunto em “g”.

Figura 19 – Ensaio para verificação do SRT em plataforma inclinável “*tilt table*”



Fonte: John R. Billing e J.D. Patten.

Portanto, a medida viável e mais difundida para avaliação da estabilidade lateral dos veículos é o Limiar de Tombamento Lateral Estático – SRT, expresso como a aceleração lateral, em “g”, máxima antes de ocorrer o tombamento lateral do veículo [5].

Muitos automóveis apresentam SRT maior que 1 g enquanto camionetas e vans apresentam SRT entre 0,8 e 1,2. Já veículos pesados de carga apresentaram SRT abaixo de 0,5 g. Tanques criogênicos para o transporte de gases liquefeitos apresentam SRT tão baixo quanto 0,26 g. [5].

Segundo Gillespie [6] o modelo de veículo rígido sugere que a aceleração lateral necessária para provocar o tombamento de um automóvel ou camioneta excede a capacidade de atrito entre os pneus e o pavimento (o coeficiente típico é na ordem de 0,8). Nesse caso é provável que o veículo deslize na superfície antes de ocorrer o tombamento, se não houver nenhum obstáculo na trajetória. No caso de veículos de carga os limites para o tombamento

são atingidos antes dos limites de atrito dos pneus. Como consequência é provável que um veículo de carga tombe antes de deslizar em uma superfície seca.

Assim, se a aceleração lateral gerada em uma curva ou manobra de emergência ultrapassar esse valor limite, o veículo de carga, de forma inevitável, tombará.

Muller et al. [7], classifica os veículos de carga de acordo com seu SRT como:

- Bom – com SRT acima de 0,35 g.
- Marginal – com SRT entre 0,30 e 0,35 g.
- Pobre – com SRT abaixo de 0,30 g.

Veículos com SRT abaixo de 0,3 g têm risco de se envolver em acidentes do tipo tombamento três vezes maior que os demais.

A maior consequência da associação de veículos de carga com SRT baixo em combinações de veículos de carga, sujeitos portanto a amplificação do movimento traseiro, é o tombamento prematuro da unidade traseira. Ou seja, apesar do veículo-trator em determinada curva ou manobra e velocidade permanecer dentro de limites seguros de aceleração lateral, a última unidade, pelo fenômeno da amplificação traseira, pode ultrapassar seu limite e vir a tombar, levando consigo todo o conjunto.

Como o motorista, de certa forma, está isolado das unidades traseiras não existe meio ou recurso possível para que ele perceba que a última unidade está se aproximando do limiar de tombamento a tempo de evitar o acidente [WINKLER citado por SAMPSON, 2000, pag.2][8].

Normalmente o motorista só percebe a eminência do acidente quando olha pelo retrovisor e percebe os pneus do lado interno da curva perdendo o contato com o solo. A partir desse instante normalmente o desastre é inevitável.

Uma vez que a aceleração lateral é função da velocidade do veículo e do raio da curva, pode-se deparar com a situação aonde um veículo convencional pode trafegar seguramente dentro da velocidade máxima permitida para aquele trecho, enquanto um CVC, pelo fenômeno físico da amplificação traseira, poderá ultrapassar o SRT da última unidade e provocar um acidente.

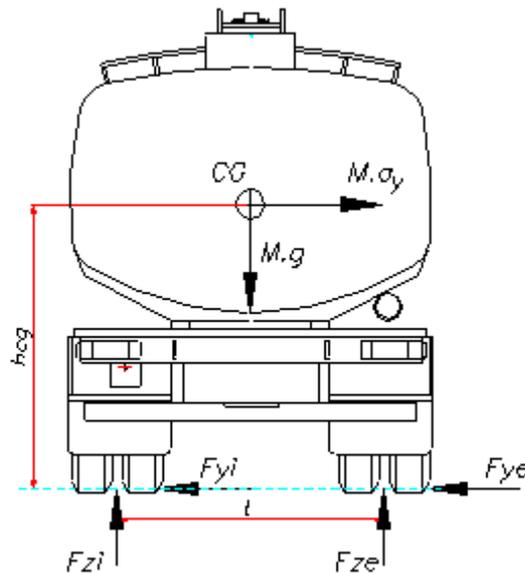
## **1.9 A Dinâmica do tombamento de veículos**

Gillespie [6] define tombamento como “qualquer manobra na qual o veículo rotaciona 90° ou mais sobre seu eixo longitudinal na qual o mesmo perde o contato com o piso”. Com objetivo de entender o tombamento é necessário conhecer suas causas. O entendimento da

física do tombamento envolve o estudo da dinâmica dos veículos e do balanço de forças usando modelos de diversas complexidades.

Seja um veículo de carga rígido (sem suspensão), transitando em velocidade longitudinal constante uma pista plana e em uma trajetória curvilínea de raio constante, de acordo com o diagrama da figura 20.

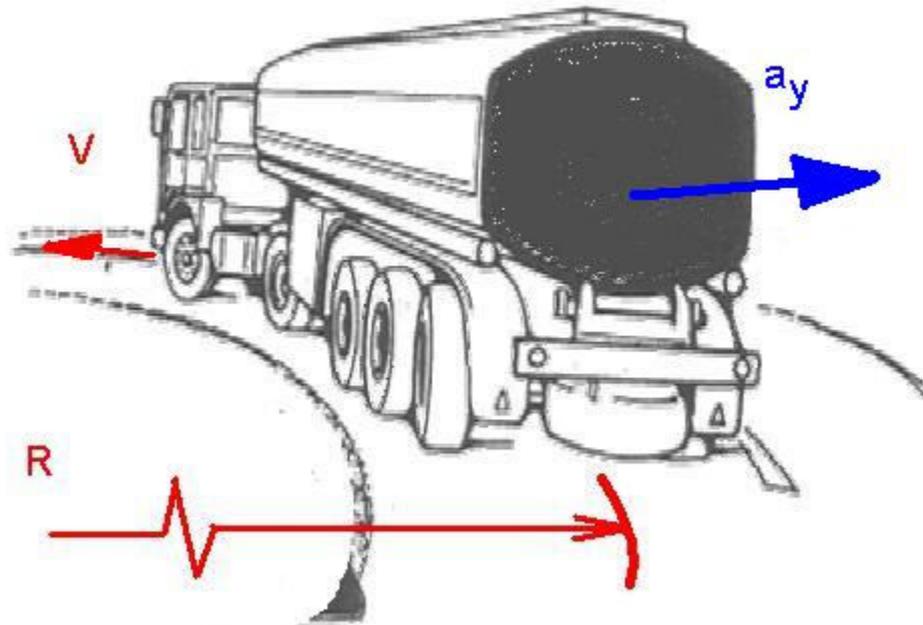
Figura 20 – Diagrama de um veículo rígido em pista plana e movimento curvilíneo.



Fonte: o autor.

Nesse caso assume-se que não há deflexão na suspensão e nos pneus e que o veículo gira entorno do seu eixo longitudinal como uma única unidade. Em adição, assume-se que o veículo executa uma manobra em curva de raio constante, com velocidade longitudinal também constante e que as forças do lado interno da curva ( $F_{zi}$  e  $F_{yi}$ ) e do lado externo ( $F_{ze}$  e  $F_{ye}$ ) são as combinações do resultado das forças sobre os diversos pneus do veículo. Manobras em curvas são propensas a provocar tombamento porque produzem a aceleração perpendicular ao vetor velocidade longitudinal do veículo, agindo sobre o seu Centro de Gravidade (CG). Essa aceleração lateral,  $a_y$  no diagrama da figura 21, é igual a velocidade longitudinal “V” do veículo ao quadrado, dividido pelo raio da Curva “R”, ou seja:

Figura 21 – Diagrama de um veículo em movimento curvilíneo.



Fonte: o autor.

$$a_y = \frac{V^2}{R} \quad (1)$$

O par de forças horizontais aplicado nos pneus ( $F_{yi}$  e  $F_{ye}$ ) é criado no veículo em reação a força centrípeta causada pela aceleração lateral.

Assumindo-se que o veículo está em um piso perfeitamente plano, e de acordo com a 2ª Lei de Newton, o somatório dos momentos em relação ao ponto “e” é representado por:

$$F_{zi}.t + M.a_y.h_{cg} - \frac{1}{2}.M.g.t = 0 \quad (2)$$

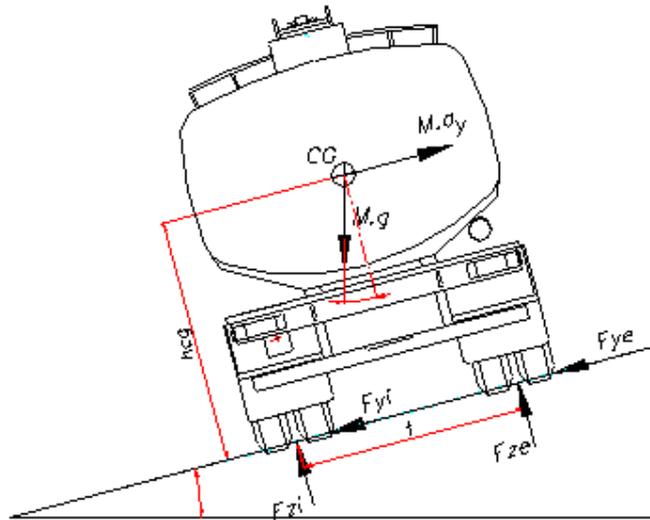
Onde  $h_{cg}$  corresponde a altura do centro de gravidade do veículo e  $t$  é a bitola dos eixos (distância entre os centros das rodas).

A equação acima pode ser resolvida para a aceleração lateral em unidades de  $g$  simplificando para:

$$\frac{a_y}{g} = \frac{t}{2.h_{cg}} - \frac{F_{zi}.t}{M.g.h_{cg}} \quad (3)$$

Para o caso de uma pista inclinada, o diagrama de corpo livre de um veículo rígido seria o ilustrado na figura 22.

Figura 22 – Diagrama de um veículo rígido em pista inclinada e movimento curvilíneo.



Fonte: o autor.

Nesse caso novos componentes surgem e a equação de equilíbrio passa a ser a seguinte:

$$M.a_y \cdot h_{cg} + F_{zi} \cdot t - M.g \cdot h_{cg} \cdot \text{sen}\theta - \frac{1}{2} \cdot M.g \cdot t \cdot \text{cos}\theta = 0 \quad (4)$$

Assumindo-se que para pequenos ângulos pode-se considerar:  $\text{sen}\theta \cong \theta$  e  $\text{cos}\theta \cong 1$ , tem-se:

$$M.a_y \cdot h_{cg} + F_{zi} \cdot t - M.g \cdot h_{cg} \cdot \theta - \frac{1}{2} \cdot M.g \cdot t = 0 \quad (5)$$

Rearranjando e resolvendo para obter-se o resultado da aceleração em g, tem-se:

$$\frac{a_y}{g} = \frac{t}{2 \cdot h_{cg}} + \theta - \frac{F_{zi} \cdot t}{M.g \cdot h_{cg}} \quad (6)$$

As equações 3 e 6 representam a magnitude da aceleração lateral em uma curva de raio constante e em velocidade longitudinal constante em pista plana e pista inclinada respectivamente.

No instante que o veículo começa a tombar a força normal do lado interno da curva ( $F_{zi}$ ) torna-se igual a zero. Portanto, nesse limiar de tombamento tem-se para os dois casos as seguintes equações:

Para pista plana:

$$\frac{a_y}{g} = \frac{t}{2.h_{cg}} \quad (7)$$

E para pista inclinada:

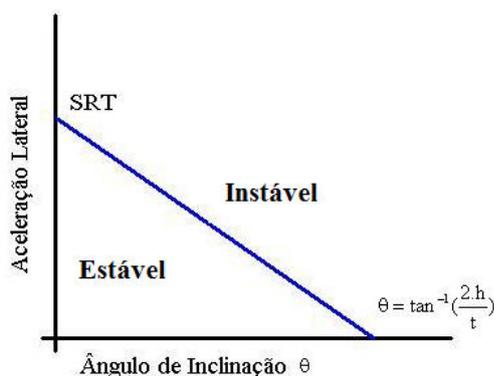
$$\frac{a_y}{g} = \frac{t}{2.h_{cg}} + \theta \quad (8)$$

Assumindo-se que o veículo é rígido, se a aceleração lateral do veículo for igual a  $t/2.h$  em uma pista plana, o veículo irá iniciar o tombamento. Esse valor de aceleração é o chamado SRT (*Static Rollover Threshold*) ou Limiar de Tombamento Estático.

A figura 23 mostra a linha de instabilidade de um veículo rígido, que representa a equação (8). A reta do gráfico conecta duas possíveis situações extremas: quando  $a_y$  é igual a zero e quando o ângulo de inclinação é igual a zero.

O gráfico mostra que em pista plana o veículo torna-se instável quando a aceleração lateral atinge o valor SRT. Quando não há aceleração lateral, o ângulo de inclinação da pista precisa ser igual ao arco tangente de  $2.h/t$  para o veículo tombar. Esse ponto corresponde ao momento que o Centro de Gravidade do veículo ultrapassa o plano perpendicular a pista e que contém a linha que liga duas rodas do veículo. A partir desse ponto o tombamento é inevitável.

Figura 23 – Gráfico da equação da estabilidade para um veículo rígido em uma pista inclinada.



Fonte: o autor.

No entanto esse modelo de veículo rígido apresenta problemas por desprezar fatores importantes para a sua estabilidade.

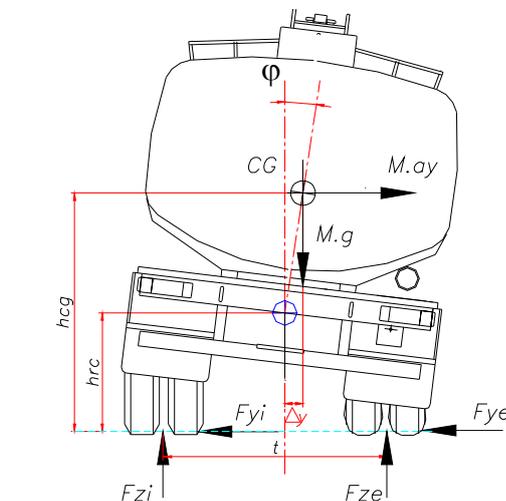
Como são desprezados os efeitos da suspensão e dos pneus, o modelo estabelece como limite para ocorrer o tombamento, uma aceleração lateral maior do que a real. Em muitos casos veículos esportivos ou com centro de gravidades em baixa altura ou bitolas largas, o modelo rígido sugere que a aceleração lateral requerida para o tombamento é superior aos limites de atrito dos pneus do veículo. Isso significa que o veículo irá deslizar ao invés de tombar. Essa idéia não descreve corretamente o fenômeno em veículos de carga ou veículos com altos centros de gravidades, pois são mais susceptíveis ao tombamento que veículos pequenos.

Um veículo com alto centro de gravidade é capaz de tombar antes de atingir os limites de atrito lateral dos pneus.

Como o modelo de veículo rígido ignora os efeitos da suspensão e dos pneus, acaba superestimando a aceleração lateral capaz de levá-lo ao tombamento, um modelo mais adequado deve incluir a possibilidade da massa suspensa (massa suportada pela suspensão) inclinar-se antes das rodas levantarem do piso. Na prática, durante uma manobra em curva ocorre transferência de carga do lado interno para o lado externo da curva. Isso faz com que o Centro de Gravidade do veículo mova-se também para o lado externo da curva.

Na figura 24 o diagrama de corpo livre de um veículo com suspensão durante uma manobra em curva mostra que a massa suspensa começa a inclinar-se e o centro de gravidade aproxima-se do ponto de giro (e) reduzindo-se o braço da alavanca na medida de  $\Delta y$  e com isso o momento resistente ao tombamento proporcionado pela massa suspensa, também diminui proporcionalmente. Esse efeito aumenta a propensão do veículo ao tombamento, reduzindo-se a aceleração lateral necessária para ele ocorrer.

Figura 24 – Diagrama de um veículo com suspensão em pista plana e movimento curvilíneo.



Fonte: o autor.

Outra questão importante nesse modelo é o aparecimento de um ponto imaginário chamado de “Centro de Giro” (*roll center*). Esse ponto localiza-se na conexão entre a massa suspensa e os eixos e representa o centro do movimento angular que ocorre. Considerando-se essas novas variáveis passa-se a ter a seguinte equação de equilíbrio:

$$M \cdot a_y \cdot h_{cg} + F_{zi} \cdot t - M \cdot g \cdot \left[ \frac{t}{2} - (h_{cg} - h_{rc}) \cdot \tan \varphi \right] = 0 \quad (9)$$

Mas para pequenos ângulos pode-se considerar  $\tan \varphi \cong \varphi$  e por tratar-se do limiar de tombamento temos também que  $F_{zi} = 0$ . Portanto, resolvendo-se para  $a_y/g$  tem-se:

$$\frac{a_y}{g} = \frac{t}{2 \cdot h_{cg}} \cdot \left[ 1 - \frac{2}{t} \cdot (h_{cg} - h_{rc}) \cdot \varphi \right] \quad (10)$$

Portanto, a aceleração necessária para provocar o tombamento de um veículo com suspensão é igual ao valor para o veículo rígido reduzido pelo fator  $\left[ 1 - \frac{2}{t} \cdot (h_{cg} - h_{rc}) \cdot \varphi \right]$ .

Para modelos mais complexos é necessária uma análise transiente uma vez que estará presente em manobras rápidas uma variação mais significativa da aceleração lateral, em função do giro da massa suspensa em torno do Centro de Giro.

Nessa condição, o súbito aumento da aceleração lateral faz com que o ângulo de inclinação lateral tenha uma resposta como um sistema sub-amortecido.

Esse efeito também reduz o limiar de tombamento real em relação ao *Static Rollover Threshold*. A inclusão da reação da suspensão e dos pneus afetam a magnitude da aceleração lateral capaz de provocar o tombamento, tornando seu valor mais preciso.

### 1.10 A influência do movimento do líquido dentro do tanque

As características de tombamento de um tanque são fortemente influenciadas pelo movimento livre do líquido dentro do compartimento de carga. Em um tanque ou compartimento carregado com volume parcial do líquido, esse movimento da carga é mais intenso, produzindo um efeito conhecido como “*slosh*”. Esse movimento da carga desloca lateralmente o seu centro de gravidade, transferindo carga do lado interno para o lado externo da curva e por consequência, reduz a performance ao tombamento desses veículos.

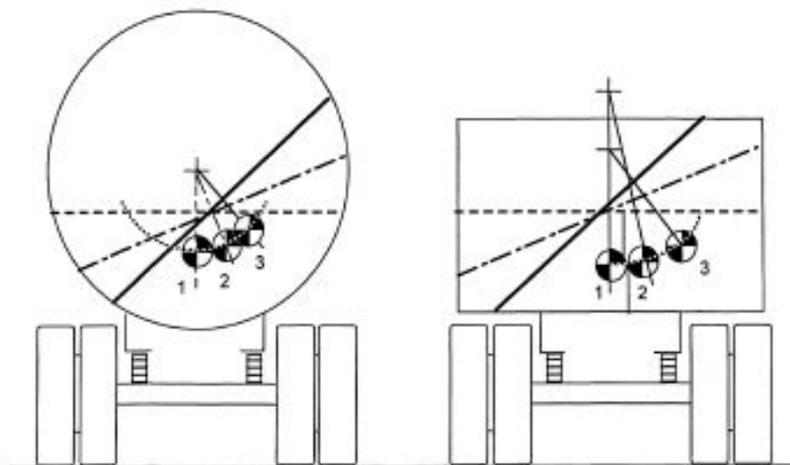
Os movimentos do líquido dentro de um tanque são complexos e dependem das dimensões, do formato do tanque e da viscosidade do líquido. Simplificadamente pode-se dividir esse efeito em dois casos principais.

### 1.10.1 *Slosh* durante uma Curva constante (*Steady Turning*).

Nessa condição o líquido experimenta a aceleração lateral e desloca-se livremente para o lado externo da curva. No caso de tanque cilíndrico, o Centro de Gravidade da carga descreve um arco perfeito, cujo centro coincide com o centro geométrico do tanque, conforme ilustrado na figura 25.

No caso de tanques policêntricos (próximo do formato retangular), o movimento é mais complexo e o centro de gravidade da carga se desloca primeiramente na horizontal e depois descreve um movimento elíptico (figura 25) [5].

Figura 25 – Ilustração do movimento do líquido em tanque cilíndrico e retangular.

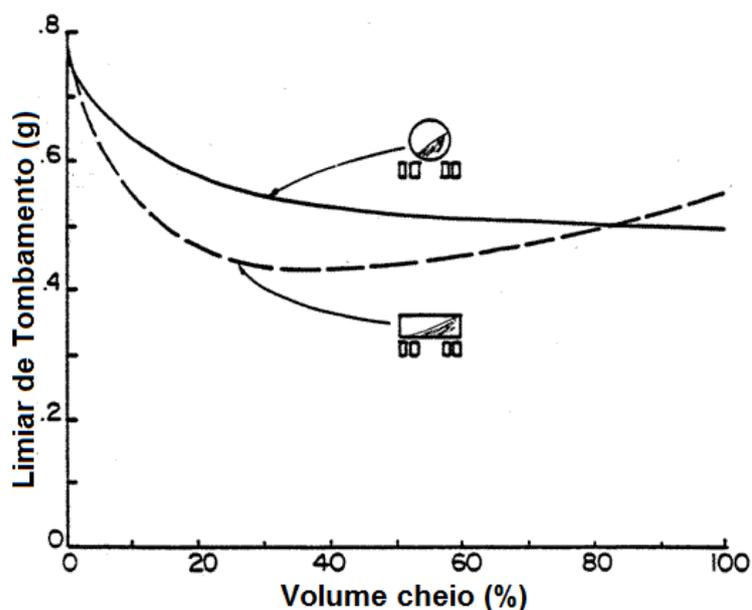


Fonte: Rollover of Heavy Commercial Vehicles - UMTRI

Assim, embora os tanques cilíndricos tenham, via de regra, Centro de Gravidade mais alto, o efeito “*slosh*” neles é menos intenso quando comparados com os tanques policêntricos. Nestes, portanto, a perda da estabilidade devido ao movimento do líquido é maior.

O estudo “*Rollover of Heavy Commercial Vehicles*” [5] da Universidade de Michigan, trás o gráfico da figura 26 ilustra a redução do SRT durante curvas, para as diversas condições de carregamento, para esses dois modelos de tanque.

Figura 26 – Gráfico do SRT em relação ao volume carregado – condição: curva constante



Fonte: Rollover of Heavy Commercial Vehicles – UMTRI

Observa-se que para o tanque cilíndrico o mínimo valor de SRT ocorre para a condição 100% do volume.

Já para o tanque policêntrico, a aceleração lateral capaz de tombar o veículo é reduzida para volumes intermediários, especialmente próximos de 40%.

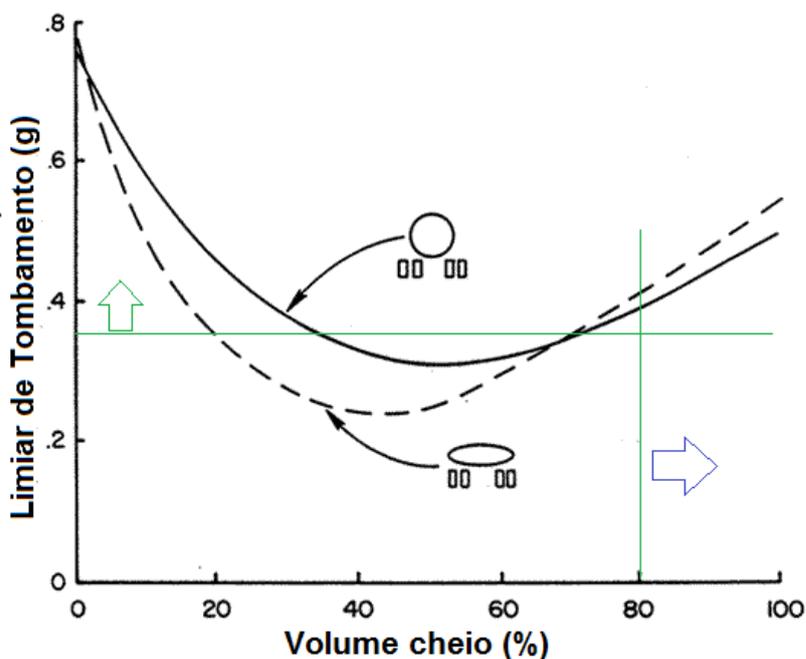
#### 1.10.2 Durante uma Manobra Evasiva Rápida (*Transient Turning*)

Em manobras bruscas, o movimento do líquido dentro do compartimento ganha um comportamento dinâmico diferente. Esse efeito depende de quão brusco é o movimento no volante do veículo, ou seja, está associado à frequência em Hz do movimento que o motorista faz na direção do veículo.

Os piores resultados são encontrados em movimentos com frequência próxima a 0,5 Hz (ou seja, um movimento com período de 2 segundos).

O gráfico da figura 27 ilustra o resultado na redução da estabilidade, durante as manobras rápidas nessa condição para os dois perfis de tanques.

Figura 27 – Gráfico do SRT em relação ao volume carregado – condição: manobra brusca



Fonte: Rollover of Heavy Commercial Vehicles – UMTRI

Observa-se neste caso que ambos os perfis pioram significativamente sua estabilidade quando carregados parcialmente. No tanque cilíndrico ponto mais crítico fica próximo a 50% do volume, enquanto no tanque policêntrico fica próximo a 45% do seu volume.

Observa-se no gráfico que a partir de 80% do volume, o SRT em ambos os perfis, passam a assumir valores de SRT acima de 0,35 g, considerados satisfatórios para esses tipos de veículos. Conclui-se que o carregamento maior ou igual a 80% do volume total de um tanque mantém suas características de estabilidade lateral dentro de limites satisfatórios.

Valores de carregamento inferior a 80% do volume podem por em risco a segurança do veículo aumentando a possibilidade de tombamento lateral e portanto devem ser evitados.

### 1.11 Acidentes com Veículos de Carga

O Relatório “Impactos Sociais e Econômicos dos Acidentes de Trânsito nas Rodovias Brasileiras” publicado pelo IPEA – Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada e pelo DENATRAN – Departamento Nacional de Trânsito, mostra que, em 2004, ocorreram em média 307 acidentes por dia, ou 13 por hora somente nas Rodovias Federais do Brasil. O mesmo estudo concluiu que o custo total dos acidentes nas rodovias brasileiras ultrapassa a cifra de 22 bilhões de reais por ano.

Acidentes com veículos de carga são geralmente graves ocasionando um número elevado de vítimas e danos econômicos importantes. Outro fator agravante são os danos ambientais que podem ocorrer pelo derramamento da carga, pois muitos veículos transportam produtos classificados como perigosos.

John R. Billing e J.D. Patten do CSTT - “*Centre for Surface Transportation Technology*”, apresentaram os dados estatísticos de acidentes no Canadá de 1990 a 1998, onde constatou-se que 43% dos acidentes com produtos perigosos envolviam tombamento. Desses 43% de tombamento, 83% envolveram semirreboques tanques.

(acesso:[http://www.mne.psu.edu/ifrtt/conferences/9thISHVWD/Presentations/08\\_2\\_Billing\\_An%20Assessment%20of%20Tank%20Truck%20Roll%20Stability.pdf](http://www.mne.psu.edu/ifrtt/conferences/9thISHVWD/Presentations/08_2_Billing_An%20Assessment%20of%20Tank%20Truck%20Roll%20Stability.pdf).)

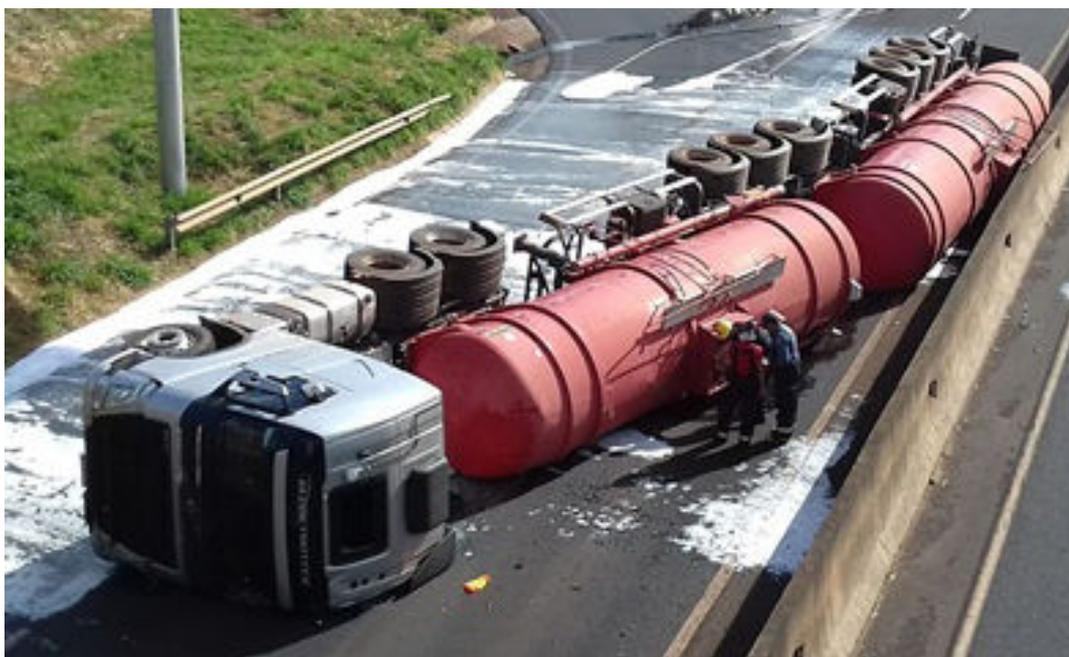
Os acidentes com Combinações de Veículos de Cargas são cada vez mais frequentes nos meios de comunicações. Dentre eles podemos citar alguns exemplos abaixo, divulgados pela mídia, conforme ilustram as figuras 28, 29 e 30:

Figura 28 - Acidente com Conjunto do tipo bitrem tanque



Fonte: <https://www.youtube.com/watch?v=8pqnGF7yPnY>

Figura 29 – Tombamento de Conjunto do tipo bitrem 9 eixos tanque na saída de uma alça



Fonte: <http://m.oextra.net/materias/10436/bitrem-com-etanol-tomba-e-fecha-rodovia-em-fernandpolis>

Figura 30 – Tombamento de Conjunto do tipo rodotrem



Fonte: <https://www.ovigilanteonline.com/noticia/detalhe/35406/carreta-bitrem-com-bobinas-de-aluminio-tomba-na-br-116-em-leopoldina>

## 1.12 Objetivos

Reconhecidos mundialmente como representantes de uma evolução dos veículos utilizados no transporte de cargas pelo ganho de produtividade que proporcionam os CVCs também precisam ser observados sob a ótica de suas características de dirigibilidade e segurança e os impactos que o aumento do volume de CVCs em circulação pode causar nas estatísticas de acidentes.

Faz-se necessário que os fabricantes dos caminhões e dos veículos rebocados desenvolvam projetos que prevejam e minimizem o efeito da amplificação traseira e principalmente ensaios para determinar o SRT de cada modelo para que possa orientar os proprietários e motoristas, garantindo um trânsito mais seguro.

Faz-se necessário também avaliar os efeitos da movimentação do líquido dentro dos veículos do tipo tanque, de modo a identificar quais os volumes são críticos para redução da estabilidade lateral dos mesmos e dessa forma permitir medidas preventivas para ocorrência de tombamentos.

Aspectos importantes como a revisão dos critérios técnicos para construção de rodovias, suas obras de arte e sinalização viária incluindo as necessidades específicas impostas pelos CVCs devem ser feitas pelos órgãos competentes.

Outro aspecto fundamental para a segurança e ainda indefinido no Brasil é determinar qual o nível de enchimento mínimo de um tanque que o mantém com características de estabilidade aceitáveis.

Também necessário se faz, por parte dos órgãos competentes, a inclusão de instruções específicas nos Centros de Formação de Condutores, para os motoristas desses conjuntos, visando minimizar a possibilidade de ocorrência de acidentes causados pela amplificação traseira.

Um estudo para a determinação da razão da Amplificação Traseira dos principais tipos de CVCs em circulação no País é pré-requisito para avaliação das necessidades acima. Faz-se necessário conhecer a amplitude do fenômeno para cada modelo de forma a permitir a necessária evolução/correção dos projetos dos veículos, rodovias, sinalização viária e na formação dos condutores.

Desse modo os objetivos deste trabalho são os seguintes:

- Equacionar a dinâmica do tombamento dos veículos de carga de modo a identificar as características que influenciam na sua ocorrência;

- Elaborar o modelamento matemático dos conjuntos dos tipos bitrem 7 eixos, bitrem 9 eixos e rodotrem de modo a mapear as amplificações traseiras e entender o comportamento dinâmico de cada um, quando submetidos a determinadas manobras em diversas situações de carregamento;
- Verificar a influência do movimento do líquido dentro de um bitrem com diversos volumes de enchimento (100%, 80%, 60% e 40%), em uma manobra evasiva padrão, através da aquisição de dados de acelerômetros durante ensaio em pista;
- Desenvolver o modelo matemático para o movimento, com ajuste do ângulo de esterçamento do caminhão, ajuste da inclinação do líquido dentro do tanque, da posição do Centro de Gravidade da carga e da variação do Momento de Inércia em função dessa variação;
- Realizar a análise dinâmica do veículo na manobra executada considerando o movimento do líquido dentro do compartimento;
- Avaliar se a amplificação traseira do conjunto é afetada de forma significativa pelo movimento do líquido;
- Avaliar se a transferência de peso entre os lados do veículo durante a manobra em função do movimento do líquido;
- Realizar a análise modal operacional da manobra executada com diversos níveis de enchimento do tanque;
- Identificar a partir de qual nível de enchimento do tanque o movimento do líquido passa a afetar de forma significativa a estabilidade lateral do mesmo.

Inclui ainda no Apêndice I um estudo sobre a trajetória de veículos articulados com objetivo de fornecer as equações para determinar os termos chamados “Arraste” e “Varredura”, utilizados na definição dos projetos geométricos das rodovias por onde passam esses conjuntos. O objetivo do Apêndice I é disponibilizar uma alternativa ao método estabelecido na Norma americana SAE J-695, requisito citado na Resolução CONTRAN 211/06.

O que torna inédito neste trabalho é avaliar o fenômeno da amplificação traseira típica de conjuntos com muitas articulações (conhecido como “*rearward amplification*”) associado ao movimento do líquido dentro do tanque (conhecido como efeito “*slosh*”).

## 2. MODELAMENTO MATEMÁTICO DOS CVCS

### 2.1 Referencial Teórico

Segundo H. Dugoff [9] o primeiro documento de pesquisa sobre a dinâmica direcional de veículos articulados foi desenvolvido em 1937 por L. Huber e O. Dietz no *Automotive Research Institute at Stuttgart* na Alemanha.

A investigação de Huber e Dietz foi experimental, consistindo primordialmente em um modelo em escala acompanhado por um programa de teste para avaliação de um reboque de 2 eixos.

O experimento de Huber e Dietz foi seguido por um complemento teórico elaborado por H. Ziegler em Stuttgart [9]. Dentre as simplificações desse modelo matemático, a menos defensável foi desconsiderar a influência do escorregamento lateral - “*sideslip*” dos pneus em curvas.

Com o advento de computadores facilitou-se a solução de equações complexas que descrevem o movimento de veículos articulados e muitos outros trabalhos foram desenvolvidos. Dentre eles o elaborado por Hales, Jindra, Ellis, Schmid and Kullberg analisaram a estabilidade dinâmica de veículos articulados com três eixos movendo-se com velocidade longitudinal constante [9].

Destacam-se também os trabalhos “Simulação de Dirigibilidade (*handling*) de trator-semireboque” de A.I. Krauter e R.K. Wilson [10] em 1972 e “Dinâmica de veículos trator-semireboque: o problema do efeito canivete” [11] com um modelamento matemático para estudo desse tipo de acidente, comum em veículos articulados.

Outro trabalho na área é o desenvolvido por C. MacAdam sobre a estabilidade de veículos pesados com centro de gravidade alto [12].

Em 1973, Toshio Hazemoto [13] publicou o “*Paper*” SAE 730688 (“*Analysis of Lateral Stability for Doubles*”) que trata dos efeitos sobre a estabilidade dos conjuntos de veículos de carga utilizados no Japão, quando são variados diversos parâmetros especialmente as condições de carregamento entre as unidades.

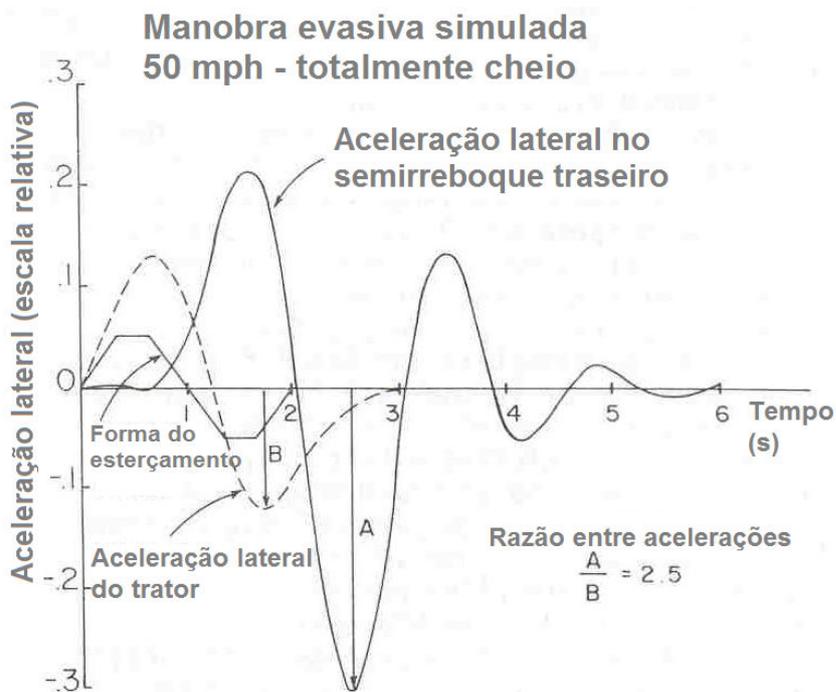
Em função do elevado número de acidentes, o Governador do Estado de Michigan-EUA, solicitou ao Departamento de Planejamento de Segurança Rodoviária, um estudo sobre o tema, considerando a quantidade de acidentes envolvendo conjuntos do tipo “*doubles*” tanques. Em muitos acidentes ocorreram extensos incêndios quando um ou ambos os semirreboques tombaram, espalhando líquidos inflamáveis nas rodovias. Como resultado dessa constatação a pesquisa investigativa intitulada “*Ad Hoc Study of Certain Safety* –

*Related Aspects of Doubles-Bottom Tankers*” foi realizada em 1978 [14]. Nesse estudo foi hipotetizado e então demonstrado que uma configuração típica de tanques duplos possui baixo nível de imunidade ao tombamento. Foi mostrado que o segundo tanque (chamado então de “*pup trailer*”) tem propensão ao tombamento em manobras evasivas.

A principal conclusão das suas simulações foi que existe um grande “fator de amplificação” entre a aceleração lateral no trator e a aceleração lateral no semirreboque durante manobras rápidas. Isto é, se o caminhão-trator é suficientemente esterçado para desviar de um obstáculo, a última carreta irá sofrer um considerável e violento aumento do movimento comparado com o veículo-trator. Intuitivamente esse movimento é semelhante ao movimento de um chicote (“*cracking the whip*”).

O seu estudo mostra ainda que o resultado em uma manobra senoidal de 2 segundos (chamada de “*two-second lane change*”) e a 50 milhas por hora (aproximadamente 80 km/h) a razão da amplificação entre a aceleração lateral no veículo trator e a aceleração lateral na segunda carreta é da ordem de 2,5, conforme ilustrado na figura 31. O trabalho ainda conclui que conflitos de tráfego que são resolvidos com baixo nível de aceleração para o caminhão-trator podem gerar acelerações na última carreta suficientemente altas para levar ao tombamento da mesma.

Figura 31 – Gráfico da Razão da amplificação traseiro a 50 mph, entre o veículo-trator e o último semirreboque



Fonte: SAE Paper 781064, pág. 11)

E. Esmailzadeh [15] também desenvolveu trabalho sobre o performance direcional e a estabilidade lateral de veículos articulados, especificamente aqueles com dolly intermediário para o transporte de cargas indivisíveis como por exemplo o transporte de toras longas (chamados no seu trabalho de “*doglogger*”).

F. Jindra [16] elaborou trabalho sobre as Características de Dirigibilidade de combinações de trator–semirreboque através de um método simplificado de análise linear dos movimentos de um conjunto de veículos consistindo de um trator de 2 eixos, um semirreboque de 1 eixo, um *dolly* intermediário também de 1 eixo e mais um semirreboque de 1 eixo, totalizando 4 veículos e 3 articulações.

Como esse modelo se aproxima em muito ao modelo rodotrem brasileiro, será a base para este trabalho sofrendo as adaptações necessárias para a quantidade de eixos e, no caso dos modelos bitrens, do número de veículos e articulações.

## **2.2 Modelamento Matemático**

### **2.2.1 Análise Cinemática:**

O modelamento a seguir foi baseado na Dissertação de Mestrado [17] deste autor defendido em 2004, com as devidas adequações do modelo para o conjunto bitrem de 9 eixos.

Seja um conjunto de veículos trafegando em velocidade longitudinal constante em uma estrada plana. Considera-se o sistema de referência com origem no centro de gravidade de cada unidade do conjunto.

Conforme cita Jindra [16], para efeito de simplificação dos modelos são consideradas as seguintes características:

- Os veículos são rígidos à torção e com centro de gravidade em uma posição fixa (não há movimentação da carga dentro dos veículos);
- O movimento relativo entre os eixos e o chassi dos veículos é desprezado;
- Assume-se também que o acoplamento entre 5<sup>a</sup>-roda e pino-rei e o engate do dolly intermediário possui atrito desprezável;
- São consideradas as forças transmitidas da pista para os pneus como as únicas forças externas aplicadas sobre os veículos;
- O efeito da transferência de carga entre os lados dos veículos em curvas é desprezado;
- Resistência ao rolamento, forças aerodinâmicas e o momento causado pela existência de duplos pneus são desprezados.
- Todos os ângulos são considerados pequenos o suficiente para que se admita que:

$\text{sen}\phi \cong \phi$ ,  $\text{cos}\phi \cong 1$  e  $\text{tan}\phi \cong \phi$ .

- São considerados pequenos os ângulos de deriva - “*sideslip*”.

Se  $\mathbf{i}$  e  $\mathbf{j}$  são os versores unitários do sistema de referência do veículo pode-se escrever que o vetor velocidade, para o movimento plano, de um veículo é:

$$V = u \mathbf{i} + v \mathbf{j} \quad (11)$$

Derivando em relação ao tempo obtêm-se o vetor aceleração  $\mathbf{a}$ :

$$\mathbf{a} = \frac{du}{dt} \mathbf{i} + \frac{dv}{dt} \mathbf{j} + u \frac{d\mathbf{i}}{dt} + v \frac{d\mathbf{j}}{dt} \quad (12)$$

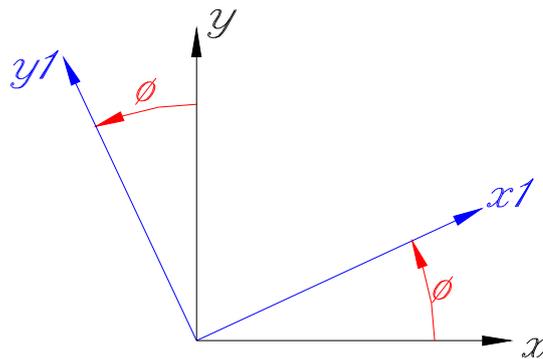
mas  $d\mathbf{i}/dt = \omega \mathbf{j}$   $\rightarrow$  onde  $\omega$  = velocidade angular em torno do eixo “z”

e  $d\mathbf{j}/dt = -\omega \mathbf{i}$  conforme pode ser observado na figura 32.

Portanto tem-se:

$$\mathbf{a} = (\dot{u} - v\omega) \mathbf{i} + (\dot{v} + u\omega) \mathbf{j} \quad (13)$$

Figura 32 - Sistema de referência



Fonte: o autor.

onde  $\dot{u} = du/dt$  e  $\dot{v} = dv/dt$

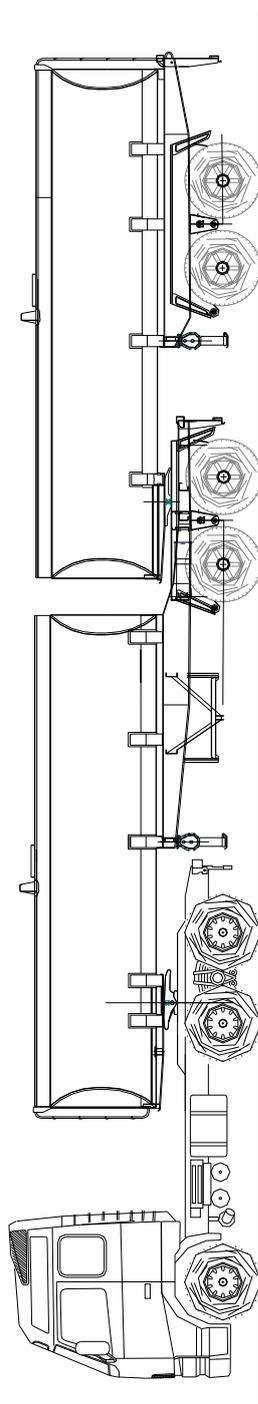
Portanto:

$$\sum F_x = m.(\dot{u} - v\omega) \quad \text{e} \quad \sum F_y = m.(\dot{v} + u\omega) \quad (14)$$

### 2.2.2 Modelamento do Bitrem

Seja um conjunto do tipo bitrem conforme ilustrado na figura 33:

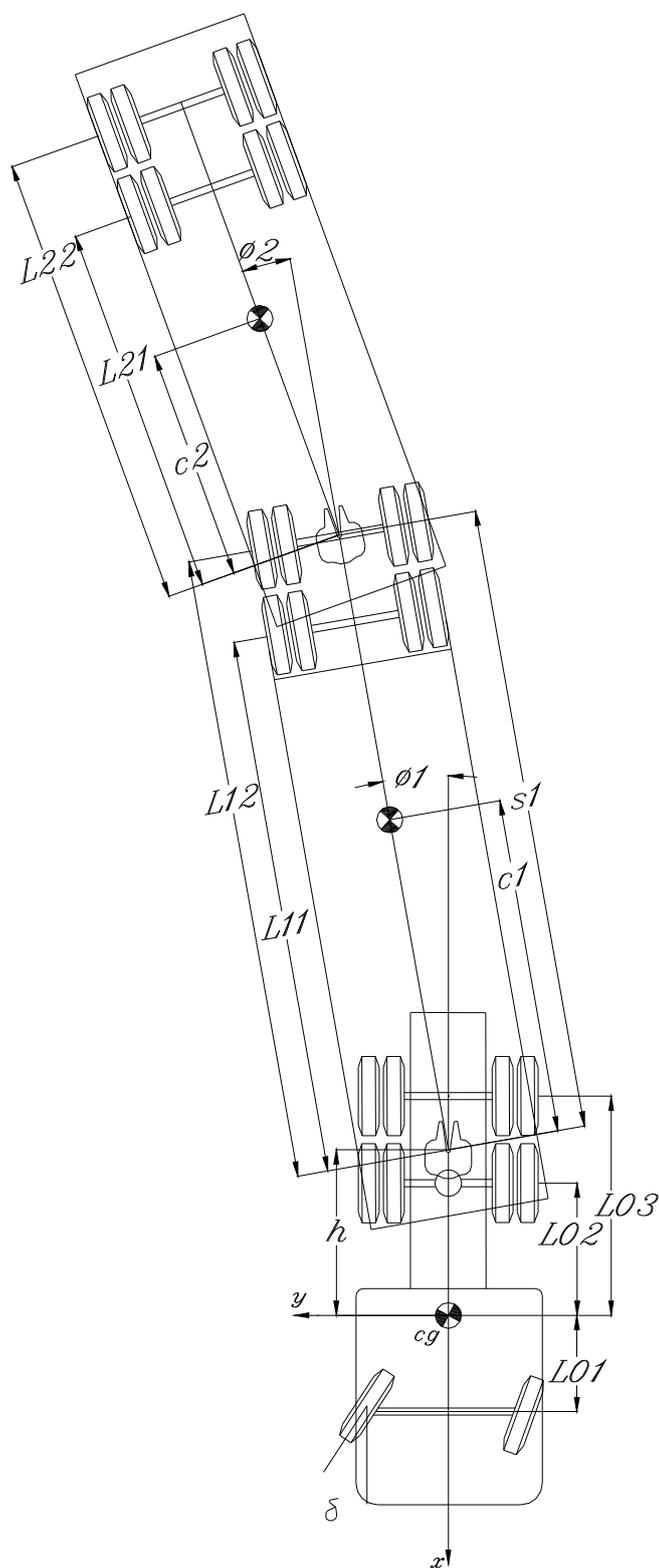
Figura 33 - Ilustração do Modelo Bitrem



Fonte: Noma do Brasil SA (cortesia)

O Conjunto possui 2 articulações e 7 eixos no total. As dimensões principais podem ser observadas na figura 34:

Figura 34 - Modelo Bitrem - Dimensões principais

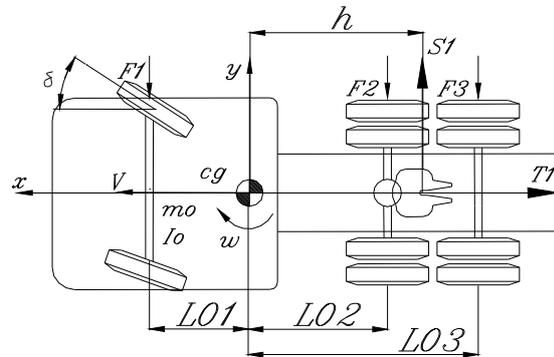


Fonte: o autor.

## 2.2.3 Equações do Movimento para o Bitrem

### 2.2.3.1 Para o veículo-trator

Figura 35 - Veículo-trator



Fonte: o autor

Aplicando-se as Leis de Newton para o equilíbrio das forças:

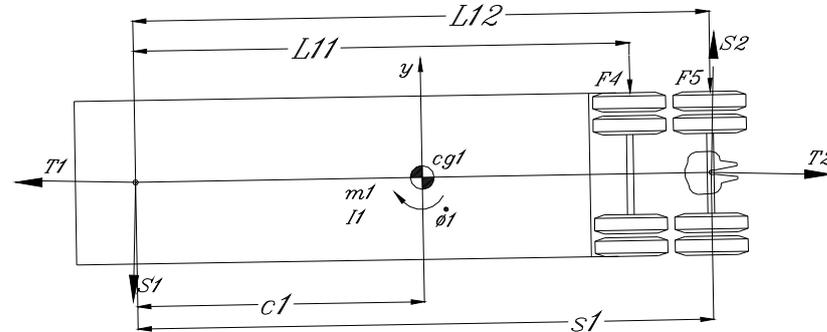
$$\sum Fy = m \cdot a \rightarrow m_0 \cdot (\dot{v} + V \cdot \omega) = -F_1 - F_2 - F_3 + S_1 \quad (15)$$

Para o equilíbrio de momentos:

$$I_0 \cdot \dot{\omega} = -L_{01} \cdot F_1 + L_{02} \cdot F_2 + L_{03} \cdot F_3 - h \cdot S_1 \quad (16)$$

### 2.2.3.2 Para o primeiro semirreboque

Figura 36 - Primeiro semirreboque



Fonte: o autor

$0 = T_1 - T_2 - (F_4 + F_5) \cdot \text{sen} \phi_1$  mas  $\text{sen} \phi \cong \phi$  para ângulos pequenos então, tem-se:

$$0 = T_1 - T_2 - (F_4 + F_5) \cdot \phi_1 \quad (17)$$

$$m_1 \cdot [\dot{v} + V \cdot \omega - (h + c_1) \cdot \dot{\omega} - c_1 \cdot \ddot{\phi}_1] = -(F_4 + F_5) - S_1 + S_2 \quad (18)$$

$$I_1 \cdot (\dot{\omega} + \ddot{\phi}_1) = -c_1 \cdot S_1 - c_1 \cdot T_1 \cdot \phi_1 + (L_{11} - c_1) \cdot F_4 + (L_{12} - c_1) \cdot F_5 - (s_1 - c_1) \cdot S_2 - (s_1 - c_1) \cdot T_2 \cdot \phi_1 \quad (19)$$

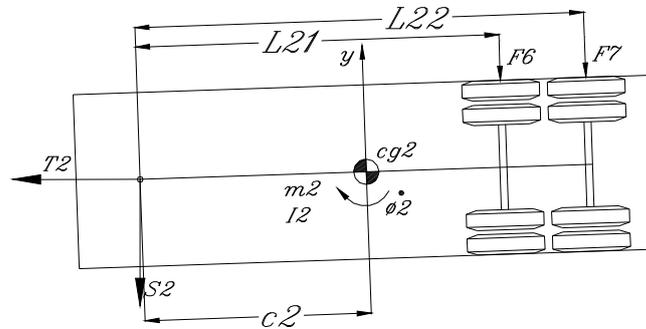
### 2.2.3.3 Para o segundo semirreboque

$$0 = T_2 - (F_6 + F_7) \cdot \phi_2 \quad (20)$$

$$m_2 \cdot [\dot{v} + V \cdot \omega - (h + s_1 + c_2) \cdot \dot{\omega} - s_1 \cdot \ddot{\phi}_1 - c_2 \cdot \ddot{\phi}_2] = -(F_6 + F_7) - S_2 \quad (21)$$

$$I_2 \cdot (\dot{\omega} + \ddot{\phi}_2) = -c_2 \cdot S_2 - c_2 \cdot T_2 \cdot \phi_2 + (L_{21} - c_2) \cdot F_6 + (L_{22} - c_2) \cdot F_7 \quad (22)$$

Figura 37 - Segundo semirreboque



Fonte: o autor

Eliminando-se as reações de acoplamento através da soma das equações (15), (19) e (21) tem-se:

$$-\sum_{i=1}^{i=7} F_i = (m_0 + m_1 + m_2) \cdot (\dot{v} + V \cdot \omega) - [m_1 \cdot (h + c_1) + m_2 \cdot (h + s_1 + c_2)] \dot{\omega} - (m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot s_1) \ddot{\phi}_1 - m_2 \cdot c_2 \ddot{\phi}_2 \quad (23)$$

Multiplicando-se (15) por  $h$ , isolando-se o termo  $h \cdot S_1$  e substituindo-se em (16):

$$m_0 \cdot (\dot{v} + V \cdot \omega) + I_0 \cdot \dot{\omega} = -(L_{01} + h) \cdot F_1 + (L_{02} - h) \cdot F_2 + (L_{03} - h) \cdot F_3 \quad (24)$$

Somando-se as equações (17) e (20) obtêm-se a equação:

$$T_1 = (F_4 + F_5) \cdot \phi_1 + (F_6 + F_7) \cdot \phi_2 \quad (25)$$

Da equação (20) tem-se que:

$$T_2 = (F_6 + F_7) \cdot \phi_2 \quad (26)$$

Somando-se as equações (18) e (19) pode-se isolar o valor de  $S_1$ :

$$S_1 = -m_1 \cdot [(\dot{v} + V \cdot \omega) - (h + c_1) \cdot \dot{\omega} - c_1 \cdot \ddot{\phi}_1] - \sum_{i=4}^{i=7} F_i - m_2 \cdot [(\dot{v} + V \cdot \omega) - (h + s_1 + c_2) \cdot \dot{\omega} - s_1 \cdot \ddot{\phi}_1 - c_2 \cdot \ddot{\phi}_2] \quad (27)$$

Da equação (21) pode-se isolar o valor de  $S_2$

$$S_2 = -m_2 \cdot [(\dot{v} + V \cdot \omega) - (h + s_1 + c_2) \cdot \dot{\omega} - s_1 \cdot \ddot{\phi}_1 - c_2 \cdot \ddot{\phi}_2] - (F_6 + F_7) \quad (28)$$

Substituindo-se as equações (25), (26), (27) e (28) na equação (19), desprezando-se os termos quadráticos de  $\phi$  e reagrupando os demais termos tem-se:

$$-(m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot s_1) \cdot (\dot{v} + V \cdot \omega) + [I_1 + m_1 \cdot c_1 \cdot (h + c_1) + m_2 \cdot s_1 \cdot (h + s_1 + c_2)] \dot{\omega} + (I_1 + m_1 \cdot c_1^2 + m_2 \cdot s_1^2) \ddot{\phi}_1 + m_2 \cdot c_2 \cdot s_1 \cdot \ddot{\phi}_2 = L_{11} \cdot F_4 + L_{12} \cdot F_5 + s_1 \cdot (F_6 + F_7) \quad (29)$$

Para o segundo semirreboque – substituindo-se as equações (28), (26) e (25) na equação (22) tem-se:

$$m_2 \cdot c_2 \cdot (\dot{v} + V \cdot \omega) + [I_2 + m_2 \cdot c_2 \cdot (h + s_1 + c_2)] \dot{\omega} + m_2 \cdot c_2 \cdot s_1 \cdot \ddot{\phi}_1 + (m_2 \cdot c_2^2 + I_2) \cdot \ddot{\phi}_2 = L_{21} \cdot F_6 + L_{22} \cdot F_7 \quad (30)$$

Nessas equações tem-se representadas as características de massa e inércia do sistema de um lado e do outro lado as forças externas e momentos que atuam no modelo simplificado. As forças externas são criadas no plano do piso entre o pneu e a pista.

Forças Laterais em Pneus:

Assumindo-se que para pequenos ângulos a Rigidez Lateral (*Cornering Stiffness*) é linear, tem-se a seguinte equação geral:

$$F_j = N_j \cdot \alpha_j \quad (31)$$

com  $j = 1, 2, \dots, 7$

$N_j$  = Rigidez Torcional (*Cornering Stiffness*) combinado do eixo  $j$ .

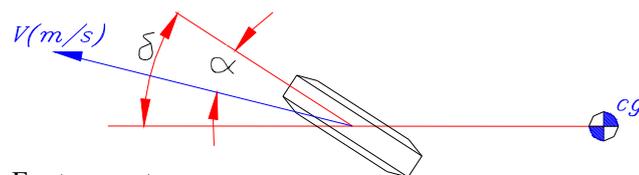
$\alpha_j$  = Ângulo de deriva no eixo  $j$ .

A força lateral em cada pneu dependerá também da força vertical aplicada no eixo em consequência da distribuição de peso do conjunto de veículos.

“*Slip angle*” – Ângulo de Deriva:

É o ângulo entre o vetor velocidade do pneu e seu plano vertical conforme ilustrado na figura 38.

Figura 38 - Ângulo de esterçamento e ângulo de deriva



Fonte: o autor

Para o pneu dianteiro do veículo-trator com um ângulo de esterçamento (*steer angle*)  $\delta$ , o ângulo de deriva - “*slip angle*” pode ser aproximado por [16]:

$$\alpha_1 = (v + L_{01} \cdot \omega) / V - \delta \quad (32)$$

O “*slip angle*” para o 2º e 3º eixo do veículo-trator podem ser aproximados por:

$$\alpha_2 = (v - L_{02} \cdot \omega) / V \quad (33)$$

$$\alpha_3 = (v - L_{03} \cdot \omega) / V \quad (34)$$

As expressões do “*slip angle*” dos eixos do semirreboque podem ser aproximadas por:

$$\alpha_4 = [v - (h + L_{11}) \cdot \omega - L_{11} \cdot \dot{\phi}_1] / V - \phi_1 \quad (35)$$

$$\alpha_5 = [v - (h + L_{12}) \cdot \omega - L_{12} \cdot \dot{\phi}_1] / V - \phi_1 \quad (36)$$

$$\alpha_6 = [v - (h + s_1 + L_{21}) \cdot \omega - s_1 \cdot \dot{\phi}_1 - L_{21} \cdot \dot{\phi}_2] / V - \phi_2 \quad (37)$$

$$\alpha_7 = [v - (h + s_1 + L_{22}) \cdot \omega - s_1 \cdot \dot{\phi}_1 - L_{22} \cdot \dot{\phi}_2] / V - \phi_2 \quad (38)$$

#### 2.2.3.4 Equações gerais do conjunto de veículos

Substituindo-se as equações de  $F$  e  $\alpha$  e isolando-se os termos das equações (23), (24), (29) e (30) tem-se:

$$\begin{aligned} (m_0 + m_1 + m_2) \cdot \dot{v} + \left( \sum_{i=1}^{i=7} F_i \right) \cdot v / V - (m_1' + m_2') \cdot \dot{\omega} + [(m_0 + m_1 + m_2) \cdot V^2 - (N_1' + N_2' + N_3' + N_4' + \\ N_5' + N_6' + N_7')] \cdot \omega / V - (m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot s_1) \cdot \ddot{\phi}_1 - [N_4 \cdot L_{11} + N_5 \cdot L_{12} + (N_6 + N_7) \cdot s_1] \cdot \dot{\phi}_1 / V - \\ (N_4 + N_5) \cdot \phi_1 - m_2 \cdot c_2 \cdot \ddot{\phi}_2 - (N_6 \cdot L_{21} + N_7 \cdot L_{22}) \cdot \dot{\phi}_2 / V - (N_6 + N_7) \cdot \phi_2 = N_1 \cdot \delta \end{aligned} \quad (39)$$

Onde:

$$m_1' = m_1 \cdot (h + c_1)$$

$$m_2' = m_2 \cdot (h + s_1 + c_2)$$

$$N_1' = -N_1 \cdot L_{01}$$

$$N_2' = N_2 \cdot L_{02}$$

$$N_3' = N_3 \cdot L_{03}$$

$$N_4' = N_4 \cdot (h + L_{11})$$

$$N_5' = N_5 \cdot (h + L_{12})$$

$$N_6' = N_6 \cdot (h + s_1 + L_{21})$$

$$N_7' = N_7 \cdot (h + s_1 + L_{22})$$

$$\begin{aligned} m_0 \cdot h \cdot \dot{v} + [(N_1 + N_2 + N_3) \cdot h - N_1' - N_2' - N_3'] \cdot v / V + I_0 \cdot \dot{\omega} + [m_0 \cdot h \cdot V^2 + N_1 \cdot L_{01}^2 + N_2 \cdot L_{02}^2 + N_3 \cdot L_{03}^2 - \\ (N_1' + N_2' + N_3') \cdot h] \cdot \omega / V = N_1 \cdot (L_{01} + h) \cdot \delta \end{aligned} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} - (m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot s_1) \cdot \dot{v} - [N_4 \cdot L_{11} + N_5 \cdot L_{12} + (N_6 + N_7) \cdot s_1] \cdot v / V + (I_1 + m_1' \cdot c_1 + m_2' \cdot s_1) \cdot \dot{\omega} - \\ [(m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot s_1) \cdot V^2 - N_4' \cdot L_{11} - N_5' \cdot L_{12} - (N_6' + N_7') \cdot s_1] \cdot \omega / V + (I_1 + m_1 \cdot c_1^2 + m_2 \cdot s_1^2) \cdot \ddot{\phi}_1 + \\ [N_4 \cdot L_{11}^2 + N_5 \cdot L_{12}^2 + (N_6 + N_7) \cdot s_1^2] \cdot \dot{\phi}_1 / V + (N_4 \cdot L_{11} + N_5 \cdot L_{12}) \cdot \phi_1 + (m_2 \cdot c_2 \cdot s_1) \cdot \ddot{\phi}_2 + (N_6 \cdot L_{21} + \\ N_7 \cdot L_{22}) \cdot s_1 \cdot \dot{\phi}_2 / V + (N_6 + N_7) \cdot s_1 \cdot \phi_2 = 0 \end{aligned} \quad (41)$$

$$\begin{aligned}
& -m_2 \cdot c_2 \cdot \dot{v} - (N_6 \cdot L_{21} + N_7 \cdot L_{22}) \cdot v / V + (I_2 + m_2' \cdot c_2) \cdot \dot{\omega} - (m_2 \cdot c_2 \cdot V^2 - N_6' \cdot L_{21} - N_7' \cdot L_{22}) \cdot \omega / V + \\
& m_2 \cdot c_2 \cdot s_1 \cdot \ddot{\phi}_1 + (N_6 \cdot L_{21} + N_7 \cdot L_{22}) \cdot s_1 \cdot \dot{\phi}_1 / V + (I_2 + m_2 \cdot c_2^2) \cdot \ddot{\phi}_2 + (N_6 \cdot L_{21}^2 + N_7 \cdot L_{22}^2) \cdot \dot{\phi}_2 / V + \\
& (N_6 \cdot L_{21} + N_7 \cdot L_{22}) \cdot \phi_2 = 0
\end{aligned} \tag{42}$$

O Sistema de Equações poderá ser representado por:

$$[A] \cdot \{y\} = [B] \cdot \{x\}$$

onde:

$$\{y\}_{4 \times 1} = \begin{Bmatrix} \dot{v} \\ \dot{\omega} \\ \ddot{\phi}_1 \\ \ddot{\phi}_2 \end{Bmatrix}$$

e

$$\{x\}_{7 \times 1} = \begin{Bmatrix} v \\ \omega \\ \dot{\phi}_1 \\ \phi_1 \\ \dot{\phi}_2 \\ \phi_2 \\ \delta \end{Bmatrix}$$

Portanto:

$$\{y\} = [A]^{-1} \cdot [B] \cdot \{x\} = [C] \cdot \{x\}$$

$$\text{onde: } [A]_{4 \times 4} = \begin{bmatrix} m_0 + m_1 + m_2 & -(m_1' + m_2') & -(m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot s_1) & -(m_2 \cdot c_2) \\ m_0 \cdot h & I_0 & 0 & 0 \\ -(m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot s_1) & I_1 + m_1' \cdot c_1 + m_2' \cdot s_1 & I_1 + m_1 \cdot c_1^2 + m_2 \cdot s_1^2 & m_2 \cdot c_2 \cdot s_1 \\ -m_2 \cdot c_2 & I_2 + m_2' \cdot c_2 & m_2 \cdot c_2 \cdot s_1 & I_2 + m_2 \cdot c_2^2 \end{bmatrix}$$

$$[B]_{4 \times 7} = \begin{bmatrix}
 -\left(\sum_{i=1}^{i=7} N_i\right)/V & -(m_0 + m_1 + m_2)V + \left(\sum_{i=1}^{i=7} N_i'\right)/V & [N_4 \cdot L_{11} + N_5 \cdot L_{12} + (N_6 + N_7) \cdot s_1]/V & N_4 + N_5 & (N_6 \cdot L_{21} + N_7 \cdot L_{22})/V & N_6 + N_7 & N_1 \\
 [-(N_1 + N_2 + N_3)h + N_1' + N_2' + N_3'] / V & -m_0 \cdot hV + [-N_1 \cdot L_{01}^2 - N_2 \cdot L_{02}^2 - N_3 \cdot L_{03}^2 + (N_1' + N_2' + N_3')h] / V & 0 & 0 & 0 & 0 & N_1 \cdot (L_{01} + h) \\
 [N_4 \cdot L_{11} + N_5 \cdot L_{12} + (N_6 + N_7) \cdot s_1] / V & (m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot s_1)V - [N_4' \cdot L_{11} + N_5' \cdot L_{12} + (N_6' + N_7') \cdot s_1] / V & -[N_4 \cdot L_{11}^2 + N_5 \cdot L_{12}^2 + (N_6 + N_7) \cdot s_1^2] / V & -(N_4 \cdot L_{11} + N_5 \cdot L_{12}) & -(N_6 \cdot L_{21} + N_7 \cdot L_{22}) \cdot s_1 / V & (-N_6 + N_7) \cdot s_1 & 0 \\
 (N_6 \cdot L_{21} + N_7 \cdot L_{22}) / V & m_2 \cdot c_2 \cdot V - (N_6' \cdot L_{21} + N_7' \cdot L_{22}) / V & -(N_6 \cdot L_{21} + N_7 \cdot L_{22}) \cdot s_1 / V & 0 & -(N_6 \cdot L_{21}^2 + N_7 \cdot L_{22}^2) / V & (N_6 \cdot L_{21} + N_7 \cdot L_{22}) & 0
 \end{bmatrix}$$

### 2.2.3.5 *Simulação Dinâmica:*

Para a simulação dinâmica do Sistema de Equações acima definido para o conjunto bitrem, foram considerados os dados de entrada de acordo com as especificações dos semirreboques e que constam da Tabela 1.

Segundo C.B. Winckler [5] a frequência do movimento influencia na intensidade da amplificação traseira. O gráfico da figura 39 mostra que as maiores amplificações traseiras ocorrem justamente com movimentos de período próximo de dois segundos, ou seja, com frequência de 0,5 Hz.

Os Momentos de Inércia foram calculados com auxílio de software de CAD (*Computer Aided Design*), para as diversas condições de carregamento.

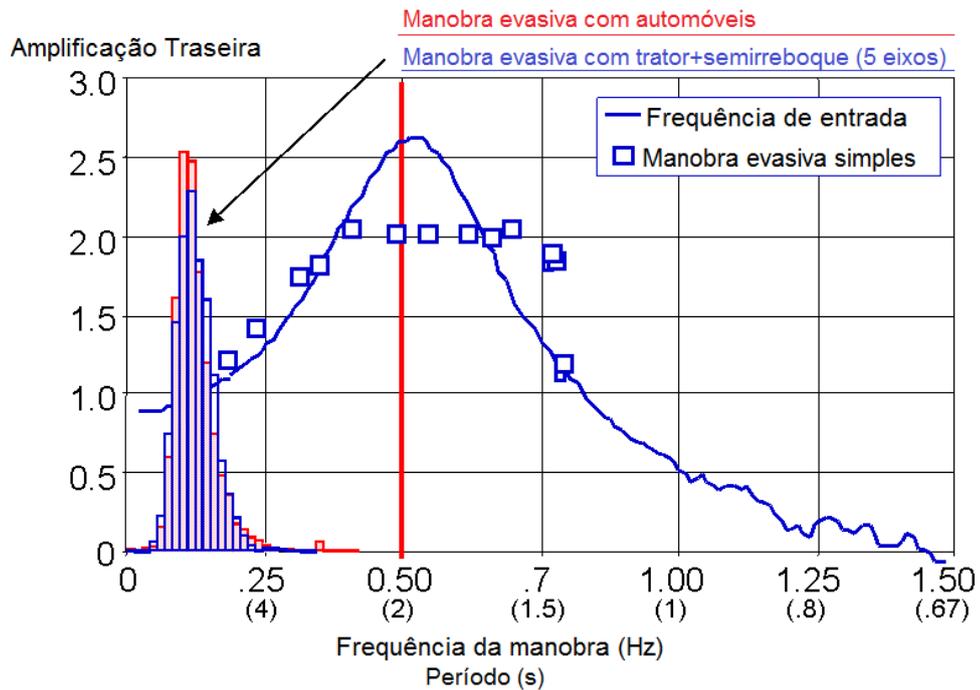
Considerou-se que os veículos estão equipados com pneus Michelin XZA, cujos valores de Coeficiente de Curva (*Cornering Coefficient*) foram obtidos do livro “*Theory of Ground Vehicles*” – pag. 34 [18]. A Rigidez Torcional (*Cornering Stiffness*) de cada eixo foi obtida considerando-se a carga vertical atuando em cada pneu nas seguintes condições:

- Carregado (com carga máxima de acordo com o Peso Bruto Total para o conjunto);
- Vazio (com peso em ordem de marcha);
- Com o primeiro semirreboque vazio e o segundo carregado.

Para os casos de carregamento acima, foram simulados ainda duas condições de ângulo de esterçamento como entrada do sistema, conforme ilustrado nas figuras 40 e 41:

- Esterçamento do volante em forma de degrau, com amplitude de 1 grau aplicado no tempo zero.
- Esterçamento em forma senoidal de 1 grau de amplitude aplicado de zero a dois segundos, portanto com frequência de 0,5 Hz.

Figura 39 – Gráfico: frequência da manobra e intensidade da amplificação traseira.

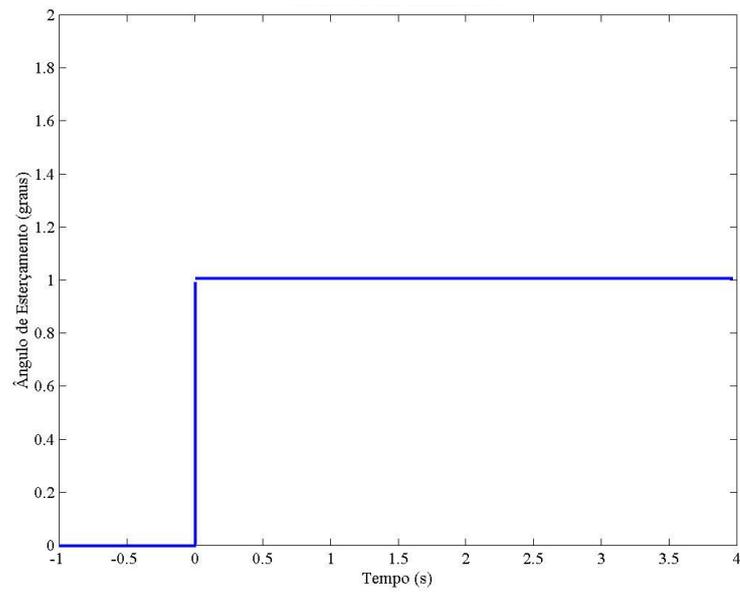


Fonte: C.B. Winkler, University of Michigan Transportation Research Institute

O gráfico mostra a distribuição estatística das frequências dos movimentos na direção dos automóveis e dos veículos de carga (trator+semirreboque), com a média próximo de 0,12 g e a faixa de maior intensidade da amplificação traseira como entre 0,4 e 0,6 Hz, ou seja, com esterçamentos de períodos de 2,5 a 1,6 segundos.

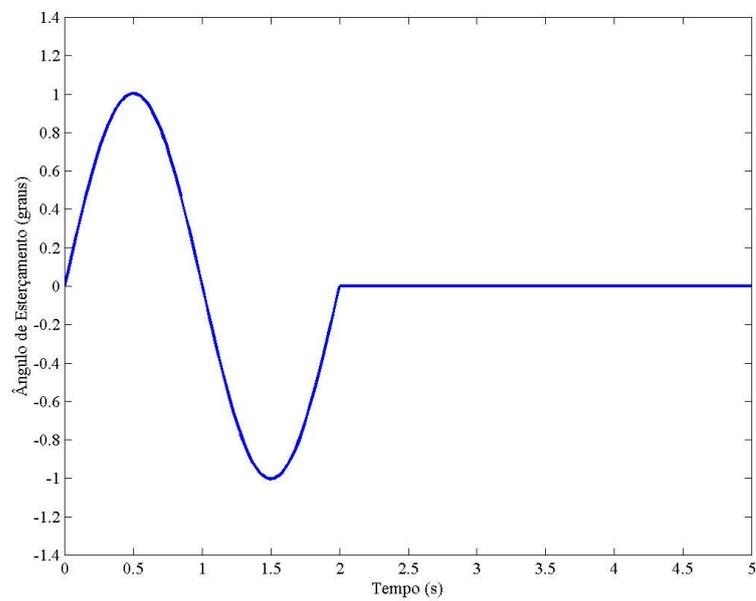
Os Resultados da simulação dinâmica estão apresentados no Capítulo 4.

Figura 40 – Ilustração do esterçamento do volante em forma de degrau.



Fonte: o autor.

Figura 41 – Ilustração do esterçamento do volante em forma senoidal.

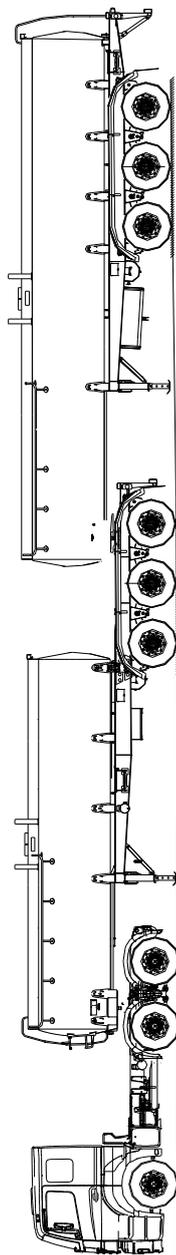


Fonte: o autor.

#### 2.2.4 Modelamento do Bitrem 9 eixos (“bitrenção”)

Seja um conjunto do tipo bitrem 9 eixos conforme ilustrado na figura 42:

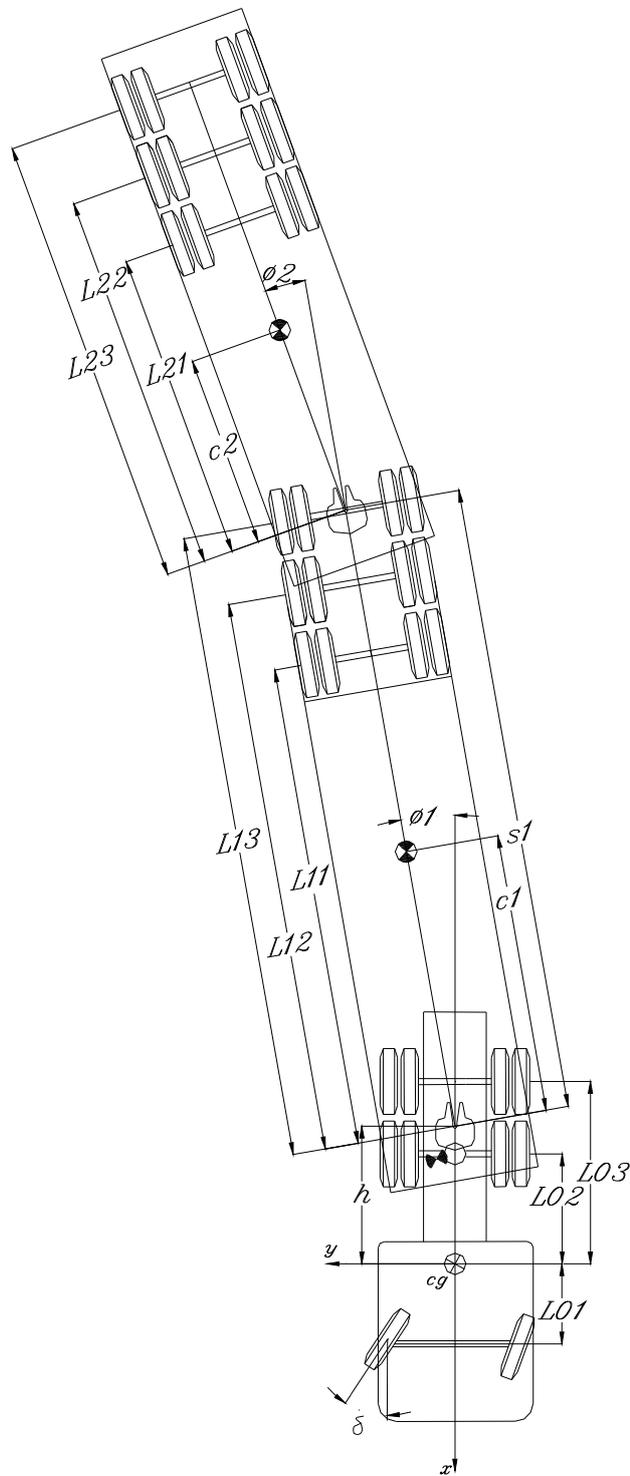
Figura 42 - Ilustração do Modelo Bitrem 9 eixos



Fonte: Noma do Brasil SA (cortesia)

O Conjunto possui 2 articulações e 9 eixos no total. As dimensões principais podem ser observadas na figura 43:

Figura 43 - Modelo Bitrem 9 eixos - Dimensões principais

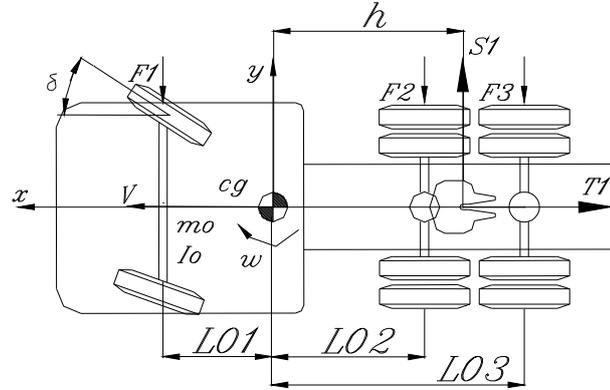


Fonte: o autor

## 2.2.5 Equações do Movimento para o Bitrem 9 eixos

### 2.2.5.1 Para o veículo-trator

Figura 44 - Veículo-trator



Fonte: o autor.

Aplicando-se as Leis de Newton para o equilíbrio das forças:

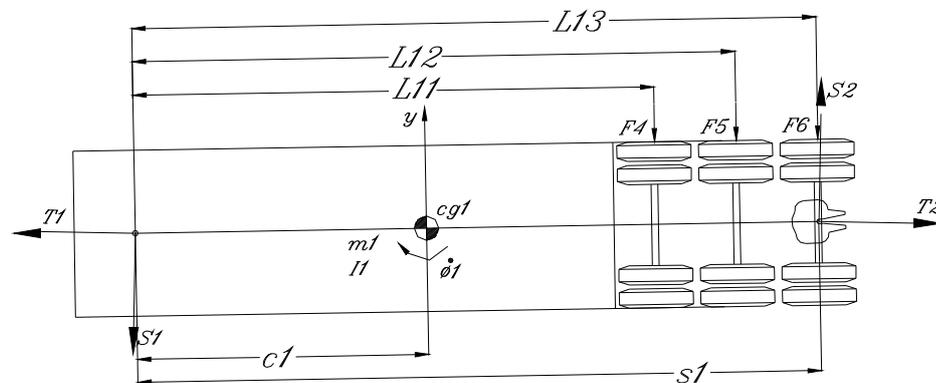
$$\sum Fy = m.a \rightarrow m_0.(\dot{v} + V.\omega) = -F_1 - F_2 - F_3 + S_1 \quad (43)$$

Para o equilíbrio de momentos:

$$I_0.\dot{\omega} = -L_{01}.F_1 + L_{02}.F_2 + L_{03}.F_3 - h.S_1 \quad (44)$$

### 2.2.5.2 Para o primeiro semirreboque

Figura 45 - Primeiro semirreboque dianteiro bitrem 9 eixos



Fonte: o autor

$$0 = T_1 - T_2 - (F_4 + F_5 + F_6).sen\phi_1 \quad \text{mas, } sen\phi \cong \phi \text{ então, tem-se:}$$

$$0 = T_1 - T_2 - (F_4 + F_5 + F_6).\phi_1 \quad (45)$$

$$m_1.[\dot{v} + V.\omega - (h + c_1).\dot{\omega} - c_1.\ddot{\phi}_1] = -(F_4 + F_5 + F_6) - S_1 + S_2 \quad (46)$$

$$I_1.(\dot{\omega} + \ddot{\phi}_1) = -c_1.S_1 - c_1.T_1.\phi_1 + (L_{11} - c_1).F_4 + (L_{12} - c_1).F_5 + (L_{13} - c_1).F_6 - (s_1 - c_1).S_2 - (s_1 - c_1).T_2.\phi_1 \quad (47)$$

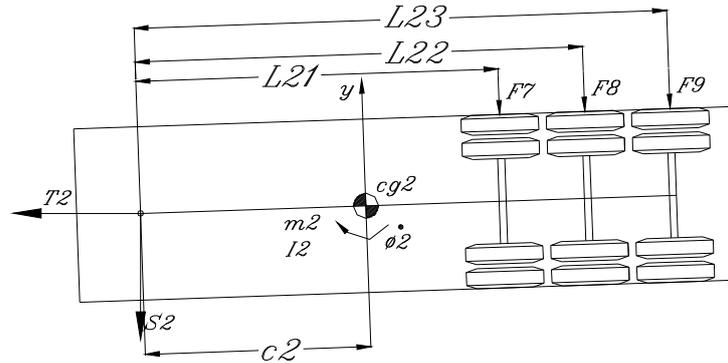
### 2.2.5.3 Para o segundo semirreboque

$$0 = T_2 - (F_7 + F_8 + F_9) \cdot \phi_2 \quad (48)$$

$$m_2 \cdot [\dot{v} + V \cdot \omega - (h + s_1 + c_2) \cdot \dot{\omega} - s_1 \cdot \ddot{\phi}_1 - c_2 \cdot \ddot{\phi}_2] = -(F_7 + F_8 + F_9) - S_2 \quad (49)$$

$$I_2 \cdot (\dot{\omega} + \ddot{\phi}_2) = -c_2 \cdot S_2 - c_2 \cdot T_2 \cdot \phi_2 + (L_{21} - c_2) \cdot F_7 + (L_{22} - c_2) \cdot F_8 + (L_{23} - c_2) \cdot F_9 \quad (50)$$

Figura 46 - Segundo semirreboque



Fonte: o autor.

Eliminando-se as reações de acoplamento através da soma das equações (43), (47) e (49) tem-se:

$$-\sum_{i=1}^{i=9} F_i = (m_0 + m_1 + m_2) \cdot (\dot{v} + V \cdot \omega) - [m_1 \cdot (h + c_1) + m_2 \cdot (h + s_1 + c_2)] \cdot \dot{\omega} - (m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot s_1) \cdot \ddot{\phi}_1 - m_2 \cdot c_2 \cdot \ddot{\phi}_2 \quad (51)$$

Multiplicando-se a equação (43) por  $h$ , isolando-se o termo  $h \cdot S_1$  e substituindo-se em (64):

$$m_0 \cdot (\dot{v} + V \cdot \omega) + I_0 \cdot \dot{\omega} = -(L_{01} + h) \cdot F_1 + (L_{02} - h) \cdot F_2 + (L_{03} - h) \cdot F_3 \quad (52)$$

Somando-se as equações (45) e (48) obtêm-se a equação:

$$T_1 = (F_4 + F_5 + F_6) \cdot \phi_1 + (F_7 + F_8 + F_9) \cdot \phi_2 \quad (53)$$

Da equação (48) tem-se que:

$$T_2 = (F_7 + F_8 + F_9) \cdot \phi_2 \quad (54)$$

Somando-se as equações (46) e (49) pode-se isolar o valor de  $S_1$ :

$$S_1 = -m_1 \cdot [(\dot{v} + V \cdot \omega) - (h + c_1) \cdot \dot{\omega} - c_1 \cdot \ddot{\phi}_1] - \sum_{i=4}^{i=9} F_i - m_2 \cdot [(\dot{v} + V \cdot \omega) - (h + s_1 + c_2) \cdot \dot{\omega} - s_1 \cdot \ddot{\phi}_1 - c_2 \cdot \ddot{\phi}_2] \quad (55)$$

Da equação (49) pode-se isolar o valor de  $S_2$

$$S_2 = -m_2 \cdot [\dot{v} + V \cdot \omega - (h + s_1 + c_2) \cdot \dot{\omega} - s_1 \cdot \ddot{\phi}_1 - c_2 \cdot \ddot{\phi}_2] - (F_7 + F_8 + F_9) \quad (56)$$

Substituindo-se as equações (53), (54), (55) e (56) na equação (47), desprezando-se os termos quadráticos de  $\phi$  e reagrupando os demais termos tem-se:

$$-(m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot s_1) \cdot (\dot{v} + V \cdot \omega) + [I_1 + m_1 \cdot c_1 \cdot (h + c_1) + m_2 \cdot s_1 \cdot (h + s_1 + c_2)] \dot{\omega} + (I_1 + m_1 \cdot c_1^2 + m_2 \cdot s_1^2) \ddot{\phi}_1 + m_2 \cdot c_2 \cdot s_1 \cdot \ddot{\phi}_2 = L_{11} \cdot F_4 + L_{12} \cdot F_5 + L_{13} \cdot F_6 + s_1 \cdot (F_7 + F_8 + F_9) \quad (57)$$

Para o segundo semirreboque – substituindo-se as equações (56), (54) e (53) na equação (50) tem-se:

$$m_2 \cdot c_2 \cdot (\dot{v} + V \cdot \omega) + [I_2 + m_2 \cdot c_2 \cdot (h + s_1 + c_2)] \dot{\omega} + m_2 \cdot c_2 \cdot s_1 \cdot \ddot{\phi}_1 + (m_2 \cdot c_2^2 + I_2) \cdot \ddot{\phi}_2 = L_{21} \cdot F_7 + L_{22} \cdot F_8 + L_{23} \cdot F_9 \quad (58)$$

Nessas equações tem-se representadas as características de massa e inércia do sistema de um lado e do outro lado as forças externas e momentos que atuam no modelo simplificado.

As forças externas são criadas no plano do piso entre o pneu e a pista.

Forças Laterais em Pneus:

Assumindo-se que para pequenos ângulos a Rigidez Lateral (*Cornering Stiffness*) é linear, tem-se a seguinte equação geral:

$$F_j = N_j \cdot \alpha_j \quad (59)$$

com  $j = 1, 2, \dots, 9$

$N_j$  = Rigidez Torcional (*Cornering Stiffness*) combinado do eixo  $j$ .

$\alpha_j$  = Ângulo de deriva no eixo  $j$ .

Para o pneu dianteiro do veículo–trator com um ângulo de esterçamento (*steer angle*)  $\delta$ , o ângulo de deriva - “*slip angle*” pode ser aproximado por [16]:

$$\alpha_1 = (v + L_{01} \cdot \omega) / V - \delta \quad (60)$$

O “*slip angle*” para o 2º e 3º eixo do veículo–trator podem ser aproximados por:

$$\alpha_2 = (v - L_{02} \cdot \omega) / V \quad (61)$$

$$\alpha_3 = (v - L_{03} \cdot \omega) / V \quad (62)$$

As expressões do “*slip angle*” dos eixos do semirreboque podem ser aproximadas por:

$$\alpha_4 = [v - (h + L_{11}) \cdot \omega - L_{11} \cdot \dot{\phi}_1] / V - \phi_1 \quad (63)$$

$$\alpha_5 = [v - (h + L_{12}) \cdot \omega - L_{12} \cdot \dot{\phi}_1] / V - \phi_1 \quad (64)$$

$$\alpha_6 = [v - (h + L_{13}) \cdot \omega - L_{13} \cdot \dot{\phi}_1] / V - \phi_1 \quad (65)$$

$$\alpha_7 = [v - (h + s_1 + L_{21}) \cdot \omega - s_1 \cdot \dot{\phi}_1 - L_{21} \cdot \dot{\phi}_2] / V - \phi_2 \quad (66)$$

$$\alpha_8 = [v - (h + s_1 + L_{22}) \cdot \omega - s_1 \cdot \dot{\phi}_1 - L_{22} \cdot \dot{\phi}_2] / V - \phi_2 \quad (67)$$

$$\alpha_9 = [v - (h + s_1 + L_{23}) \cdot \omega - s_1 \cdot \dot{\phi}_1 - L_{23} \cdot \dot{\phi}_2] / V - \phi_2 \quad (68)$$

#### 2.2.5.4 Equações gerais do conjunto de veículos

Substituindo–se as equações de  $F$  e  $\alpha$  e isolando–se os termos das equações (51), (52), (57) e (58) tem-se:

$$\begin{aligned} & (m_0 + m_1 + m_2) \cdot \dot{v} + \left( \sum_{i=1}^{i=9} F_i \right) \cdot v / V - (m_1' + m_2') \cdot \dot{\omega} + [(m_0 + m_1 + m_2) \cdot V^2 - (N_1' + \\ & N_2' + N_3' + N_4' + N_5' + N_6' + N_7' + N_8' + N_9')] \cdot \omega / V - (m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot s_1) \cdot \ddot{\phi}_1 - [N_4 \cdot L_{11} + \\ & N_5 \cdot L_{12} + N_6 \cdot L_{13} + (N_7 + N_8 + N_9) \cdot s_1] \cdot \dot{\phi}_1 / V - (N_4 + N_5 + N_6) \cdot \phi_1 - m_2 \cdot c_2 \cdot \ddot{\phi}_2 - \\ & (N_7 \cdot L_{21} + N_8 \cdot L_{22} + N_9 \cdot L_{23}) \cdot \dot{\phi}_2 / V - (N_7 + N_8 + N_9) \cdot \phi_2 = N_1 \cdot \delta \end{aligned} \quad (69)$$

Onde:

$$m_1' = m_1 \cdot (h + c_1)$$

$$m_2' = m_2 \cdot (h + s_1 + c_2)$$

$$N_1' = -N_1 \cdot L_{01}$$

$$N_2' = N_2 \cdot L_{02}$$

$$N_3' = N_3 \cdot L_{03}$$

$$N_4' = N_4 \cdot (h + L_{11})$$

$$N_5' = N_5 \cdot (h + L_{12})$$

$$N_6' = N_6 \cdot (h + L_{13})$$

$$N_7' = N_7 \cdot (h + s_1 + L_{21})$$

$$N_8' = N_8 \cdot (h + s_1 + L_{22})$$

$$N_9' = N_9 \cdot (h + s_1 + L_{23})$$

$$m_0 \cdot h \cdot \dot{v} + [(N_1 + N_2 + N_3) \cdot h - N_1' - N_2' - N_3'] \cdot v / V + I_0 \cdot \dot{\omega} + [m_0 \cdot h \cdot V^2 + N_1 \cdot L_{01}^2 + N_2 \cdot L_{02}^2 + N_3 \cdot L_{03}^2 - (N_1' + N_2' + N_3') \cdot h] \cdot \omega / V = N_1 \cdot (L_{01} + h) \cdot \delta \quad (70)$$

$$\begin{aligned} & - (m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot s_1) \cdot \dot{v} - [N_4 \cdot L_{11} + N_5 \cdot L_{12} + N_6 \cdot L_{13} + (N_7 + N_8 + N_9) \cdot s_1] \cdot v / V + (I_1 + \\ & m_1' \cdot c_1 + m_2' \cdot s_1) \cdot \dot{\omega} - [(m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot s_1) \cdot V^2 - N_4' \cdot L_{11} - N_5' \cdot L_{12} - N_6' \cdot L_{13} - \\ & (N_7' + N_8' + N_9') \cdot s_1] \cdot \omega / V + (I_1 + m_1 \cdot c_1^2 + m_2 \cdot s_1^2) \cdot \ddot{\phi}_1 + [N_4 \cdot L_{11}^2 + N_5 \cdot L_{12}^2 + N_6 \cdot L_{13}^2 + \\ & (N_7 + N_8 + N_9) \cdot s_1^2] \cdot \dot{\phi}_1 / V + (N_4 \cdot L_{11} + N_5 \cdot L_{12} + N_6 \cdot L_{13}) \cdot \phi_1 + m_2 \cdot c_2 \cdot s_1 \cdot \ddot{\phi}_2 + \\ & (N_7 \cdot L_{21} + N_8 \cdot L_{22} + N_9 \cdot L_{23}) \cdot s_1 \cdot \dot{\phi}_2 / V + (N_7 + N_8 + N_9) \cdot s_1 \cdot \phi_2 = 0 \end{aligned} \quad (71)$$

$$\begin{aligned} & - m_2 \cdot c_2 \cdot \dot{v} - (N_7 \cdot L_{21} + N_8 \cdot L_{22} + N_9 \cdot L_{23}) \cdot v / V + (I_2 + m_2' \cdot c_2) \cdot \dot{\omega} - (m_2 \cdot c_2 \cdot V^2 - \\ & N_7' \cdot L_{21} - N_8' \cdot L_{22} - N_9' \cdot L_{23}) \cdot \omega / V + m_2 \cdot c_2 \cdot s_1 \cdot \ddot{\phi}_1 + (N_7 \cdot L_{21} + N_8 \cdot L_{22} + N_9 \cdot L_{23}) \cdot s_1 \cdot \dot{\phi}_1 / V + \\ & (I_2 + m_2 \cdot c_2^2) \cdot \ddot{\phi}_2 + (N_7 \cdot L_{21}^2 + N_8 \cdot L_{22}^2 + N_9 \cdot L_{23}^2) \cdot \dot{\phi}_2 / V + (N_7 \cdot L_{21} + N_8 \cdot L_{22} + N_9 \cdot L_{23}) \cdot \phi_2 = 0 \end{aligned} \quad (72)$$

O Sistema de Equações poderá ser representado por:

$$[A] \cdot \{y\} = [B] \cdot \{x\}$$

onde:

$$\{y\}_{4 \times 1} = \begin{Bmatrix} \dot{v} \\ \dot{\omega} \\ \ddot{\phi}_1 \\ \ddot{\phi}_2 \end{Bmatrix}$$

e

$$\{x\}_{7 \times 1} = \begin{Bmatrix} v \\ \omega \\ \dot{\phi}_1 \\ \phi_1 \\ \dot{\phi}_2 \\ \phi_2 \\ \delta \end{Bmatrix}$$

Portanto:

$$\{y\} = [A]^{-1} \cdot [B] \cdot \{x\} = [C] \cdot \{x\}$$

$$\text{onde: } [A]_{4 \times 4} = \begin{bmatrix} m_0 + m_1 + m_2 & -(m_1' + m_2') & -(m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot s_1) & -(m_2 \cdot c_2) \\ m_0 \cdot h & I_0 & 0 & 0 \\ -(m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot s_1) & I_1 + m_1' \cdot c_1 + m_2' \cdot s_1 & I_1 + m_1 \cdot c_1^2 + m_2 \cdot s_1^2 & m_2 \cdot c_2 \cdot s_1 \\ -m_2 \cdot c_2 & I_2 + m_2' \cdot c_2 & m_2 \cdot c_2 \cdot s_1 & I_2 + m_2 \cdot c_2^2 \end{bmatrix}$$

$$[B]_{4 \times 7} = \begin{bmatrix}
 -\left(\sum_{i=1}^{1=9} N_i\right)/V & -(m_0 + m_1 + m_2).V + \left(\sum_{i=1}^{1=9} N_i'\right)/V & [N_4.L_{11} + N_5.L_{12} + N_6.L_{13} + (N_7 + N_8 + N_9).s_1]/V & N_4 + N_5 + N_6 & (N_7.L_{21} + N_8.L_{22} + N_9.L_{23})/V & N_7 + N_8 + N_9 & N_1 \\
 [-(N_1 + N_2 + N_3).h + N_1'.h + N_2'.h + N_3'.h]/V & -m_0.h.V + [-N_1.L_{01}^2 - N_2.L_{02}^2 - N_3.L_{03}^2 + (N_1' + N_2' + N_3').h]/V & 0 & 0 & 0 & 0 & N_1.(L_{01} + h) \\
 [N_4.L_{11} + N_5.L_{12} + N_6.L_{13} + (N_7 + N_8 + N_9).s_1]/V & (m_1.c_1 + m_2.s_1).V - [N_4'.L_{11} + N_5'.L_{12} + N_6'.L_{13} + (N_7' + N_8' + N_9').s_1]/V & -[N_4.L_{11}^2 + N_5.L_{12}^2 + N_6.L_{13}^2 + (N_7 + N_8 + N_9).s_1^2]/V & -(N_4.L_{11} + N_5.L_{12} + N_6.L_{13}) & -(N_7.L_{21} + N_8.L_{22} + N_9.L_{23}).s_1/V & -(N_7 + N_8 + N_9).s_1 & 0 \\
 (N_7.L_{21} + N_8.L_{22} + N_9.L_{23})/V & m_2.c_2.V - (N_7'.L_{21} + N_8'.L_{22} + N_9'.L_{23})/V & -(N_7.L_{21} + N_8.L_{22} + N_9.L_{23}).s_1/V & 0 & -(N_7.L_{21}^2 + N_8.L_{22}^2 + N_9.L_{23}^2)/V & (N_7.L_{21} + N_8.L_{22} + N_9.L_{23}) & 0
 \end{bmatrix}$$

### 2.2.5.5 *Simulação Dinâmica:*

Para a simulação dinâmica do Sistema de Equações definido nas páginas 78 a 80, para o conjunto Bitrem 9 eixos, foram considerados os dados de entrada de acordo com as especificações dos semirreboques constantes na Tabela 2.

Os Momentos de Inércia foram calculados com auxílio de software de CAD (*Computer Aided Design*), para as diversas condições de carregamento.

Considerou-se que os veículos estão equipados com pneus Michelin XZA, cujos valores de Coeficiente de Curva (*Cornering Coefficient*) foram obtidos do livro “*Theory of Ground Vehicles*” – pag. 34 [18]. A Rigidez Torcional (*Cornering Stiffness*) de cada eixo foi obtida considerando-se a carga vertical atuando em cada pneu nas seguintes condições:

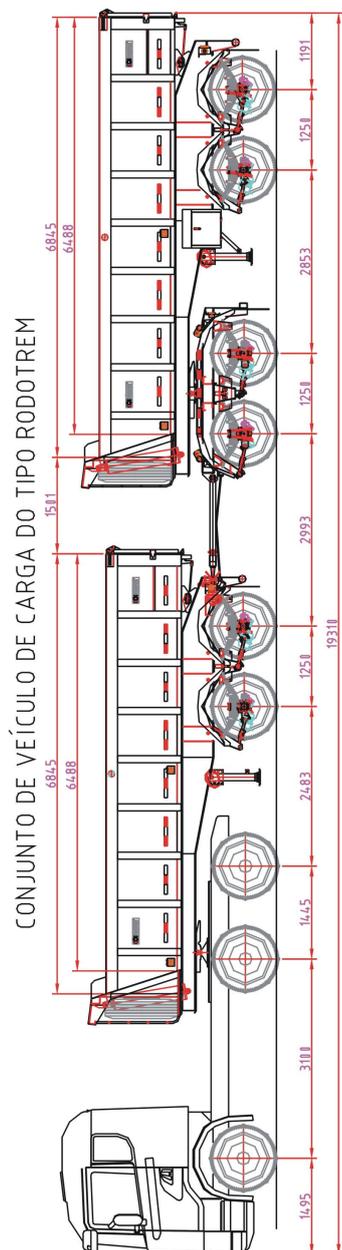
- Carregado (com carga máxima de acordo com o Peso Bruto para o conjunto);
- Vazio (com peso em ordem de marcha);
- Com o primeiro semirreboque vazio e o segundo carregado.

Para os casos de carregamento acima, foram simulados ainda duas condições de ângulo de esterçamento como entrada do sistema, conforme ilustrado nas figuras 40 e 41.

## 2.2.6 Modelamento do Rodotrem

Seja um conjunto do tipo Rodotrem conforme ilustrado na figura 47.

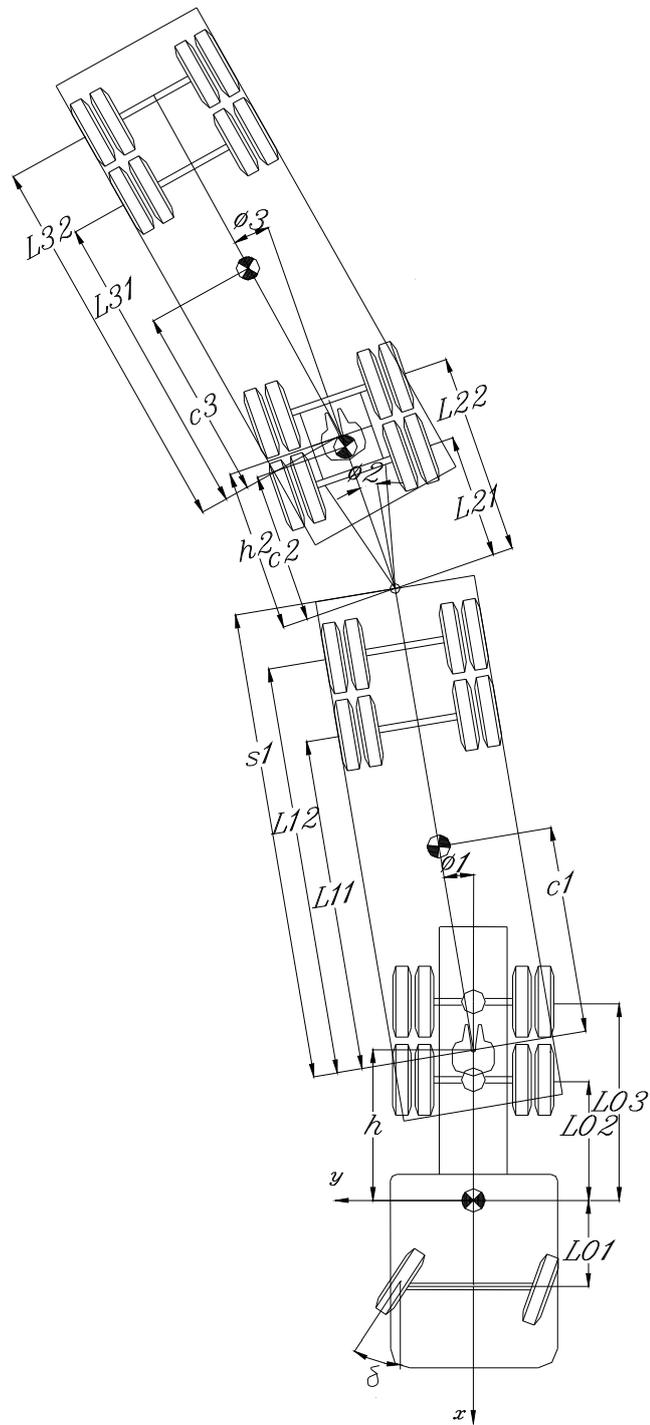
Figura 47 - Ilustração do Modelo Rodotrem – Cortesia: Ind. Metalúrgica Pastre Ltda



Fonte: Ind. Metalúrgica Pastre Ltda (cortesia)

O Conjunto possui 3 articulações e 9 eixos no total. As dimensões principais podem ser observadas na figura 48.

Figura 48 - Modelo Rodotrem - Dimensões principais

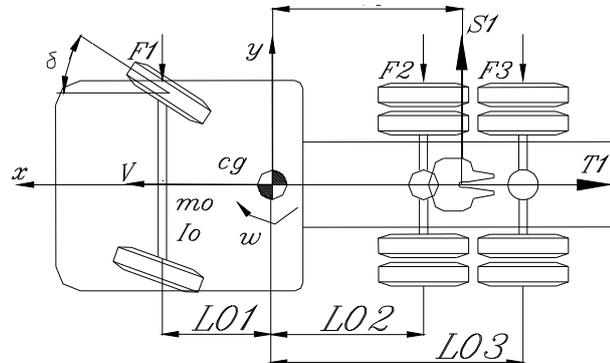


Fonte: o autor.

## 2.2.7 Equações do Movimento

### 2.2.7.1 Para o veículo-trator

Figura 49 - Veículo-Trator – Rodotrem



Fonte: o autor

$$\sum Fy = m.a \rightarrow m_0 \cdot (\dot{v} + V \cdot \omega) = -F_1 - F_2 - F_3 + S_1 \quad (73)$$

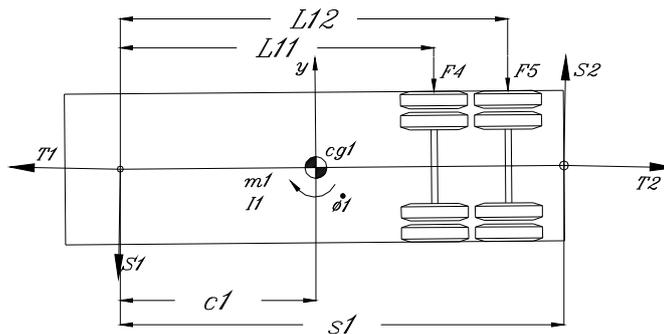
$$I_0 \cdot \dot{\omega} = -L_{01} \cdot F_1 + L_{02} \cdot F_2 + L_{03} \cdot F_3 - h \cdot S_1 \quad (74)$$

### 2.2.7.2 Para o primeiro semirreboque

$$0 = T_1 - T_2 - (F_4 + F_5) \cdot \sin \phi_1 \quad \text{mas } \sin \phi \cong \phi \text{ para ângulos pequenos.}$$

$$0 = T_1 + T_2 - (F_4 + F_5) \cdot \phi_1 \quad (75)$$

Figura 50 - Primeiro semirreboque - Rodotrem



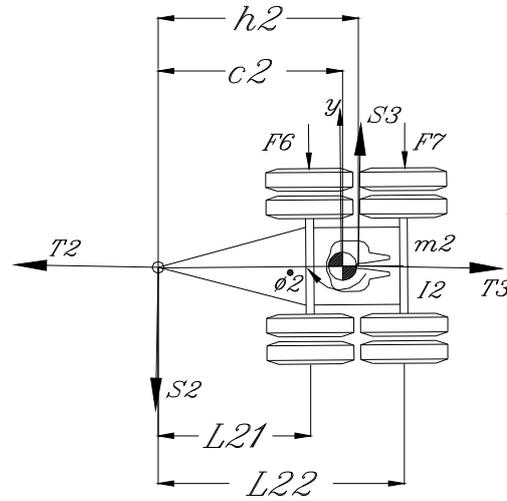
Fonte: o autor.

$$m_1 \cdot [\dot{v} + V \cdot \omega - (h + c_1) \cdot \dot{\omega} - c_1 \cdot \ddot{\phi}_1] = -(F_4 + F_5) - S_1 + S_2 \quad (76)$$

$$I_1 \cdot (\dot{\omega} + \ddot{\phi}_1) = -c_1 \cdot S_1 - c_1 \cdot T_1 \cdot \phi_1 + (L_{11} - c_1) \cdot F_4 + (L_{12} - c_1) \cdot F_5 - (s_1 - c_1) \cdot S_2 - (s_1 - c_1) \cdot T_2 \cdot \phi_1 \quad (77)$$

### 2.2.7.3 Para o dolly intermediário

Figura 51 - Dolly Intermediário



Fonte: o autor.

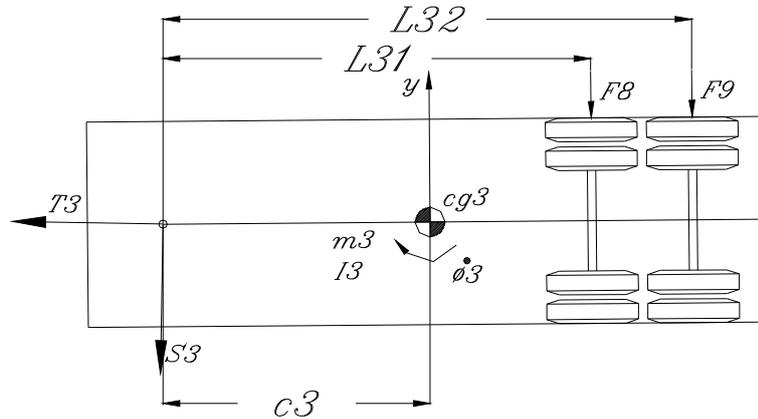
$$0 = T_2 - (F_6 + F_7) \cdot \phi_2 \quad (78)$$

$$m_2 \cdot [\dot{v} + V \cdot \omega - (h + s_1 + c_2) \cdot \dot{\omega} - s_1 \cdot \ddot{\phi}_1 - c_2 \cdot \ddot{\phi}_2] = -(F_6 + F_7) - S_2 + S_3 \quad (79)$$

$$I_2 \cdot (\dot{\omega} + \ddot{\phi}_2) = -c_2 \cdot S_2 - c_2 \cdot T_2 \cdot \phi_2 - (c_2 - L_{21}) \cdot F_6 + (L_{12} - c_2) \cdot F_7 - S_3 \cdot (h_2 - c_2) - T_3 \cdot \phi_2 \cdot (h_2 - c_2) \quad (80)$$

### 2.2.7.4 Para o segundo semirreboque

Figura 52 - Segundo semirreboque - Rodotrem



Fonte: o autor.

$$0 = T_3 - (F_8 + F_9) \cdot \phi_3 \quad (81)$$

$$m_3 \cdot [\dot{v} + V \cdot \omega - (h + s_1 + h_2 + c_3) \cdot \dot{\omega} - s_1 \cdot \ddot{\phi}_1 - h_2 \cdot \ddot{\phi}_2 - c_3 \cdot \ddot{\phi}_3] = -(F_8 + F_9) - S_3 \quad (82)$$

$$I_3 \cdot (\dot{\omega} + \ddot{\phi}_3) = -c_3 \cdot S_3 - c_3 \cdot T_3 \cdot \phi_3 + (L_{31} - c_3) \cdot F_8 + (L_{32} - c_3) \cdot F_9 \quad (83)$$

Eliminando-se as reações de acoplamento através da soma das equações (73), (76), (79) e (82) tem-se:

$$\sum_{i=1}^{i=9} F_i = (m_0 + m_1 + m_2 + m_3).(\dot{v} + V.\omega) - [m_1.(h + c_1) + m_2.(h + s_1 + c_2) + m_3.(h + s_1 + h_2 + c_3)].\dot{\omega} - [m_1.c_1 + (m_2 + m_3).s_1].\ddot{\phi}_1 - (m_2.c_2 - m_3.h_2).\ddot{\phi}_2 - m_3.c_3.\ddot{\phi}_3 \quad (84)$$

Multiplicando-se a equação (73) por  $h$ , isolando-se o termo  $h.S_1$  e substituindo-se em (74) tem-se:

$$m_0.(\dot{v} + V.\omega) + I_0.\dot{\omega} = -(L_{01} + h).F_1 + (L_{02} - h).F_2 + (L_{03} - h).F_3 \quad (85)$$

Somando-se as equações (75), (78) e (81) obtêm-se a equação:

$$T_1 = (F_4 + F_5).\phi_1 + (F_6 + F_7).\phi_2 + (F_8 + F_9).\phi_3 \quad (86)$$

Das equações (78) e (81) obtêm-se:

$$T_2 = (F_6 + F_7).\phi_2 + (F_8 + F_9).\phi_3 \quad (87)$$

Somando-se as equações (96), (79) e (82) pode-se isolar o valor de  $S_1$ :

$$S_1 = -m_1.[(\dot{v} + V.\omega) - (h + c_1).\dot{\omega} - c_1.\ddot{\phi}_1] - \sum_{i=1}^{i=9} F_i - m_2.[(\dot{v} + V.\omega) - (h + s_1 + c_2).\dot{\omega} - s_1.\ddot{\phi}_1 - c_2.\ddot{\phi}_2] - m_3.[(\dot{v} + V.\omega) - (h + s_1 + h_2 + c_3).\dot{\omega} - s_1.\ddot{\phi}_1 - h_2.\ddot{\phi}_2 - c_3.\ddot{\phi}_3] \quad (88)$$

Da equação (79) e (81) pode-se isolar o valor de  $S_2$

$$S_2 = -m_2.[\dot{v} + V.\omega - (h + s_1 + c_2).\dot{\omega} - s_1.\ddot{\phi}_1 - c_2.\ddot{\phi}_2] - m_3.[(\dot{v} + V.\omega) - (h + s_1 + h_2 + c_3).\dot{\omega} - s_1.\ddot{\phi}_1 - h_2.\ddot{\phi}_2 - c_3.\ddot{\phi}_3] - (F_6 + F_7 + F_8 + F_9) \quad (89)$$

Substituindo-se essas equações na equação (77), desprezando-se os termos quadráticos de  $\phi$  e reagrupando os demais termos tem-se:

$$\begin{aligned}
 & -[m_1.c_1 + (m_2 + m_3).s_1].(\dot{v} + V.\omega) + [I_1 + m_1.c_1.(h + c_1) + m_2.s_1.(h + s_1 + c_2) + \\
 & m_3.s_1.(h + s_1 + h_2 + c_3)].\dot{\omega} + [I_1 + m_1.c_1^2 + (m_2 + m_3).s_1^2].\ddot{\phi}_1 + (m_2.c_2 + \\
 & m_3.h_2).s_1.\ddot{\phi}_2 + m_3.c_3.s_1.\ddot{\phi}_3 = L_{11}.F_4 + L_{12}.F_5 + s_1.(F_6 + F_7 + F_8 + F_9)
 \end{aligned} \tag{90}$$

Para o dolly, substituindo-se as equações anteriores para  $T_2$ ,  $S_1$  e  $S_2$  na equação (80) e extraindo o valor de  $S_3$  da equação (82) e o valor de  $T_3$  da equação (81) tem-se:

$$\begin{aligned}
 & -(m_2.c_2 + m_3.h_2).(\dot{v} + V.\omega) + [I_2 + m_2.c_2.(h + s_1 + c_2) + m_3.h_2.(h + s_1 + h_2 + c_3)].\dot{\omega} + \\
 & (m_2.c_2 + m_3.h_2).s_1.\ddot{\phi}_1 + [m_3.h_2^2 + m_2.c_2^2 + I_2].\ddot{\phi}_2 = L_{21}.F_6 + L_{22}.F_7 + h_2.(F_8 + F_9)
 \end{aligned} \tag{91}$$

Para o segundo semirreboque, substituindo-se os valores de  $S_3$  e  $T_3$  na equação (83) tem-se:

$$\begin{aligned}
 & -m_3.c_3.(\dot{v} + V.\omega) + [I_3 + m_3.c_3.(h + s_1 + h_2 + c_3)].\dot{\omega} + m_3.c_3.s_1.\ddot{\phi}_1 + m_3.c_3.h_2.\ddot{\phi}_2 + [I_3 + \\
 & m_3.c_3^2].\ddot{\phi}_3 = L_{31}.F_8 + L_{32}.F_9
 \end{aligned} \tag{92}$$

Nessas equações são representados as características de massa e inércia do sistema no lado esquerdo e no lado direito as forças externas e momentos que atuam no modelo simplificado.

As forças externas são geradas no plano do piso entre o pneu e a pista.

Forças Laterais em Pneus:

Assumindo-se que para pequenos ângulos o Coeficiente de Proporcionalidade “*Cornering Stiffness*” é linear, tem-se a seguinte equação geral:

$$F_j = N_j.\alpha_j \tag{93}$$

com  $j = 1, 2, \dots, 9$

$N_j$  = Rigidez Torcional (*Cornering Stiffness*) combinado do eixo  $j$ .

$\alpha_j$  = Ângulo de deriva do eixo j.

A força lateral em cada pneu dependerá também da força vertical aplicada no eixo em consequência da distribuição de peso do conjunto de veículos.

“*Slip angle*” – Ângulo de Deriva

Para o pneu dianteiro do veículo–trator, com um ângulo de esterçamento (*steer angle*)  $\delta$ , o “*slip angle*” pode ser aproximado por:

$$\alpha_1 = (v + L_{01} \cdot \omega) / V - \delta \quad (94)$$

O “*slip angle*” para o 2º e 3º eixo do veículo–trator em curvas podem ser aproximados por:

$$\alpha_2 = (v - L_{02} \cdot \omega) / V \quad (95)$$

$$\alpha_3 = (v - L_{03} \cdot \omega) / V \quad (96)$$

As expressões do “*slip angle*” dos eixos do semirreboque podem ser aproximados por:

$$\alpha_4 = [v - (h + L_{11}) \cdot \omega - L_{11} \cdot \dot{\phi}_1] / V - \phi_1 \quad (97)$$

$$\alpha_5 = [v - (h + L_{12}) \cdot \omega - L_{12} \cdot \dot{\phi}_1] / V - \phi_1 \quad (98)$$

$$\alpha_6 = [v - (h + s_1 + L_{21}) \cdot \omega - s_1 \cdot \dot{\phi}_1 - L_{21} \cdot \dot{\phi}_2] / V - \phi_2 \quad (99)$$

$$\alpha_7 = [v - (h + s_1 + L_{22}) \cdot \omega - s_1 \cdot \dot{\phi}_1 - L_{22} \cdot \dot{\phi}_2] / V - \phi_2 \quad (100)$$

$$\alpha_8 = [v - (h + s_1 + h_2 + L_{31}) \cdot \omega - s_1 \cdot \dot{\phi}_1 - h_2 \cdot \dot{\phi}_2 - L_{31} \cdot \dot{\phi}_3] / V - \phi_3 \quad (101)$$

$$\alpha_9 = [v - (h + s_1 + h_2 + L_{32}) \cdot \omega - s_1 \cdot \dot{\phi}_1 - h_2 \cdot \dot{\phi}_2 - L_{32} \cdot \dot{\phi}_3] / V - \phi_3 \quad (102)$$

### 2.2.7.5 Equações gerais do conjunto de veículos

Substituindo–se as equações de  $F$  e  $\alpha$  e isolando–se os termos das equações tem-se:

$$\begin{aligned}
& (m_0 + m_1 + m_2 + m_3) \cdot \dot{v} + \left( \sum_{i=1}^{i=9} F_i \right) \cdot v / V - (m_1' + m_2' + m_3') \cdot \dot{\omega} + [(m_0 + m_1 + m_2 + m_3) \cdot V^2 - \\
& \sum_{i=1}^{i=9} N_i'] \cdot \omega / V - [m_1 \cdot c_1 + (m_2 + m_3) \cdot s_1] \ddot{\phi}_1 - [N_4 \cdot L_{11} + N_5 \cdot L_{12} + (N_6 + N_7 + N_8 + \\
& N_9) \cdot s_1] \dot{\phi}_1 / V - (N_4 + N_5) \cdot \phi_1 - (m_2 \cdot c_2 - m_3 \cdot h_2) \ddot{\phi}_2 - [N_6 \cdot L_{21} + N_7 \cdot L_{22} + (N_8 + \\
& N_9) \cdot h_2] \dot{\phi}_2 / V - (N_6 + N_7) \cdot \phi_2 - m_3 \cdot c_3 \ddot{\phi}_3 - (N_8 \cdot L_{31} + N_9 \cdot L_{32}) \dot{\phi}_3 / V - (N_8 + N_9) \cdot \phi_3 = N_1 \cdot \delta
\end{aligned} \tag{103}$$

Onde:

$$m_1' = m_1 \cdot (h + c_1)$$

$$m_2' = m_2 \cdot (h + s_1 + c_2)$$

$$m_3' = m_3 \cdot (h + s_1 + h_2 + c_3)$$

$$N_1' = -N_1 \cdot L_{01}$$

$$N_2' = N_2 \cdot L_{02}$$

$$N_3' = N_3 \cdot L_{03}$$

$$N_4' = N_4 \cdot (h + L_{11})$$

$$N_5' = N_5 \cdot (h + L_{12})$$

$$N_6' = N_6 \cdot (h + s_1 + L_{21})$$

$$N_7' = N_7 \cdot (h + s_1 + L_{22})$$

$$N_8' = N_8 \cdot (h + s_1 + h_2 + L_{31})$$

$$N_9' = N_9 \cdot (h + s_1 + h_2 + L_{32})$$

$$\begin{aligned}
& m_0 \cdot h \cdot \dot{v} + [(N_1 + N_2 + N_3) \cdot h - N_1' - N_2' - N_3'] \cdot v / V + I_0 \cdot \dot{\omega} + [m_0 \cdot h \cdot V^2 + N_1 \cdot L_{01} + N_2 \cdot L_{02}^2 + \\
& N_3 \cdot L_{03}^2 - (N_1' + N_2' + N_3') \cdot h] \cdot \omega / V = N_1 \cdot (L_{01} + h) \cdot \delta
\end{aligned} \tag{104}$$

$$\begin{aligned}
& -[m_1 \cdot c_1 + (m_2 + m_3) \cdot s_1] \cdot \dot{v} - [N_4 \cdot L_{11} + N_5 \cdot L_{12} + (N_6 + N_7 + N_8 + N_9) \cdot s_1] \cdot v / V + \\
& [I_1 + m_1' \cdot c_1 + (m_2' + m_3') \cdot s_1] \cdot \dot{\omega} - \{ [m_1 \cdot c_1 + (m_2 + m_3) \cdot s_1] \cdot V^2 - N_4' \cdot L_{11} - N_5' \cdot L_{12} - \\
& (N_6' + N_7' + N_8' + N_9') \cdot s_1 \} \cdot \omega / V + [I_1 + m_1 \cdot c_1^2 + (m_2 + m_3) \cdot s_1^2] \cdot \ddot{\phi}_1 + [N_4 \cdot L_{11}^2 + N_5 \cdot L_{12}^2 + \\
& (N_6 + N_7 + N_8 + N_9) \cdot s_1^2] \cdot \dot{\phi}_1 / V + (N_4 \cdot L_{11} + N_5 \cdot L_{12}) \cdot \phi_1 + (m_2 \cdot c_2 + m_3 \cdot h_2) \cdot s_1 \cdot \ddot{\phi}_2 + \\
& [N_6 \cdot L_{21} + N_7 \cdot L_{22} + (N_8 + N_9) \cdot h_2] \cdot s_1 \cdot \dot{\phi}_2 / V + (N_6 + N_7) \cdot s_1 \cdot \phi_2 + m_3 \cdot c_3 \cdot s_1 \cdot \ddot{\phi}_3 + \\
& (N_8 \cdot L_{31} + N_9 \cdot L_{32}) \cdot s_1 \cdot \dot{\phi}_3 / V + (N_8 + N_9) \cdot s_1 \cdot \phi_3 = 0
\end{aligned} \tag{105}$$

$$\begin{aligned}
& -(m_2.c_2 - m_3.h_2).\dot{v} - [N_6.L_{21} + N_6.L_{22} + (N_8 + N_9).h_2].v/V + (I_2 + m_2'.c_2 + \\
& m_3'.h_2).\dot{\omega} - [(m_2.c_2 + m_3.h_2).V^2 - N_6'.L_{21} - N_7'.L_{22} - (N_8' + N_9').h_2].\omega/V + (m_2.c_2 + \\
& m_3.h_2).s_1.\ddot{\phi}_1 + [N_6.L_{21} + N_7.L_{22} + (N_8 + N_9).h_2].s_1.\dot{\phi}_1/V + (I_2 + m_2.c_2^2 + m_3.h_2^2).\ddot{\phi}_2 + \\
& [(N_6.L_{21}^2 + N_7.L_{22}^2 + (N_8 + N_9).h_2^2).\dot{\phi}_2/V + (N_6.L_{21} + N_7.L_{22}).\phi_2 + m_3.c_3.h_2.\ddot{\phi}_3 + \\
& (N_8.L_{31} + N_9.L_{32}).h_2.\dot{\phi}_3/V + (N_8 + N_9).h_2.\phi_3 = 0
\end{aligned} \tag{106}$$

$$\begin{aligned}
& -m_3.c_3.\dot{v} - (N_8.L_{31} + N_9.L_{32}).v/V + (I_3 + m_3'.c_3).\dot{\omega} - (m_3.c_3.V^2 - N_8'.L_{31} - \\
& N_9'.L_{32}).\omega/V + m_3.h_2.s_1.\ddot{\phi}_1 + (N_8.L_{31} + N_9.L_{32}).s_1.\dot{\phi}_1/V + m_3.c_3.h_2.\ddot{\phi}_2 + (N_8.L_{31} + \\
& N_9.L_{32}).h_2.\dot{\phi}_2/V + (I_3 + m_3.c_3^2).\ddot{\phi}_3 + (N_8.L_{31}^2 + N_9.L_{32}^2).\dot{\phi}_3/V + (N_8.L_{31} + \\
& N_9.L_{32}).\phi_3 = 0
\end{aligned} \tag{107}$$

O Sistema de Equações pode ser representado por:

$$[A] \cdot \{y\} = [B] \cdot \{x\}$$

onde:

$$\{y\}_{5 \times 1} = \begin{Bmatrix} \dot{v} \\ \dot{\omega} \\ \ddot{\phi}_1 \\ \ddot{\phi}_2 \\ \ddot{\phi}_3 \end{Bmatrix}$$

$$\{x\}_{9 \times 1} = \begin{Bmatrix} v \\ \omega \\ \dot{\phi}_1 \\ \phi_1 \\ \dot{\phi}_2 \\ \phi_2 \\ \dot{\phi}_3 \\ \phi_3 \\ \delta \end{Bmatrix}$$

Portanto,

$$\{y\} = [A]^{-1} \cdot [B] \cdot \{x\} = [C] \cdot \{x\}$$

onde:

$$[A]_{5 \times 5} = \begin{bmatrix} m_0 + m_1 + m_2 + m_3 & -(m_1' + m_2' + m_3') & -[m_1 \cdot c_1 + (m_2 + m_3) \cdot s_1] & -(m_2 \cdot c_2 + m_3 \cdot h_2) & -m_3 \cdot c_3 \\ m_0 \cdot h & I_0 & 0 & 0 & 0 \\ -[m_1 \cdot c_1 + (m_2 + m_3) \cdot s_1] & I_1 + m_1' \cdot c_1 + (m_2' + m_3') \cdot s_1 & I_1 + m_1 \cdot c_1^2 + (m_2 + m_3) \cdot s_1^2 & (m_2 \cdot c_2 + m_3 \cdot h_2) \cdot s_1 & m_3 \cdot c_3 \cdot s_1 \\ -(m_2 \cdot c_2 + m_3 \cdot h_2) & I_2 + m_2' \cdot c_2 + m_3' \cdot h_2 & (m_2 \cdot c_2 + m_3 \cdot h_2) \cdot s_1 & I_2 + m_2 \cdot c_2^2 + m_3 \cdot h_2^2 & m_3 \cdot c_3 \cdot h_2 \\ -m_3 \cdot c_3 & I_3 + m_3' \cdot c_3 & m_3 \cdot c_3 \cdot s_1 & m_3 \cdot c_3 \cdot h_2 & I_3 + m_3 \cdot c_3^2 \end{bmatrix}$$

e

$[B]_{5 \times 9} =$ 

$$\begin{bmatrix}
 \frac{\sum_{i=1}^{i=9} F_i}{V} & \frac{-(m_0 + m_1 + m_2 + m_3)V}{V} + \frac{\sum_{i=1}^{i=9} N_i'}{V} & \frac{[N_4.L_{11} + N_5.L_{12} + (N_6 + N_7 + N_8 + N_9).s_1]/V}{V} & N_4 + N_5 & \frac{[N_6.L_{21} + N_7.L_{22} + (N_8 + N_9).h_2]/V}{V} & N_6 + N_7 & \frac{(N_8.L_{31} + N_9.L_{32})/V}{V} & N_8 + N_9 & N_1 \\
 [-(N_1 + N_2 + N_3).h + N_1' + N_2' + N_3'] / V & \frac{-m_0.hV + [-N_1.L_{01}^2 - N_2.L_{02}^2 - N_3.L_{03}^2 + (N_1' + N_2' + N_3').h]/V}{V} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_1.(L_{01} + h) \\
 \frac{[N_4.L_{11} + N_5.L_{12} + (N_6 + N_7 + N_8 + N_9).s_1]/V}{V} & \frac{[m_1.c_1 + (m_2 + m_3).s_1].V - [N_4'.L_{11} - N_5'.L_{12} - (N_6' + N_7' + N_8' + N_9').s_1]/V}{V} & \frac{-[N_4.L_{11}^2 + N_5.L_{12}^2 + (N_6 + N_7 + N_8 + N_9).s_1^2]/V}{V} & \frac{-(N_4.L_{11} + N_5.L_{12})}{V} & \frac{-[N_6.L_{21} + N_7.L_{22} + (N_8 + N_9).h_2].s_1/V}{V} & -(N_6 + N_7).s_1 & \frac{-(N_8.L_{31} + N_9.L_{32}).s_1/V}{V} & -(N_8 + N_9).s_1 & 0 \\
 \frac{[N_6.L_{21} + N_6.L_{22} + (N_8 + N_9).h_2]/V}{V} & \frac{(m_2.c_2 + m_3.h_2)V - [N_6'.L_{21} + N_7.L_{22} + N_8'.h_2 + N_9'.h_2]/V}{V} & \frac{-[N_6.L_{21} + N_7.L_{22} + (N_8 + N_9).h_2].s_1/V}{V} & 0 & \frac{-[N_6.L_{21}^2 + N_7.L_{22}^2 + (N_8 + N_9).h_2^2]/V}{V} & \frac{-(N_6.L_{21} + N_7.L_{22})}{V} & \frac{-(N_8.L_{31} + N_9.L_{32}).h_2/V}{V} & -(N_8 + N_9).h_2 & 0 \\
 \frac{(N_8.L_{31} + N_9.L_{32})/V}{V} & \frac{m_3.c_3.V - (N_8'.L_{31} + N_9'.L_{32})/V}{V} & \frac{-(N_8.L_{31} + N_9.L_{32}).s_1/V}{V} & 0 & \frac{-(N_8.L_{31} + N_9.L_{32}).h_2/V}{V} & 0 & \frac{-(N_8.L_{31}^2 + N_9.L_{32}^2)/V}{V} & \frac{-(N_8.L_{31} + N_9.L_{32})}{V} & 0
 \end{bmatrix}$$

#### **2.2.7.6 Simulação Dinâmica:**

Para a simulação dinâmica do Sistema de Equações definido para o conjunto Rodotrem, foram considerados os dados de entrada de acordo com as especificações dos semirreboques constantes nas Tabelas 3 e 4.

Os Momentos de Inércia foram calculados com auxílio de software de CAD (*Computer Aided Design*), para as diversas condições de carregamento.

Considerou-se que os veículos estão equipados com pneus Michelin XZA, cujos valores de Coeficiente de Curva (*Cornering Coefficient*) foram obtidos do livro “*Theory of Ground Vehicles*” – pag. 34 [18]. A Rigidez Torcional (*Cornering Stiffness*) de cada eixo foi obtida considerando-se a carga vertical atuando em cada pneu nas seguintes condições:

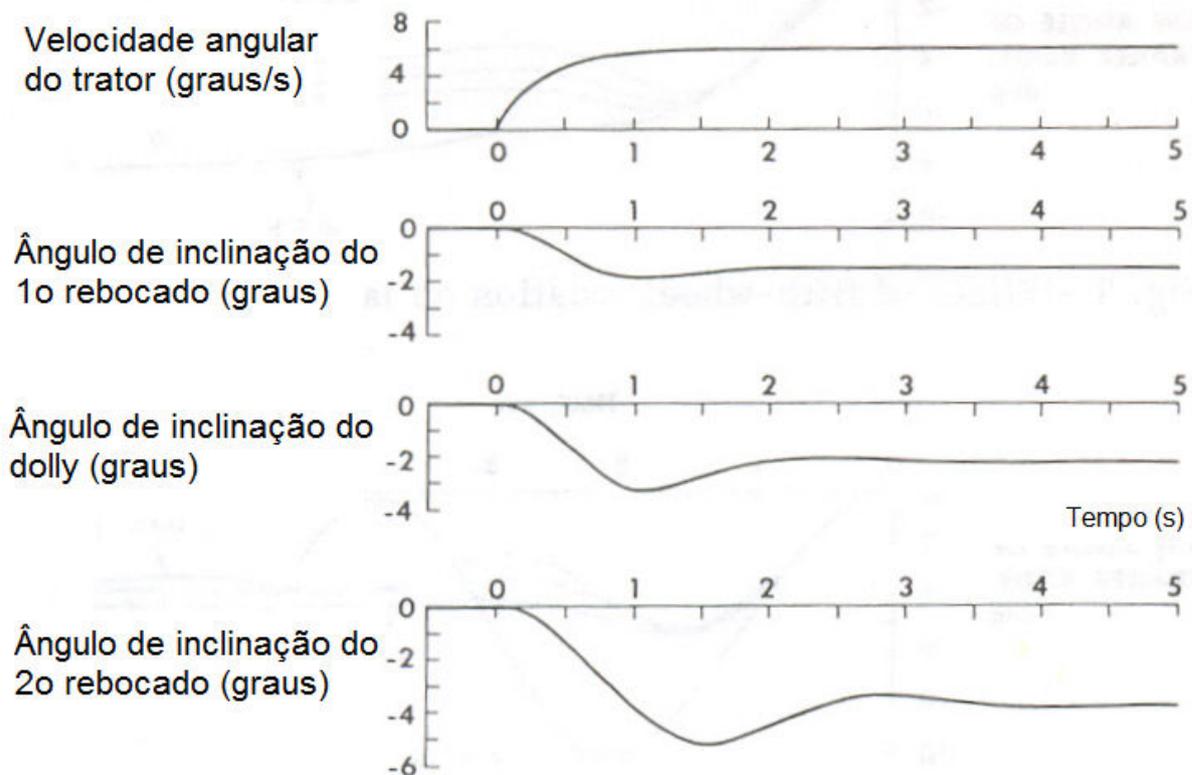
- Carregado (com carga máxima de acordo com o Peso Bruto para o conjunto);
- Vazio (com peso em ordem de marcha);
- Com o primeiro semirreboque vazio e o segundo carregado;
- Para o comprimento total de 19,8 metros (anterior a Resolução 211/2006) e 25 metros, ambos na condição de veículo carregado.

Para os casos de carregamento acima, foram simulados ainda duas condições de ângulo de esterçamento como entrada do sistema conforme ilustrado nas figuras 40 e 41.

### 2.3 Validação do modelo matemático

Para validação dos modelos anteriores foram introduzidos os dados do *Paper* “*Handling Characteristics of Tractor-Trailer Combinations*” de Frederick Jindra [16], cujos resultados estão reproduzidos na figura 53 abaixo.

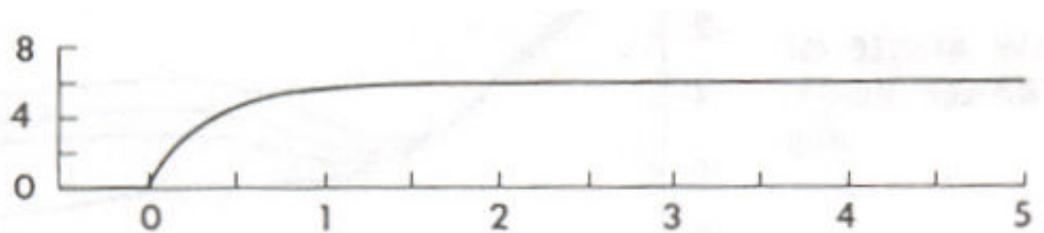
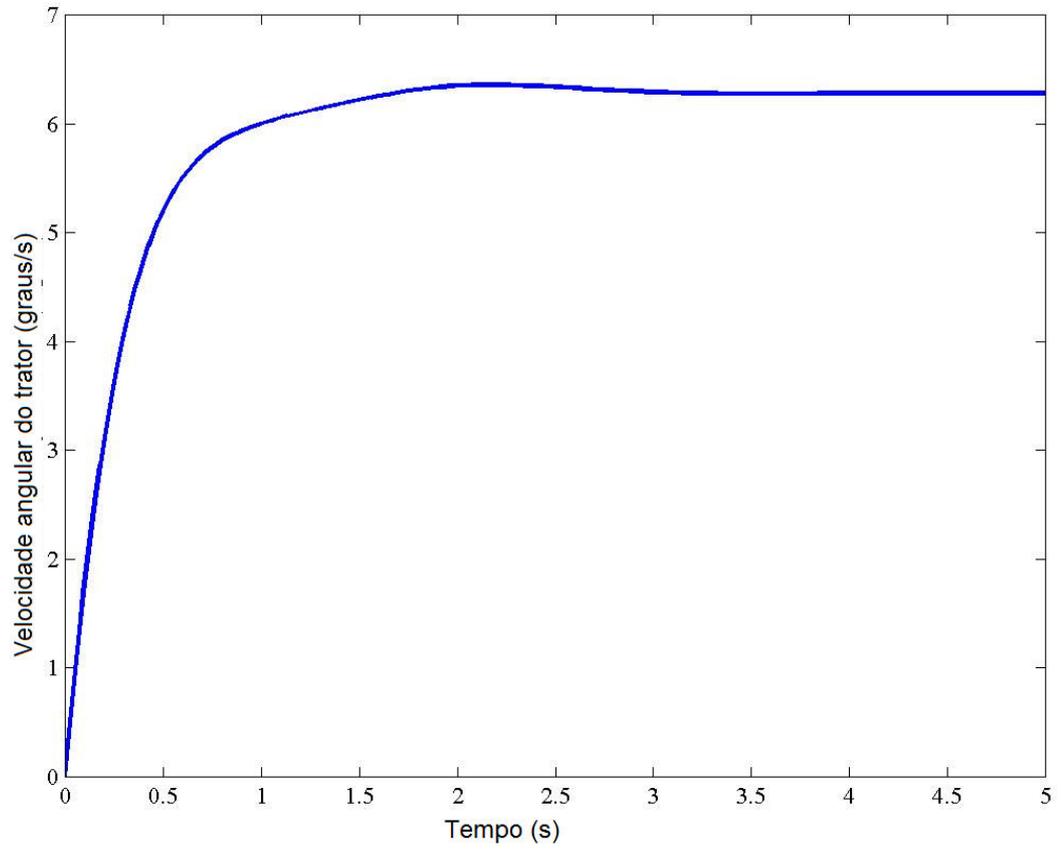
Figura 53: Resposta lateral para esterçamento de entrada - F. Jindra [16].



Fonte: Paper SAE 650720. F. Jindra [16].

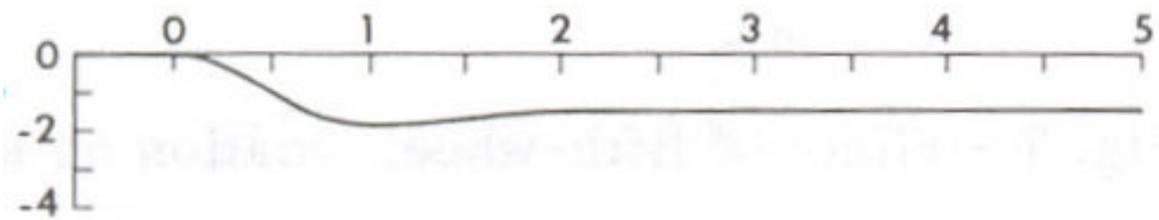
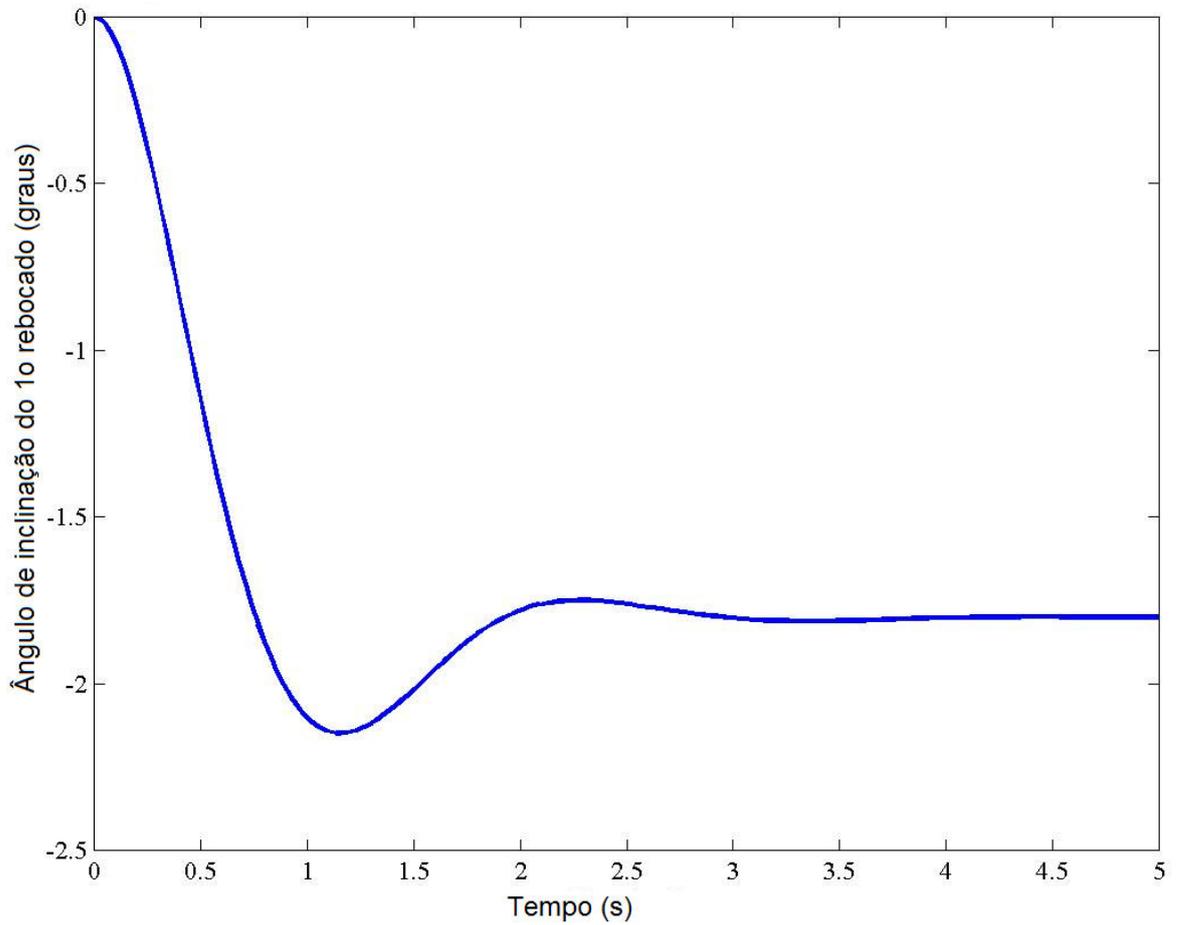
Com os mesmos dados foram obtidos os seguintes resultados através do software MatLab e Simulink de acordo com o modelo no Anexo 1, que validam o procedimento proposto:

Figura 54: Velocidade angular do trator



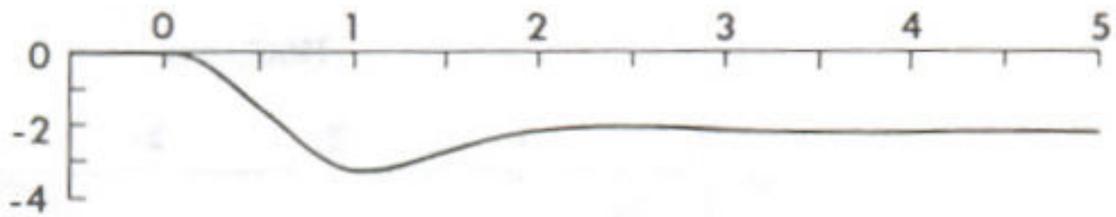
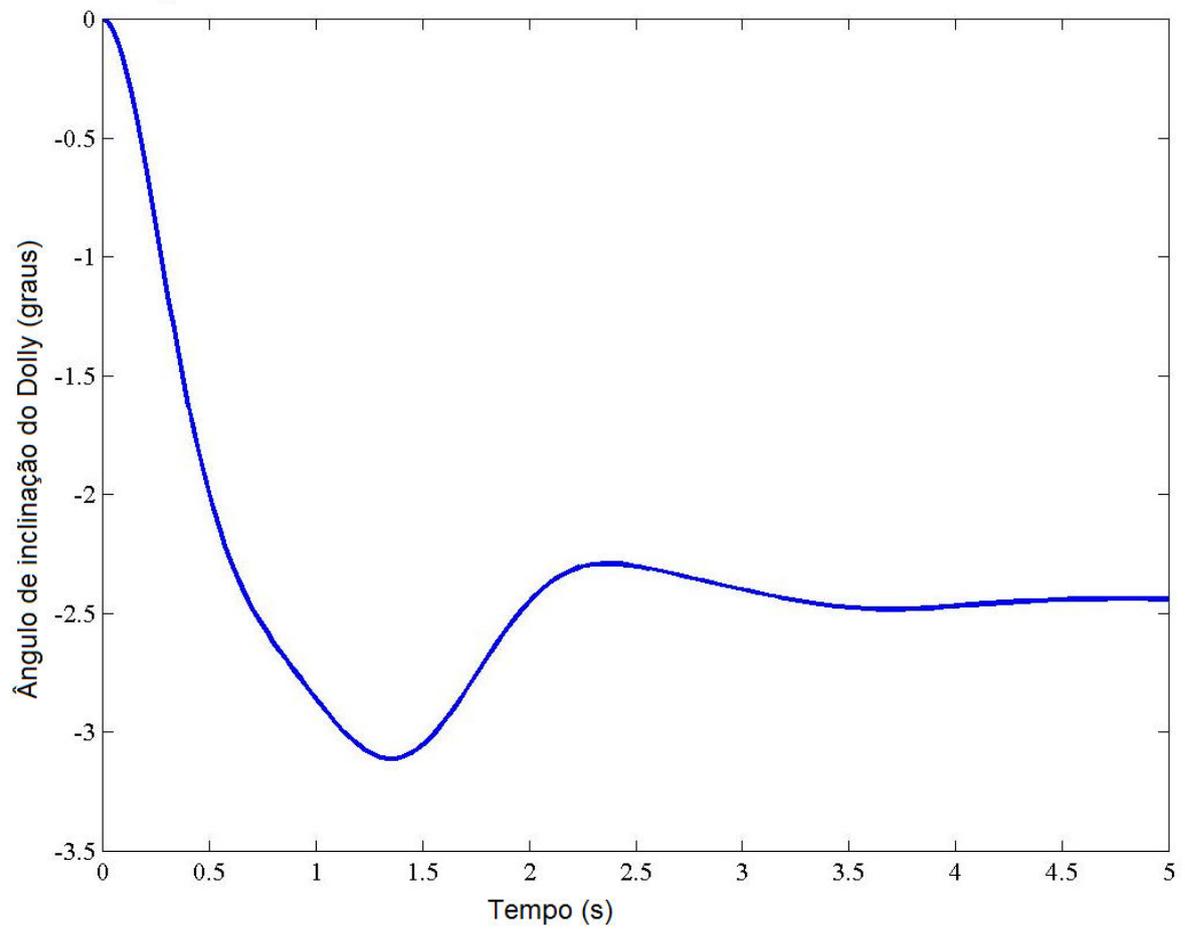
Fonte: gráfico superior: o autor. Gráfico inferior: Paper de Frederic Jindra.

Figura 55: Ângulo de inclinação do 1º rebocado



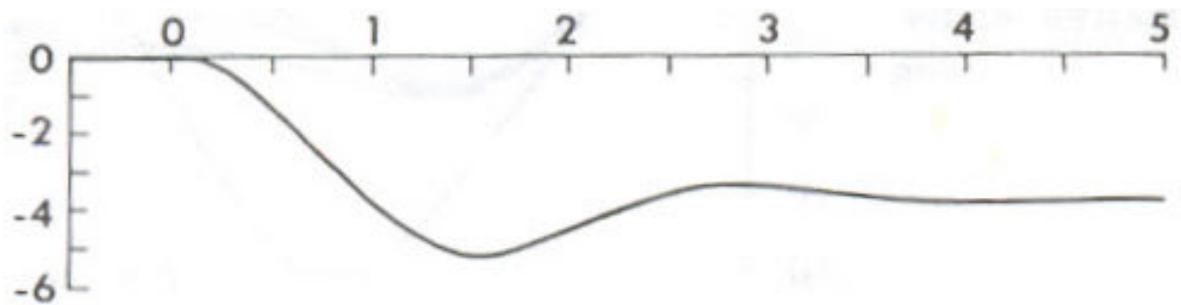
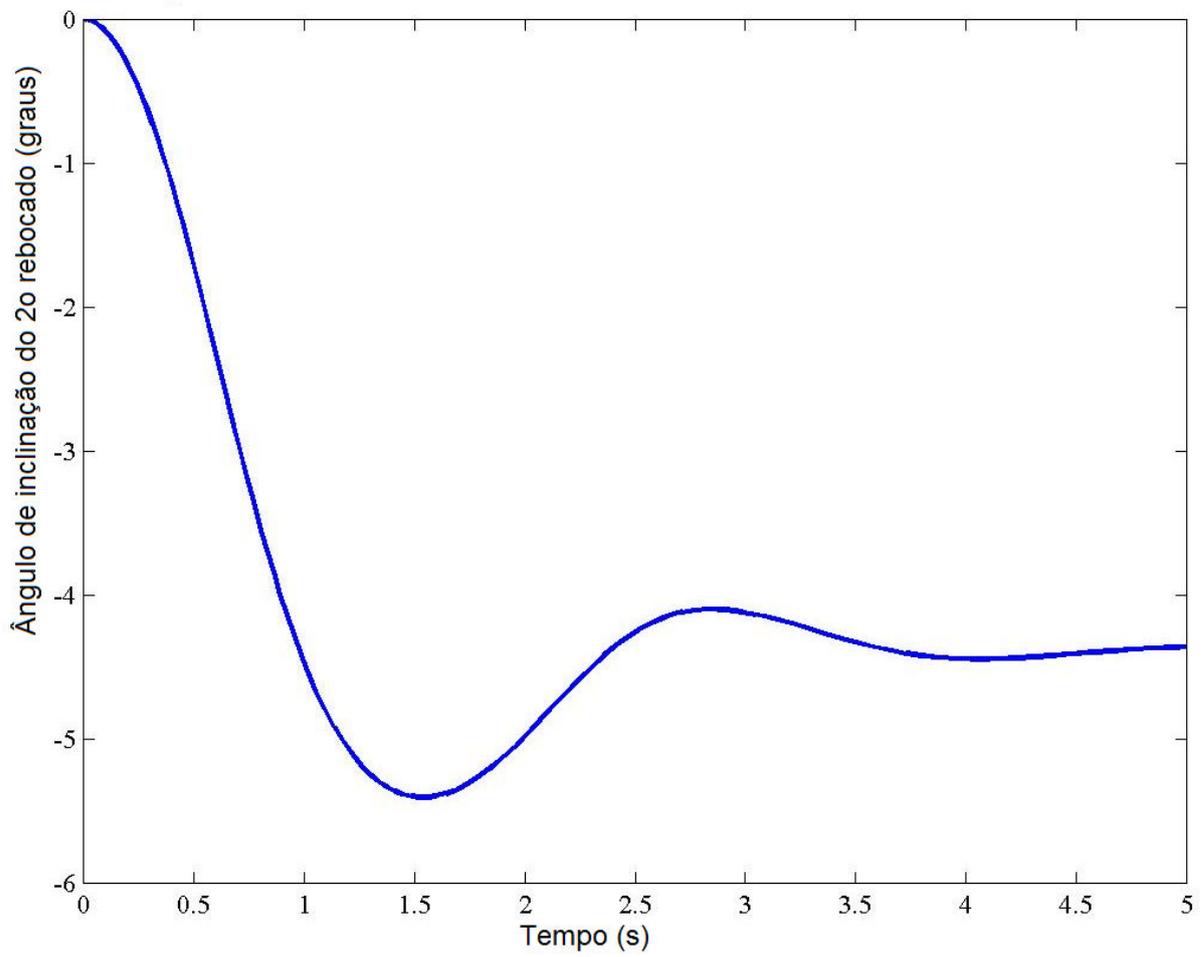
Fonte: gráfico superior: o autor. Gráfico inferior: Paper de Frederic Jindra.

Figura 56: Ângulo de inclinação do dolly



Fonte: gráfico superior: o autor. Gráfico inferior: Paper de Frederic Jindra.

Figura 57: Ângulo de inclinação do reboque traseiro (graus)



Fonte: gráfico superior: o autor. Gráfico inferior: Paper de Frederic Jindra.

### **3. RESULTADOS SOBRE A AMPLIFICAÇÃO TRASEIRA**

#### **3.1 Resultado da Análise Matemática**

Com auxílio do Software MatLab e Simulink foram simulados os modelos de CVCs Bitrem 7 eixos, Bitrem 9 eixos (“bitrenzão”), Rodotrem longo (com 25 metros de comprimento total, de acordo com a Resolução 211/2006 do CONTRAN) e Rodotrem curto (com 19,8 metros, anterior a Resolução 211/2006), de acordo com as equações especificadas no Capítulo 2, para avaliação das acelerações laterais geradas em cada unidade e dessa forma quantificar o fenômeno da Amplificação Traseira nesses conjuntos, tendo sido obtidos os resultados a seguir apresentados.

Os dados de entrada para cada tipo de conjunto bitrem, bitrem 9 eixos, rodotrem longo e rodotrem curto, e para cada condição de carregamento estão especificados nas Tabelas 1, 2, 3 e 4 respectivamente.

As condições de carregamento são: veículos carregados com peso máximo permitido pela Legislação em vigor, veículos com peso em ordem de marcha (sem carga) e veículo com a primeira carreta do conjunto vazia e a segunda carregada com seu peso máximo admissível.

O modelo de rodotrem curto (com 19,8 metros), embora menor que o comprimento mínimo exigido pela Resolução 211/2006, foi também avaliado, tendo em vista que a mesma resolução em seu Artigo 7º. autorizou excepcionalmente a circulação dessas unidades mais curtas, particularmente aquelas que tenham sido registradas até 03 de fevereiro de 2006. Portanto, existem unidades com esse comprimento ainda em circulação, por isso foram também avaliadas.

**Tabela 1 – Características físicas do Modelo Bitrem**

Item	Variável	Unid.	Condição		
			Carregado	Vazio	1ª Carreta vazia, 2ª carregada.
Peso do Veículo-trator	$m_0$	kg	8.800	8.800	8.800
Peso do 1º Semirreboque	$m_1$	kg	24.900	5.900	5.900
Peso do 2º Semirreboque	$m_2$	kg	23.900	4.900	23.900
Momento de Inércia – Veículo trator	$I_0$	kg.m <sup>2</sup>	45.157	45.157	45.157
Momento de Inércia – 1º Semirreboque	$I_1$	kg.m <sup>2</sup>	164.003	47.054	47.054
Momento de Inércia – 2º Semirreboque	$I_2$	kg.m <sup>2</sup>	106.165	18.280	106.165
Dimensão	$L_{01}$	m	1,831	1,831	1,831
Dimensão	$L_{02}$	m	1,368	1,368	1,368
Dimensão	$L_{03}$	m	2,738	2,738	2,738
Dimensão	$h$	m	1,743	1,743	1,743
Dimensão	$c_1$	m	2,697	4,269	4,269
Dimensão	$L_{11}$	m	5,955	5,955	5,955
Dimensão	$L_{12}$	m	7,205	7,205	7,205
Dimensão	$s_1$	m	7,100	7,100	7,100
Dimensão	$c_2$	m	3,101	4,522	3,101
Dimensão	$L_{21}$	m	3,735	3,735	3,735
Dimensão	$L_{22}$	m	4,985	4,985	4,985
*Rigidez Torsional Eixo 1	$N_1$	N/rad	248.211x2	184.503x2	184.503x2
Rigidez Torsional Eixo 2	$N_2$	N/rad	184.090x4	65.859x4	65.859x4
Rigidez Torsional Eixo 3	$N_3$	N/rad	167.542x4	59.902x4	59.902x4
Rigidez Torsional Eixo 4	$N_4$	N/rad	175.816x4	44.099x4	115.459x4
Rigidez Torsional Eixo 5	$N_5$	N/rad	175.816x4	44.099x4	115.459x4
Rigidez Torsional Eixo 6	$N_6$	N/rad	175.816x4	44.099x4	175.816x4
Rigidez Torsional Eixo 7	$N_7$	N/rad	175.816x4	44.099x4	175.816x4

\*Obs.: Rigidez Torsional Eixo 1: é a rigidez torsional dos pneus do referido eixo, multiplicado pela quantidade de pneus nesse eixo. Fonte: Tabela 1.4 na página 34 do livro *Theory of Ground Vehicle* [18]. Valor do *Cornering Coefficient* para pneu radial Michelin XZA = 0.1472 grau<sup>-1</sup> ou 8.4339 rad<sup>-1</sup>, multiplicado pela carga vertical em cada pneu, em N.

**Tabela 2 – Características físicas do Modelo Bitrem 9 eixos (“bitrenção”)**

Item	Variável	Unid.	Condição		
			Carregado	Vazio	1ª Carreta vazia, 2ª carregada
Peso do Veículo-trator	$m_0$	kg	9.100	9.100	9.100
Peso do 1º Semirreboque	$m_1$	kg	29.180	7.930	7.930
Peso do 2º Semirreboque	$m_2$	kg	38.742	8.960	38.742
Momento de Inércia – Veículo trator	$I_0$	kg.m <sup>2</sup>	53.787	53.787	53.787
Momento de Inércia – 1º Semirreboque	$I_1$	kg.m <sup>2</sup>	251.540	80.338	80.338
Momento de Inércia – 2º Semirreboque	$I_2$	kg.m <sup>2</sup>	415.081	70.366	415.081
Dimensão	$L_{01}$	m	1,831	1,831	1,831
Dimensão	$L_{02}$	m	1,368	1,368	1,368
Dimensão	$L_{03}$	m	2,738	2,738	2,738
Dimensão	$h$	m	1,743	1,743	1,743
Dimensão	$c_1$	m	4,326	6,378	6,378
Dimensão	$L_{11}$	m	7,290	7,290	7,290
Dimensão	$L_{12}$	m	8,540	8,540	8,540
Dimensão	$L_{13}$	m	9,790	9,790	9,790
Dimensão	$s_1$	m	9,490	9,490	9,490
Dimensão	$c_2$	m	5,269	6,292	5,269
Dimensão	$L_{21}$	m	6,390	6,390	6,390
Dimensão	$L_{22}$	m	7,640	7,640	7,640
Dimensão	$L_{23}$	m	8,890	8,890	8,890
Rigidez Torsional Eixo 1	$N_1$	N/rad	248.211x2	202.912x2	202.912x2
Rigidez Torsional Eixo 2	$N_2$	N/rad	186.952x4	45.248x4	45.248x4
Rigidez Torsional Eixo 3	$N_3$	N/rad	186.952x4	45.248x4	45.248x4
Rigidez Torsional Eixo 4	$N_4$	N/rad	175.816x4	40.839x4	115.459x4
Rigidez Torsional Eixo 5	$N_5$	N/rad	175.816x4	40.839x4	115.459x4
Rigidez Torsional Eixo 6	$N_6$	N/rad	175.816x4	40.839x4	115.459x4
Rigidez Torsional Eixo 7	$N_7$	N/rad	175.816x4	50.875x4	175.816x4
Rigidez Torsional Eixo 8	$N_8$	N/rad	175.816x4	50.875x4	175.816x4
Rigidez Torsional Eixo 9	$N_9$	N/rad	175.816x4	50.875x4	175.816x4

**Tabela 3 – Características físicas do Modelo Rodotrem (com 25 metros – Res. 211/2006)**

Item	Variável	Unid.	Modelo e Condição		
			Carregado	Vazio	1ª Carreta vazia, 2ª carregada
Peso do Veículo-trator	$m_0$	kg	9.100	9.100	9.100
Peso do 1º Semirreboque	$m_1$	kg	31.200	5.600	5.600
Peso do Dolly	$m_2$	kg	3.000	3.000	3.000
Peso do 2º Semirreboque	$m_3$	kg	31.200	5.600	31.200
Momento de Inércia – Veículo trator	$I_0$	kg.m <sup>2</sup>	53.787	53.787	53.787
Momento de Inércia – 1º Semirreboque	$I_1$	kg.m <sup>2</sup>	332.517	34.728	34.728
Momento de Inércia – Dolly	$I_2$	kg.m <sup>2</sup>	3.713	3.713	3.713
Momento de Inércia – 2º Semirreboque	$I_3$	kg.m <sup>2</sup>	332.517	34.728	332.517
Dimensão	$L_{01}$	m	1,831	1,831	1,831
Dimensão	$L_{02}$	m	1,368	1,368	1,368
Dimensão	$L_{03}$	m	2,738	2,738	2,738
Dimensão	h	m	1,743	1,743	1,743
Dimensão	$c_1$	m	3,727	4,913	4,913
Dimensão	$L_{11}$	m	6,215	6,215	6,215
Dimensão	$L_{12}$	m	7,465	7,465	7,465
Dimensão	$s_1$	m	8,435	8,435	8,435
Dimensão	$c_2$	m	2,500	2,500	2,500
Dimensão	$h_2$	m	2,550	2,550	2,550
Dimensão	$L_{21}$	m	2,354	2,354	2,354
Dimensão	$L_{22}$	m	3,604	3,604	3,604
Dimensão	$c_3$	m	3,727	4,913	3,727
Dimensão	$L_{31}$	m	6,215	6,215	6,215
Dimensão	$L_{32}$	m	7,465	7,465	7,465
Rigidez Torsional Eixo 1	$N_1$	N/rad	248.211x2	209.324x2	209.324x2
Rigidez Torsional Eixo 2	$N_2$	N/rad	186.952x4	59.819x4	59.819x4
Rigidez Torsional Eixo 3	$N_3$	N/rad	186.952x4	59.819x4	59.819x4
Rigidez Torsional Eixo 4	$N_4$	N/rad	175.816x4	40.189x4	40.189x4
Rigidez Torsional Eixo 5	$N_5$	N/rad	175.816x4	40.189x4	40.189x4
Rigidez Torsional Eixo 6	$N_6$	N/rad	175.816x4	43.582x4	175.816x4
Rigidez Torsional Eixo 7	$N_7$	N/rad	175.816x4	43.582x4	175.816x4
Rigidez Torsional Eixo 8	$N_8$	N/rad	175.816x4	40.189x4	175.816x4
Rigidez Torsional Eixo 9	$N_9$	N/rad	175.816x4	40.189x4	175.816x4

**Tabela 4 – Características do modelo Rodotrem curto (com 19,8 metros – anterior a Res. 211/2006)**

Item	Variável	Unid.	Modelo e Condição		
			Carregado	Vazio	1ª Carreta vazia, 2ª carregada
Peso do Veículo-trator	$m_0$	kg	9.100	9.100	9.100
Peso do 1º Semirreboque	$m_1$	kg	30.950	5.300	5.300
Peso do Dolly	$m_2$	kg	3.000	3.000	3.000
Peso do 2º Semirreboque	$m_3$	kg	30.950	5.300	30.950
Momento de Inércia – Veículo trator	$I_0$	kg.m <sup>2</sup>	53.787	53.787	53.787
Momento de Inércia – 1º Semirreboque	$I_1$	kg.m <sup>2</sup>	168.790	23.489	23.489
Momento de Inércia – Dolly	$I_2$	kg.m <sup>2</sup>	3.713	3.713	3.713
Momento de Inércia – 2º Semirreboque	$I_3$	kg.m <sup>2</sup>	168.790	23.489	168.790
Dimensão	$L_{01}$	m	1,831	1,831	1,831
Dimensão	$L_{02}$	m	1,368	1,368	1,368
Dimensão	$L_{03}$	m	2,738	2,738	2,738
Dimensão	$h$	m	1,743	1,743	1,743
Dimensão	$c_1$	m	2,410	3,243	3,243
Dimensão	$L_{11}$	m	3,799	3,799	3,799
Dimensão	$L_{12}$	m	5,049	5,049	5,049
Dimensão	$s_1$	m	5,835	5,835	5,835
Dimensão	$c_2$	m	2,500	2,500	2,500
Dimensão	$h_2$	m	2,550	2,550	2,550
Dimensão	$L_{21}$	m	2,354	2,354	2,354
Dimensão	$L_{22}$	m	3,604	3,604	3,604
Dimensão	$c_3$	m	2,410	3,604	2,410
Dimensão	$L_{31}$	m	3,799	3,799	3,799
Dimensão	$L_{32}$	m	5,049	5,049	5,049
Rigidez Torsional Eixo 1	$N_1$	N/rad	248.211x2	209.324x2	209.324x2
Rigidez Torsional Eixo 2	$N_2$	N/rad	186.952x4	59.819x4	59.819x4
Rigidez Torsional Eixo 3	$N_3$	N/rad	186.952x4	59.819x4	59.819x4
Rigidez Torsional Eixo 4	$N_4$	N/rad	175.816x4	40.189x4	40.189x4
Rigidez Torsional Eixo 5	$N_5$	N/rad	175.816x4	40.189x4	40.189x4
Rigidez Torsional Eixo 6	$N_6$	N/rad	175.816x4	40.189x4	175.816x4
Rigidez Torsional Eixo 7	$N_7$	N/rad	175.816x4	40.189x4	175.816x4
Rigidez Torsional Eixo 8	$N_8$	N/rad	175.816x4	40.189x4	175.816x4
Rigidez Torsional Eixo 9	$N_9$	N/rad	175.816x4	40.189x4	175.816x4

### 3.1.1 Comparativo na condição carregado, a 80 km/h e entrada em degrau

Os gráficos a seguir mostram a simulação matemática da mesma manobra para os modelos em estudo, na condição carregado e a 80 km/h.

Figura 58 – Aceleração lateral – Bitrem carregado

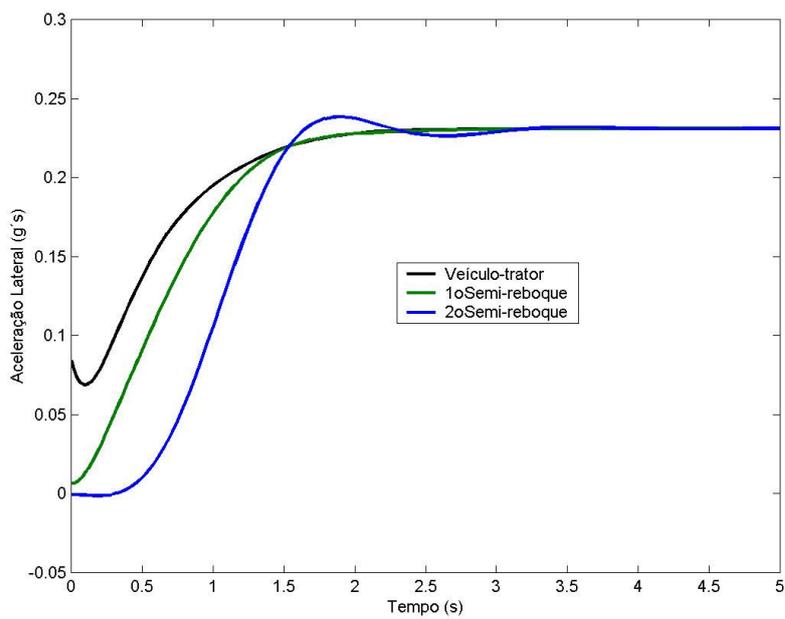


Figura 59 – Aceleração lateral – Bitrem 9 eixos carregado

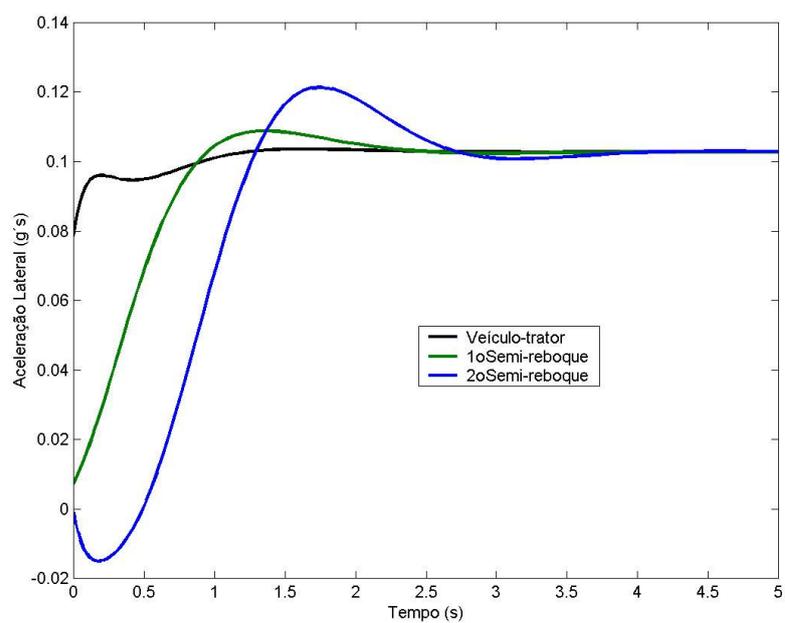


Figura 60 – Aceleração lateral – Rodotrem longo carregado

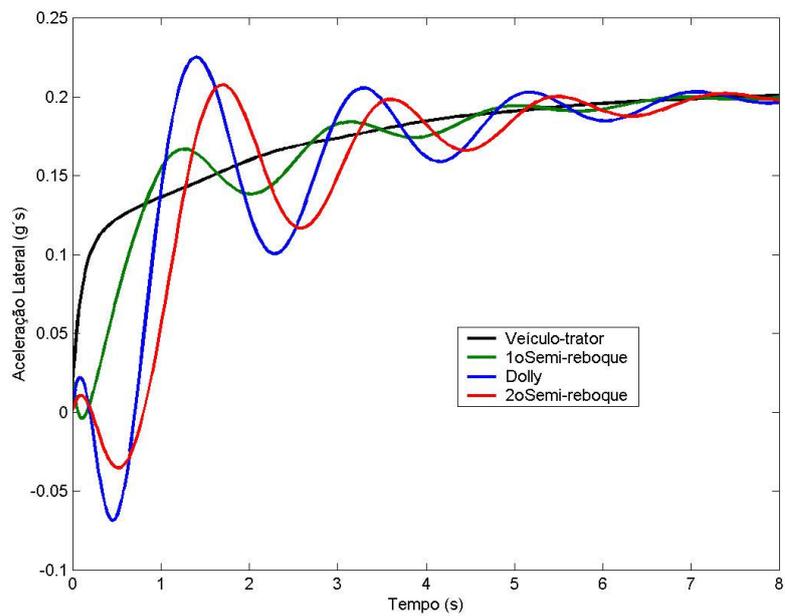
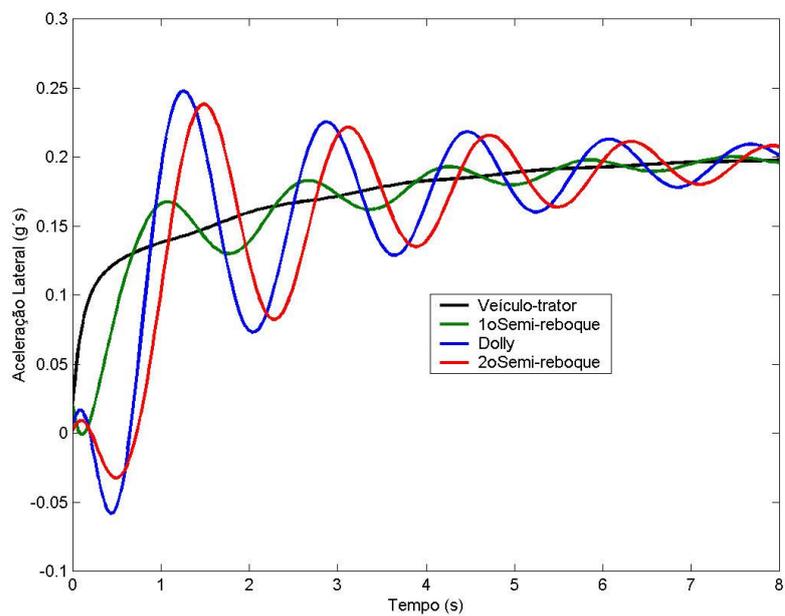


Figura 61 – Aceleração lateral – Rodotrem curto carregado



A Tabela 5 traz o resumo dos resultados para a condição dos conjuntos com carga máxima admissível, transitando a uma velocidade constante de 80 km/h a partir de um esterçamento do volante do tipo rampa, conforme figura 40.

Para a determinação da Razão de Amplificação, foi considerado o maior valor de aceleração lateral entre as unidades traseiras, dividido pelo valor da aceleração lateral gerada no veículo-trator no mesmo instante de tempo correspondente.

**Tabela 5 – Resumo dos Resultados para a condição com carga, esterçamento em rampa, a 80 km/h**

<b>Tipo de Conjunto</b>	<b>Máxima aceleração nas unidades traseiras (g)</b>	<b>Tempo que ocorre a máx. aceleração (s)</b>	<b>Aceleração correspondente no veículo-trator (g)</b>	<b>Razão de Amplificação</b>
<b>Bitrem</b>	0,2384	1,9006	0,2267	1,05
<b>Bitrem 9 eixos</b>	0,1214	1,7588	0,1036	1,17
<b>Rodotrem longo (25 m)</b>	0,2251	1,1426	0,1454	1,55
<b>Rodotrem curto (19,8 m)</b>	0,2477	1,2592	0,1426	1,74

Os resultados mostram que o conjunto Rodotrem curto (19,8 m) apresenta a maior Razão de Amplificação da ordem de 1,74. A segunda maior Razão de Amplificação ocorre com o Rodotrem longo, em seguida o Bitrem 9 eixos e depois o Bitrem de 7 eixos.

### 3.1.2 Comparativo na condição vazio, a 80 km/h e entrada em degrau

Os gráficos a seguir mostram a simulação matemática da mesma manobra para os modelos em estudo, na condição vazio e a 80 km/h.

Figura 62 – Aceleração lateral – Bitrem vazio

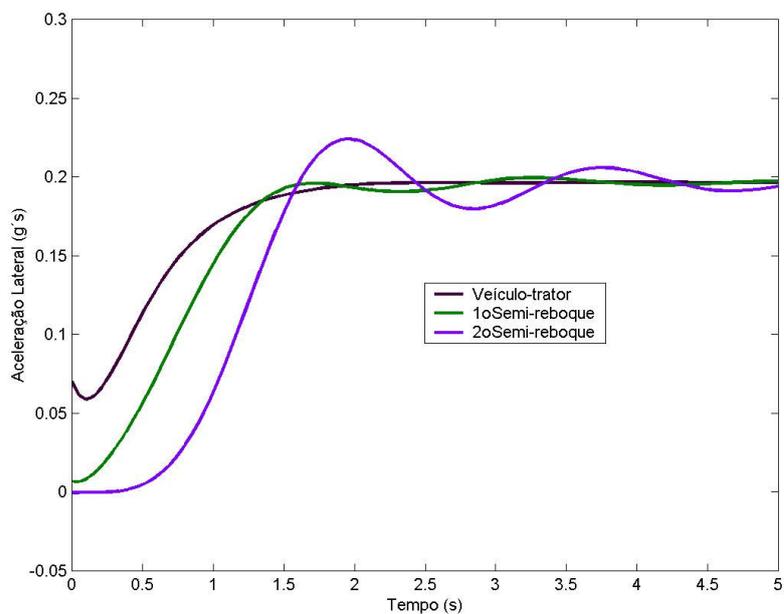


Figura 63 – Aceleração lateral – Bitrem 9 eixos vazio

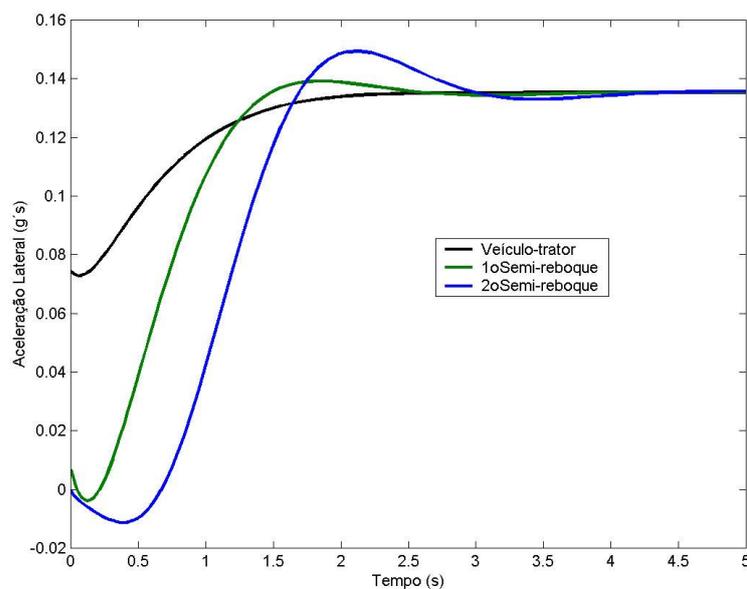


Figura 64 – Aceleração lateral – Rodotrem longo vazio

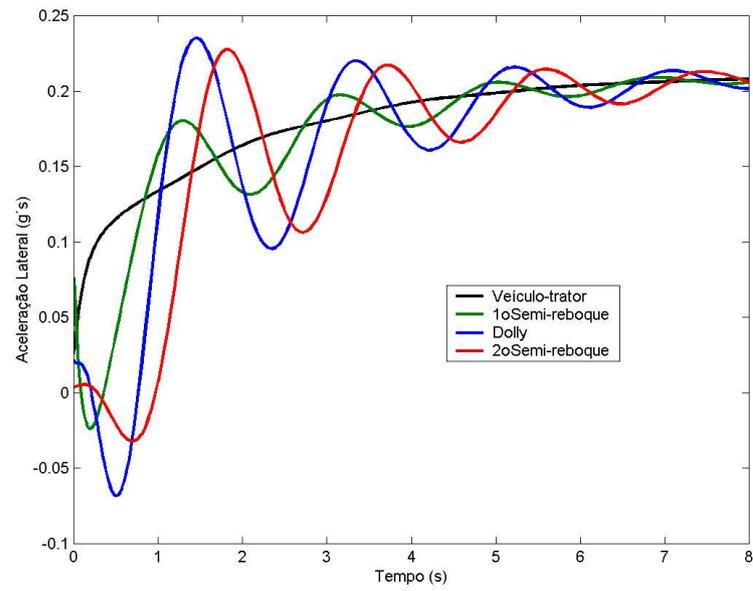
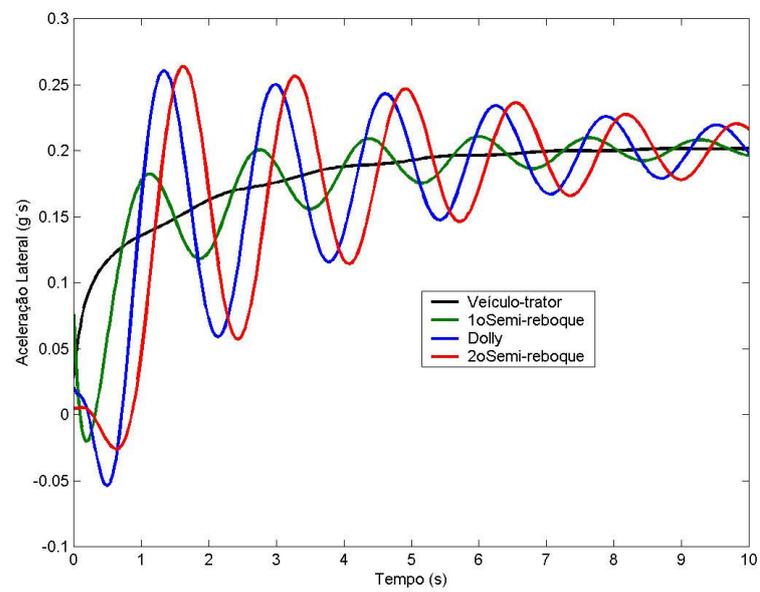


Figura 65 – Aceleração lateral – Rodotrem curto vazio



A Tabela 6 traz o resumo dos resultados para a condição dos conjuntos vazio (com o peso em ordem de marcha), transitando a uma velocidade constante de 80 km/h a partir de um esterçamento do volante do tipo rampa, conforme figura 40.

Para a determinação da Razão de Amplificação, foi considerado o maior valor de aceleração lateral entre as unidades traseiras, dividido pelo valor da aceleração lateral gerada no veículo-trator no mesmo instante de tempo correspondente.

**Tabela 6 – Resumo dos Resultados para a condição vazio, esterçamento em rampa, a 80 km/h**

<b>Tipo de Conjunto</b>	<b>Máxima aceleração nas unidades traseiras (g)</b>	<b>Tempo que ocorre a máx. aceleração (s)</b>	<b>Aceleração correspondente no veículo-trator (g)</b>	<b>Razão de Amplificação</b>
<b>Bitrem</b>	0,2240	1,9578	0,1946	1,15
<b>Bitrem 9 eixos</b>	0,1538	2,1268	0,1344	1,14
<b>Rodotrem longo (25 m)</b>	0,2352	1,4470	0,1463	1,61
<b>Rodotrem curto (19,8 m)</b>	0,2605	1,3434	0,1442	1,81

Do mesmo modo, os resultados mostram que o conjunto Rodotrem curto (19,8 m) apresenta a maior Razão de Amplificação da ordem de 1,81, comparado com os demais modelos.

### 3.1.3 Comparativo na condição 1ª carreta vazia e 2ª carregada, a 80 km/h e entrada em degrau.

Os gráficos a seguir mostram a simulação matemática da mesma manobra para os modelos em estudo, na condição unidade dianteira vazia e unidade traseira carregada e a 80 km/h.

Figura 66 – Aceleração lateral – Bitrem 1ª carreta vazia e 2ª carregada

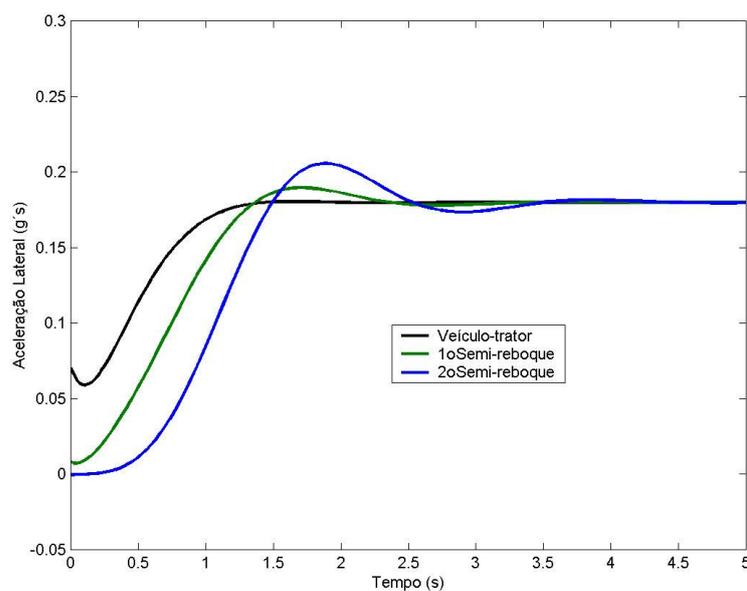


Figura 67 – Aceleração lateral – Bitrem 9 eixos 1ª carreta vazia e 2ª carregada

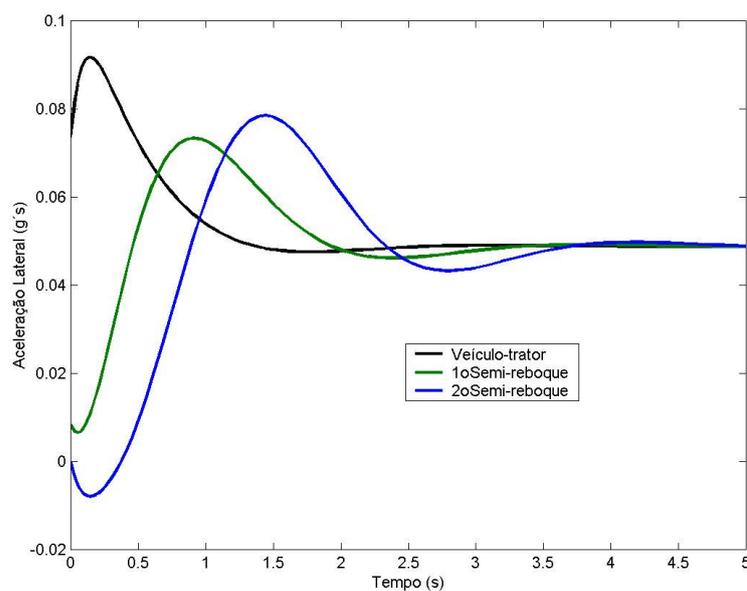


Figura 68 – Aceleração lateral – Rodotrem longo 1ª carreta vazia e 2ª carregada

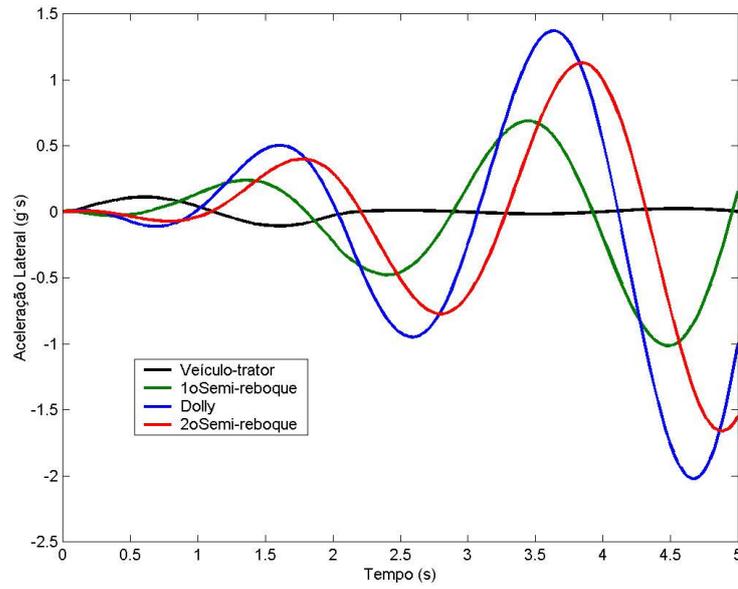
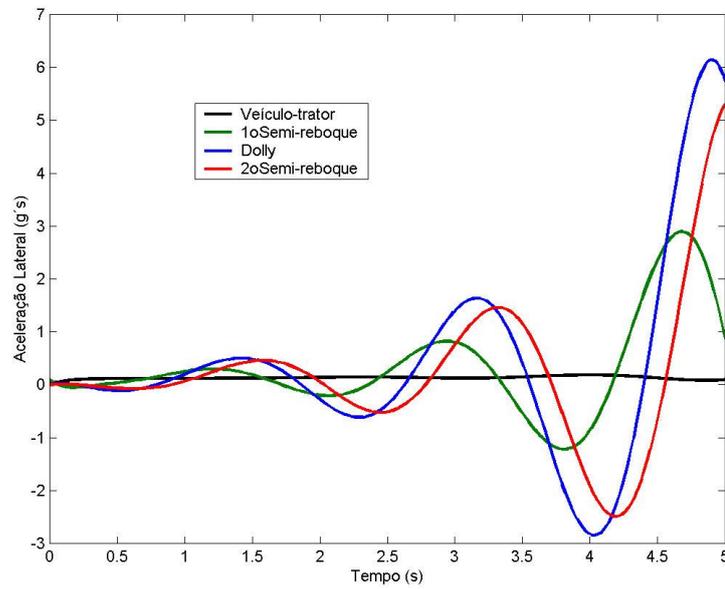


Figura 69 – Aceleração lateral – Rodotrem longo 1ª carreta vazia e 2ª carregada



A Tabela 7 traz o resumo dos resultados para a condição dos conjuntos com a 1ª carreta vazia e a 2ª carreta carregada com seu peso máximo admissível, transitando a uma velocidade constante de 80 km/h a partir de um esterçamento do volante do tipo rampa, conforme figura 50.

Para a determinação da Razão de Amplificação, foi considerado o maior valor de aceleração lateral entre as unidades traseiras, dividido pelo valor da aceleração lateral gerada no veículo-trator no mesmo instante de tempo correspondente.

**Tabela 7 – Resumo dos Resultados para a condição 1ª carreta vazia e 2ª carregada, esterçamento em rampa, a 80 km/h**

<b>Tipo de Conjunto</b>	<b>Máxima aceleração nas unidades traseiras (g)</b>	<b>Tempo que ocorre a máx. aceleração (s)</b>	<b>Aceleração correspondente no veículo-trator (g)</b>	<b>Razão de Amplificação</b>
<b>Bitrem</b>	0,2056	1,8718	0,1801	1,14
<b>Bitrem 9 eixos</b>	0,0842	1,5093	0,0543	1,55
<b>Rodotrem longo (25 m)</b>	(instável)	---	---	(instável)
<b>Rodotrem curto (19,8 m)</b>	(instável)	---	---	(instável)

Observa-se nos gráficos das figuras 80 e 81 que os modelos Rodotrens curto e longo apresentam instabilidade como deslocamentos laterais crescentes, típicos de ressonância, para essa condição de manobra com a 1ª unidade carregada e a 2ª unidade vazia.

### 3.1.4 Comparativo na condição carregado, a 80 km/h e entrada senoidal

Os gráficos a seguir mostram a simulação matemática a manobra senoidal para os modelos em estudo, na condição carregado e a 80 km/h.

Figura 70 – Aceleração lateral – Bitrem carregado - Senoidal

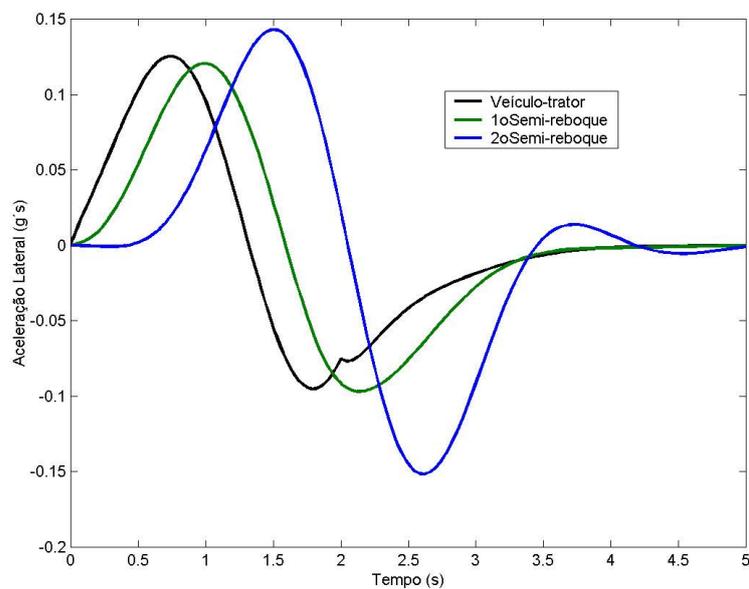


Figura 71 – Aceleração lateral – Bitrem 9 eixos carregado - Senoidal

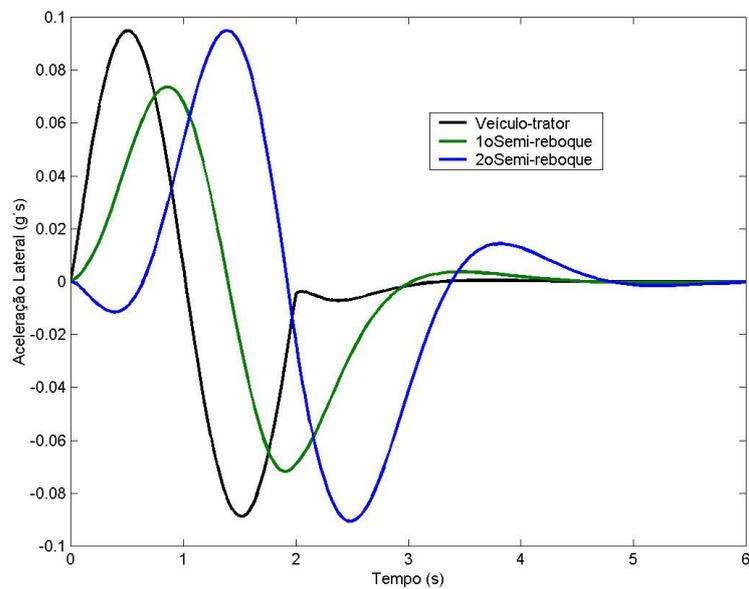


Figura 72 – Aceleração lateral – Rodotrem longo carregado - Senoidal

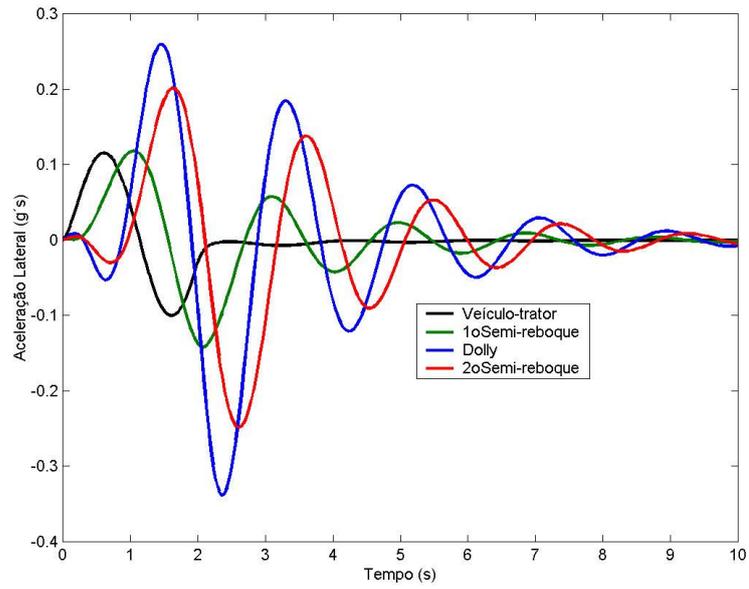
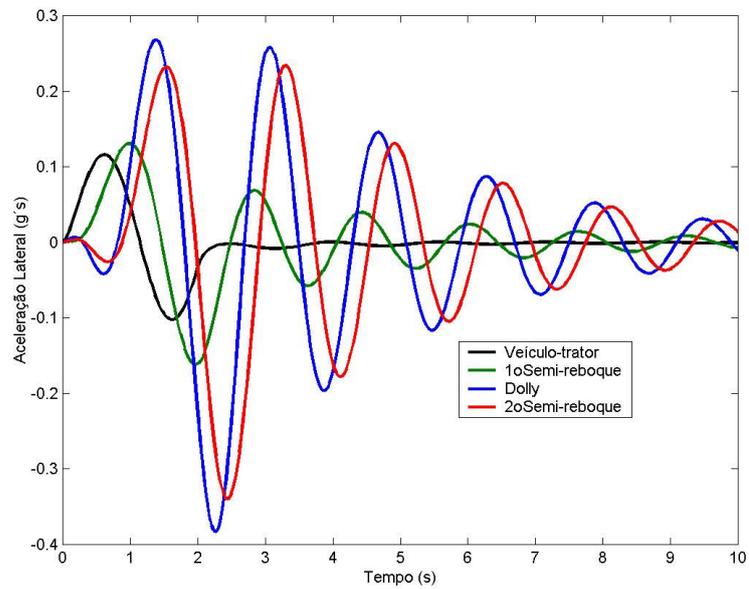


Figura 73 – Aceleração lateral – Rodotrem curto carregado - Senoidal



A Tabela 8 traz o resumo dos resultados das acelerações laterais (valores em módulo) para a condição dos conjuntos com carga máxima admissível, transitando a uma velocidade constante de 80 km/h a partir de um esterçamento do volante do tipo senoidal, conforme figura 41.

Para a determinação da Razão de Amplificação, foi considerado o maior valor de aceleração lateral entre as unidades traseiras, dividido pelo valor da aceleração lateral gerada no veículo-trator no mesmo instante de tempo correspondente.

**Tabela 8 – Resumo dos Resultados para a condição com carga, esterçamento senoidal, a 80 km/h**

<b>Tipo de Conjunto</b>	<b>Máxima aceleração nas unidades traseiras (g)</b>	<b>Tempo que ocorre a máx. aceleração (unid. tras.) (s)</b>	<b>Aceleração correspondente no veículo-trator (g)</b>	<b>Tempo que ocorre a máx. aceleração no v-trator (s)</b>	<b>Razão de Amplificação</b>	<b>Atraso entre as acelerações máximas (s)</b>
<b>Bitrem</b>	0,1517	2,6589	0,0951	1,7931	1,60	0,87
<b>Bitrem 9 eixos</b>	0,0907	2,5399	0,0889	1,5391	1,02	1,00
<b>Rodotrem longo</b>	0,3386	2,3589	0,1004	1,6126	3,37	0,75
<b>Rodotrem curto</b>	0,3831	2,2667	0,1026	1,6190	3,73	0,65

Os resultados mostram que o conjunto Rodotrem curto (19,8 m) apresenta a maior Razão de Amplificação da ordem de 3,73. A segunda maior Razão de Amplificação ocorre com o Rodotrem longo. Nessa condição de manobra, o Bitrem 9 eixos apresenta menor Razão de Amplificação traseira quando comparado com o Bitrem 7 eixos.

### 3.1.5 Comparativo na condição vazio, a 80 km/h e entrada senoidal

Os gráficos a seguir mostram a simulação matemática a manobra senoidal para os modelos em estudo, na condição vazio e a 80 km/h.

Figura 74 – Aceleração lateral – Bitrem vazio - Senoidal

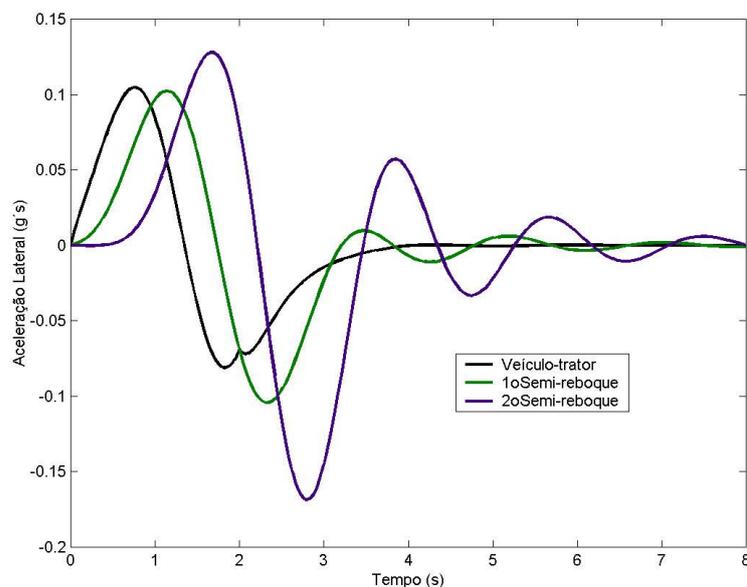


Figura 75 – Aceleração lateral – Bitrem 9 eixos vazio - Senoidal

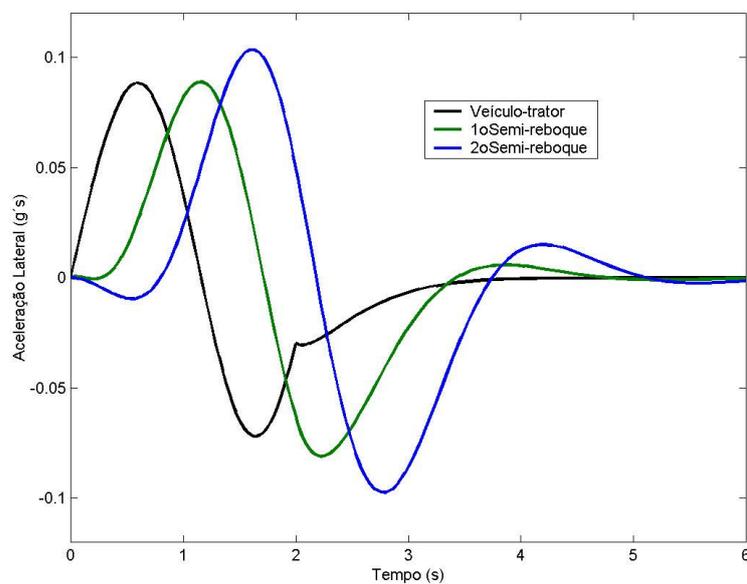


Figura 76 – Aceleração lateral – Rodotrem longo vazio - Senoidal

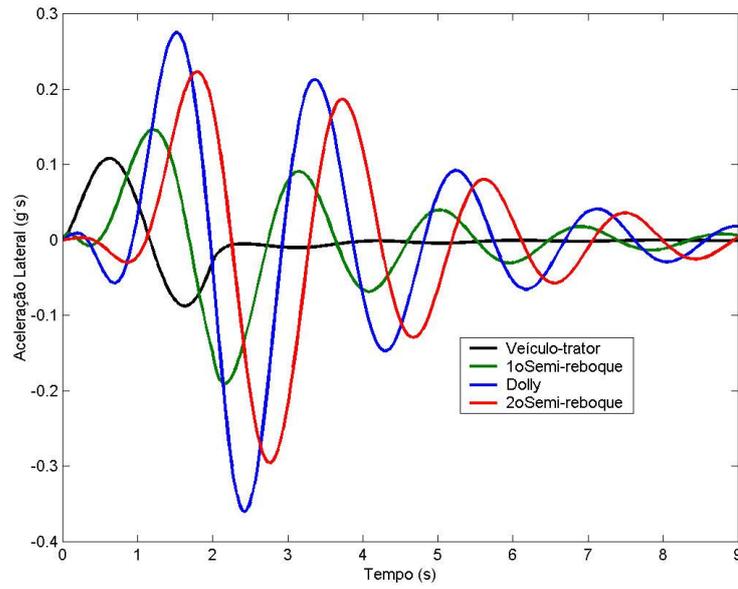
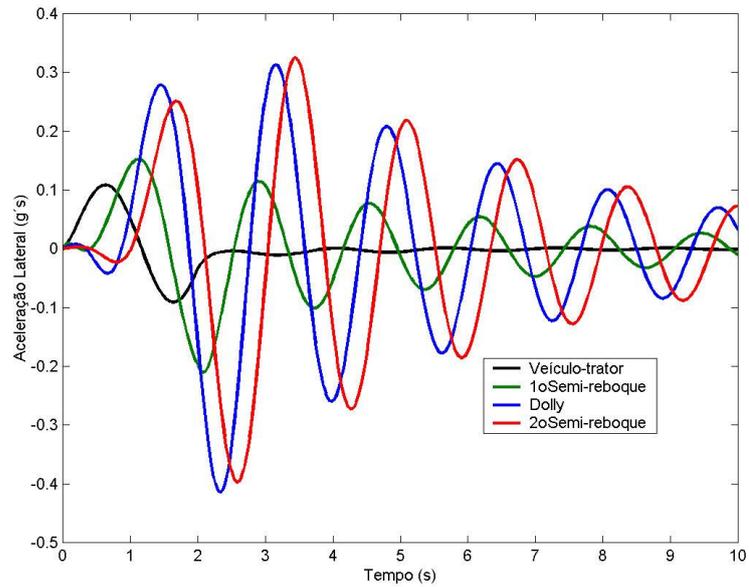


Figura 77 – Aceleração lateral – Rodotrem curto vazio - Senoidal



A Tabela 9 traz o resumo dos resultados das acelerações laterais (valores em módulo) para a condição dos conjuntos sem carga, transitando a uma velocidade constante de 80 km/h a partir de um esterçamento do volante do tipo senoidal, conforme figura 41.

Para a determinação da Razão de Amplificação, foi considerado o maior valor de aceleração lateral entre as unidades traseiras, dividido pelo valor da aceleração lateral gerada no veículo-trator no mesmo instante de tempo correspondente.

**Tabela 9 – Resumo dos Resultados para a condição vazio, esterçamento senoidal, a 80 km/h**

<b>Tipo de Conjunto</b>	<b>Máxima aceleração nas unidades traseiras (g)</b>	<b>Tempo que ocorre a máx. aceleração (unid. tras.) (s)</b>	<b>Aceleração correspondente no veículo-trator (g)</b>	<b>Tempo que ocorre a máx. aceleração no v-trator (s)</b>	<b>Razão de Amplificação</b>	<b>Atraso entre as acelerações máximas (s)</b>
<b>Bitrem</b>	0,1688	2,7892	0,0811	1,8616	2,08	0,93
<b>Bitrem 9 eixos</b>	0,0966	2,7576	0,0697	1,6287	1,39	1,13
<b>Rodotrem longo</b>	0,3588	2,4245	0,0871	1,6257	4,12	0,80
<b>Rodotrem curto</b>	0,4145	2,3280	0,0911	1,6356	4,55	0,69

Os resultados mostram que o conjunto Rodotrem curto (19,8 m) apresenta a maior Razão de Amplificação da ordem de 4,55. A segunda maior Razão de Amplificação ocorre com o Rodotrem longo. Nessa condição de manobra, o Bitrem 9 eixos apresenta menor Razão de Amplificação traseira quando comparado com o Bitrem 7 eixos.

Entre os resultados para a condição carregado (Tabela 8) e para a condição vazio (Tabela 9), observa-se um aumento significativo da Razão de Amplificação quando todos os conjuntos estão na condição sem carga.

### 3.1.6 Comparativo na condição 1ª carreta vazia e 2ª carregada, a 80 km/h e entrada senoidal

Os gráficos a seguir mostram a simulação matemática a manobra senoidal para os modelos em estudo, na condição 1ª unidade vazia e 2ª unidade carregada e a 80 km/h.

Figura 78 – Aceleração lateral – Bitrem 1ª vazia e 2ª carregada - Senoidal

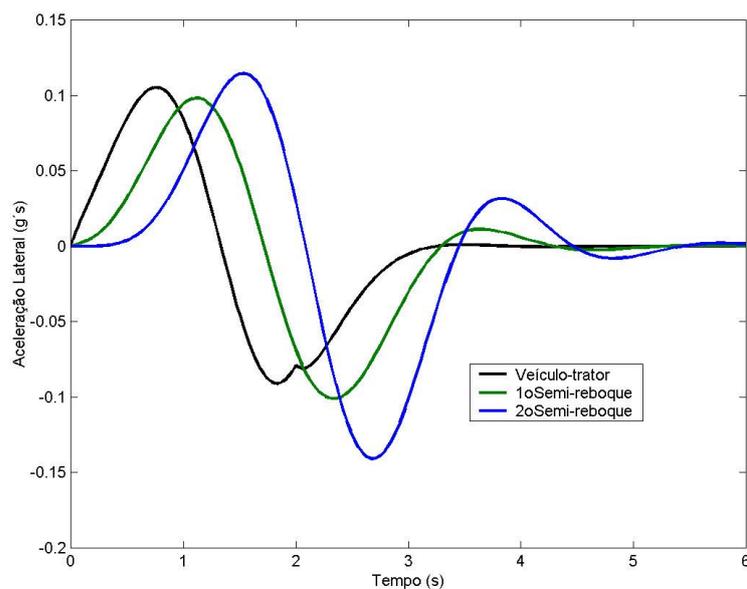


Figura 79 – Aceleração lateral – Bitrem 9 eixos 1ª vazia e 2ª carregada - Senoidal

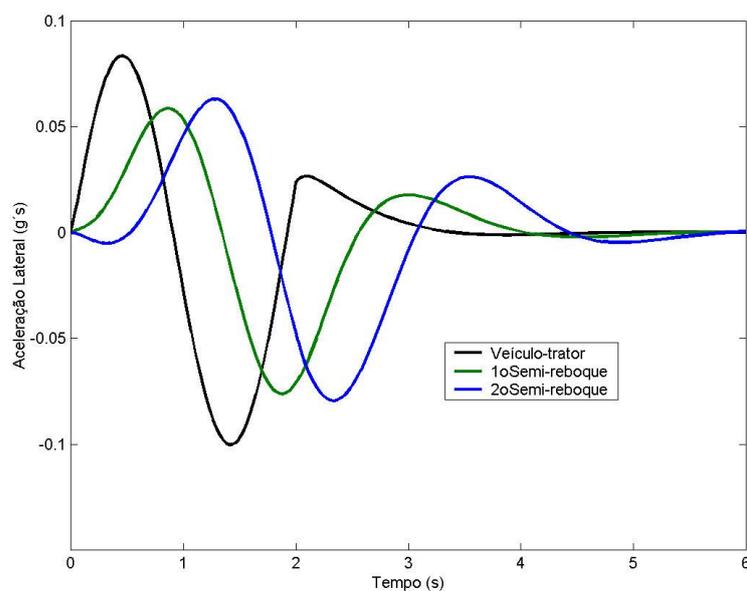


Figura 80 – Aceleração lateral – Rodotrem longo 1ª vazia e 2ª carregada - Senoidal

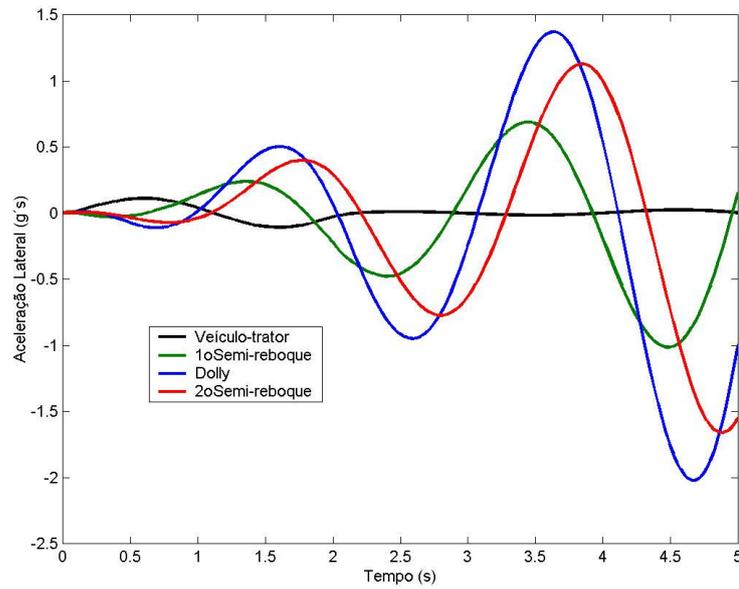
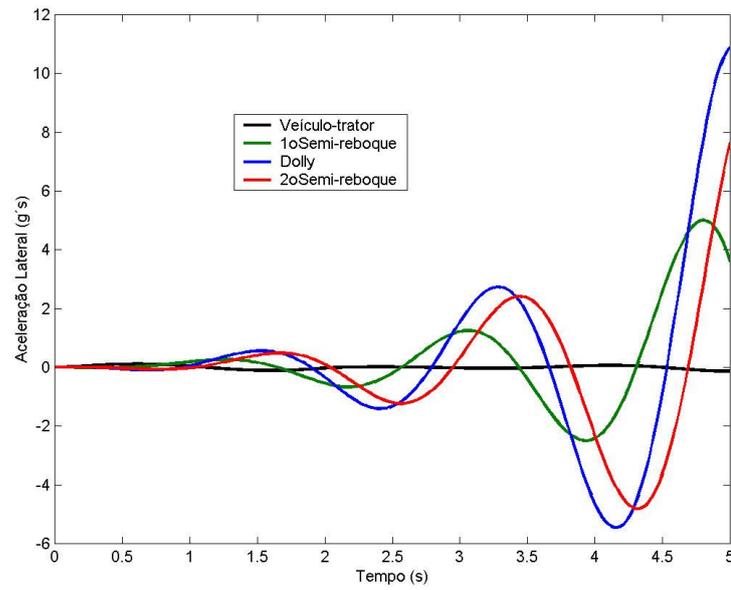


Figura 81 – Aceleração lateral – Rodotrem longo 1ª vazia e 2ª carregada - Senoidal



A Tabela 10 traz o resumo dos resultados das acelerações laterais (valores em módulo) para a condição dos conjuntos com a 1ª carreta vazia e a 2ª carreta carregada, transitando a uma velocidade constante de 80 km/h a partir de um esterçamento do volante do tipo senoidal, conforme figura 41.

Para a determinação da Razão de Amplificação, foi considerado o maior valor de aceleração lateral entre as unidades traseiras, dividido pelo valor da aceleração lateral gerada no veículo-trator no mesmo instante de tempo correspondente.

**Tabela 10 – Resumo dos Resultados para a condição 1ª carreta vazia e 2ª carregada, esterçamento senoidal, a 80 km/h**

<b>Tipo de Conjunto</b>	<b>Máxima aceleração nas unidades traseiras (g)</b>	<b>Tempo que ocorre a máx. aceleração (unid. tras.) (s)</b>	<b>Aceleração correspondente no veículo-trator (g)</b>	<b>Tempo que ocorre a máx. aceleração no v-trator (s)</b>	<b>Razão de Amplificação</b>	<b>Atraso entre as acelerações máximas (s)</b>
<b>Bitrem</b>	0,1409	2,6707	0,0910	1,8395	1,55	0,83
<b>Bitrem 9 eixos</b>	0,0804	2,3881	0,0974	1,4531	0,83	0,94
<b>Rodotrem longo</b>	(instável)	---	---	---	(instável)	---
<b>Rodotrem curto</b>	(instável)	---	---	---	(instável)	---

Observa-se nos gráficos das figuras 80 e 81 que os modelos Rodotrens curto e longo apresentam instabilidade como deslocamentos laterais crescentes, típicos de ressonância, para essa condição de manobra com a 1ª unidade carregada e a 2ª unidade vazia.

#### 4. O EFEITO DO MOVIMENTO DO LÍQUIDO

Neste Capítulo será verificada a influência do movimento do líquido dentro do tanque com diversas porcentagens de enchimento, para um conjunto do tipo bitrem de sete eixos.

Uma revisão dos relatórios sobre acidentes nas rodovias envolvendo caminhões tanques revela que aproximadamente 40% dos acidentes resultam em tombamento dos veículos [19]. Embora a maioria dos acidentes seja atribuída a fatores humanos, o número de fatores contribuintes como o movimento lateral do líquido, instabilidade durante frenagens e efeito slosh em manobras evasivas tem sido enfatizado [20].

Devido à natureza catastrófica dos acidentes, o controle de veículos contendo carga líquida é de grande importância. Especificamente para situações críticas diferentes, como frenagem ou curvas, é necessário determinar o efeito do movimento do líquido (slosh) no comportamento dinâmico do veículo [21].

As forças longitudinais e laterais do efeito slosh causadas pela manobra evasiva abrupta podem afetar adversamente a controlabilidade e estabilidade do veículo tanque [22].

As interações dinâmicas de cargas sólidas quando rigidamente fixadas aos veículos podem ser negligenciadas. Contudo, a dinâmica associada ao movimento de superfície livre do líquido, quando o tanque está parcialmente cheio, é bastante significativa e não pode ser negligenciado.

Ibrahim [23] classificou as atividades de pesquisa relativas à dinâmica e estabilidade dos tanques rodoviários em três grupos. Estas são: dinâmicas do movimento do líquido em recipientes móveis, dinâmica de caminhão transportando sólidos e acoplamento dinâmico do sistema veículo-líquido. Os problemas mais sérios dos tanques rodoviários são acidentes do tipo tombamento devido a aceleração lateral durante as manobras do veículo. Por esse motivo, muitos países têm imposto regulamentos para o limiar mínimo de aceleração lateral do veículo durante suas manobras. Esse valor limiar geralmente é estimado em uma abordagem quase-dinâmica que pressupõe que a superfície líquida livre ocupe uma posição ortogonal para as forças totais do corpo devido à gravidade e à aceleração lateral [23].

Os efeitos longitudinais provocados pelo movimento do líquido quando o tanque está parcialmente cheio podem ser reduzidos pela existência de quebra-ondas transversais internamente ao tanque. No entanto os movimentos laterais do líquido são livres, tendo em vista a inexistência de quebra-ondas longitudinais.

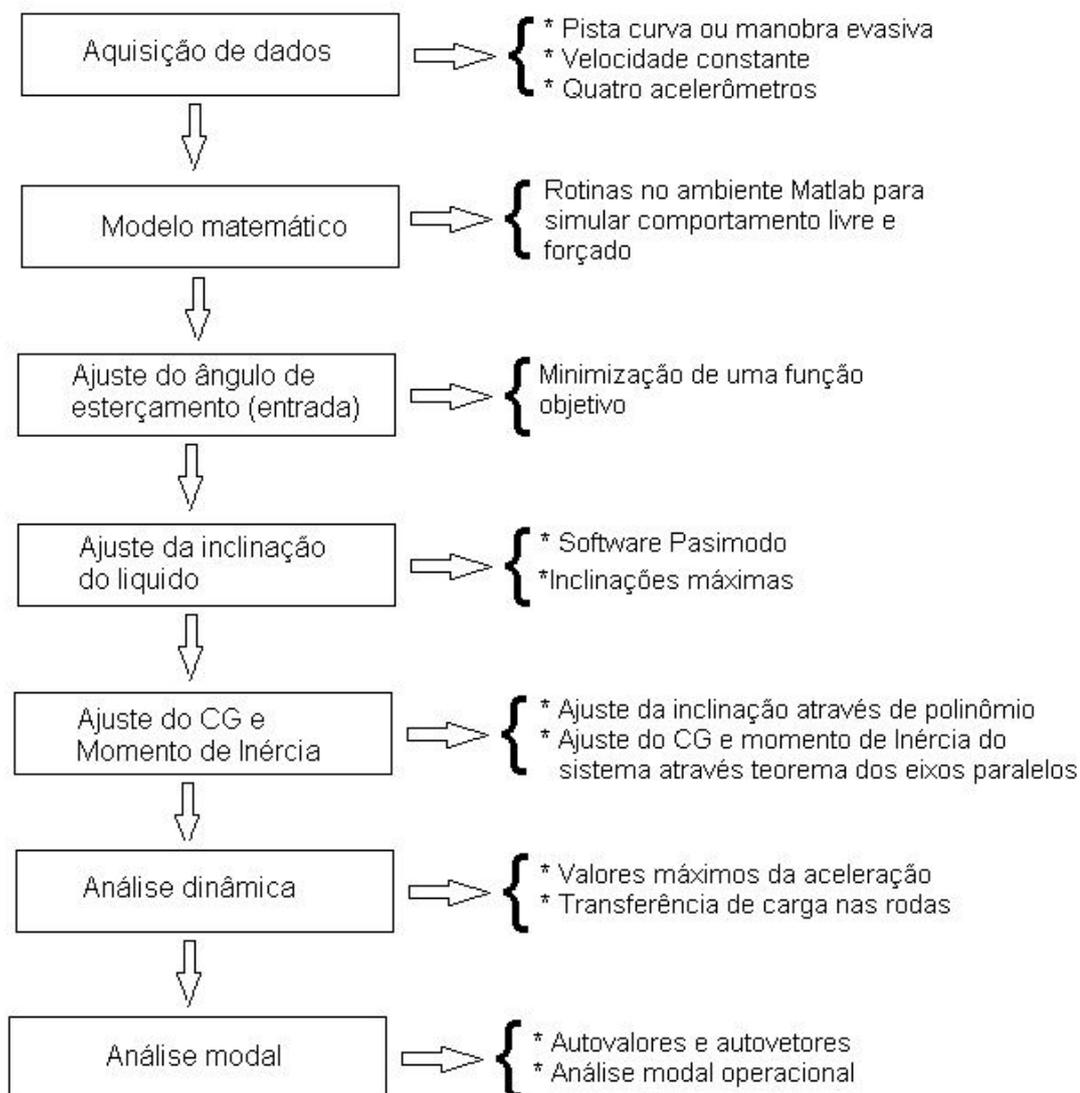
A abordagem mista foi desenvolvida para permitir a simulação de ambos, movimento do líquido com superfícies livres e materiais granulares em veículos de transporte. Fleissner et al. [24] usou uma nova abordagem de simulação que é implementada e testada que associa Pasimodo, uma estrutura de simulação de Lagrange para a simulação 3D de material granular e modelos de fluídos, com Simpack, um software comercial de simulação MBS. Salem [25] analisou o comportamento do veículo com carga líquida em trajetória curva. Para as análises das equações analíticas foram desenvolvidas usando o pêndulo de Trammel. Ao mesmo tempo, utilizou dois softwares comerciais (FLUENT e LSDyna 3D) para análise do líquido dentro do tanque. As acelerações laterais e as cargas verticais nas rodas foram analisadas.

A dinâmica direcional de um conjunto de veículos do tipo bitrem parcialmente carregado foi investigada na presença de movimento transiente do fluído [26]. Os autores desenvolveram um modelo eficiente do movimento transiente do líquido assumindo como fluído incompressível e irrotacional e o modelo foi integrado com outro modelo de dinâmica multi-corpos de um bitrem com 78 graus de liberdade. Os movimentos de carga líquida e suas forças resultantes diminuem significativamente a estabilidade da guinada do veículo.

Vários outros pesquisadores desenvolveram modelos matemáticos e/ou usaram softwares comerciais para analisar o comportamento do líquido em movimento dentro do tanque como: Elementos Finitos de coordenadas nodais absolutas (ANCF) [27]; Transformada de Laplace seguida da técnica do esquema de inversão numérica de Durbins [28]; Equações tridimensionais de Navier-Stokes, associada com o volume do fluído e equação resolvida com FLUENTE [29,32]; Modelos CFD [30]; Modelo BEM e CFD [31]; Modelo quase-estático [33]; pêndulo de Trammel[34] e análise transiente [35].

As etapas da análise dinâmica deste trabalho estão representadas no fluxograma mostrado na figura 82.

Figura 82 – Análise dinâmica de uma combinação de veículo.



#### 4.1 Aquisição de dados - ensaio de um conjunto do tipo Bitrem.

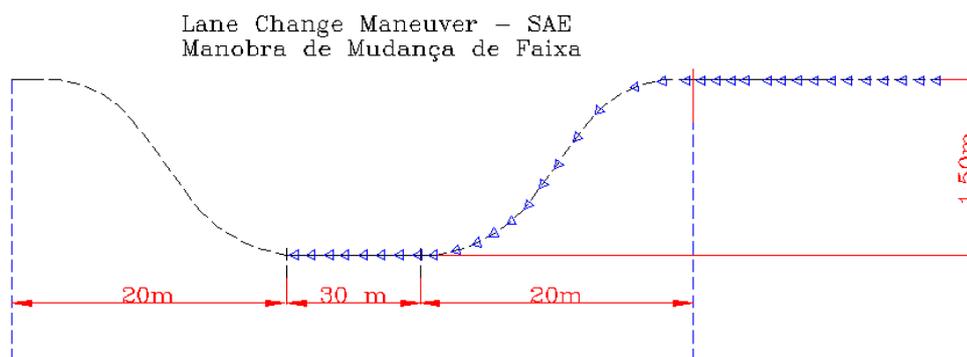
Foi ensaiado na cidade de Maringá-PR, um conjunto do tipo bitrem 7 eixos como ilustrado na figura 83, com diversos volumes de enchimento, realizando em baixa velocidade a manobra conhecida como *Lane Change Manouever*.

Figura 83 – Conjunto de veículos do tipo bitrem utilizado no ensaio



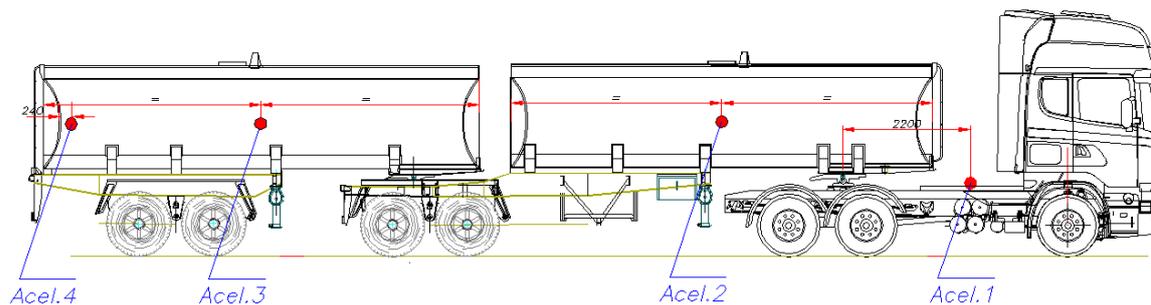
A manobra realizada está ilustrada na figura 84, tendo sido percorrido nas velocidades entre 30 e 40 km/h.

Figura 84 – Manobra executada no ensaio



Foram instalados 4 acelerômetros, sendo um no veículo trator, o segundo na 1ª unidade de semirreboque tanque, o terceiro na segunda unidade de semirreboque tanque e o quarto extremidade traseira do segundo semirreboque tanque conforme ilustra o croqui da figura 85. Os primeiros 3 acelerômetros foram posicionados próximos dos Centros de Gravidade - CGs de cada unidade.

Figura 85 – Posicionamento dos acelerômetros.



A fixação do acelerômetro está ilustrada na fotografia da figura 86.

Figura 86 – Posicionamento dos acelerômetros – exemplo



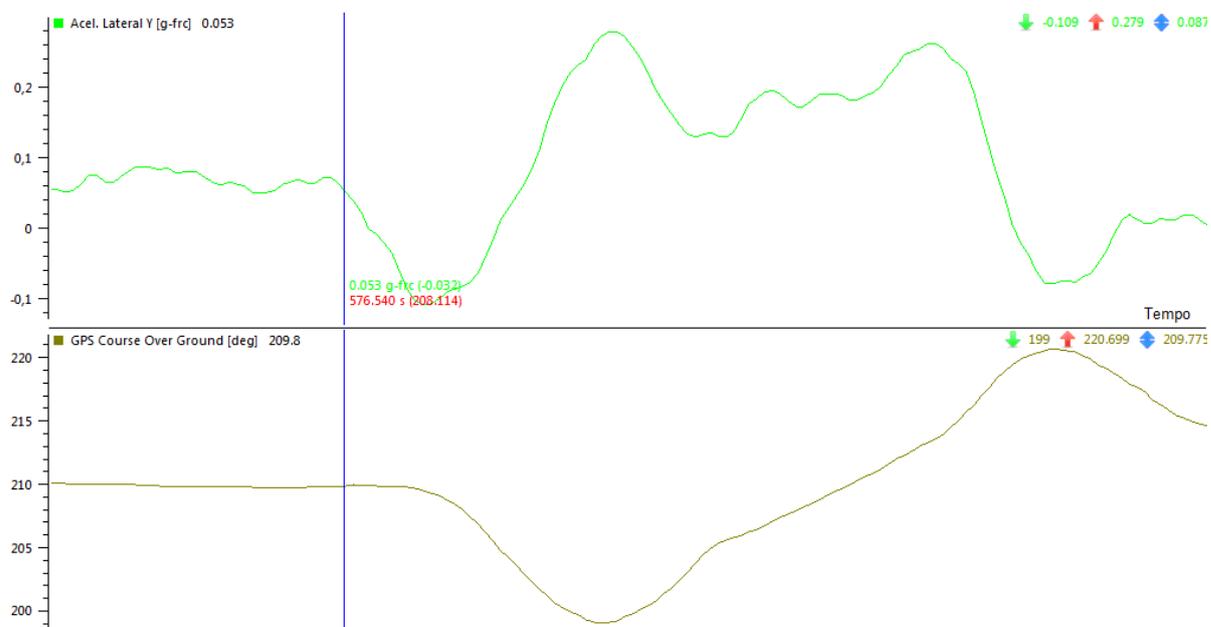
Entre uma fase e outra, o líquido (água) foi despejado, com volume controlado pela altura do líquido até a seta de aferição dos tanques (figura 87).

Figura 87 – Variação do volume do líquido (água) nos tanques



A sequência da manobra está ilustrada na figura 88 com registros do caminhão trator (aceleração lateral em “g”) e o posicionamento do GPS.

Figura 88 – Ilustração da manobra registrada e das acelerações laterais (trator).

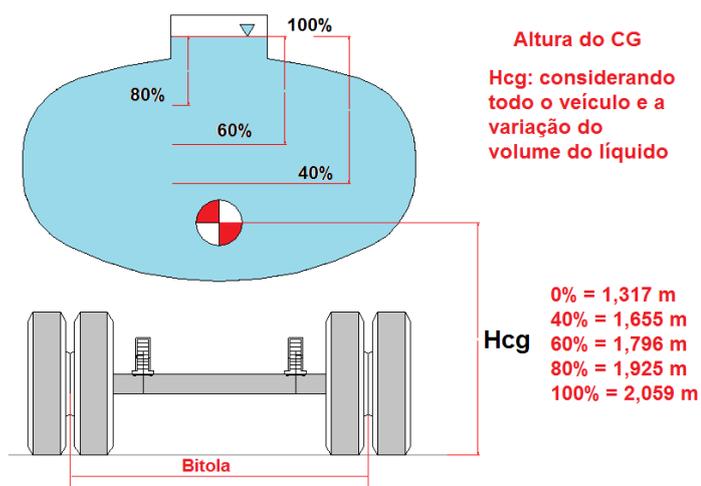


As alturas do centros de gravidade (veículo e carga), das diversas condições de carregamento foram calculadas partindo-se da condição do CG para o veículo tanque sem

carga. A posição do CG do líquido para cada condição de carregamento foi obtido através de programa de desenho auxiliado por computador (CAD) considerando o formato da seção do tanque.

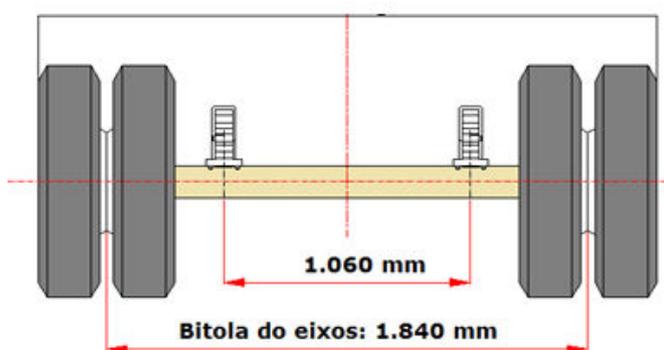
As alturas do CG considerando as diversas alturas de enchimento estão identificadas na figura 89.

Figura 89 – Variação da altura do Centro de Gravidade (CG) em função do volume



A bitola do eixos e distância entre apoio das molas do veículo objeto do estudo que serão utilizadas no cálculo da variação do peso entre os lados do veículo, estão no croqui da figura 90.

Figura 90 – Bitola do veículo tanque



Nas sequencias de fotografias das figuras 91 a 93 encontram-se a manobra padrão executada.

Figura 91 – Ilustração da sequência de manobra registrada.



Figura 92 – Ilustração da sequência de manobra registrada.

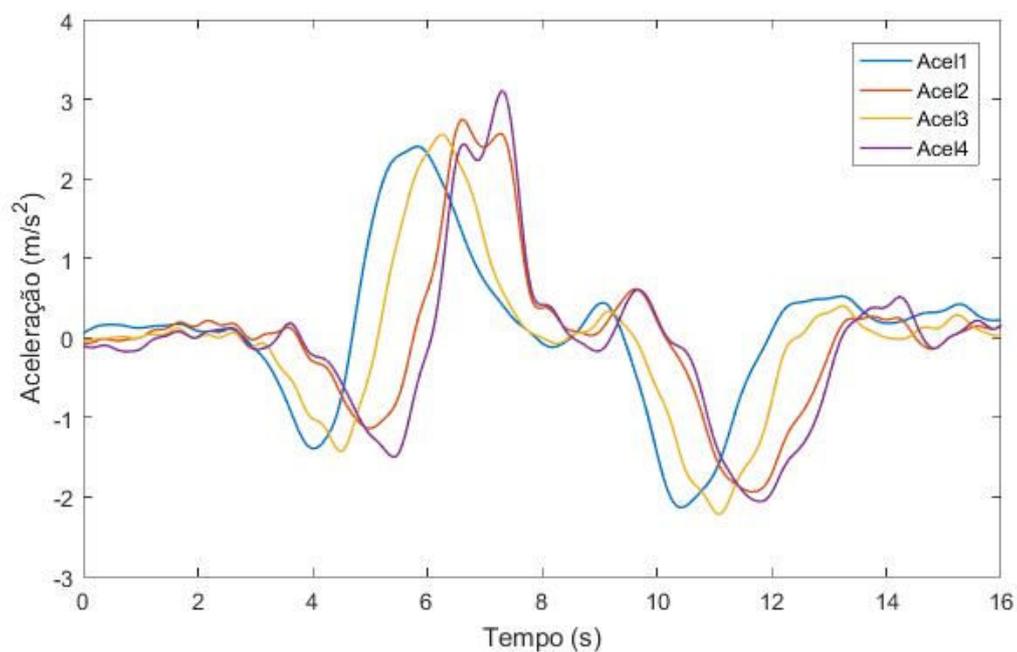


Figura 93 – Ilustração da sequência de manobra registrada



Os dados experimentais foram adquiridos utilizando-se quatro acelerômetros DeltaTron Bruel & Kjaer modelo 4507-001 e analisador de dados (gravador) modelo Bruel & Kjaer 3160-A-042. A velocidade do veículo foi mantida constante durante cada teste. As velocidades dos testes variaram entre 30 e 40 km/h. Os testes foram conduzidos ao veículo rodoviário carregado com 100%, 80%, 60% e 40% do volume líquido. A figura 94 mostra as curvas de aceleração obtidas pelos 4 sensores para o veículo com 40% de volume.

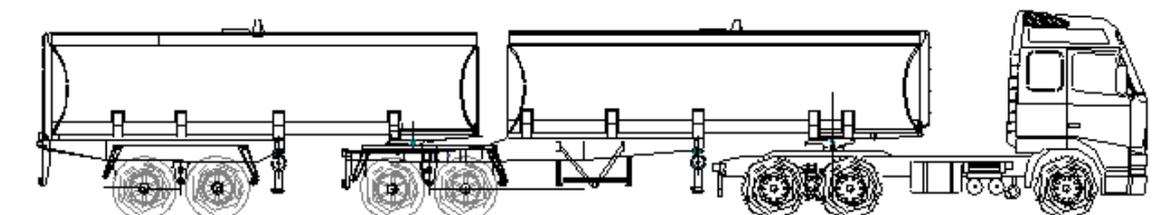
Figura 94 – Aceleração experimental (veículo com 40% de volume).



#### 4.2 Modelo matemático (simplificado).

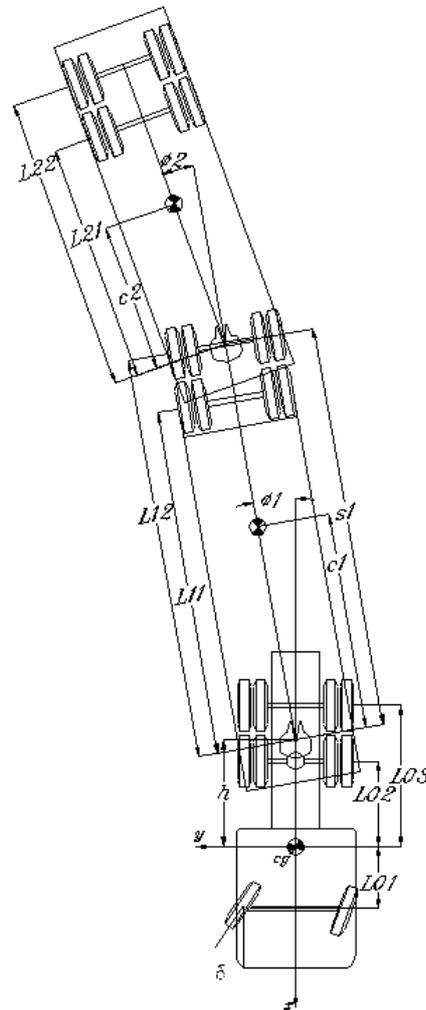
A figura 95 mostra a configuração esquemática do bitrem e a figura 96 o movimento do bitrem em uma trajetória curva.

Figura 95 – Ilustração do conjunto bitrem ensaiado



Fonte: o autor.

Figura 96 – Ilustração do bitrem em trajetória curvilínea



O conjunto de veículos do tipo bitrem possui 2 acoplamentos e 7 eixos no total. As principais dimensões podem ser vistas na figura 96. Aplicando-se as Leis de Newton separadamente para o equilíbrio de forças para o veículo-tractor, primeiro semirreboque e segundo semirreboque o sistema de equações seguinte é obtido:

$$[A] \cdot \{y\} = [B] \cdot \{x\} \quad (108)$$

onde:

$$\{y\}_{4 \times 1} = \begin{Bmatrix} \dot{v} \\ \dot{\omega} \\ \ddot{\phi}_1 \\ \ddot{\phi}_2 \end{Bmatrix} \quad (109)$$

e

$$\{x\}_{7 \times 1} = \begin{Bmatrix} v \\ \omega \\ \dot{\phi}_1 \\ \phi_1 \\ \dot{\phi}_2 \\ \phi_2 \\ \delta \end{Bmatrix} \quad (110)$$

Onde:  $v$  é a velocidade (direção lateral) do Centro de Gravidade - CG do caminhão-trator;  $\omega$  é a velocidade angular em torno do eixo vertical do CG do caminhão;  $\phi_1$  é o deslocamento angular do CG do primeiro semirreboque;  $\phi_2$  é o deslocamento angular do CG do segundo semirreboque e  $\delta$  é o ângulo de direção.

Ao multiplicar ambos os lados de (108) por  $[A]^{-1}$ , tem-se:

$$\{y\} = [A]^{-1} \cdot [B] \cdot \{x\} = [C] \cdot \{x\} \quad (111)$$

### 4.3 Ajuste do ângulo de direção (entrada).

Inicialmente, o ângulo de direção foi ajustado em função da aceleração do CG do caminhão-trator através de um polinômio de ordem 30. O ajuste tomou em conta a minimização de uma função considerando a diferença entre valores numéricos e experimentais da aceleração lateral do CG do veículo trator. Neste ajuste inicial, o movimento do fluido no interior dos tanques não foi considerado.

O ajuste foi feito através da minimização de uma função objetivo considerando a diferença entre as acelerações numéricas e experimentais do CG do veículo trator. A função objetivo é:

$$f = \sum_1^{np} (A_{exp} - A_{num}) \quad (112)$$

Sujeita a:

$$\delta = \frac{1}{P} [A_{exp}] \quad (113)$$

Onde  $A_{exp}$  é o valor da aceleração experimental do CG do veículo trator;  $A_{num}$  é o valor numérico da aceleração do CG do veículo trator;  $np$  é o número de pontos;  $\delta$  é o ângulo de direção;  $P$  é uma constante de proporcionalidade e  $[A_{exp}]$  o vetor contendo todos os valores experimentais da aceleração.

Os valores ajustados para o parâmetro  $P$  para as condições de volume líquido de 100%, 80%, 60% e 40% dos tanques são respectivamente 16.2, 16.2, 26.2 e 25.2.

A figura 97 mostra a aceleração lateral (experimental), a figura 98 o ângulo de direção ajustado e a figura 99 o erro absoluto devido ao ajuste numérico (diferença entre os valores experimentais e obtidos pela curva ajustada). Os parâmetros foram obtidos para o veículo com 40% de volume.

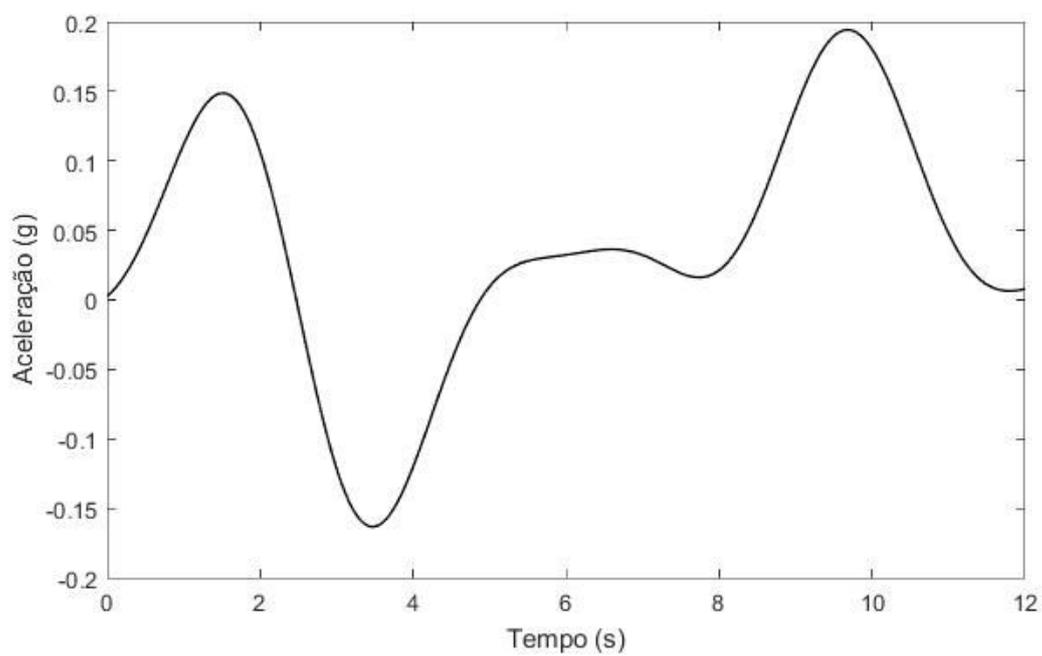


Figura 98 – Ângulo de direção ajustado (volume 40%).

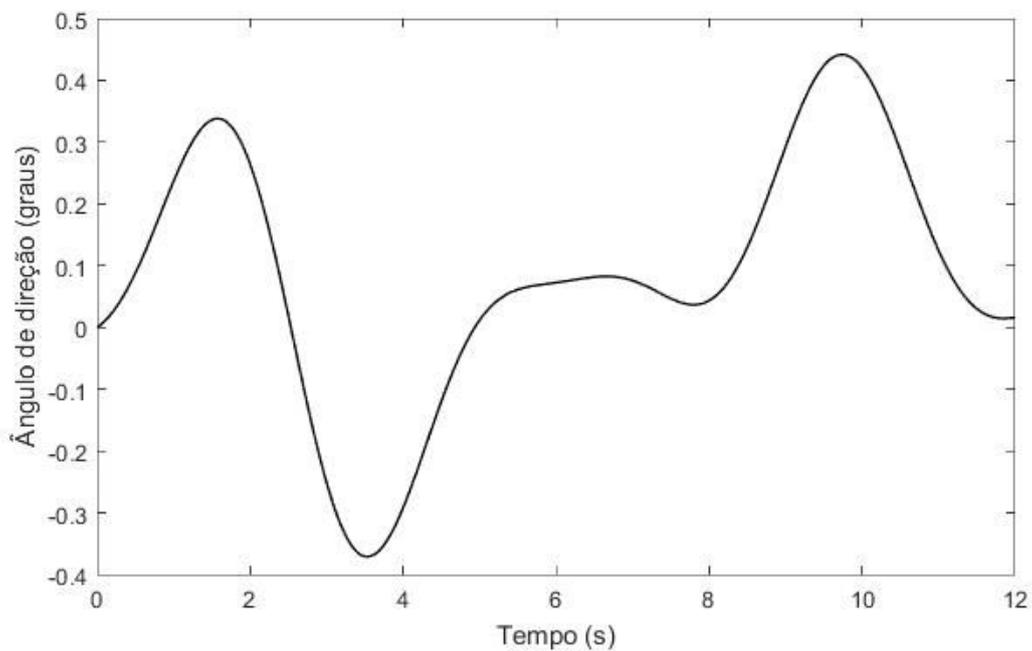
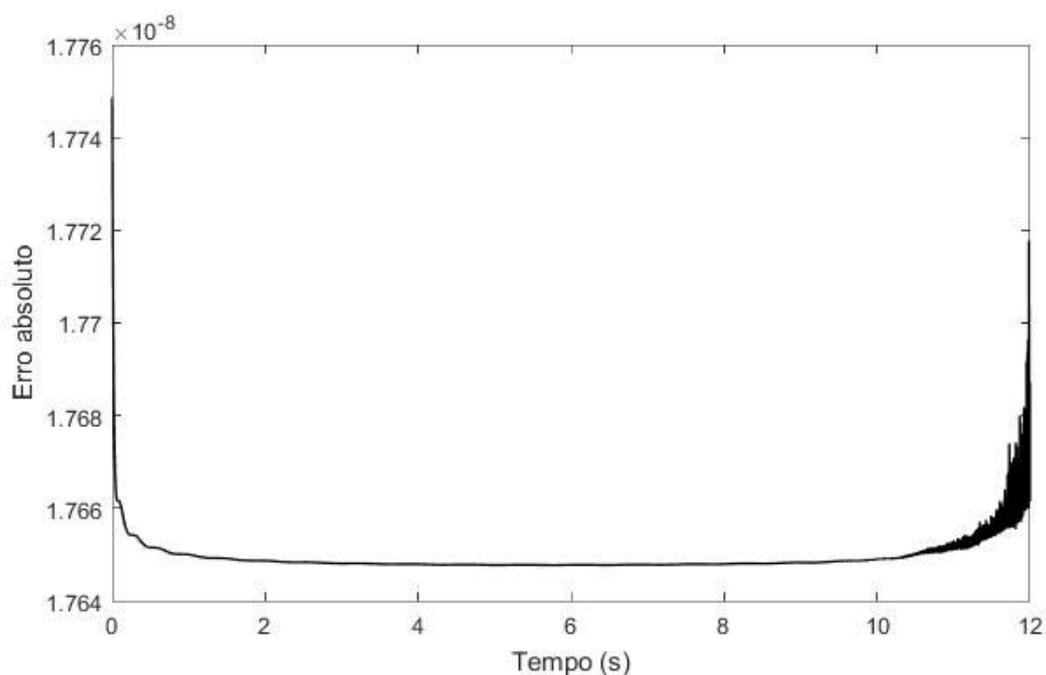


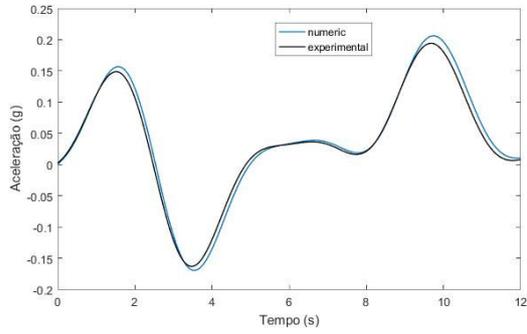
Figura 99 – Erro absoluto do ajuste numérico.



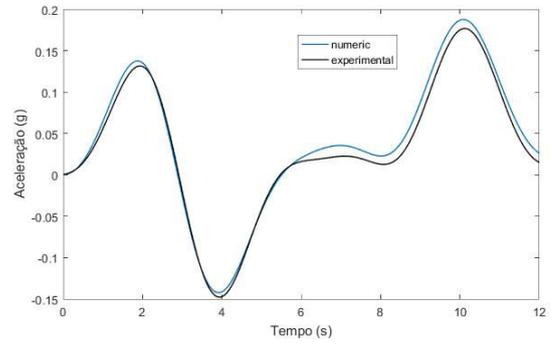
O mesmo procedimento para ajustar o ângulo de direção foi feito para os tanques com 60%, 80% e 100% de capacidade de líquido.

As figuras 100 a 103 mostram as curvas de aceleração (numéricas e experimentais) para as posições dos quatro acelerômetros para as quatro condições de carregamento (volume do líquido). Os dados numéricos foram obtidos considerando o líquido fixo. Pode observar-se nas figuras que existem pequenas diferenças entre os valores das acelerações numéricas e experimentais.

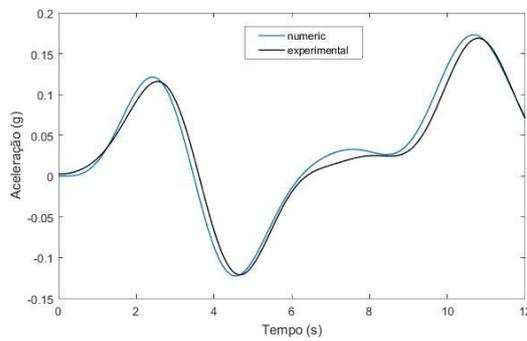
Figura 100 – Acelerações laterais do veículo com 40% de volume. (a) CG do veículo trator; (b) CG do primeiro reboque; (c) CG do segundo reboque e (d) parte traseira do segundo reboque.



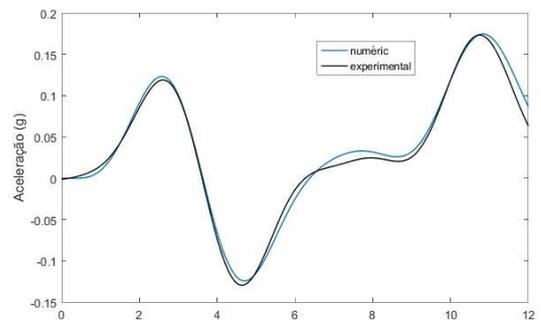
(a)



(b)

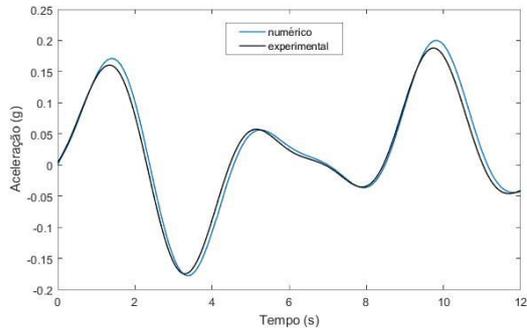


(c)

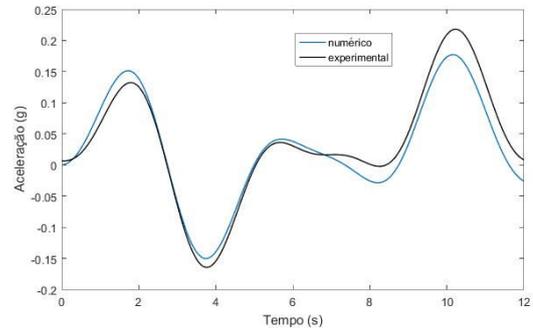


(d)

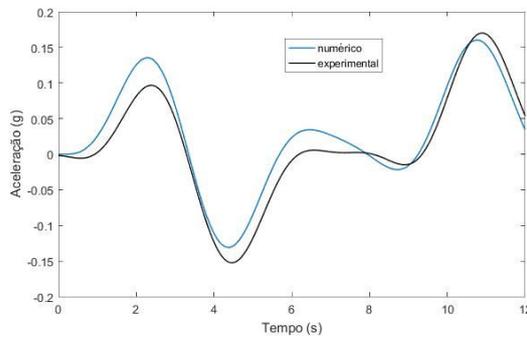
Figura 101 – Acelerações laterais do veículo com 60% de volume. (a) CG do veículo trator; (b) CG do primeiro reboque; (c) CG do segundo reboque e (d) parte traseira do segundo reboque.



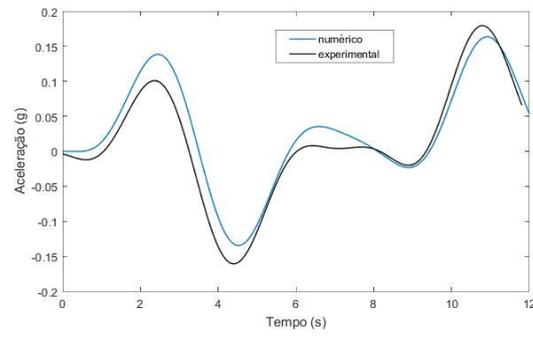
(a)



(b)

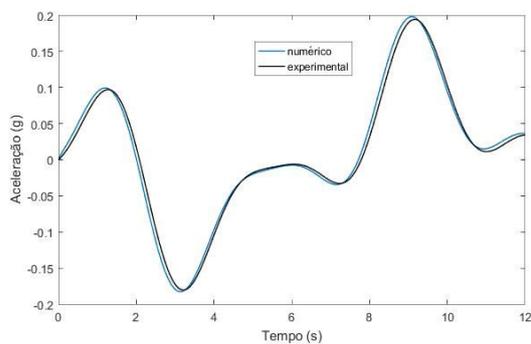


(c)

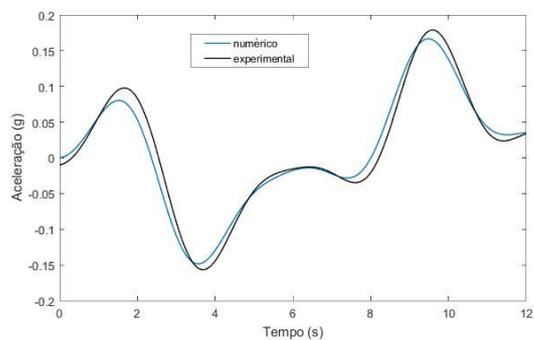


(d)

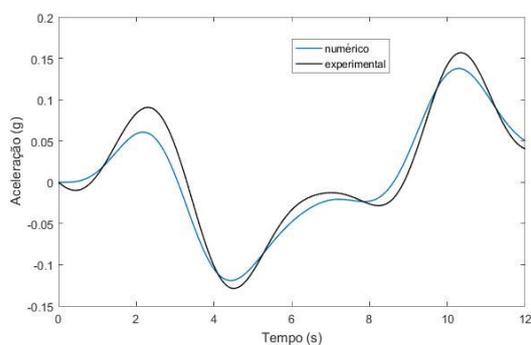
Figura 102 – Acelerações laterais do veículo com 80% de volume. (a) CG do veículo trator; (b) CG do primeiro reboque; (c) CG do segundo reboque e (d) parte traseira do segundo reboque.



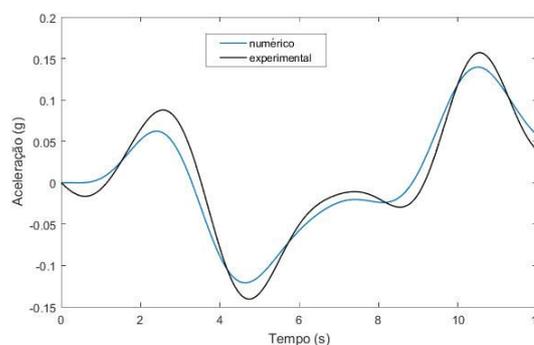
(a)



(b)

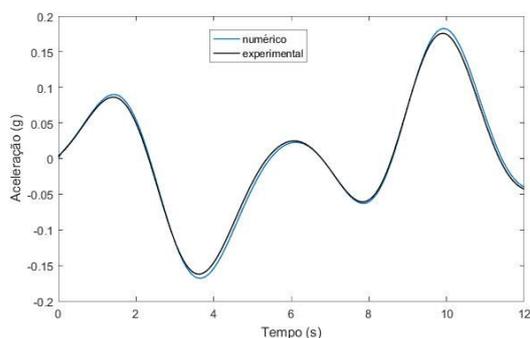


(c)

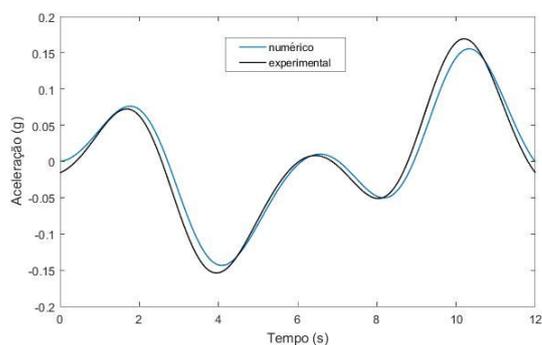


(d)

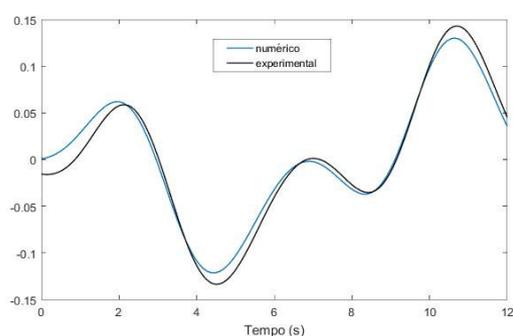
Figura 103 – Acelerações laterais do veículo com 100% de volume. (a) CG do veículo trator; (b) CG do primeiro reboque; (c) CG do segundo reboque e (d) parte traseira do segundo reboque.



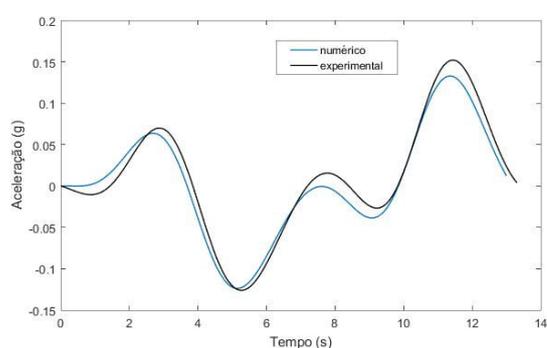
(a)



(b)



(c)

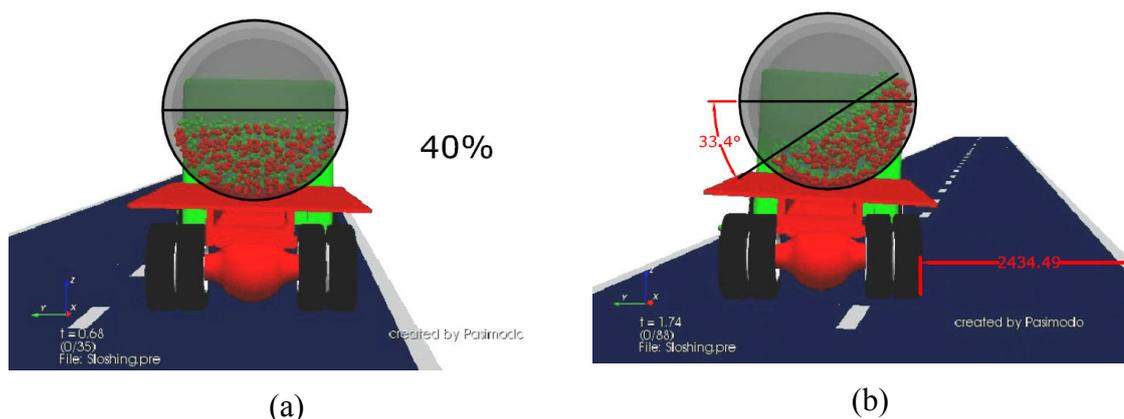


(d)

#### 4.4 Ajuste da inclinação do líquido.

A próxima etapa de análise envolveu a resolução numérica do movimento do fluido com o veículo realizando a manobra de teste. Para este caso, o software Pasimodo foi usado. As análises foram realizadas para todas as condições de carga líquida do tanques (100%, 80%, 60% e 40%). As figuras 104(a) e 104(b) mostram as posições extremas do movimento interno do líquido nos tanques. A figura 104(a) mostra o veículo com 40% do volume de líquido movendo-se em linha reta e a figura 104(b) mostra o veículo na aceleração lateral máxima. Note-se que o valor máximo da inclinação da superfície superior do líquido é de cerca de 34 graus. O mesmo procedimento foi conduzido para o veículo em 60% e 80% em volume. Os ângulos máximos eram da ordem entre 39 e 10 graus.

Figura 104 – Deslocamento angular do líquido do veículo com 40% de volume. (a) movimento na reta e (b) movimento evasivo.

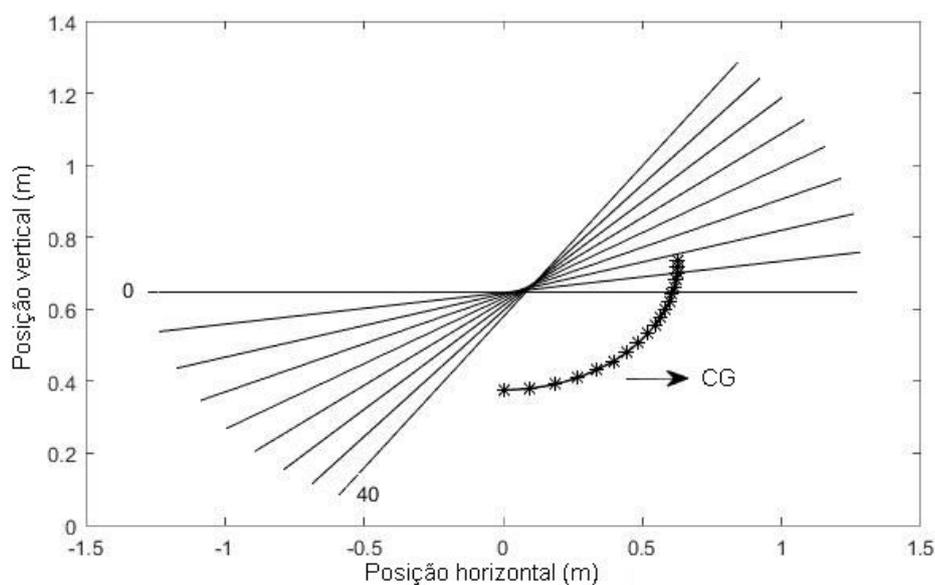


#### 4.5 Ajuste do CG e momento de inércia do sistema.

Com base nos valores máximos das inclinações angulares, procurou-se ajustar as curvas da superfície líquido contida em um tanque elíptico. O procedimento utilizado foi o mostrado por Salem [25]. Desta forma, foi possível obter os Momentos de Inércia e a posição do CG do líquido dentro dos tanques. Uma faixa angular de 0 a 40 graus foi utilizada, com um incremento de 5 graus. Utilizando-se o teorema dos Eixos Paralelos obteve-se as posições CG dos dois semirreboques em função da inclinação do líquido.

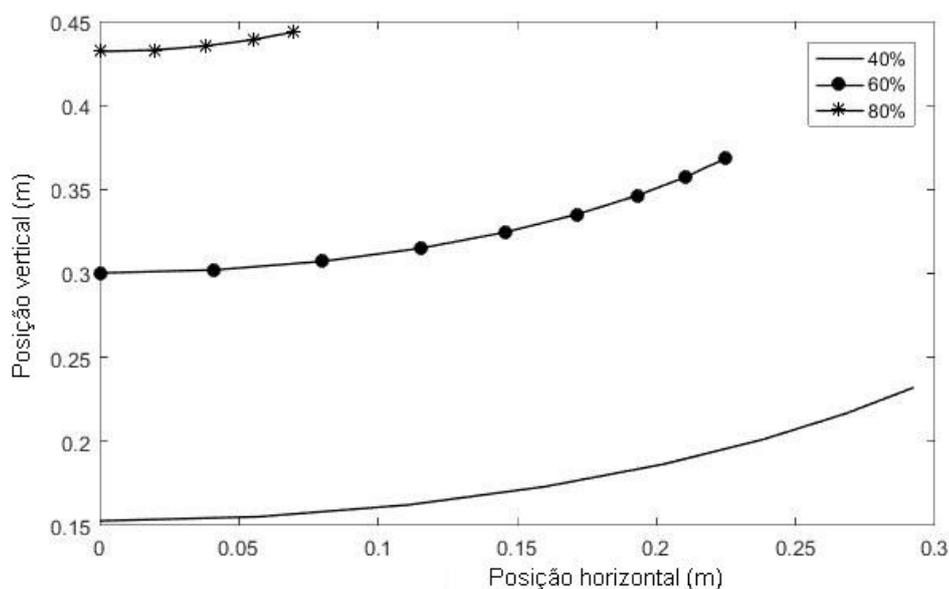
Na figura 105 é mostrada a curva de variação da posição do Centro de Gravidade - CG do líquido dentro do tanque com volume de 40%.

Figura 105 - Superfície do líquido dentro do tanque e variação da posição do CG



A figura 106 mostra a posição dos CGs dos reboques para as três condições de carga de líquido 80%, 60% e 40% em relação ao centro da base do tanque. As curvas são simétricas, ou seja, quando o líquido está movendo no outro sentido as posições horizontais são negativas.

Figura - 106 Variação da Posição dos CGs dos reboques.



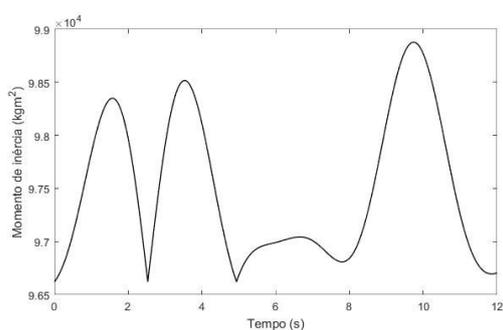
Procurou-se ajustar a superfície superior do líquido dentro dos tanques como uma função do ângulo de entrada (ou do tempo). Considerou-se que os valores máximos das

inclinações eram obtidos proporcionais aos valores máximos das acelerações laterais dos reboques.

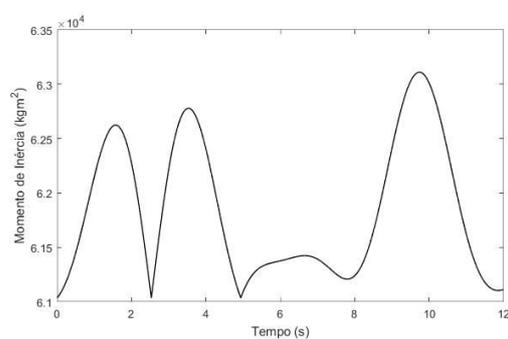
As figuras 107 a 109 mostram as variações dos Momentos de Inércia (em torno de eixo longitudinal) do veículo com 40%, 60% e 80% de carga líquida em relação ao tempo (ou ângulo de entrada). As curvas foram interpoladas de acordo com o ângulo de direção.

Figura 107 – Momento de inércia do veículo com 40% de volume.

(a) primeiro reboque e (b) segundo reboque.



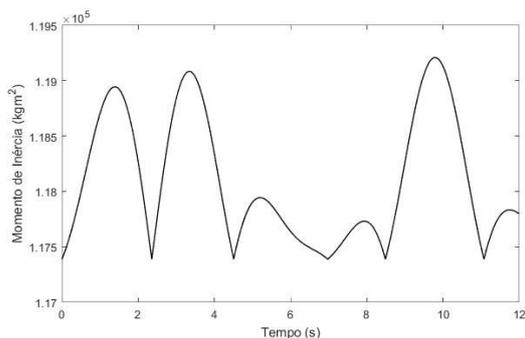
(a)



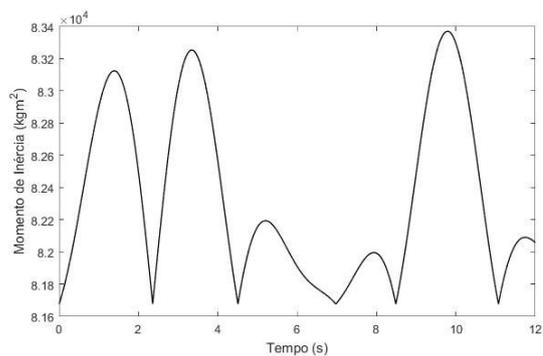
(b)

Fig. 108 – Momento de inércia do veículo com 60% de volume.

(a) primeiro reboque e (b) segundo reboque.



(a)

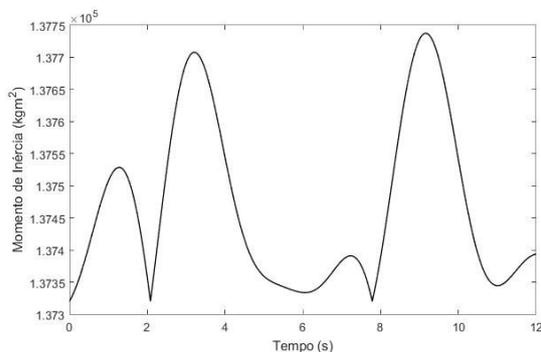


(b)

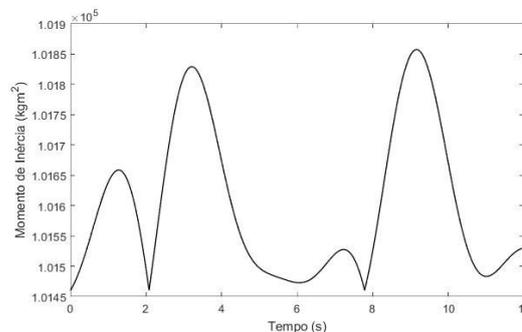
Fig. 109 – Momento de inércia do veículo com 80% de volume.

(a) primeiro reboque e (b) segundo reboque.

(b)



(a)



(b)

#### 4.6 Análise dinâmica do veículo com líquido móvel.

Conhecendo a variação do ângulo de direção e as variações das posições dos CGs e os Momentos de Inércia, é possível analisar o comportamento dinâmico do sistema ao longo do tempo tendo em conta o movimento do líquido dentro dos tanques. As figuras 110 a 113 mostram as curvas de aceleração lateral obtidas para as posições dos quatro acelerômetros para o veículo com 60% de volume líquido. Nas figuras estão mostradas também as curvas considerando o líquido fixo. Nota-se que praticamente não existem variações dos valores entre as curvas com líquido fixo e móvel, ou seja, a variação do momento de inércia causa pouca influência na aceleração lateral.

Figura 110 - Aceleração lateral no CG do veículo trator.

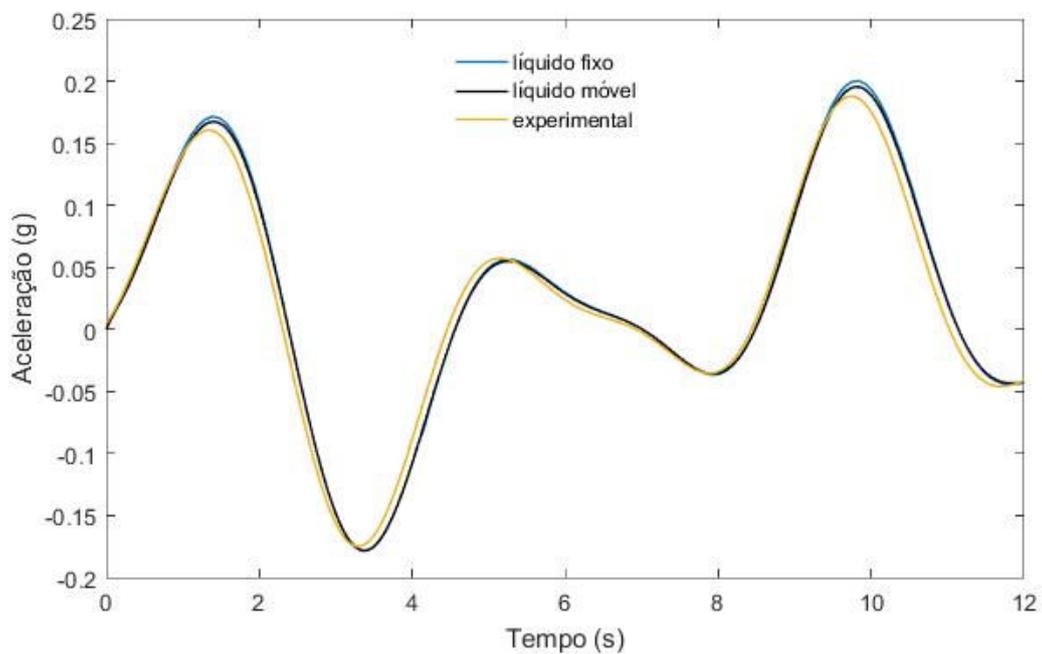


Figura 111- Aceleração lateral no CG do primeiro semirreboque.

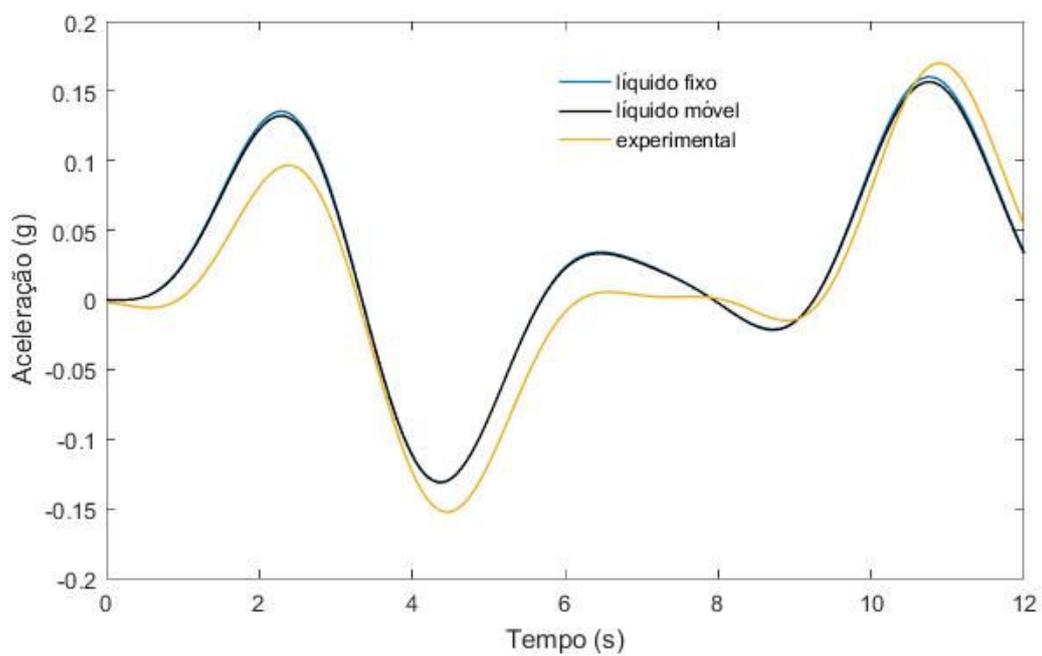


Figura 112 - Aceleração lateral no CG do segundo semirreboque.

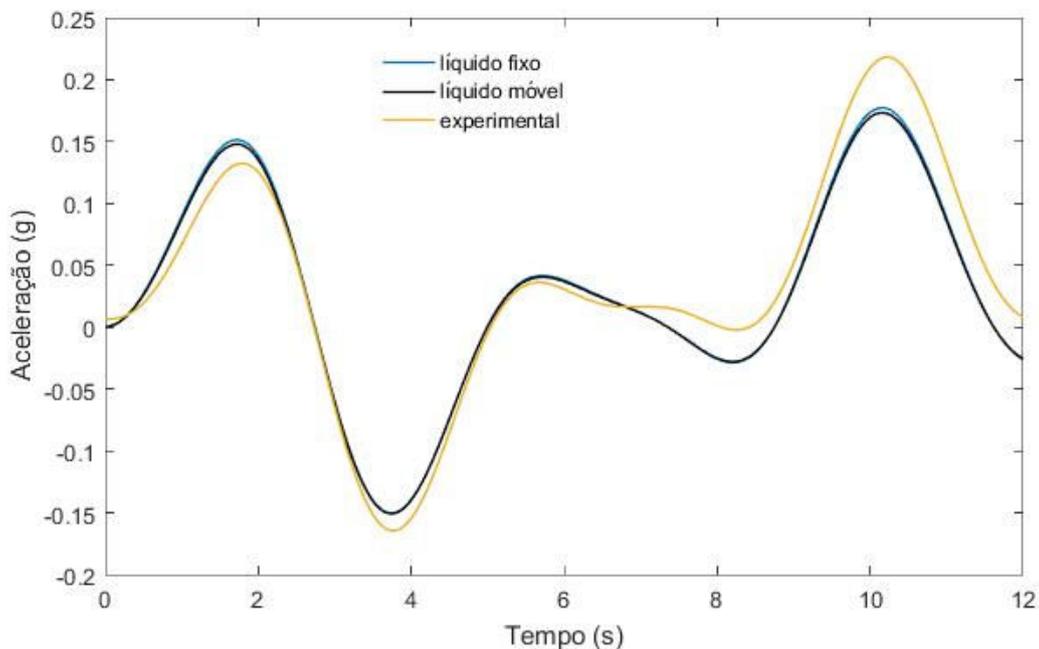
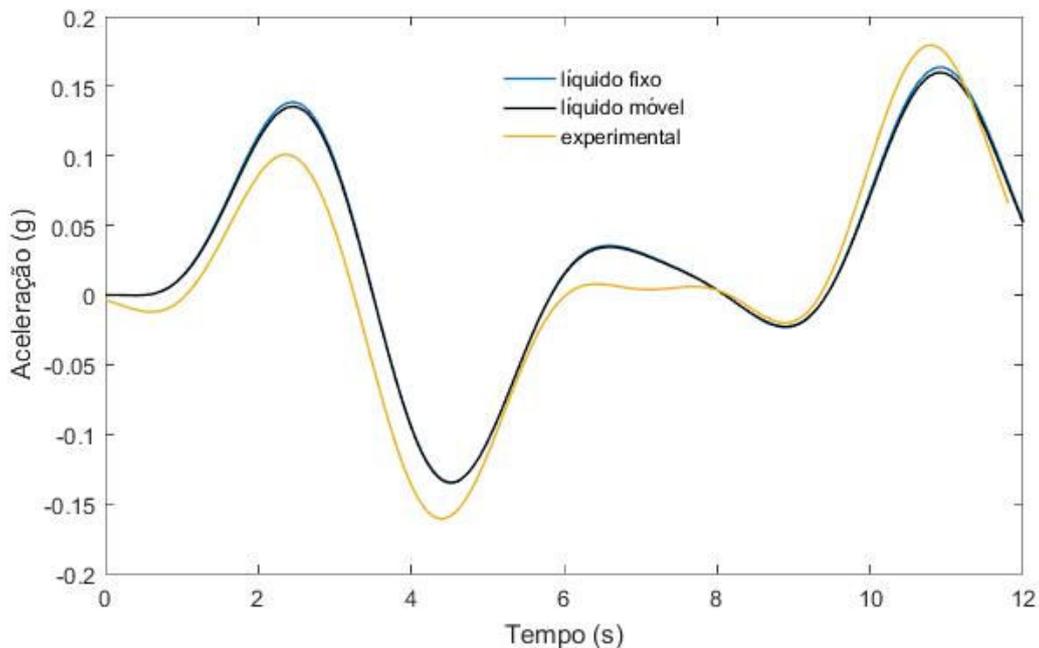


Figura 113 - Aceleração lateral na parte traseira do segundo semirreboque.



Embora os níveis de aceleração lateral praticamente não mudem, as cargas nas rodas (N1 e N2: rodas internas e externas) apresentam grandes variações nos seus valores. As figuras 114 e 115 mostram as curvas de carga vertical nas rodas para o primeiro semirreboque e segundo semirreboque do veículo com 40% de volume. Da mesma forma, as figuras 116 e

117 para o veículo com 60% de volume e figuras 118 e 119 para o veículo com 80% de volume.

Figura 114 - Carga nas rodas no veículo com 40% de volume (primeiro semirreboque)

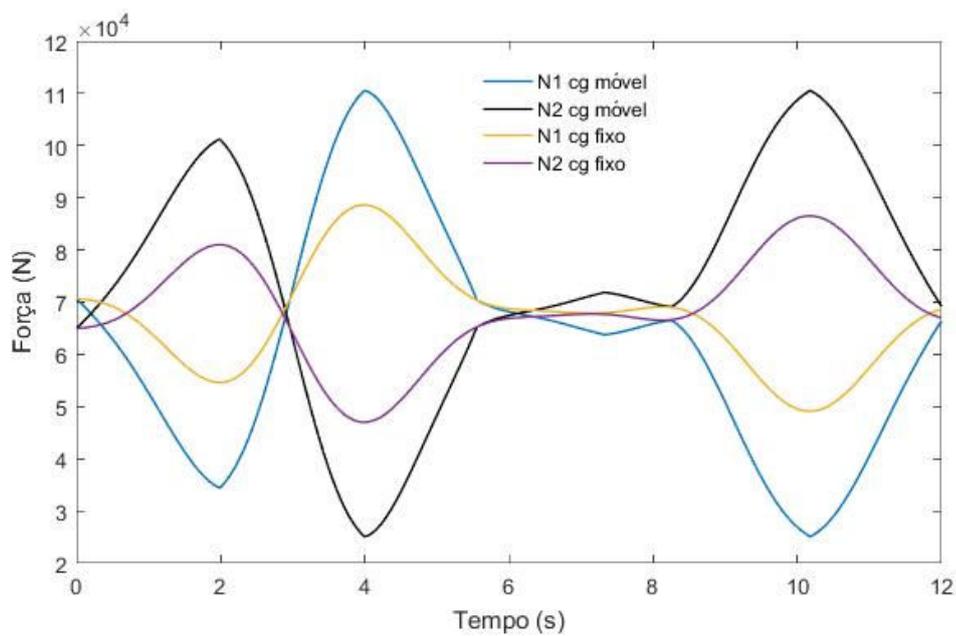


Figura 115 - Carga nas rodas no veículo com 40% de volume (segundo semirreboque)

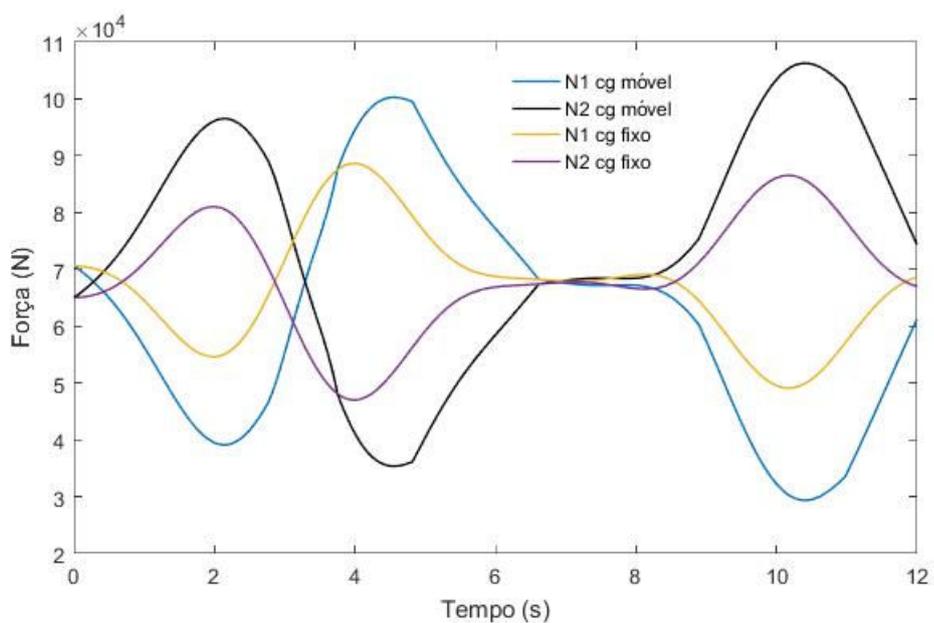


Figura 116 - Carga nas rodas no veículo com 40% de volume (segundo semirreboque)

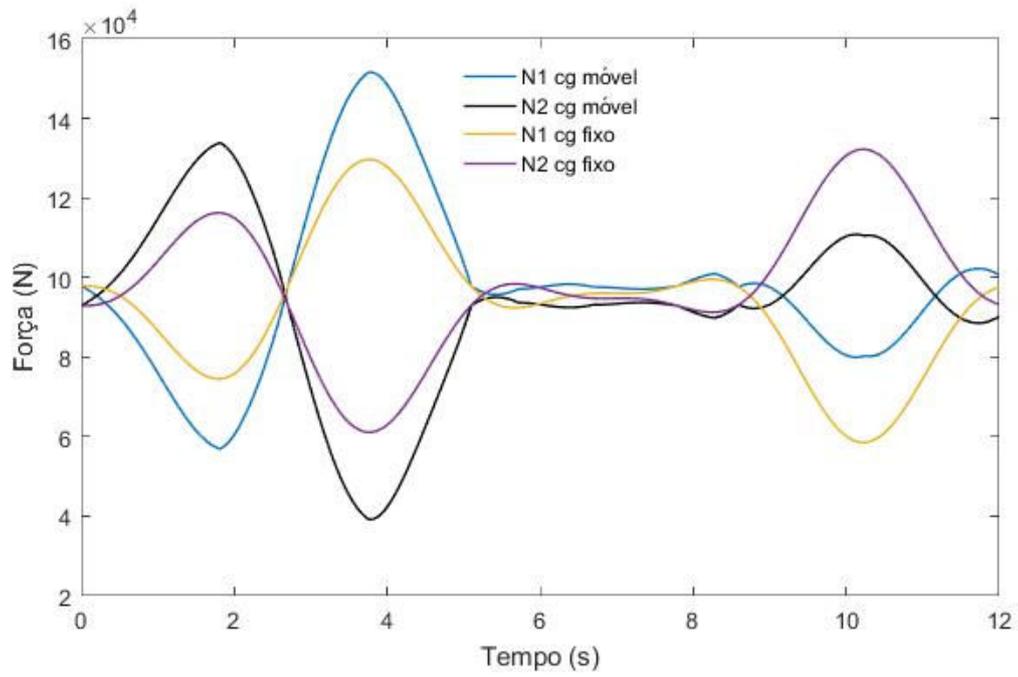


Figura 117 - Carga nas rodas no veículo com 60% de volume (segundo semirreboque)

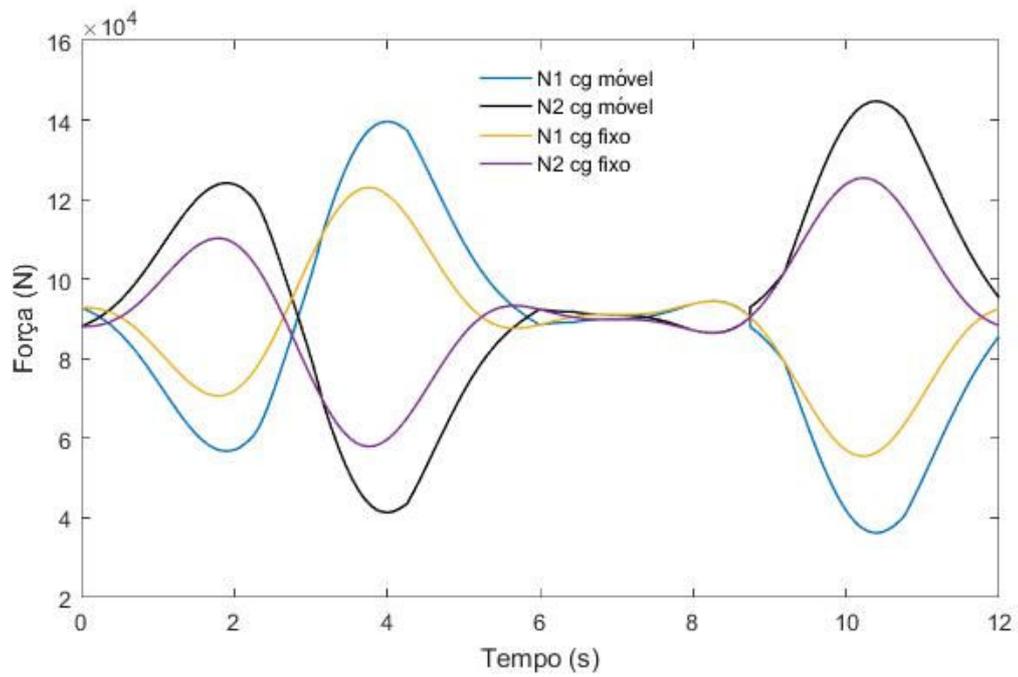


Figura 118 - Carga nas rodas no veículo com 80% de volume (primeiro semirreboque)

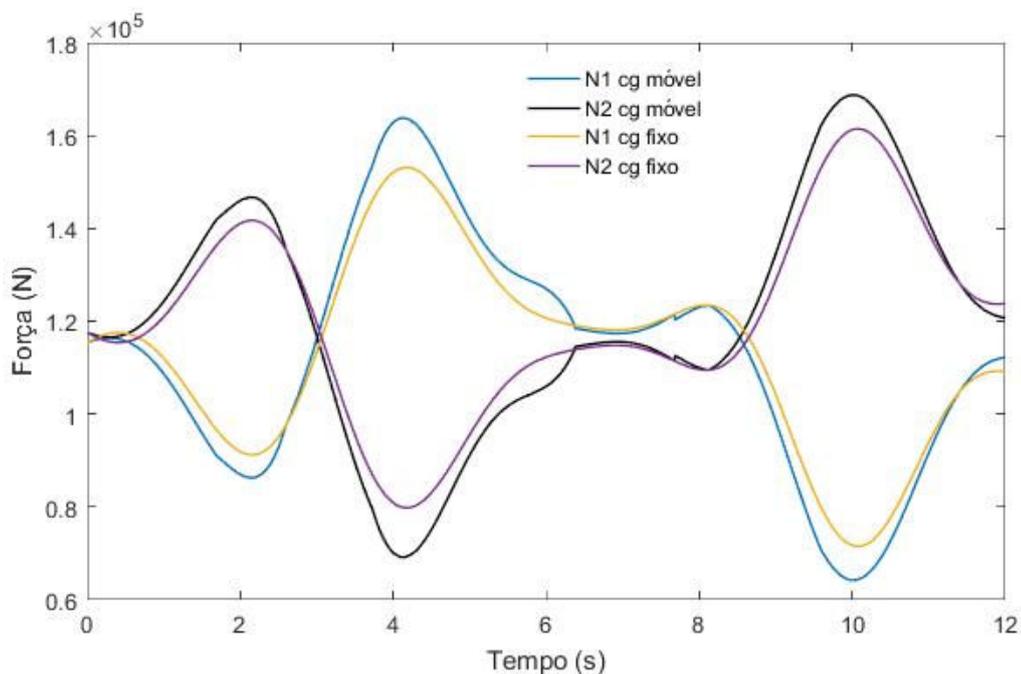
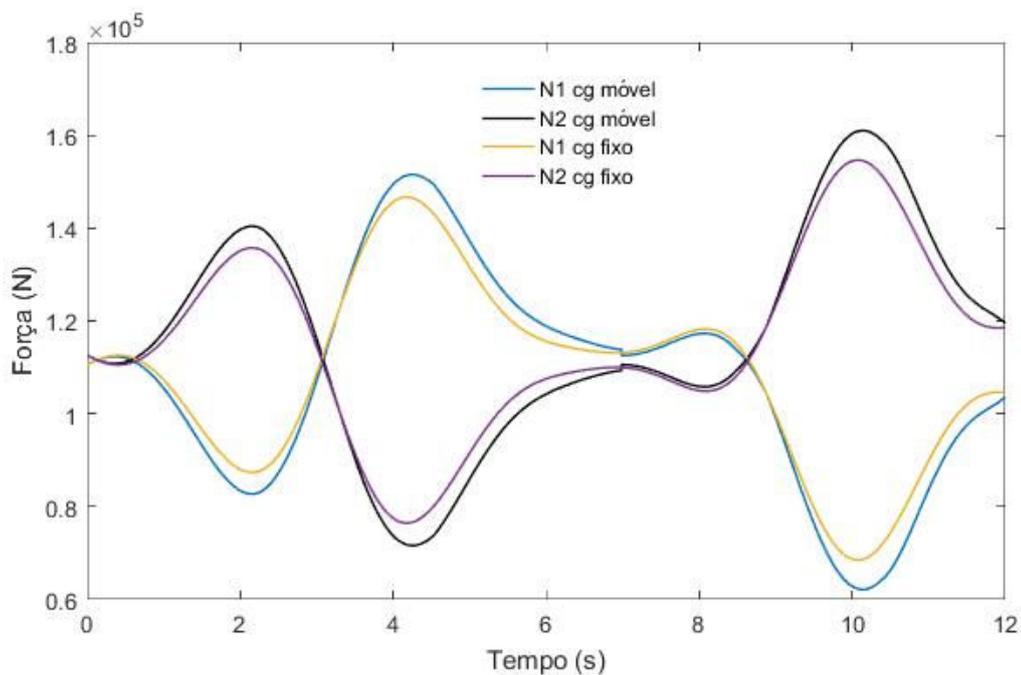
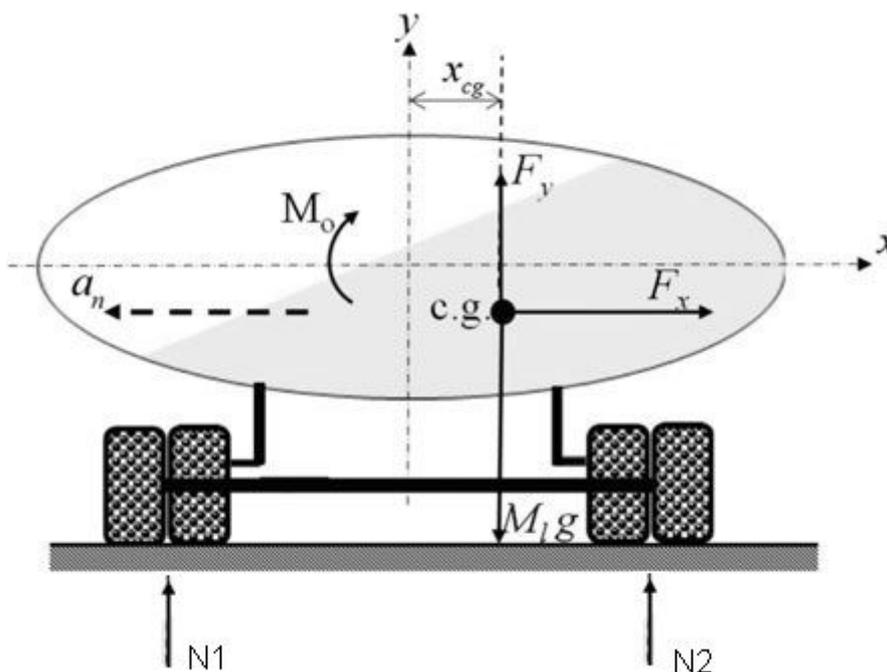


Figura 119 - Carga nas rodas no veículo com 80% de volume (segundo semirreboque)



As cargas verticais nas rodas foram obtidas usando-se o diagrama de forças e momentos mostrado na Fig. 120.

Fig. 120 - Diagrama de equilíbrio de forças e momentos



De forma resumida, os níveis máximos de acelerações para todas as condições de carregamento são mostrados na Tabela 11. Baseados nos valores mostrados na Tabela 11, não são observadas características do fenômeno de ampliação traseira.

Tabela 11 – Amplificação Traseira em função do volume

Veículo	Condição de Carregamento			
	100%	80%	60%	40%
<b>Caminhão-trator</b>	0,175	0,194	0,187	0,194
<b>1º semirreboque</b>	0,168	0,178	0,178	0,192
<b>2º semirreboque</b>	0,143	0,156	0,179	0,171

A Tabela 12 mostra os valores mínimos de cargas verticais nas rodas do primeiro e segundo semirreboque. Verifica-se que, considerando o movimento do líquido dentro dos tanques, as cargas verticais apresentam uma variação percentual de quase 50% do valor da carga vertical do veículo com líquido sem movimento dentro do tanque. Esse fato pode levar o veículo a instabilidade nas curvas e posterior tombamento do veículo.

Tabela 12 – Variação das cargas verticais

Líquido	Condição de Carregamento					
	80%		60%		40%	
	semirreboque		semirreboque		semirreboque	
	1°	2°	1°	2°	1°	2°
<b>CG fixo</b>	7.164	6.853	6.117	5.552	4.911	4.921
<b>CG móvel</b>	6.419	6.211	3.732	3.622	2.516	2.938
<b>Variação %</b>	10,39	9,36	38,98	34,76	48,76	40,29

#### 4.7 Análise modal.

Uma pesquisa recente da literatura sobre a validação de modelos de simulação de dinâmica de veículos é apresentado por Kutluay [21]. O relatório apresenta diferentes pontos de vista sobre a definição de validação, e seu uso em modelos de simulação de dinâmica de veículos.

Sistemas de direção de eixos múltiplos com trator e rebocados são estudados com guinada linear em modelos planos para investigar o papel do esterçamento adicional em fenômenos de arraste (*offtracking*) durante voltas de 90 graus e nas respostas laterais durante manobras de mudança de pista.

A dependência da(s) velocidade(s) crítica(s) para a estabilidade lateral na(s) localização(ões) de eixos direcionais de rebocados é estudado através de uma análise de estabilidade linear [23,24].

Os veículos articulados estão sujeitos a efeitos indesejáveis, como a ampliação traseira da aceleração e o efeito “canivete” que podem desestabilizar e trazer o sistema para a condição de tombamento [25-27].

Quando o veículo está transportando líquido, as análises são mais complexas porque o líquido também deve ser modelado dentro do tanque. O líquido dentro do tanque nem sempre ocupa todo o volume do compartimento. Neste caso, devido ao movimento do veículo principalmente em curvas, o líquido também sofre movimentos internos relativos.

A modelagem do movimento do fluido (slosh) nem sempre é facilmente obtida. Geralmente softwares comerciais como Fluent e Pasimodo são usados para modelar o líquido em movimento [28-32].

Vários algoritmos foram desenvolvidos para analisar a transferência de carga lateral em veículos articulados. Os resultados mostram que a rigidez e a altura do centro de rolagem

tem um grande efeito na transferência de carga lateral. O algoritmo melhorado é mais preciso para analisar a variação da carga vertical nas rodas e o valor estimado é aumentado cerca de 20%, desse modo a adequação de algoritmos convencionais em adaptabilidade e precisão é resolvida [33].

As técnicas clássicas de análise modal utilizam sinais no domínio do tempo ou da frequência. Normalmente, os sistemas devem conhecer os parâmetros físicos e é possível relacionar a entrada e a saída do sistema. Para sistemas grandes com parâmetros variáveis nem sempre é possível medir a relação de entrada e saída. Atualmente é possível empregar técnicas baseadas na Análise Modal Operacional (AMO), medindo apenas a resposta do sistema [44]. A Análise Modal Operacional é utilizada para validar os modos de vibração de movimento lateral do sistema.

O Sistema de equações para o movimento do bitrem pode ser representado por:

$$[A] \cdot \{z\} = [B] \cdot \{x\} \quad (114)$$

onde:

$$\{z\}_{4 \times 1} = \begin{Bmatrix} \dot{v} \\ \dot{\omega} \\ \ddot{\phi}_1 \\ \ddot{\phi}_2 \end{Bmatrix} \quad (115)$$

e

$$\{x\}_{7 \times 1} = \begin{Bmatrix} v \\ \omega \\ \dot{\phi}_1 \\ \phi_1 \\ \dot{\phi}_2 \\ \phi_2 \\ \delta \end{Bmatrix} \quad (116)$$

Portanto:

$$\{z\} = [A]^{-1} \cdot [B] \cdot \{x\} = [C] \cdot \{x\} \quad (117)$$

Para obtenção dos parâmetros modais, procurou escrever o sistema de equações na forma de estado, ou seja:

$$\{\dot{y}\} = [EST] \cdot \{y\} \quad (118)$$

onde o vetor de estado é definido como:

$$\{y\}_{8 \times 1} = \begin{Bmatrix} v \\ \omega \\ \phi_1 \\ \phi_2 \\ \dot{v} \\ \dot{\omega} \\ \dot{\phi}_1 \\ \dot{\phi}_2 \end{Bmatrix} \quad (119)$$

e a matriz de estado é:

$$[EST]_{8 \times 8} = \begin{bmatrix} 0_{4 \times 4} & I_{4 \times 4} \\ K_{4 \times 4} & D_{4 \times 4} \end{bmatrix} \quad (120)$$

As matrizes  $K$  e  $D$  são obtidas a partir da matriz  $C$  usando as colunas correspondentes aos componentes dos vetores de estado.

Os parâmetros modais dependem da velocidade do veículo. Para o veículo com velocidade de 30 km/h os autovalores para as quatro condições de volume, estão mostrados na Tabela 13.

Tabela 13 - Autovalores

Autovalores	Volume			
	40%	60%	80%	100%
<b>1</b>	-0.3594	-0.3595	-0.3596	-0.3598
<b>2</b>	-0.4924	-0.4942	-0.4957	-0.4973
<b>3</b>	-74.3609	-60.8287	-51.2721	-44.6795
<b>4</b>	-43.0443	-44.5642	-43.1899	-42.8984
<b>5</b>	-53.3279	-42.7118	-34.0490	-28.5894
<b>6</b>	-55.6134	-41.2746	-36.4888	-31.3730

Nota-se que todos os autovalores são reais e diferentes, caracterizando o sistema como superamortecido. Para obtenção experimental dos modos de vibrar utilizaram-se 3 acelerômetros colocados próximos dos CGs do veículo trator, do primeiro semirreboque e do segundo semirreboque.

Os valores experimentais foram obtidos usando conceitos de Análise Modal Operacional. As figuras 121 a 124 mostram modos de vibração obtidos experimentalmente e numericamente. Nessas figuras, as linhas pretas contínuas com os marcadores representam os valores experimentais ajustados e as linhas tracejadas, as curvas dos modos numéricos. Os valores numéricos foram obtidos resolvendo-se a equação na forma de estado (118). Note-se que há excelentes concordâncias entre o numérico e o experimental para os valores de vários modos de vibração.



Figura 123 – Modos de vibrar ( veículo com 80% de volume).

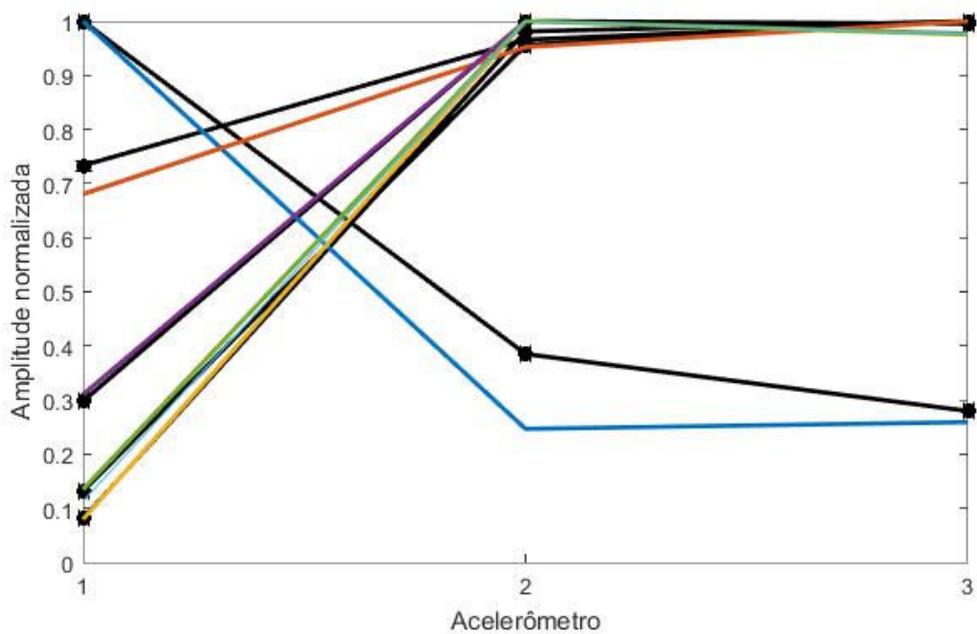
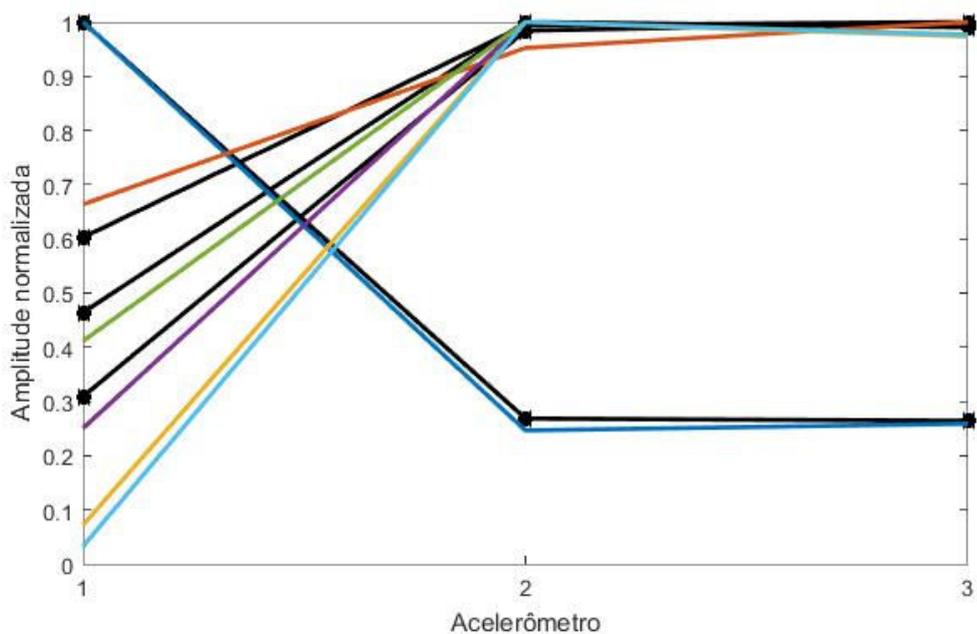


Figura 124 – Modos de vibrar ( veículo com 100% de volume).



## 5. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

### 5.1 Conclusões

- a) Na questão da Amplificação Traseira, de modo geral, o conjunto Bitrem 9 eixos (bitrenzão) apresenta menor amplificação traseira que os demais: Bitrem 7 eixos, Rodotrem longo e Rodotrem curto, conforme mostra o resultado da análise matemática do Capítulo 3;
- b) Na condição sem carga (vazio), as acelerações laterais e o tempo de estabilização são maiores, comparativamente com a condição carregado. No entanto, os riscos de tombamento lateral são menores tendo em vista que a inexistência da carga reduz a altura do centro de gravidade dos veículos e por consequência aumenta seu Limiar de Tombamento Lateral Estático – SRT.
- c) Na condição com o 1° Semirreboque vazio e 2° carregado, as acelerações laterais são significativamente maiores em todos os conjuntos, sendo que os modelos de Rodotrens tornam-se instáveis nas manobras avaliadas no Capítulo 3, levando-os ao tombamento lateral.
- d) Os conjuntos Rodotrens, sob determinadas condições de carregamento e velocidade, podem apresentar características de instabilidade, com oscilações crescentes durante as manobras.
- e) De um modo geral, observa-se que a manobra do tipo senoidal impõe aos conjuntos amplificações traseiras mais elevadas que a manobra do tipo degrau.
- f) Entre todos os conjuntos, o Rodotrem curto (19,8 metros de comprimento) apresenta o resultado mais desfavorável quanto a estabilidade lateral, com maior amplificação traseira para as manobras avaliadas.
- g) Devido ao fenômeno da amplificação traseira do movimento é recomendável que os motoristas desses conjuntos recebam treinamento específico para evitar as manobras que tornam esse fenômeno significativo. Assim como as transportadoras devem ser orientadas de modo a não utilizar os conjuntos com carga somente na última unidade.
- h) Quanto ao movimento do líquido observa-se no Capítulo 4, que a maior influência na estabilidade está associado com a transferência de peso entre os lados dos

veículos, quando comparado com o impacto lateral do líquido dentro do compartimento de carga.

- i) Percentuais de enchimento entre 40% e 60% do volume nominal do tanque provocam grande influência na estabilidade dos veículos, em função da transferência de peso proporcionada pela variação da posição do centro de gravidade do líquido.
- j) O modelo matemático indica que o sistema tem características de superamortecimento, considerando a avaliação dos Autovalores obtidos.
- k) A transferência de peso até o volume parcial de 80% é proporcionalmente pequena quando em comparação com a transferência quando o volume é de 60% e 40%.
- l) Em volumes parciais de 60% e 40%, a estabilidade lateral é fortemente influenciada pela transferência adicional do peso entre os lados do veículo durante as curvas e manobras evasivas.
- m) Volumes do líquido abaixo de 80% do volume nominal máximo devem ser evitados em função da redução de estabilidade e propensão ao tombamento.

## 5.1 Recomendações

- a) Considerando que os ensaios com o Bitrem 7 eixos foram realizados em baixa velocidade em função do risco de tombamento, recomenda-se que sejam realizados ensaios com os modelos de CVCs, objetos deste estudo, em velocidades maiores, com adoção de dispositivos de segurança para evitar acidentes;
- b) Recomenda-se também avaliar as diferenças de transferência de peso entre os lados considerando as variações nas características entre as suspensões do tipo mecânica e pneumática;
- c) Recomenda-se ampliar o estudo, considerando as variações das diferentes seções dos tanques como cilíndricas e elípticas, e faixas menores de volumes de enchimento do tanque.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] REIS, NEUTO GONÇALVES. *Viabilidade de Operação do Duplo Semirreboque de Cinco Eixos no Brasil*. 1996. 323 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Transportes) – USP de São Carlos.
- [2] SAMUEL, PETER ET AL. *Toll Truckways: A new path toward safer and more efficient freight transportation*. Junho de 2002 Disponível em <[www.rppi.org/ps294.pdf](http://www.rppi.org/ps294.pdf)> Acesso em Outubro de 2003.
- [3] GILLESPIE T. *Heavy Commercial Vehicles*. [mensagem pessoal]. Mensagem recebida por <[rubem@transtech.com.br](mailto:rubem@transtech.com.br)> em 28 de agosto de 2003.
- [4]. ROCHA L.R; FRANCO S. Revista Ciência e Cognição, N°. 09, ISSN 1806-5821, 2006. Disponível em [http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1806-58212006000300018](http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1806-58212006000300018)
- [5] WINKLER, CHRIS. *Rollover of Heavy Commercial Vehicles*. University of Michigan – UMTRI, 2000, Vol. 31, N°.4.
- [6] GILLESPIE, THOMAS D. *Fundamentals of Vehicle Dynamics*;Warrendale-USA: Society Automotive Engineers.1992.
- [7] MUELLER T.H., ET AL. *Heavy Vehicles Stability Versus Crash Rates*. Transporte Engineering Reseach New Zealand Limited. 1999. Disponível em <[www.ltsa.govt.nz/publication/docs/stability.pdf](http://www.ltsa.govt.nz/publication/docs/stability.pdf)> Acesso em Outubro de 2003.
- [8] SAMPSON, DAVID JOHN MATTHEW. *Active Roll Control of Articulated Heavy Vehicles*. 2000. 78 f. Tese (Doutorado) – Cambridge University Engineering Departament.
- [9] DUGOFF, H.; MURPHY, R. W. *The Dynamic Performance of Articulated Highway Vehicles – A Review of the State-of-the-Art*. SAE paper 710223. 1971.
- [10] KRAUTER, A. I.;WILSON, R. K. *Simulation of Tractor-Semi-trailer Handling*. SAE paper 710922. 1972.
- [11] MIKULCIK, E. C. *The Dynamics of Tractor-Trailer Vehicles: the Jackknifing Problem*. SAE paper 710045. 1971.
- [12] MAC ADAM, CHARLES C. *A computer-Based Study of the Yaw/Roll Stability of Heavy Trucks Characterized by High Center of Gravity*. SAE 821260. 1982.
- [13] HAZEMOTO, T., *Analysis of Lateral Stability for Doubles*, SAE Technical Paper 730688, 1973.
- [14] R. D. ERVIN, R.D. at all. *Ad hoc study of certain safety-related aspects of double-bottom tankers*, University of Michigan. Highway Safety Research Institute, 1978.
- [15] ESMAILZADEH, E. *Direcional Performance and Yaw Stability of Articulated Combination Trucks*. SAE Paper 962154. 1996.

- [16] JINDRA, FREDERICK. *Handling Characteristics of Tractor-Trailer Combinations*. SAE Paper 650720. 1966.
- [17] R.P. MELO. *Avaliação da Estabilidade Lateral dos Conjuntos de Veículos de Carga*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica). PUC-PR. 2004.
- [18] WONG, J.Y. *Theory of Ground Vehicles*. Ottawa-Canada: Wiley-Interscience Publication, 1993.
- [19] SANKAR, S. at all. *Stability analisys of liquid tank vehicle*. Kelowna, Canada, 1986.
- [20] RAKHEJA, S., Sankar, S., and Ranganathan, R., *Influence of Tank Design Factors on the Rollover Threshold of Partially Filled Tank Vehicles*, SAE Technical Paper 892480, 1989.
- [21]. BIGLARBEGLIAN, M., Zu, J. W.: Tractorsemitrailer model for vehicles carrying liquids. *Vehicle System Dynamics* 44, 871, 885, (2006).
- [22] BAUER, H., F., *Dynamic Behavior of an Elastic Separating Wall in Vehicle Containers*, *Journal of Vehicle Design*, Vol.2 No. 1, 1981.
- [23]. IBRAHIM, R. A.: *Road Tanker Dynamics Interacting with Liquid Sloshing Dynamics*. In: Belhaq M. (eds) *Recent Trends in Applied Nonlinear Mechanics and Physics*. Springer Proceedings in Physics, vol 199 (2018). Springer, Cham.
- [24]. FLEISSNER, F., Lehnart, A., Eberhard, P.: *Dynamic simulation of sloshing fluid and granular cargo in transport vehicles*. *Vehicle System Dynamics* 48, 3{15 (2010).
- [25]. SALEM, M. I.: *Rollover Stability of Partially Filled Heavy-Duty Elliptical Tankers Using Trammel Pendulums to Simulate Fluid Sloshing*. PhD Thesis, West Virginia University, 2000.
- [26]. ASHTIANI, I. H., Kolaei, A., Abedi, M., Rakheja, S.: *Application of linear slosh theory on stability of the B-train combinations*. In: Rosenberger et al. (eds) *The dynamics of vehicles on roads and tracks*. Taylor and Francis Group, 327{336 2016.
- [27]. NICOLSEN, B., Wang, L., Shabana, A.: *Nonlinear Finite element analysis of liquid sloshing in complex vehicle motion scenarios*. *Journal of Sound and Vibration* 405,208,233, (2017).
- [28]. HASHEMINEJAD, S. M., Aghabeigi, M.: *Transient sloshing in half-full horizontal elliptical tanks under lateral excitation*. *Journal of Sound and Vibration* 330, 3507-3525, (2011).
- [29]. JAFARI, A., Azadi, Sh., Samadian, M.: *Roll Dynamic Response of an Articulated Vehicle carrying liquids*. *International Journal of Automotive Engineering* 3, 508, 522, (2013).
- [30]. KOLAEI, A., Rakheja, S., Richard, M. J. :*Range of applicability of the linear fluid slosh theory for predicting transient lateral slosh and roll stability of tank vehicles*. *Journal of Sound and Vibration* 333, 263, 282, (2014).
- [31]. KOLAEI, A., Rakheja, S., Richard, M. J. :*Three-dimensional dynamic liquid slosh in partially-filled horizontal tanks subject to simultaneous longitudinal and lateral excitations*. *European Journal of Mechanics - B/Fluids* 53, 251, 263, (2015).

- [32]. AZADI, S., Jafari, A., Samadian, M.: *Effect of parameters on roll dynamic response of an articulated vehicle carrying liquids*. Journal of Mechanical Science and Technology 28, 837,848, (2014).
- [33]. ZHENG, X.-L., Zhang, H., Ren, Y.-Y., Wei, Z.-H., Song, X.-G.: *Rollover stability analysis of tank vehicles based on the solution of liquid sloshing in partially filled tanks*. Advances in Mechanical Engineering 9, 1-26, (2017).
- [34]. YANG, X., Gao, J.: *Compactly modelling and analysing the roll dynamics of a partly filled tank truck*. Int. J. Heavy Vehicle Systems 23, 81-105, (2016).
- [35]. KOLAEI, A., Rakheja, S., Richard, M. J. : *An efficient methodology for simulating roll dynamics of a tank vehicle coupled with transient fluid slosh*. Journal of Vibration and Control 23, 3216-3232, (2017).
- [36] ELLIS, J.R. *Vehicle Handling Dynamics*; Londres-Inglaterra: Mechanical Engineering Publications Limited, 1994.
- [37] BOYCE, E. WILLIAM; DIPRIMA, RICHARD C. *Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno*. 5ª Edição. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 1994.

**GLOSSÁRIO**

CONTRAN	Conselho Nacional de Trânsito
CVC	Conjunto de Veículos de Carga
DENATRAN	Departamento Nacional de Trânsito
DNIT	Departamento Nacional de Infra-estrutura de Trânsito
DLTR	Razão de Transferência de Carga Dinâmica
DOT	<i>US – Department of Transportation</i>
GPS	<i>Global Position System</i>
PBT	Peso Bruto Total
PBTC	Peso Bruto Total Combinado
SAE	<i>Society of Automotive Engineers</i>
SRT	<i>Static Rollover Thresold</i>
TARA	Peso próprio em ordem de marcha

## APÊNDICE I

### 1. Trajetória de veículos articulados: *Offtracking* (ou Arraste)

Uma composição ferroviária trafega sobre trilhos e, portanto as rodas traseiras seguem precisamente a trajetória das rodas dianteiras. Com veículos que não estão guiados por trilhos, como bicicletas, automóveis e caminhões, as rodas traseiras não seguem a mesma trajetória das rodas dianteiras. Esse fenômeno pelo qual as rodas traseiras tem uma trajetória distinta das rodas dianteiras durante uma curva é conhecido como “*Offtracking*” e no Brasil é chamado de “Arraste”. Existem dois tipos de *offtracking*: em baixa velocidade e em alta velocidade.

No *offtracking* em baixa velocidade (*low-speed offtracking*), os pesos, a distribuição da carga, as características da suspensão e outras características dinâmicas do veículo ou conjunto de veículos são consideradas irrelevantes. Já no *offtracking* em alta velocidade (*high-speed offtracking*) esses fatores são considerados na determinação da trajetória.

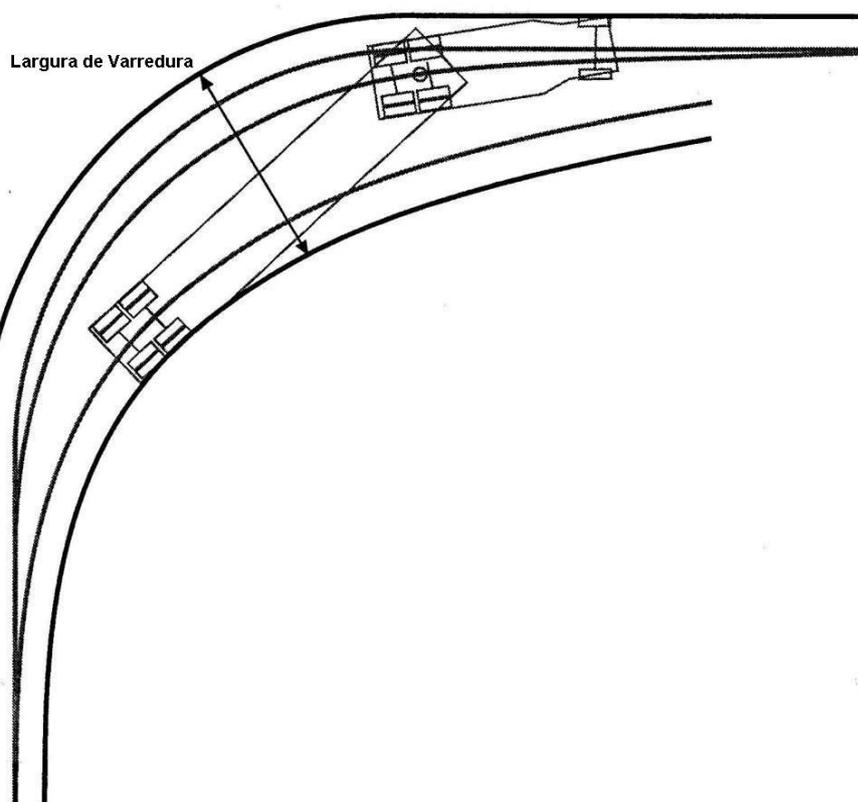
Embora pouco significativo em automóveis, o *offtracking* em baixa velocidade é um importante critério de avaliação de desempenho para veículos de carga e suas combinações, como fator fundamental para o projeto geométrico de rodovias, especialmente das intersecções, rotatórias, alças de acesso de viadutos, etc.

Tecnicamente, *offtracking* é definido como a diferença radial entre a trajetória do centro do eixo dianteiro e a trajetória do centro do eixo traseiro, conforme figura A.

Figura A: Ilustração do *offtracking* de um conjunto de veículos

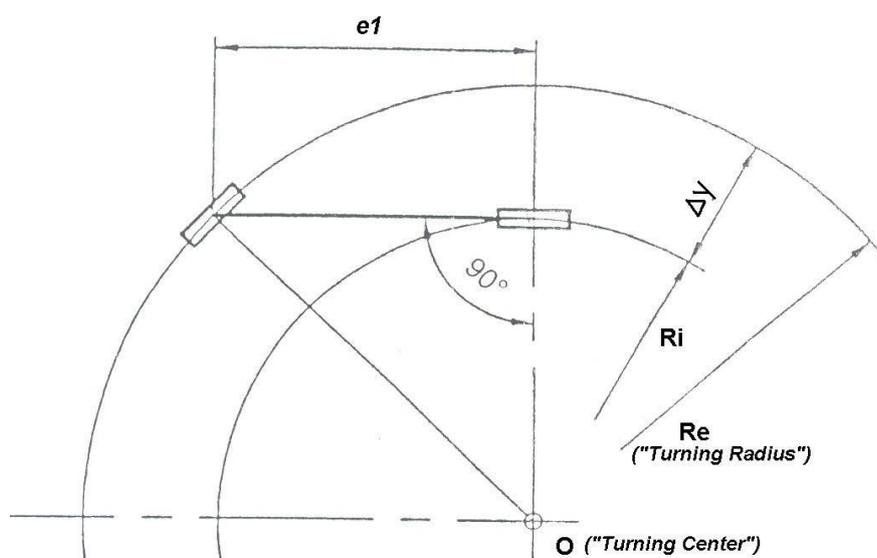
Outra medida importante para o projeto geométrico de rodovias, derivada do *offtracking*, é a chamada “Largura de Varredura” (*swept path width*) ou simplesmente “Varredura” como citado nos documentos técnicos do Brasil , conforme ilustrado na figura B.

Figura B: Ilustração da área de varredura de um conjunto de veículos



Pode-se determinar o *offtracking* para um veículo simples de dois eixos, a partir do modelo simplificado ilustrado na figura C:

Figura C: Modelo simplificado de um veículo de 2 eixos



Seja um veículo simples de duas rodas com distância entre eixos “ $e1$ ” executando um movimento curvilíneo de Raio externo “ $Re$ ”. O centro da curva “ $O$ ” está localizado na linha de centro da roda traseira. O raio interno “ $Ri$ ” da roda traseira pode ser obtido por trigonometria.

$$Ri^2 = Re^2 - e1^2 \quad (1)$$

O *offtracking* ( $\Delta y$ ) é a medida “ $Re-Ri$ ”:

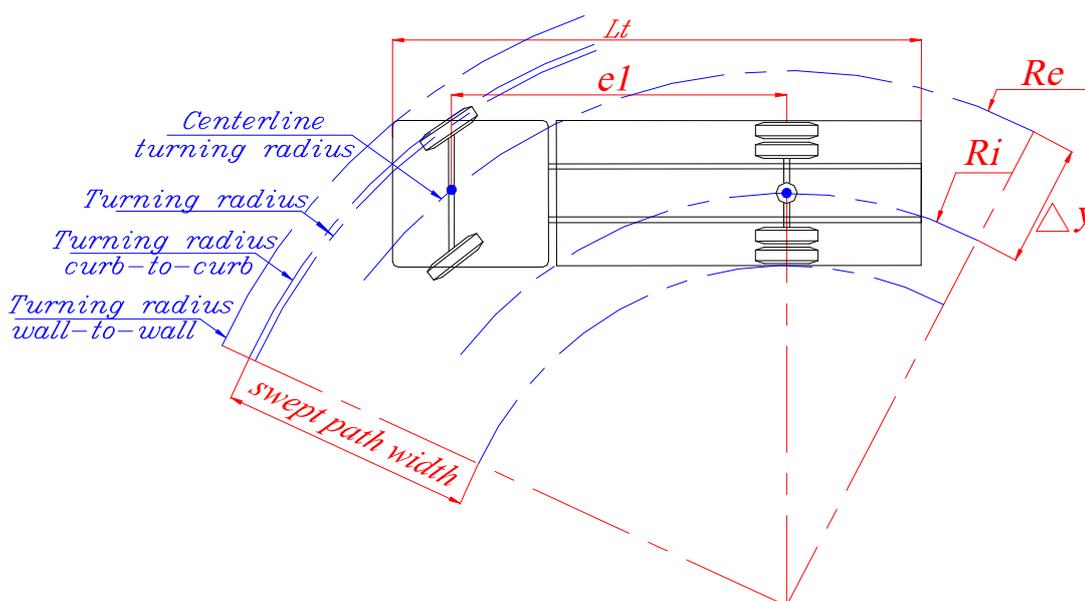
$$\Delta y = Re - Ri \quad (2)$$

ou seja:

$$\Delta y = Re - \sqrt{Re^2 - e1^2} \quad (3)$$

A equação (3) fornece o valor do *offtracking* (Arraste) para um veículo simples, como o caminhão ilustrado na figura D, com a indicação das nomenclaturas conhecidas dos raios.

Figura D: Modelo simplificado de um caminhão de 2 eixos



Onde:

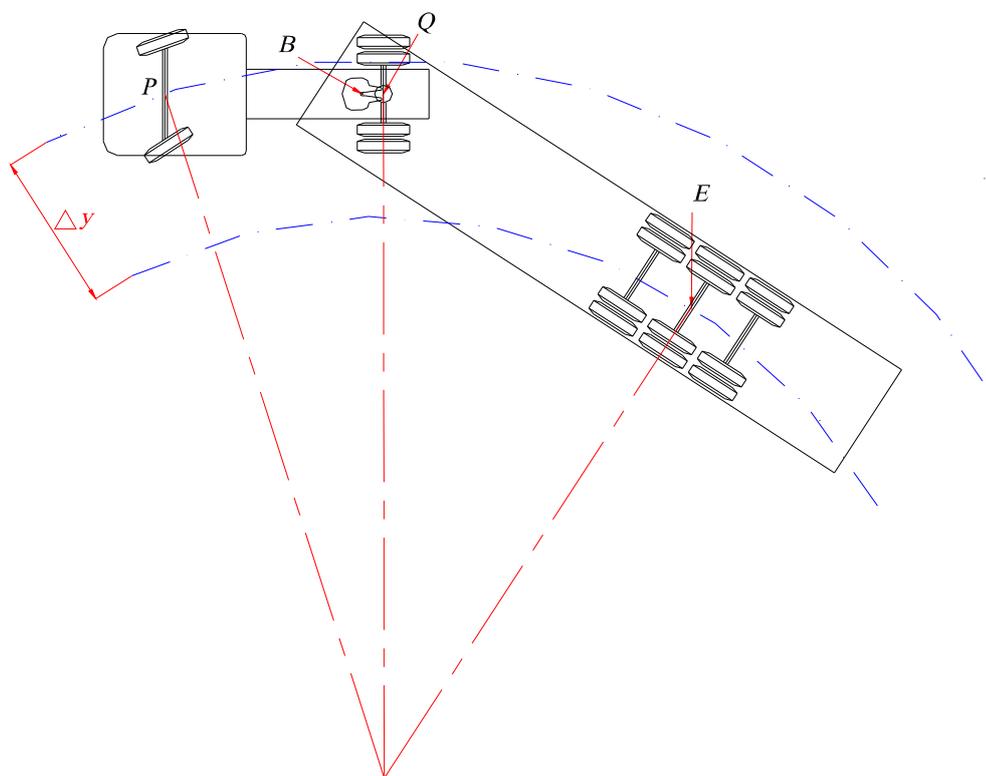
- Raio de Curva “parede a parede” (*turning radius wall-to-wall*): dado pela trajetória da extremidade dianteira mais externa do veículo (normalmente pela extremidade do para-choque dianteiro);
- Raio de Curva “meio-fio a meio-fio” (*turning radius curb-to-curb*): dado pela trajetória da lateral do pneu do eixo dianteiro, externo à curva;
- Raio de Curva (*turning radius*): dado pela trajetória do centro do pneu do eixo dianteiro, externo à curva;
- Raio Central de Curva (*centerline turning radius*): dado pela trajetória do centro do eixo. Raio dianteiro central para o eixo dianteiro e raio traseiro central para o eixo traseiro.

Portanto o *offtracking* equivale a diferença entre o raio dianteiro central e raio traseiro central, ou seja: “ $R_e - R_i$ ” na figura C.

A “largura de varredura” (*swept path width*) é função do *offtracking* e é dada pela diferença entre os raios *turning radius curb-to-curb* externo (eixo dianteiro) e interno (eixo traseiro), acrescidos das tolerâncias necessárias para a condução segura do motorista, estabelecidas pelas normas de projeto geométrico de rodovias.

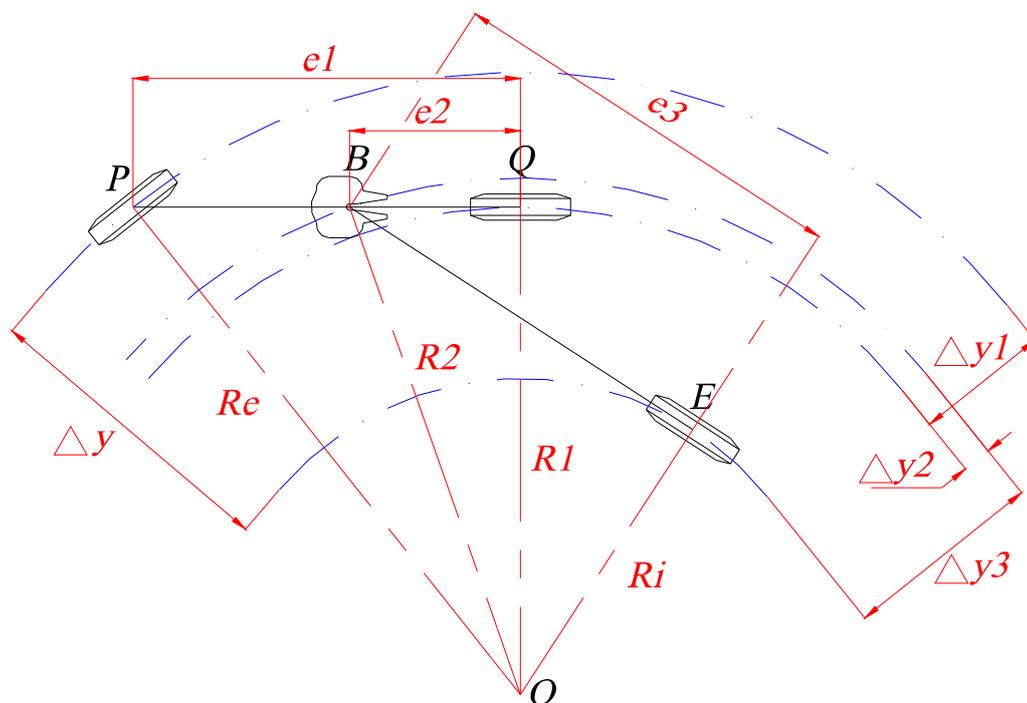
Analogamente ao modelo do veículo simples, para um conjunto do tipo veículo-trator + semirreboque ilustrado na figura E, pode-se chegar a equação do seu *low-speed offtracking* em curvas.

Figura E: Ilustração de um conjunto de veículos do tipo veículo-trator + semirreboque em curva.



Seja o modelo simplificado desse conjunto, ilustrado na figura F, onde o ponto “P” está posicionado no centro do eixo dianteiro, “Q” no centro do eixo traseiro, “B” no centro da 5ª-roda (articulação) e “E” no centro da suspensão do semirreboque:

Figura F: Modelo simplificado de um conjunto de veículos do tipo veículo-trator + semirreboque em curva.



O *offtracking* ( $\Delta y$ ) para esse conjunto também é dado pela equação (2), ou seja:

$$\Delta y = R_e - R_i$$

Da figura F, observa-se que:

$$\Delta y = \Delta y_1 - \Delta y_2 + \Delta y_3 \quad (4)$$

Onde:

$$\Delta y_1 = R_e - R_1 \quad (5)$$

Do triângulo retângulo OPQ tem-se:

$$R_1 = \sqrt{R_e^2 - e_1^2} \quad (6)$$

Portanto, substituindo-se (6) em (5) tem-se:

$$\Delta y_1 = R_1 - \sqrt{R_1^2 - e_1^2} \quad (7)$$

$$\Delta y_2 = R_2 - R_1 \quad (8)$$

Do triângulo retângulo OBQ tem-se:

$$R_2 = \sqrt{R_1^2 + e_2^2} \quad (9)$$

Substituindo-se (6) em (9) e depois em (8) tem-se:

$$\Delta y_2 = \sqrt{R_1^2 + e_2^2} - \sqrt{R_1^2 - e_1^2} \quad (10)$$

$$\Delta y_3 = R_2 - R_i \quad (11)$$

Do triângulo retângulo OBE tem-se:

$$R_i = \sqrt{R_2^2 - e_3^2} \quad (12)$$

Portanto:

$$\Delta y_3 = \sqrt{R_1^2 + e_2^2} - \sqrt{R_2^2 - e_3^2} \quad (13)$$

Substituindo-se os valores de R1 e R2 em (13) tem-se:

$$\Delta y_3 = \sqrt{R_1^2 + e_2^2} - \sqrt{R_1^2 + e_2^2 - e_3^2} \quad (14)$$

Substituindo-se (7), (10) e (13) em (4) tem-se:

$$\Delta y = R_1 - \sqrt{R_1^2 - e_1^2} - \sqrt{R_1^2 + e_2^2} + \sqrt{R_1^2 - e_1^2} + \sqrt{R_1^2 + e_2^2} - \sqrt{R_1^2 + e_2^2 - e_3^2} \quad (15)$$

Simplificando a equação (15) tem-se o valor do *offtracking* ( $\Delta y$ ) para esse conjunto:

$$\Delta y = R_e - \sqrt{R_e^2 - e_1^2 + e_2^2 - e_3^2} \quad (16)$$

Onde:

$R_e$  = raio central de giro do eixo dianteiro;

$R_i$  = raio central de giro da suspensão traseira do semirreboque;

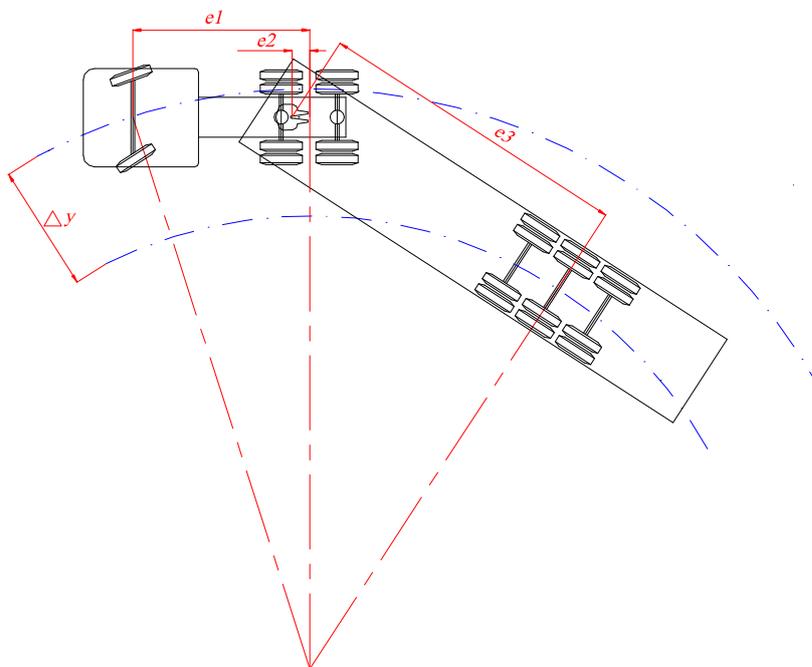
$e_1$  = distância entre-eixos do veículo trator;

$e_2$  = distância do centro da suspensão traseira do veículo até a articulação (avanço da quinta-roda);

$e_3$  = distância da articulação (pino-rei) até o centro da suspensão do semirreboque.

Para o conjunto com caminhão-trator com três eixos (6x2 ou 6x4), o valor de “ $e_1$ ” é dado pela distância do eixo dianteiro ao centro dos eixos traseiros, quando ambos possuem 4 pneus cada, conforme ilustrado na figura G.

Figura G: Ilustração de um conjunto veículo-trator 3 eixos + semirreboque em curva.



No caso de semirreboque com eixo direcional ocorre variação na medida “ $e_3$ ” dependendo do tipo de suspensão, deslocando-se para o centro da suspensão dos eixos fixos, conforme ilustrado nas figuras H, I e J, para o 1º eixo direcional em três eixos distanciados ou apenas o 1º distanciado, e ainda para o 3º direcional, respectivamente.

Figura H: Ilustração de um conjunto de veículos do tipo veículo-trator 3 eixos + semirreboque com 3 eixos distanciados e com 1º eixo direcional.

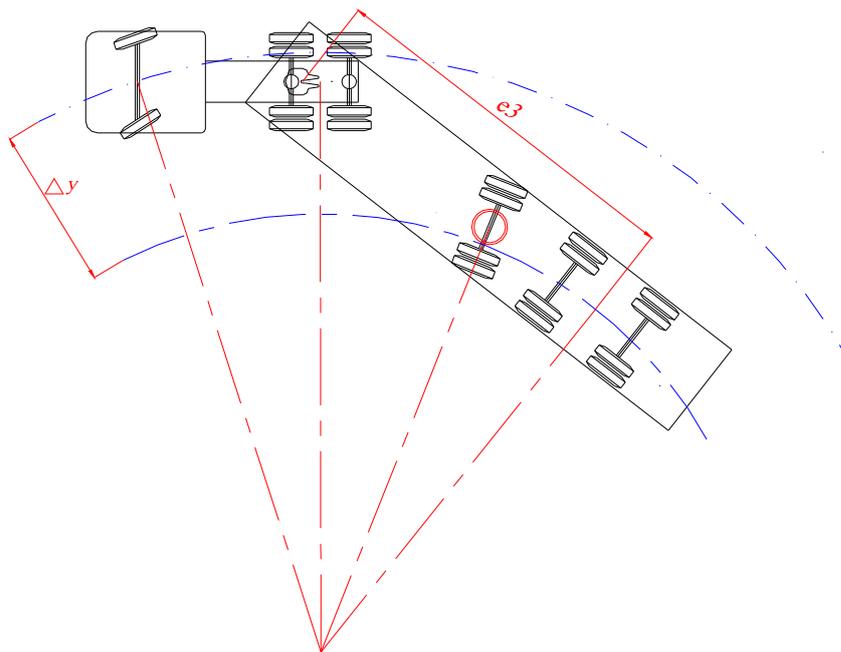


Figura I: Ilustração de um conjunto de veículos do tipo veículo-trator 3 eixos + semirreboque com 1º eixo distanciado e direcional (2+1).

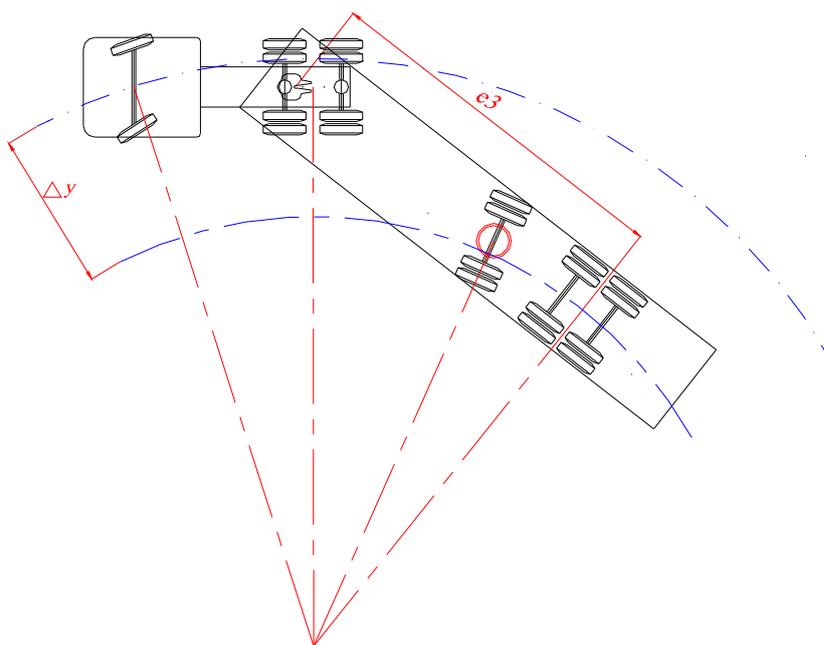
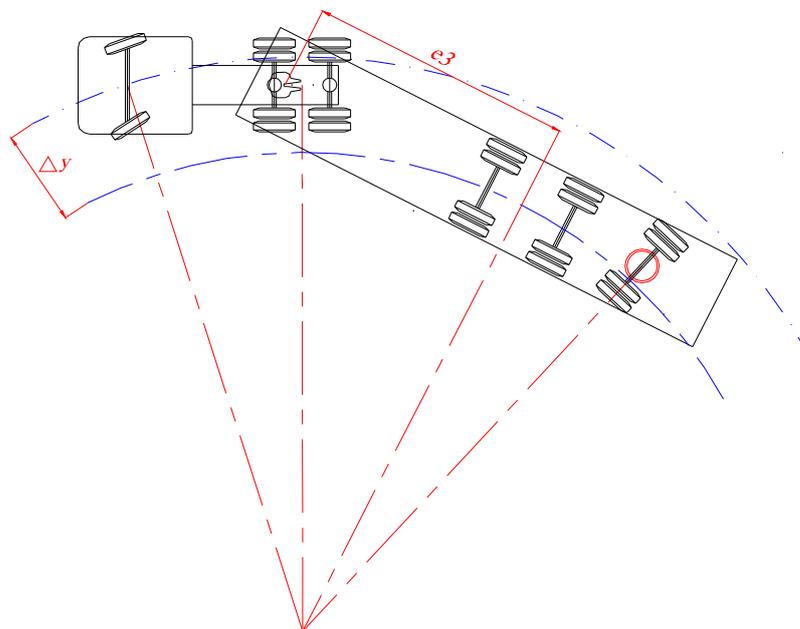


Figura J: Ilustração de um conjunto de veículos do tipo veículo-trator 3 eixos + semirreboque com 3 eixos distanciados e com 3º eixo direcional.



Para essa condição, considera-se que o eixo direcional possibilite um ângulo de giro compatível com o raio da curva executada, ou seja, que não forneça restrição ao movimento em questão.

Analogamente, pode-se determinar as equações para o *offtracking* dos conjuntos formados por mais de dois veículos, do tipo bitrem e rodotrem. Assim, para o bitrem e o bitrem de 3 eixos (“bitrenzão”), ilustrados nas figuras L e M respectivamente, tem-se a seguinte equação:

$$\Delta y = Re - \sqrt{Re^2 - e1^2 + e2^2 - e3^2 - e4^2 - e5^2} \quad (17)$$

Figura L: Ilustração de um conjunto de veículos do tipo bitrem (veículo-trator de 3 eixos)

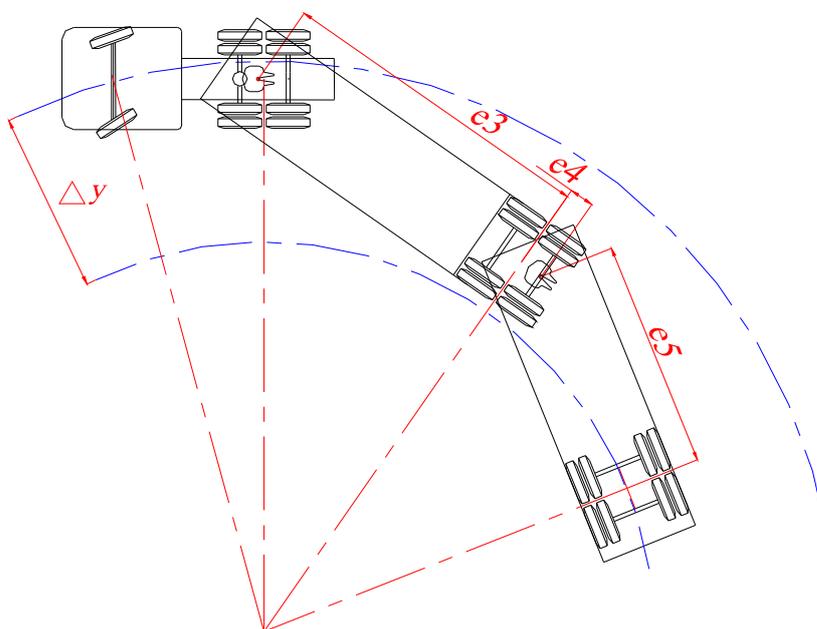
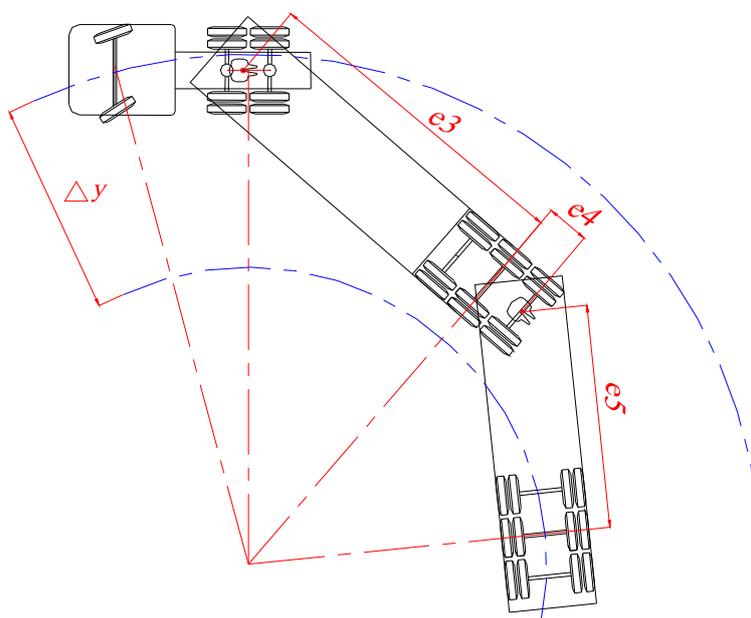


Figura M: Ilustração de um conjunto de veículos do tipo bitrem 9 eixos



Onde:

$R_e$  = raio central de giro do eixo dianteiro;

$R_i$  = raio central de giro da suspensão traseira do semirreboque;

$e_1$  = distância entre-eixos do veículo trator;

$e_2$  = distância do centro da suspensão traseira do veículo até a articulação (avanço da quinta-roda);

$e_3$  = distância da articulação (pino-rei) até o centro da suspensão do 1º semirreboque;

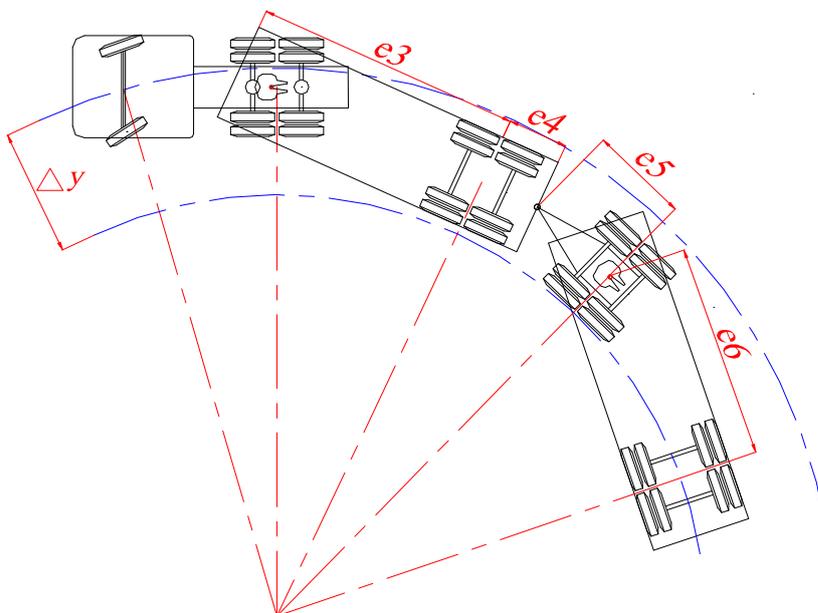
$e_4$  = distância do centro da suspensão do 1º semirreboque ao centro de sua 5ª-roda;

$e_5$  = distância da articulação (pino-rei) até o centro da suspensão do 2º semirreboque.

Para o rodotrem, ilustrado na figura N, tem-se a equação (18) para o *offtracking*:

$$\Delta y = R_e - \sqrt{R_e^2 - e_1^2 + e_2^2 - e_3^2 - e_4^2 - e_5^2 - e_6^2} \quad (18)$$

Figura N: Ilustração de um conjunto de veículos do tipo rodotrem



Onde:

$R_e$  = raio central de giro do eixo dianteiro;

$R_i$  = raio central de giro da suspensão traseira do semirreboque;

$e_1$  = distância entre-eixos do veículo trator;

$e_2$  = distância do centro da suspensão traseira do veículo até a articulação (avanço da quinta-roda);

$e_3$  = distância da articulação (pino-rei) até o centro da suspensão do 1º semirreboque;

$e_4$  = distância do centro da suspensão do 1º semirreboque ao centro do engate traseiro;

$e_5$  = distância pino de engate até o centro da suspensão do *dolly*;

$e_6$  = distância da articulação (pino-rei) até o centro da suspensão do 2º semirreboque.

Para exemplificar as diferenças do *offtracking* entre os vários tipos de conjuntos de veículos, foram calculados para diversos raios de curva, de acordo com as tabelas a seguir. São conjuntos hipotéticos e os resultados podem variar de fabricante para fabricante, em função das características dimensionais dos veículos que formam o conjunto.

TABELA A1 – Valores de *offtracking* para Caminhão simples

Veículo: Caminhão Longo	Padrão DNIT: "O". Comprimento 12,2m. Entre-eixos 7,6m					
Medidas (m):	e1					
	7,6					
<b>Raio da roda externa dianteira* (m)</b>	<b>12,80</b>	<b>15,00</b>	<b>20,00</b>	<b>30,00</b>	<b>50,00</b>	<b>100,00</b>
<b>Raio do Centro do eixo dianteiro (Re)</b>	11,69	13,89	18,89	28,89	48,89	98,89
<i>Offtracking</i>	2,81	2,26	1,60	1,02	0,59	0,29
<b>Raio mínimo interno**</b>	7,59	10,33	16,00	26,58	47,00	97,30
<b>Largura da varredura</b>	5,21	4,67	4,00	3,42	3,00	2,70

\*Obs.1: Medida mínima estabelecida no documento DNIT IPR-718 Tabela 6 na página 82: 12,8 m.

\*\*Obs.2: Medida mínima estabelecida no documento DNIT IPR-718: 7,1 m.

TABELA A2 – Valores de *offtracking* para Caminhão simples com comprimento máximo legal

Veículo: Caminhão Longo	Máximo comprimento pela Res. 210/CONTRAN. Comprimento 14 m. Entre-eixos 9,06m					
Medidas (m):	e1					
	9,06					
<b>Raio da roda externa dianteira (m)</b>	<b>12,80</b>	<b>15,00</b>	<b>20,00</b>	<b>30,00</b>	<b>50,00</b>	<b>100,00</b>
<b>Raio do Centro do eixo dianteiro (Re)</b>	11,69	13,89	18,89	28,89	48,89	98,89
<i>Offtracking</i>	4,30	3,36	2,31	1,46	0,85	0,42
<b>Raio mínimo interno</b>	6,09*	9,23	15,28	26,14	46,75	97,18
<b>Largura da varredura</b>	6,71	5,77	4,72	3,86	3,25	2,82

\*Obs.: Medida inferior à estabelecida como mínima no documento DNIT IPR-718.

TABELA A3 – Valores de *offtracking* para Conjunto Padrão DNIT (SR)

Conj.:Veículo-trator + Semirreboque	Padrão DNIT "SR". Comprimento total 16,8 m					
Medidas (m):	e1	e2	e3			
	5,5	0,25	9,35			
<b>Raio da roda externa dianteira (m)</b>	<b>13,70</b>	<b>15,00</b>	<b>20,00</b>	<b>30,00</b>	<b>50,00</b>	<b>100,00</b>
<b>Raio do Centro do eixo dianteiro (Re)</b>	12,58	13,88	18,88	28,88	48,88	98,88
<i>Offtracking</i>	6,20	5,22	3,42	2,11	1,22	0,60
<b>Raio mínimo interno</b>	5,08	7,37	14,16	25,47	46,36	96,99
<b>Largura da varredura</b>	8,62	7,63	5,84	4,53	3,64	3,01

TABELA A4 – Valores de *offtracking* para Conjunto Veículo-trator+ Semirreboque 3 eixos convencional

Conj.:Veículo-trator + Semirreboque	Comprimento total 17,4 m					
Medidas (m):	e1	e2	e3			
	3,6	0,5	10,56			
<b>Raio da roda externa dianteira (m)</b>	<b>13,70</b>	<b>15,00</b>	<b>20,00</b>	<b>30,00</b>	<b>50,00</b>	<b>100,00</b>
<b>Raio do Centro do eixo dianteiro (Re)</b>	12,58	13,88	18,88	28,88	48,88	98,88
<i>Offtracking</i>	6,74	5,61	3,64	2,24	1,29	0,63
<b>Raio mínimo interno</b>	4,54	6,98	13,94	25,35	46,30	96,95
<b>Largura da varredura</b>	9,16	8,02	6,06	4,65	3,70	3,05

**TABELA A5 – Valores de *offtracking* para Conjunto Veículo-trator+ Semirreboque “Cegonheiro” (Combinações para Transporte de Veículos – CTV)\***

<b>Conj.:Veículo-trator + Semirreboque</b>	<b>Comprimento total 22,4 m</b>					
<b>Medidas (m):</b>	<b>e1</b>	<b>e2</b>	<b>e3</b>			
	3,5	0,22	13,32			
<b>Raio da roda externa dianteira (m)</b>	<b>16,00</b>	<b>20,00</b>	<b>30,00</b>	<b>50,00</b>	<b>100,00</b>	<b>200,00</b>
<b>Raio do Centro do eixo dianteiro (Re)</b>	14,88	18,88	28,88	48,88	98,88	198,88
<b><i>Offtracking</i></b>	9,24	5,96	3,49	1,98	0,96	0,48
<b>Raio mínimo interno</b>	4,35	11,62	24,09	45,60	96,62	197,11
<b>Largura da varredura</b>	11,65	8,38	5,91	4,40	3,38	2,89

\* Sujeito a regras específicas estabelecidas pela Resolução CONTRAN 305/2009.

**TABELA A6 – Valores de *offtracking* para Conjunto Bitrem convencional (7 eixos no conjunto)**

<b>Conjunto: Bitrem</b>	<b>Comprimento total 19,8 m</b>					
<b>Medidas (m):</b>	<b>e1</b>	<b>e2</b>	<b>e3</b>	<b>e4</b>	<b>e5</b>	
	4,35	0,36	6,58	0,63	4,36	
<b>Raio da roda externa dianteira (m)</b>	<b>16,00</b>	<b>20,00</b>	<b>30,00</b>	<b>50,00</b>	<b>100,00</b>	<b>200,00</b>
<b>Raio do Centro do eixo dianteiro (Re)</b>	14,88	18,88	28,88	48,88	98,88	198,88
<b><i>Offtracking</i></b>	3,05	2,30	1,45	0,84	0,41	0,20
<b>Raio mínimo interno</b>	10,53	15,29	26,14	46,74	97,17	197,38
<b>Largura da varredura</b>	5,47	4,71	3,86	3,26	2,83	2,62

TABELA A7 – Valores de *offtracking* para Conjunto Bitrem longo (6 eixos no conjunto)

Conjunto: Bitrem	Comprimento total 30 m (veículo-trator do tipo 4x2)					
Medidas (m):	e1	e2	e3	e4	e5	
	3,6	0,5	10,341	0,63	9,139	
<b>Raio da roda externa dianteira (m)</b>	<b>17,00</b>	<b>20,00</b>	<b>30,00</b>	<b>50,00</b>	<b>100,00</b>	<b>200,00</b>
<b>Raio do Centro do eixo dianteiro (Re)</b>	15,88	18,88	28,88	48,88	98,88	198,88
<i>Offtracking</i>	8,90	6,51	3,77	2,13	1,03	0,51
<b>Raio mínimo interno</b>	5,68	11,07	23,81	45,45	96,55	197,07
<b>Largura da varredura</b>	11,32	8,93	6,19	4,55	3,45	2,93

TABELA A8 – Valores de *offtracking* para Conjunto “Bitrenzão” (9 eixos no conjunto)

Conjunto: “Bitrenzão”	Comprimento total 25 m					
Medidas (m):	e1	e2	e3	e4	e5	
	4,35	0,36	8,54	1,25	7,64	
<b>Raio da roda externa dianteira (m)</b>	<b>16,00</b>	<b>20,00</b>	<b>30,00</b>	<b>50,00</b>	<b>100,00</b>	<b>200,00</b>
<b>Raio do Centro do eixo dianteiro (Re)</b>	14,88	18,88	28,88	48,88	98,88	198,88
<i>Offtracking</i>	6,53	4,57	2,76	1,58	0,77	0,38
<b>Raio mínimo interno</b>	7,06	13,01	24,83	46,01	96,81	197,20
<b>Largura da varredura</b>	8,94	6,99	5,17	3,99	3,19	2,80

TABELA A9 – Valores de *offtracking* para Conjunto “Rodotrem” (9 eixos no conjunto)

Conjunto: “Rodotrem”	Comprimento total 25 m					
Medidas (m):	e1	e2	e3	e4	e5	e6
	4,35	0,36	6,84	1,58	2,979	6,84
<b>Raio da roda externa dianteira (m)</b>	<b>16,00</b>	<b>20,00</b>	<b>30,00</b>	<b>50,00</b>	<b>100,00</b>	<b>200,00</b>
<b>Raio do Centro do eixo dianteiro (Re)</b>	14,88	18,88	28,88	48,88	98,88	198,88
<i>Offtracking</i>	5,00	3,62	2,23	1,28	0,63	0,31
<b>Raio mínimo interno</b>	8,59	13,96	25,35	46,30	96,96	197,27
<b>Largura da varredura</b>	7,41	6,04	4,65	3,70	3,04	2,73

## ANEXO 1

### Modelos para Simulação no MatLab e Simulink

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%MODELO 1: Validação - Modelo do Paper SAE 650720 [19]
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Ref. Autor: Frederick Jindra
```

```
clear all
close all
dadosgindra;%arquivo de dados
```

```
%Componentes da Matriz de Massa e Inércia do Sistema (MATRIZ "A" - Pag
385)
```

```
X1=(M0+M1+M2+M3);
X2=- (M11+M21+M31);
X3=- ( (M1*c1) + ( (M2+M3) *s1) );
X4=- ( (M2*c2) + (M3*12) );
X5=-M3*c3;
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
Y1=M0*h;
Y2=I0;
Y3=0;
Y4=0;
Y5=0;
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
Z1=- ( (M1*c1) + ( (M2+M3) *s1) );
Z2=I1+ (M11*c1) + ( (M21+M31) *s1 );
Z3=I1+ (M1* (c1^2) ) + ( (M2+M3) * (s1^2) );
Z4= ( (M2*c2) + (M3*12) ) *s1;
Z5=M3*c3*s1;
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
W1=- ( (M2*c2) + (M3*12) );
W2=I2+ (M21*c2) + (M31*12) ;
```



```

ZZ1=( (N1*l1)+( (N2+N3) *s1) ) /V;
ZZ2=( ( (M1*c1)+( (M2+M3) *s1) ) *V) - ( ( (N11*l1)+( (N21+N31) *s1) ) /V) ;
ZZ3=- ( (N1*(l1^2) )+( (N2+N3) *(s1^2) ) ) /V;
ZZ4=- (N1*l1) ;
ZZ5=- (N2+N3) *(l2*s1/V) ;
ZZ6=- (N2*s1) ;
ZZ7=-N3*13*s1/V;
ZZ8=-N3*s1;
ZZ9=0;

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

WW1=(N2+N3) *l2/V;
WW2=( ( (M2*c2)+(M3*l2) ) *V) - ( (N21+N31) *l2/V) ;
WW3=- (N2+N3) *l2*s1/V;
WW4=0;
WW5=- ( (N2+N3) *(l2^2) ) /V;
WW6=-N2*l2;
WW7=-N3*13*l2/V;
WW8=-N3*l2;
WW9=0;

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

KK1=N3*13/V;
KK2=(M3*c3*V) - (N31*13/V) ;
KK3=-N3*13*s1/V;
KK4=0;
KK5=-N3*13*l2/V;
KK6=0;
KK7=-N3*(13^2) /V;
KK8=-N3*13;
KK9=0;

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%MATRIZ B

```

```

B=[XX1 XX2 XX3 XX4 XX5 XX6 XX7 XX8 XX9;
   YY1 YY2 YY3 YY4 YY5 YY6 YY7 YY8 YY9;
   ZZ1 ZZ2 ZZ3 ZZ4 ZZ5 ZZ6 ZZ7 ZZ8 ZZ9;
   WW1 WW2 WW3 WW4 WW5 WW6 WW7 WW8 WW9;
   KK1 KK2 KK3 KK4 KK5 KK6 KK7 KK8 KK9];

```

```

C=inv(A)*B;

```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%MODELO 1: Validação - Dados de Entrada do Modelo do
Paper SAE 650720 [19]
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Autor: Frederick Jindra
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%massa por unidade
```

```
W0=12000; %Peso do Veículo-Trator em lb
```

```
W1=28000; %Primeiro Semi-Reboque em lb
```

```
W2=2000; %Dolly intermediario em lb
```

```
W3=28000; %Segundo Semi-Reboque em lb
```

```
g=32.2;%ft/sec2
```

```
M0=W0/g;
```

```
M1=W1/g;
```

```
M2=W2/g;
```

```
M3=W3/g;
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%yaw momento de inércia (lb ft sec2)
```

```
I0=10000; %Veículo-Trator
```

```
I1=70000; %Primeiro Semi-Reboque
```

```
I2=400; %Dolly
```

```
I3=70000; %Segundo Semi-Reboque
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%dimensões (ft)
```

```
a=4;
```

```
b=6;
```

```
h=4;
```

```
c1=12;
```

```
l1=22;
```

```
s1=24;
```

```
c2=6;
```

```
l2=6;
```

```
c3=12;
```

```
l3=22;
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Rigidez torsional por roda (lb/rad)
```

```
N1F=47000;
```

```
N1R=38000*2;
```

```
N1=40000*2;
```

```
N2=38000*2;
```

```
N3=40000*2;
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Variáveis auxiliares (M'e N'do Paper)
```

```
M11=M1*(h+c1);
```

```
M21=M2*(h+s1+c2);
```

```
M31=M3*(h+s1+l2+c3);
```

```
N01=(N1R*b)-(N1F*a);
```

```
N11=N1*(h+l1);
```

```
N21=N2*(h+s1+l2);
```

```
N31=N3*(h+s1+l2+l3);
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Velocidade 50 mph
```

```
V=73.33;%(ft/s)
```



%%DADOS DA MATRIZ B

```

XX1=-(N1+N2+N3+N4+N5+N6+N7)/V;
XX2=-(M0+M1+M2)*V+(N11+N22+N33+N44+N55+N66+N77)/V;
XX3=(N4*111+N5*112)+(N6+N7)*s1/V;
XX4=N4+N5;
XX5=(N6*121+N7*122)/V;
XX6=N6+N7;
XX7=N1;

```

%%

```

YY1=(N11+N22+N33-(N1+N2+N3)*h)/V;
YY2=-M0*h*V+(-N1*a^2-N2*b1^2-N3*b2^2+(N11+N22+N33)*h)/V;
YY3=0;
YY4=0;
YY5=0;
YY6=0;
YY7=N1*(a+h);

```

%%

```

ZZ1=(N4*111+N5*112+(N6+N7)*s1)/V;
ZZ2=(M1*c1+M2*s1)*V-(N44*111+N55*112+(N66+N77)*s1)/V;
ZZ3=-(N4*111^2+N5*112^2+(N6+N7)*s1^2)/V;
ZZ4=-(N4*111+N5*112);
ZZ5=-(N6*121+N7*122)*s1/V;
ZZ6=-(N6*s1+N7*s1);
ZZ7=0;

```

%%

```

WW1=(N6*121+N7*122)/V;
WW2=(M2*c2)*V-(N66*121+N77*122)/V;
WW3=-(N6*121+N7*122)*s1/V;
WW4=0;
WW5=-(N6*121^2+N7*122^2)/V;
WW6=-(N6*121+N7*122);
WW7=0;

```

%%

%%MATRIZ B

```

B=[XX1 XX2 XX3 XX4 XX5 XX6 XX7;
   YY1 YY2 YY3 YY4 YY5 YY6 YY7;
   ZZ1 ZZ2 ZZ3 ZZ4 ZZ5 ZZ6 ZZ7;
   WW1 WW2 WW3 WW4 WW5 WW6 WW7];

```

C=inv(A)\*B;







```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%MODELO 3 - Simulação dinâmica de um sistema articulado
RODOTREM
```

```
clear all
close all
dadosgindrarodo;%arquivo de dados
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Componentes da Matriz de Massa e Inércia do Sistema
```

```
X1=(M0+M1+M2+M3);
X2=- (M11+M21+M31);
X3=- ( (M1*c1) + ( (M2+M3) *s1) );
X4=- ( (M2*c2) + (M3*h2) );
X5=-M3*c3;
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
Y1=M0*h;
Y2=I0;
Y3=0;
Y4=0;
Y5=0;
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
Z1=- (M1*c1) + ( (M2+M3) *s1) ;
Z2=I1+ (M11*c1) + ( (M21+M31) *s1) ;
Z3=I1+ (M1* (c1^2) ) + ( (M2+M3) * (s1^2) ) ;
Z4= ( (M2*c2) + (M3*h2) ) *s1;
Z5=M3*c3*s1;
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
W1=- ( (M2*c2) + (M3*h2) ) ;
W2=I2+ (M21*c2) + (M31*h2) ;
W3= (M2*c2+M3*h2) *s1;
W4=I2+ (M2* (c2^2) ) + (M3* (h2^2) ) ;
W5=M3*c3*h2;
```

%%%

$$K1 = -M3 * c3;$$

$$K2 = I3 + (M31 * c3);$$

$$K3 = M3 * c3 * s1;$$

$$K4 = M3 * c3 * h2;$$

$$K5 = I3 + (M3 * (c3^2));$$

%%% MATRIZ A

```
A=[X1 X2 X3 X4 X5;
   Y1 Y2 Y3 Y4 Y5;
   Z1 Z2 Z3 Z4 Z5;
   W1 W2 W3 W4 W5;
   K1 K2 K3 K4 K5];
```

%%%

%%% DADOS DA MATRIZ B

$$XX1 = -(N1 + N2 + N3 + N4 + N5 + N6 + N7 + N8 + N9) / V;$$

$$XX2 = -( (M0 + M1 + M2 + M3) * V ) + ( (N11 + N21 + N31 + N41 + N51 + N61 + N71 + N81 + N91) / V );$$

$$XX3 = ( (N4 * l11 + N5 * l12) + (N6 + N7 + N8 + N9) * s1 ) / V;$$

$$XX4 = N4 + N5;$$

$$XX5 = ( (N6 * l21 + N7 * l22) + (N8 + N9) * h2 ) / V;$$

$$XX6 = N6 + N7;$$

$$XX7 = (N8 * l31 + N9 * l32) / V;$$

$$XX8 = N8 + N9;$$

$$XX9 = N1;$$

%%%

$$YY1 = -( (N1 + N2 + N3) * h + N11 + N21 + N31 ) / V;$$

$$YY2 = -( M0 * h * V ) + ( ( (N11 + N21 + N31) * h ) - (N1 * (a^2)) - (N2 * (b1^2)) - (N3 * (b2^2)) ) / V;$$

$$YY3 = 0;$$

$$YY4 = 0;$$

$$YY5 = 0;$$

$$YY6 = 0;$$

$$YY7 = 0;$$

$$YY8 = 0;$$

$$YY9 = N1 * (a + h);$$

%%%

$$ZZ1 = ( (N4 * l11 + N5 * l12) + ( (N6 + N7 + N8 + N9) * s1 ) ) / V;$$

$$ZZ2 = ( M1 * c1 ) + ( M2 + M3 ) * s1 * V -$$

$$( ( (N41 * l11 + N51 * l12) + ( (N61 + N71 + N81 + N91) * s1 ) ) / V );$$

$$ZZ3 = -( (N4 * (l11^2) + (N5 * (l12^2)) ) + ( (N6 + N7 + N8 + N9) * (s1^2) ) ) / V;$$

$$ZZ4 = -(N4 * l11 + N5 * l12);$$

```

ZZ5=- ( (N6*121+N7*122) + (N8+N9) *h2) *s1/V;
ZZ6=- (N6+N7) *s1;
ZZ7=- (N8*131+N9*132) *s1/V;
ZZ8=- (N8+N9) *s1;
ZZ9=0;

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

WW1= ( (N6*121+N7*122) + (N8+N9) *h2) /V;
WW2= ( ( (M2*c2) + (M3*h2) ) *V) - ( (N61*121+N71*122) + (N81+N91) *h2) /V;
WW3=- ( (N6*121+N7*122) + (N8+N9) *h2) *s1/V;
WW4=0;
WW5=- ( (N6*121^2+N7*122^2) + (N8+N9) *h2^2) /V;
WW6=- (N6*121+N7*122) ;
WW7=- (N8*131+N9*132) *h/V;
WW8=- (N8+N9) *h2;
WW9=0;

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

KK1= (N8*131+N9*132) /V;
KK2= (M3*c3*V) - (N81*131+N91*132) /V;
KK3=- (N8*131+N9*132) *s1/V;
KK4=0;
KK5=- (N8*131+N9*132) *h2/V;
KK6=0;
KK7=- (N8*(131^2)+N9*(132^2)) /V;
KK8=- (N8*131+N9*132) ;
KK9=0;

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%MATRIZ B

```

```

B=[XX1 XX2 XX3 XX4 XX5 XX6 XX7 XX8 XX9;
   YY1 YY2 YY3 YY4 YY5 YY6 YY7 YY8 YY9;
   ZZ1 ZZ2 ZZ3 ZZ4 ZZ5 ZZ6 ZZ7 ZZ8 ZZ9;
   WW1 WW2 WW3 WW4 WW5 WW6 WW7 WW8 WW9;
   KK1 KK2 KK3 KK4 KK5 KK6 KK7 KK8 KK9];

```

```

C=inv(A)*B;

```



```
M11=M1*(h+c1);  
M21=M2*(h+s1+c2);  
M31=M3*(h+s1+h2+c3);  
N11=-N1*a;  
N21=N2*b1;  
N31=N3*b2;  
N41=N4*(h+l11);  
N51=N5*(h+l12);  
N61=N6*(h+s1+l21);  
N71=N7*(h+s1+l22);  
N81=N8*(h+s1+h2+l31);  
N91=N9*(h+s1+h2+l32);
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Velocidade 70 km/h
```

```
V=70/3.6;%(m/s)
```



```
M11=M1*(h+c1);  
M21=M2*(h+s1+c2);  
M31=M3*(h+s1+h2+c3);  
N11=-N1*a;  
N21=N2*b1;  
N31=N3*b2;  
N41=N4*(h+l11);  
N51=N5*(h+l12);  
N61=N6*(h+s1+l21);  
N71=N7*(h+s1+l22);  
N81=N8*(h+s1+h2+l31);  
N91=N9*(h+s1+h2+l32);
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Velocidade 70 km/h  
V=70/3.6;% (m/s)
```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%MODELO 3 - Dados de Entrada do Modelo - Rodotrem 1°.
Vazio e 2°. Carregado.
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Avaliação do Performance e Estabilidade Lateral
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Combinação de Veiculos de Carga (CVC) - RODOTREM

clear all
close all
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%massa por unidade - Condição 1o SR VAZIO e 2o SR CARREGADO
W0=89271; %Peso do Veículo-Trator em N
W1=51993; %Primeiro Semi-Reboque + carga em N
W2=29430; %Dolly intermediario em N
W3=303619; %Segundo Semi-Reboque + carga em N

g=9.81;%m/seg2

M0=W0/g;
M1=W1/g;
M2=W2/g;
M3=W3/g;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Momento de inércia (kg.m2)
I0=52419; %Veículo-Trator
I1=23489; %Primeiro Semi-Reboque
I2=3713; %Dolly
I3=168790; %Segundo Semi-Reboque

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%dimensões (m)
a=1.831;
b1=1.368;
b2=2.738;
h=1.743;
c1=3.243;
l11=3.799;
l12=5.049;
s1=5.685;
c2=2.500;
h2=2.550;
l21=2.126;
l22=3.276;
c3=2.410;
l31=3.799;
l32=5.049;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Rigidez torsional por roda (N/rad)
N1=209324*2;
N2=59819*4;
N3=59819*4;
N4=40189*4;
N5=40189*4;
N6=175816*4;
N7=175816*4;
N8=175816*4;
N9=175816*4;

```

```
%%%%%%%%%%Variáveis auxiliares
M11=M1*(h+c1);
M21=M2*(h+s1+c2);
M31=M3*(h+s1+h2+c3);
N11=-N1*a;
N21=N2*b1;
N31=N3*b2;
N41=N4*(h+l11);
N51=N5*(h+l12);
N61=N6*(h+s1+l21);
N71=N7*(h+s1+l22);
N81=N8*(h+s1+h2+l31);
N91=N9*(h+s1+h2+l32);

%%%%%%%%%%Velocidade 70 km/h

V=70/3.6;%(m/s)
```

ANEXO 2 - Diagrama do Simulink para o Bitrem

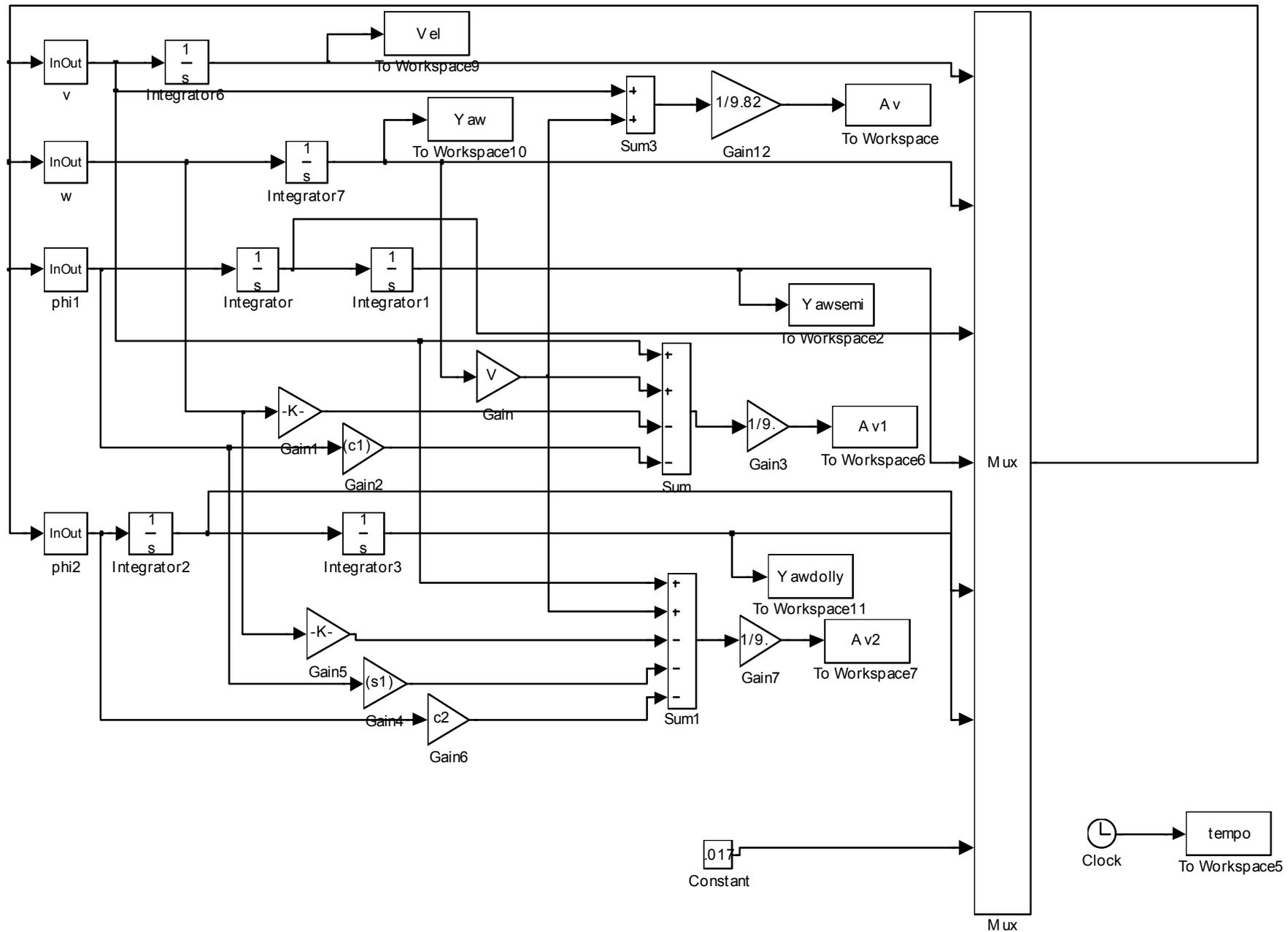


Diagrama do Simulink para o Rodotrem

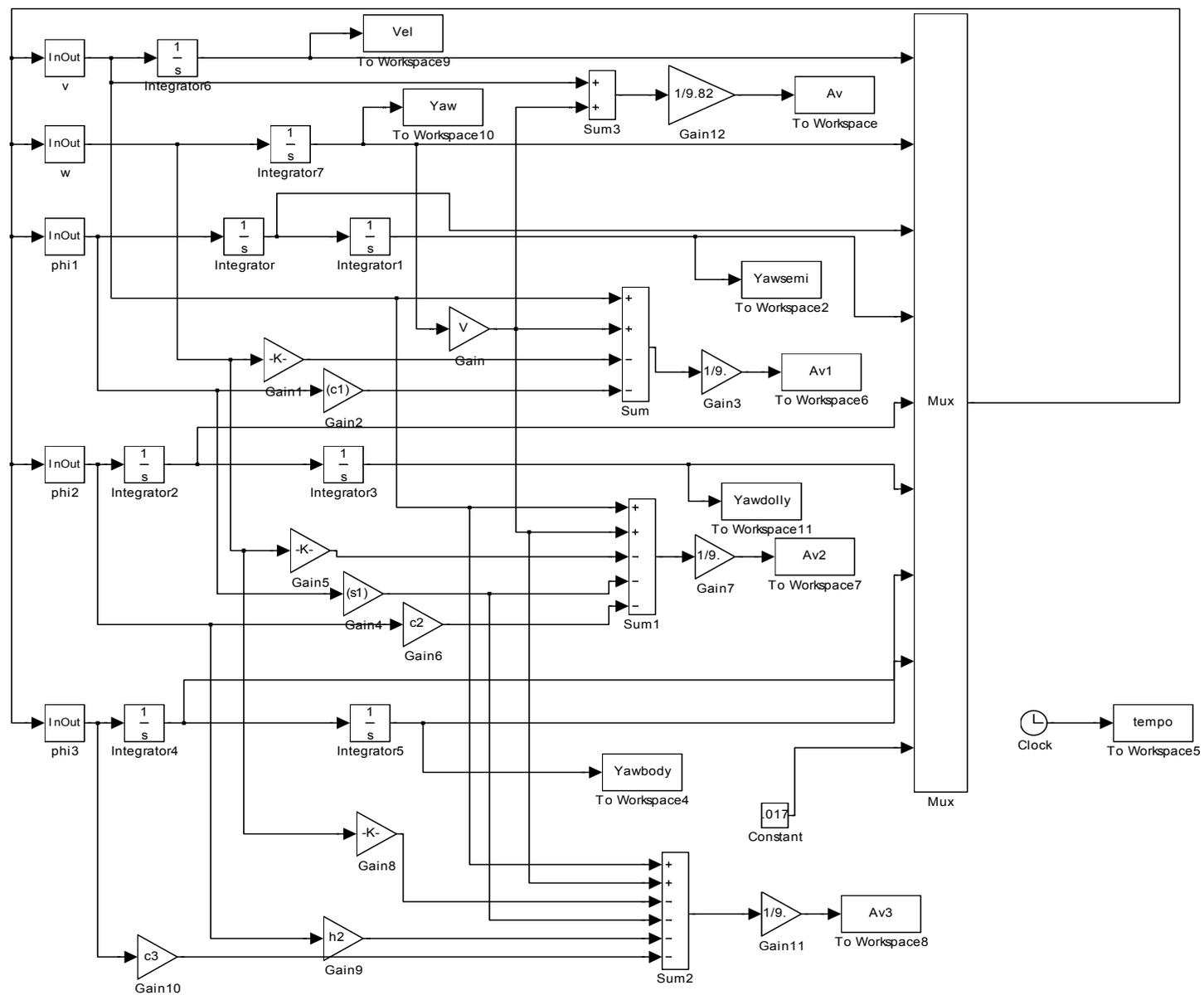


Diagrama do Simulink para o Bitrem - com Entrada Senoidal

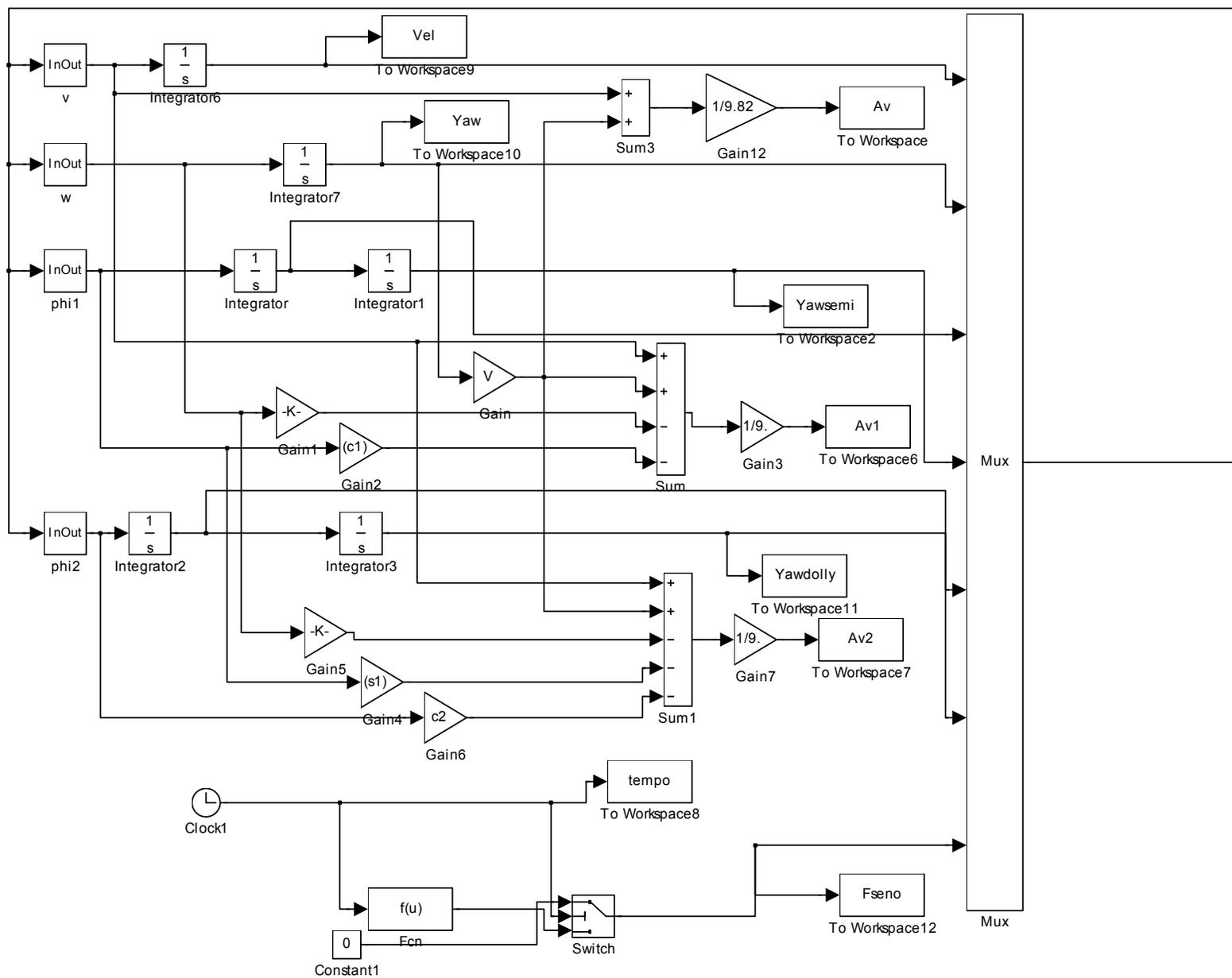


Diagrama do Simulink para o Rodotrem - com Entrada Senoidal

